

МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ

Некоторые особенности релятивистского доплер-эффекта

Ю.И. Овсепян

Дается геометрическое рассмотрение свойств аналитической формулы релятивистского доплер-эффекта. Показано, в частности, что, вопреки чрезвычайно широко распространенному ошибочному мнению, при сближении наблюдателя и источника электромагнитного излучения имеют место, кроме фиолетового, нулевого и красного смещения ($z \geq 0$) в зависимости от угла θ между вектором относительной скорости β и направлением наблюдения.

PACS numbers: 03.30. + p, 42.25.Bs, 98.62.Py

Содержание

1. Введение (1037).
 2. Характерные черты доплер-эффекта (1037).
 3. Заключение (1040).
- Список литературы (1040).

1. Введение

Изменение наблюдаемой частоты, а следовательно, и длины распространяющейся волны любой природы в зависимости от относительной скорости наблюдателя и источника волны, которое было теоретически предсказано в акустике и оптике К. Доплером (Ch. Doppler) в 1842 г. и вскоре обнаружено экспериментально, называется эффектом Доплера.

Хорошо известная в аналитическом виде, по крайней мере с 1905 г. (А. Эйнштейн) [1] формула релятивистского доплер-эффекта, как неожиданно выяснилось, неправильно интерпретируется. Автору так и не удалось ни в литературе (например, [2–6]), ни в широком личном общении с физиками и астрофизиками ФИАНа, ИОФАНа, МГУ и др. обнаружить правильное понимание особенностей релятивистского доплер-эффекта. Например, распространено мнение, что если наблюдатель и источник электромагнитного излучения *сближаются*, то длина волны *всегда укорачивается*, или что поперечный доплер-эффект всегда пренебрежимо мал, так как является эффектом второго порядка малости [4–6] и т.д. Поскольку в случае электромагнитных волн, о которых пойдет речь ниже, экспериментально измеряется длина волны, а не частота (дифракционные решетки, интерферометры и др.), дальнейшее рассмотрение будет вестись на языке длин волн.

Ю.И. Овсепян. Астрокосмический центр Физического института им. П.Н. Лебедева РАН, 117924 Москва, Ленинский просп. 53, Россия
Тел. (095) 333-31-66
Факс (095) 333-23-78
E-mail: hovsep@dpc.asc.rssi.ru

Статья поступила 2 апреля 1998 г.

2. Характерные черты доплер-эффекта

Относительное изменение длины волны в результате релятивистского доплер-эффекта описывается уравнением [1]

$$\frac{\lambda(\beta, \theta)}{\lambda(0, \theta)} = (1 - \beta \cos \theta) \gamma(\beta), \quad (1)$$

где

$$\gamma(\beta) = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}.$$

Величина относительного доплеровского смещения z описывается уравнением

$$z(\beta, \theta) = \frac{\Delta\lambda(\beta, \theta)}{\lambda(0, \theta)} = \frac{\lambda(\beta, \theta) - \lambda(0, \theta)}{\lambda(0, \theta)} = (1 - \beta \cos \theta) \gamma(\beta) - 1. \quad (2)$$

Приведенные выражения (1) и (2) не зависят от азимутального угла, поэтому соответствующие им поверхности (разрезы поверхностей (1) и (2) изображены соответственно на рис. 1 и 4, см. ниже) имеют осевую симметрию.

В *нерелятивистском* приближении при $\beta \rightarrow 0$ и, следовательно, $\gamma \rightarrow 1$ приведенные формулы принимают соответственно вид:

$$\frac{\lambda(\beta, \theta)}{\lambda(0, \theta)} = 1 - \beta \cos \theta, \quad (3)$$

$$z(\beta, \theta) = \frac{\Delta\lambda(\beta, \theta)}{\lambda(0, \theta)} = \frac{\lambda(\beta, \theta) - \lambda(0, \theta)}{\lambda(0, \theta)} = -\beta \cos \theta. \quad (4)$$

Знак минус в последнем уравнении показывает, что в нерелятивистском приближении при любом угле наблюдения в интервале $0 \leq \theta < 90^\circ$ наблюдается только фиолетовое смещение ($\lambda(\beta, \theta) < \lambda(0, \theta)$, т.е. $z < 0$), а в интервале $90^\circ < \theta \leq 180^\circ$ — только красное смещение ($\lambda(\beta, \theta) > \lambda(0, \theta)$, т.е. $z > 0$). При $\theta = 90^\circ$ смещение всегда равно 0, т.е. в *нерелятивистском* приближении поперечный эффект практически отсутствует.

