Апрель 1999 г. **УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК** *Том 169, № 4*

МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ

Энтропия и информация открытых систем

Ю.Л. Климонтович

В теории связи используются два определения Шеннона понятия "информация". Одно из них совпадает с энтропией Больцмана и является фактически мерой неопределенности при статистическом описании. Второе выражается через разность значений безусловной и условной энтропий. Конкретизация второго определения позволяет ввести меру информации открытых систем в зависимости от значений управляющих параметров. Выделен класс систем, для которых возможно равновесное состояние и имеет место закон сохранения информации и энтропии. Для равновесного состояния таких систем информация равна нулю, а энтропия максимальна. В процессах самоорганизации по мере удаления от равновесного состояния информация возрастает. Выделен и другой класс систем, для которых равновесное состояние невозможно. Для них вводится понятие "норма хаотичности" и рассматриваются два рода процессов самоорганизации. Дается соответствующее определение информации. Общие определения информации используются для классических и квантовых физических систем, а также при анализе результатов медико-биологического исследования.

PACS numbers: 03.65.Bz, **03.67.–a**, **05.65. + c**, **89.70. + c**

Содержание

Ю.Л. Климонтович. Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, физический факультет
119899 Москва, Воробьевы горы, Российская Федерация
E-mail: ylklim@hklim.phys.msu.su

Статья поступила 19 марта 1998 г.,
после доработки 25 октября 1998 г.

1. Введение

В 1997 г. редакция журнала "Успехи физических наук" опубликовала первое издание книги Бориса Борисовича Кадомцева "Динамика и информация" [1]. Значение этой работы прежде всего в том, что она вносит существенный вклад в разъяснение ряда принципиальных вопросов и понятий как классической, так и квантовой физики. В число основных входит и понятие информации, важность которого подчеркивается самим названием книги. На протяжении всей работы [1] обсуждаются понятия "информация", "информационная связь", "информационно открытые системы", "информационное общение", "информационный смысл волновой функции". Существенно, что книга Бориса Борисовича стимулирует читателя, заставляет его в тех случаях, когда он не согласен в той или иной мере с автором, искать альтернативные решения рассматриваемых вопросов. Теперь уже, к сожалению, нет возможности обсудить с Борисом Борисовичем возникшие при чтении его книги вопросы. Невозможно больше услышать и оценить глубину четких физических аргументов в защиту его точки зрения.

В настоящей статье впервые дается обзор известных результатов теории информации, составляющей важный раздел общей теории связи, а также обзор недавних работ, в которых рассматривается возможность определения информации как пассивных, так и активных открытых систем в зависимости от значений управляющих параметров.

Основы современной теории связи заложены в классических работах К. Шеннона [2, 3]. В них даны два определения информации. Первое определение информации фактически совпадает с определением энтропии Больцмана. Эта информация, как и энтропия Больцмана, является мерой степени неопределенности при выбранном уровне статистического описания рассматриваемой системы. Поэтому используется термин S-информация.

Такое определение информации, хотя и широко используется в литературе, все же не является достаточным при исследовании открытых систем. Более адекватным для открытых систем является другое, также предложенное К. Шенноном определение информации. Суть его состоит в следующем.

Пусть имеется функция распределения двойного набора переменных $f(X, Y)$ рассматриваемой системы. Это позволяет определить информацию об объекте X относительно Y, и наоборот.

В обоих случаях информация определяется разностью безусловной и условной энтропий и связана тем самым с соответствующим изменением степени неопределенности о состоянии выделенной системы.

Научный вклад работ К. Шеннона в развитие теории информации прекрасно охарактеризовал А.Н. Колмогоров в предисловии к русскому изданию сборника К. Шеннона "Работы по теории информации и кибернетики" (М.: ИЛ, 1963). Он писал:

"Значение работ Шеннона для чистой математики не сразу было достаточно оценено. Мне вспоминается, что еще на международном съезде математиков в Амстердаме (в 1951 г.) мои американские коллеги, специалисты по теории информации, считали мой интерес к работам Шеннона несколько преувеличенным, так как это более техника, чем математика. Сейчас такие мнения вряд ли нуждаются в опровержении.

Правда, строгое математическое "обоснование" своих идей Шеннон в сколь-либо трудных случаях предоставлял своим продолжателям. Однако его математическая интуиция изумительно точна".

Работы К.Шеннона послужили стимулом для появления публикаций, в которых был дан прочный математический фундамент теории информации. Отметим лишь первые работы такого рода, опубликованные на страницах журнала "Успехи математических наук" и в ДАН СССР [4, 5]. В первой из них дано доказательство основных теорем теории информации для дискретного случая, а во второй — наиболее общее определение энтропии и информации для непрерывных распределений.

В последующем потоке книг по теории информации выделяется книга Р.Л. Стратоновича [6]. В ней наряду с традиционным к тому времени изложением основных результатов теории информации Шеннона представлена и разработанная Р.Л. Стратоновичем теория ценности информации. Прослеживается также глубокая аналогия математического аппарата теории информации и статистической термодинамики.

Настоящая статья является обзором работ, посвященных дальнейшему развитию теории информации, в частности приложений к теории открытых систем [7–9].

Открытые системы могут обмениваться с окружающими телами энергией, веществом и, что также весьма существенно, информацией. Здесь будут рассматриваться лишь макроскопические открытые системы. Они могут состоять из многих элементов различной природы.

В открытых системах возможно спонтанное возникновение различных структур. В их образовании диссипация играет конструктивную роль. Чтобы подчеркнуть это обстоятельство, И. Пригожин ввел очень точный и емкий термин "диссипативные структуры" [10–12]. Можно выделить три класса: временные, пространственные и пространственно-временные диссипативные структуры. Примером последних могут служить автоволны [13].

Сложность макроскопических открытых систем дает широкие возможности для проявления кооперативных явлений. С целью подчеркнуть роль коллективных взаимодействий в образовании диссипативных структур, которые образуются в результате неравновесных фазовых переходов, формирующих процессы самоорганизации, Г. Хакен ввел термин "синергетика", что означает совместное, кооперативное действие [14–17].

Макроскопические системы во многих случаях можно рассматривать как непрерывные среды. Переход к сплошной среде радикально меняет представление о системе как о состоящей из отдельных микроскопических или макроскопических, но "малых" элементов. Чтобы избежать многих возникающих принципиальных трудностей, необходима конкретизация определения физически бесконечно малых масштабов, определяющих, в частности, размер точки "сплошной" среды [7, 8].

Для определения информации открытых систем необходимо преобразование общей формулы Шеннона с целью выявления зависимости информации от управляющих параметров. При этом для положительности информации требуется дополнительное условие одинаковости средней (в общем случае эффективной) энергии при определении разности энтропий, определяющих информацию. Выделяется класс систем, для которых (как, например, для газа Больцмана) постоянство средней энергии в процессе эволюции является свойством системы. Для таких систем выражение для информации совпадает с функционалом Ляпунова, который также определяется разностью безусловной (например, для равновесного состояния) и условной (например, для неравновесных состояний в процессе временно́й эволюции) энтропий. Для такого рода систем имеет место закон сохранения информации и энтропии.

