

К 90-ЛЕТИЮ СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ Л.Д. ЛАНДАУ

## Резонансное туннелирование в высокотемпературных сверхпроводниках

А.А. Абрикосов

*Обзор работ автора по резонансному туннелированию, как механизму переноса электронов вдоль оси с в высокотемпературных слоистых купратах. Сформулирована задача и описаны качественные принципы механизма, проведен расчет реальных физических свойств и сравнение с экспериментальными данными для температурной зависимости проводимости в нормальном состоянии, частотной зависимости оптической проводимости и стационарного сверхпроводящего тока вдоль оси с. Показано, что для последнего первостепенное значение имеет когерентность резонансного туннелирования через разные центры. Предложено объяснение резкого уменьшения  $T_c$  и роста отношения  $2\Delta(0)/T_c$  при уменьшении концентрации кислорода, основанное на ослаблении связи между плоскостями и возникновении вихревых флуктуаций. Некоторые важные черты резонансного туннелирования продемонстрированы на простых моделях.*

PACS numbers: 74.25.-q, 74.50.+r, 74.72.-h

**Содержание**

1. Введение (683).
2. Статическая нормальная проводимость (685).
3. Сравнение с экспериментом (686).
4. Щель в оптической проводимости (687).
5. Межплоскостная сверхпроводимость (689).
6. Критическая температура обединенных образцов (690).
- Приложение I (692).
- Приложение II (693).
- Список литературы (695).

**1. Введение**

Механизм проводимости, а следовательно, и сверхпроводимости вдоль оси с в высокотемпературных слоистых купратах был всегда несколько загадочным. Длинный период решетки в этом направлении означает большое расстояние между комплексами  $\text{CuO}_2$  из одной, двух или трех плоскостей, и в отсутствие цепочек  $\text{CuO}$ , которые существуют только в оптимально додированном  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$  (YBCO123) и в  $\text{YBa}_2\text{Cu}_4\text{O}_8$  (YBCO124), вероятность скачков между далеко разнесенными слоями  $\text{CuO}_2$  становится пренебрежимо малой. Систематические экспериментальные исследования нормальной проводимости монокристаллов  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_x$  с  $x < 7$ , т.е. с разорванными цепочками [1] показали, что в то время как сопротивление в плоскости,  $\rho_{ab}$  имело "металлическое"

поведение, сопротивление вдоль оси с,  $\rho_c$ , обнаруживало "неметаллическое" поведение (рис. 1).

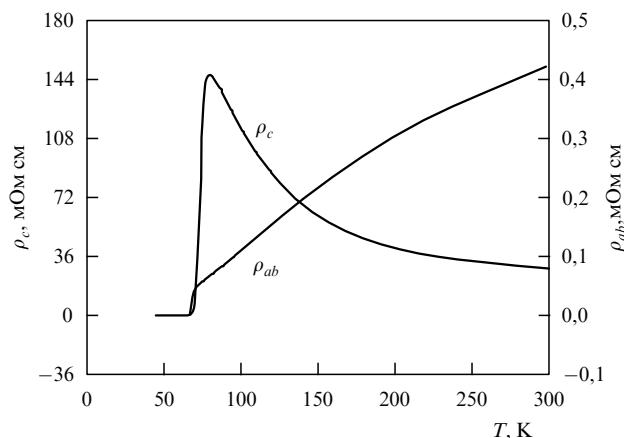


Рис. 1. Данные из работы [1] по температурной зависимости  $\rho_{ab}$  и  $\rho_c$  для  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6,66}$ .

Первоначально это поведение объяснялось, как следствие "андерсоновской локализации" в направлении с. Однако это объяснение было отвергнуто сначала на основе теории скейлинга, а затем благодаря прямой оценке [2], которая показала, что локализация в направлении с требует большей концентрации примесей, чем локализация в плоскости. Попытки объяснить проводимость вдоль оси с в отсутствие цепочек приводили ко многим противоречивым предположениям. Одно из них заключалось в универсальном наличии "нормальных металлических слоев" (см., например, [3–5]); эта гипотеза не подтверждалась данными разрешенной по углу

**А.А. Абрикосов.** Materials Science Division, Argonne National Laboratory, 9700 South Cass Ave., Argonne, IL 60439

Статья поступила 20 февраля 1998 г.

фотоэмиссионной спектроскопии (*angle resolved photoemission spectroscopy*, ARPES) на  $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$  (BSCCO), которые свидетельствовали об отсутствии каких-либо ферми-поверхностей, кроме происходящих от плоскостей  $\text{CuO}_2$  (см. [6]). Другим был механизм RVB, связанный с существованием "спинонов" и "холонов" [7, 8] (или, для сверхпроводимости, "парного туннелирования" [9]); однако в присутствии цепочек эксперименты ARPES отчетливо демонстрировали гибридизацию *одноэлектронных* спектров плоскостей и цепочек [10], и это полностью исключало такой механизм. Существуют попытки связать с-проводимость с "недиагональным беспорядком", т.е. каким-то рассеянием на примесях, лежащих между плоскостями, которое стимулирует пересекки (см. работу [11] и список литературы к ней). Однако механизм такой стимуляции трудно понять без каких-либо дальнейших предположений, а они могут существенно изменить всю картину.

В то же время решение этой загадки почти очевидно. Металлическая проводимость слоистых купратов возникает из-за допирования плоскостей  $\text{CuO}_2$  дырками. В YBCO причиной являются атомы кислорода в цепочках  $\text{CuO}$ , которые имеют тенденцию вытягивать электроны из плоскостей. В случае  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_x$  с  $x = 7$  — цепочки металлические (рис. 2a), и энергетические зоны плоскостей и цепочек пересекаются (рис. 3a). Однако в "обедненных" (*underdoped*) образцах с  $x < 7$  цепочки разорваны (рис. 2b). Тем не менее оставшиеся кислородные атомы могут создавать локализованные состояния для электронов и вытягивать их из плоскостей (рис. 3b). Легко видеть, что эти центры могут привести не только к допированию, но и к переносу дырок между плоскостями (рис. 4). Для того чтобы этот механизм был эффективным, он должен соответствовать так называемому "резонансному туннелированию".

Идея этого явления была впервые высказана Д. Бомом [12] в 1951 г. и теперь широко применяется в физике полупроводников. Если электроны туннелируют через потенциальный барьер, то вероятность прохождения сквозь него экспоненциально мала. Однако если

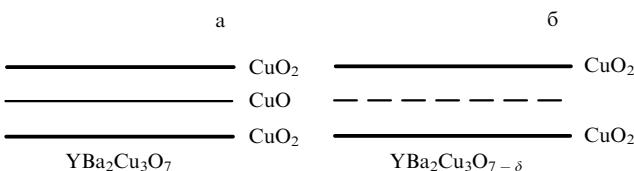


Рис. 2. Схема плоскостей  $\text{CuO}_2$  и цепочек  $\text{CuO}$  в оптимально допированном (а) и обедненном (б) YBCO (реальное пространство).

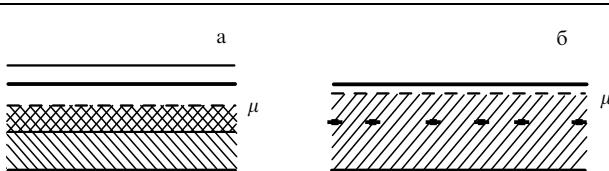


Рис. 3. Энергетические зоны плоскостей и цепочек в оптимально допированном YBCO (а); энергетическая зона плоскостей и локализованные состояния в разорванных цепочках в YBCO (энергетическое пространство) (б).

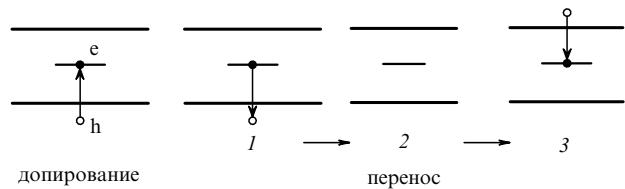


Рис. 4. Схема допирования и переноса вдоль оси  $c$  в обедненном YBCO (реальное пространство).

внутри барьера существует потенциальная яма с локализованным состоянием, то вероятность может стать порядка единицы. Для этого нужно соблюдение двух условий:

- 1) яма должна находиться точно в середине барьера;
- 2) энергия электрона должна равняться энергии связанного состояния в яме.

Для центров, образованных разорванными цепочками  $\text{CuO}$ , первое условие выполняется автоматически. Что же касается второго условия, то энергия локализованного состояния в общем случае весьма отлична от энергии Ферми (рис. 3б). При конечной температуре распределение Ферми имеет экспоненциальный хвост, и дырки в нем могут иметь нужную энергию. Это приводит к экспоненциальному температурной зависимости  $\rho_c$ .

Такое объяснение весьма правдоподобно для обедненного YBCO, но возникает вопрос: годится ли оно для сверхпроводников на основе висмута, таллия или ртути, которые не содержат цепочек? Температурная зависимость сопротивления в плоскости  $\rho_{ab}$  в таких слоистых купратах всегда "металлическая", но  $\rho_c$  имеет разное поведение от "металла" до "изолятора" в разных образцах. Как будет показано ниже, поведение компонент сопротивления может быть сложным, и гораздо более ясные заключения могут быть сделаны для поведения отношения  $\rho_c/\rho_{ab}$ . В BSCCO и сверхпроводнике на основе таллия оно растет примерно экспоненциально с уменьшением температуры [13–16], и это может рассматриваться, как свидетельство в пользу механизма резонансного туннелирования.