Иная картина в *релятивистском* случае. На рисунке 1 изображена поверхность, соответствующая вращению кри-

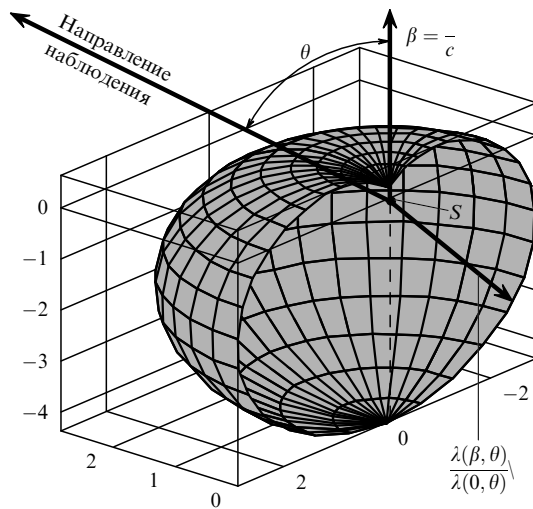


Рис. 1. Осевой разрез поверхности (1) для $\beta = 0,9$.

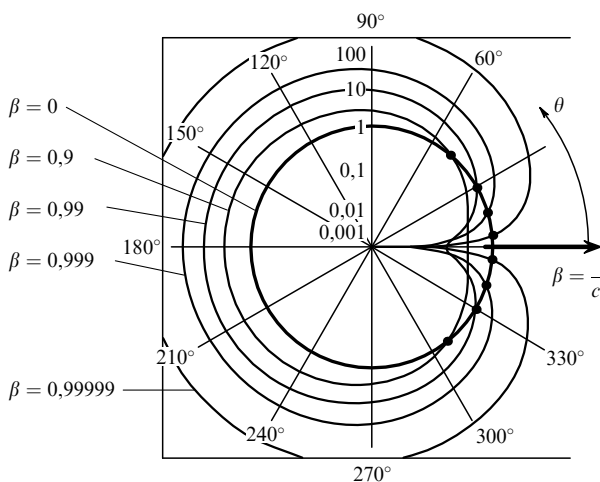


Рис. 2. Осевое сечение поверхностей (1). Формирование фиолетового провала для различных β . Радиальный масштаб логарифмический.

вой, описываемой уравнением (1), вокруг вектора относительной скорости β . На рисунке 2 приведены полярные графики осевых сечений поверхностей вращения (1) для пяти значений β . Видно, что поверхности (1) с различными β пересекаются с единичной сферой (уравнение (1) при $\beta = 0$) по окружностям (показаны точки пересечения), видимым из начала координат соответствующего положению источника излучения S , под разными углами $\theta = \Theta$:

$$\Theta(\beta) = \arccos\left(\frac{1 - \sqrt{1 - \beta^2}}{\beta}\right). \quad (5)$$

Это те направления, для которых доплеровское смещение $z = 0$ (рис. 3). При $\beta \rightarrow 1$ $\Theta \rightarrow 0$. Для направлений, находящихся внутри конуса с углом 2Θ при вершине (положение источника S), проходящего через окружность пересечения поверхностей с единичной сферой, смещение фиолетовое ($z < 0$), а для углов вне конуса — красное ($z > 0$). Это чисто релятивистский эффект. В нерелятивистском случае ($\beta \sim 0$) все поверхности пересекаются по очень близким окружностям, лежащим вблизи плоскости $\theta = 90^\circ$, и поперечный доплер-эффект практически отсутствует.