Для систем другого класса средняя энергия меняется в процессах временно́й эволюции или эволюции стационарных состояний в пространстве управляющих параметров. В этих случаях имеются две возможности определения информации. Первая (которая широко используется в настоящее время как для физических, так и биологических систем) основана на использовании критерия относительной степени упорядоченности (S-теорема), вторая использует для систем броуновского типа, когда рассматриваемая система находится во флуктуирующей среде с заданной интенсивностью шума. Для броуновских систем информацию можно определить и как функционал Ляпунова, который, однако, определяется не разностью энтропий, а разностью свободных энергий [7–9].

Общие определения информации открытых систем конкретизируются для классических и квантовых систем, а также для медико-биологических исследований, основанных на статистическом анализе кардиограмм.

Работа представляет собой первый обзор результатов теории информации открытых систем. В настоящее время появляются обзоры на эту тему (см., например, [27]). Однако они не отражают в достаточной мере специфику понятия информации открытых систем. Цель работы и состоит в том, чтобы заполнить существующий пробел.

2. Энтропия и информация

2.1. S-информация

Итак, существуют два статистических определения понятия "информация". Первое служит обобщением данного Больцманом определения энтропии на случай произвольных систем, когда не может быть использовано представление о механическом движении элементов открытой системы.

Пусть $f(X)$ — некоторая безразмерная функция распределения значений безразмерной случайной величины X. В качестве последней может выступать и набор величин, составляющих некоторый вектор. Информация и энтропия определяются тогда формулами

$$I[X] = S[X] = -\int f(X)\ln f(X)\,\mathrm{d}X\,, \quad \int f(X)\,\mathrm{d}X = 1. \quad (2.1)$$

Соответствующее определение для случая дискретной переменной имеет вид

$$I[n] = S[n] = -\sum_n f_n \ln f_n\,, \quad \sum_n f_n = 1\,. \quad (2.2)$$

Иногда (см., например, [1, 18]) приводятся аргументы в пользу существования закона сохранения суммы энтропии и информации. Это утверждение в наших обозначениях выражается равенством

$$I[X] + S[X] = \mathrm{const}\,. \quad (2.3)$$

Оно не следует, однако, из приведенных определений S-информации. Мы увидим, что при некоторых условиях закон сохранения суммы информации и энтропии действительно существует. Однако соответствующее равенство может быть получено лишь на основе более общего определения информации Шеннона.

2.2. Информация Шеннона

Более естественно в качестве определения информации использовать разностную характеристику — разность безусловной энтропии (энтропии Больцмана) и условной энтропии [2–9]:

$$I[X, Y] = S[X] - S[X|Y]\,. \quad (2.4)$$

Здесь $S[X]$ — обычная (безусловная) энтропия Больцмана – Шеннона,

$$S[X] = -\int f(X)\ln f(X)\,\mathrm{d}X\,, \quad (2.5)$$

а $S[X|Y]$ — условная энтропия. Она определяется через соответствующую условную функцию распределения $f[X|Y]$ $(f(X, Y) = f[X|Y]f(Y))$ следующим образом:

$$S[X|Y] = -\int f(X, Y)\ln f(X|Y)\,\mathrm{d}X\,\mathrm{d}Y\,. \quad (2.6)$$

Выражение (2.4) можно переписать в явно симметричном виде:

$$I[X, Y] = I[Y, X] = \int \ln\frac{f(X, Y)}{f(X)f(Y)}\,f(X, Y)\,\mathrm{d}X\,\mathrm{d}Y \geqslant 0\,. \quad (2.7)$$

Знак равенства относится к случаю, когда величины X, Y статистически независимы. По этой причине функцию $I[X, Y]$ можно назвать "корреляционной информацией". Она характеризует информацию о состоянии с двойным набором переменных X, Y, которая определяется их статистической корреляцией.

2.3. Информация открытых систем

Конкретизируем общее выражение Шеннона для корреляционной информации с целью выявления зависимости от управляющих параметров. Простейший способ решения этой задачи состоит в следующем [9].

Нарушим симметрию формулы Шеннона, а именно предположим, что функция распределения $f(Y)$ набора переменных Y полностью характеризуется соответствующим набором первых моментов:

$$f(Y) = \delta(Y - a)\,, \quad \langle Y \rangle = a\,. \quad (2.8)$$

Примем набор параметров или хотя бы один из них в качестве управляющих параметров. Подставим последнее выражение в формулу Шеннона и выполним интегрирование по Y. В результате получим выражение для информации о совокупности X при заданном значении управляющих параметров a

$$I[X|a] = S[X] - S[X|a] \equiv S[X] + \int f(X|a)\ln f(X|a)\,\mathrm{d}X\,. \quad (2.9)$$

Заметим, что такое определение информации не может быть использовано во всех случаях. Действительно, по определению информация — всегда положительная величина. Последнее же выражение может быть в общем случае и отрицательным. Чтобы обеспечить его положительность, т.е. обеспечить выполнение неравенства $I[X|a] \geqslant 0$, необходимо ввести дополнительное условие. Суть этого дополнительного условия проще всего выяснить на конкретном примере открытой системы. Выберем в качестве него разреженный газ бесструктурных частиц — газ Больцмана.

3. Н-теорема Больцмана

3.1. Функционал Ляпунова Λ_S

Название "Н-теорема" (где Н происходит от английского слова *heat*) было введено английским физиком Бербери в 1894 г. и позднее было принято Больцманом.

Во многих руководствах по статистической физике утверждается, что Н-теорема Больцмана справедлива лишь для замкнутой системы. Это определение нуждается в некоторой корректировке, существенной при формулировке критерия самоорганизации — S-теоремы.

Н-теорема Больцмана утверждает, что энтропия замкнутой системы возрастает в процессе временнóй эволюции к равновесному состоянию и остается постоянной при достижении равновесия:

$$\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}t} \geqslant 0\,. \quad (3.1)$$

Существенно, что в процессе эволюции к равновесному состоянию остается неизменной не сама энергия системы, как это следует из механики, а лишь ее среднее значение:

$$\langle E\rangle \equiv \left\langle \frac{p^2}{2m}\right\rangle = \mathrm{const}\,. \tag{3.2}$$

При таком условии возможны флуктуации, следовательно, описание эволюции системы по уравнению Больцмана (при условии внешней замкнутости) не является полным. Это естественно, поскольку в основу уравнения Больцмана положена модель сплошной среды, чем и определяется степень его приближенности, поскольку тогда теряется информация о движении частиц в пределах точек сплошной среды.