Обычно принято считать, что допирование слоев  $\text{CuO}_2$  дырками осуществляется кислородными атомами из слоев  $\text{BiO}$  в BSCCO, или аналогичных слоев в других веществах, играющих ту же роль, что и цепочки в YBCO. Однако слои  $\text{BiO}$  несколько смешены относительно середины барьера. Поэтому возникает вопрос: каковы допустимые пределы такого смещения? Это довольно простая квантовомеханическая задача и ее решение дано в приложении I [17]. Оказывается, что реальное смещение мало и оно не влияет качественно на вероятность туннелирования. Следовательно, механизм резонансного туннелирования для межплоскостного переноса является весьма общим.

В разделе 2 рассчитана температурная зависимость статической проводимости в нормальном состоянии [18, 19]. В разделе 3 теоретические предсказания сравниваются с экспериментальными данными. Раздел 4 посвящен нормальной высокочастотной проводимости, включая сравнение с экспериментом [20]. В разделе 5 рассмотрена сверхпроводимость вдоль оси  $c$  [19]; специальное внимание удалено случаю, когда резонансное туннелирование через разные центры является некогерентным, или

частично когерентным [21]. В разделе 6 рассмотрено, как подавляется критическая температура при уменьшении концентрации резонансных центров [21, 22]. Приложение I посвящено роли смещения резонансного центра относительно середины барьера [17]. Условие когерентности туннелирования через два центра и зависимость вероятности от расстояния между ними рассмотрены в приложении II [17].

## 2. Статическая нормальная проводимость

Будем считать, что резонансные центры расположены случайно вдоль серединной плоскости с заданной концентрацией и каким-то распределением энергий. Позиции этих центров в разных серединных плоскостях (мы рассматриваем модель с одной плоскостью  $\text{CuO}_2$  на период) некоррелированы. Плоскости  $\text{CuO}_2$  — металлические с некоторым рассеянием электронов от других объектов (например, дефектов, или других электронов в той же плоскости), которые некоррелированы в различных плоскостях и более многочисленны, чем резонансные центры. Гамильтониан этой модели<sup>1</sup>

$$\begin{aligned} H = \sum_n \left\{ \int \psi_n^+(\rho) \xi \psi_n(\rho) d^2\rho + U_n + \right. \\ + t \sum_j \left[ \tilde{\psi}_{n+1}^+(\rho_j) \tilde{\psi}_n(\rho_j) \exp \left( i \frac{e}{c} A_z d \right) + \right. \\ \left. \left. + \tilde{\psi}_n^+(\rho_j) \tilde{\psi}_{n+1}(\rho_j) \exp \left( - i \frac{e}{c} A_z d \right) \right] \right\}, \quad (1) \end{aligned}$$

где первый член — кинетическая энергия, второй соответствует рассеянию в плоскости, приводящему к конечному времени пробега, а третий — резонансному туннелированию между плоскостями  $\text{CuO}_2$ . Здесь  $\psi_n$  относится к плоскости  $n$ ,  $\tilde{\psi}$  означает часть  $\psi$ -оператора, которая соответствует энергии резонансного центра  $E_j$ ;  $\rho_j$  означает координаты резонансного центра в плоскости. Электрическое поле в плоскости представлено векторным потенциалом  $A_z$ ,  $d$  — это период вдоль оси  $z$  (расстояние между плоскостями), и мы предполагаем, что  $A_z$  существенно меняется на расстояниях гораздо больших, чем  $d$ .

Для того чтобы рассчитать ток, определим сначала поправку к термодинамическому потенциалу  $\Omega$ , второго порядка по  $A_z$  и наименьшего по  $t$ . Поскольку мы усредняем по электронным состояниям, то поправка в этом приближении будет (см. [19]) равна:

$$\begin{aligned} \Delta\Omega = -T \left( \frac{etd}{c} \right)^2 \int_0^\beta d\tau \int_0^\beta d\tau' \times \\ \times \sum_n \sum_{jj'} \tilde{G}_n(\rho_j - \rho_{j'}, \tau - \tau') \tilde{G}_{n+1}(\rho_{j'} - \rho_j, \tau' - \tau) \times \\ \times [A_z(\tau) - A_z(\tau')]^2. \quad (2) \end{aligned}$$

Просуммируем сначала по  $j, j'$ . Следует различать два предельных случая. Резонансное туннелирование через разные центры может быть когерентным или некогерент-

ным. Если энергии центров сильно отличаются, то они определенно некогерентны. Разрешенный "интервал когерентности", который мы обозначим через  $\eta$ , по порядку величины равен средней энергии связи  $U - E_0$ , умноженной на амплитуду вероятности прямого туннелирования  $\exp(-\alpha d)$ , где  $\alpha = \hbar^{-1} \sqrt{2m(U - E_0)}$  (см. приложение I). Разница в энергиях может быть из-за различного окружения. Но это не единственная причина возможной некогерентности. Если центры слишком удалены друг от друга, т.е. их концентрация слишком низка, то они тоже будут действовать некогерентно. Пример двух центров рассмотрен в приложении II. Характерное расстояние оказывается порядка  $\sqrt{d/\alpha}$ . Если расстояние между слоями  $\text{CuO}_2$  велико, и энергия связи мала, то на расстояниях  $\sqrt{d/\alpha}$  будет находиться много центров, и все центры с одинаковой энергией будут когерентны. Это соответствует реальному случаю, за исключением сильно обедненных образцов, которые будут рассмотрены позже.

Физически разумно предположить, что резонансные энергии сконцентрированы вокруг каких-то дискретных значений (некоторое указание на существование таких "кластеров" имеется в инфракрасных данных, см. раздел 3). Тогда процессы туннелирования через центры, принадлежащие к одному кластеру, будут когерентными, и суммирование по центрам можно будет заменить суммированием по кластерам, а именно,

$$\sum_j^{(i)} \rightarrow v_i \eta \int d^2\rho_j, \quad (3)$$

где  $i$  обозначает определенный кластер, а  $v_i$  — соответствующая плотность локализованных состояний. С этой подстановкой рассчитывается вклад каждого кластера в свободную энергию (2), а потом берется сумма по всем кластерам. Для простоты рассмотрим модель с одним кластером, т.е. будем считать, что энергии всех локализованных состояний близки друг к другу. При этом имеется два произвольных параметра: постоянный коэффициент, зависящий от  $t, \eta$  и  $v$ , и энергия локализованного состояния. Из (2) мы получаем "термодинамический" ток:

$$\begin{aligned} j_z(\tau) = -c \frac{\delta\Delta\Omega}{\delta A_z(\tau)} = \frac{4}{c} d(etv\eta)^2 \int_0^\beta d\tau' \int d^2\rho \tilde{G}_n(\rho, \tau - \tau') \times \\ \times \tilde{G}_{n+1}(-\rho, \tau' - \tau) [A_z(\tau') - A_z(\tau)]. \quad (4) \end{aligned}$$

Здесь имеются в виду  $\tilde{G}$  — с учетом рассеяния внутри плоскости. Согласно нашему предположению, это рассеяние некоррелировано в разных плоскостях, т.е. надо использовать независимо усредненные функции. Поэтому обе функции одинаковы и зависят только от разностей координат. Переходя к фурье-представлению по  $\tau$  и  $\rho$ , получаем

$$\begin{aligned} j_z(i\omega_0) = \frac{4}{c} d(etv\eta)^2 T \sum_m \int d^2k (2\pi)^{-2} \times \\ \times [\tilde{G}(\mathbf{k}, i\omega_m + i\omega_0) \tilde{G}(\mathbf{k}, i\omega_m) - \\ - \tilde{G}(\mathbf{k}, i\omega_m) \tilde{G}(\mathbf{k}, i\omega_m)] A_z(i\omega_0). \quad (5) \end{aligned}$$

Важно отметить, что из-за когерентности туннелирования через разные центры и случайности их расположения

<sup>1</sup> Везде, за исключением особо отмеченных случаев, мы будем пользоваться единицами с  $\hbar = 1$ .

электрон сохраняет свой импульс в плоскости после перескока.