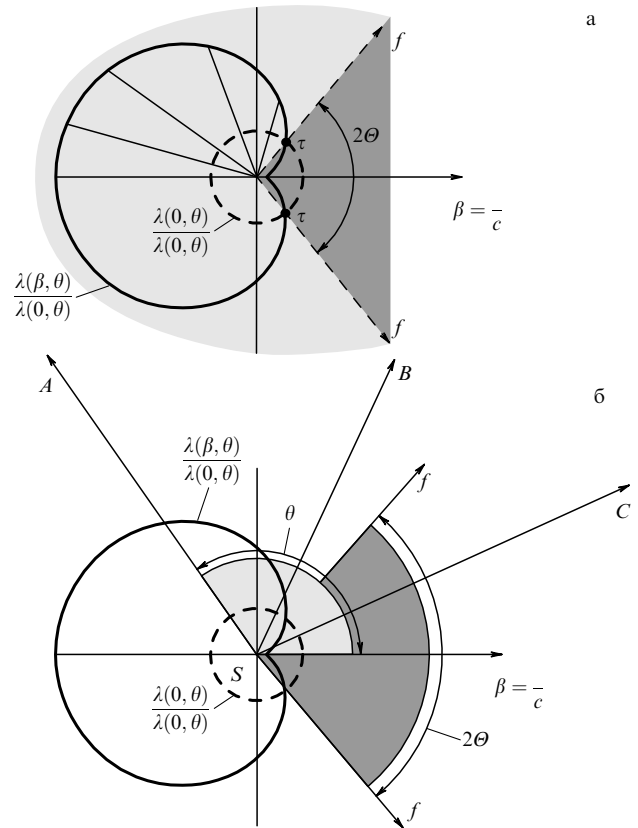


Рис. 3. Релятивистский доплер-эффект (1), $\beta = 0,9$. (а) Вне фиолетового конуса $f-f(2\Theta)$ наблюдается красное смещение $\lambda(\beta, \theta) > \lambda(0, \theta)$; в конусе $f-f$ наблюдается фиолетовое смещение $\lambda(\beta, \theta) < \lambda(0, \theta)$; вдоль образующей поверхности конуса $f-f$ изменение λ не наблюдается. $\tau-\tau$ — окружность пересечения поверхностей $\lambda(\beta, \theta)$ и $\lambda(0, \theta)$. (б) A, B, C — направления наблюдения: A — источник S удаляется, $\lambda(\beta, \theta) > \lambda(0, \theta)$; B — источник S приближается, $\lambda(\beta, \theta) > \lambda(0, \theta)$ (!); C — источник S приближается, $\lambda(\beta, \theta) < \lambda(0, \theta)$.

На рисунке 4 изображен разрез поверхности смещений z , соответствующей уравнению (2). Фиолетовое смещение имеет отрицательный знак, поэтому в полярных координатах оно представлено внутренней поверхностью. На рисунке 5 приведен график модулей смещений для шести значений β . При любом $\beta \neq 0$ поперечное смещение красное. Уже это наводит на мысль, что если при $\theta = 0$ смещение всегда фиолетовое, а при $\theta = \pi/2$ смещение всегда красное, то переход от фиолетового к красному через нуль должен происходить где-то внутри интервала $0 < \theta < \pi/2$.

На рисунке 6а приведены графики зависимостей

$$r(\beta) = \frac{\Delta\lambda(\beta, \pi)}{\lambda(0, \pi)} = \gamma(\beta) - 1 + \beta\gamma(\beta), \quad (6)$$

$$t(\beta) = \frac{\Delta\lambda(\beta, \pi/2)}{\lambda(0, \pi/2)} = \gamma(\beta) - 1, \quad (7)$$

$$(\beta) = \frac{\Delta\lambda(\beta, 0)}{\lambda(0, 0)} = \gamma(\beta) - 1 - \beta\gamma(\beta), \quad (8)$$