Оценим число используемых и теряемых степеней свободы при переходе от системы частиц к приближению сплошной среды. Для газа Больцмана из N бесструктурных атомов полное число степеней свободы равно $6N$. Обозначим через N_{ph} среднее число частиц в физически бесконечно малом объеме — "точке" сплошной среды. Число используемых степеней свободы при описании по уравнению Больцмана можно оценить как N/N_{ph}. Тогда число "невостребованных" степеней свободы (число степеней свободы "термостата", или буфера) определяется числом $6N(N_{\mathrm{ph}}-1)/N_{\mathrm{ph}}$ и, следовательно, составляет львиную долю полного числа степеней свободы газа Больцмана. Это и характеризует внутреннюю незамкнутость при использовании уравнения Больцмана.

С учетом условия $\langle E\rangle = \mathrm{const}$ H-теорему Больцмана можно переформулировать на языке функционала Ляпунова, который определяется разностью энтропий равновесного и неравновесного состояний газа [7–9]:

$$\Lambda_S = S_0 - S(t) = k_{\mathrm{B}} \int \left(\ln \frac{f(r,p,t)}{f_0(r,p)} \right) f(r,p,t)\, \frac{\mathrm{d}r\,\mathrm{d}p}{(2\pi\hbar)^3} \geqslant 0\,, \tag{3.3}$$

$$\frac{\mathrm{d}\Lambda_S}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\big(S_0 - S(t)\big) \leqslant 0\,. \tag{3.4}$$

При установлении первого неравенства использовано условие $\langle E\rangle = \mathrm{const}$, а второго — H-теорема в виде (3.1).

3.2. Информация и функционал Ляпунова Λ_S. Закон сохранения суммы информации и энтропии

Вернемся к выражению (2.9). Пусть управляющий параметр a может принимать лишь положительные значения и безусловная энтропия $S[X]$ отвечает его нулевому значению $S[X]$:

$$a \geqslant 0\,, \quad S[X] = S[X|a=0]\,. \tag{3.5}$$

При этих условиях информация равновесного состояния есть

$$I[X|a=0] = 0 \tag{3.6}$$

и безусловная энтропия $S[X]$ совпадает с энтропией равновесного состояния.

Используем общее определение (2.9) информации газа Больцмана. В этом случае роль управляющего параметра можно возложить на текущее время t. Тогда значения управляющего параметра заключены в пределах $0 \leqslant t \leqslant \infty$. Значение $t=\infty$ соответствует равновесному состоянию. Тогда информация газа Больцмана определяется выражением

$$I[r,p,t] = \Lambda_S = S_0 - S(t) = \\ = k_{\mathrm{B}} \int \left(\ln \frac{f(r,p,t)}{f_0(r,p)} \right) f(r,p,t)\, \frac{\mathrm{d}r\,\mathrm{d}p}{(2\pi\hbar)^3} \geqslant 0\,. \tag{3.7}$$

Согласно изложенному условие положительности информации обеспечивается условием постоянства средней энергии $\langle E\rangle = \mathrm{const}$. Оно есть следствие структуры интеграла столкновений Больцмана и, следовательно, является естественным (не дополнительным) условием.

Мы видим, что в процессе временнóй эволюции газа Больцмана к равновесному состоянию сумма информации и энтропии остается постоянной:

$$I[r,p|t] + S(t) = S_0 = \mathrm{const}\,. \tag{3.8}$$

При этом константа определяется энтропией равновесного состояния. Информация равновесного состояния:

$$I[r,p|t=\infty] = \Lambda_S(t=\infty) = 0\,. \tag{3.9}$$

Итак, для газа Больцмана положительность информации есть естественное свойство системы. Для выполнения неравенства $I[X|a] \geqslant 0$ потребуется, как мы увидим, выполнение некоторого дополнительного условия.

4. S-теорема и закон сохранения суммы информации и энтропии

Известно, что среди всех термодинамических функций только энтропия S обладает набором свойств, благодаря которым она может быть использована в качестве меры неопределенности (хаотичности) при статистическом описании процессов в макроскопических системах [7, 8, 19]. Для формулировки критерия "S-теорема" необходимо перенормировать энтропию более хаотического состояния так, чтобы сопоставление состояний открытой системы в процессах эволюции производилось при одинаковых значениях средней эффективной энергии.

Рассмотрим в качестве относительно простого примера процесс эволюции стационарных состояний генератора Ван дер Поля при изменении параметра обратной связи a. Сравнение относительной степени упорядоченности будем производить по критерию "S-теорема", который впервые был сформулирован на конкретных примерах в работах [20, 21].

Выделим два состояния, отвечающих следующим значениям параметра обратной связи: $a=0$ (равновесное состояние колебательного контура), $a=a_1$ (некоторое стационарное, но неравновесное состояние генерации).

Обозначим через X выделенную характеристику стационарного состояния. Для генератора роль X будет играть энергия колебаний E. Используем соответствующие обозначения для функций распределения f_0, f_1 и соответствующих энтропий S_0, S_1. Ренормализация к заданному значению средней энергии сводится для данной системы к замене температуры равновесного состояния T ее эффективным значением $\widetilde{T}$. Она определяется путем решения уравнения

$$k_{\mathrm{B}}\widetilde{T} = \int E\tilde{f}_0(E, a=0)\,\mathrm{d}E = \int E f_1(E, a=a_1)\,\mathrm{d}E\,, \tag{4.1}$$

которое и служит дополнительным условием, обеспечивающим положительность информации. Решение этого уравнения удовлетворяет неравенству

$$\widetilde{T}(a) \geqslant T\,. \tag{4.2}$$

Знак равенства относится к случаю $a = a_0 = 0$.

Отсюда следует, что для выравнивания значений средней энергии состояние $a = 0$ надо "подогреть".

Обозначим через $\widetilde{S}_0$ соответствующее перенормированное значение энтропии. Поскольку теперь оба состояния имеют одинаковые значения средней энергии, разность энтропий $\widetilde{S}_0$, S_1 может теперь служить мерой относительной степени упорядоченности выделенных состояний. С учетом условия

$$\langle E \rangle = \mathrm{const} \tag{4.3}$$

выражение для разности энтропий можно записать в виде

$$\widetilde{S}_0 - S_1 = \int \left(\ln \frac{f_1(E)}{\tilde{f}_0(E)} \right) f_1(E)\,\mathrm{d}E \geqslant 0\,. \tag{4.4}$$

Итак, расчет относительной степени упорядоченности выделенных состояний выражается двумя формулами. Формула (4.2) подтверждает правильность выбора равновесного состояния $a = 0$ в качестве более хаотического. Формула же (4.4) дает количественную меру их относительной степени упорядоченности.

Используя общую формулу (2.9), мы можем определить информацию $\widetilde{I}(E)$ стационарных состояний генератора при всех значениях параметра порядка выражением

$$\widetilde{I}(E) = \widetilde{S}_0 - S_1 = \int \left(\ln \frac{f_1(E)}{\tilde{f}_0(E)} \right) f_1(E)\,\mathrm{d}E \geqslant 0\,. \tag{4.5}$$

Отсюда следует, что при нулевом значении параметра обратной связи состояние совпадает с равновесным и информация равна нулю.