Теперь мы произведем два действия. Во-первых, найдем аналитическое продолжение на реальные частоты. Во-вторых, перейдем к интегрированию по электронным энергиям. Интегрирование по  $\mathbf{k}$  относится к малому интервалу энергий ширины  $\eta$  вокруг энергии кластера  $E$ . Следовательно,

$$\int d^2\mathbf{k}(2\pi)^{-2}f(\mathbf{k}) \rightarrow \frac{dv_e\eta}{2} \int f(E) \frac{d\phi}{2\pi}, \quad (6)$$

где  $v_e$  — трехмерная электронная плотность состояний (т.е. двумерная плотность с учетом спина, умноженная на  $1/d$ ; отметим, что это не то же самое, что  $v$  в (3) — двумерная плотность резонансных состояний), а интегрирование идет по ферми-контуру в плоскости. Плотность  $v_e = m/(\pi d)$  может считаться не зависящей от энергии. Получаем

$$\begin{aligned} j_z(\omega_0) = & \frac{2}{c} (etv\eta d)^2 v_e \eta \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \times \\ & \times \left[ \tanh\left(\frac{\omega}{2T}\right) \text{Im } G_R(\omega, E) G_R(\omega + \omega_0, E) + \right. \\ & + \tanh\left(\frac{\omega + \omega_0}{2T}\right) G_A(\omega, E) \text{Im } G_R(\omega + \omega_0, E) - \\ & \left. - \tanh\left(\frac{\omega}{2T}\right) \text{Im } G_R^2(\omega, E) \right] A_z(\omega_0). \end{aligned} \quad (7)$$

Коэффициент, связывающий  $j_z(\omega_0)$  и  $A_z(\omega_0)$  (мы обозначаем его  $-Q$ ), обращается в нуль при  $\omega_0 = 0$ .

Статическая проводимость определяется соотношением

$$\sigma_c = i c \left( \frac{\partial Q(\omega_0)}{\partial \omega_0} \right)_{\omega_0=0}. \quad (8)$$

Отсюда получаем

$$\begin{aligned} \sigma_c = & (etv\eta d)^2 v_e \eta \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \frac{1}{T} \cosh^{-2}\left(\frac{\omega}{2T}\right) [\text{Im } G_R(\omega, E)]^2 = \\ = & (etv\eta d)^2 v_e \eta \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \frac{1}{T} \cosh^{-2}\left(\frac{\omega}{2T}\right) \times \\ & \times \left[ \frac{1/2\tau}{(\omega - E)^2 + (1/2\tau)^2} \right]^2, \end{aligned} \quad (9)$$

где  $1/\tau$  — вероятность рассеяния, определяющая сопротивление в плоскости. Линейная температурная зависимость этого сопротивления до сих пор не имеет окончательного объяснения. Мы просто примем, что  $1/\tau = \alpha T$  и  $\alpha \ll 1$ , для того чтобы сохранить применимость модели ферми-жидкости.

Подынтегральное выражение в (9) является произведением двух множителей, имеющих характер дельта-функций. Поскольку по нашему предположению  $1/(2\tau) \ll T$ , то второй множитель мы заменим на  $\pi\delta(\omega - E)$  и после этого мы получим

$$\sigma_c = \frac{1}{2} (etv\eta d)^2 v_e \eta \tau \left( T \cosh^2 \frac{E}{2T} \right)^{-1}. \quad (10)$$

Сравнивая это выражение с проводимостью в плоскости  $\sigma_{ab} = (1/2)(ev)^2 v_e \tau$ , где  $v$  — скорость на границе Ферми, получим отношение сопротивлений:

$$\frac{\rho_c}{\rho_{ab}} = \frac{1}{\eta} \left( \frac{v}{tv\eta d} \right)^2 T \cosh^2 \frac{E}{2T}. \quad (11)$$

Для общности рассмотрим случай некогерентного резонансного туннелирования [21]. Это означает, что складываются не амплитуды, а вероятности, и в формуле (2) суммирование по центрам должно производиться с  $j = j'$ . Получаем

$$\begin{aligned} j_z(\tau) = & \frac{4}{c} d(et)^2 v\eta \int_0^\beta d\tau' \int \tilde{G}_n(0, \tau - \tau') \tilde{G}_{n+1}(0, \tau' - \tau) \times \\ & \times [A_z(\tau') - A_z(\tau)]. \end{aligned} \quad (12)$$

Переходя к фурье-компонентам, находим

$$\begin{aligned} j_z(i\omega_0) = & \frac{4}{c} d(et)^2 v\eta T \sum_m \int d^2\mathbf{k} d^2\mathbf{k}' (2\pi)^{-4} \times \\ & \times [\tilde{G}_n(\mathbf{k}, i\omega_m + i\omega_0) \tilde{G}_{n+1}(\mathbf{k}', i\omega_m) - \\ & - \tilde{G}_n(\mathbf{k}, i\omega_m) \tilde{G}_{n+1}(\mathbf{k}', i\omega_m)] A_z(i\omega_0). \end{aligned} \quad (13)$$

Можно увидеть, что в некогерентном случае квазимпульс не сохраняется после прыжка с одной плоскости на другую. Два независимых по  $\mathbf{k}$  интеграла мы заменяем согласно формуле (6) и затем аналитически продолжаем на действительные частоты. Результат будет тем же, что и раньше, с заменой одного из множителей  $v$  на  $v_e d/2$ . Поскольку  $v$  предполагается большим (см. приложение II), некогерентность, по-видимому, ослабляет проводимость. На самом деле, трудно получить независимую оценку постоянного множителя, и, поскольку никаких других изменений нет, то вопрос о когерентности можно считать не очень важным для нормальной проводимости. Мы увидим, что то же самое справедливо и в отношении высокочастотной проводимости. Однако положение будет совершенно другим для сверхпроводимости (см. раздел 5).

### 3. Сравнение с экспериментом

Сравнение с экспериментальными данными [1] было произведено на основе уравнения (11), записанного в форме

$$\frac{\rho_c}{\rho_{ab}} = AT \cosh^2 \frac{T_0}{T}, \quad (14)$$

путем подбора оптимальных значений констант  $A$  и  $T_0$  (рис. 5 а–д). Видно, что хорошее соответствие имеется для умеренных концентраций кислорода; оно становится хуже в обоих пределах: металлическом и близком к переходу металл–изолят. Следовательно, в этих пределах наша теория не отражает всех деталей соотношения плоскостей и цепочек (см. также конец этого раздела). Константа  $T_0$  при средних концентрациях (рис. 5б–г) остается в значительной степени независимой от концентрации кислорода:  $\bar{T}_0 \approx 548$  К, или  $E \approx 47$  мэВ (напомним, что  $E$  в действительности пред-

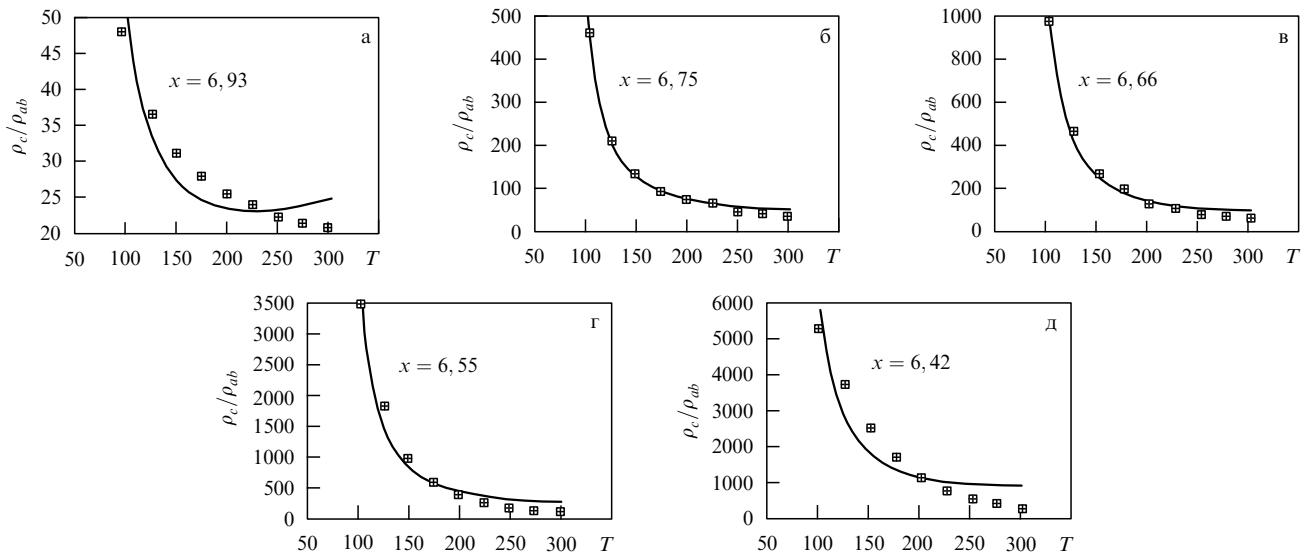


Рис. 5. Наилучшая подгонка формулы (14) к экспериментальным данным [1] для YBCO с разным содержанием кислорода.

ставляет собой разность  $E - \mu$ ), и несколько меньше на краях.

Наша теория неприменима около  $x = 7$ , где цепочки становятся металлическими, и их энергетические уровни начинают размываться в зону. Поскольку  $c$ -проводимость в основном экспоненциальная, то проявляется наименьшая энергия активации; вполне вероятно, что она будет меньше, чем при средних концентрациях. В окрестности перехода металл–изолятор возникает конкурирующий механизм дипирования: прямое тепловое возбуждение из валентной зоны в зону проводимости. Ввиду малой концентрации резонансных центров прямое туннелирование становится основным механизмом перескоков. Его вероятность не зависит от температуры, а поэтому основная температурная зависимость определяется экспонентой термического возбуждения с меньшей энергией активации. Несмотря на это, такие процессы пренебрежимо малы далеко от перехода, поскольку вероятность прямого, нерезонансного туннелирования очень мала.

