

ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

Спин-флуктуационный механизм высокотемпературной сверхпроводимости и симметрия параметра порядка

Ю.А. Изюмов

В обзоре излагается концепция электронного спаривания в высокотемпературных сверхпроводниках меднооксидной группы через антиферромагнитные спиновые флуктуации и анализируется вопрос о симметрии сверхпроводящего параметра порядка. Рассматриваются три различных подхода к проблеме — феноменологический, использующий определенную из эксперимента динамическую магнитную восприимчивость, и два микроскопических подхода на основе модели Хаббарда и tJ -модели. Показывается, что во всех трех подходах уравнения теории сверхпроводимости с сильной связью приводят к d -симметрии параметра порядка с нулями на поверхности Ферми. Далее детально рассматриваются экспериментальные методики, в которых может проявиться d -симметрия параметра порядка. Среди них — низкотемпературные измерения термодинамических характеристик сверхпроводника, глубина проникновения, верхнее критическое поле, эксперименты с джозефсоновскими контактами, позволяющие измерять фазу сверхпроводящего параметра порядка, и различные спектроскопические методы. Совокупность экспериментальных данных свидетельствует в пользу $d_{x^2-y^2}$ -симметрии параметра порядка в купратах. Для сверхпроводников с d -симметрией параметра порядка излагается теория Гинзбурга–Ландау и исследуются особенности изолированного вихря и вихревой решетки. Рассматриваются также теоретические аспекты влияния немагнитных примесей на сверхпроводники d -типа.

PACS numbers: 71.27.+a, 74.90.+n, 74.25.Jb

Содержание

1. Введение (225).
2. Сверхпроводимость в почти антиферромагнитной ферми-жидкости (227).
 - 2.1. Феноменологический подход в теории спиновых флуктуаций.
 - 2.2. Сверхпроводимость в приближении сильной связи.
 - 2.3. Квазичастичный спектр и физические свойства нормальной фазы.
3. Спин-флуктуационный механизм в модели Хаббарда (231).
 - 3.1. Самосогласованная система уравнений для электронов и магнитной восприимчивости.
 - 3.2. Результаты численного расчета.
4. Спин-флуктуационный механизм в tJ -модели (233).
 - 4.1. Концепция спин-полярона.
 - 4.2. Самосогласованное борновское приближение для сверхпроводника.
5. Теория Гинзбурга–Ландау для сверхпроводника с d -симметрией параметра порядка (236).
 - 5.1. Вывод уравнений Гинзбурга–Ландау из теории слабой связи.
 - 5.2. Феноменологический подход.
 - 5.3. Структура изолированного вихря.
 - 5.4. Решетка вихрей.
 - 5.5. Дальнейшее развитие теории.
6. Экспериментальные исследования симметрии сверхпроводящего параметра порядка (241).
 - 6.1. Низкотемпературные исследования сверхпроводящей фазы.
 - 6.2. Измерения джозефсоновского туннельного тока.
 - 6.3. Измерение квантования потока в технике трехкристального устройства.
 - 6.4. Спектроскопия с угловым разрешением.
 - 6.5. Рамановская и нейтронная спектроскопия.
7. Роль примесей (247).
 - 7.1. Щель, температура сверхпроводящего перехода, плотность состояний.
 - 7.2. Термодинамика.
 - 7.3. Локализация.
8. Заключение (251).

Список литературы (253).

Ю.А. Изюмов. Институт физики металлов УрО РАН,
620219 Екатеринбург, ул. Софьи Ковалевской 18, Россия
Тел. (3432) 74-41-93
Факс (3432) 74-52-44
E-mail: izyumov@ifm.e-burg.su

Статья поступила 13 марта 1998 г.,
после доработки 10 сентября 1998 г.

1. Введение

В последние годы накоплен огромный экспериментальный материал, свидетельствующий о том, что в высокотемпературных сверхпроводниках (ВТСП) меднооксидной группы реализуется анизотропный сверхпроводящий параметр порядка (ПП). Более того, многие эксперименты позволяют сделать заключение о d -сим-

метрии ПП. Такая симметрия находит естественное объяснение в рамках концепции о спин-флуктуационном механизме электронного спаривания¹. Таким образом, оба явления — спаривание электронов за счет обмена спиновыми возбуждениями и d-симметрия куперовской пары — являются тесно связанными, и экспериментальное подтверждение одного из них свидетельствует, хотя бы и косвенно, в пользу второго.

Основу для гипотезы о спин-флуктуационном механизме спаривания дает тот факт, что стехиометрические соединения La_2CuO_4 и $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_6$, будучи родоначальниками лантановой, символически (214), или иттрий-бариевой (123) систем, являются антиферромагнитными диэлектриками. Допирование соединения (214) стронцием или (123) кислородом приводит к появлению металлического состояния и сверхпроводимости (см., например, последние обзоры [1, 2]). Близость допированных систем к антиферромагнитному переходу с волновым вектором $\mathbf{Q} = (\pi, \pi)$ обуславливает важную роль спиновых флуктуаций, взаимодействие с которыми формирует квазичастичный спектр электронов и может одновременно привести к куперовскому спариванию.

Многие теоретические исследования проблемы ВТСП-соединений, относящихся к классу сильно коррелированных систем, ведутся в рамках модели Хаббарда [3], описывающей переходы электронов по решетке с матричным элементом t для ближайших соседей и с кулоновским отталкиванием U , когда они находятся на одном узле. Модель задается гамильтонианом

$$H = -t \sum_{i,j\sigma} C_{i\sigma}^\dagger C_{j\sigma} + U \sum_i n_{i\uparrow} n_{i\downarrow}, \quad (1.1)$$

где $C_{i\sigma}$ ($C_{i\sigma}^\dagger$) — оператор уничтожения (рождения) электрона на узле i со спином σ , а $n_{i\sigma} = C_{i\sigma}^\dagger C_{i\sigma}$ — число электронов на узле. В определенной области параметров t , U и электронной концентрации n возможно появление магнитоупорядоченных фаз. Вблизи границы существования такой фазы со стороны парамагнитной области должны существовать сильные флуктуации магнитного параметра порядка — парамагноны. Характер косвенного взаимодействия электронов через парамагноны вблизи ферромагнитной неустойчивости был исследован Берком и Шриффером много лет назад [4]. Они показали, что это взаимодействие имеет характер отталкивания в синглетном канале и, следовательно, препятствует стандартной сверхпроводимости.

Другая ситуация, как выяснилось позднее, возникает вблизи антиферромагнитной неустойчивости. Это можно увидеть, используя спиновую восприимчивость в приближении хаотических фаз (RPA). Последняя определяется затравочным спектром электрона (всюду далее мы рассматриваем двумерную систему, соответствующую CuO -плоскостям в купратах)

$$\varepsilon(\mathbf{k}) = -2t(\cos k_x + \cos k_y) \quad (1.2)$$

и положением химического потенциала μ , соответствующему заданной электронной концентрации n . При половинном заполнении зоны ($n = 1$) этот спектр имеет нестинг на волновом векторе $\mathbf{q} = \mathbf{Q}$, что приводит к резкому пику в спиновой восприимчивости в окрестности этой точки. Это означает неустойчивость системы по отношению к образованию антиферромагнитного (неелевского) состояния с волновым вектором \mathbf{Q} и усиление спиновых флуктуаций вблизи точки магнитного фазового перехода. Вклад в собственную энергию Σ электронов за счет взаимодействия с флуктуациями дается графиком

$$\Sigma(k) = \overbrace{\frac{k-k'}{k'}}^{\sim U}, \quad (1.3)$$

где сплошная и штриховая линии — функции Грина электрона и спиновых флуктуаций (парамагнонов) соответственно, а затравочная вершина $\sim U$. Уравнение (1.3) для сверхпроводящей фазы представляет уравнение Элиашберга [5] в случае спин-флуктуационного механизма спаривания. Именно оно было использовано в [6, 7] для систем при антиферромагнитной неустойчивости. Вблизи половинного заполнения, когда в системе, действительно, имеется антиферромагнитная неустойчивость, численное решение уравнения Элиашберга показало, что сверхпроводящий ПП имеет $d_{x^2-y^2}$ -симметрию, т.е. щель зависит от волнового вектора по закону

$$\Delta_d(\mathbf{k}) = \Delta_0(\cos k_x - \cos k_y). \quad (1.4)$$

Это было первым выводом d-симметрии ПП при спин-флуктуационном механизме спаривания. Полученные значения для температуры сверхпроводящего перехода, однако, оказались малыми: $T_c < 10^{-3} t$. Таким образом, хотя теория [6] не объясняла высокотемпературной сверхпроводимости, она вскрыла связь спин-флуктуационного механизма спаривания с d-симметрией сверхпроводящего ПП. Современные основы спин-флуктуационного механизма ВТСП в купратах являются, в сущности, развитием этого подхода (см. также [8, 9]).

Щель (1.4) является знакопеременной функцией волнового вектора (рис. 1) и имеет нулевые значения на диагоналях квадрата (первой зоны Бриллюэна). Именно эти линии нулей в \mathbf{k} -пространстве делают энергетически выгодным $d_{x^2-y^2}$ -спаривание в случае спин-флуктуационного механизма. Действительно, эффективное взаимодействие электронов через флуктуации антиферромагнитного ПП имеет характер отталкивания, если элект-

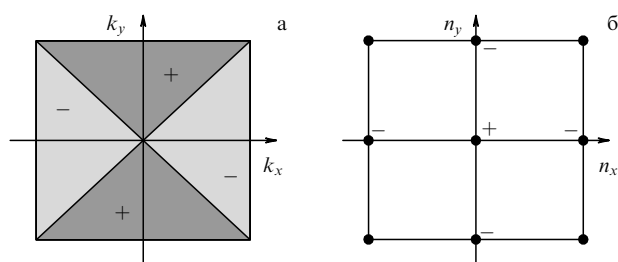


Рис. 1. Распределение знаков (а) щелевой функции в пределах первой зоны Бриллюэна и (б) эффективного межэлектронного взаимодействия в пределах элементарной ячейки для квадратной решетки в случае спин-флуктуационного механизма спаривания.

¹ Впервые идею о возможности электронного спаривания через спиновые флуктуации высказали Ахиезер и Померанчук (ЖЭТФ 36 859 (1959)). Они показали, что в ферромагнитном металле косвенное взаимодействие электронов через спиновые волны имеет характер притяжения в триплетном состоянии и, следовательно, может привести к триплетному спариванию.

роны находятся на одном узле (это уже содержится в исходном гамильтониане (1.1)), и притяжения для электронов на ближайших узлах

$$V_{\text{eff}}(\mathbf{R}) = V_0\delta(\mathbf{R}) - V_1 \sum_{\mathbf{a}} \delta(\mathbf{R} - \mathbf{a}). \quad (1.5)$$

Здесь \mathbf{R} — радиус-вектор для двух электронов на решетке, \mathbf{a} — радиус-вектор ближайших соседей. В следующем разделе мы увидим это, а также тот факт, что взаимодействие электрона, находящегося в центре, с электроном на любом узле, лежащем на диагонали квадратной решетки, также отталкивательное. Рисунок 1а показывает, что волновая функция куперовской пары равна нулю как раз на диагоналях квадрата, поэтому отталкивательное взаимодействие на этих диагоналях не действует на нее, и куперовская пара с $d_{x^2-y^2}$ -симметрией выживает даже при большой величине U .

Сверхпроводник с d-спариванием должен обладать рядом особых свойств, которые и могут быть обнаружены в экспериментах. Многие из этих особенностей происходят из-за наличия нулей в ПП. Феноменологическая теория сверхпроводников с анизотропным ПП была разработана Воловиком и Горьковым [10] задолго до открытия ВТСП. Она стимулирована обнаружением аномалий сверхпроводимости в системах с тяжелыми фермионами. В них реализуется сверхпроводимость с анизотропным ПП, имеющим нулевые значения на поверхности Ферми. Квазичастичный спектр в окрестности таких точек при низких температурах должен давать не экспоненциальный, как в обычных изотропных сверхпроводниках, а степенной вклад в термодинамические свойства, такие как теплоемкость, характеристики ядерного магнитного резонанса (ЯМР), глубина проникновения магнитного поля. Обнаружение таких степенных вкладов и должно указывать на нетривиальный ПП с нулями на поверхности Ферми.

Расположение нулей ПП определяется симметрией волновой функции куперовской пары, которая, в свою очередь, определяется симметрией кристалла. Для двумерного тетрагонального кристалла (квадратная решетка) возможные симметрии сверхпроводящего ПП были перечислены Сигристом и Райсом [11] на основе теории представлений групп. Базисные функции соответствующих неприводимых представлений и определяют возможную зависимость ПП от волнового вектора. Для $d_{x^2-y^2}$ -симметрии она дается соотношением (1.4). Наряду с d-симметрией следует рассматривать также s-симметрию, для которой можно выбрать два набора базисных функций:

$$\Delta_s(\mathbf{k}) = \Delta_0; \quad \Delta_{s^*}(\mathbf{k}) = \Delta_0(\cos k_x + \cos k_y), \quad (1.6)$$

описывающих изотропное и анизотропное спаривание. Анизотропный ПП с s^* -симметрией также имеет нули, но не на диагоналях квадрата $k_y = \pm k_x$, а на линиях $k_y = \pi \pm k_x$. Это означает, что наблюдение степенных температурных зависимостей в сверхпроводящих купратах может свидетельствовать только о наличии нулей в сверхпроводящем ПП, но не позволяет различать $d_{x^2-y^2}$ - и s^* -симметрии. Для этого необходимо измерение других свойств сверхпроводящего состояния.

В последние несколько лет реализовано множество экспериментальных методик, позволяющих определить симметрию ПП. Ряд из них (различные реализации

измерения джозефсоновского тока) имеют дело с измерением фазы комплексного ПП, другие — с измерением щели в спектре квазичастиц для различных направлений волнового вектора. Это спектроскопические эксперименты и прежде всего спектроскопия с угловым разрешением (ARPES), инфракрасная и нейтронная спектроскопия. Кроме того, особую группу составляют эксперименты, в которых изучается влияние немагнитных примесей на сверхпроводящие свойства, поскольку это влияние оказывается существенно различным для сверхпроводников с s- и d-симметрией ПП. Совокупность экспериментальных данных для различных ВТСП-соединений указывает, что в них, несомненно, реализуется анизотропный ПП, причем со значительной вероятностью с $d_{x^2-y^2}$ -симметрией. Последнее обстоятельство представляет серьезный аргумент в пользу спин-флуктуационного механизма ВТСП.

Задачей данного обзора является изложение концепции сверхпроводящего спаривания через обмен динамическими спиновыми флуктуациями и изложение полной совокупности результатов исследования симметрии сверхпроводящего ПП в ВТСП-соединениях меднооксидной группы. В первой части обзора (разделы 2–4) излагаются теоретические подходы к проблеме спин-флуктуационного взаимодействия. Один из них, интенсивно развиваемый Пайнсом с сотрудниками [12], использует феноменологическую форму магнитной восприимчивости с параметрами, определенными из экспериментов на купратах, два других исходят из простейших моделей, учитывающих кулоновское взаимодействие электронов в пределе слабой и сильной связи. Численные результаты этих трех исследований свидетельствуют о d-симметрии ПП. Во второй части обзора (разделы 5–7) исследуются свойства сверхпроводников с d-симметрией ПП. Вначале на основе теории Гинзбурга–Ландау рассматриваются особенности изолированного вихря в таком сверхпроводнике и особенности вихревой решетки. Затем описываются различные экспериментальные методики, в которых проявляется симметрия ПП, и излагаются имеющиеся результаты исследования ВТСП-купратов. Заканчивается обзор детальным обсуждением роли примесей для сверхпроводников с анизотропным ПП.

2. Сверхпроводимость в почти антиферромагнитной ферми-жидкости

2.1. Феноменологический подход в теории спиновых флуктуаций

Задолго до микроскопического подхода к описанию высокотемпературной сверхпроводимости, основанного на самосогласованном решении уравнений для собственной энергии электронов и магнитной восприимчивости в модели Хаббарда и tJ -модели, была предложена концепция спин-флуктуационного механизма ВТСП, использующая феноменологический подход и данные эксперимента [13–17]. Тот факт, что в ВТСП меднооксидной группы сверхпроводящее состояние возникает при достаточно слабом допировании исходной антиферромагнитной системы, указывает, возможно, на важную роль флуктуаций антиферромагнитного порядка. Детальное исследование температурного поведения характеристик ЯМР, таких как сдвиг Найта и время спин-решеточной

релаксации, в лантановой и бариевой системах показало, что наблюдаемые аномалии могут быть объяснены присутствием в системе сильных антиферромагнитных флуктуаций вблизи волнового вектора \mathbf{Q} . Миллис, Мониен и Пайнс [18] предложили простую феноменологическую форму для низкочастотной магнитной восприимчивости в $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$, которая учитывает резкое усиление флуктуаций вблизи \mathbf{Q} :

$$\chi_{\text{ММР}}(\mathbf{q}, \omega) = \frac{\chi_{\mathbf{Q}}}{1 + \xi^2(\mathbf{q} - \mathbf{Q})^2 - i\omega/\omega_s}. \quad (2.1)$$

Здесь $\chi_{\mathbf{Q}}$ — статическая спиновая восприимчивость на волновом векторе \mathbf{Q} , ξ — магнитная корреляционная длина, ω_s — характерная частота спиновых флуктуаций. Указанные параметры могут быть найдены для $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$, например, из ЯМР данных на ядрах ^{63}Cu , ^{17}O , ^{89}Y , поскольку известны общие теоретические соотношения, выражающие их через динамическую восприимчивость.

Определенная таким образом $\chi(\mathbf{q}, \omega)$ может быть использована для вычисления различных величин в сверхпроводящей и нормальной фазах этого соединения, а результаты расчета сопоставлены с соответствующими экспериментальными данными. Таким образом можно проверить основную идею об определяющей роли антиферромагнитных спиновых флуктуаций.

Следующий этап феноменологического подхода состоит в конструировании эффективного гамильтониана. Он должен состоять из двух частей: $H = H_0 + H_{\text{int}}$, где $H_0 = \sum_{\mathbf{k}\sigma} \varepsilon(\mathbf{k}) C_{\mathbf{k}\sigma}^\dagger C_{\mathbf{k}\sigma}$ представляет затравочный электронный спектр в Cu-O -плоскости, а H_{int} представляет взаимодействие электронов со спиновыми флуктуациями:

$$H_{\text{int}} = \sum_{\mathbf{q}} g(\mathbf{q}) \mathbf{s}(\mathbf{q}) \mathbf{S}(-\mathbf{q}). \quad (2.2)$$

Здесь $\mathbf{s}(\mathbf{q})$ — оператор электронного спина:

$$\mathbf{s}(\mathbf{q}) = \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}} \sum_{\sigma\sigma'} C_{\mathbf{k}+\mathbf{q}\sigma}^\dagger \boldsymbol{\tau}_{\sigma\sigma'} C_{\mathbf{k}\sigma'}, \quad (2.3)$$

$\boldsymbol{\tau}$ — матрицы Паули, а $\mathbf{S}(\mathbf{q})$ — оператор спиновых флуктуаций, чьи свойства определяются спин-спиновой корреляционной функцией (тензором динамической восприимчивости $\chi_{\alpha\beta}(\mathbf{q}, \omega)$). Для парамагнитной фазы $\chi_{\alpha\beta} = \delta_{\alpha\beta} \chi$. Это взаимодействие предполагается достаточно короткодействующим, поэтому $g(\mathbf{q})$ в выражении (2.2) слабо зависит от импульса, и его можно считать константой. Восприимчивость $\chi(\mathbf{q}, \omega)$ отождествляем с феноменологическим выражением (2.1), в котором все параметры находятся по экспериментальным данным ЯМР для рассматриваемого вещества. Константа связи остается при этом свободным параметром теории. Ее можно определить, вычисляя какую-нибудь величину с помощью эффективного гамильтониана и сравнивая результат с экспериментом.

Определим теперь величины $\chi_{\mathbf{Q}}$ и ω_s , входящие в (2.1). В нормальной фазе они определяются выражениями

$$\chi_{\mathbf{Q}} = \chi_0 \left(\frac{\xi}{a} \right)^2 \beta^{1/2}, \quad \omega_s = \frac{\Gamma}{\beta^{1/2} \pi (\xi/a)^2}, \quad (2.4)$$

где χ_0 — экспериментально измеренный длинноволновый предел спиновой восприимчивости, $\beta \approx \pi^2$, а Γ — энергетическая константа. Из данных ЯМР для соединения $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$ следует:

$$\xi(T_c) \approx 2,3a, \quad \omega_s(T_c) \approx 8 \text{ мэВ}, \quad \Gamma \approx 0,4 \text{ эВ}. \quad (2.5)$$

Предполагается, что феноменологический гамильтониан ведет к самосогласованному описанию спинового поведения системы в том смысле, что вычисленная с его помощью спиновая восприимчивость (через характеристики квазичастичного спектра, которые сами зависят от восприимчивости) согласуется со значениями, определяемыми по формуле (2.1).

2.2. Сверхпроводимость в приближении сильной связи
Взаимодействие электронов со спиновыми флуктуациями (2.2) приводит во втором порядке по константе связи к эффективному взаимодействию электронов между собой

$$V_{\text{eff}} = g^2 \chi(\mathbf{q}, \omega) \boldsymbol{\sigma}_1 \boldsymbol{\sigma}_2. \quad (2.6)$$

В координатном представлении в статическом случае формула (2.6) ведет к результату

$$V_{\text{eff}} \sim \exp\{i\mathbf{Q}\mathbf{R}\} \sim (-1)^{R_x+R_y}, \quad (2.7)$$

где $\mathbf{R} = (R_x, R_y)$ — радиус-вектор, связывающий положение двух электронов на двумерной решетке. Таким образом, эффективное взаимодействие имеет осциллирующий характер: на одном узле это отталкивание, а на ближайших узлах $(0, \pm a)$ и $(\pm a, 0)$ — притяжение. На диагоналях квадратной решетки ($R_x = \pm R_y$) оно — отталкивание. Это обстоятельство предопределяет симметрию сверхпроводящего ПП. Очевидно, что симметрия $d_{x^2-y^2}$ -типа с ПП

$$\Delta(\mathbf{k}) = \Delta_0 (\cos k_x - \cos k_y) \quad (2.8)$$

обеспечивает нулевые значения ПП на диагоналях ($k_x = \pm k_y$) квадрата, представляющего зону Бриллюэна. В работе [14] были написаны уравнения для сверхпроводника в приближении слабой связи и численным решением показано, что симметрия ПП для модели (2.2) является d-типа. Для вычисления температуры сверхпроводящего перехода, которая для иттрий-бариевой системы составляет 90 К, необходимо использовать теорию сильной связи.

Выпишем линеаризованную систему уравнений Элиашберга для сверхпроводника с эффективным взаимодействием между электронами и спиновыми флуктуациями в форме [16]:

$$\Sigma(\mathbf{k}, i\omega_n) = g^2 T \sum_m \sum_{\mathbf{k}'} \chi(\mathbf{k} - \mathbf{k}', i\omega_n - i\omega_m) G(\mathbf{k}', i\omega_m), \quad (2.9)$$

$$\begin{aligned} \Phi(\mathbf{k}, i\omega_n) = & -g^2 T \sum_m \sum_{\mathbf{k}'} \chi(\mathbf{k} - \mathbf{k}', i\omega_n - i\omega_m) G(\mathbf{k}', i\omega_m) \times \\ & \times G(-\mathbf{k}', -i\omega_m) \Phi(\mathbf{k}', i\omega_m). \end{aligned} \quad (2.10)$$

Здесь $\Sigma(\mathbf{k}, i\omega_n)$ — собственная энергия одночастичной функции Грина $G(\mathbf{k}, i\omega_n)$ в нормальной фазе, а $\Phi(\mathbf{k}, i\omega_n)$ — аномальная часть, пропорциональная сверхпрово-

дущему ПП. Вместе с уравнением Дайсона

$$G(\mathbf{k}, i\omega_n) = \frac{1}{i\omega_n - \varepsilon(\mathbf{k}) + \mu - \Sigma(\mathbf{k}, i\omega_n)} \quad (2.11)$$

имеем замкнутую систему уравнений, определяющую температуру сверхпроводящего перехода. Здесь $\chi(\mathbf{q}, i\omega_\ell)$ — мацубаровская функция Грина спиновых флуктуаций, которая связана с динамической магнитной восприимчивостью соотношением

$$\chi(\mathbf{q}, i\omega_\ell) = - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{\pi} \frac{\text{Im} \chi(\mathbf{q}, \omega)}{i\omega_\ell - \omega}. \quad (2.12)$$

В уравнениях (2.9)–(2.11) $\omega_n = (2n+1)\pi T$ — нечетная мацубаровская частота, а $\omega_\ell = 2\ell\pi T$ в (2.12) — четная.

Монтуа и Пайнс [16] использовали в качестве $\chi(\mathbf{q}, \omega)$ феноменологическое выражение (2.1) с параметрами (2.5), определенными для $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$, и получили численное решение уравнений (2.9)–(2.11) для одного значения концентрации дырок $\delta = 0,25$ и значения параметра перескока $t = 0,25$ эВ, общепринятого для этой системы. При этом предполагалось, что значения параметров магнитной восприимчивости в иттрий-бариевой системе не меняются существенно с допингом.

Численно решались интегральные уравнения на сетке 64×64 для волнового вектора и для мацубаровских частот вплоть до 6 эВ. Критическая температура определялась из уравнения (2.10), которое является уравнением для собственного вектора $\Phi(\mathbf{k}, i\omega_n)$. Ненулевое решение для сверхпроводящего ПП возникает, когда наибольшее собственное значение матрицы

$$A(\mathbf{p}, i\omega_n; \mathbf{q}, i\omega_m) = -g^2 T \chi(\mathbf{p} - \mathbf{q}, i\omega_n - i\omega_m) \times \\ \times G(\mathbf{q}, i\omega_m) G(-\mathbf{q}, -i\omega_m) \quad (2.13)$$

равно единице. Единственным свободным параметром в уравнениях (2.9)–(2.11) остается константа связи g , поэтому T_c вычислялась как функция g . Чтобы получить $T_c = 90$ К, необходимо положить $g = 1,53$ эВ.