По той же схеме на основе S-теоремы можно определить информацию последовательности стационарных состояний при переходе от ламинарного течения к турбулентному. Управляющим параметром служит число Рейнольдса. Расчет показывает, что по мере увеличения числа Рейнольдса информация возрастает. Это служит еще одним подтверждением, что стационарное турбулентное движение является более упорядоченным по сравнению с соответствующим ламинарным течением [8, 21].

5. Генератор Ван дер Поля. S-информация и информация Шеннона

Итак, на примере генератора Ван дер Поля было показано, как меняется информация Шеннона в процессе эволюции стационарных состояний при достаточно медленном изменении параметра обратной связи a_f. При этом оценка относительной степени упорядоченности состояний проводилась по критерию "S-теорема" [7, 8].

Продемонстрируем на примере генератора Ван дер Поля принципиальное различие двух приведенных в начале статьи определений информации: S-информации и информации Шеннона.

Забегая вперед, обратимся к приведенному ниже (см. раздел 11) уравнению Фоккера – Планка для функции распределения значений энергии колебаний. Его стационарное решение справедливо при всех значениях параметра обратной связи. Выделим снова два характерных стационарных состояния.

1. $a_f = 0$. В этом случае распределение совпадает с равновесным распределением Больцмана.

2. $a_f \gg \gamma$. В этом случае имеем распределение Гаусса

$$f_1 = \sqrt{\frac{1}{2\pi\langle\delta E\rangle^2}} \exp\left\{ \frac{(E - a/b)^2}{2\langle\delta E\rangle^2} \right\}, \quad \langle\delta E\rangle^2 = \frac{D}{b}\,. \tag{5.1}$$

Для выделенных состояний получим выражения для значений S-информации — энтропии. Из них следует, что энтропия и S-информация возрастают по мере перехода от равновесного состояния к режиму развитой генерации:

$$S_0 \leqslant S_1\,, \quad I_0 \leqslant I_1\,. \tag{5.2}$$

Первое неравенство можно интерпретировать как уменьшение степени упорядоченности по мере развития генерации. Однако интуитивно ясно, что степень упорядоченности должна, напротив, возрастать при переходе к режиму генерации.

В то же время второе неравенство показывает, что S-информация в процессе развития генерации возрастает. Эти результаты противоречат закону сохранения энтропии и информации. Таким образом, расчеты энтропии и S-информации не могут служить для определения относительной степени упорядоченности и информативности выделенных состояний. В чем же причина противоречия?

Суть в том, что по мере развития генерации средняя энергия колебаний возрастает:

$$\langle E \rangle_0 < \langle E \rangle_1\,. \tag{5.3}$$

В то же время по критерию "S-теорема" сравнение энтропий должно производится при одинаковых значениях средней энергии. Для этого, как мы знаем, необходимо произвести соответствующую перенормировку.

Из изложенного следует, что физически более оправданные результаты о характере изменения информации открытых систем при изменении управляющих параметров могут быть получены лишь на основе определения информации по Шеннону. Это естественно, так как только при таком определении информация представляется как разностная характеристика. Расчеты на основе S-информации, как мы убедились на конкретном примере, не приводят при анализе относительной степени упорядоченности состояний открытых систем к физически оправданным результатам.

6. Оценка информации и относительной степени упорядоченности по экспериментальным данным

Для практического использования S-теоремы необходимо знать эффективную функцию Гамильтона. Ее определение не представляет принципиальных трудностей, если известна математическая модель процесса. Во многих случаях, однако, даже для физических систем не удается найти адекватную математическую модель рассматриваемой открытой системы. Эта задача является еще более сложной при исследовании биологических, социальных и экономических объектов. В связи с этим надо иметь возможность определения относительной степени упорядоченности открытых систем непосредственно по экспериментальным данным. Необходимая для этого последовательность действий такова.

1. Проводим для рассматриваемой системы выбор управляющих параметров. Выбираем два состояния системы при значениях управляющих параметров: a_0 и $a_0 + \Delta a$.

2. Для выбранных параметров системы экспериментально получаем достаточно длинные временные реализации

$$X_0(t, a_0)\,, \quad X(t, a_0 + \Delta a)\,. \tag{6.1}$$

Вводим эти данные в компьютер и по ним строим соответствующие функции распределения

$$f_0(X, a_0)\,, \quad f(X, a_0 + \Delta a)\,. \tag{6.2}$$

Оба распределения нормированы на единицу.

3. Принимаем одно из состояний (например, a_0) за состояние физического хаоса и определяем эффективную функцию Гамильтона:

$$H_{\text{eff}} = -\ln f_0(X, a_0)\,. \tag{6.3}$$

Тем самым она определяется непосредственно по экспериментальным данным. Название "эффективная функция Гамильтона" оправдано тем, что перенормированная к заданному среднему значению $\langle H_{\text{eff}} \rangle$ функция распределения имеет форму канонического распределения Гиббса

$$\tilde{f}_0(X) = \exp\left\{\frac{F_{\text{eff}}(T) - H_{\text{eff}}(X)}{kT}\right\}. \tag{6.4}$$

Здесь T — эффективная температура. Для состояния физичекого хаоса $T = 1$.

Эффективная свободная энергия как функция T определяется из условия нормировки функции f_0. Зависимость эффективной температуры от изменения управляющего параметра Δa находим, как и выше, из условия постоянства средней эффективной энергии

$$\int H_{\text{eff}} \tilde{f}_0(X, a_0)\,\mathrm{d}X = \int H_{\text{eff}} f(X, a_0 + \Delta a)\,\mathrm{d}X\,. \tag{6.5}$$

Если решение этого уравнения имеет вид (4.2) (здесь $T \geqslant 1$), то выбор состояния физического хаоса оправдан. Расчет относительной степени упорядоченности снова проводится по формуле (4.4).

За начало отсчета информации примем состояние физического хаоса — состояние $a = a_0$. Тогда "избыточная информация", возникающая при переходе к более упорядоченному состоянию $a = a_0 + \Delta a$ (при том же значении средней эффективной энергии), определяется выражением

$$\widetilde{I}(X) = \widetilde{S}_0 - S = \int \left(\ln \frac{f(X, a_0 + \Delta a)}{\tilde{f}_0(X, a_0)}\right) f(X, a_0 + \Delta a)\,\mathrm{d}X \geqslant 0\,. \tag{6.6}$$

Знак равенства относится к случаю $\Delta a = 0$.