В противоположность  $T_0$  константа

$$A = \frac{1}{\eta} \left( \frac{v}{tv\eta d} \right)^2 \quad (15)$$

систематически меняется с концентрацией кислорода. Если мы попробуем описать ее с помощью формулы

$$A = a(x - b)^{-m}, \quad (16)$$

то мы получим оптимальные значения констант:

$$a = 0,073, \quad b = 6,34, \quad m = 1,62. \quad (17)$$

Кривая (16) вместе со значениями  $A$  представлена на рис. 6. Согласие удивительно хорошее, и значения параметров (17) вполне разумные. Концентрация  $x = 6,34$  соответствует переходу металл–изолятор, и это показывает, что резонансные центры и те, что ответственны за дипирование, — одни и те же, как мы и

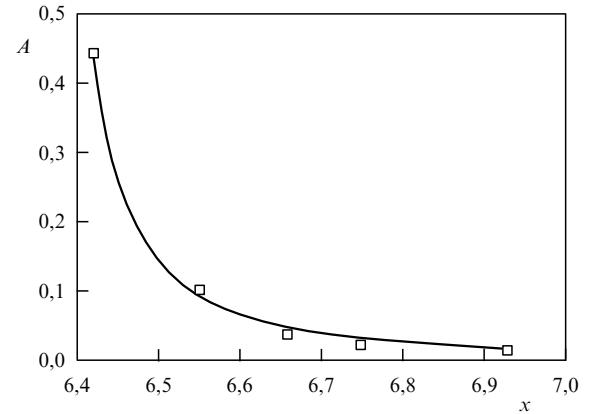


Рис. 6. Зависимость константы  $A$  из формулы (14) от содержания кислорода; подгонка формулы (16).

отмечали в разделе 1. Очень вероятно, что  $v$  — плотность локализованных состояний — пропорциональна концентрации атомов кислорода в разорванных цепочках, или обедненных плоскостях BiO. Значение  $m = 1,62 < 2$  означает, что скорость Ферми в плоскости, входящая в выражение (15) уменьшается вместе с  $(x - 6,34)$ , как и можно было ожидать.

#### 4. Щель в оптической проводимости

Разность энергий между резонансными центрами и энергией Ферми может быть преодолена не только с помощью конечной температуры, но и с помощью поглощения фотона. Поэтому в обедненном YBCO и в других веществах с резонансным механизмом переноса вдоль оси  $c$  можно ожидать появления щели в поглощении поляризованного инфракрасного излучения при низких температурах. Соответствующий порог не должен зависеть от температуры. Такое явление было действительно обнаружено в [24, 25] (рис. 7) и было первоначально ассоциировано со "спиновой щелью",

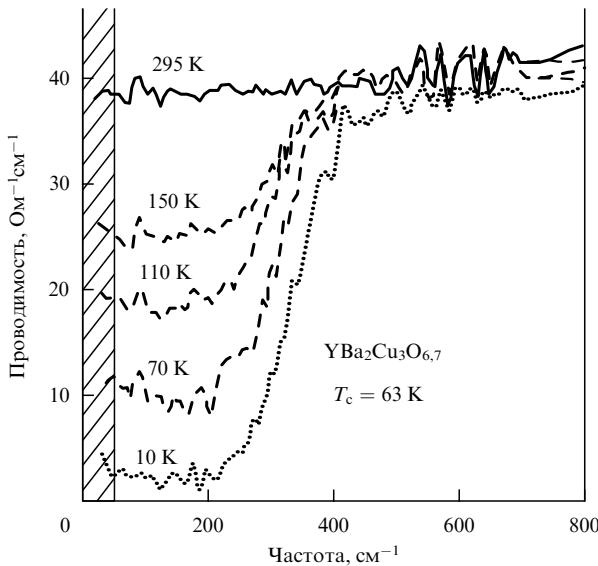


Рис. 7. Экспериментальные данные по оптической проводимости вдоль оси  $c$  [24, 25].

наблюдаемой в температурной зависимости сдвига Найта и "псевдощелью", найденной в нормальном BSCCO с помощью ARPES. Последнюю можно измерить довольно точно, и она никогда не превышает истинную щель в сверхпроводящем состоянии, в то время как щель, наблюдаемая в инфракрасной проводимости вдоль  $c$ , определенно больше.

Согласно нашей концепции, такая щель должна отсутствовать в полностью допированном YBCO123 и в YBCO124 (малое понижение проводимости при температурах слегка выше  $T_c$  можно объяснить флюктуациями [26]).

Начнем с уравнения (7), выведенного в предыдущем разделе. Раньше мы изучали предел  $\omega_0 \rightarrow 0$ , а теперь рассмотрим общий случай. Если записать это уравнение в виде  $j = -Q\mathcal{A}$ , действительная часть проводимости может быть представлена в виде

$$\begin{aligned} \text{Re } \sigma(\omega_0) = -c \frac{\text{Im } Q(\omega_0)}{\omega_0} &= \frac{2}{\omega_0} (etv\eta d)^2 v_e \eta \times \\ &\times \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \left( \tanh \frac{\omega + \omega_0}{2T} - \tanh \frac{\omega}{2T} \right) \times \\ &\times \text{Im } G_R(\omega, E) \text{Im } G_R(\omega + \omega_0, E), \end{aligned} \quad (18)$$

где обозначения те же, что и раньше; в частности,

$$-\text{Im } G_R(\omega, E) = \frac{1/2\tau}{(\omega - E)^2 + (1/2\tau)^2}, \quad (19)$$

$\tau$  — время рассеяния в плоскости. Эта функция близка к  $\delta(\omega - E)$ , и, если мы примем, что ширина  $1/2\tau \ll \omega_0$ , то обе дельта-функции в уравнении (18) будут хорошо разделены (этот предел противоположен тому, который предполагался для статической проводимости). Интегрируя по  $\omega$ , мы получаем

$$\text{Re } \sigma(\omega_0) = \frac{(etv\eta d)^2 v_e \eta}{\tau \omega_0^3} [n_F(E - \omega_0, T) - n_F(E + \omega_0, T)] \quad (20)$$

( $n_F$  — функция Ферми).

Для того, чтобы избежать догадок о частотной зависимости  $\tau$ , нужно было бы одновременно измерить проводимость в плоскости  $ab$  и взять отношение  $\sigma_c/\sigma_{ab}$ , как мы делали раньше для статической проводимости (при конечной частоте статическая проводимость будет поделена на  $\omega_0^2 \tau^2$ , и в отношении проводимостей  $\tau$  будет отсутствовать). К несчастью, такие данные не были получены и нам приходится довольствоваться тем, что имеется в наличии.

Сравним наше предсказание с экспериментальными данными, полученными для  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6,7}$  ( $T_c = 63$  К) в [24, 25] (см. рис. 7). Для того чтобы применить формулу (20), надо знать  $1/\tau$  — вероятность рассеяния в плоскости, как функцию температуры и частоты, до сих пор не установленную с определенностью. При самых низких температурах выше  $T_c$ :  $T = 70$  К, 110 К, мы используем предположение  $1/\tau = \text{const} \times \omega_0$  ( $\text{const} \ll 1$ ). Кроме постоянного общего множителя, в (20) есть только один подгоночный параметр, а именно  $E$  (мы не можем механически подставить значение, полученное из статической проводимости, поскольку образцы могут различаться). Результат (для  $\omega_0 > 3T$ ) представлен на рис. 8 для  $E = 47$  мэВ ( $379 \text{ см}^{-1}$ ), что практически совпадает со значением, полученным из температурной зависимости статической проводимости. "Пределы ошибок" на этом рисунке представляют "извины" экспериментальных кривых (см. рис. 7); те, которые отвечают более низким температурам, могут отражать неоднородное распределение резонансных уровней. Соответствие хуже для данных при более низких частотах. Это может объясняться неприменимостью нашего предположения  $1/\tau = \text{const} \times \omega_0$ .

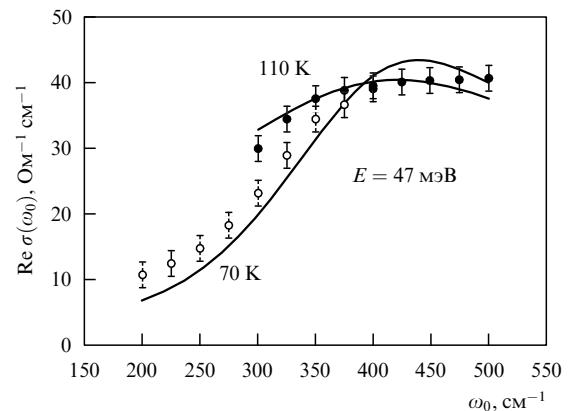


Рис. 8. Наилучшая подгонка уравнения (20) с  $1/\tau = \text{const} \times \omega_0$  к экспериментальным данным [20, 21] при низких температурах для  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6,7}$ ;  $T_c = 63$  К,  $2\Delta \sim 5T_c = 27$  мэВ.