Числовые значения T_c при различных g хорошо аппроксимируются формулой

$$T_c = 0,636 \frac{\Gamma}{\pi^2} \exp \left\{ - \frac{1}{0,402 N(0)g} \right\}, \quad (2.14)$$

где

$$N(0) = - \frac{2}{\pi} \sum_{\mathbf{k}} \text{Im} G_{\mathbf{R}}(\mathbf{k}, 0) \quad (2.15)$$

— плотность состояний квазичастиц для двух ориентаций спина. Запаздывающая функция Грина $G_{\mathbf{R}}(\mathbf{k}, \omega)$ получалась аналитическим продолжением мацубаровской функции Грина с помощью аппроксимантов Паде [19]. Мы видим, что выражение для T_c в теории сильной связи имеет такую же форму, что и для сверхпроводников со слабой связью с эффективным параметром связи $\lambda_s = 0,402 N(0)g$, которая для $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ с $T_c = 90$ К составляет всего $\lambda_s = 0,83$. Высокая температура перехода возникает за счет большой предэкспоненты, пропорциональной электронному параметру Γ . Важным для получения высоких T_c оказывается решение уравнений (2.9)–(2.11) с учетом спиновой функции Грина

во всей зоне Бриллюэна (а не вблизи только ферми-поверхности, как это делается в электрон-фононной модели сверхпроводника). Отметим также, что численное решение линеаризованного уравнения (2.10) для аномальной собственно-энергетической части приводит к щелевой функции $\Delta(\mathbf{k}) = \Phi(\mathbf{k}, 0)/Z(\mathbf{k}, 0)$, имеющей симметрию $d_{x^2-y^2}$ -типа.

2.3. Квазичастичный спектр

и физические свойства нормальной фазы

Самосогласованное решение уравнений (2.9) и (2.11) для нормальной фазы определяет величину $\Sigma(\mathbf{k}, i\omega_n)$, из которой аналитическим продолжением с помощью аппроксимантов Паде находится квазичастичный спектр дырок. Мнимая и вещественная части $\Sigma(\mathbf{k}, \omega)$ для частного значения квазиимпульса, лежащего на поверхности Ферми, показаны на рис. 2. Сплошные линии соответствуют самосогласованному расчету, а точечные — учету поправок только первого приближения по константе связи. Последние согласуются с результатами Кампфа и Шриффера [20]. Функция $\text{Re} \Sigma(\mathbf{k}, \omega)$ определяет перенормировку квазичастичного спектра $Z_{\mathbf{k}}$. Величина $Z_{\mathbf{k}}$ варьируется вдоль поверхности Ферми в интервале от 0,4 до 0,6. Анализ численных расчетов показывает [16], что на поверхности Ферми $\text{Im} \Sigma(\mathbf{k}, \omega)$ меняется по закону $\alpha T + \gamma \omega^2$ в области частот, не превышающих характерную частоту ω_s спиновых флуктуаций. В то же время при больших частотах происходит кроссовер к линейной

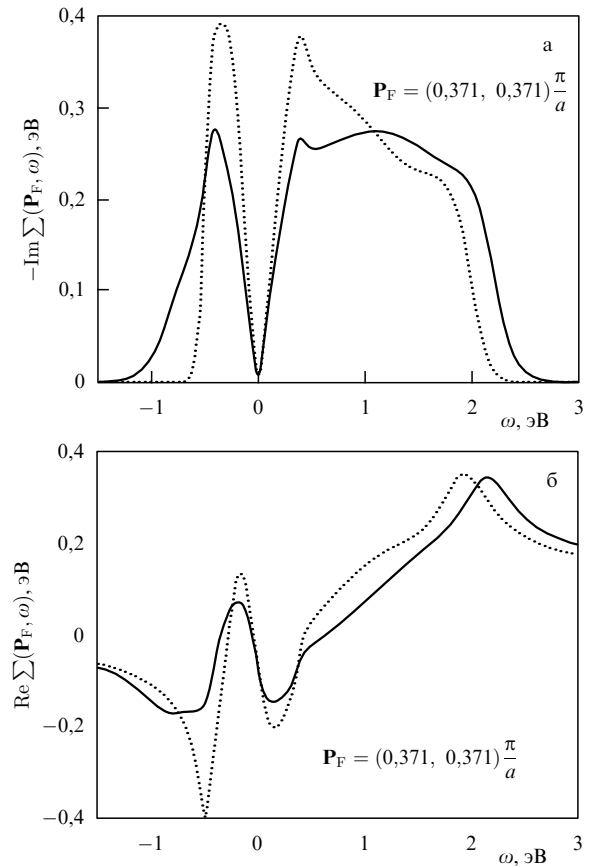


Рис. 2. Мнимая и вещественная собственно-энергетические части электронов при частном значении квазиимпульса $\mathbf{k}_F = (0,37, 0,37)$ на поверхности Ферми. Расчет проведен для тех же параметров $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$, которые использованы для вычисления $T_c = 90$ К [16].

зависимости от ω , что непосредственно видно на рис. 2а. Изучаемая система, таким образом, представляет ферми-жидкость, поскольку имеется скачок в распределении частиц по импульсам и выполняется теорема Латинжера о сохранении объема, ограниченного ферми-поверхностью. Здесь мы имеем дело с антиферромагнитной ферми-жидкостью. Она проявляется в необычных физических свойствах, в частности, в температурной зависимости электросопротивления и частотной зависимости оптической проводимости. Последняя может быть вычислена по формулам

$$\sigma(\omega) = \frac{2e^2}{\hbar c} \bar{\sigma}(\omega), \quad \bar{\sigma}(\omega) = \frac{1}{i\hbar\omega} [R(\omega) - R(0)], \quad (2.16)$$

где функция коррелятора токов в приближении петлевых диаграмм с затравочными вершинными частями выражается через электронные функции Грина:

$$R(i\omega_n) = -2T \sum_{\mathbf{k}\omega_m} \left(\frac{\partial \varepsilon(\mathbf{k})}{\partial k_x} \right)^2 G(\mathbf{k}, i\omega_m) G(\mathbf{k}, i\omega_m + i\omega_n). \quad (2.17)$$

Численный расчет электросопротивления $\rho = 1/\text{Re } \sigma(0)$ при низких T и принятых параметрах приводит к линейной температурной зависимости $\rho = A + BT$, где $A = -28,09$ мкОм см, $B = 1,25$ мкОм см К⁻¹. Линейная зависимость просматривается до температур порядка 200 К (при более высоких T нет экспериментальных данных по ЯМР и, следовательно, нет параметров спиновой восприимчивости).

Таким образом, феноменологически введенная спиновая восприимчивость с параметрами, определенными из ЯМР в $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$, дает объяснение высокотемпературной сверхпроводимости в допированном соединении, причем с d-симметрией ПП. При частном значении константы связи $g = 1,53$ эВ получается $T_c = 90$ К. При этих же параметрах достигается количественное описание также и нормальной фазы этого соединения, в частности, температурной зависимости электросопротивления и частотной зависимости оптической проводимости. Также было показано, что вычисленная магнитная восприимчивость находится в хорошем согласии с той, которая первоначально была заложена в расчет. Действительно, запишем неприводимую часть восприимчивости (электрон-дырочную петлю):

$$\tilde{\chi}(\mathbf{q}, i\omega_n) = -2T \sum_{\mathbf{k}\omega_m} G(\mathbf{k}, i\omega_m) G(\mathbf{k} + \mathbf{q}, i\omega_m + i\omega_n). \quad (2.18)$$

Результаты вычисления этого выражения в статическом случае представлены на рис. 3. В окрестности точки $\mathbf{q} = (\pi, \pi)$ величина $\chi(\mathbf{q}, 0)$ имеет пик, который может привести к антиферромагнитной неустойчивости. Чтобы убедиться в этом, необходимо вычислить саму восприимчивость. Предполагается искать ее в форме RPA-приближения:

$$\chi(\mathbf{q}, \omega) = \frac{\tilde{\chi}(\mathbf{q}, \omega)}{1 - J(\mathbf{q})\tilde{\chi}(\mathbf{q}, \omega)}, \quad (2.19)$$

где $J(\mathbf{q})$ — эффективный параметр связи. Он также должен находиться из сравнения рассчитанной по формуле (2.19) восприимчивости с выражением (2.1). Результаты такого сравнения представлены на рис. 4.

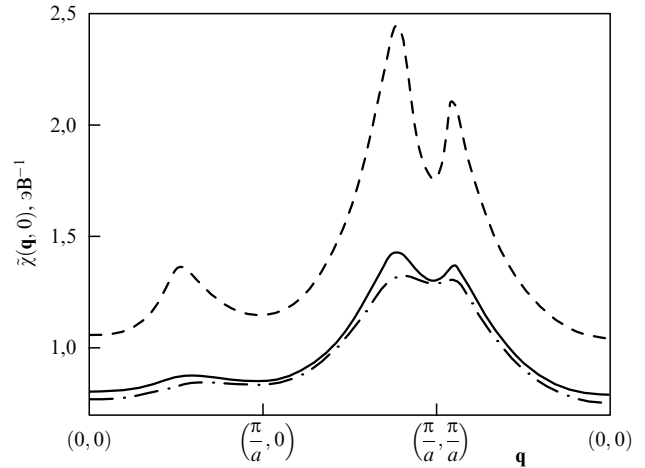


Рис. 3. Неприводимая часть магнитной восприимчивости, рассчитанная для свободных носителей (штриховая линия) и для дырок с ренормированным спектром (сплошная линия) при $T = 90$ К [16].

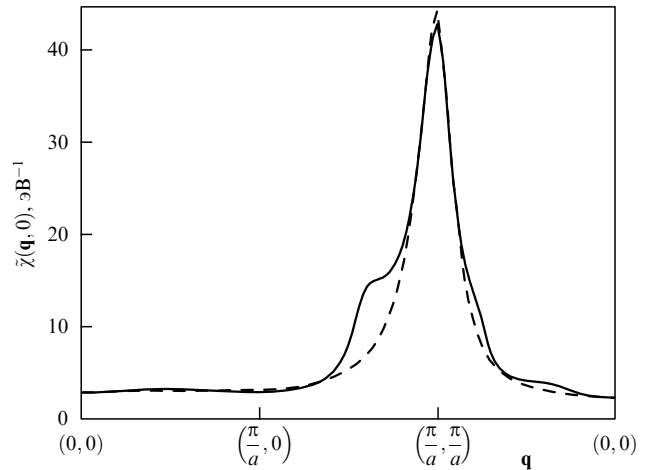


Рис. 4. Магнитная восприимчивость $\chi(\mathbf{q}, 0)$ при $T = 90$ К, рассчитанная по формуле (2.19) (сплошная линия), в сравнении с феноменологическим выражением (2.1) (штриховая) [16].

Феноменологическая магнитная восприимчивость, введенная в [18], была использована в ряде других работ для исследования различных свойств сверхпроводников со спин-флуктуационным механизмом спаривания. Так, в работе [21] были численно исследованы уравнения теории БКШ для сверхпроводника с использованием формы (2.6) в качестве спаривательного взаимодействия. Расчет показал, что в щелевой функции $\Delta(\mathbf{k})$ имеются нули, свидетельствующие о d-симметрии ПП, однако $\Delta(\mathbf{k})$ сильно отличается от простейшей формы $\Delta(\mathbf{k}) \sim (\cos k_x - \cos k_y)$. В этой работе также была рассчитана глубина проникновения λ как функция температуры. Рассчитанные значения $[\lambda(0)/\lambda(T)]^2$ зависят от параметров теории, однако в среднем показывают линейную зависимость от T , характерную для сверхпроводников с d-симметрией ПП (см. раздел 6).

Таким образом, предложенный феноменологический подход позволяет связать свойства нормальной и сверхпроводящей фазы для ВТСП-соединений на основе предположения о виде (2.1) функции динамической восприимчивости. Ее параметры, определенные из дан-

ных ЯМР нормальной фазы, позволяют получить правильную температурную зависимость электросопротивления и других транспортных свойств, а также объяснить высокие значения T_c и нетривиальную симметрию сверхпроводящего ПП. Феноменологический подход сводит проблему ВТСП-соединений к задаче о микроскопическом вычислении динамической магнитной восприимчивости [22]. В следующих двух разделах микроскопический подход будет использован для двух основных моделей теории сильно коррелированных систем: модели Хаббарда и tJ -модели.

3. Спин-флуктуационный механизм в модели Хаббарда

3.1. Самосоогласованная система уравнений для электронов и магнитной восприимчивости

В однозонной модели металла одни и те же электроны участвуют в формировании антиферромагнитных флуктуаций и в электронном спаривании за счет обмена этими флуктуациями, поэтому и магнитную восприимчивость, и собственную энергию электрона следует вычислять самосоогласованно. Недавно независимо появились три работы [23–25], в которых были выведены такие самосоогласованные уравнения для сверхпроводящего состояния и получены численно их решения. Используемые в них вычислительные методы отличаются друг от друга, однако физические результаты фактически совпадают. При этом во всех случаях производилось интегрирование во всей области (\mathbf{k}, ω) -пространства, а не только вблизи поверхности Ферми, как это обычно делается в теории сверхпроводников с сильной связью [5]. Оказалось, что сверхпроводящая щель $\Delta(\mathbf{k}, \omega)$ как функция квазиимпульса имеет $d_{x^2-y^2}$ -симметрию, а температура сверхпроводящего перехода $T_c \approx 0,02t$, что составляет при параметрах, характерных для ВТСП-соединений, значение порядка 60 К. В дальнейшем мы изложим версию работы [23]. Запишем собственную энергию электрона $\Sigma(k)$ в сверхпроводящей фазе.

В представлении Намбу матрица $\Sigma(k)$ размера 2×2 дается выражением

$$\Sigma(k) = \sum_{k'} V_s(k - k') \tau_0 G(k') \tau_0 + \sum_{k'} V_c(k - k') \tau_3 G(k') \tau_3. \quad (3.1)$$

Здесь τ_α ($\alpha = 0, 1, 2, 3$) — матрицы Паули, $G(k)$ — электронная функция Грина, а V_s и V_c — матричные элементы межэлектронного взаимодействия через спиновые и зарядовые флуктуации:

$$V_s(q) = \frac{3}{2} U^2 \chi_s(q), \quad V_c(q) = \frac{1}{2} U^2 \chi_c(q), \quad (3.2)$$

где $\chi_s(q)$ и $\chi_c(q)$ — динамическая магнитная и диэлектрическая восприимчивости.

В RPA-приближении они определяются известными выражениями, соответствующими суммированию петлевых диаграмм:

$$\chi_s(q) = \frac{\chi_{s0}(q)}{1 - U \chi_{s0}(q)}, \quad (3.3)$$

$$\chi_c(q) = \frac{\chi_{c0}(q)}{1 - U \chi_{c0}(q)}. \quad (3.4)$$

Здесь $\chi_{s0}(q)$ и $\chi_{c0}(q)$ — неприводимые части. В однопетлевом приближении они представляются следующими формулами:

$$\chi_{s0}(q) = -\frac{1}{2} T \sum_k \text{tr} \{ G(k) \tau_0 G(k+q) \tau_0 \}, \quad (3.5)$$

$$\chi_{c0}(q) = -\frac{1}{2} T \sum_k \text{tr} \{ G(k) \tau_3 G(k+q) \tau_3 \}, \quad (3.6)$$

где tr означает след двухрядной матрицы. Функция Грина $G(k)$ и собственно энергетическая часть $\Sigma(k)$ связаны уравнением Дайсона

$$G(k) = [G_0^{-1}(k) - \Sigma(k)]^{-1}, \quad (3.7)$$

где функция Грина нулевого приближения в случае синглетного спаривания определяется соотношением

$$G_0^{-1}(\mathbf{k}, i\omega_n) = i\omega_n \tau_0 - \varepsilon(\mathbf{k}) \tau_3. \quad (3.8)$$

Здесь $\varepsilon(\mathbf{k})$ — закон дисперсии свободных электронов, который в модели сильной связи с ближайшими соседями запишем в виде

$$\varepsilon(\mathbf{k}) = -2t(\cos k_x + \cos k_y).$$

Матрицу $\Sigma(k)$ представим в стандартной форме

$$\Sigma(\mathbf{k}, i\omega_n) = i\omega_n [1 - Z(\mathbf{k}, i\omega_n)] \tau_0 + \xi(\mathbf{k}, i\omega_n) \tau_3 + \Phi(\mathbf{k}, i\omega_n) \tau_1. \quad (3.9)$$

Здесь Z — ренормализационный фактор, который определяет ренормированную частоту

$$\tilde{\omega}(\mathbf{k}, i\omega_n) = \omega_n Z(\mathbf{k}, i\omega_n), \quad (3.10)$$

$\xi(\mathbf{k}, i\omega_n)$ определяет энергетический сдвиг, а функция $\Phi(\mathbf{k}, i\omega_n)$ — сверхпроводящую щель

$$\Delta(\mathbf{k}, i\omega_n) = \frac{\Phi(\mathbf{k}, i\omega_n)}{Z(\mathbf{k}, i\omega_n)}. \quad (3.11)$$

Суммирование в выражении (3.1) и последующих проводится по четырехимпульсу. Потенциалы эффективного взаимодействия $V_s(q)$ и $V_c(q)$ зависят от разности четырехимпульсов $q = k - k'$ и определены, таким образом, для четных частот.

Уравнения (3.1) и (3.9) совместно определяют три связанных нелинейных уравнения для трех величин:

$$\begin{aligned} \tilde{\omega}(\mathbf{k}, i\omega_n) &= \omega_n + \sum_{\mathbf{k}'m} [V_s(\mathbf{k} - \mathbf{k}', i\omega_n - i\omega_m) + \\ &+ V_c(\mathbf{k} - \mathbf{k}', i\omega_n - i\omega_m)] \frac{\tilde{\omega}(\mathbf{k}', i\omega_m)}{D(\mathbf{k}', i\omega_m)}, \end{aligned} \quad (3.12)$$

$$\begin{aligned} \xi(\mathbf{k}, i\omega_n) &= -T \sum_{\mathbf{k}'m} [V_s(\mathbf{k} - \mathbf{k}', i\omega_n - i\omega_m) + \\ &+ V_c(\mathbf{k} - \mathbf{k}', i\omega_n - i\omega_m)] \frac{\varepsilon(\mathbf{k}') + \xi(\mathbf{k}', i\omega_m)}{D(\mathbf{k}', i\omega_m)}, \end{aligned} \quad (3.13)$$

$$\begin{aligned} \Phi(\mathbf{k}, i\omega_n) &= -T \sum_{\mathbf{k}'m} [V_s(\mathbf{k} - \mathbf{k}', i\omega_n - i\omega_m) + \\ &+ V_c(\mathbf{k} - \mathbf{k}', i\omega_n - i\omega_m)] \frac{\Phi(\mathbf{k}', i\omega_m)}{D(\mathbf{k}', i\omega_m)}, \end{aligned} \quad (3.14)$$

где $D(k)$ — знаменатель матричной электронной функции Грина

$$D(\mathbf{k}, i\omega_n) = [\tilde{\omega}(\mathbf{k}, i\omega_n)]^2 + [\xi(\mathbf{k}, i\omega_n)]^2 + [\Phi(\mathbf{k}, i\omega_n)]^2.$$

К этим трем уравнениям необходимо добавить уравнение для химического потенциала

$$n = \frac{1}{2} + 2T \sum_{n>0} \sum_{\mathbf{k}} \operatorname{Re} G_{11}(\mathbf{k}, i\omega_n),$$

где G_{11} — компонента матричной функции Грина G . Это уравнение может быть записано в тех же терминах, что и уравнения (3.12)–(3.14):

$$n = \frac{1}{2} + 2T \sum_{n>0} \sum_{\mathbf{k}} \frac{\varepsilon(\mathbf{k}) + \xi(\mathbf{k}, i\omega_n)}{D(\mathbf{k}, i\omega_n)}. \quad (3.15)$$

Уравнения (3.12)–(3.15) и (3.3)–(3.6) представляют связанную систему самосогласованных уравнений для электронной функции Грина и динамических восприимчивостей сверхпроводника. Они должны решаться численно при заданных значениях параметров t , U и n итерациями. Например, в уравнения (3.12)–(3.14) могут быть подставлены приближенные значения магнитной и диэлектрической восприимчивостей и вычислены значения функций $\tilde{\omega}$, ξ и Φ , характеризующих собственную энергию электрона. Затем с помощью этих величин следует вычислить по формулам (3.3)–(3.6) новые значения восприимчивостей и подставить их в уравнения (3.12)–(3.14) в качестве ядра интегральных уравнений, из которых вычисляются новые значения $\tilde{\omega}$, ξ и Φ . Эта процедура многократно повторяется до получения устойчивого результата.

3.2. Результаты численного расчета

Подобная процедура проделывалась для кластера квадратной решетки, содержащей 48×48 узлов, задающих соответствующую дискретную сетку в \mathbf{k} -пространстве. Бралось также конечное число M мацубаровских частот, таких, чтобы πTM было порядка характерных электронных энергий. Таким образом, задача решения интегральных (по импульсу и частоте) уравнений сводилась к системе большого числа алгебраических уравнений, решаемых методом итераций с помощью так называемой быстрой техники фурье-преобразований. Численное решение было получено для следующих заданий внешних параметров:

$$t = 100 \text{ мэВ}, \quad U = 4,28t, \quad n = 0,84. \quad (3.16)$$

Анализ показал возникновение сверхпроводящего состояния (появление конечного Δ) при температуре $T_c \approx 0,016t$. Полный расчет был проделан для температуры $T = 0,6T_c$ внутри сверхпроводящей фазы.

Оказалось, что при параметрах (3.16) возникает сильная перенормировка спектра, обусловленная взаимодействием электронов с флуктуациями спина и заряда. Эта перенормировка характеризуется параметром $Z - 1$, играющим роль известного фактора λ ренормировки массы в стандартной теории сверхпроводников в электрон-фононной модели, для которой типичное значение есть $1,5 - 2,0$. При $T = 0,6T_c$ отношение максимальной щели к T_c составляет большую

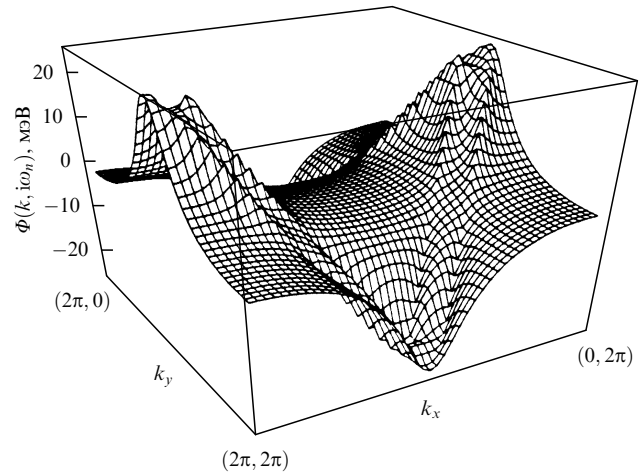


Рис. 5. Щелевая функция $\Phi(\mathbf{k}, i\omega_n)$ для $\omega_n = 0$ при $T = 0,6T_c$ и значениях параметров (3.16) [23].

величину:

$$\frac{2\Delta_{\max}}{T_c} = 7,7.$$

Замечательным фактом численных результатов оказалась сильная анизотропия щелевой функции (рис. 5). Расположение отрицательных и положительных значений ее в пределах первой зоны Бриллюэна такое, что соответствует простому распределению, даваемому функцией $\cos k_x - \cos k_y$.

Вычисление мацубаровской магнитной восприимчивости $\chi(\mathbf{q}, i\omega_m)$ позволяет найти с помощью аналитического продолжения на вещественную ось в технике аппроксимантов Паде величину

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} \frac{\chi(\mathbf{q}, i\omega_m = \omega + i\delta)}{\omega}, \quad (3.17)$$

определяющую отклик системы. При значении параметров (3.16) и $T = 0,91T_c$ эта величина как функция двумерного волнового вектора имеет четыре резких пика вблизи точки (π, π) , свидетельствующих о большом усилении магнитной восприимчивости, т.е. о нестабильности системы по отношению к образованию несоизмеримых антиферромагнитных фаз. Это означает, что выбранное значение $U = 4,28t$ оказывается близким к критическому значению $U = 4,30t$ появления в системе антиферромагнетизма.

Таким образом, численное решение уравнений самосогласования показало, что при заданном выборе параметров (3.16) в модели Хаббарда возникает сверхпроводящее состояние с симметрией ПП d-типа и T_c порядка нескольких десятков кельвинов. Электронное спаривание осуществляется за счет взаимодействия электронов со спиновыми и зарядовыми флуктуациями. При небольшом увеличении параметра U появляется антиферромагнитное упорядочение с волновым вектором в окрестности точки (π, π) . Эти результаты удовлетворительно согласуются с решением самосогласованных уравнений, полученных в работе [25] с помощью другого метода, близкого по идеологии к методу ренормгруппы. Такой метод позволяет рассматривать более низкие температуры по сравнению с методом [23], где переход к низким T связан с большим увеличением числа дис-

кратных мацубаровских частот и, следовательно, к увеличению числа неизвестных величин в алгебраической системе уравнений. Отметим также, что в работе [24], где использовался аналогичный работе [23] метод, физические результаты оказываются близкими. Общим выводом проведенных исследований является следующее: использованные в модели Хаббарда подходы со стороны слабого кулоновского взаимодействия с самосогласованными уравнениями для собственной энергии электрона и динамической восприимчивости в сверхпроводнике позволяют получить вблизи половинного заполнения решение с d-симметрией ПП и T_c порядка 60 К для значений $U \sim zt$, т.е., вообще говоря, на границе применимости самого метода.

В заключение приведем ссылки на работы [26–30], предшествующие [23–25].

4. Спин-флуктуационный механизм в tJ -модели

4.1. Концепция спин-полярона

Для количественного описания сверхпроводимости ВТСП-соединений теория, основанная на модели Хаббарда, оказывается недостаточной, поскольку она исходит из предела слабого кулоновского взаимодействия ($U \ll W$). Принято считать, что в ВТСП-соединениях меднооксидной группы скорее применим противоположный предел ($U \gg W$) [31]. В этом случае от модели Хаббарда можно перейти к так называемой tJ -модели с гамильтонианом

$$H = -t \sum_{ij\sigma} \tilde{C}_{i\sigma}^\dagger \tilde{C}_{j\sigma} + J \sum_{ij} \left(\mathbf{S}_i \mathbf{S}_j - \frac{1}{4} n_i n_j \right), \quad (4.1)$$

где первый член описывает перескоки электрона по ближайшим узлам решетки, при условии, что на одном узле не может быть больше одного электрона, а второй член описывает эффективное обменное взаимодействие электронов на соседних узлах с обменным интегралом $J = 2t^2/U$. Здесь $\tilde{C}_{i\sigma}^\dagger = C_{i\sigma}^\dagger (1 - n_{i\bar{\sigma}})$ — оператор рождения электрона при условии, что на узле нет другого электрона, \mathbf{S}_i — оператор спина электрона:

$$\mathbf{S}_i = \frac{1}{2} \sum_{\sigma\sigma'} \tilde{C}_{i\sigma}^\dagger \boldsymbol{\tau}_{\sigma\sigma'} \tilde{C}_{i\sigma'}, \quad (4.2)$$

а n_i — оператор числа электронов на одном узле.