7. Информация медико-биологических и сложных физических объектов

Из изложенного выше следует, что при расчетах как энтропии, так и информации можно выделить два класса явлений в открытых системах. К первому относятся системы и явления, которые существуют и в состоянии теплового равновесия. В этих случаях отсчет информации, как мы видели, можно производить от наиболее хаотического (равновесного) состояния. Например, в генераторе Ван дер Поля по мере увеличения значения параметра обратной связи происходит переход от состояния тепловых колебаний в электрическом контуре к режиму развитой генерации. Если сравнение состояний производится при одинаковых значениях средней энергии колебаний, то в процессе развития генерации (в процессе удаления от равновесного состояния) энтропия уменьшается, а информация возрастает. Это и дает основание рассматривать процесс развития генерации как процесс самоорганизации. Мы имеем, таким образом, основание определять процесс самоорганизации в таких системах как переход от более хаотического к менее хаотическому состоянию или как переход от состояния с нулевой информацией (равновесное состояние) в неравновесное состояние — в состояние с отличной от нуля информацией. Следуя терминологии И.Пригожина, можно сказать, что в процессе генерации рождается временна́я диссипативная структура.

Подобное же увеличение информации происходит и при переходе от ламинарного течения в трубе к турбулентному по мере увеличения перепада давления (по мере увеличения числа Рейнольдса). Здесь также за начало отсчета равновесного состояния можно принять равновесное состояние жидкости при нулевом перепаде давления — при нулевом значении управляющего параметра. В этом случае гидродинамическое движение отсутствует и имеет место лишь хаотическое движение молекул жидкости. Оно и является наиболее хаотическим, т.е. наименее информативным.

Понимание "самоорганизации" как перехода от хаотического к более упорядоченному состоянию является основой теории образования диссипативных структур. Первое систематическое изложение теории самоорганизации дано в известных работах И. Пригожина и Г. Николиса [10–12]. Отправным пунктом служат при этом идеи и результаты И.Пригожина по термодинамике необратимых неравновесных процессов.

Ставшее уже традиционным определение самоорганизации не является, однако, общим. Действительно, существует широкий класс систем (это прежде всего биологические системы), для которых состояния как полного хаоса (тепловое равновесие), так и полного порядка не могут быть реализованы. В состоянии полного хаоса функционирование таких систем просто невозможно.

Для таких систем более адэкватным является понятие "норма хаотичности". Его можно сопоставить понятию "здоровье". Тогда *процессом самоорганизации* можно назвать процесс самовыздоровления.

Обратимся к исследованиям откликов на стрессы мужчин и женщин [22–24]. Состояние после стресса мы условились называть *болезнью*. Для женщин *переход к норме хаотичности* (*самовыздоровление*), которое мы и условились называть процессом самоорганизации, есть переход от более хаотического состояния к менее хаотическому состоянию. Напротив, для мужчин состояние после стресса — болезнь — отвечает более упорядоченному состоянию.

Процесс самоорганизации можно определить как самовыздоровление. Для женщин процессу самоорганизации отвечает переход от хаотического состояния к более упорядоченному, что отвечает росту информации. Для мужчин же процесс выздоровления, а следовательно, и самоорганизация, идет при увеличении степени хаотичности, т.е. сопровождается уменьшением информации.

Обозначим через $\widetilde{I}_W$ и $\widetilde{I}_M$ отнормированные к некоторому значению средней эффективной энергии значения информации, полученные для женщин и мужчин на основе анализа соответствующих кардиограмм. Из описанных экспериментов следует, для женщин более хаотическими являются состояния п о с л е стресса (after), а для мужчин более хаотическим является состояние д о стресса (before). В соответствие с этим $\widetilde{S}^{(W)}_{\text{after}}$ — перенормированная энтропия для женщин после стресса, а $\widetilde{S}^{(M)}_{\text{before}}$ — перенормированная энтропия для мужчин до стресса (в состоянии с нормой хаотичности). С учетом этих обозначений имеем следующие определения информации:

$$\widetilde{I}_W = \widetilde{S}^{(W)}_{\text{after}} - S^{(W)}_{\text{before}} \geqslant 0\,, \quad \widetilde{I}_M = \widetilde{S}^{(M)}_{\text{before}} - S^{(M)}_{\text{after}} \geqslant 0\,. \tag{7.1}$$

Эти формулы позволяют провести количественную оценку по кардиограммам увеличения после стресса информации для женщин и соответствующее увеличение информации для мужчин в процессе выздоровления.

Подведем итоги. В сложных ситуациях (например, при переходе от одного турбулентного движения к другому или в биологических системах) различить процессы деградации и самоорганизации можно лишь на основе критерия относительной степени упорядоченности состояний открытых систем. При этом представление о самоорганизации как об образовании структур или как о процессе перехода от менее упорядоченного к более упорядоченному состоянию становится недостаточным. Здесь более фундаментальным является понятие нормы хаотичности, которое для биологических систем может устанавливаться по эмпирическим данным на основе критерия "S-теорема". Соответствующим образом меняется и понятие информации, поскольку она определяется разностью безусловной и условной энтропий, на основе которых и определяется относительная степень упорядоченности состояний открытых систем.

Рассмотрим теперь примеры определения информации квантовых систем.

8. Информация квантовых систем

8.1. Осцилляторная форма принципа неопределенности Гейзенберга

Известно, что принцип неопределенности Гейзенберга может быть установлен на основе следующего очевидного неравества [25, 26]:

$$\int \left| \frac{x}{L}\psi + L\frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}x} \right|^2 \frac{\mathrm{d}x}{L} \geqslant 0\,, \quad \int |\psi|^2 \frac{\mathrm{d}x}{L} = 1\,. \tag{8.1}$$

Здесь L — некоторый параметр длины.

Пусть $f(x,p,t)$ есть квантовая функция распределения — функция Вигнера. Тогда приведенное неравенство можно записать в иной, но эквивалентной форме:

$$\int \left(\frac{x^2}{L^2} + \frac{L^2p^2}{\hbar^2} \right) f(x,p,t)\, \frac{\mathrm{d}x\,\mathrm{d}p}{2\pi\hbar} \geqslant 1\,. \tag{8.2}$$

Левая часть этого неравенства может быть интерпретирована как средняя энергия гармонического осциллятора с собственной частотой

$$\omega_0 = \frac{\hbar}{mL^2}\,, \quad \frac{\hbar^2}{2mL^2} = \frac{1}{2}\hbar\omega_0\,. \tag{8.3}$$

С учетом этого приходим к неравенству

$$\int \left(\frac{m\omega_0^2 x^2}{2} + \frac{p^2}{2m} \right) f(x,p,t)\, \frac{\mathrm{d}x\,\mathrm{d}p}{2\pi\hbar} \geqslant \frac{1}{2}\hbar\omega_0\,. \tag{8.4}$$

Это означает, что среднее значение энергии гармонического осциллятора в любом неравновесном состоянии не может быть меньше соответствующей нулевой энергии:

$$\frac{m\omega_0^2\langle x^2\rangle}{2} + \frac{\langle p^2\rangle}{2m} \geqslant \frac{1}{2}\hbar\omega_0\,. \tag{8.5}$$