описывающих красное, поперечное и фиолетовое смещения соответственно, причем

$$\lambda(0, \pi) = \lambda\left(0, \frac{\pi}{2}\right) = \lambda(0, 0).$$

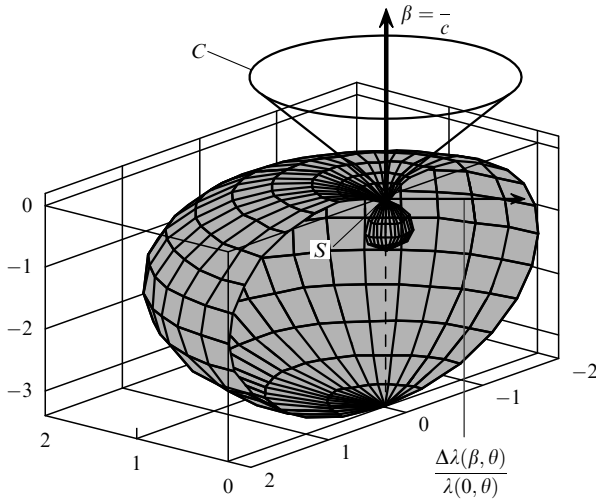


Рис. 4. Осевого разрез поверхности (2) смещений z для $\beta = 0,9$. Конус C с углом 2θ при вершине в источнике S , находящемся в узловой точке поверхности, касается ее в этой точке. При наблюдении вдоль образующих конуса доплеровское смещение не наблюдается ($\Delta\lambda/\lambda = 0$). Внешняя часть поверхности описывает красное ($\Delta\lambda/\lambda > 0$), а внутренняя — фиолетовое ($-1 < \Delta\lambda/\lambda < 0$) смещение.

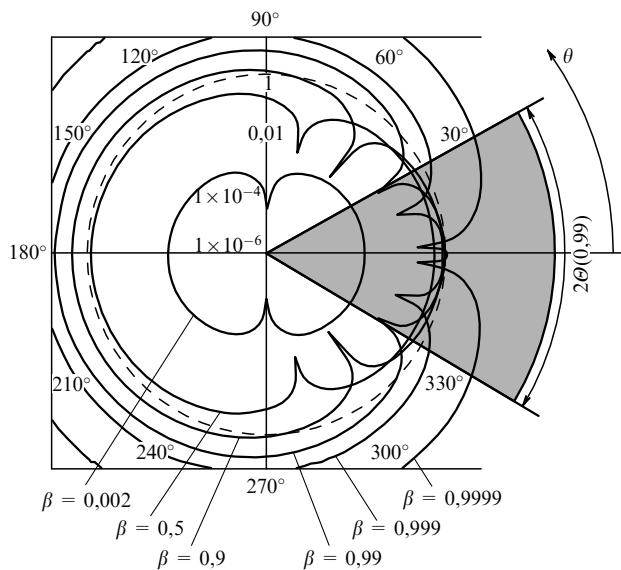


Рис. 5. Осевого сечение поверхностей модулей смещений (2). Видно сужение угла 2θ фиолетового конуса с увеличением β . Радиальный масштаб логарифмический.

На рисунке 6б построены графики отношения поперечного доплер-эффекта ($\theta = \pi/2$) к красному ($\theta = \pi$) и фиолетовому ($\theta = 0$):

$$tr(\beta) = \frac{t(\beta)}{r(\beta)} = \frac{\gamma(\beta) - 1}{\gamma(\beta) - 1 + \beta\gamma(\beta)}, \quad (9)$$

$$t(\beta) = \frac{t(\beta)}{(\beta)} = \frac{\gamma(\beta) - 1}{\gamma(\beta) - 1 - \beta\gamma(\beta)}. \quad (10)$$

Несмотря на то, что поперечное смещение — эффект второго порядка малости, его величина с ростом β становится сравнимой с продольным смещением. В физике и математике случаи, когда эффекты более высокого