Итак, мы видим, что концепция резонансного туннелирования довольно хорошо объясняет данные по инфракрасной проводимости вдоль оси  $c$ . Существуют, однако, другие объяснения, в которых предполагается образование некоторого связанного состояния. Одно из них основано на идеи разделения спиновых и зарядных возбуждений (RVB) и образования связанных пар из спинонов, т.е. щели в спинонной плотности состояний [27, 28]. Поскольку ток вдоль оси  $c$  требует рекомбинации холонов и спинонов [7, 29], то проводимость должна иметь активационное поведение. Эта идея могла бы

объяснить и "спиновую щель" [30], т.е. уменьшение электронной спиновой восприимчивости в обедненном YBCO при понижении температуры, начинающееся значительно выше  $T_c$ . Основная трудность гипотезы о разделении спина и заряда заключается в том, что она чисто двумерная (на самом деле она была доказана лишь для одного измерения) и не допускает кросс-овера к трем измерениям, что фактически имеет место в слоистых купратах при "обогащении" (*overdoping*). Другим возражением может служить то, что поскольку спиновая восприимчивость определяется лишь неспаренными спинонами, и в то же время только они ответственны за проводимость вдоль  $c$ , то обе эти величины должны иметь одинаковую температурную зависимость, а это не наблюдается на эксперименте.

Другое объяснение спиновой щели основано на идеи "заранее приготовленных пар" (см., например, [31]). Эта же идея могла бы, в принципе, дать объяснение и "псевдощели", в экспериментах по ARPES [32, 33]. В рамках этой гипотезы щель в оптической проводимости могла бы быть приписана тому факту, что туннелирование пар между слоями CuO<sub>2</sub> запрещено из-за двойного заряда. Однако, по-видимому, это объяснение неверно по той же причине, что и предыдущее, а именно из-за разной температурной зависимости спиновой восприимчивости и проводимости вдоль оси  $c$ . Кроме того, как уже отмечалось в начале этого раздела, полученное значение энергии активации для проводимости заметно выше сверхпроводящей щели.

## 5. Межплоскостная сверхпроводимость

Ниже  $T_c$  надо учесть аномальные гривовские функции  $F$  Горькова (см. [23]). На этот раз мы не будем разлагать по  $A_z$  и сохраним экспоненциальные множители, входящие в гамильтониан (1). С другой стороны, мы будем считать внешнее поле постоянным по времени, и это позволит с самого начала исключить члены с  $G$ -функциями. Для когерентного резонансного туннелирования получаем

$$\begin{aligned} j_z = 4e(tv\eta)^2 T \sum_m \int d^2k (2\pi)^{-2} \tilde{F}_n(\mathbf{k}, \omega_m) \tilde{F}_{n+1}(\mathbf{k}, \omega_m) \times \\ \times \sin \left( \varphi_n - \varphi_{n+1} + 2eA_z \frac{d}{c} \right) \equiv \\ \equiv J_c \sin \left( \varphi_n - \varphi_{n+1} + 2eA_z \frac{d}{c} \right), \end{aligned} \quad (21a)$$

а для некогерентного случая находим

$$\begin{aligned} j_z = 4et^2 v\eta T \sum_m \int d^2k (2\pi)^{-2} \tilde{F}_n(\mathbf{k}, \omega_m) \int d^2k' (2\pi)^{-2} \times \\ \times \tilde{F}_{n+1}(\mathbf{k}', \omega_m) \sin \left[ 2eA_z \frac{d}{c} + \varphi_n - \varphi_{n+1} \right] \equiv \\ \equiv J_c^{(inc)} \sin \left[ 2eA_z \frac{d}{c} + \varphi_n - \varphi_{n+1} \right]. \end{aligned} \quad (21b)$$

Мы видим, что ток имеет джозефсоновскую природу. Переходя, как и прежде, к интегрированию по энергии, имеем из (21a)

$$J_c = 2e(tv\eta)^2 dv_e \eta T \sum_m \int \frac{d\phi}{2\pi} \frac{\Delta^2(\omega_m, \phi)}{[\omega_m^2 + E^2 + \Delta^2(\omega_m, \phi)]^2}, \quad (22a)$$

а из (21b) —

$$\begin{aligned} J_c^{(inc)} = e(tv_e \eta)^2 v\eta T \sum_m \int \frac{d\phi_1}{2\pi} \frac{\Delta(\omega_m, \phi_1)}{\omega_m^2 + E^2 + \Delta^2(\omega_m, \phi_1)} \times \\ \times \int \frac{d\phi_2}{2\pi} \frac{\Delta(\omega_m, \phi_2)}{\omega_m^2 + E^2 + \Delta^2(\omega_m, \phi_2)}. \end{aligned} \quad (22b)$$

Известно, что в слоистых купратах параметр порядка довольно анизотропный, и, к тому же, относительно поворота на  $\pi/2$  в плоскости он может быть или четным (s-симметрия), или нечетным (d-симметрия). Формула (22a) дает конечный результат во всех случаях, ибо подынтегральное выражение зависит только от  $\Delta^2(\phi)$ . Однако некогерентная формула дает конечный результат только для s-симметрии, и нуль для d-симметрии. Это приводит к очень важным следствиям.

Пока мы рассмотрим не слишком обедненный образец, описываемый когерентной формулой. Поскольку в сумме по частотам наиболее существенны (см. ниже)  $\omega_m \sim \Omega \gg T$ , где  $\Omega$  — характеристическая фоновая частота, то сумму можно приблизенно заменить интегралом

$$T \sum_m \rightarrow \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega.$$

Уравнение теории БКШ для  $\Delta(\omega)$  в температурной технике с явными фононами, согласно Г.М. Элиашбергу (см. [23]), содержит фоновый пропагатор  $\Omega^2/[\Omega^2 + (\omega_m - \omega_{m_1})^2]$ . Поскольку в интегrale  $\omega_{m_1} \sim \Delta$ , мы можем подставить для  $\omega_m \gg \Delta$

$$\Delta(\omega_m) \approx \Delta \frac{\Omega^2}{\omega_m^2 + \Omega^2} \ll (\Omega, E). \quad (23)$$

Для простоты предположим  $E \gg \Omega$ . Тогда после подстановки уравнения (23) в (22a) и интегрирования по  $\omega_m$  получим

$$J_c = \frac{1}{2} ed(tv\eta)^2 v_e \eta \frac{\Delta^2 \Omega}{E^4}. \quad (24)$$

Здесь  $\Delta^2$  означает  $\overline{\Delta^2}$ . Температурная зависимость  $J_c$  определяется множителем  $\Delta^2(T)$ . Надо, однако, иметь в виду, что мы предположили выполнение сильных неравенств:  $\Delta \ll \Omega \ll E$ , что может не соответствовать действительности. Поэтому детали температурной зависимости могут оказаться более сложными.

Для того чтобы оценить значение  $J_c$ , подставим  $(tv\eta)^2$  из уравнения (15):

$$J_c \approx \frac{ev^2 v_e \hbar}{2Ad} \frac{\Delta^2 \Omega}{E^4}, \quad (25)$$

где мы вставили  $\hbar$  для перехода к обычным единицам. Оценка зависит от выбора конкретных значений для неизвестных величин, но во всех случаях она, по-видимому, попадает в интервал

$$J_c \sim 10^5 - 10^7 \text{ А см}^{-2}. \quad (26)$$

Удивительно большое значение связано с тем, что  $\Delta$  убывает довольно медленно, когда энергия отклоняется от ферми-уровня в противоположность функции распре-

деления в нормальном металле. Экспериментальное значение, полученное в [34] для  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_x$  с  $x = 6,7$  при  $T = 4,2$  К равно  $J_c = 1,5 \times 10^6$  А см<sup>-2</sup> и попадает в интервал (26).

Выражения (22а, б) соответствуют предельным случаям. Интересно, как происходит кросс-овер, т.е. как изменяется критический ток при постепенном уменьшении концентрации резонансных центров? В приложении II выведена формула для полной вероятности туннелирования через два центра; она соответствует вероятности для одного центра, умноженной на

$$2 + 2 \exp \frac{-\alpha \rho_0^2}{2d}, \quad (27)$$

где  $\rho_0$  — расстояние между двумя центрами,  $d$  — толщина барьера,  $\alpha = \sqrt{2m(U - \epsilon_0)}$ , где  $(U - \epsilon_0)$  — энергия связи на центре. Первый член в этом выражении есть сумма вероятностей, а второй связан с интерференцией. Выражение (27) может быть представлено в виде

$$4 \exp \frac{-\alpha \rho_0^2}{2d} + 2 \left( 1 - \exp \frac{-\alpha \rho_0^2}{2d} \right), \quad (28)$$

и первый член может быть интерпретирован, как когерентная часть, а второй, — как некогерентная часть.

Эту формулу можно использовать для интерполяции между двумя предельными случаями. В среднем  $\rho_0^{-2} \sim nc$  — концентрация резонансных центров в плоскости ( $c$  — атомная концентрация). Поэтому мы можем построить интерполяцию

$$J_c = \exp \left( -\frac{c^{(0)}}{c} \right) J_c^{\text{coh}} + J_c^{\text{inc}}, \quad (29)$$

где  $c^{(0)} \sim \alpha/(dn)$ . В случае спаривания d-типа некогерентная часть равна нулю, и, следовательно,  $J_c$  уменьшается экспоненциально с атомной концентрацией резонансных центров, когда последняя становится меньше  $c^{(0)}$  (для BSCCO  $c^{(0)} \sim 3\%$ ). Было бы интересно проверить это выражение экспериментально.