Модель (4.1) достаточно хорошо изучена вблизи половинного заполнения зоны ($n = 1$), т.е. при малой концентрации дырок δ (см., например, обзор [1]). В области $\delta < \delta_c$, где δ_c — критическая концентрация дырок, реализуется антиферромагнитный порядок с волновым вектором $\mathbf{Q} = (\pi, \pi)$. Отдельная дырка движется в антиферромагнитной матрице, разрушая дальний порядок в локальной области, которая перемещается вместе с зарядом. Возникает, таким образом, составная квазичастица (дырка + шуба локальных спиновых отклонений), получившая название магнитный (или спиновый) полярон. Магнитные поляроны образуют квазичастичную зону, ширина которой порядка J . Магнитный полярон представляет когерентное одночастичное состояние системы, и его интенсивность характеризуется параметром $Z \sim J/t$ (остальная интенсивность уходит в спектр некогерентных состояний).

Магнитный полярон формируется за счет взаимодействия зарядовых и спиновых степеней свободы. Это же взаимодействие может привести к сверхпроводящему спариванию квазичастиц. В случае антиферромагнитного основного состояния можно перейти от общего гамильтониана модели (4.1) к эффективному гамильтониану, учитывающему взаимодействие дырок со спиновыми волнами. Это достигается с помощью перехода от электронных операторов $\tilde{C}_{i\sigma}$ и $\tilde{C}_{i\sigma}^\dagger$ к произведению фермиевских и спиновых операторов (спин-фермионное представление [1]).

Для двух спиновых подрешеток (обозначим их \uparrow и \downarrow) это представление имеет вид

$$\begin{aligned} \tilde{C}_{i\uparrow} &= h_i^\dagger, & \tilde{C}_{i\downarrow} &= h_i^\dagger s_i^+ & (i \in \uparrow); \\ \tilde{C}_{i\downarrow} &= f_i^\dagger, & \tilde{C}_{i\uparrow} &= f_i^\dagger s_i^- & (i \in \downarrow). \end{aligned} \quad (4.3)$$

Здесь h_i^\dagger и f_i^\dagger — бесспиновые ферми-операторы, порождающие дырки на узлах подрешеток \uparrow и \downarrow соответственно, s_i^+ и s_i^- — спиновые операторы. В линейном по спиновым волнам приближении получаем [32]:

$$\begin{aligned} H &= H_0 + H_{\text{int}} = \sum_{\mathbf{q}} \omega(\mathbf{q}) (\alpha_{\mathbf{q}}^\dagger \alpha_{\mathbf{q}} + \beta_{\mathbf{q}}^\dagger \beta_{\mathbf{q}}) + \\ &+ \sum_{\mathbf{k}\mathbf{q}} h_{\mathbf{k}}^\dagger f_{\mathbf{k}-\mathbf{q}} [g(\mathbf{k}, \mathbf{q}) \alpha_{\mathbf{q}} + g(\mathbf{q} - \mathbf{k}, \mathbf{q}) \beta_{-\mathbf{q}}^\dagger] + \text{с.с.} \end{aligned} \quad (4.4)$$

(здесь $\alpha_{\mathbf{q}}^\dagger$ и $\beta_{\mathbf{q}}^\dagger$ — бозе-операторы рождения спиновых волн с энергией $\omega_{\mathbf{q}}$, $g(\mathbf{k}, \mathbf{q})$ — амплитуда взаимодействия дырок со спиновыми волнами),

$$\omega(\mathbf{k}) = zJs(1 - \delta)^2 v(\mathbf{k}), \quad (4.5)$$

$$g(\mathbf{k}, \mathbf{q}) = \frac{zt}{\sqrt{N/2}} (u_{\mathbf{q}} \gamma_{\mathbf{k}-\mathbf{q}} + v_{\mathbf{q}} \gamma_{\mathbf{k}}), \quad (4.6)$$

$$\begin{aligned} v(\mathbf{k}) &= \sqrt{1 - \gamma(\mathbf{k})^2}, & \gamma(\mathbf{k}) &= \frac{1}{2} (\cos k_x + \cos k_y), \\ u_{\mathbf{k}} &= \left(\frac{1 + v(\mathbf{k})}{2v(\mathbf{k})} \right)^{1/2}, & v_{\mathbf{k}} &= -\text{sign } \gamma(\mathbf{k}) \left(\frac{1 - v(\mathbf{k})}{2v(\mathbf{k})} \right)^{1/2}. \end{aligned}$$

В отличие от обычной теории полярона гамильтониан (4.4) в спин-поляронной теории не содержит затравочного члена для дырок. Спектр квазичастиц формируется исключительно взаимодействием их с флуктуациями магнитного порядка (спиновыми волнами).

При работе с гамильтонианом (4.4) обычно используют самосогласованное борновское приближение (SCBA), в рамках которого показывается, что спектр квазичастиц образует узкую зону, причем ширина ее зависит от концентрации дырок, а поверхность Ферми образует четыре кармана, центрированных в точках $(\pm\pi/2, \pm\pi/2)$ зоны Бриллюэна. Химический потенциал μ зависит от δ и T и находится из уравнения

$$\delta = \langle h_i^\dagger h_i \rangle + \langle f_i^\dagger f_i \rangle. \quad (4.7)$$

4.2. Самосогласованное борновское приближение для сверхпроводника

Чтобы исследовать возможность синглетного спаривания магнитных поляронов, составим, следуя работе [33], электронную функцию Грина с помощью двухкомпо-

нентных операторов

$$\psi_{\mathbf{k}} = \begin{pmatrix} \tilde{C}_{\mathbf{k}\uparrow} \\ \tilde{C}_{-\mathbf{k}\downarrow}^\dagger \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_{\mathbf{k}}^\dagger \\ f_{-\mathbf{k}} \end{pmatrix},$$

$$\psi_{\mathbf{k}}^\dagger = (\tilde{C}_{\mathbf{k}\uparrow}^\dagger, \tilde{C}_{-\mathbf{k}\downarrow}) = (h_{\mathbf{k}}, f_{-\mathbf{k}}^\dagger). \quad (4.8)$$

Тогда сама функция Грина $G(k)$ и ее собственно-энергетическая часть $\Sigma(k)$ представляют матрицы размера 2×2 :

$$G(k) = \begin{pmatrix} G_{hh} & G_{hf} \\ G_{fh} & G_{ff} \end{pmatrix} = -\langle T\psi_k\psi_k^\dagger \rangle, \quad (4.9)$$

$$\Sigma(k) = \begin{pmatrix} \Sigma_{hh} & \Sigma_{hf} \\ \Sigma_{fh} & \Sigma_{ff} \end{pmatrix}. \quad (4.10)$$

В рамках SCBA-приближения уравнения для нормальной Σ_{hh} и аномальной Σ_{hf} части Σ принимают форму уравнений Элиашберга

$$\Sigma_{hh}(\mathbf{k}, i\omega_n) = -T \sum_{\mathbf{q}m} G_{hh}(\mathbf{q}, i\omega_m) \lambda_{\mathbf{k}, \mathbf{k}-\mathbf{q}}^{11}(i\omega_n - i\omega_m), \quad (4.11)$$

$$\Sigma_{hf}(\mathbf{k}, i\omega_n) = -T \sum_{\mathbf{q}m} G_{hf}(\mathbf{q}, i\omega_m) \lambda_{\mathbf{k}, \mathbf{k}-\mathbf{q}}^{12}(i\omega_n - i\omega_m), \quad (4.12)$$

где введены обозначения

$$\lambda_{\mathbf{k}, \mathbf{q}}^{11}(i\omega_n) = g(\mathbf{k}, \mathbf{q})^2 D(\mathbf{q}, -i\omega_n) + g(\mathbf{q} - \mathbf{k}, \mathbf{q})^2 D(-\mathbf{q}, i\omega_n),$$

$$\lambda_{\mathbf{k}, \mathbf{q}}^{12}(i\omega_n) = g(\mathbf{k}, \mathbf{q})g(\mathbf{q} - \mathbf{k}, \mathbf{q}) [D(\mathbf{q}, -i\omega_n) + D(-\mathbf{q}, i\omega_n)]$$

для линейных комбинаций магнонной функции Грина $D(\mathbf{q}, -i\omega_n)$. В полностью самосогласованной теории для нее следовало бы составить уравнение, выражающее ее через электронные функции Грина подобно тому, как это делается для модели Хаббарда. Однако мы будем использовать в дальнейшем затравочную магнонную функцию Грина с частотным спектром (4.5). Для исследования T_c достаточно иметь линейаризованную по аномальной части систему уравнений:

$$G_{hh}(\mathbf{k}, i\omega_n) = \frac{1}{i\omega_n + \varepsilon(\mathbf{k}) - \mu - \Sigma_{hh}(\mathbf{k}, i\omega_n)}, \quad (4.13)$$

$$\Phi(\mathbf{k}, i\omega_n) = T \sum_{\mathbf{q}m} \lambda_{\mathbf{k}, \mathbf{k}-\mathbf{q}}^{12}(i\omega_n - i\omega_m) G_{hh}(\mathbf{q}, i\omega_m) \times \\ \times G_{hh}(-\mathbf{q}, -i\omega_m) \Phi(\mathbf{q}, i\omega_m). \quad (4.14)$$

Первый этап расчета T_c состоит в самосогласованном вычислении нормальной функции Грина $G_{hh}(\mathbf{k}, i\omega_n)$ из уравнений (4.11) и (4.13). Химический потенциал при этом находится из уравнения (4.7), которое принимает форму

$$\delta = \frac{1}{2} + 2T \sum_{\mathbf{k}n} G_{hh}(\mathbf{k}, i\omega_n). \quad (4.15)$$

Численные расчеты выполнялись на сетке, содержащей 64×64 точки \mathbf{k} в полной зоне Бриллюэна, а суммирование по мацубаровским частотам включало 200–700 точек с параметром обрезания $\omega_{\max} = 10t$. Обычно 10–30 итераций было достаточно, чтобы получить решение для собственной энергии с точностью до 0,001. Для

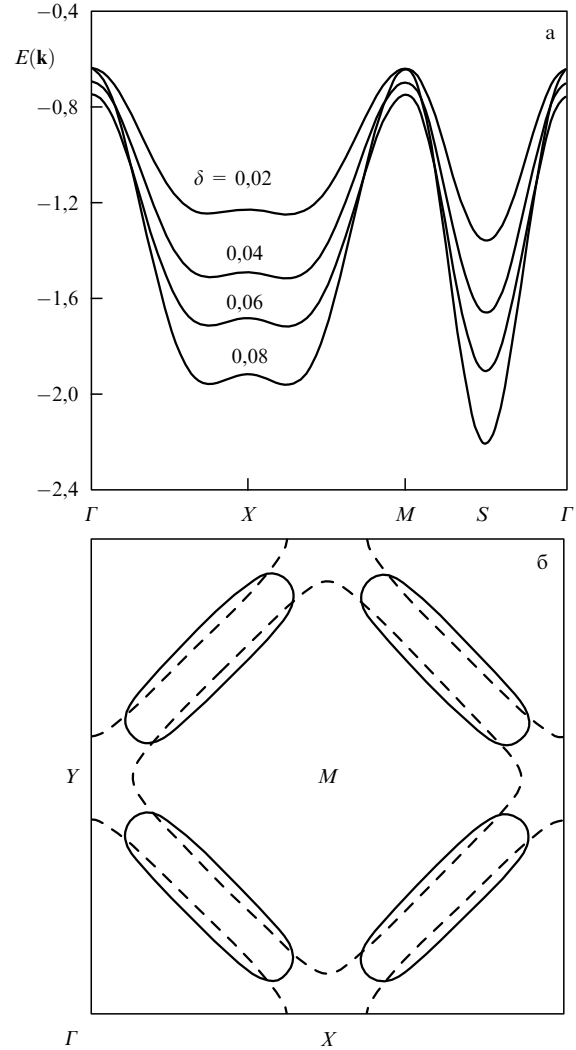


Рис. 6. (а) Квазичастичный спектр $E(\mathbf{k})$ для нескольких концентраций дырок; (б) поверхность Ферми $E(\mathbf{k}_F) = 0$ для концентрации дырок $\delta = 0,25$ при значениях параметров $J = 0,4t$, $t' = -0,1t$. Штриховая линия на рис. 6б дана для $t' = 0$ [33].

вычисления спектральной плотности

$$A(\mathbf{k}, \omega) = -\frac{1}{\pi} \text{Im} G_{hh}(\mathbf{k}, \omega)$$

одночастичных состояний использовался метод аппроксимантов Паде. Рассчитанный квазичастичный спектр и поверхность Ферми показаны на рис. 6. Мы видим, что в широком интервале концентраций дырок дисперсионные кривые имеют одну и ту же структуру, причем минимум энергии лежит в точке S , так что поверхность Ферми образует четыре кармана, центрированные в точках $(\pm\pi/2, \pm\pi/2)$, как это было показано во многих работах [1]. Из рисунка 6б видно, что при некоторой концентрации $\delta = 0,25$ топология ферми-поверхности может измениться, если включить параметр t' перескоков на следующие за ближайшими узлы.

Температура сверхпроводящего перехода, рассчитанная из линейаризованного уравнения (4.14), как функция концентрации дырок δ показана для нескольких значений параметра t'/t (рис. 7). Замечательно, что все кривые имеют максимум, положение которого зависит от этого параметра. Этот результат совершенно отличен от

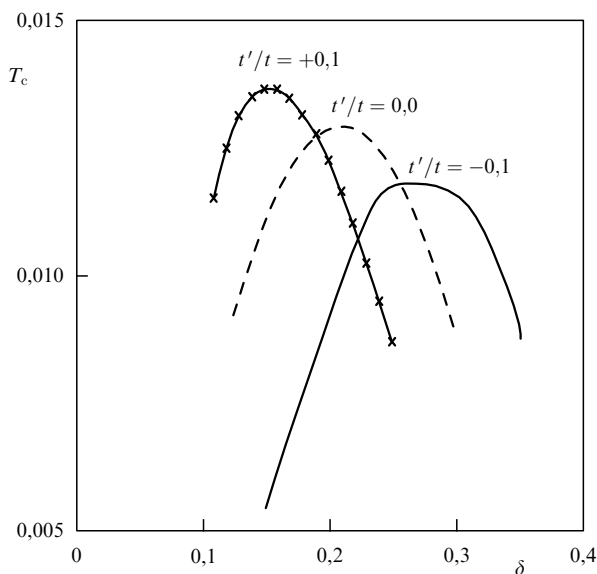


Рис. 7. Зависимость T_c от концентрации дырок для $J = 0,4t$ и трех значений t'/t .

других, где, например, имеет место монотонное увеличение T_c с ростом δ (в приближении слабой связи [34]) или возникает максимум вблизи половинного заполнения [35].

Решения уравнения (4.14) имеют d-симметрию. Это следует также из нелинеаризованного уравнения (4.12), из которого получен сверхпроводящий ПП $\Delta(\mathbf{k}) = \Phi(\mathbf{k}, 0)/Z(\mathbf{k}, 0)$ как функция волнового вектора $\mathbf{k} = (k_x, k_y)$ (рис. 8).

Дадим несколько комментариев к изложенным результатам. Высокие значения T_c обусловлены в модели спинового полярона острым пиком в плотности состоя-

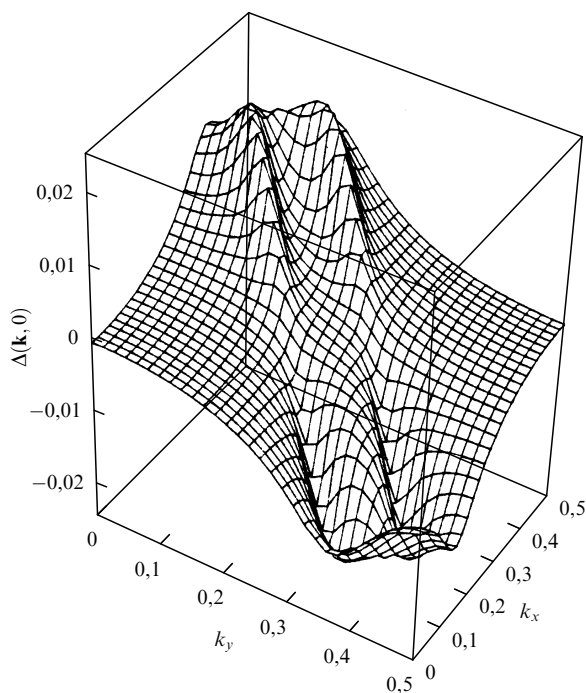


Рис. 8. Сверхпроводящий параметр порядка $\Delta(\mathbf{k})$ для $\delta = 0,25$ и $T/T_c = 0,8$ [33].

ний вблизи поверхности Ферми. В отличие от сценария, использующего ван-хововскую сингулярность, этот пик имеет многоэлектронную природу. При этом оказывается, что ширина пика (ширина поляронной зоны) и ширина спин-волнового спектра одного и того же порядка J . В этой ситуации в уравнениях Элиашберга необходимо интегрирование по всей зоне Бриллюэна, что и было проделано численно.

Следует отметить, однако, определенную трудность при попытке сопоставления полученных результатов спин-поляронной теории с ВТСП-системами. Дело в том, что гамильтониан модели (4.4) получен в предположении о дальнем антиферромагнитном порядке, а сверхпроводимость в ВТСП-соединениях возникает при $\delta > \delta_c$, т.е. за пределами магнитоупорядоченного состояния. Конечно, при достаточно большой магнитной корреляционной длине спектр спиновых флуктуаций может отражать черты спин-волнового спектра, однако без специального исследования трудно предсказать поведение системы, в котором должны сравниваться между собой три параметра размерности длины: магнитная корреляционная длина, радиус магнитного полярона и размер куперовской пары. Центральным моментом в этой сложной проблеме должно стать самосогласованное вычисление спиновой функции Грина в отсутствие дальнего магнитного порядка. Проведенное в работе [33] исследование сверхпроводимости в рамках поляронной модели следует рассматривать лишь как одну из попыток построения спин-флуктуационного механизма спаривания в tJ -модели.

Дадим теперь общее заключение о спин-флуктуационном механизме сверхпроводимости, рассмотренном в разделах 2–4. Мы рассмотрели три подхода к проблеме: один на основе феноменологической динамической восприимчивости и два модельных, соответствующих пределам слабого ($U \ll zt$) и сильного ($U \gg zt$) кулоновского отталкивания. Во всех трех случаях высокие T_c получаются только при учете интегрирования в уравнениях типа Элиашберга по всему \mathbf{k} -пространству, а не только вблизи поверхности Ферми. Симметрия ПП в этих случаях автоматически получается $d_{x^2-y^2}$ -типа. Этот успех теории не следует переоценивать, поскольку в уравнениях Элиашберга не учитывалась перенормировка вершин электрон-магнонного взаимодействия, а здесь нет такого очевидного параметра малости, как параметр адиабатичности в электрон-фононной модели. Другим слабым местом двух микроскопических подходов, исходящих из модели Хаббарда и tJ -модели, является предельный характер соответственно слабого и сильного кулоновского взаимодействия, тогда как в купратах скорее имеет место промежуточный случай $U \sim zt$. Таким образом, оказывается, что, несмотря на совпадение ряда выводов теории спин-флуктуационного механизма спаривания с наблюдаемыми явлениями в купратах, вопрос о природе спаривания в них не может пока считаться окончательно решенным. Наибольшую трудность для излагаемых теорий представляет тот факт, что во многих купратах на основании данных по неупругому рассеянию нейтронов (см., например, монографию [36]) отсутствуют экспериментально наблюдаемые спиновые флуктуации с низкими энергиями, необходимые для спин-флуктуационного механизма сверхпроводимости.

5. Теория Гинзбурга–Ландау для сверхпроводника с d-симметрией параметра порядка

5.1. Вывод уравнений Гинзбурга–Ландау из теории слабой связи

Анизотропное пространственное распределение сверхпроводящего ПП в сверхпроводниках d-типа приводит к ряду особенностей сверхпроводящего состояния по отношению к обычным сверхпроводникам s-типа. Среди этих особенностей — появление нулей ПП на поверхности Ферми и анизотропия вихрей и структуры вихревой решетки в полях $H_{c1} < H < H_{c2}$. Известно, что поведение сверхпроводников второго рода в магнитном поле управляется уравнениями Гинзбурга–Ландау (ГЛ), поэтому первая задача — обобщение этих уравнений для сверхпроводников с d-симметрией ПП.

Вначале мы приведем микроскопический вывод этих уравнений в приближении слабой связи [37]. Будем исходить из уравнения Горькова для неоднородного ПП

$$\Delta^*(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = V(\mathbf{r} - \mathbf{r}') T \sum_n F^+(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; i\omega_n), \quad (5.1)$$

где $V(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$ — эффективное двухчастичное взаимодействие электронов, а F^+ — аномальная функция Грина. Обозначим нормальную функцию Грина в магнитном поле \tilde{G} . Тогда уравнения Горькова запишутся в виде

$$\left[i\omega_n - \frac{1}{2m} (-i\nabla + e\mathbf{A})^2 + \mu \right] \tilde{G}(\mathbf{r}\mathbf{r}', \omega_n) + \int d\mathbf{r}'' \Delta(\mathbf{r}\mathbf{r}'') F^+(\mathbf{r}''\mathbf{r}'; \omega_n) = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'), \quad (5.2)$$

$$\left[-i\omega_n - \frac{1}{2m} (i\nabla + e\mathbf{A})^2 + \mu \right] F^+(\mathbf{r}\mathbf{r}', \omega_n) + \int d\mathbf{r}'' \Delta^*(\mathbf{r}\mathbf{r}'') \tilde{G}(\mathbf{r}''\mathbf{r}', \omega_n) = 0, \quad (5.3)$$

где \mathbf{A} — вектор-потенциал поля. Уравнения написаны в приближении сплошной среды (без учета дискретной решетки), поэтому имеет место квадратичный закон дисперсии электронов с эффективной массой m .

Вблизи перехода в нормальное состояние уравнения (5.2) и (5.3) могут быть решены итерациями, так что в правой части уравнения (5.1) возникает линейный и тройной член по Δ . Коэффициенты в этом уравнении зависят от электронной функции Грина \tilde{G}_0 в нормальной фазе, в которой явно можно выделить зависимость от внешнего поля:

$$\tilde{G}_0(\mathbf{r}\mathbf{r}', \omega_n) = \left[i\omega_n - \frac{1}{2m} (-i\nabla + e\mathbf{A})^2 + \mu \right]^{-1} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \approx \approx G_0(\mathbf{r}\mathbf{r}', \omega_n) \exp\{-ie\mathbf{A}(\mathbf{r})(\mathbf{r} - \mathbf{r}')\}. \quad (5.4)$$

Это приближение справедливо для достаточно медленного изменения магнитного поля в пространстве, когда выполняется условие $1/k_F \ll \lambda$, где λ — лондоновская глубина проникновения. В выражении (5.4) G_0 — функция Грина свободных электронов в нулевом поле:

$$G_0(\mathbf{r}, \omega_n) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int d\mathbf{k} \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}) \frac{1}{i\omega_n - \xi_{\mathbf{k}}}, \quad (5.5)$$

где $\xi_{\mathbf{k}} = k^2/(2m) - \mu$.

Вместо переменных \mathbf{r} и \mathbf{r}' удобно ввести координаты центра масс $\mathbf{R} = (\mathbf{r} + \mathbf{r}')/2$ и относительного движения $\rho = \mathbf{r} - \mathbf{r}'$. После преобразования Фурье по переменной ρ и использования выражения (5.5) получим уравнение для сверхпроводящего ПП $\Delta^*(\mathbf{R}, \mathbf{k})$ в виде

$$\begin{aligned} \Delta^*(\mathbf{R}, \mathbf{k}) = & - \int \frac{d\mathbf{k}'}{(2\pi)^2} V(\mathbf{k} - \mathbf{k}') T \sum_n \frac{1}{\omega_n^2 + \xi_{\mathbf{k}'}^2} \Delta^*(\mathbf{R}, \mathbf{k}') - \\ & - \int \frac{d\mathbf{k}'}{2(2\pi)^2} V(\mathbf{k} - \mathbf{k}') T \times \\ & \times \sum_n \left[\frac{1}{(2m)^2} \frac{2\xi_{\mathbf{k}'}^2 - 6\omega_n^2}{(\omega_n^2 + \xi_{\mathbf{k}'}^2)^3} (k_x'^2 \Pi_x^2 + k_y'^2 \Pi_y^2) - \right. \\ & \left. - \frac{1}{2m} \frac{\xi_{\mathbf{k}'}^2}{(\omega_n^2 + \xi_{\mathbf{k}'}^2)^2} \Pi^2 \right] \Delta^*(\mathbf{R}, \mathbf{k}') + \\ & + \int \frac{d\mathbf{k}'}{(2\pi)^2} V(\mathbf{k} - \mathbf{k}') T \sum_n \frac{1}{(\omega_n^2 + \xi_{\mathbf{k}'}^2)^2} |\Delta^*(\mathbf{R}, \mathbf{k}')|^2 \Delta^*(\mathbf{R}, \mathbf{k}'). \end{aligned} \quad (5.6)$$

Здесь $\mathbf{P}_{\mathbf{R}} = -i\nabla_{\mathbf{R}} - 2e\mathbf{A}_{\mathbf{R}}$ — обобщенный импульс. Это есть уравнение ГЛ для сверхпроводящего ПП.