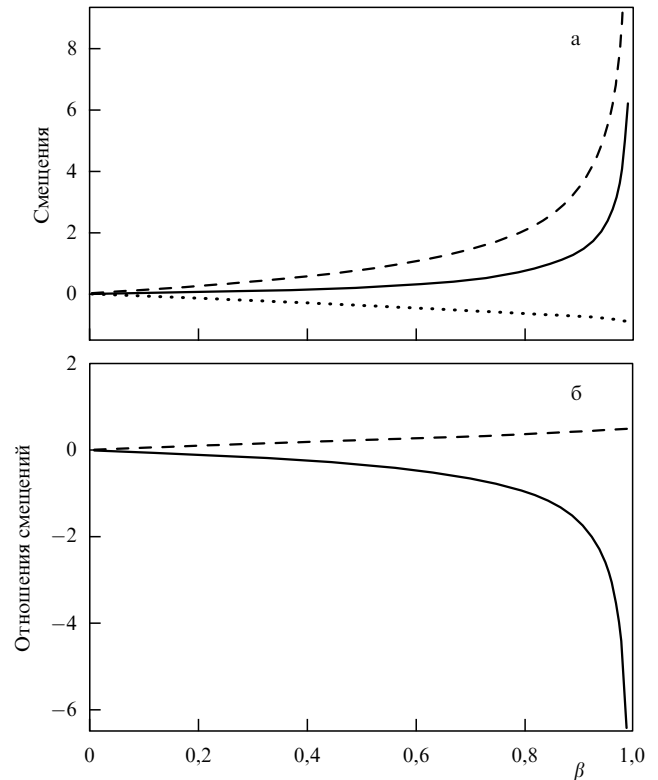


Рис. 6. Красное $r(\beta)$ (6) (штриховая линия), поперечное $t(\beta)$ (7) (сплошная линия) и фиолетовое β (8) (пунктир) смещения (а) и отношения $tr(\beta)$ (9) (штриховая линия) и $t(\beta)$ (10) (сплошная линия) (б).

порядка малости сравнимы или даже больше эффектов более низкого порядка, хорошо известны.

Для доплеровски уширенных спектральных линий видимого диапазона возможно измерение смещений

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \simeq 10^{-7} - 10^{-8},$$

поэтому для поперечного смещения минимальная измеримая скорость составляет около 100 км с^{-1} , в то время, как для продольного ($\theta = 0$) — около $\pm 20 \text{ м с}^{-1}$. Из сказанного следует, что если экспериментально наблюдается:

— *фиолетовое* смещение, то источник во всех случаях *приближается*;

— *нулевое* смещение, то источник либо *покоится*, либо *приближается*;

— *красное* смещение, то источник может либо *приближаться* (!), либо двигаться *поперек* направления наблюдения, либо *удаляться*.

Поскольку доплеровское смещение z (уравнение (2)) является функцией двух переменных β и θ , то для того, чтобы из измерений доплеровских смещений определить отдельно β и θ , надо произвести как минимум два измерения по двум направлениям, образующим между собой заметный угол α . Однако может случиться так, что вектор β будет направлен по биссектрисе угла α или $(2\pi - \alpha)$. Тогда система не будет иметь определенных решений, поэтому в общем случае лучше производить измерения по трем направлениям.

В лабораторных условиях измерения под разными углами обычно возможны. В астрономии же даже при помощи спутников такие измерения невозможны из-за малости доступных углов, поэтому, согласно сказанному

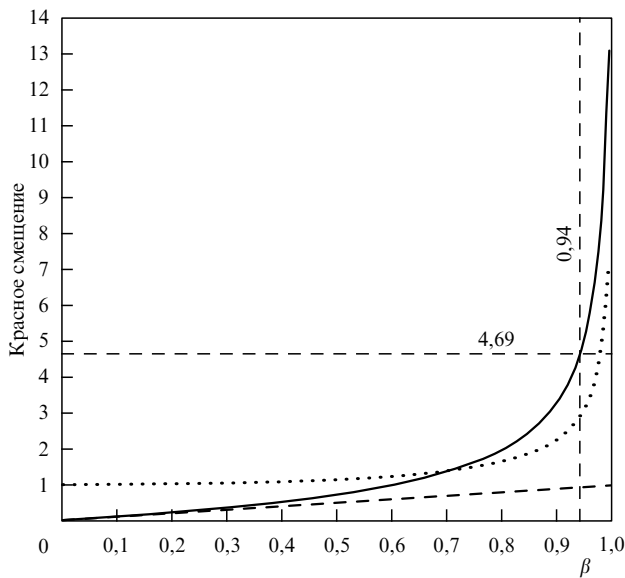


Рис. 7. Зависимость релятивистского (2) (сплошная линия) и нерелятивистского (4) (штриховая линия) красного доплеровского смещения ($\theta = \pi$) от относительной скорости удаления β . Пунктиром изображен фактор $\gamma(\beta)$. Если бы красное смещение определялось только доплер-эффектом, то наблюдаемому наибольшему релятивистскому смещению в спектрах далеких галактик $z = 4,69$ соответствовала бы относительная скорость $\beta = 0,94$. При этом $\gamma(0,94) = 2,93$ и $2\Theta(0,94) = 91,005$ градусов.