## 6. Критическая температура обедненных образцов

Одно из необычных свойств высокотемпературных купратов — это большое значение отношения БКШ (BCS ratio)  $2A(0)/T_c$  (см., например, [35]). В противоположность обычному значению 3,52, оно составляет около 5 в оптимально дopedированном YBCO, и в окрестности 7 — в BSCCO. Обычно это объясняют сильным взаимодействием между электронами. Согласно теории Элиашберга, в пределах ее применимости ("теорема Мигдала") это отношение может достичь еще больших значений. С другой стороны, в пределе очень сильного взаимодействия образуются "заранее приготовленные пары", или "биполяроны"; тогда энергия связи пар и  $T_c$  более или менее несвязаны, так как  $T_c$  в этом случае есть температура бозе-конденсации пар. В биполярной версии увеличение электрон-фононного взаимодействия увеличивает энергию связи и в то же время увеличивает эффективную массу биполяронов, уменьшая тем самым температуру бозе-конденсации.

В этих подходах существенной величиной было отношение энергии взаимодействия электронов к их

энергии Ферми: увеличение этого отношения смешало электронную систему в направлении заранее приготовленных пар и увеличивало отношение БКШ. Это казалось до последнего времени очень ясным, но результаты недавних экспериментов по ARPES на обедненном BSCCO (см. [32, 33, 36]), где была открыта так называемая "псевдощель", не могут быть объяснены таким образом. Конечно, псевдощель, т.е. наличие щели в спектре квазичастиц выше  $T_c$  и ее поразительная температурная устойчивость в сильно обедненных образцах были наиболее интересными среди вновь открытых явлений. Однако был и другой сюрприз (см. [36]): в тех же экспериментах было найдено, что отношение БКШ могло достигать значений выше 20, и в то же время поверхность Ферми почти не менялась по сравнению с оптимально дopedированным веществом. Это делало весьма вероятным тот факт, что энергия Ферми тоже не менялась, а поскольку не было оснований предполагать сильное возрастание взаимодействия электронов, то обычное объяснение большого отношения БКШ не работало. Что же тогда могло быть следствием обеднения? Мы предполагаем объяснение, основанное на разрушении сверхпроводимости флуктуациями фазы параметра порядка в системах с пониженной размерностью.

Согласно современным представлениям фаза антиферромагнитного изолятора образуется, как результат перехода Мотта при половинном заполнении зоны (для иллюстрации можно иметь в виду спин-пайерловский переход в одномерном металле). Малое дopedирование разрушает антиферромагнитную фазу; вместо нее появляется металлическая фаза с почти наполовину заполненной зоной и большой ферми-поверхностью. Различия в концентрации кислорода (обычного дopedирующего вещества) мало влияют на ее объем, ибо всегда присутствует первоначальное половинное заполнение. Однако концентрация атомов кислорода в цепочках CuO, или в слоях BiO, которые могут служить, как центры для резонансного туннелирования, может меняться значительно. Если она становится очень малой, то связь между слоями CuO<sub>2</sub> разрывается, и флуктуации фазы параметра порядка подавляют критическую температуру без какого-либо существенного изменения концентрации электронов, или их взаимодействия.

Наша оценка будет основываться на методе, предложенном К. Ефетовым и А. Ларкиным для квазидвумерных систем [37]. В отсутствие магнитного поля и при учете только флуктуаций фазы мы можем написать следующее выражение для свободной энергии:

$$F = \sum_n \int dx dy \left\{ \frac{n_s^{(0)}}{8m} \left[ \left( \frac{\partial \varphi_n}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \varphi_n}{\partial y} \right)^2 \right] + 4\beta \delta n_s [1 - \cos(\varphi_n - \varphi_{n+1})] \right\}, \quad (30)$$

где  $n_s^{(0)}$  — плотность сверхпроводящих электронов в одной плоскости,  $\varphi_n$  — фаза параметра порядка в  $n$ -м слое,  $\beta \sim T_c^{(0)}/\epsilon_F$  — некоторая масштабная энергия,  $\delta$  — безразмерная константа, определяющая связь между слоями. Если атомная концентрация резонансных центров  $c > c^{(0)}$ , то туннелирование когерентно, и применима формула (24). Она может быть записана в виде  $\delta = \delta_0 c^2$ , поскольку мы можем принять, что  $v$  пропорционально  $c$

(здесь  $\delta_0 \ll 1$ ). Если, с другой стороны,  $c < c^{(0)}$ , тогда  $\delta = \delta_0 c^2 \exp(-c^{(0)}/c)$ , в соответствии с (29). Строго говоря, выражение (30) есть свободная энергия Гинзбурга – Ландау, и годится только в окрестности  $T_c$ , но ввиду его большой общности весьма вероятно, что оно применимо и вне этой окрестности, по крайней мере для оценок. Как и в [37], мы примем, что существует дальний порядок вдоль оси  $c$ , описываемый параметром порядка  $\langle \exp(i\varphi) \rangle$ . Применяя приближение среднего поля, получаем из последнего члена в выражении (30):

$$-2\beta\delta n_s^{(0)} \langle \exp(i\varphi) \rangle \exp(-i\varphi_n).$$

Критическая температура может быть получена из условия самосогласования при бесконечно малом  $\langle \exp(i\varphi) \rangle$  (см. [37]):

$$1 = \left( \frac{2\beta\delta n_s^{(0)}}{T} \right) \int d^2\rho \langle \exp[i\varphi(0) - i\varphi(\rho)] \rangle. \quad (31)$$

Среднее берется по одному двумерному слою и определяется флуктуациями:  $n_s^{(0)}$  означает, что эта плотность определена из двумерной самосогласованной теории с критической температурой  $T_c^{(0)}$ .

Самыми сильными флуктуациями в двумерном сверхпроводнике являются те, что связаны со спонтанным образованием "блинных" вихрей. Появление таких вихрей приводит к так называемому переходу Березинского – Костерлица – Таулесса (ВКТ) [38, 39]. Действительно, скорость сверхтекучей жидкости в квантовом вихре равна (в обычных единицах)  $v_s = \hbar/(2m\rho)$ , где  $\rho$  — расстояние от оси (см., например, раздел 18 в [35]). Соответствующая кинетическая энергия равна

$$E_v = \frac{n_s m}{2} \int_{\xi_0}^R v_s^2 2\pi\rho d\rho = \frac{n_s \hbar^2}{4m} \ln \frac{R}{\xi_0}.$$

Здесь  $R$  — радиус образца,  $\xi_0$  — радиус сердцевины, или длина когерентности; мы считаем, что глубина проникновения, если она существует, значительно больше  $R$ . Поскольку вихрь может находиться где угодно, то его энтропия равна логарифму отношения поперечных сечений:

$$S_v = \ln \left( \frac{\pi R^2}{\pi \xi_0^2} \right) = 2 \ln \frac{R}{\xi_0}.$$

Вихрь может появиться, если его свободная энергия  $F_v = E_v - TS_v$  отрицательна, т.е. при температурах выше

$$T_{\text{ВКТ}} = \frac{\pi n_s}{8m}. \quad (32)$$

Здесь имеется деликатный момент [40]. Для того чтобы вихрь мог возникнуть, нужна среда, которой является сверхтекучая жидкость. Аналогичные переходы могут происходить в системе спинов, лежащих в плоскости (XY-модель), или в кристалле, где роль вихрей играют дислокации. В этих случаях нет сомнений в существовании среды. Однако для сверхтекучей жидкости вопрос не столь очевиден. С одной стороны, можно принять, что существует двумерная сверхтекучая жидкость с какой-то весьма далекой  $T_c$ ; тогда  $n_s$  — некая константа, определяющая  $T_{\text{ВКТ}}$ , и последняя является заданным параметром теории (так делается в [39–41] и

во всей дальнейшей литературе по переходу ВКТ). С другой стороны можно предположить, что существует только одна возможность для конечной плотности  $n_s$ , а именно, настоящая трехмерная сверхпроводимость. В этом случае  $n_s$  есть функция температуры, и формула (32) должна рассматриваться, как уравнение, определяющее  $T_{\text{ВКТ}}$ . Мы примем этот подход, поскольку он представляется нам более естественным<sup>2</sup>.

На этот раз  $n_s$  — истинная сверхпроводящая плотность в двух измерениях. В окрестности  $T_c$  она может быть записана, как  $n_s = (n_s/n) \times n$ , где  $n_s/n \sim (T_c - T)/T_c$ , а  $n$  — эффективная двумерная электронная плотность. Тогда

$$\varepsilon_0 \sim \frac{n}{m} \gg T_c^{(0)} > T_{\text{ВКТ}}. \quad (33)$$

Отсюда следует

$$\frac{n_s}{n} \sim \frac{T_c - T_{\text{ВКТ}}}{T_c} \sim \frac{T_{\text{ВКТ}}}{\varepsilon_0} \ll 1. \quad (34)$$

Поэтому  $T_{\text{ВКТ}}$  должна быть очень близка к реальной  $T_c$ .