Рассмотрим теперь специальную форму эффективного взаимодействия

$$V(\mathbf{k} - \mathbf{k}') = V_0 - V_1 [\cos(k_x - k_x') + \cos(k_y - k_y')], \quad (5.7)$$

которая в решеточной модели соответствует отталкиванию на одном узле и притяжению на соседних узлах (обе константы V_0 и V_1 положительны). Представим это выражение в виде разложения по базисным функциям, преобразующимся по представлениям s-, d- и p-симметрии:

$$\begin{aligned} V(\mathbf{k} - \mathbf{k}') = & V_0 - \frac{V_1}{2} [\psi_s(\mathbf{k})\psi_s(\mathbf{k}') + \psi_d(\mathbf{k})\psi_d(\mathbf{k}') + \\ & + \psi_p(k_x)\psi_p(k_x') + \psi_p(k_y)\psi_p(k_y')], \end{aligned} \quad (5.8)$$

где

$$\begin{aligned} \psi_s(\mathbf{k}) &= \cos k_x + \cos k_y, & \psi_d(\mathbf{k}) &= \cos k_x - \cos k_y, \\ \psi_p(k_\alpha) &= \sin k_\alpha \quad (\alpha = x, y). \end{aligned}$$

Мы рассматриваем только синглетное спаривание, поэтому вклад в (5.8) от p-симметрии можно не учитывать. Остаточное взаимодействие

$$V(\mathbf{k} - \mathbf{k}') = V_s - V_d \psi_d(\mathbf{k})\psi_d(\mathbf{k}') \quad (5.9)$$

($V_s = V_0 - 2V_1$, $V_d = V_1/8$) может привести к спариваниям только s- и d-типа, так что сверхпроводящий ПП ищем в форме

$$\Delta^*(\mathbf{R}, \mathbf{k}) = \Delta_s^*(\mathbf{R}) + \Delta_d^*(\mathbf{R})\psi_d(\mathbf{k}). \quad (5.10)$$

Подставляя это выражение в уравнение (5.6), получаем два связанных уравнения для величин $\Delta_s^*(\mathbf{R})$ и $\Delta_d^*(\mathbf{R})$:

$$\begin{aligned} 2 \left(1 + 2 \frac{V_s}{V_d} \right) \Delta_s^* + \alpha \lambda_d \left\{ \frac{1}{2} v_F^2 \Pi^2 \Delta_s^* + \frac{1}{4} v_F^2 (\Pi_x^2 - \Pi_y^2) \Delta_d^* + \right. \\ \left. + 2|\Delta_s|^2 \Delta_s^* + 2|\Delta_d|^2 \Delta_s^* + \Delta_d^{*2} \Delta_s^* \right\} = 0, \end{aligned} \quad (5.11)$$

$$-\lambda_d \Delta_d^* \ln \frac{T_c}{T} + \alpha \lambda_d \left\{ \frac{1}{4} v_F^2 P^2 \Delta_d^* + \frac{1}{4} v_F^2 (P_x^2 - P_y^2) \Delta_s^* + \right. \\ \left. + 2|\Delta_s|^2 \Delta_d^* + \Delta_s^{*2} \Delta_d + \frac{3}{4} |\Delta_d|^2 \Delta_d^* \right\} = 0. \quad (5.12)$$

Здесь обозначено $\alpha = 7\zeta(3)/8(\pi T_c)^2$, $\lambda_d = N(0)V_d$, а $N(0)$ — плотность состояний на поверхности Ферми. Температура перехода находится из условия

$$\lambda_d \ln \frac{2e^{\gamma} \omega_D}{\pi T_c} = 1,$$

где ω_D — ширина слоя вблизи поверхности Ферми, где есть притяжение между электронами.

Связь ПП s - и d -симметрии осуществляется не только за счет смешанных кубических членов, но и за счет градиентных членов d -симметрии. К этим уравнениям следует добавить уравнение для тока, получаемое стандартным способом. Как и в обычных сверхпроводниках, оно имеет вид

$$\mathbf{j}(\mathbf{R}) = -\frac{eN(0)\mu\alpha}{2m} \left\{ \Delta_s \Pi \Delta_s^* + \frac{1}{2} \Delta_d \Pi \Delta_d^* + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} (\Delta_s \Pi_x \Delta_d^* + \Delta_d \Pi_x \Delta_s^*) \mathbf{x} - \right. \\ \left. - \frac{1}{2} (\Delta_s \Pi_y \Delta_d^* + \Delta_d \Pi_y \Delta_s^*) \mathbf{y} \right\} + \text{с.с.} \quad (5.13)$$

(\mathbf{x} и \mathbf{y} — единичные орты). Из этих уравнений может быть выведена структура вихрей, в которой самой замечательной особенностью является различное пространственное распределение d - и s -компоненты ПП.

Следует отметить, что параллельно и независимо с изложенным микроскопическим подходом использовался феноменологический подход, основанный на записи свободной энергии в духе оригинальной теории Гинзбурга–Ландау. Ниже мы изложим основы этого подхода и приведем результаты анализа уравнений ГЛ в их феноменологической форме [38–40].

5.2. Феноменологический подход

Как и для обычных сверхпроводников s -типа, запишем свободную энергию для сверхпроводника с двумя компонентами ПП в виде разложения по степеням этих ПП. Следуя работам [39, 40], обозначим эти ПП s и d соответственно. Они представляют функцию координат и преобразуются под действием элементов симметрии квадратной решетки по представлениям, соответствующим в изотропной среде орбитальным моментам $l = 0$ и $l = 2$. Разложение для плотности свободной энергии имеет вид

$$f = \alpha_s |s|^2 + \alpha_d |d|^2 + \beta_1 |s|^4 + \beta_2 |d|^4 + \beta_3 |s|^2 |d|^2 + \\ + \beta_4 (s^{*2} d^2 + d^{*2} s^2) + \gamma_s (\Pi s)^2 + \gamma_d (\Pi d)^2 + \\ + \gamma_v [(P_y s)^* (P_y d) - (P_x s)^* (P_x d) + \text{с.с.}] + \frac{\hbar^2}{8\pi}. \quad (5.14)$$

Предполагается, что d есть критический ПП, т.е. $\alpha_d = \alpha'(T - T_d)$, $\alpha_s = \alpha'(T - T_s)$, причем $T_s < T_d$. Предполагается также, что константы $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \gamma_s, \gamma_d$ положительны, как в обычной теории. Константа γ_v также предполагается положительной. Это согласуется

с результатами микроскопического подхода [37], где тоже получено разложение свободной энергии типа (5.14) с положительным коэффициентом при смешанном градиентном члене. Все параметры γ_i связаны с эффективными массами обычным образом: $\gamma_i = \hbar^2/2m_i$ ($i = s, d, v$).

Мы интересуемся случаем, когда чистое d -состояние устойчиво в массивном образце в отсутствие каких-либо неоднородностей, т.е. ситуацией, когда $|d| > 0$ и $s = 0$. Варьированием свободной энергии по d^* и s^* получаем пару связанных уравнений для сверхпроводящего ПП:

$$(\gamma_d P^2 + \alpha_d) d + \gamma_v (P_y^2 - P_x^2) s + 2\beta_2 |d|^2 d + \\ + \beta_3 |s|^2 d + 2\beta_4 s^2 d^* = 0, \quad (5.15)$$

$$(\gamma_s P^2 + \alpha_s) s + \gamma_v (P_y^2 - P_x^2) d + 2\beta_1 |s|^2 s + \\ + \beta_3 |d|^2 s + 2\beta_4 d^2 s^* = 0. \quad (5.16)$$

Стандартным образом можно получить уравнение для тока:

$$\mathbf{j} = \frac{e\hbar}{2m_d} [d^* (\Pi d) + (\Pi d)^* d] + \frac{e\hbar}{2m_s} [s^* (\Pi s) + (\Pi s)^* s] - \\ - \frac{e\hbar}{2m_v} [s^* (\Pi_x d) + (\Pi_x s)^* d + \text{с.с.}] \mathbf{x} + \\ + \frac{e\hbar}{2m_v} [s^* (\Pi_y d) + (\Pi_y s)^* d + \text{с.с.}] \mathbf{y}. \quad (5.17)$$

Нетрудно убедиться, что уравнения (5.15)–(5.17) феноменологической теории вполне эквивалентны уравнениям (5.11)–(5.13) микроскопической теории, и из сопоставления выясняется физический смысл феноменологических коэффициентов.

Уравнения (5.15)–(5.17) составляют полную систему уравнений ГЛ для сверхпроводников с $d_{x^2-y^2}$ -спариванием. Полная система уравнений слишком сложна для анализа, и в дальнейшем мы рассмотрим наиболее интересные случаи, а именно, рассмотрим решения этих уравнений вблизи нижнего H_{c1} и верхнего H_{c2} критических полей. В первом случае плотность вихрей мала, и фактически мы имеем дело с изолированным вихрем, а во втором случае имеем дело с вихревой решеткой. Оказывается, что структура единичного вихря и свойства вихревой решетки для сверхпроводников d -типа весьма сильно отличаются от таковых для обычных сверхпроводников s -типа [41–68]. Вначале исследуем уравнения вблизи поля H_{c1} .

5.3. Структура изолированного вихря

Найдем решения уравнений (5.15), (5.16) при наличии одного вихря в условиях $\lambda \gg \xi_d$. Нетрудно получить асимптотику решения в трех различных областях: 1) $\mathbf{r} \rightarrow 0$; 2) $\xi_d \ll r \ll \lambda$; 3) $r \gg \lambda$.

1. В самом остоле ($\mathbf{r} = 0$) оба ПП, d и s , равны нулю. При увеличении r амплитуда d увеличивается и генерирует s в f благодаря смешанному градиентному члену. При $r \approx \xi_d = \sqrt{\gamma_d/|\alpha_d|}$ амплитуда d практически достигает величины в однородном d -сверхпроводнике, равной $d_0 = \sqrt{|\alpha_d|/2\beta_2}$. В то же время s предполагается малым и всеми s -членами в уравнении (5.15) можно пренебречь, так что оно сведется к уравнению

$$(\alpha_d + \gamma P^2) d + 2\beta_2 |d|^2 d = 0,$$

известному в теории обычных сверхпроводников. При $r \rightarrow 0$ его решение в полярных координатах имеет вид

$$d(r, \varphi) = d_1 r \exp(i\varphi). \quad (5.18)$$

Ведущий член для $s(r, \varphi)$ может быть получен из линеаризованного уравнения (5.16):

$$(\alpha_s + \gamma_s \Pi^2)s + \gamma_v(\Pi_y^2 - \Pi_x^2)d = 0.$$

Вычислим действие оператора $\Pi_y^2 - \Pi_x^2$ на (5.18):

$$(\Pi_y^2 - \Pi_x^2)d(r, \varphi) = -\frac{e\hbar_0}{\hbar c} d_1 r \exp(-i\varphi).$$

Это приводит к результату

$$s(r, \varphi) = s_1 r \exp(-i\varphi), \quad (5.19)$$

где

$$s_1 = \frac{3}{8} \left(\frac{\gamma_v}{\alpha_s \xi_d^2} \right) d_1 \ll d_1.$$

Наиболее интересная черта решения (5.18) и (5.19) состоит в противоположном закручивании в s - и d -составляющих сверхпроводящего ПП. Это находится в согласии с общим предсказанием симметричного анализа Воловика [41].

2. Мы полагаем, что вне остова амплитуда d уже достигла предельного значения d_0 , так что

$$d(r, \varphi) = d_0 \exp(i\varphi). \quad (5.20)$$

Необходимо исследовать уравнение (5.17) с этим значением d и при дополнительном допущении $|s| \ll |d|$, $|\nabla s| \ll |\nabla d|$. В этих условиях векторный потенциал \mathbf{A} можно положить равным нулю, и уравнение (5.16) можно заменить следующим уравнением:

$$\gamma_v(\partial_x^2 - \partial_y^2)d + \alpha_s s + \beta_3 |d|^2 s + 2\beta_1 d^2 s^* = 0.$$

В полярных координатах находим действие оператора $(\partial_x^2 - \partial_y^2)$ на d -функции:

$$(\partial_x^2 - \partial_y^2)d_0 \exp(i\varphi) = \frac{1}{2r^2} [3 \exp(3i\varphi) - \exp(-i\varphi)] d_0,$$

поэтому из полученного уравнения следует асимптотика

$$s(r, \varphi) = \frac{1}{r^2} [f_1 \exp(-i\varphi) + f_3 \exp(3i\varphi)], \quad (5.21)$$

где f_1 и f_3 — константы порядка $f_3 \approx -3f_1 \sim \gamma_v d_0 / \alpha_s$. Асимптотическое решение (5.20), (5.21) впервые было получено в [37]. В рассматриваемой области s -компонента уменьшается как $1/r^2$, тогда как d -компонента остается постоянной, при этом угловая зависимость s -компоненты является более сложной, чем в области остова благодаря дополнительному члену $\sim \exp(3i\varphi)$.

3. Наконец, в области $r \gg \lambda$ легко получить экспоненциальную асимптотику для s -компоненты ПП:

$$s(r, \varphi) = \left(\frac{\pi \lambda}{2 r} \right)^{1/2} \exp\left(-\frac{r}{\lambda}\right) [s_1 \exp(-i\varphi) + s_3 \exp(3i\varphi)], \quad (5.22)$$

где $s_1 = -s_3 \sim \gamma_v d_0 / 2\lambda^2 \alpha_s$.

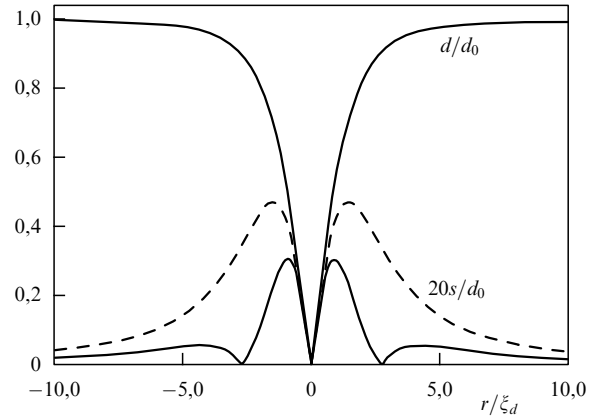


Рис. 9. Амплитуда d - и s -компонент вихря вдоль оси x (сплошная линия) и вдоль диагонали $x = y$ (штриховая линия) при значениях параметров: $\beta_1 = \beta_3 = 0$, $\beta_4 = 0,5\beta_2$, $\alpha_3 = 10|\alpha_d|$, $\gamma_d = \gamma_s = \gamma_v$ [40].

Таким образом, на расстояниях $r > \lambda$ структура вихря такая же, как в обычных сверхпроводниках; на расстоянии $r \ll \lambda$ к d -компоненте примешивается s -компонента, возрастающая по мере приближения к остову как $1/r^2$, оставаясь, тем не менее, всюду меньше, чем d -компонента. Наконец, внутри остова обе компоненты убывают как r при $r \rightarrow 0$. Эта асимптотическая картина подтверждается численными решениями уравнений ГЛ (5.15) и (5.16) (рис. 9). Угловая зависимость сингулярного решения уравнений ГЛ показана на рис. 9 и 10. В пространственном распределении s -компоненты возникают вокруг остова четыре сингулярности с закручиванием фазы в противоположную остову сторону. Замечательно, что представленная на этих рисунках топологическая структура единичного вихря сохраняется качественно при изменении параметров свободной энергии.

5.4. Решетка вихрей

В окрестности верхнего критического поля H_{c2} , там, где плотность вихрей достаточно велика, формируется периодическое расположение их в пространстве — решетка вихрей. Для сверхпроводников d -типа периодическое решение уравнений ГЛ может быть получено так же, как это впервые было сделано Абрикосовым для обычных сверхпроводников. Единственным осложняющим обстоятельством теперь является анизотропное распределение ПП в единичном вихре, из-за чего необходимо использовать численные методы.

Анализ уравнений ГЛ показывает [40], что вместо треугольной решетки, имеющей место в обычных сверхпроводниках, в данном случае возникает косая (oblique) решетка вихрей. Она характеризуется периодами L_x и L_y в соответствующих направлениях исходной квадратной решетки. Мерой ее скошенности является отношение $R = L_x/L_y$, которое принимает значение $R = 1$ для квадратной решетки, $R = \sqrt{3}$ для треугольной, а промежуточные значения характеризуют косую решетку. При заданном магнитном поле равновесное значение R_{\min} находится минимизацией свободной энергии. Эта величина, очевидно, определяет и угол θ между кратчайшими векторами косой решетки вихрей. Форма решетки и ее периодичность определяются, главным образом, магнитным полем и важным параметром $\varepsilon_v = \gamma_v/\gamma_s$. В численных расчетах предполагается, что $\gamma_s = \gamma_d$. На

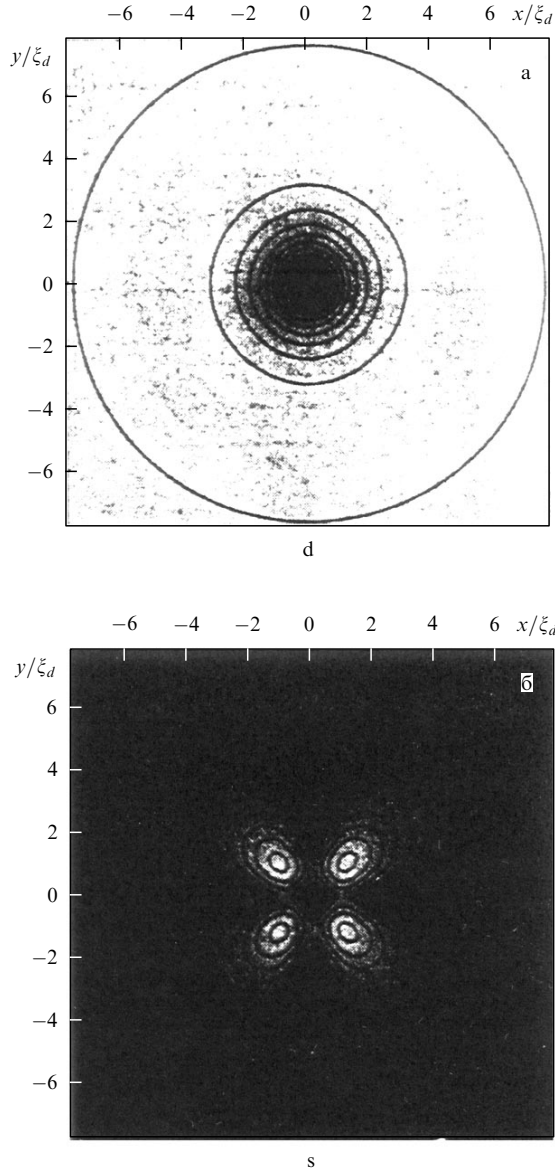


Рис. 10. Контурные кривые амплитуды d - и s -компонент ПП при тех же значениях параметров, что и на рис. 9 [40].

рисунке 11 приводится пример численного расчета решетки. При выбранных параметрах форма решетки характеризуется величинами $R_{\min} = 1,29$ и $\theta = 76^\circ$. При $\varepsilon_v = 0$ s -компонента ПП исчезает, и решетка является треугольной, как и для обычных сверхпроводников. С ростом ε_v она непрерывно деформируется и приближается к квадратной.

Экспериментальное изучение вихревой решетки, в принципе, возможно с помощью дифракции нейтронов на малых углах. В работе [55] сообщается о наблюдении косой решетки на системе YBCO в магнитных полях $0,5T \leq H \leq 5T$, при этом угол между примитивными трансляциями $\theta = 73^\circ$. Это находится в согласии с результатами расчетов [40], однако в работе [42] приводятся аргументы, что наблюдаемое рассеяние нейтронов может быть объяснено не только скошенностью решетки, но также орторомбическим искажением ab -плоскости. В работе [42] сообщается о наблюдении другим методом скошенной решетки с $\theta = 77^\circ$. Иной путь, который мог бы устранить неоднозначность интер-

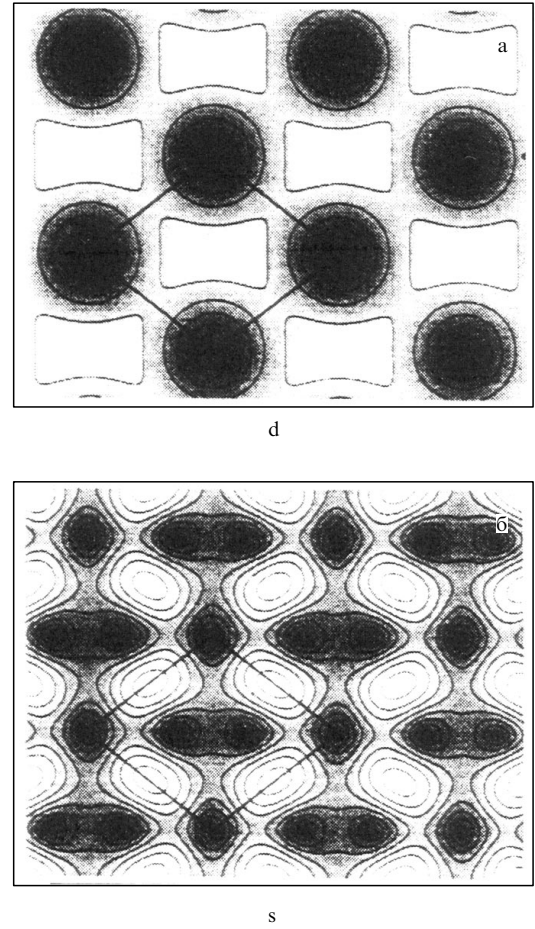


Рис. 11. Контурные кривые для амплитуды ПП d -типа (а) и s -типа (б) для решетки вихрей в поле $H = 0,8H_{c2}$ при температуре $T = 0,75T_d$ и значениях параметров: $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = 1$, $\varepsilon_v = 0,45$, $T_c = 0,5T_d$. Светлые участки характеризуются наибольшей интенсивностью [39].

претации экспериментов, состоит в изучении формы линии в μSR и NMR экспериментах.

5.5. Дальнейшее развитие теории

Из симметричных соображений следует [41], что к ПП $d_{x^2-y^2}$ -симметрии могут подмешиваться ПП не только s -типа, но и другого типа, в частности, d_{xy} -симметрии. Однако за связь между $d_{x^2-y^2}$ - и d_{xy} -ПП ответственны градиентные члены в свободной энергии не второго (как в случае подмешивания ПП s -типа), но четвертого порядка по производным, а именно [43]:

$$(\partial_x^2 - \partial_y^2)d_{x^2-y^2}\partial_x\partial_y d_{xy}. \quad (5.23)$$

В работе [43] эта ситуация исследовалась с помощью квазиклассического подхода, ранее использованного в [44, 45]. Преимуществом такого подхода является тот факт, что результаты применимы при любых температурах, в отличие от теории ГЛ, применимой только в окрестности T_c .

Оказалось, что сопутствующий ПП вблизи остова меняется с расстоянием по закону $d_{xy} \sim r^3$, а вдали от него по закону $d_{xy} \sim 1/r^4$. Угловая зависимость ПП определяется формулой

$$d_{xy} = d_1(r) \exp(-4i\varphi) + d_2(r) \exp(4i\varphi), \quad (5.24)$$

откуда следует, что контурная карта вихря для d_{xy} -ПП является не четырехлепестковой (как в случае s -симметрии), а восьмилепестковой. Относительная интенсивность сопутствующей компоненты ПП определяется величиной коэффициента при инварианте (5.23) в свободной энергии.

Детальный симметричный анализ в пределах теории ГЛ для сверхпроводников d -типа был проделан в работе [46]. Наряду с тетрагональной симметрией исходного кристалла рассматривалась и орторомбическая симметрия. Для тетрагональной симметрии была подтверждена структура изолированного вихря, ранее исследованная в работах [37–40], однако анализ был дополнен более строгим учетом магнитного поля в линеаризованных уравнениях ГЛ. Известно, что для сверхпроводников второго рода поведение в магнитном поле определяется параметром Абрикосова $\kappa = \lambda/\xi$. В работе [46] показано, что приближения, сделанные в работах [38–40], соответствуют пределу $\kappa \rightarrow \infty$. При конечных κ возникают две особенности. Четыре сателлитных вихря для ПП s -симметрии сдвигаются от центра, и интенсивность их ослабляется. Этот эффект становится заметен при $\kappa < 10$. Для $\kappa < 2$ (случай, близкий к границе существования сверхпроводимости второго рода) сателлитные вихри исчезают вовсе. Этим объясняется тот факт, что в работе [37], использующей микроскопический вывод уравнений ГЛ, численный расчет не привел к четырехлепестковой структуре вихря, хотя возникла сильная анизотропия в распределении s -компоненты ПП с осью симметрии четвертого порядка.

В орторомбической фазе следует учитывать смешанные инварианты

$$sd^*, \quad (P_x s)^*(P_x d), \quad (P_y s)^*(P_y d) \quad (5.25)$$

и комплексно-сопряженные выражения. Инвариант $sd^* + s^*d$ приводит к смешиванию s - и d -ПП, так что основной ПП d -симметрии индуцирует везде в объеме ПП s -симметрии. Этот факт может быть обнаружен в экспериментах с джозефсоновскими контактами. Так, в работе [47] измерялся туннельный ток в контакте $Pb - YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$ с поверхностью образца, перпендикулярной c -оси. Если бы $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$ был сверхпроводником с чистой d -симметрией ПП, то в этом контакте туннельный ток был бы равен нулю, поскольку в Pb ПП имеет s -симметрию. Индуцирование s -компоненты приводит к ненулевому значению тока, величина которого определяется долей s -компоненты в ПП для этого соединения. С этих позиций объясняется ток, наблюдаемый в этом контакте.

Ненулевая s -компонента имеет следствие и для структуры вихря, в частности, для положения сателлитных вихрей. При небольшой дисторсии тетрагонального кристалла возникает смещение вдоль осей x и y в противоположных направлениях. Градиентные члены из (5.25) производят другого типа эффекты в структуре вихря. Так, оказывается, что возможно появление 6, 4, 2 или 0 сателлитных вихрей в s -компоненте ПП в зависимости от величины дисторсии.

В работе [48] предложен новый тип вихря, который может реализоваться в сверхпроводниках d -типа. Его остовом служит не парамагнитное состояние металла, как в обычном сверхпроводнике, а антиферромагнитное. Этот вывод получен на основе теории [49], в которой используется $SU(5)$ -симметрия ПП. Для систем, в кото-

рых имеет место близость антиферромагнитного и сверхпроводящего состояния, как в купратах, полезно объединить трехкомпонентный магнитный ПП с двухкомпонентным сверхпроводящим ПП (имеется в виду его вещественная и мнимая части). Можно построить разложение свободной энергии по степеням такого пятикомпонентного ПП и исследовать различные фазы и фазовые переходы между ними.