Наконец, приведенные неравенства можно переписать с использованием выражений для дисперсии координаты и импульса в следующем виде:

$$L^4 - \frac{\hbar^2}{\langle p^2\rangle}L^2 + \hbar^2\frac{\langle x^2\rangle}{\langle p^2\rangle} \geqslant 0\,, \tag{8.6}$$

$$\omega_0^2 - \frac{\hbar}{m\langle x^2\rangle}\omega_0 + \frac{\langle p^2\rangle}{m^2\langle x^2\rangle} \geqslant 0\,. \tag{8.7}$$

Отсюда и следует соотношение неопределенности Гейзенберга

$$\langle x^2\rangle\langle p^2\rangle \geqslant \frac{\hbar^2}{4}\,. \tag{8.8}$$

В общем случае параметры L и ω_0 могут иметь произвольные значения. Лишь при знаке $=$ они определенным образом связаны с дисперсиями координаты и импульса:

$$L^2 = \frac{\hbar}{m\omega_0} = 2\langle x^2\rangle = \frac{\hbar^2}{2\langle p^2\rangle}\,, \tag{8.9}$$

или, в иной форме,

$$\frac{\langle p^2\rangle}{m} = m\omega_0^2\langle x^2\rangle = \frac{\hbar^2}{2mL^2} = \frac{1}{2}\hbar\omega_0\,. \tag{8.10}$$

8.2. Функция распределения $f(x, p)$ при знаке $=$

При знаке $=$ уравнение (8.1) имеет следующее решение:

$$|\psi(x)|^2 = \frac{1}{\sqrt{2\pi\langle x^2\rangle}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\langle x^2\rangle} \right). \tag{8.11}$$

Для уравнения (8.2) соответствующее решение имеет вид распределения Вигнера для гармонического осциллятора с собственной частотой ω_0

$$f(x,p) = \frac{\hbar}{\sqrt{\langle x^2\rangle\langle p^2\rangle}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\langle x^2\rangle} - \frac{p^2}{2\langle p^2\rangle} \right). \tag{8.12}$$

При этом дисперсии $\langle x^2\rangle$, $\langle p^2\rangle$ определяются соотношениями (8.10).

9. Относительная упорядоченность состояний при знаках $=$, $>$

Рассмотрим вопрос об относительной степени упорядоченности состояний, отвечающих знакам $=$, $>$ в соотношении Гейзенберга. Пусть по предположению квантовое состояние, соответствующее знаку $=$, является наиболее хаотическим. Это предположение будет оправдано ниже. Для состояний при знаке $=$ квантовая функция распределения $f_0(x,p)$ определяется выражением (8.12). Соответствующее выражение для энтропии имеет вид

$$S_0[x,p] = -\int f_0(x,p)\big(\ln f_0(x,p)\big)\,\frac{\mathrm{d}x\,\mathrm{d}p}{2\pi\hbar} = -\int f_0(x)\big(\ln f_0(x)\big)\,\frac{\mathrm{d}x}{L} - \int f_0(p)\big(\ln f_0(p)\big)\,\frac{L\,\mathrm{d}p}{2\pi\hbar} \equiv S_0[x] + S_0[p]\,. \qquad (9.1)$$

Среднее значение энергии совпадает при этом условии с нулевой энергией:

$$\langle E\rangle = \frac{m\omega_0^2\langle x^2\rangle}{2} + \frac{\langle p^2\rangle}{2m} = \frac{1}{2}\hbar\omega_0\,. \qquad (9.2)$$

При условии же неравенства (8.5) средняя энергия имеет большее значение.

Согласно S-теореме для определения относительной степени упорядоченности необходимо проводить сравнение значений энтропии при одинаковых значениях средней энергии. Чтобы удовлетворить этому условию, необходимо, как и в классической теории, произвести ренормализацию функции распределения

$$f_0(x,p) \to \tilde{f}_0(x,p)\,. \qquad (9.3)$$

Функция $\tilde{f}_0(x,p)$ также является распределением Гаусса с перенормированными значениями дисперсий $\langle\tilde{x}^2\rangle$, $\langle\tilde{p}^2\rangle$:

$$\tilde{f}_0(x,p) = \frac{\hbar}{\sqrt{\langle\tilde{x}^2\rangle\langle\tilde{p}^2\rangle}}\exp\left(-\frac{x^2}{2\langle\tilde{x}^2\rangle} - \frac{p^2}{2\langle\tilde{p}^2\rangle}\right) \geqslant 0\,. \qquad (9.4)$$

Чтобы выравнить средние значения энергии, мы "подогреем" исходное состояние — рассмотрим случай ненулевой температуры T:

$$\frac{\langle\tilde{p}^2\rangle}{m} = m\omega_0^2\langle\tilde{x}^2\rangle = k_{\mathrm{B}}T_{\omega_0} = \frac{1}{2}\hbar\omega_0\coth\frac{\hbar\omega_0}{2k_{\mathrm{B}}T} \geqslant \frac{1}{2}\hbar\omega_0\,. \qquad (9.5)$$

Рассмотрим теперь квантовую функцию распределения — функцию Вигнера $f(x,p,t)$. Она может характеризовать как неравновесное стационарное, так и нестационарное состояния. В соотношении Гейзенберга они отвечают знаку $>$.

Квантовые функции распределения $f(x,p,t)$ могут принимать и отрицательные значения, но соответствующие распределения по отдельности для координаты и импульса всегда положительны:

$$\int f(x,p,t)\,\frac{L\,\mathrm{d}p}{2\pi\hbar} = f(p,t) \geqslant 0, \quad \int f(x,p,t)\,\frac{\mathrm{d}x}{L} = f(x,t) \geqslant 0\,. \qquad (9.6)$$

В равновесном состоянии $f_0(x,p) = f_0(x)f_0(p)$. Соответствующее выражение для энтропии имеет вид (9.1).

Для стационарных распределений $f(x,p)$ значение температуры, необходимое для перенормировки функции распределения, находим путем решения уравнения

$$\int\left(\frac{m\omega_0^2x^2}{2} + \frac{p^2}{2m}\right)\tilde{f}_0(x,p)\,\frac{\mathrm{d}x\,\mathrm{d}p}{2\pi\hbar} = \int\left(\frac{m\omega_0^2x^2}{2} + \frac{p^2}{2m}\right)f(x,p)\,\frac{\mathrm{d}x\,\mathrm{d}p}{2\pi\hbar} \equiv \int\frac{m\omega_0^2x^2}{2}f(x)\,\frac{\mathrm{d}x}{L} + \int\frac{p^2}{2m}f(p)\,\frac{L\,\mathrm{d}p}{2\pi\hbar}\,. \qquad (9.7)$$

Решение этого уравнения таково, что имеет место неравенство

$$T \geqslant 0\,. \qquad (9.8)$$

Этот результат подтверждает правильность выбора состояния со знаком $=$ в соотношении Гейзенберга в качестве наиболее хаотического состояния.