Коррелятор, входящий в уравнение (31), согласно [41–43], равен

$$\langle \exp[i\varphi(0) - i\varphi(\rho)] \rangle = A \exp \left( -\frac{\rho}{\xi} \right), \quad (35)$$

где  $A \sim 1$ , а корреляционный радиус  $\xi$  определяется, как

$$\xi = \xi_0 \exp \left\{ b \left( \frac{T_{\text{ВКТ}}}{T - T_{\text{ВКТ}}} \right)^{1/2} \right\}. \quad (36)$$

Здесь  $\xi_0$  — обычная сверхпроводящая длина когерентности, а  $b$  — некоторая константа; для качественных оценок будем считать ее порядка единицы, как в [41]. Подставляя (35) в условие (31), определяющее критическую температуру, получаем

$$\frac{\beta\delta n_s^{(0)} \xi^2}{T} \sim 1. \quad (37)$$

Сюда мы подставляем уравнение (36) и  $\beta \sim T_c^{(0)}/\varepsilon_0$ ,  $\xi_0^2 \sim v_s^2/T_c^{(0)} \sim \varepsilon_0/(mT_c^{(0)})$ ,  $n_s^{(0)} \sim n \sim \varepsilon_0 m$  (мы принимаем здесь, что  $T_c \approx T_{\text{ВКТ}} \ll T_c^{(0)}$ ) и получаем уравнение для  $x = (T_c - T_{\text{ВКТ}})/T_c$ :

$$\frac{x}{\delta} = \exp \left( \frac{2b}{\sqrt{x}} \right). \quad (38)$$

Для очень малых  $\delta$  мы находим из (38)  $x \approx [\ln(1/\delta)]^{-2}$ , или, поскольку, согласно (34),  $x \sim T_c/\varepsilon_0 \approx T_{\text{ВКТ}}/\varepsilon_0$ ,

$$T_c \sim \frac{\varepsilon_0}{[\ln(1/\delta)]^2}. \quad (39)$$

Подставляя

$$\delta = \begin{cases} \delta_0 c^2, & c > c^{(0)}, \\ \delta_0 c^2 \exp \left( -\frac{c^{(0)}}{c} \right), & c < c^{(0)}, \end{cases} \quad (40)$$

<sup>2</sup> В противоположность жидкому гелию-4, если мы при низких температурах заменим  $n_s$  на  $n$ , то получим энергию Ферми, значительно большую, чем даже  $T_c^{(0)}$ .

мы получаем:

$$T_c \sim \begin{cases} \frac{\varepsilon_0}{[B + 2 \ln(1/c)]^2}, & c > c^{(0)}, \\ \frac{\varepsilon_0}{[B + 2 \ln(1/c) + c^{(0)}/c]^2}, & c < c^{(0)}, \end{cases} \quad (41)$$

где  $B \sim 1$  и  $\varepsilon_0 \sim 10^3$  К. Вторая формула может служить также для экстраполяции между разными экстремальными областями. Это соотношение описывает связь между реальной  $T_c$  и концентрацией резонансных центров в случае, если  $T_c \ll T_c^{(0)}$ . При больших значениях  $\delta$ , когда (41) формально предсказывает  $T_c \gtrsim T_c^{(0)}$ , истинная  $T_c$  остается равной  $T_c^{(0)}$ .

Поскольку непосредственные измерения концентрации  $c$  трудны, теорию можно проверить, установив связь между  $J_c$  и  $T_c$ ; формулы (29) и (41) можно рассматривать, как параметрическую запись этой зависимости.

Возникает следующая возможность. Если сверхпроводимость с параметром порядка  $d$ -типа достаточно подавлена, то может появиться другой тип сверхпроводимости с "субдоминантным" параметром порядка. Для того чтобы выжить, этот параметр порядка должен быть  $s$ -типа, а следовательно, можно ожидать переход  $d \rightarrow s$  (или  $d \rightarrow d + is$ ) в достаточно обедненных образцах, подобный тому, который был предсказан в [44, 45] для примесного подавления параметра порядка  $d$ -типа. На опыте переход  $d \rightarrow s$  можно определить по излому на кривой зависимости  $T_c$  от времени нагрева в вакууме.

Величина  $\Delta(0)$ , входящая в отношение БКШ, определяется экспериментально, либо как особенность плотности состояний в туннельной проводимости, либо как энергетическая щель из ARPES. В принципе, можно рассуждать следующим образом. Ослабление связи между слоями делает систему более двумерной, и это уменьшает критическую температуру. Однако в системе с пониженной размерностью гораздо легче образовать связанное состояние из двух частиц. Следовательно, появится тенденция к образованию "заранее приготовленных пар", как при увеличении взаимодействия. Такая идея подкрепляется существованием "псевдощели" в экспериментах по ARPES:  $\Delta$  остается конечной далеко выше  $T_c$ , особенно в сильно обедненных образцах. Следовательно  $\Delta$ , как характеристика одночастичного спектра возбуждений, может существовать даже без дальнего порядка, будучи своего рода локальным свойством. В настоящее время нет теории, объясняющей псевдощель и ее стабильность при повышении температуры. Мы хотели только обратить внимание на то, что псевдощель не обязательно означает наличие дальнего порядка, так же как наличие дальнего порядка не обязательно приводит к наличию щели в спектре одночастичных возбуждений (см. [46]). В результате можно получить огромные значения отношения БКШ.

## Приложение I

Рассмотрим прямоугольный барьер с потенциалом  $U$  при  $0 < z < d$  с локализованным центром, находящимся в точке  $z_0$  ( $0 < z_0 < d$ ) и описываемым потенциальной энергией  $-(\beta/2m)\delta(z - z_0)$ . Уравнение Шрёдингера можно записать в виде

$$\frac{d^2\Psi}{dz^2} - \alpha^2\Psi = -\beta\delta(z - z_0)\Psi(z_0), \quad (I.1)$$

где

$$\alpha = [2m(U - E)]^{1/2}. \quad (I.2)$$

Общее решение этого уравнения:

$$\Psi(z) = \left[ A - \frac{\beta}{2\alpha} \Psi(z_0)\theta(z - z_0)\exp(-\alpha z_0) \right] \exp \alpha z + \left[ B + \frac{\beta}{2\alpha} \Psi(z_0)\theta(z - z_0)\exp \alpha z_0 \right] \exp(-\alpha z). \quad (I.3)$$

Решения вне барьера имеют вид

$$\Psi(z) = \exp(i\alpha z) + r \exp(-i\alpha z), \quad z < 0, \\ \Psi(z) = p \exp[i\alpha(z - d)], \quad z > d, \quad (I.4)$$

где  $\kappa = (2mE)^{1/2}$ ,  $r$  — амплитуда отраженной волны,  $p$  — прошедшей волны. Границные условия — непрерывность  $\Psi$  и  $d\Psi/dz$  на поверхности. Из этих четырех условий определяем  $A$ ,  $B$ ,  $r$  и  $p$ :

$$A = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{i\kappa}{\alpha} \right) + \frac{r}{2} \left( 1 - \frac{i\kappa}{\alpha} \right), \\ B = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{i\kappa}{\alpha} \right) + \frac{r}{2} \left( 1 + \frac{i\kappa}{\alpha} \right), \quad (I.5)$$

$$r = \frac{(\beta/\alpha)\Psi(z_0)}{(1 - i\kappa/\alpha)^2 \exp \alpha d - (1 + i\kappa/\alpha)^2 \exp(-\alpha d)} \times \\ \times \left\{ \left( 1 - \frac{i\kappa}{\alpha} \right) \exp [\alpha(d - z_0)] + \left( 1 + \frac{i\kappa}{\alpha} \right) \exp [-\alpha(d - z_0)] \right\} - \\ - \frac{2(1 + \kappa^2/\alpha^2) \sinh \alpha d}{(1 - i\kappa/\alpha)^2 \exp \alpha d - (1 + i\kappa/\alpha)^2 \exp(-\alpha d)} \approx \\ \approx \frac{(\beta/\alpha)\Psi(z_0) \exp(-\alpha z_0) - (1 + i\kappa/\alpha)}{1 - i\kappa/\alpha}, \quad (I.6)$$

$$p = \frac{(\beta/\alpha)\Psi(z_0)[(1 - i\kappa/\alpha) \exp(\alpha z_0) + (1 + i\kappa/\alpha) \exp(-\alpha z_0)]}{(1 - i\kappa/\alpha)^2 \exp \alpha d - (1 + i\kappa/\alpha)^2 \exp(-\alpha d)} - \\ - \frac{4i\kappa/\alpha}{(1 - i\kappa/\alpha)^2 \exp \alpha d - (1 + i\kappa/\alpha)^2 \exp(-\alpha d)} \approx \\ \approx \frac{(\beta/\alpha)\Psi(z_0) \exp[\alpha(z_0 - d)] - (4i\kappa/\alpha) \exp(-\alpha d)}{1 - i\kappa/\alpha} \frac{1}{(1 - i\kappa/\alpha)^2}. \quad (I.7)$$

Мы приняли здесь, что  $z_0, d - z_0 \gg 1/\alpha$ .