Отметим также, что поверхностные состояния в сверхпроводниках $d_{x^2-y^2}$ -типа исследовались в работе [50].

Наряду с феноменологическим подходом к сверхпроводникам d -симметрии использовались и микроскопические подходы [51]. Так, в работе [51] методом сильной связи исследовалась сверхпроводимость в двух моделях: расширенная модель Хаббарда [52] и антиферромагнитная модель с сингулярностью Ван Хофа (AvH) [53]. В первой учитывается с самого начала отталкивание электронов на одном узле и притяжение на соседних узлах. Во второй — притяжение на соседних узлах и перескоки электронов только между соседями второго и третьего порядка (перескоков между соседними узлами нет). Как было недавно показано [54], расширенная модель приводит к неустойчивости по отношению к фазовому расслоению или к образованию волны спиновой плотности. Тем не менее имеется достаточно ограниченная область параметров, в которой существует сверхпроводящая фаза с высокими T_c . AvH -модель, напротив, приводит к неустойчивости по отношению к сверхпроводимости d -типа.

Для обеих решеточных моделей в технике с уравнениями Горькова выведены уравнения ГЛ и, тем самым, даны микроскопические выражения для феноменологических коэффициентов функционала ГЛ. Было показано, что в пределах широкого ранга значений параметров для систем обе микроскопические модели ведут к отношению градиентных коэффициентов порядка $\gamma_v/\gamma_d \sim 0,1 - 0,4$. Это согласуется с двумя недавними наблюдениями [55, 56] для вихревой решетки $YBCO$ с углами $\theta = 73^\circ$ и 77° .

Отметим еще одну работу [57] по AvH -модели с целью исследовать возможную суперпозицию s - и d -ПП. Впервые о смешанных состояниях $(s + d)$ - или $(s + id)$ -типа вопрос поднимался в ранних работах [58, 59]. В рамках двумерной модели ферми-жидкости этот же вопрос недавно исследовался в [60–62]. В AvH -модели было показано, что $(s + id)$ -фаза возникает при орторомбическом искажении тетрагонального кристалла. В работе [63] уравнения ГЛ выводятся для орторомбического кристалла, в котором должна быть суперпозиция s - и d -состояний. Анизотропия в ab -плоскости в нормальной фазе учитывается через анизотропию эффективных масс квазичастиц. Были вычислены критические поля H_{c2} при приложении внешнего поля в базисной плоскости и перпендикулярно ей. Анизотропия H_{c2} сопровождается анизотропией глубины проникновения. Для $YBCO$ рассчитанное значение $H_{c2}^b/H_{c2}^a = 3,15$ оказывается существенно больше экспериментальных [64]. Наконец, упомянем работу [65], в которой были выведены динамические уравнения ГЛ и исследовано сопротивление в смешанной сверхпроводящей фазе, работу [66] по эффекту Холла и [67] по низкотемпературному скэйлингу.

Микроскопический подход при вычислении H_{c2} и плотности состояний $N(0)$ на поверхности Ферми в

сверхпроводнике $d_{x^2-y^2}$ -типа использовался в работах [68, 47]. Структура изолированного вихря в таком сверхпроводнике в магнитном поле $\mathbf{H} \parallel \mathbf{c}$ может быть представлена формулой

$$\Phi_d = \cos 2\theta [1 + C(a^\dagger)^4 + \dots] \Phi_s, \quad (5.26)$$

где Φ_s описывает распределение ПП в изолированном вихре сверхпроводника s-типа, а

$$a^\dagger = \frac{1}{2\sqrt{eH}} \left(-i \frac{\partial}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial y} + 2ieHx \right).$$

Безразмерный параметр C определяется из самосогласованных уравнений теории сверхпроводников со слабой связью. Он зависит от температуры приблизительно так же, как H_{c2} , и при $T=0$ достигает максимального значения 0,03. Наконец, θ в формуле (5.26) есть угол, отсчитываемый от оси \mathbf{a} . Микроскопический расчет $N(0)$ для смешанного состояния сверхпроводника в поле $H_{c1} < H < H_{c2}$ приводит к явной полевой зависимости плотности состояний. В полях $H_{c1} \ll H \ll H_{c2}$ результат [68] переходит в формулу Воловика $N(0) \sim \sqrt{H}$ [41], полученную в квазиклассическом приближении.

6. Экспериментальные исследования симметрии сверхпроводящего параметра порядка

Имеются три основные группы экспериментов, в которых может проявляться симметрия ПП. Первая группа объединяет измерение разных низкотемпературных характеристик сверхпроводников, таких, как сдвиг Найта и скорость релаксации в ЯМР, измерение температурной зависимости глубины проникновения и др. Если сверхпроводящий ПП имеет нули на различных участках поверхности Ферми (как в случае $d_{x^2-y^2}$ -симметрии), эти величины должны иметь не экспоненциальное поведение с температурой, а степенное. Другая группа экспериментов основана на непосредственном измерении фазы ПП с помощью изучения интерференционных явлений в джозефсоновских контактах в магнитном поле. Третья группа имеет дело с непосредственным измерением величины щели путем спектроскопического эксперимента. Наиболее результативным здесь оказывается ARPES, хотя имеются отдельные работы по рамановской и нейтронной спектроскопии. Рассмотрим последовательно все эти группы исследований.

6.1. Низкотемпературные исследования сверхпроводящей фазы

Низкотемпературное поведение различных термодинамических транспортных свойств зависит от поведения плотности состояний квазичастичного спектра сверхпроводника вблизи поверхности Ферми. Наличие нулей в ПП радикально меняет функцию $N(\omega)$ в узком интервале энергий вблизи ε_F , что и приводит к температурным аномалиям свойств сверхпроводника. Рассмотрим этот вопрос на примере температурной зависимости глубины проникновения $\lambda(T)$ [69]. В теории БКШ эта величина дается соотношением

$$\left[\frac{\lambda(0)}{\lambda(T)} \right]^2 = 1 - \frac{2}{T} \int_0^\infty d\omega \frac{N(\omega)}{N_0(0)} f(\omega) [1 - f(\omega)], \quad (6.1)$$

где $N_0(0)$ — плотность состояний на поверхности Ферми в нормальной фазе.

В случае s-симметрии ПП с постоянной величиной щели Δ_0

$$\frac{N(\omega)}{N_0(0)} = \text{Re} \frac{\omega}{\sqrt{\omega^2 - \Delta_0^2}}.$$

В случае же щели, имеющей нули, для энергий ω , малых по сравнению с максимальным значением Δ_0 ,

$$\frac{N(\omega)}{N_0(0)} \sim \frac{\omega}{\Delta_0}. \quad (6.2)$$

Для сверхпроводников s-типа формула (6.1) приводит при низких $T \ll \Delta_0$ к экспоненциально малому изменению $\lambda(T)$:

$$\frac{\lambda(T) - \lambda(0)}{\lambda(0)} \approx \left(\frac{2\pi\Delta}{T} \right)^{1/2} \exp \left(-\frac{\Delta}{T} \right).$$

Однако для сверхпроводника с $d_{x^2-y^2}$ -симметрией формулы (6.1) и (6.2) дают линейную зависимость $\lambda(T)$:

$$\frac{\lambda(T) - \lambda(0)}{\lambda(0)} \approx \frac{T}{\Delta_0} \ln 2. \quad (6.3)$$

На рисунке 12 показаны экспериментальные измерения величины $\lambda(T)$ на кристалле YBCO [70]. В области низких T видна линейная зависимость от T , подтверждающая соотношение (6.3). Наклон кривой хорошо соответствует числовому коэффициенту в формуле (6.3) для чистого соединения YBCO (роль примесей будет обсуждена в разделе 7). Линейная зависимость $\lambda(T)$, как следствие закона (6.2), может иметь место также в сверхпроводниках с расширенной s-симметрией ПП, поэтому одного эксперимента недостаточно для однозначного установления d-симметрии в YBCO. Необходимо совокупность ряда других данных, чтобы можно было различить d- и s*-симметрию ПП.

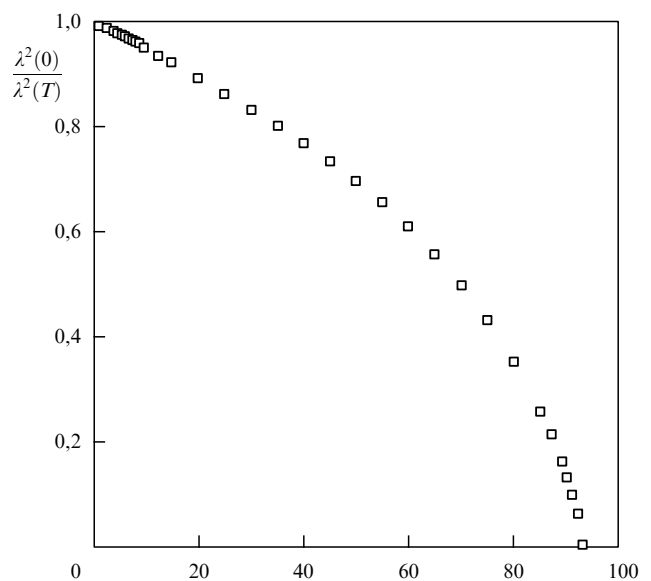


Рис. 12. Микроволновые данные по глубине проникновения для кристалла $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6,95}$ [69].

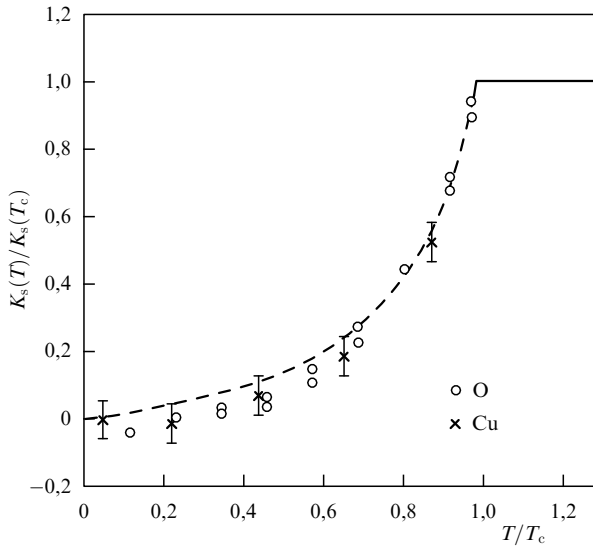


Рис. 13. Температурная зависимость сдвига Найта для чистого $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6.95}$, определенная на атомах кислорода и меди [69].

Одним из таких экспериментов может служить ЯМР, в частности, определение величины сдвига Найта K как функции температуры (рис. 13). Качественно это поведение соответствует теории БКШ и указывает на синглетное спаривание в купратах. Штриховая кривая показывает результаты численного расчета величины K с помощью магнитной восприимчивости для модели Хаббарда в РРА-приближении (см. выражение (6.13)), рассчитанной для сверхпроводящей фазы по формулам БКШ-теории в предположении о d -симметрии ПП [71, 72]. Аналогичные совпадения имеют место для экспериментального наблюдения скорости ЯМР-релаксации в YBCO [73] и расчета [71, 72] в предположении о d -симметрии ПП. Таким образом, экспериментальные данные по ЯМР и по температурной зависимости глубины проникновения в YBCO -системе не противоречат $d_{x^2-y^2}$ -симметрии ПП. Однако прямой вывод о d -симметрии может быть сделан из других экспериментов, в которых непосредственно измеряется величина или фаза ПП.

Перед тем как описывать эти методы, мы кратко обсудим возможность судить о симметрии ПП по данным анизотропии верхнего критического поля H_{c2} . В теоретической работе [74] вычислена анизотропия критического поля, приложенного в базисной плоскости тетрагонального кристалла, сверхпроводника с $d_{x^2-y^2}$ -симметрией ПП. Анизотропия определяется величиной

$$\langle \Phi^2(\mathbf{k})v_{\perp}^4 \rangle = A + B \cos 4\theta. \quad (6.4)$$

Здесь $\Phi(\mathbf{k}) \sim (k_x^2 - k_y^2)$ — волновая функция куперовской пары, v_{\perp} — скорость электронов на поверхности Ферми, перпендикулярной магнитному полю \mathbf{H} ; $\langle \dots \rangle$ — символ усреднения по поверхности Ферми (предполагается, что она изотропна), θ — угол между \mathbf{H} и кристаллографической осью в базисной плоскости. Константы A и B выражаются через средние по поверхности Ферми от произведения функции $\Phi(\mathbf{k})$ и комбинаций четвертых степеней проекций скоростей электрона.

Из формулы (6.4) видно, что H_{c2} должно иметь ось симметрии четвертого порядка. В работе [75] наблюда-

ется сильная анизотропия (порядка 8 %) H_{c2} на кристалле $\text{La}_{1.86}\text{Sr}_{0.14}\text{CuO}_4$, когда поле приложено в базисной плоскости; H_{c2} имеет максимум в направлениях $[\pm 1, 0, 0]$ и $[0, \pm 1, 0]$ и минимум вдоль направлений $[\pm 1, \pm 1, 0]$, что свидетельствует о $d_{x^2-y^2}$ -симметрии ПП. Этот вывод согласуется с данными, полученными из экспериментов по рамановской спектроскопии [76]. В другой работе [77] обнаружена анизотропия четвертого порядка для H_{c2} в сверхпроводнике $\text{Pb}_2\text{Sr}_2\text{Y}_{0.62}\text{Cd}_{0.38}\text{Cu}_3\text{O}_8$ по анизотропии электросопротивления ρ в магнитном поле для резистивного состояния сверхпроводника.

Нули в сверхпроводящем ПП могут проявляться в полевой зависимости плотности состояний на поверхности Ферми для сверхпроводника, находящегося в смешанном состоянии: $H_{c1} < H < H_{c2}$. Эта зависимость возникает от изменения в магнитном поле электронных состояний внутри отдельной вихревой нити. В обычных сверхпроводниках вклад в плотность состояний от изолированного вихря $\sim N_0(0)\xi^2$. Как показал Воловик [78], в случае ПП с линиями нулей этот вклад $\sim N_0(0)\xi \min\{R, \lambda\}$, где R — расстояние между вихрями. При этом оказывается, что основной вклад происходит от периферических частей вихря, т.е. для r , удовлетворяющих условию $\xi \ll r \ll \min\{R, \lambda\}$. Для вихревой решетки в области полей $H_{c1} < H < H_{c2}$ $R \sim \xi \sqrt{H_{c2}/H} < \lambda$, поэтому плотность состояний $\delta N(0)$, усредненная по вихрям, определяется выражением

$$\delta N(0) = CN_0(0) \sqrt{\frac{H}{H_{c2}}}, \quad (6.5)$$

где C — величина порядка единицы. Измерения низкотемпературной теплоемкости в $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6.95}$ показали, что коэффициент γ при линейном члене в теплоемкости зависит от поля, как \sqrt{H} . Это еще одно подтверждение того, что в этом сверхпроводнике ПП имеет нули на поверхности Ферми.

6.2. Измерения джозефсоновского туннельного тока

Наиболее определенную информацию о симметрии сверхпроводящего ПП можно получить, изучая фазу ПП путем измерения критического тока в джозефсоновских контактах, находящихся в магнитном поле. В стандартной прямоугольной геометрии контакта критический ток осциллирует с полем по закону фраунгоферовской дифракции

$$I_c(\Phi) = J_0 A \frac{\sin(\pi\Phi/\Phi_0)}{\pi\Phi/\Phi_0}, \quad (6.6)$$

где Φ — магнитный поток через контакт, $\Phi_0 = hc/2e$ — квант потока, J_0 — плотность критического тока в нулевом поле, а A — площадь контакта. Дифракционная картина показана на рис. 14а.

Предположим, что мы имеем кристалл с тетрагональной симметрией, например сверхпроводник YBCO . Пусть он ориентирован осью c перпендикулярно плоскости рисунка, а его грани перпендикулярны осям a и b в базисной плоскости. В туннельном контакте угловой геометрии второй сверхпроводник прикладывается к обоим граням, перпендикулярным a и b , причем они соединяются друг с другом (рис. 14б, в). В этом случае происходит суперпозиция туннельных токов, создаваемых электронами с волновыми векторами k_x и k_y , и

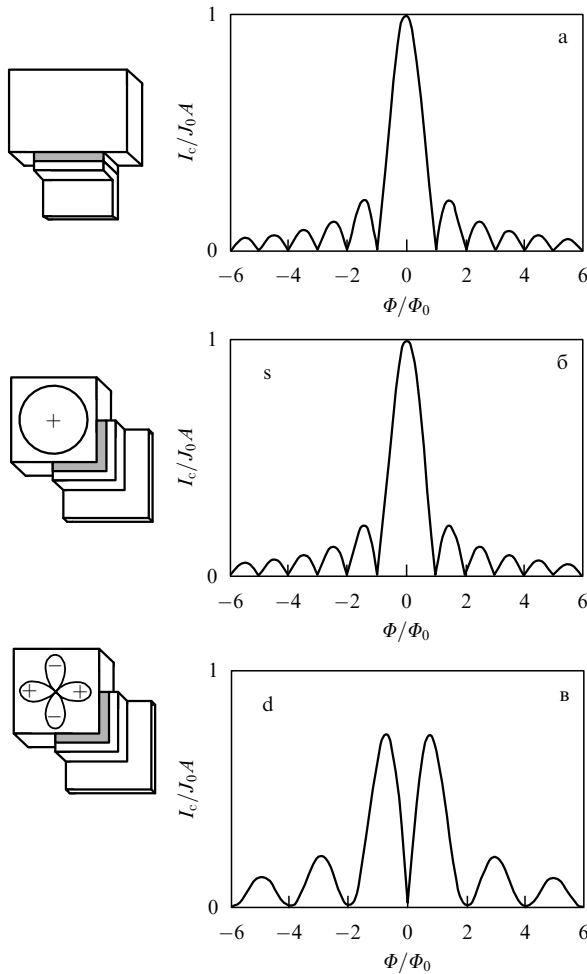


Рис. 14. Зависимость критического тока в джозефсоновском контакте от приложенного магнитного поля: (а) стандартный туннельный контакт, (б) угловой туннельный контакт для сверхпроводника с s -симметрией ПП, (в) угловой туннельный контакт для сверхпроводника с $d_{x^2-y^2}$ -симметрией ПП [79].

результатирующая картина дифракции зависит от симметрии ПП исследуемого сверхпроводника. При s -симметрии (включая и анизотропный случай) ПП на обеих гранях углового контакта одинаковы, и результирующая картина дифракции будет такой же, как в случае стандартного контакта. В случае же $d_{x^2-y^2}$ -симметрии ПП на гранях углового контакта имеют разные знаки, и это радикально меняет дифракционную картину. Суперпозиция двух туннельных токов приводит к совершенно другой картине (рис. 14в). В нулевом поле критический ток оказывается равным нулю из-за взаимной компенсации двух его составляющих. В симметричном контакте (равные по величине контакты на гранях a и b) зависимость от поля определяется формулой [79]

$$I_c(\Phi) = J_0 A \frac{\sin^2(\pi\Phi/2\Phi_0)}{\pi\Phi/2\Phi_0}, \quad (6.7)$$

по которой и получена картина на рис. 14в. Таким образом, по различию в дифракционной картине от стандартного и от углового джозефсоновского контакта можно судить о симметрии ПП.

В работах [79, 80] был проведен такой эксперимент на туннельном контакте YBCO–Au–Pb. Результаты, пред-

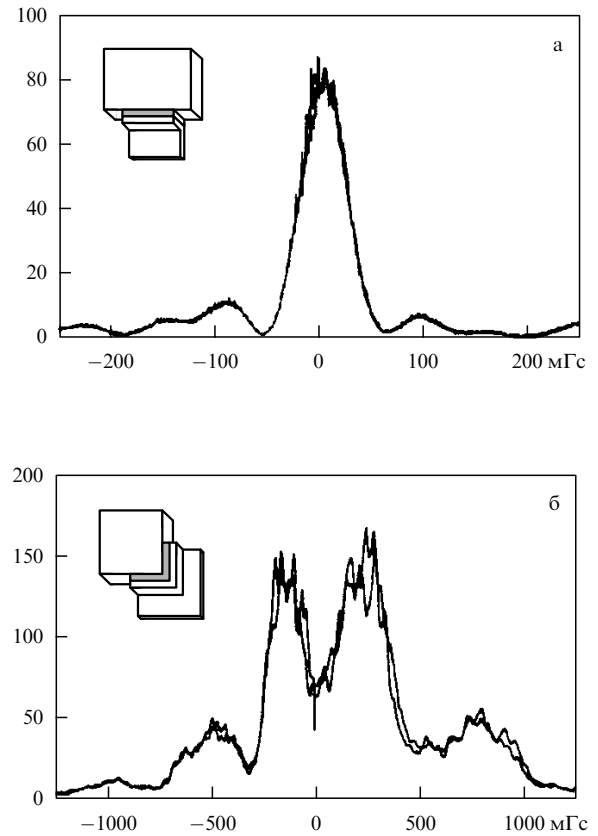


Рис. 15. Критический ток как функция магнитного поля в джозефсоновском контакте YBCO–Au–Pb в двух геометриях: (а) стандартной, (б) угловой [79].

ставленные на рис. 15, свидетельствуют о $d_{x^2-y^2}$ -симметрии ПП в сверхпроводящем YBCO.

Все перечисленные выше эксперименты с джозефсоновскими контактами были проведены на монокристалле $YBa_2Cu_3O_{6.6}$. В работе [81] исследуется другой монокристалл $YBa_2Cu_3O_{6.9}$, обогащенный кислородом. Измерение критического тока в джозефсоновских контактах с угловой геометрией подтвердили дифракционную картину, показанную на рис. 14в.

Были предложены и другие эксперименты по измерению туннельного тока между двумя сверхпроводниками, но другой геометрии границ [82]. Результаты измерений не согласуются с d -симметрией ПП. Следует упомянуть также об изучении джозефсоновского контакта между обычным сверхпроводящим Pb и YBCO с ориентацией c -оси последнего перпендикулярно контакту [83, 84]. Возникающий туннельный ток оказался на порядок слабее, чем в стандартной геометрии. Если ПП в кристалле имеет $d_{x^2-y^2}$ -симметрию, то контактного туннельного тока вдоль оси c не должно быть. Наблюдение его можно объяснить, если кристалл не тетрагональный, а орторомбический. В этом случае может подмешиваться s -компонента ПП к основной d -компоненте, которая и обеспечивает конечный туннельный ток [85]. Детальный теоретический анализ экспериментов с джозефсоновскими контактами в этой геометрии дан в работе [86].

Другие варианты туннельных экспериментов в магнитном поле на YBCO-системе были выполнены в работах [87, 88]. Их выводы согласуются с $d_{x^2-y^2}$ -симмет-

рий ПП. Недавно появилась фундаментальная работа [89], в которой построена наиболее полная теория джозефсоновского тока между двумя сверхпроводниками, разделенными слоем изолятора. Выведена общая формула для тока, из которой следуют как частные случаи все известные в литературе результаты. Наряду с контактами между s- и d-сверхпроводниками, исследован джозефсоновский ток между двумя сверхпроводниками с d-симметрией ПП.

Оказалось, что магнитный ток имеет аномальную температурную зависимость по отношению к s-s- и s-d-сверхпроводящим парам в контакте. Имеются и другие особенности тока в d-d-паре, которые могут быть использованы для определения симметрии ПП. В этой работе имеется также наиболее полный список на экспериментальные и теоретические работы по джозефсоновским контактам между сверхпроводниками с анизотропным ПП. Новейшие экспериментальные исследования джозефсоновских контактов в купратах см. в работе [90].

6.3. Измерение квантования потока в технике трехкристального устройства

Другой тип эксперимента по определению симметрии ПП основан на измерении кванта потока в сверхпроводящем кольце со специально устроенными джозефсоновскими контактами. Идея такого эксперимента базируется на теоретическом результате Сигриста и Райса [91] о том, что в случае сверхпроводников $d_{x^2-y^2}$ -симметрии туннельный ток между двумя сверхпроводящими кристаллами, разделенными тонкой границей, зависит от ориентации ПП (волновой функции куперовской пары) по отношению к границе раздела. Величина тока между сверхпроводниками номера i и j выражается формулой

$$I_s^{ij} = (A^{ij} \cos 2\theta_i \cos 2\theta_j) \sin \Delta\Phi_{ij}. \quad (6.8)$$

Здесь A^{ij} — константа, характеризующая контакт ij , θ_i и θ_j — углы кристаллографических осей с плоскостью границы, а $\Delta\Phi_{ij}$ — разность фаз ПП по обе стороны границы.

Далее, Сигрист и Райс показали, что если имеется сверхпроводящее кольцо с одним джозефсоновским контактом с разностью фаз π , то в нем возникает спонтанная намагниченность, соответствующая потоку, равному половине Φ_0 . Более того, если в кольце имеется нечетное число π -контактов, результат будет такой же. Обнаружение половинного кванта потока через такое кольцо свидетельствовало бы о d-симметрии ПП. Такого типа эксперимент был поставлен в работе [92] на сверхпроводящих контактах YBCO с 0, 2 и 3 граничными джозефсоновскими контактами. Геометрия эксперимента показана на рис. 16. Кольца из YBCO приготовлены на подложке эпитаксиальной пленки SrTiO_3 , изготовленной в виде трех монокристаллов, образующих прямолинейные границы. Оси a и b в тетрагональных кристаллах SrTiO_3 лежат в плоскости рисунка. На эту кристаллическую подложку наносится путем эпитаксии материал YBCO, в котором оси a и b совпадают с осями подложки. Таким образом, кольца из сверхпроводника кристаллографически ориентированы на разных секторах подложки так, как это показано на рисунке. Расчет по формуле (6.8) показывает, что в центральном кольце с тремя границами имеется π -контакт, и в таком кольце

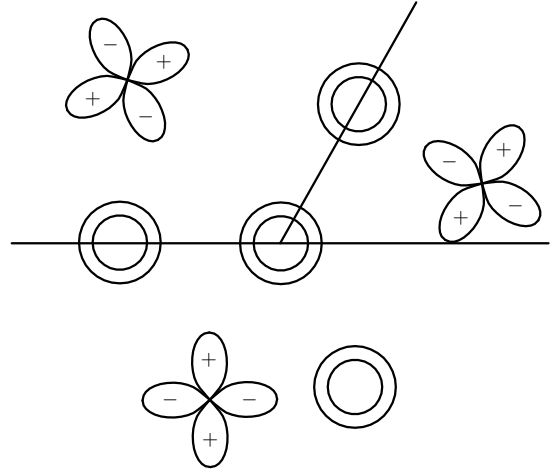


Рис. 16. Схема экспериментального устройства, позволяющего измерять полуцелое число квантов потока, захваченного сверхпроводящим кольцом с тремя джозефсоновскими границами с d-симметрией ПП [94].