выше, измерение только в одном направлении либо несет ограниченную информацию (фиолетовое или нулевое смещения — относительное сближение или относительный покой), либо никакой (красное смещение — исключается лишь относительный покой).

3. Заключение

Из формулы (1) видно, что в релятивистском случае (в отличие от нерелятивистского) доплер-эффект определяется не только компонентой скорости, направленной на наблюдателя, $\beta \cos \theta$, но и самой скоростью β . Поэтому при одной и той же $\beta \cos \theta$, но разных β и θ в одном случае может наблюдаться красное, а в другом, например, фиолетовое смещения.

Несколько слов о расширяющейся Вселенной. Наличие нарастающего с расстоянием красного смещения (если оно действительно обусловлено только доплер-эффектом) является необходимым, но не достаточным условием для расширения Вселенной.

Таблица. Релятивистский фактор $\gamma(\beta)$ (1) и углы $2\Theta(\beta)$, формула (5)

β	$\gamma(\beta)$	$2\Theta(\beta)$, градусы
0,002	1,00	179,88
0,03	1,0004	178,28
0,2	1,02	168,40
0,3	1,05	162,34
0,4	1,09	155,91
0,5	1,15	148,92
0,6	1,25	141,06
0,7	1,40	131,80
0,8	1,67	120,0
0,9	2,29	102,37
0,99	7,09	59,64
0,999	22,37	34,02
0,9999	70,71	19,23
0,99999	223,61	10,83
0,999999	707,11	6,09
0,9999999	2236,07	3,43

Если Вселенная расширяется, то для любого наблюдателя все излучающие объекты будут разлетаться точно с $\theta = \pi$, и наблюдаемое смещение должно быть красным (рис. 7). Но не наоборот.

Например, при движении излучателей по слабо закручивающейся к центру спирали может также наблюдаться красное смещение, если наблюдатель находится вне фиолетового конуса.

Из приведенных рисунков и таблицы видно, что при больших β самое коротковолновое излучение выходит со дна кратера на рис. 1 и 2 узким пучком. По мере подъема по стенке кратера длина волны быстро нарастает. Таким образом, мы сталкиваемся с возможной реализацией узконаправленного коротковолнового (например, рентгеновского) источника.

Благодарности. Автор выражает искреннюю благодарность В.Л. Гинзбургу и Б.М. Болотовскому за полезные обсуждения и поддержку, а также всем сотрудникам ФИАН, ИОФАН и МГУ, принявшим участие в обсуждении данной работы.

Список литературы

1. Einstein A *Ann. Phys.* **17** 891 (1905); Эйнштейн А *Собрание научных трудов* Т. I (М.: Наука, 1965)
2. *Физический энциклопедический словарь* (М.: Советская энциклопедия, 1960)
3. *Физический энциклопедический словарь* (М.: Советская энциклопедия, 1983)
4. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Теория поля* (М.: Наука, 1988)
5. Паули В *Теория относительности* (М.: Наука, 1983)
6. Бергман П Г *Введение в теорию относительности* (М.: ИЛ, 1947)

Some notes on the relativistic Doppler effect

Yu.I. Hovsepyan

*Astronautics and Space Center, P.N. Lebedev Physical Institute, Russian Academy of Sciences,
Leninskii prosp. 53, 117924 Moscow, Russia
Tel. (7-095) 333-31 66. Fax (7-095) 333-23 78
E-mail: hovsep@dpc.asc.rssi.ru*

The properties of the analytical formula of the relativistic Doppler-effect are discussed from the geometric standpoint. It is shown, in particular, that, contrary to the widely accepted view, as the observer and the source of electromagnetic radiation approach one another, in addition to the violet shift also a zero and a red shift (≥ 0) can be observed depending on the angle θ between the vector of a relative velocity β and the observation direction.

PACS numbers: **03.30. + p**, 42.25.Bs, 98.62.Py
Bibliography — 6 references

Received 2 April 1998