Используя выражение (9.4) для перенормированного распределения $\tilde{f}_0(x,p)$ и условие (9.7) для средней энергии, выражения для разности энтропии по переменным x и p соответственно при знаках $=$, $>$ можно представить в виде неравенств

$$\widetilde{S}_0[x] - S[x] = \int f(x,t)\left(\ln\frac{f(x,t)}{\tilde{f}_0(x)}\right)\frac{\mathrm{d}x}{L}\,,$$

$$\widetilde{S}_0[p] - S[p] = \int f(p,t)\left(\ln\frac{f(p,t)}{\tilde{f}_0(p)}\right)\frac{L\,\mathrm{d}p}{2\pi\hbar} \geqslant 0\,. \qquad (9.9)$$

Таким образом, состояние со знаком $=$ в соотношении Гейзенберга по критерию "S-теорема" является наиболее хаотическим. Последние выражения дают количественную меру для относительной степени упорядоченности наиболее хаотических (знак $=$) и произвольных (знак $>$) квантовых состояний по переменным x и p соответственно.

Напомним, что использованная выше осцилляторная модель не связана в общем случае с реальными осцилляторами. Так, параметр L является некоторым общим параметром длины. Если L является размером системы, то при использовании связи L и ω_0 осцилляторная модель может быть использована для описания свободного движения. Соответствующее замечание имеется в книге Б.Б. Кадомцева [1].

10. Энтропия и информация квантовых открытых систем

Вернемся к формуле (2.9), определяющей информацию, и рассмотрим соответствующее выражение для квантовой системы. Пусть

$$S[X] \to S_0[x,p] = S_0[x] + S_0[p]$$

есть безусловная энтропия для состояния, отвечающего знаку $=$ в соотношении Гейзенберга. Оно представляет собой основное состояние при температуре $T = 0$. Пусть также

$$\widetilde{S}_0[x,p] = \widetilde{S}_0[x] + \widetilde{S}_0[p]$$

— ренормализованная энтропия при знаке $=$ в соотношении Гейзенберга, но при температуре $T > 0$, и, наконец,

$$S[x,t], S[p,t]$$

— энтропии (по x и p соответственно) для некоторых стационарных или неравновесных состояний. Тогда информации (по x и p соответственно) определяются формулами

$$\widetilde{I}[x,t] = \widetilde{S}_0[x] - S[x,t] \geqslant 0\,, \tag{10.1}$$

$$\widetilde{I}[p,t] = \widetilde{S}_0[p] - S[p,t] \geqslant 0\,.$$

Таким образом, по критерию "S-теорема" любое возбужденное (стационарное или неравновесное) состояние является более информативным, чем перенормированное основное состояние — состояние при знаке = в соотношении Гейзенберга. Для основного состояния квантовой системы информация Шеннона равна нулю.

Заметим в связи с этим, что информация Больцмана (S-информация) отлична от нуля и для основного состояния квантовой системы. Значение S_0 определяет соответствующую константу в законе Нернста — энтропию системы при нулевой температуре.

До сих пор информация определялась через разность безусловной и условной энтропий. Это возможно при условии, что средняя энергия для выделенных состояний имеет одно и то же значение. Для газа Больцмана это условие не яляется дополнительным, так как в процессе временно́й эволюции в замкнутой системе средняя энергия остается неизменной. В большинстве же случев для обеспечения одинаковости средних энергий рассматриваемых состояний открытых систем приходится, как мы видели, производить соответствующую перенормировку. При этом перенормируется и безусловная энтропия.

Можно, однако, избежать процедуры перенормировки, если изменить само определение информации, а именно можно определить информацию не разностью безусловной и условной энтропий, а соответствующей разностью свободных энергий. Возможность такого выбора и обсуждается в следующем разделе.

11. Информация, свободная энергия и функционал Ляпунова Λ_F для броуновского движения

Итак, для газа Больцмана оказывается возможным определение информации формулами (3.7). При этом выявляется связь информации с функционалом Ляпунова Λ_S, который определяется разностью энтропий равновесного и неравновесного состояний. В тех же случаях, когда в процессе эволюции средняя энергия не сохранялась, для определения информации приходилось производить перенормировку функций распределения и энтропии для состояния физического хаоса к заданному значению средней энергии.

Рассмотрим иную возможность определения информации систем, когда в процессе эволюции средняя энергия не сохраняется. Покажем это на примере генератора Ван дер Поля, когда роль броуновской частицы играет энергия колебаний.

Уравнение Фоккера – Планка для функции распределения значений энергии $f(E,t)$ имеет вид [7, 8]

$$\frac{\partial f}{\partial t} = D\frac{\partial}{\partial E}\left(E\frac{\partial f}{\partial E}\right) + \frac{\partial}{\partial E}\left[(-a+bE)Ef\right]. \tag{11.1}$$

Здесь D — интенсивность шума; $a = a_f - \gamma$, a_f — параметр обратной связи; γ и b — коэффициенты соответственно линейного и нелинейного трения.

Стационарное решение этого уравнения $f_0(E)$ запишем по аналогии с каноническим распределением в виде

$$f_0(E) = \exp\left(\frac{F_0 - H(E)}{D}\right), \quad H(E) = -aE + \frac{1}{2}E^2\,. \tag{11.2}$$

Здесь использовано обозначение для эффективной функции Гамильтона $H(E)$; F_0, S_0 — соответствующие свободная энергия и энтропия,

$$F_0 = \big\langle H(E)\big\rangle_0 - DS_0\,. \tag{11.3}$$

Величина D играет роль эффективной температуры.

Введем определения для неравновесной свободной энергии и энтропии через функцию распределения в текущий момент времени $f(E,t)$ $\left(\int f\,\mathrm{d}E = \int f_0\,\mathrm{d}E = 1\right)$. Тогда

$$F(t) = \big\langle H(E)\big\rangle_t - DS(t)\,. \tag{11.4}$$

Теперь мы имеем возможность ввести функционал Ляпунова для броуновского движения. Он определяется разностью свободных энергий $F(t)$, F_0 и удовлетворяет неравенствам [7, 8]

$$\Lambda_F = F(t) - F_0 = D\int_0^\infty \left(\ln\frac{f(E,t)}{F_0}\right) f(E,t)\,\mathrm{d}E \geqslant 0\,, \tag{11.5}$$

$$\frac{\mathrm{d}\Lambda_F}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\big(F(t)-F_0\big)}{\mathrm{d}t} \leqslant 0\,. \tag{11.6}$$

Тем самым получен результат, подобный H-теореме Больцмана в виде (3.3), (3.4), представленный с использованием функционала Ляпунова $\Lambda_S = S_0 - S(t)$.

При временно́й эволюции по уравнению Фоккера – Планка (при заданной интенсивности шума — эффективной температуре) средняя энергия не сохраняется. По этой причине роль Λ_S теперь выполняет функционал Ляпунова Λ_F, определяемый разностью свободных энергий.