может захватываться половинное число квантов потока, т.е. $\Phi = (n + 1/2)\Phi_0$.

Измерение поля в кольце проводилось с помощью SQUID-микроскопа, имеющего измерительную петлю размера 10 мкм. Проводилась серия измерений захваченного потока в каждом из сверхпроводящих колец при охлаждении от температуры слегка выше T_c ($T_c = 90$ К) до 4,2 К. Оказалось, что разность потоков, захваченных в 3-кольце и 2-кольце (или 0-кольце), всегда составляет полуцелое значение Φ_0 . Детали этого эксперимента можно найти в [92–94]. В работе [94] сообщается о постановке аналогичного эксперимента для таллиевого сверхпроводника Tl2201. Детальный теоретический анализ возможностей трехкристальной джозефсоновской методики был дан недавно в работе [95].

6.4. Спектроскопия с угловым разрешением

Фотоэмиссионная спектроскопия с угловым разрешением (ARPES) позволяет измерять величину щели в различных областях поверхности Ферми. Интенсивность испущенных фотонов, в результате выбитых рентгеновскими лучами электронов с внутренних атомных оболочек, пропорциональна $f(\omega)A(\mathbf{k}, \omega)$, где $f(\omega)$ — функция Ферми, а $A(\mathbf{k}, \omega)$ — спектральная плотность квазичастиц с энергией ω и квазиимпульсом \mathbf{k} . Край в распределении фотонов по энергиям определяет уровень Ферми. В сверхпроводящем состоянии спектральная плотность квазичастиц в БКШ-теории определяется соотношением

$$A(\mathbf{k}, \omega) = u_{\mathbf{k}}^2 \frac{\Gamma/\pi}{(\omega - E(\mathbf{k}))^2 + \Gamma^2} + v_{\mathbf{k}}^2 \frac{\Gamma/\pi}{(\omega + E(\mathbf{k}))^2 + \Gamma^2}, \quad (6.9)$$

где $E(\mathbf{k}) = [(\varepsilon(\mathbf{k}) - \mu)^2 + \Delta_{\mathbf{k}}^2]^{1/2}$ — энергия квазичастиц, а Γ — затухание (которое мы полагаем не зависящим от \mathbf{k}), $\Delta_{\mathbf{k}}$ — сверхпроводящая щель, а $v_{\mathbf{k}}^2 = 1 - u_{\mathbf{k}}^2 = [1 - \varepsilon(\mathbf{k})/E(\mathbf{k})]/2$. На поверхности Ферми $E(\mathbf{k}) = \Delta_{\mathbf{k}}$, поэтому в энергетическом распределении фотонов имеется пик, положение которого определяется величиной щели $\Delta_{\mathbf{k}}$. Фотоэмиссионный спектр от сверхпрово-

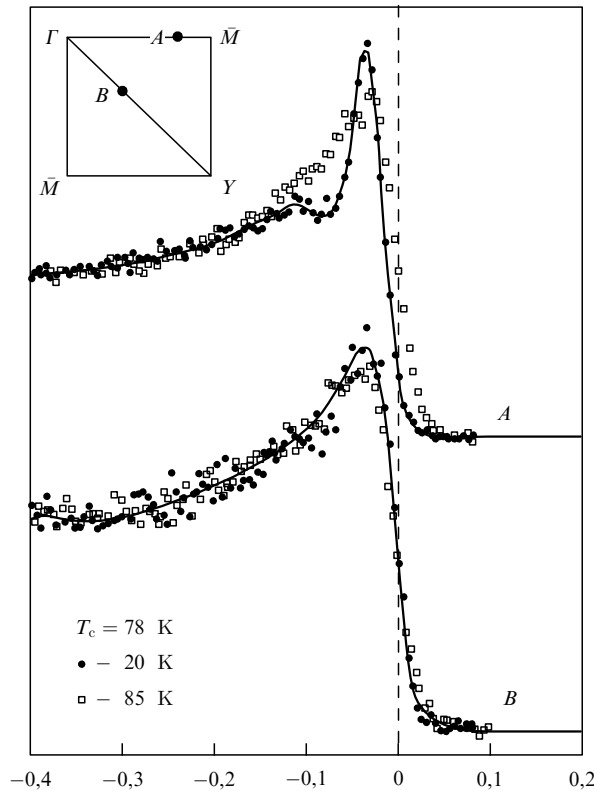


Рис. 17. ARPES-данные для кристалла Bi2212 выше и ниже $T_c = 79$ K для двух точек A и B на поверхности Ферми [96].

дящего образца должен делаться при двух температурах: слегка выше T_c и при низких T , где щель максимальна. Смещение края спектра при понижении T определяется величиной щели.

Детальные ARPES-эксперименты были проведены на кристалле $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$ (сокращенно Bi2212) [96–100]. Типичные спектральные данные показаны на рис. 17. Для волнового вектора \mathbf{k}_A видно смещение эмиссионного края при охлаждении, а для точки \mathbf{k}_B такого смещения не замечено. Эти данные указывают на сильную анизотропию щели. Дальнейшие исследования со всей определенностью показали, что имеются точки на двумерной поверхности Ферми, где щель обращается в нуль (рис. 18). Поведение щели в \mathbf{k} -пространстве хорошо описывается функцией $\Delta_{\mathbf{k}} \sim (\cos k_x - \cos k_y)$, что свидетельствует о $d_{x^2-y^2}$ -симметрии ПП. ARPES является мощным методом исследования не только сверхпроводящих свойств металла, но и электронных характеристик его нормальной фазы. Так, для системы Bi2212 различные свойства спектра квазичастиц и поверхности Ферми проведены недавно в работе [101].

6.5. Рамановская и нейтронная спектроскопия

Информация о симметрии сверхпроводящей щели может быть получена в экспериментах по неупругому рассеянию электронными возбуждениями света или нейтронов. Рамановский спектр возникает при рассеянии света электронными возбуждениями вблизи поверхности Ферми. Интерес представляет перестройка наблюдаемого спектра сверхпроводника при понижении температуры ниже T_c , обусловленная появлением щели в электронной энергии. Зависимость поперечного сечения рассеяния света на квазичастицах в сверхпроводящем

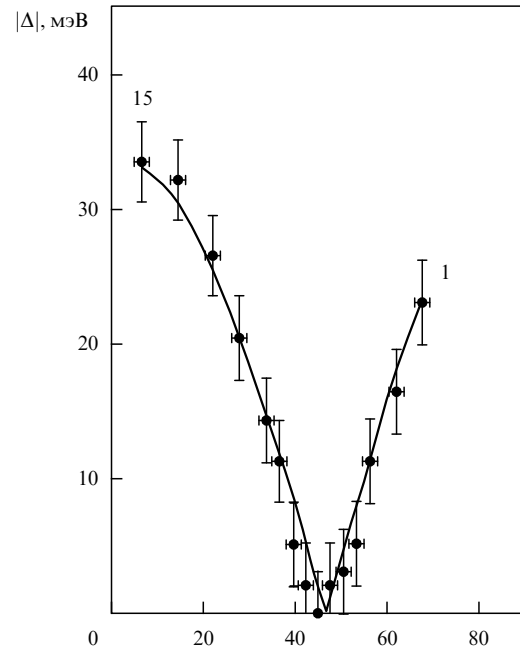


Рис. 18. Щель $\Delta(\mathbf{k})$ как функция угла, определяющего отклонение волнового вектора \mathbf{k} от направления ΓY для сверхпроводника Bi2212.

металле определяется формулой [102]

$$\frac{d^2 R}{d\omega d\Omega} = \frac{4N(0)r_0^2}{\omega} \left\langle \frac{|\gamma(\mathbf{k})|^2 |\Delta_{\mathbf{k}}|^2}{(\omega^2 - 4|\Delta_{\mathbf{k}}|^2)^{1/2}} \right\rangle_{S_F}. \quad (6.10)$$

Здесь $r_0 = e^2/mc^2$ — электромагнитный радиус электрона, $\gamma(\mathbf{k})$ — матричный элемент электронного рамановского рассеяния, а $\langle \dots \rangle_{S_F}$ — символ усреднения волнового вектора \mathbf{k} по поверхности Ферми. Формула (6.10) получена в пределе $\lambda \gg \xi$, т.е. для малого вектора рассеяния $\mathbf{q} \rightarrow 0$. В нерезонансном пределе тензор $\gamma(\mathbf{k})$ определяется выражением

$$\gamma_{\alpha\beta}(\mathbf{k}) = \frac{m}{\hbar^2} e_\alpha \frac{\partial^2 \varepsilon(\mathbf{k})}{\partial k_\alpha \partial k_\beta} e'_\beta, \quad (6.11)$$

где e_α , e'_β — компоненты вектора поляризации падающего и рассеянного пучка фотонов. В отличие от обычных сверхпроводников s-типа, где рассеяние отсутствует при $\omega < 2\Delta$, в сверхпроводниках с анизотропной щелью может быть рассеяние при частотах, много меньших Δ .

Формулы (6.10) и (6.11) дают возможность экспериментально исследовать $\Delta(\mathbf{k})$ как функцию волнового вектора. Выбирая величины e_α и e'_β в соответствии с геометрией эксперимента, можно выбрать в общем выражении (6.10) отдельные участки поверхности Ферми и определить величину щели на них. Тем самым может быть получена информация об анизотропии щели $\Delta_{\mathbf{k}}$. Например, можно подобрать e_α и e'_β такими, чтобы $\gamma(\mathbf{k})^2$ трансформировалась как функция $k_x^2 - k_y^2$ или как $k_x k_y$. В этих случаях формула (6.10) будет давать различные зависимости от ω , если щель $\Delta_{\mathbf{k}}$ имеет симметрию $d_{x^2-y^2}$, d_{xy} - или s-типа.

В работе [103] исследовались рамановские спектры сверхпроводника $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$. Теоретический анализ

поляризационной зависимости интенсивностей спектра, а также характер его изменения с температурой при охлаждении от $T > T_c$ до низких T привел авторов к заключению о $d_{x^2-y^2}$ -симметрии ПП. Однако такой вывод вызвал возражение [104]. Авторы [104] привели аргументы, что по представленным экспериментальным данным невозможно отличить $d_{x^2-y^2}$ -симметрию от расширенной s -симметрии в анализируемом сверхпроводнике. Продолжение дискуссии [105] еще не прояснило вопроса.

Низкоэнергетический рамановский спектр в монокристалле $\text{La}_{1,83}\text{Sr}_{0,17}\text{CuO}_4$ был измерен при температуре выше и ниже T_c [76]. Было обнаружено перераспределение интенсивности как результат открытия сверхпроводящей щели. Анализ зависимости интенсивности от поляризации фотонов показал, что щель анизотропна и имеет нули вдоль направлений $[\pm 1, \pm 1]$ и максимумы в направлениях $[0, \pm 1]$ и $[\pm 1, 0]$. Это указывает на $d_{x^2-y^2}$ -симметрию ПП. Максимальное значение щели связано с T_c соотношением $2|\Delta_{\max}| \approx 7,7T_c$. Поведение рамановских спектров в лантановой системе аналогично тому, которое наблюдалось в других низкоокисдных сверхпроводниках: YBCO [106] и Bi2212 [103].

Дальнейшие теоретические исследования рамановских спектров с учетом экранировки электронов [107] показали худшее согласие с экспериментальными данными для YBCO-сверхпроводника. Все это показывает, что рамановская спектроскопия хотя и дает способ установления симметрии ПП сверхпроводника, однако еще нет достаточно непротиворечивых результатов для купратов [108, 109].

Большая часть экспериментов была выполнена на оптимально допированных YBCO-соединениях. Недавно внимание было перемещено на недодопированные и передопированные вещества. ARPES-эксперименты [110–112] на недодопированных соединениях показали, что в них имеются участки ферми-поверхности вблизи $(\pm\pi, 0)$ и $(0, \pm\pi)$, на которых спектральная интенсивность существенно меньше, чем для допированных соединений. Добавочная информация была получена в эксперименте с рамановским рассеянием на соединении $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6,5}$ ($T_c = 61$ К) [114], причем низкотемпературные спектры показали присутствие нулей вблизи направлений $[\pm 1, \pm 1]$ в \mathbf{k} -пространстве. Наблюдалось при этом существенное ослабление спектральных интенсивностей на тех же участках ферми-поверхности, что и в ARPES-работах. Наблюдаемое изменение спектров при $T > T_c$ и в сверхпроводящей фазе и сравнение их со спектрами в оптимально допированных соединениях привело авторов [110–114] к предположению, что указанное ослабление спектральной интенсивности квазичастиц на участках ферми-поверхности вблизи $(\pm\pi, 0)$ и $(0, \pm\pi)$ связано с открытием на них нормальной псевдощели $d_{x^2-y^2}$ -симметрии. Возможные механизмы образования псевдощели обсуждаются в работах [115, 116], хотя определенного теоретического объяснения этому явлению еще не дано.

В последние годы было проведено немало исследований спиновых флуктуаций в медно-окисдных купратах методами нейтронной спектроскопии. Поскольку для этих целей требуются достаточно большие монокристаллы, исследования с помощью нейтронов ограничивались лишь сверхпроводниками типа LSCO [117, 118], YBCO [119]. В последнем случае низкочастотный спектр

флуктуаций отсутствует, однако в лантановой системе флуктуации наблюдаются в нормальной фазе ($T = 40$ К), но резко уменьшаются в сверхпроводящей фазе ($T = 4$ К) при $\omega = 3,5$ мэВ. Эту величину следует отождествлять со сверхпроводящей щелью. Величина этой щели и значение $T_c = 37$ К согласуются качественно с $d_{x^2-y^2}$ -симметрией ПП, хотя в этих экспериментах невозможно прямое наблюдение эффектов, связанных именно с d -симметрией ПП. В принципе, существует способ [120] обнаружить симметрию нестандартного сверхпроводящего ПП по \mathbf{q} -зависимости динамического структурного фактора $S(\mathbf{q}, \omega)$, определяемого с помощью неупругого рассеяния нейтронов. Оказывается, что в сверхпроводнике с ПП, имеющим нули, при низких температурах должны возникнуть специфические пики при больших векторах рассеяния \mathbf{q} . Эти пики имеют достаточно большую интенсивность при переданной энергии ω , много меньшей, чем максимальное значение сверхпроводящей щели $\Delta_{\mathbf{k}}$.

Структурный фактор $S(\mathbf{q}, \omega)$, соответствующий магнитному рассеянию нейтронов, выражается через мнимую часть динамической восприимчивости:

$$S(\mathbf{q}, \omega) = [1 + n(\omega)] \text{Im} \chi(\mathbf{q}, \omega), \quad (6.12)$$

где $n(\omega)$ — бозевская функция распределения. Чтобы увидеть отмеченные выше аномалии в $S(\mathbf{q}, \omega)$, достаточно рассмотреть $\chi_0(\mathbf{q}, \omega)$ — динамическую восприимчивость в однопетлевом приближении. Она выражается через функцию Линдхарда, которая в БКШ-теории дается следующей формулой:

$$\begin{aligned} \chi_0(\mathbf{q}, \omega) = & \sum_{\mathbf{k}} \frac{1}{2} \left[1 + \frac{\xi(\mathbf{k} + \mathbf{q})\xi(\mathbf{k}) + \Delta(\mathbf{k} + \mathbf{q})\Delta(\mathbf{k})}{E(\mathbf{k} + \mathbf{q})E(\mathbf{k})} \right] \times \\ & \times \frac{f[E(\mathbf{k} + \mathbf{q})] - f[E(\mathbf{k})]}{\omega - [E(\mathbf{k} + \mathbf{q}) - E(\mathbf{k})] + i\Gamma} + \\ & + \sum_{\mathbf{k}} \frac{1}{4} \left[1 - \frac{\xi(\mathbf{k} + \mathbf{q})\xi(\mathbf{k}) + \Delta(\mathbf{k} + \mathbf{q})\Delta(\mathbf{k})}{E(\mathbf{k} + \mathbf{q})E(\mathbf{k})} \right] \times \\ & \times \frac{1 - f[E(\mathbf{k} + \mathbf{q})] - f[E(\mathbf{k})]}{\omega - [E(\mathbf{k} + \mathbf{q}) + E(\mathbf{k})] + i\Gamma} + \\ & + \sum_{\mathbf{k}} \frac{1}{4} \left[1 - \frac{\xi(\mathbf{k} + \mathbf{q})\xi(\mathbf{k}) + \Delta(\mathbf{k} + \mathbf{q})\Delta(\mathbf{k})}{E(\mathbf{k} + \mathbf{q})E(\mathbf{k})} \right] \times \\ & \times \frac{f[E(\mathbf{k} + \mathbf{q})] + f[E(\mathbf{k})] - 1}{\omega + [E(\mathbf{k} + \mathbf{q}) + E(\mathbf{k})] + i\Gamma}. \end{aligned} \quad (6.13)$$

Здесь первый член учитывает процессы рассеяния квазичастиц, а второй и третий — процессы рождения и аннигиляции пары квазичастиц. В двух последних случаях минимальная энергия пары есть Δ , поэтому при $\omega \ll 2\Delta$ вторым и третьим членами можно пренебречь. В первом члене возникают резонансы, когда

$$\omega = E(\mathbf{k} + \mathbf{q}) - E(\mathbf{k}), \quad (6.14)$$

они-то и обуславливают пики в $S(\mathbf{q}, \omega)$.

Если симметрия ПП допускает нули для щели, то при низких температурах квазичастицы концентрируются вблизи соответствующих значений \mathbf{k} . В двумерном случае нули появляются на линиях в \mathbf{k} -пространстве. В точках пересечения этих линий с поверхностью Ферми энергия возбуждений равна нулю. Обозначим эти точки \mathbf{k}_i ; тогда удовлетворяются уравнения

$$E(\mathbf{k}_i) = 0, \quad \Delta(\mathbf{k}_i) = 0, \quad \mathbf{k}_i \in \mathbf{k}_F. \quad (6.15)$$

При низких T в процессах рассеяния доминируют квазичастицы с близкими к \mathbf{k}_i квазиимпульсами. При рассеянии квазичастиц в окрестности одной и той же точки \mathbf{k}_i , вектор рассеяния \mathbf{q} , очевидно, мал по сравнению с \mathbf{k}_F для $\omega < \Delta < \varepsilon_F$. Однако квазичастицы могут перебрасываться из окрестности одной точки \mathbf{k}_i в окрестность другой точки \mathbf{k}_j с выполнением условия (6.14). В этом случае, как следует из уравнения (6.14), вектор рассеяния \mathbf{q} должен быть большим. Таким образом, становится ясно, что резонансы должны приводить к пикам в динамическом структурном факторе. Положение этих пиков целиком определяется симметрией ПП и геометрией поверхности Ферми. Пик при малых \mathbf{q} должен маскироваться большим брэгговским рассеянием, но пики при больших \mathbf{q} , обусловленные перебросом квазичастиц между различными нулями щели $\Delta(\mathbf{k})$, в принципе, должны быть наблюдаемы. Для квадратной решетки с $d_{x^2-y^2}$ -симметрией ПП положение ожидаемых пиков определяется векторами $(2k_F, 2k_F)$, $(2k_F, 0)$, $(0, 2k_F)$, где k_F в модели, в которой учитываются только перескоки по ближайшим соседям, определяется из уравнения для химического потенциала

$$\cos k_F = -\frac{\mu}{4t}.$$

В работе [120] были выполнены расчеты выражения (6.13) для значений параметров и ферми-поверхности, соответствующих соединению $\text{La}_2\text{Sr}_x\text{CuO}_4$. Однако в экспериментально измеряемом структурном факторе $S(\mathbf{q}, \omega)$ как функции \mathbf{q} (при фиксированном ω) этих специальных пиков найдено не было [117]. В другой работе [121] $\chi(\mathbf{q}, \omega)$ была рассчитана в RPA-приближении в трехзонной модели соединения YBCO. Однако и здесь спектральные пики в $S(\mathbf{q}, \omega)$ обнаружены не были. В то же время в измеренной с помощью неупругого рассеяния нейтронов величине $\text{Im} \chi(\mathbf{q}, \omega)$ наблюдалось температурное поведение при низких частотах, согласующееся с $d_{x^2-y^2}$ -симметрией ПП. Так, в окрестности T_c был зафиксирован температурный максимум для частот $\omega \leq 3$ мэВ, который исчезал при больших $\omega \approx 6$ мэВ, в соответствии с предположением о d-симметрии ПП. Отсутствие предсказанных пиков в $S(\mathbf{q}, \omega)$ в некоторых экспериментах [117, 121] тем не менее не означает отсутствие нулей в $\Delta(\mathbf{k})$ для исследованных купратов. Эти пики могли маскироваться эффектами электронного рассеяния на примесях, если образцы были недостаточно чистыми. Несмотря на неудачи исследований [117, 121], следует считать, что нейтронная спектроскопия может быть одним из прямых методов обнаружения нулей в сверхпроводящем ПП нетрадиционной симметрии.

Отметим в заключение последние ссылки [122–127] на работы по экспериментальному исследованию симметрии ПП в купратах.

7. Роль примесей

7.1. Щель, температура сверхпроводящего перехода, плотность состояний

Для обычных сверхпроводников роль примесей на свойства сверхпроводящего состояния давно выяснена. Немагнитные примеси слабо влияют на T_c (теорема Андерсона), их роль сводится к изотропизации щели.

Напротив, магнитные примеси сильно подавляют T_c (распаривательный механизм Абрикосова–Горькова) и приводят к образованию бесщелевого состояния [128]. Для сверхпроводников с необычными ПП немагнитные примеси могут оказывать существенное влияние на T_c и другие их свойства. Теоретически этот вопрос был исследован сначала для систем с тяжелыми фермионами [129] и недавно для ВТСП-соединений [130, 131]. Оказалось, что в сверхпроводниках с анизотропным ПП, имеющим нули на поверхности Ферми, немагнитные примеси могут сильно подавлять T_c , и степень подавления зависит от симметрии ПП, что может быть использовано для идентификации этой симметрии по поведению многих свойств сверхпроводников в зависимости от концентрации примесей. Магнитные же примеси подавляют T_c так же, как и в обычных сверхпроводниках.

Существенное различие между сверхпроводниками s- и d-типов в отношении примесей может быть понято уже в теории слабой связи. Матрица функции Грина для сверхпроводника $g(\mathbf{k}, \omega_n)$, содержащего немагнитную примесь, имеет форму такую же, как и для чистого сверхпроводника:

$$g(\mathbf{k}, \omega_n) = \frac{\tilde{\omega}\tau_0 + \tilde{\xi}_k\tau_3 + \tilde{\Delta}_k\tau_1}{\tilde{\omega}^2 - \tilde{\xi}_k^2 - |\tilde{\Delta}_k|^2} \quad (7.1)$$

с перенормированной частотой $\tilde{\omega} = \omega - \Sigma_0$, энергией квазичастиц $\tilde{\xi}_k = \xi_k - \Sigma_3$ и параметром порядка $\tilde{\Delta}_k = \Delta_k - \Sigma_1$. В борновском приближении для рассеяния величины Σ_α ($\alpha = 0, 1, 3$) являются соответствующими элементами матрицы

$$\Sigma(\mathbf{k}, \omega_n) \equiv \sum_\alpha \Sigma_\alpha(\mathbf{k}, \omega) = \sum_{\mathbf{k}'} \mathcal{U}_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} g(\mathbf{k}', \omega_n). \quad (7.2)$$

Здесь $\mathcal{U}_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}$ — матричный элемент потенциала взаимодействия электрона с примесным центром. В случае s-рассеяния его величина \mathcal{U}_0 не зависит от волновых векторов \mathbf{k} и \mathbf{k}' . Тогда Σ_α зависит только от частоты ω_n .

Для определения температуры сверхпроводящего перехода T_c достаточно ограничиться линейным по Δ приближением; тогда матричное уравнение (7.2) распадается на пару уравнений для $\tilde{\omega}$ и $\tilde{\Delta}$:

$$\tilde{\omega}_n = \omega_n + i\gamma_0 \int d\xi \int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{2\pi} \frac{\tilde{\omega}_n}{\tilde{\omega}_n^2 + \xi^2}, \quad (7.3)$$

$$\tilde{\Delta}_n = \Delta_n + i\gamma_0 \int d\xi \int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{2\pi} \frac{\tilde{\Delta}_n}{\tilde{\omega}_n^2 + \xi^2} \quad (7.4)$$

(мы пренебрегли перенормировкой квазичастичного спектра $\xi_{\mathbf{k}}$). Здесь $\gamma_0 = n_i \pi N(0) \mathcal{U}_0$ — изотропная частота рассеяния, n_i — концентрация примесей. Уравнение (7.3) определяет известную перенормировку частоты

$$\tilde{\omega}_n = \omega_n + \gamma_0 \text{sign } \omega_n. \quad (7.5)$$

Линеаризованное уравнение для щели Δ_n , определяющее T_c , имеет вид

$$\Delta_n(\mathbf{k}) = T_c \sum_{n'} \int \frac{d\mathbf{k}'}{(2\pi)^2} V_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} \frac{\tilde{\Delta}_n(\mathbf{k}')}{\tilde{\omega}_n^2 + \xi_{\mathbf{k}'}^2}, \quad (7.6)$$

причем волновые векторы \mathbf{k} и \mathbf{k}' лежат на поверхности Ферми. Рассмотрим двумерную систему с изотропной

поверхностью Ферми и со спаривательным потенциалом d-типа:

$$V_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} \equiv V(\theta, \theta') = V\psi_d(\theta)\psi_d(\theta'), \quad (7.7)$$

где $\psi_d(\theta) \sim \cos 2\theta$ для состояния $d_{x^2-y^2}$ -симметрии. Из уравнения (7.4) видно, что примесный член обращается в нуль из-за интегрирования по θ , поэтому перенормировки щелевой функции нет:

$$\tilde{\Delta}_n = \Delta_n. \quad (7.8)$$

Для анизотропного s-состояния вида

$$V(\theta, \theta') = V|\psi_s(\theta)\psi_s(\theta')| \quad (7.9)$$

с теми же нулями на поверхности Ферми, что и в случае $d_{x^2-y^2}$ -состояния, уравнение (7.4) имеет решение

$$\tilde{\Delta}_n = \Delta_n + \frac{2\sqrt{2}\gamma_0}{\pi|\omega_n|} \Delta_n^0. \quad (7.10)$$

Соотношения (7.5)–(7.10) приводят к уравнению на T_c

$$\ln \frac{T_{c0}}{T_c} = a \left[\psi\left(\frac{1}{2} + \frac{\gamma_0}{2\pi T_c}\right) - \psi\left(\frac{1}{2}\right) \right], \quad (7.11)$$

где $a = 1$ в случае $d_{x^2-y^2}$ -симметрии и $a = 1 - 8/\pi^2$ в случае анизотропного s-спаривания [130, 131].

Таким образом, в сверхпроводниках $d_{x^2-y^2}$ -типа уравнения на T_c совпадают с уравнением теории Абрикосова–Горькова для обычных сверхпроводников с магнитными примесями [128]. Это означает, что немагнитные примеси сильно подавляют T_c в этих сверхпроводниках. Критическая концентрация n_{c0} , при которой T_c обращается в нуль, определяется из соотношения $\gamma = \gamma_c \approx 0,88 T_{c0}$. В анизотропном s-случае зависимость T_c от γ гораздо слабее, так что при $\gamma \gg T_{c0}$ имеем $T_c = T_{c0} [1 - a \ln(\gamma/\pi T_{c0})]$ (рис. 19). За пределами борнов-

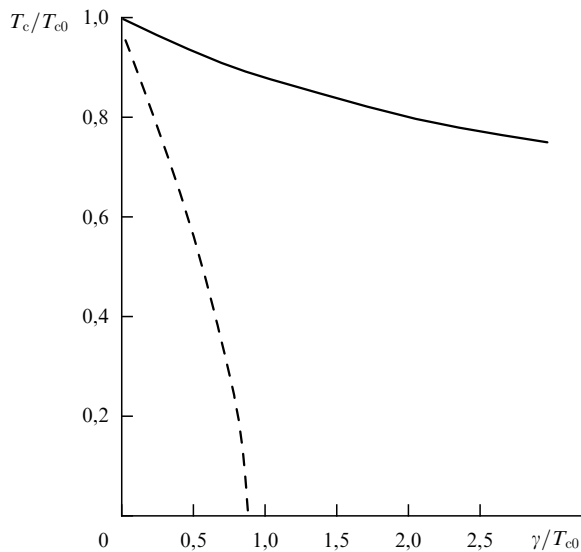


Рис. 19. Зависимость температуры перехода T_c от параметра беспорядка γ/T_{c0} , вычисленная в борновском приближении для сверхпроводника $d_{x^2-y^2}$ -типа и анизотропного s-типа [132].

ского приближения влияние примесей на сверхпроводник с анизотропным ПП исследовалось в работах [130, 131] с помощью формализма T -матрицы [129]. Качественные результаты при этом не меняются. Зависимость T_c от степени интенсивности примесного рассеяния даже в унитарном пределе (в противоположном борновскому приближению случае) оказывается похожей на [130, 131]. Отметим также, что роль анизотропного рассеяния на примеси (включение наряду с s-рассеянием процессов с отличными от нуля орбитальными моментами) рассматривалась в работе [133].

Немагнитные примеси в сверхпроводниках d-типа приводят к другому важному эффекту — появлению конечной плотности состояний на уровне Ферми. Впервые это было показано в работе [134] в связи с вопросами о сверхпроводнике в системах с тяжелыми фермионами. Позднее это было подтверждено в [130, 131], где вычислялась также частотная зависимость спектральной плотности состояний $A(\mathbf{k}, \omega)$ для сверхпроводников s- и d-типов с немагнитными примесями (рис. 20). Взаимодействие с примесями учитывалось в борновском приближении. Как видно из рис. 20, примеси в анизотропном сверхпроводнике s-типа (с нулями на поверхности Ферми) открывают щель, величина которой растет с увеличением примесной концентрации. Эта щель открывается на всей поверхности Ферми. В то же время, для сверхпроводников d-типа сверхпроводящее состояние остается бесщелевым.

Если примесь имеет локализованный магнитный момент, обменный член $J(\mathbf{S}\boldsymbol{\sigma})$ приводит к распада-

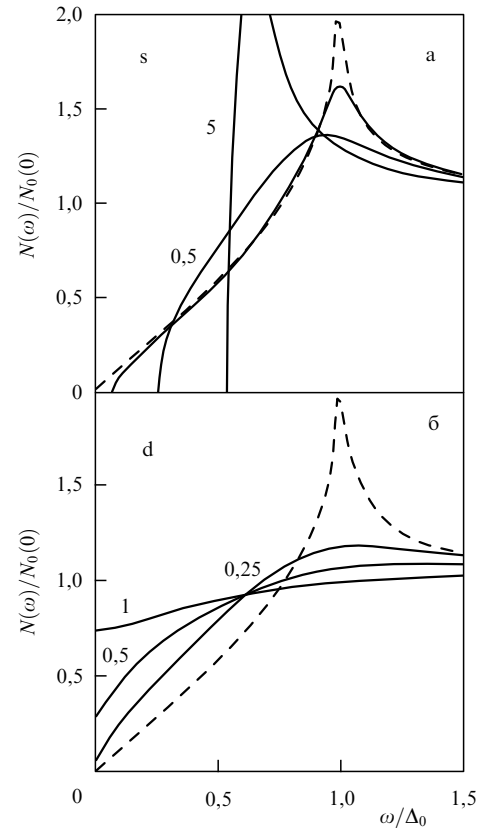


Рис. 20. Нормированная плотность состояний для сверхпроводника (а) s- и (б) d-типа как функция частоты при различных значениях параметра γ_0/Δ_0 . Штриховые кривые относятся к чистому сверхпроводнику [130].

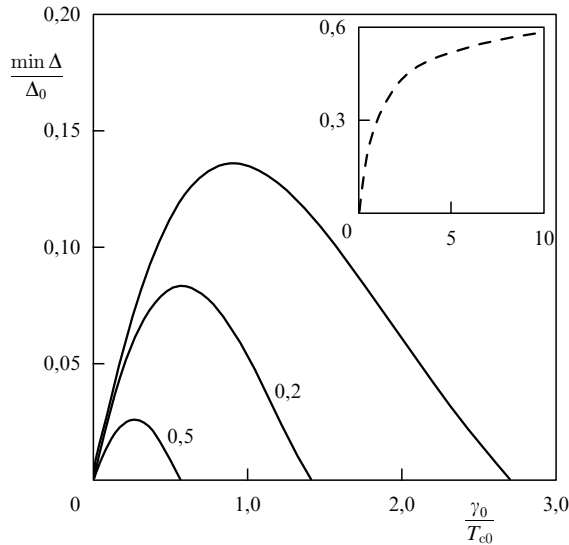


Рис. 21. Относительная величина индуцированной примесной щели для анизотропного сверхпроводника s-типа как функция примесной концентрации в зависимости от отношения γ_s/γ_0 величины магнитного и потенциального рассеяния. Штриховая кривая на вставке относится к немагнитной примеси [130].

тельному взаимодействию, и результирующий эффект примесей определяется отношением магнитной примесной частоты $\gamma_s = n_i J^2 S(S+1)N(0)$ к частоте γ_0 потенциального рассеяния (рис. 21). Во всех случаях с ростом потенциального рассеяния индуцированная щель в сверхпроводниках s-типа возрастает, но затем, благодаря подключению магнитного распаривательного взаимодействия проходит через максимум и обращается в нуль.

Различные приближения в аналитических расчетах по зависимости T_c от концентрации примеси и величины параметров рассеяния на примеси были проверены в численных расчетах [135], где решались уравнения для щели на квадратной решетке размера 21×21 атомов с несколькими примесными центрами. Расчеты проводились при $T = 0$ с усреднением большого числа примесных конфигураций и с широким набором двух параметров рассеяния V_0 и V_1 , из которых V_0 соответствует непосредственному рассеянию на примесном центре, а V_1 — на ближайших к нему соседях. Тем самым включалось не только изотропное рассеяние, но и рассеяние с отличным от нуля орбитальным моментом. Решения для щелевой функции с изолированной примесью показало глубокие минимумы $\Delta(\mathbf{r})$ в месте нахождения примесного центра, а локальная плотность состояний имела осциллирующий характер. Конечная концентрация примесей усредняет эти осцилляции. Если считать, что концентрационная зависимость щелевой функции при $T = 0$ эквивалентна зависимости T_c , оказывается, что численные расчеты хорошо подтверждают аналитические результаты, полученные по методу самосогласованной T -матрицы в обоих предельных случаях, соответствующих борновскому приближению и унитарному пределу для сверхпроводников как s-типа, так и d-типа. В частности, для сверхпроводников d-типа возникает конечная плотность состояний на уровне Ферми, а в анизотропных сверхпроводниках s-типа с нулями на ферми-поверхности примеси индуцируют щель. Было обнаружено, что эффект примеси зависит от степени локализации при-

местного потенциала: чем менее локализован потенциал, тем сильнее этот эффект (см. также работу [136]).

Заметим также, что в работе [137] проведено исследование влияния примесей на образование куперовских пар в tJ -модели в технике точной диагонализации малых кластеров. Исходной точкой этих исследований был ранее полученный в этой же технике результат: в двумерной tJ -модели на квадратной решетке (без примесей) вблизи половинного заполнения возникает связанное состояние двух дырок при $J > J_c \sim 0,3t$ с $d_{x^2-y^2}$ -симметрией волновой функции пары. Было показано численными расчетами, что немагнитная примесь оказывает более сильное распаривательное воздействие на куперовские пары, чем магнитная ($S = 1/2$). Этот эффект, описанный выше для простой модели сверхпроводника, имеет место, таким образом, и в сильно-коррелированных электронных моделях.

В ВТСП-соединениях обнаруживается подавление T_c немагнитными примесями. Например, известно, что в YBCO небольшая концентрация атомов Zn, замещающих Cu (2 %), уменьшает T_c на 25 %. Количественное сравнение с теоретическими оценками затруднительно, поскольку неизвестны параметры рассеяния, в частности, не учитывается тот факт, что здесь преобладает потенциальное рассеяние. Имеются аргументы в пользу того, что атомы Zn изменяют магнитные корреляции в своей окрестности и приводят к дополнительному рассеянию на примесном центре с переворотом спина [138]. В этом случае примесный центр эффективно ведет себя как магнитный. Вопрос этот требует дополнительного исследования.

7.2. Термодинамика. Кинетика

Различия в зависимости T_c от концентрации примеси для анизотропных сверхпроводников d- и s-типов, в принципе, могут быть исследованы для идентификации симметрии ПП. Однако другие свойства сверхпроводников, чувствительные к примесям, являются более специфичными. Среди них такие, как глубина проникновения λ , верхнее критическое поле H_{c2} , инфракрасное поглощение, рамановская спектроскопия и др.

В разделе 6 было показано, что в чистых сверхпроводниках d-типа при температурах, много меньших T_c , благодаря нулям щели на поверхности Ферми отклонение $\Delta\lambda$ глубины проникновения от значения при $T = 0$ пропорционально T . В экспериментах на ВТСП-монокристаллах, однако, наблюдалось поведение $\Delta\lambda \sim T^2$. В работе [70] было выдвинуто предположение, что изменение температурной зависимости $\lambda(T)$ связано с присутствием примесей. Теоретическое исследование этого вопроса было выполнено в работе [139]. Для вычисления глубины проникновения необходимо знать тензор K электромагнитного отклика, связывающий ток \mathbf{j} с вектор-потенциалом \mathbf{A} : $\mathbf{j} = K\mathbf{A}$. Глубина проникновения определяется его собственными значениями. Если $K_{\alpha\beta}$ диагонален, то λ_α находится из соотношения $\lambda_\alpha^{-2} = (4\pi/c)K_{\alpha\alpha}$. В модели БКШ тензор $K_{\alpha\beta}$ определяется соотношением

$$K_{\alpha\beta} = \frac{e^2}{c} \left\langle v_\alpha(\mathbf{k}) v_\beta(\mathbf{k}) \int_0^\infty d\omega \operatorname{th} \frac{\omega}{2T} \operatorname{Re} \frac{\Delta_{\mathbf{k}}^2}{(\tilde{\omega}^2 - \Delta_{\mathbf{k}}^2)^{3/2}} \right\rangle, \quad (7.12)$$

где $v_\alpha(\mathbf{k})$ — скорость на поверхности Ферми, а символ $\langle \dots \rangle$ означает усреднение по поверхности Ферми. Вели-

чина $\tilde{\omega}$ есть перенормированная за счет примеси частота: $\tilde{\omega} = \omega - \Sigma_0(\omega)$. Вычисление $\Sigma_0(\omega)$ в приближении самосогласованной T -матрицы позволяет с помощью (7.12) найти $\lambda(T)$ при различных интенсивностях примесного рассеяния. При резонансном рассеянии, соответствующем интервалу параметров между борновским и унитарным пределами, авторы [139] обнаружили для сверхпроводников d-типа существование кроссовера между линейным и квадратичным поведением $\Delta\lambda$ с температурной точкой кроссовера $T^* \sim \sqrt{n_i}$ с точностью до логарифмических поправок в случае резонансного рассеяния. Оказывается, что $\Delta\lambda \sim T$ для температур $T < T^* \ll T_c$ и $\Delta\lambda \sim T^2$ для $T^* < T \ll T_c$. Это соответствует измерениям на YBCO-системе [70].

Различие между сверхпроводниками s- и d-типов проявляется в поведении наклона температурной зависимости H_{c2} от концентрации примесей [133]. Верхнее критическое поле может быть выражено через корреляционную длину:

$$H_{c2} = \frac{\Phi_0}{2\pi\xi(T)^2} \quad (7.13)$$

(Φ_0 — квант потока, а $\xi(T)$ можно найти из разложения Гинзбурга–Ландау для свободной энергии в модели БКШ). В случае $d_{x^2-y^2}$ -симметрии ПП dH_{c2}/dT быстро убывает с ростом концентрации примеси на масштабе $\gamma_0 \sim T_{c0}$, тогда как для анизотропного s-сверхпроводника dH_{c2}/dT возрастает с ростом γ_0 . При $\gamma_0 \gg T_{c0}$ наклон определяется соотношением Горькова [140]

$$\frac{\sigma}{N(0)} \left| \frac{dH_{c2}}{dT} \right|_{T_c} = \frac{8e^2}{\pi^2} H_{c2}, \quad (7.14)$$

полученного для обычного изотропного сверхпроводника в грязном пределе. Здесь $\sigma = N(0)e^2 v_F / 3\gamma_0$ — проводимость электронов в нормальной фазе. Таким образом, и в анизотропном сверхпроводнике s-типа наклон H_{c2} меняется монотонно с γ_0 при больших γ_0 .

Инфракрасное поглощение, которое описывается реальной частью проводимости, имеет специфические черты для анизотропных сверхпроводников с нулями щели на поверхности Ферми [141–144]. Частотная зависимость $\sigma(\omega)$ в этом случае весьма чувствительна к примесям. В общем случае она определяется неупругим рассеянием электронов на бозевских возбуждениях системы и упругим рассеянием на примесях. В модели БКШ проводимость вычисляется по формуле

$$\text{Re } \sigma_{\alpha\beta}(\omega) = -\frac{\text{Im } A_{\alpha\beta}(\omega)}{\omega}, \quad (7.15)$$

где

$$\text{Im } A_{\alpha\beta}(\omega) = \pi e^2 \int d\omega' \langle v_\alpha(\mathbf{k}) v_\beta(\mathbf{k}') [f(\omega + \omega') - f(\omega')] \text{Tr} [A(\mathbf{k}, \omega + \omega') A(\mathbf{k}', \omega')] \rangle, \quad (7.16)$$

а $A(\mathbf{k}, \omega) = -(1/\pi) \text{Im } G(\mathbf{k}, \omega)$ — спектральная плотность матричной одночастичной функции Грина. В работе [144] использовалась модель Хаббарда на квадратной решетке со спектром электронов

$$\varepsilon(\mathbf{k}) = -2t(\cos k_x + \cos k_y).$$

Собственная энергия электронов $\Sigma(\mathbf{k}, \omega)$ учитывала рассеяние на спиновых флуктуациях, при этом спиновая

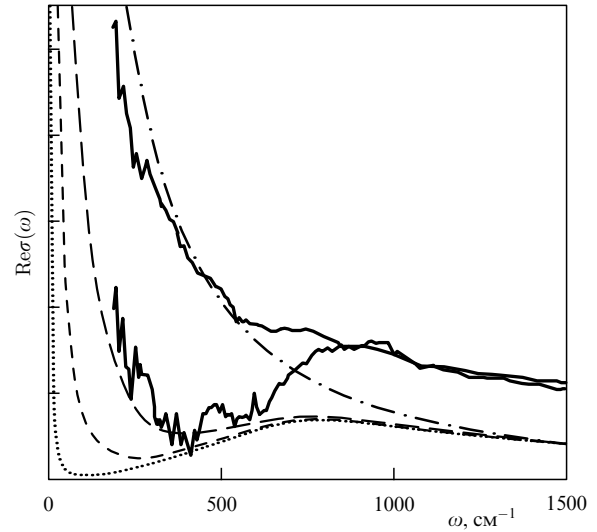


Рис. 22. Реальная часть микроволновой проводимости, вычисленной для нормальной фазы $T = T_c$ и $\Gamma = 0,018T_c$ (штрихпунктир) и сверхпроводящей фазы $T = 0,1T_c$ [145] в сравнении с экспериментальными данными (сплошная кривая) для проводимости вдоль оси a в нормальной ($T = 100\text{ K}$) и сверхпроводящей ($T = 20\text{ K}$) фазах в кристалле YBCO [146]. Штриховые и точечная линии — результат расчета для сверхпроводящей фазы при параметрах примесного рассеяния: $\Gamma = 0,018T_c$ (длинный штрих), $\Gamma = 0,1T_c$ (короткий штрих), $\Gamma = 0,008T_c$ (точечная линия).

восприимчивость бралась в RPA-приближении. Численный расчет по формулам (7.15) и (7.16) для систем с немагнитной примесью, характеризующийся параметром рассеяния Γ , представлен на рис. 22 вместе с экспериментальными данными [146] для YBCO-кристалла. Видно качественное согласие теории и эксперимента, свидетельствующее о том, что ПП имеет нули на поверхности Ферми, обусловленные спин-флуктуационным механизмом спаривания.

7.3. Локализация

Хорошо известно, что при достаточной степени беспорядка в металлической системе может возникнуть андерсоновская локализация носителей заряда [147]. Суть ее состоит в том, что в сплошном спектре возникает энергия ω_c (порог подвижности), выше которой все состояния делокализованы, а ниже локализованы, т.е. их волновые функции убывают с расстоянием экспоненциально, а степень локализации характеризуется параметром R_c — радиусом локализации. Беспорядок, создаваемый примесями, может приводить к локализации низкоэнергетических состояний и в сверхпроводнике обычного типа [148, 149]. В случае сверхпроводников d-типа вопрос о локализации оказывается более сложным. Мы уже говорили, что из-за нулей в сверхпроводящем ПП в этих сверхпроводниках наличие примеси приводит к возникновению конечной плотности состояний на поверхности Ферми, тогда как в чистых сверхпроводниках d-типа $N(\omega) \sim \omega$ при $\omega \ll \Delta_0$. Встает вопрос о характере низкоэнергетических состояний в таком сверхпроводнике, содержащем некоторую концентрацию немагнитных примесей. Этот вопрос особенно важен для интерпретации экспериментов в ВТСП-соединениях, поскольку в них всегда есть примеси, а с другой стороны, многие термодинамические и транспортные

свойства сверхпроводников определяются вкладом низкоэнергетических состояний.

Руководствуясь соображениями скэйлинга, Ли показал [150], что в сверхпроводниках d-типа в унитарном пределе примеси порождают локализованные состояния ниже порога подвижности ω_c , величина которого представляет некоторую долю максимальной щели Δ_0 . Порог подвижности и радиус локализации зависят от щели Δ_0 следующим образом:

$$\omega_c \sim \Delta_0^{1/2}; \quad R_c \sim \Delta_0^{-1/2} \exp\left(\frac{\varepsilon_F}{\Delta}\right). \quad (7.17)$$

Работа Ли была подвергнута критике [151] на том основании, что в ней не были учтены перескоки электронов с одного примесного центра на другой за счет дальнедействующих хвостов однопримесных состояний. Именно эти перескоки важны в вопросе локализации электронных состояний. Сами же хвосты возникают из-за нулей в сверхпроводящем ПП, и вклад их может быть потерян при грубом усреднении по примесным конфигурациям. Авторы [151] полагают, что в случае сверхпроводников d-типа необходимо исходить из точного решения однопримесной проблемы. Волновая функция в точке $r = 0$ примесного состояния меняется в пространстве по закону [152]

$$\psi_{\text{imp}}(r, \theta) \sim \sin(k_F r) \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{r}} \exp\left[-\frac{r}{\xi(\theta)}\right], & \theta \not\approx \frac{\pi}{4} + n \frac{\pi}{2}, \\ \frac{1}{r}, & \theta \approx \frac{\pi}{4} + n \frac{\pi}{2}, \end{cases} \quad (7.18)$$

где $\xi(\theta) \equiv \hbar v_F / |\Delta(\theta)| = \xi_0 / |\cos 2\theta|$ — угол между радиус-вектором \mathbf{r} и кристаллографической осью в базисной плоскости, а $n = 0, 1, 2, 3$ соответствует четырем диагоналям квадрата, где расположены нули ПП. Таким образом, в этих направлениях имеются дальнедействующие хвосты у волновой функции. Если другой примесный атом расположен на одной из указанных диагоналей, даже на большом расстоянии, они будут взаимодействовать друг с другом. Поскольку энергия состояний, центрированных на этих двух примесях одинакова, взаимодействие должно носить резонансный характер, т.е. их состояния будут гибридизованы. Таким образом, при наличии конечной концентрации примесей через дальнедействующие хвосты примесные состояния должны коллективизироваться. Это контрастирует с выводами теории слабой локализации, которая предсказывает, что в двумерной системе все квазичастичные состояния локализованы.

При малых концентрациях примеси $\xi^2 n_i \ll 1$ матричный элемент перескока электрона между двумя примесями с центрами \mathbf{r}_i и \mathbf{r}_j дается выражением $V_{ij} = G_0(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j, 0)$, где $G_0(\mathbf{r}, \omega)$ — матричная функция Грина для чистого сверхпроводника. В этих условиях сверхпроводник с примесями описывается эффективным гамильтонианом

$$H = \sum_{ij} \psi_i^\dagger V_{ij} \psi_j + \sum_i \psi_i^\dagger \varepsilon_i \tau_3 \psi_i, \quad (7.19)$$

где ψ_i — волновая функция в представлении Намбу, а ε_i — примесный уровень. Предполагается, что эти уровни

распределены хаотически в некотором интервале энергий $0 \leq \varepsilon_i \leq W$ с равной вероятностью $1/W$. Матричный элемент перекрытия в направлении диагоналей меняется с расстоянием как $1/r_{ij}$:

$$V_{ij} \sim -V_0 \frac{\hbar v_F}{r_{ij}} \sin(k_F r_{ij}) \tau_3, \quad (7.20)$$

где V_0 — безразмерный параметр, характеризующий величину матричного элемента. Анализ модели (7.20) показывает, что индуцированные примесями квазичастичные состояния делокализованы при энергиях $\omega < \omega_c$, где $\omega_c \sim \exp(-c/n_i)$ — характерная энергия, экспоненциально зависящая от концентрации примесей; c — положительная константа. При $\omega > \omega_c$ примеси формируют зону локализованных состояний, так что в рассматриваемой ситуации имеет место инверсия локализованных и делокализованных состояний относительно порога подвижности.

Ввиду противоречивых результатов [150, 151] двух аналогичных подходов к проблеме локализации в d-сверхпроводнике с немагнитными примесями в работе [153] выполнен численный расчет для кластеров квадратной решетки размером вплоть до 50×50 , содержащих немагнитные примеси. Использовалась модель, включающая кулоновское взаимодействие V_0 на одном узле и притяжение V_1 на соседях, которая приводит к сверхпроводимости d-типа. В приближении среднего поля записывались уравнения для сверхпроводника с примесями в узельном представлении и решались численно путем многих итераций.

Поскольку при этом примесный потенциал задавался только на одном узле, метод позволял получить точное решение задачи о примеси в нормальной фазе. Численное решение задачи с одним примесным центром показало сильное локальное подавление сверхпроводящего ПП в окрестности примеси. При решении задачи с несколькими примесными атомами, соответствующими заданной концентрации примеси, учитывался самосогласованным образом эффект локального подавления ПП. Он оказался очень важным для проблем локализации. Анализ решений показал, что низкоэнергетические возбуждения локализованы вплоть до энергий $\omega \approx t$. Полученный порог подвижности оказался близким к результату Ли $\omega_c \approx 0,84t$, найденному при тех же значениях параметров. Расхождение с выводами теории Балацкого и Салколы [151], по мнению авторов [153], связано с тем, что в аналогичных расчетах [151] не учитывалось локального подавления ПП d-симметрии. Самосогласованный учет его приводит к выводу о локализации низкоэнергетических состояний в сверхпроводнике d-типа. Приводим в заключение ссылки на новые работы [154–190].