Результат Больцмана является более ценным для характеристики относительной степени упорядоченности, так как из всех термодинамических потенциалов только энтропия обладает полным набором свойств, необходимых для меры неопределенности при статистическом описании. По этой причине и определение информации разностью безусловной и условной энтропий (при условии постоянства средней энергии) является наиболее естественным в физике открытых систем.

По аналогии с информацией Шеннона можно ввести меру информации через функционал Ляпунова Λ_F:

$$I_F[E|t] = \Lambda_F = F[E|t] - F_0[E] = D\int_0^\infty \left(\ln\frac{f(E,t)}{F_0}\right) f(E,t)\,\mathrm{d}E \geqslant 0\,. \tag{11.7}$$

Величина $I_F[E|t]$ служит мерой информации о степени удаленности неравновесного состояния в текущий момент от стационарного состояния при заданном значении параметра обратной связи. Так определенная информация уменьшается по мере приближения к стационарному состоянию и остается постоянной при его достижении.

Из последнего выражения следует своеобразный закон сохранения: разность свободной энергии неравновесного состояния $F[E|t]$ и информации $I_F[E|t]$ в процессе временнóй эволюции при заданном значении параметра обратной связи остается неизменной, т.е.

$$F[E|t] - I_F[E|t] = F_0[E]\,. \tag{11.8}$$

Константа при любом заданном значении параметра обратной связи определяется величиной свободной энергии. Она минимальна при нулевом значении параметра обратной связи, т.е. в равновесном состоянии. Этот результат аналогичен полученному ранее закону сохранения (3.8).

12. Заключение

Из перечисленных во введении вопросов теории информации, рассматриваемых в книге Б.Б. Кадомцева [1], нами дан краткий обзор лишь тех работ, в которых формула Шеннона трансформируется с целью определения информации классических и квантовых открытых систем в зависимости от значений управляющих параметров. Другие же фундаментальные вопросы и понятия ("информационная связь", "информационно открытые системы", "информационное общение", "информационный смысл волновой функции"), которые обсуждаются в книге Б.Б. Кадомцева, требуют специального рассмотрения и анализа.

Один из основных вопросов обзора состоит в выявлении различия роли S-информации (которая фактически служит лишь мерой неопределенности при статистическом описании) и формулы Шеннона (которая при соответствующей конкретизации может служить мерой информации открытых систем как в процессах временнóй эволюции, так и при эволюции стационарных состояний в пространстве управляющих параметров). Эффективность конкретизации формулы Шеннона продемонстрирована здесь на ряде классических и квантовых систем, а также на примере медико-биологической системы, основой анализа которой служит специальная статистическая обработка кардиограмм на основе критерия "S-теорема" [22–24].

Отметим, наконец, что монография Б.Б. Кадомцева [1] очень быстро разошлась и редакция журнала "Успехи физических наук" осуществила в марте 1999 г. второе издание этой замечательной книги (см. с. 480 этого номера *УФН*).

Список литературы

1. Кадомцев Б Б *Динамика и информация* (М.: Ред. журн. УФН, 1997); 2-е изд. (М.: Ред. журн. УФН, 1999)
2. Shannon C *Bell Syst. Tech. J.* **27** 379 (1948)
3. Шеннон К Э *Работы по теории информации и кибернетике* (Под ред. Р Л Добрушина, О Б Лупанова) (М.: ИЛ, 1963)
4. Хинчин А Я *УМН* **11** (1) 17 (1956)
5. Гельфанд И М, Колмогоров А Н, Яглом А М *ДАН СССР* **111** 745 (1956)
6. Стратонович Р Л *Теория информации* (М.: Сов. радио, 1975)
7. Климонтович Ю Л *Статистическая физика* (М.: Наука, 1982)
8. Климонтович Ю Л *Статистическая теория открытых систем* Т. 1 (М.: ТОО "Янус", 1995)
9. Klimontovich Yu L *Phys. Scripta* **58** 54 (1998)
10. Nicolis G, Prigogine I *Self-Organization in Nonequilibrium Systems* (New York: Wiley, 1977)
11. Prigogine I *From Being to Becoming* (San Francisco: W.H. Freeman, 1980)
12. Prigogine I, Stengers I *Order out of Chaos* (Toronto: Bantam Books, 1984)
13. Васильев В А, Романовский Ю М, Яхно В Г *Автоволновые процессы* (М.: Наука, 1987)
14. Haken H *Synergetics* 2d enl. ad. (Berlin: Springer-Verlag, 1978)
15. Haken H *Advanced Synergetics* (Springer Series in Synergetics, Vol. 20) (Berlin: Springer-Verlag, 1983)
16. Haken H *Information and Self-Organization* (Springer Series in Synergetics, Vol. 40) (Berlin: Springer-Verlag, 1988)
17. Haken H *Principles of Brain Functioning* (Springer Series in Synergetics, Vol. 67) (Berlin: Springer, 1996)
18. Волькенштейн М В *Энтропия и информация* (М.: Наука, 1986)
19. Стратонович Р Л *Нелинейная неравновесная термодинамика* (М.: Наука, 1985)
20. Климонтович Ю Л *Письма в ЖТФ* **9** 1089 (1983)
21. Климонтович Ю Л *Письма в ЖТФ* **10** 80 (1984)
22. Анищенко В С, Сапарин П И, Анищенко Т Г *ЖТФ* **64** (11) 1 (1994)
23. Анищенко В С и др. *Изв. вузов. Сер. Прикладная нелинейная динамика* **2** (3–4) 55 (1994)
24. Климонтович Ю Л *УФН* **166** 1231 (1996)
25. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Квантовая механика* (М.: Наука, 1974)
26. Соколов А А,Тернов И М, Жуковский В Ч *Квантовая механика* (М.: Наука, 1979)
27. Ebeling W, Freund J, Schweitzer F *Komplexe Strukturen: Entropic und Information* (Stuttgart, Leipzig: B.G. Teubner, 1998)

Entropy and information of open systems

Yu. L. Klimontovich
M.V. Lomonosov Moscow State University, Physics Department
119899 Moscow, Vorob'evy Gory, Russian Federation
E-mail: ylklim@hklim.phys.msu.su

Of the two definitions of information given by Shannon, one is identical to that of Boltzmann's entropy and gives in fact a measure of statistical uncertainty. The other involves the difference of unconditional and conditional entropies and, if properly specified, allows to introduce a measure of information for an open system depending on the values of the system' control parameters. Two classes of systems are identified. For those in the first class, an equilibrium state is possible and the law of conversation of information and entropy holds. When in equilibrium, such systems have zero information and maximum entropy. In self-organization processes, information increases away from the equilibrium state. For the systems of the other class, no equilibrium is possible. For these, the so-called 'chaoticity norm' is introduced and also two kinds of self- organization processes are considered and the concept of information is appropriately defined. Common information definitions are applied to classical and quantum physical systems as well as to medical and biological systems.

PACS numbers: 03.65.Bz, **03.67.–a**, **05.65. + c**, **89.70. + c**
Bibliography — 27 references

Received 19 March 1998, revised 25 October 1998