8. Заключение

Можно ли со всей определенностью утверждать, что для ВТСП медно-оксидной группы доминирует спин-флуктуационный механизм сверхпроводимости, а сверхпроводящий ПП имеет $d_{x^2-y^2}$ -симметрию? Если вторая часть этого основного вопроса решается исключительно экспериментом, то проблема доминирующего механизма спаривания — во многом вопрос теоретических концепций. Совокупность различных экспериментальных дан-

ных о свойствах сверхпроводящего состояния в купратах убедительно показывает, что в них реализуется анизотропный ПП с нулевыми значениями щели в отдельных точках на поверхности Ферми. Наиболее полно исследованы сверхпроводники лантановой, иттрий-бариевой и висмутовой групп. Подавляющее большинство результатов, полученных из низкотемпературных измерений параметров ЯМР, глубины проникновения, ARPES-измерений и множества вариантов интерференционных измерений на джозефсоновских контактах свидетельствуют о $d_{x^2-y^2}$ -симметрии ПП. Однако в ряде экспериментов на иттрий-бариевой группе не удается различить d -симметрию от расширенной s^* -симметрии, поэтому экспериментальные исследования симметрии ПП должны продолжаться с привлечением новых методик и с расширением новых классов ВТСП-соединений. Здесь могут оказаться неожиданности. Так, например, в электронно-допированных сверхпроводниках неодимовой группы эксперименты по температурной зависимости глубины проникновения свидетельствуют, скорее, об обычной s -симметрии ПП.

Установление $d_{x^2-y^2}$ -симметрии ПП косвенно подтверждает спин-флуктуационный механизм сверхпроводимости. Связь между ними устанавливается и в феноменологическом подходе, и в микроскопических подходах, исходящих из модели Хаббарда и tJ -модели. В основе всех подходов, использующих концепцию спин-флуктуационного спаривания, лежат уравнения типа Элиашберга для эффективного электрон-магнитного взаимодействия. Оказывается важным учитывать в них перенормировку квазичастичного спектра за счет этого взаимодействия. Именно оно приводит к аномалиям свойств нормального состояния допированных ВТСП-соединений, в частности, к отличию от обычного ферми-жидкостного поведения. Численные расчеты, выполненные в феноменологическом и микроскопических подходах, показали необходимость интегрирования в уравнениях Элиашберга по всему \mathbf{k} -пространству, не ограничиваясь узким слоем вблизи поверхности Ферми, как в стандартной электрон-фононной модели сверхпроводимости. Это связано с тем, что динамическая магнитная восприимчивость системы вблизи антиферромагнитного перехода, определяющая эффективную электрон-электронную связь, имеет пик вблизи волнового вектора (π, π) и медленно спадает при отходе от этой точки. Только при учете эффективного взаимодействия во всем \mathbf{k} -пространстве возможно получить высокие T_c порядка 100 К. Замечательно, что решения для щели при всех указанных условиях имеют как раз $d_{x^2-y^2}$ -симметрию. Вот почему экспериментальное наблюдение такой симметрии является серьезной поддержкой спин-флуктуационного механизма в ВТСП-соединениях.

Несмотря на этот важный факт, вопрос о механизме высокотемпературной сверхпроводимости в купратах не может пока считаться решенным. Необходима последовательная микроскопическая теория для значений параметров модели, адекватных купратам. Если иметь в виду однозонную модель Хаббарда с двумя параметрами t и U , то изложенные в разделах 3 и 4 подходы исходят из двух предельных случаев слабого и сильного кулоновского взаимодействия, тогда как для купратов, скорее, применим промежуточный случай $U \gtrsim t$. Основная теоретическая проблема сводится, таким образом, к вычислению динамической магнитной восприимчивости

вблизи половинного заполнения при условии $U \sim t$. Для этого промежуточного случая трудно найти какие-либо аналитические алгоритмы. В случае сильно коррелированной системы ($U \gg t$) можно использовать tJ -модель, однако и для нее за пределами применимости спин-поляронной модели, т.е. при достаточном удалении от области антиферромагнитного состояния, не известен аналитический метод для расчета магнитной восприимчивости. Если магнитная восприимчивость при $U \gtrsim t$ была бы вычислена, оставался бы трудный вопрос о перенормировке вершины электрон-магнитного взаимодействия в уравнении (1.3), приводящим к уравнениям Элиашберга.

Мы заключаем, что, хотя строгая теория спин-флуктуационного механизма ВТСП в купратах еще не создана, экспериментальные исследования симметрии сверхпроводящего ПП подвели под нее основательный фундамент. В то же время имеется группа экспериментальных фактов, которые, кажется, противоречат спин-флуктуационному механизму. Имеется в виду отсутствие в спектре спиновых флуктуаций лантановой и иттрий-бариевой систем низкоэнергетических флуктуаций, необходимых для реализации эффективного спин-флуктуационного механизма спаривания. Об этом свидетельствуют данные экспериментов по неупругому рассеянию нейтронов; обсуждение их читатель может найти в книге [36]. Мы приведем здесь лишь ссылки на последние нейтронные работы на монокристаллах $\text{La}_{2-x}\text{Sr}_x\text{CuO}_4$ с оптимальным допированием стронция [180] и $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6.6}$ [181], в которых можно найти и другие ссылки по этой проблеме. Наблюдаемое обрезание низкочастотной части спин-флуктуационного спектра часто обозначается как проблема "магнитной щели", хотя такая терминология может привести к неправильному представлению о природе этого явления. Как показано в различных теоретических подходах, обрезание низкочастотной ветви спиновой восприимчивости в модели Хаббарда [29] и в tJ -модели [36] является результатом нестинга в электронном спектре на волновом векторе $\mathbf{Q} = (\pi, \pi)$ и, по-видимому, должно быть характерным для антиферромагнитной ферми-жидкости. Таким образом, подавление низкочастотной части спектра в купратах может и не являться аргументом против спин-флуктуационного спаривания.

Следует, однако, отметить, что концепция спин-флуктуационного механизма в купратах принимается не всеми исследователями. Существуют работы, в которых предлагается использовать механизм спаривания через зарядовые флуктуации. Основанием для этого считается высокая поляризуемость купратов. Можно указать на одну из последних работ такого рода [162], в которой имеются ссылки на другие работы. Также в [163] обсуждаются условия, при которых и электрон-фононное взаимодействие может привести к сверхпроводимости с d -симметрией ПП. Критика концепции почти антиферромагнитной ферми-жидкости и спин-флуктуационного механизма сверхпроводимости содержится в работах Андерсона [188–190]. Им предложен альтернативный механизм сверхпроводимости в купратах, основанный на идее конфайнмента электронов в Cu-O -плоскостях, причем межплоскостные переходы электронов и являются причиной когерентного сверхпроводящего параметра порядка в этих системах. Обсуждение этого механизма, однако, выходит за рамки нашего обзора.

Обратим внимание в заключение на работу [191], в которой спин-флуктуационный механизм используется для объяснения сверхпроводимости в ряде соединений на основе церия, принадлежащих к тяжелым фермионам. Оказывается, что для двух соединений CePd_2Si_2 и CeIn_3 ситуация напоминает ту, которая имеет место в купратах. В нормальных условиях эти соединения являются антиферромагнитными с волновыми векторами [110] и [111] соответственно и с температурой Нееля 10 К. При приложении давления T_N быстро падает, и при давлении P порядка 20 кбар антиферромагнитный порядок исчезает. В то же время в узкой области в окрестности этого критического давления возникает сверхпроводящее состояние с $T_c < 1$ К. При $T > T_c$ свойства нормальной фазы отличаются от обычного ферми-жидкостного поведения. Так, в широком интервале T электросопротивление меняется с температурой по степенному закону с показателем степени $1,2 < n < 1,5$. Фазовые диаграммы для этих соединений на плоскости (T, P) аналогичны фазовым диаграммам на плоскости (T, n) для купратов. Это сходство привело авторов к предположению, что в указанных цериевых соединениях имеет место спин-флуктуационный механизм электронного спаривания. Было бы интересным установить симметрию сверхпроводящего параметра порядка для них.

Список литературы

- Измюмов Ю А *УФН* **167** 546 (1997)
- Овчинников С Г *УФН* **167** 1043 (1997)
- Измюмов Ю А *УФН* **165** 403 (1995)
- Berk N F, Schrieffer J R *Phys. Rev. Lett.* **17** 433 (1966)
- Элиашберг Г М *ЖЭТФ* **38** 966 (1960); **39** 1437 (1960)
- Scalapino D J, Loh E (Jr), Hirsch J E *Phys. Rev. B* **35** 6694 (1987)
- Bickers N E, Scalettar R T, Scalapino D J *Int. J. Mod. Phys. B* **1** 687 (1987)
- Moriya T, Takahashi Y, Ueda K *J. Phys. Soc. Jpn.* **52** 2905 (1990)
- Ueda K, Moriya T, Takahashi Y *Electronic Properties and Mechanics of High-Superconductors* (Eds Oguchi et al.) (Amsterdam: North-Holland, 1992)
- Воловик Г Е, Горьков Л П *ЖЭТФ* **88** 1412 (1985)
- Sigrist M, Rice T M *Z. Phys. B* **68** 9 (1987)
- Pines D *Tr. J. of Physics* **20** 535 (1996)
- Monthoux P, Balatsky A V, Pines D *Phys. Rev. Lett.* **67** 3448 (1991)
- Monthoux P, Balatsky A V, Pines D *Phys. Rev. B* **46** 14803 (1992)
- Monthoux P, Pines D *Phys. Rev. Lett.* **69** 961 (1992)
- Monthoux P, Pines D *Phys. Rev. B* **47** 6069 (1993)
- Monthoux P, Pines D *Phys. Rev. B* **49** 4261 (1994)
- Millis A J, Monien H, Pines D *Phys. Rev. B* **42** 167 (1990)
- Vidberg H J, Serene J W *J. Low Temp. Phys.* **29** 177 (1977)
- Kampf A, Schrieffer J R *Phys. Rev. B* **41** 6399 (1990); **42** 7967 (1990)
- Lenck S, Carbotte J P *Phys. Rev. B* **49** 4176 (1994)
- Tifrea I, Crisan M, Grosu I *Phys. Rev. B* **55** 5998 (1997)
- Lenck S, Carbotte J P, Dynes R C *Phys. Rev. B* **50** 10149 (1994)
- Monthoux P, Scalapino D J *Phys. Rev. Lett.* **72** 1874 (1994)
- Pao C-H, Bickers N E *Phys. Rev. Lett.* **72** 1870 (1994)
- Bickers N E, Scalapino D J, White S R *Phys. Rev. Lett.* **62** 961 (1989)
- Bickers N E, White S R *Phys. Rev. B* **43** 8044 (1991)
- Tewordt L *J. Low Temp. Phys.* **15** 344 (1979)
- Wermbter S, Tewordt L *Phys. Rev. B* **44** 9524 (1991)
- Lenck S, Wermbter S, Tewordt L *J. Low Temp. Phys.* **80** 269 (1990)
- Anderson P W *Science* **235** 1196 (1987)
- Kane C L, Lee P A, Read N *Phys. Rev. B* **39** 6880 (1989)
- Plakida N M et al. *Phys. Rev. B* **55** R11997 (1997)
- Belinicher V I et al. *Phys. Rev. B* **51** 6076 (1995)
- Ohta Y et al. *Phys. Rev. Lett.* **73** 324 (1994)
- Плакida Н М *Высокотемпературные сверхпроводники* (М.: Международная программа образования, 1996)
- Xu J-H, Ren Y, Ting C S *Phys. Rev. B* **52** 7663 (1995)
- Soininen P I, Kallin C, Berlinsky A J *Phys. Rev. B* **50** 13883 (1994)
- Berlinsky A J et al. *Phys. Rev. Lett.* **75** 2200 (1995)
- Franz M et al. *Phys. Rev. B* **53** 5795 (1995)
- Воловик Г Е *Письма в ЖЭТФ* **58** 457 (1993)
- Walker M B, Timusk T *Phys. Rev. B* **52** 97 (1995)
- Ichioka M et al. *Phys. Rev. B* **53** 2233 (1996)
- Schopohl N, Maki K *Phys. Rev. B* **52** 490 (1995)
- Maki K, Schopohl N, Won H *Physica B* **204** 214 (1995)
- Heeb R et al. *Phys. Rev. B* **54** 9385 (1996)
- Sun A G et al. *Phys. Rev. Lett.* **72** 2267 (1994)
- Arovas D P et al. *Phys. Rev. Lett.* **79** 2871 (1997)
- Zhang S C *Science* **275** 1089 (1997); Burgess C P, Lütken C A *Phys. Rev. B* **57** 8642 (1998); Burgess C P et al. *Phys. Rev. B* **57** 8549 (1998)
- Walker M B, Pairor P, Zhitomirsky M E *Phys. Rev. B* **56** 9015 (1997)
- Feder D L, Kallin C *Phys. Rev. B* **55** 559 (1997)
- Micnas R, Ranninger J *Rev. Mod. Phys.* **62** 113 (1990)
- Dagotto E, Nazarenko A, Moreo A *Phys. Rev. Lett.* **74** 310 (1995)
- Nazarenko A et al. *Phys. Rev. B* **54** R768 (1996)
- Keimer B *J. Appl. Phys.* **76** 6788 (1994)
- Maggio-Aprile I et al. *Phys. Rev. Lett.* **75** 2754 (1995)
- Liu M, Xing D Y, Wang Z D *Phys. Rev. B* **55** 3181 (1997)
- Ruckenstein A E, Hirschfeld P J, Appel J *Phys. Rev. B* **36** 857 (1987)
- Kotliar G *Phys. Rev. B* **37** 3664 (1988)
- Donovan C O, Carbotte J P *Physica C* **252** 87 (1995)
- Ren Y, Xu J-H, Ting C S *Phys. Rev. B* **53** 2249 (1996)
- Musaelian K A et al. *Phys. Rev. B* **53** 3598 (1996)
- Maki K, Beal-Monod M T *Phys. Rev. B* **55** 11730 (1997)
- Zhang K et al. *Phys. Rev. Lett.* **73** 2484 (1994)
- Wang Q, Wang Z D *Phys. Rev. B* **54** R15645 (1996)
- Vicente Alvarez J J, Dominguez D, Balseiro C A *Phys. Rev. Lett.* **79** 1373 (1997)
- Kopnin N B, Volovik G E *Phys. Rev. Lett.* **79** 1377 (1997)
- Won H, Maki K *Europhys. Lett.* **30** 421 (1995)
- Scalapino D J *Phys. Rep.* **250** 329 (1995)
- Hardy W N et al. *Phys. Rev. Lett.* **70** 3999 (1993)
- Bulut N, Scalapino D J *Phys. Rev. Lett.* **68** 706 (1992)
- Bulut N, Scalapino D J *Phys. Rev. B* **45** 2371 (1992)
- Hammel P C et al. *Phys. Rev. Lett.* **63** 1992 (1989)
- Takanaka K, Kuboya K *Phys. Rev. Lett.* **75** 323 (1995)
- Hanaguri T et al. *Physica (Amsterdam)* **165&166** B1449 (1990)
- Chen X K et al. *Phys. Rev. Lett.* **73** 3290 (1994)
- Koike Y et al. *Phys. Rev. B* **54** R776 (1996)
- Воловик Г Е *Письма в ЖЭТФ* **58** 457 (1993)
- Wollman D A et al. *Phys. Rev. Lett.* **74** 797 (1995)
- Wollman D A et al. *Phys. Rev. Lett.* **71** 2134 (1993)
- Brawner D A, Ott H R *Phys. Rev. B* **53** 8249 (1996)
- Chaudhari P, Lin S-Y *Phys. Rev. Lett.* **72** 1084 (1994)
- Sun A G et al. *Phys. Rev. Lett.* **72** 2267 (1994)
- Kleiner R et al. *Phys. Rev. Lett.* **76** 2161 (1996)
- Kouznetsov K A et al. *Phys. Rev. Lett.* **79** 3050 (1997)
- Kirtley J R, Moler K A, Scalapino D J *Phys. Rev. B* **56** 886 (1997)
- Miller J H et al. *Phys. Rev. Lett.* **74** 2347 (1995)
- Mathai A et al. *Phys. Rev. Lett.* **74** 4523 (1995)
- Tanaka Y, Kashiwaya S *Phys. Rev. B* **56** 892 (1997)
- Ishimaru Y et al. *Phys. Rev. B* **55** 11851 (1997)
- Sigrist M, Rice T M *J. Phys. Soc. Jpn.* **61** 4283 (1992)
- Tsuei C C et al. *Phys. Rev. Lett.* **73** 593 (1994)
- Tsui C C *Science* **271** 329 (1996)
- Kirtley J R et al. *Tr. J. of Physics* **20** 576 (1996)
- Samanta M P, Datta S *Phys. Rev. B* **55** R8689 (1997)
- Shen Z-X et al. *Phys. Rev. Lett.* **70** 1553 (1993)
- Kelley R J et al. *Phys. Rev. B* **50** 590 (1994)
- Ding H, Campuzano J C, Jennings G *Phys. Rev. Lett.* **74** 2784 (1995)
- Ma J et al. *Science* **267** 862 (1995)
- Ding H et al. *Phys. Rev. B* **54** R9678 (1996)
- Ding H et al. *Phys. Rev. Lett.* **76** 1533 (1996)
- Klein M V, Dierker S B *Phys. Rev. B* **29** 4976 (1984)
- Devereaux T P et al. *Phys. Rev. Lett.* **72** 396 (1994)
- Krantz M C, Cardona M *Phys. Rev. Lett.* **72** 3290 (1994)
- Devereaux T P et al. *Phys. Rev. Lett.* **72** 3291 (1994)
- Chen X K et al. *Phys. Rev. B* **48** 10530 (1993)
- Wenger F, Kall M *Phys. Rev. B* **55** 97 (1997)
- Morr D K, Chubukov A V *Phys. Rev. B* **56** 9134 (1997)

109. Manske D et al. *Phys. Rev. B* **56** 2940 (1997)
110. Marshall D S et al. *Phys. Rev. Lett.* **76** 4841 (1996)
111. Loeser A G *Science* **273** 325 (1996)
112. Ding H et al. *Nature (London)* **382** 51 (1996)
113. Ding H et al. *Phys. Rev. Lett.* **78** 2628 (1997)
114. Chen X K et al. *Phys. Rev. B* **56** R513 (1997)
115. Kivelson S, Emery V *Nature (London)* **374** 434 (1995)
116. Wen X-G, Lee P A *Phys. Rev. Lett.* **76** 503 (1996)
117. Mason T E et al. *Phys. Rev. Lett.* **71** 919 (1993)
118. Yamada K et al. *Phys. Rev. Lett.* **75** 1626 (1995)
119. Rossat-Mignot J et al., in *Frontiers in Solid State Science* (Singapore: World Scientific, 1993) p. 265
120. Lu J P *Phys. Rev. Lett.* **68** 125 (1992)
121. Zha Y, Levin K, Si Q *Phys. Rev. B* **47** 9124 (1993)
122. Carbotte J P et al. *Phys. Rev. B* **51** 11798 (1995)
123. Jiang C et al. *Phys. Rev. B* **54** 1264 (1996)
124. Zhitomirsky M E, Walker M B *Phys. Rev. Lett.* **79** 1734 (1997)
125. Williams G V M et al. *Phys. Rev. Lett.* **78** 721 (1997)
126. Panagopoulos C et al. *Phys. Rev. Lett.* **79** 2320 (1997)
127. Hurd M *Phys. Rev. B* **55** R11993 (1997)
128. Абрикосов А А, Горьков Л П *ЖЭТФ* **39** 1781 (1960)
129. Hirschfeld P J, Wölfle P, Einzel D *Phys. Rev. B* **37** 83 (1988)
130. Borkowski L S, Hirschfeld P J *Phys. Rev. B* **49** 15404 (1994)
131. Fehrenbacher R, Norman M R *Phys. Rev. B* **50** 3495 (1994)
132. Посаженикова А И, Садовский М В *Письма в ЖЭТФ* **63** 347 (1996)
133. Посаженикова А И, Садовский М В *ЖЭТФ* **112** 2124 (1997)
134. Горьков Л П, Калугин П А *Письма в ЖЭТФ* **41** 208 (1985)
135. Xiang T, Wheatley J M *Phys. Rev. B* **51** 11721 (1995)
136. Kampf A P, Devereaux T P *Phys. Rev. B* **56** 2360 (1997)
137. Riera J et al. *Phys. Rev. B* **54** 7441 (1996)
138. Poilblanc D, Scalapino D J, Hanke W *Phys. Rev. Lett.* **72** 884 (1994)
139. Hirschfeld P J, Goldenfeld N *Phys. Rev. B* **48** 4219 (1993)
140. Горьков Л П *ЖЭТФ* **37** 1407 (1959)
141. Carbotte J P et al. *Phys. Rev. B* **51** 11798 (1995)
142. Basov D N et al. *Phys. Rev. B* **49** 12165 (1994)
143. Graf M J et al. *Phys. Rev. B* **52** 10588 (1995)
144. Hirschfeld P J, Putikka W O, Scalapino D J *Phys. Rev. B* **50** 10250 (1994)
145. Quinlan S M, Hirschfeld P J, Scalapino D J *Phys. Rev. B* **53** 8575 (1996)
146. Basov D N et al. *Phys. Rev. Lett.* **74** 598 (1995)
147. Anderson P W *Phys. Rev.* **109** 1492 (1958)
148. Maekawa S, Fukuyama H *J. Phys. Soc. Jpn.* **51** 1380 (1981)
149. Ma M, Lee P A *Phys. Rev. B* **32** 5658 (1985)
150. Lee P A *Phys. Rev. Lett.* **71** 1887 (1993)
151. Balatsky A V, Salkola M I *Phys. Rev. Lett.* **76** 2386 (1996)
152. Balatsky A V, Salkola M I, Rosengren A *Phys. Rev. B* **51** 15547 (1995)
153. Franz M, Kallin C, Berlinsky A J *Phys. Rev. B* **54** R6897 (1996)
154. Balatsky A V, Rosengren A, Altshuler B L *Phys. Rev. Lett.* **73** 720 (1994)
155. Valls O T, Beal-Monod M T *Phys. Rev. B* **51** 8438 (1995)
156. Beal-Monod M T, Maki K *Phys. Rev. B* **53** 5775 (1996)
157. Haran G, Nagi A D S *Phys. Rev. B* **54** 15463 (1996)
158. Hirschfeld P J, Quinlan S M, Scalapino D J *Phys. Rev. B* **55** 12742 (1997)
159. Salkola M I, Balatsky A V, Schrieffer J R *Phys. Rev. B* **55** 12648 (1997)
160. Simon S H, Lee P A *Phys. Rev. Lett.* **78** 1548 (1997)
161. Haas S et al. *Phys. Rev. B* **56** 5108 (1997)
162. Enz C P *Phys. Rev. B* **54** 3589 (1996)
163. Bulut N, Scalapino D J *Phys. Rev. B* **54** 14971 (1996)
164. Mierzejewski M, Zielinski J *Phys. Rev. B* **56** 11925 (1997)
165. Zutic I, Valls O T *Phys. Rev. B* **56** 11279 (1997)
166. Cassanello C R, Fradkin E *Phys. Rev. B* **56** 11246 (1997)
167. Ohta Y, Yamaguchi M, Eder R *Phys. Rev. B* **56** 11262 (1997)
168. Dahm T, Manske D, Tewordt L *Phys. Rev. B* **56** R11419 (1997)
169. Makhlin Yu G *Phys. Rev. B* **56** 11872 (1997)
170. Han Q, Zhang L *Phys. Rev. B* **56** 11942 (1997)
171. Yang K, Sondhi S L *Phys. Rev. B* **57** 8566 (1998)
172. Martin A M, Annett J F *Phys. Rev. B* **57** 8709 (1998)
173. Wu W C, Carbotte J P *Phys. Rev. B* **57** R5614 (1998)
174. Willemin M et al. *Phys. Rev. B* **57** 6137 (1998)
175. Modre R, Schurrer I, Schachinger E *Phys. Rev. B* **57** 5496 (1998)
176. Riedel R A, Bagwell P F *Phys. Rev. B* **57** 6084 (1998)
177. Zhu J-X, Ting C S *Phys. Rev. B* **57** 3038 (1998)
178. Wang Z D, Wang Q-H *Phys. Rev. B* **57** R724 (1998)
179. Bang Y *Phys. Rev. B* **57** 142 (1998)
180. Yamada K et al. *Phys. Rev. B* **57** 6165 (1998)
181. Dai P, Mook H A, Dogan F *Phys. Rev. Lett.* **80** 1738 (1998)
182. Revaz B et al. *Phys. Rev. Lett.* **80** 3364 (1998)
183. Fleck M et al. *Phys. Rev. Lett.* **80** 2393 (1998)
184. Balatsky A V *Phys. Rev. Lett.* **80** 1972 (1998)
185. Gor'kov L P, Schrieffer J R *Phys. Rev. Lett.* **80** 3360 (1998)
186. Иоффе Л Б, Миллис А Дж *УФН* **168** 672 (1998)
187. Schmalian J, Pines D, Stojkovic B *Phys. Rev. Lett.* **80** 3839 (1998)
188. Anderson P W *Adv. Phys.* **46** 3 (1997)
189. Anderson P W *J. Phys. Cond. Matt.* **8** 10083 (1996)
190. Anderson P W *The Theory of Superconductivity in the High-T_c Cuprates* (Princeton: Princeton University Press, 1997)
191. Mathur N D et al. *Nature (London)* **394** 39 (1998)

Spin-fluctuation high- T_c superconductivity mechanism and the order parameter symmetry

Yu. A. Izyumov

Institute of Metal Physics, Ural Division of the Russian Academy of Sciences

ul. S. Kovalevskoi 18, 620219 Ekaterinburg, Russia

Tel. (7-3432) 74-41 93

Fax (7-3432) 74-52 44

E-mail: izyumov@ifm.e-burg.su

The notion that electrons in HTSC cuprates pair via antiferromagnetic spin fluctuations is discussed and the symmetry of the superconducting order parameter analyzed. Three approaches to the problem, one phenomenological (with an experimental dynamic magnetic susceptibility) and two microscopic (involving, respectively, the Hubbard model and the tJ model) are considered and it is shown that in each case strong-coupling theory leads to a d-symmetric order parameter with zeros at the Fermi surface. The paper then proceeds to consider experimental techniques in which the d-symmetry of the order parameter may manifest itself. These include low-temperature thermodynamic measurements; measurements of the penetration depth and the upper critical field; Josephson junction experiments to obtain the phase of the superconducting order parameter; and various spectroscopic methods. The body of data favor the view that the order parameter in cuprates has $d_{x^2-y^2}$ symmetry. For a superconductor with a d-symmetric order parameter, Ginzburg–Landau theory is outlined and both an isolated vortex and a vortex lattice are investigated. Finally, some theoretical aspects of the effects of nonmagnetic impurities on a d-type superconductor are considered.

PACS numbers: **71.27. + a**, **74.90. + n**, **74.25.Jb**

Bibliography — 191 references

Received 13 March 1998, revised 10 September 1998