Из (I.3), (I.5) и (I.6) (в этом случае надо употреблять полные выражения) получаем  $\Psi(z_0)$ :

$$\Psi(z_0) \approx -\left( \frac{2i\kappa}{\alpha} \right) \exp[\alpha(d - z_0)] \left\{ \left( 1 - \frac{\beta}{2\alpha} \right) \left( 1 - \frac{i\kappa}{\alpha} \right) \times \right. \\ \left. \times \exp \alpha d - \frac{\beta}{\alpha} \left( 1 + \frac{i\kappa}{\alpha} \right) \cosh[\alpha(d - 2z_0)] \right\}^{-1} \quad (I.8)$$

и

$$p \approx \frac{\beta}{\alpha} \exp[\alpha(z_0 - d)] \left( 1 - \frac{i\kappa}{\alpha} \right)^{-1} \Psi(z_0) \approx \\ \approx -\left( \frac{2i\beta\kappa}{\kappa^2 + \alpha^2} \right) \left\{ \left( 1 - \frac{\beta}{2\alpha} \right) \exp(\alpha d + 2i\varphi) - \right. \\ \left. - \frac{\beta}{\alpha} \cosh[\alpha(d - 2z_0)] \right\}^{-1}, \quad (I.9)$$

где  $\varphi = \arctan(\alpha/\varkappa)$ . Коэффициент прозрачности равен квадрату модуля этого выражения. Он экспоненциально мал, за исключением узкого "интервала когерентности" энергий вокруг  $2\alpha = \beta$ , или

$$U - E_0 = \frac{\beta^2}{8m}, \quad (\text{I.10})$$

в том случае, если резонансный центр находится около центра барьера  $z_0 \approx d/2$ . Наша главная цель — выяснить, насколько это условие является строгим. Легко увидеть, что соответствующее ограничение есть

$$|d - 2z_0| \leq \frac{1}{\alpha} = [2m(U - E)]^{-1/2}. \quad (\text{I.11})$$

Как уже было сказано, в  $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$  смещение слоев  $\text{BiO}$  от центра примерно  $1 \text{ \AA}$ . Даже в случае, если  $U - E_0 = 1 \text{ эВ}$ ,  $1/\alpha = 2 \text{ \AA}$ , а реальные резонансные уровни могут быть более мелкими. Отсюда видно, что практически все локализованные центры, образованные разорванными цепочками в YBCO и в BiO слоях в BSCCO могут служить центрами резонансного туннелирования при надлежащих энергиях.

## Приложение II

На этот раз мы предположим, что имеются два центра, локализованные в серединной плоскости: один в точке  $(0, d/2)$ , а другой в точке  $(\rho_0, d/2)$  (рис. 9). В этом случае надо решить трехмерное уравнение Шредингера. Производя фурье-преобразование по отношению к  $\rho$ , получаем

$$\frac{d^2\Psi_k}{dz^2} - \alpha_k^2 \Psi_k = -\beta \Psi^{(k)} \left( \frac{d}{2} \right) \delta \left( z - \frac{d}{2} \right), \quad (\text{II.1})$$

где

$$\Psi(\rho, z) = \int \frac{d^2\mathbf{k}}{(2\pi)^2} \Psi_k(z) \exp(i\mathbf{k}\rho), \quad (\text{II.2})$$

$$(\text{II.3})$$

$$\alpha_k = [2m(U - E) + k^2]^{1/2},$$

$$\Psi^{(k)} \left( \frac{d}{2} \right) = \Psi \left( 0, \frac{d}{2} \right) + \Psi \left( \rho_0, \frac{d}{2} \right) \exp(-i\mathbf{k}\rho_0). \quad (\text{II.4})$$

Границные условия для нормального падения имеют вид

$$\Psi_k(0) = (2\pi)^2 \delta(\mathbf{k}) + r_k, \quad \Psi_k(d) = p_k. \quad (\text{II.5})$$

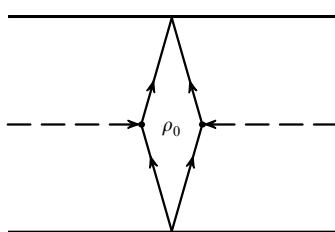


Рис. 9. Резонансное туннелирование через два центра.

Из (II.1), (II.5) получаем формулы аналогичные (I.5)–(I.7), где  $\alpha_k = (\alpha^2 + k^2)^{1/2}$  входит вместо  $\alpha$ ,  $q = (\varkappa^2 - k^2)^{1/2}$  вместо  $\varkappa$ ,  $\Psi^{(k)}(d/2)$  вместо  $\Psi(z_0)$ , а члены без  $\Psi$  в числителях (I.6) и (I.7) приобретают множитель  $(2\pi)^2 \delta(\mathbf{k})$ .

Уравнения самосогласования есть

$$\Psi \left( 0, \frac{d}{2} \right) = \int \frac{d^2\mathbf{k}}{(2\pi)^2} \left[ A_k \exp \left( \frac{\alpha_k d}{2} \right) + B_k \exp \left( -\frac{\alpha_k d}{2} \right) \right],$$

$$\Psi \left( \rho_0, \frac{d}{2} \right) = \int \frac{d^2\mathbf{k}}{(2\pi)^2} \left[ A_k \exp \left( \frac{\alpha_k d}{2} \right) + B_k \exp \left( -\frac{\alpha_k d}{2} \right) \right] \exp i\mathbf{k}\rho_0.$$

Подставляя  $A_k$  и  $B_k$ , мы получаем уравнения, определяющие  $\Psi$  в обоих центрах:

$$\begin{aligned} \Psi \left( 0, \frac{d}{2} \right) - \int \frac{d^2\mathbf{k}}{(2\pi)^2} \frac{\beta}{\alpha_k} \left[ \frac{1}{2} + \frac{1 + iq/\alpha_k}{1 - iq/\alpha_k} \exp(-\alpha_k d) \right] \times \\ \times \left[ \Psi \left( 0, \frac{d}{2} \right) + \Psi \left( \rho_0, \frac{d}{2} \right) \exp(-i\mathbf{k}\rho_0) \right] = \\ = -\frac{2i\varkappa \exp(-\alpha d/2)}{\alpha(1 - i\varkappa/\alpha)}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Psi \left( \rho_0, \frac{d}{2} \right) - \int \frac{d^2\mathbf{k}}{(2\pi)^2} \frac{\beta}{\alpha_k} \left[ \frac{1}{2} + \frac{1 + iq/\alpha_k}{1 - iq/\alpha_k} \exp(-\alpha_k d) \right] \times \\ \times \left[ \Psi \left( 0, \frac{d}{2} \right) \exp i\mathbf{k}\rho_0 + \Psi \left( \rho_0, \frac{d}{2} \right) \right] = \\ = -\frac{2i\varkappa \exp(-\alpha d/2)}{\alpha(1 - i\varkappa/\alpha)}, \quad (\text{II.6}) \end{aligned}$$

где  $\alpha$  и  $\varkappa$  те же, что и в приложении I. Симметрия интегралов по отношению к преобразованию  $\mathbf{k} \rightarrow -\mathbf{k}$  приводит к заключению

$$\Psi \left( \rho_0, \frac{d}{2} \right) = \Psi \left( 0, \frac{d}{2} \right), \quad (\text{II.7})$$

и, следовательно,

$$\begin{aligned} \Psi \left( 0, \frac{d}{2} \right) = -\frac{2i\varkappa \exp(-\alpha d/2)}{\alpha(1 - i\varkappa/\alpha)} \left\{ 1 - \int \frac{d^2\mathbf{k}}{(2\pi)^2} \frac{\beta}{2\alpha_k} \times \right. \\ \times \left. \left[ 1 + 2 \frac{1 + iq/\alpha_k}{1 - iq/\alpha_k} \exp(-\alpha_k d) \right] \left[ 1 + \exp(-i\mathbf{k}\rho_0) \right] \right\}^{-1}. \quad (\text{II.8}) \end{aligned}$$

Поскольку минимальное значение  $\alpha_k$  есть  $\alpha$ , то второй член в интеграле обращается в нуль при  $d \rightarrow \infty$ . Оставшийся интеграл расходится. Это связано с тем, что в трехмерном случае потенциал в форме  $\delta$ -функции не имеет конечных собственных значений. Поэтому мы должны рассмотреть какой-то потенциал с конечным радиусом действия. Поскольку точное собственное значение для наших целей неважно, просто обрежем интеграл при произвольном  $k = K$ . Предполагая  $\rho_0 \gg \{1/\alpha, 1/K\}$ , вычислим выражение в квадратной

скобке в (II.8) вблизи резонанса и получим

$$\Psi\left(0, \frac{d}{2}\right) \approx \frac{2\alpha \exp(-\alpha d/2)}{\alpha + i\omega} \left\{ \frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{2[\varepsilon_0(\varepsilon_0 + K^2/2m)]^{1/2}} - \frac{\beta}{2\pi d} \frac{\omega - i\alpha}{\omega + i\alpha} \left[ 1 + \exp\left(-\frac{\alpha\rho_0^2}{2d}\right) \right] \exp(-\alpha d) \right\}^{-1}, \quad (\text{II.9})$$

где

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{2m} \left( \frac{\beta}{8\pi} \right)^2 \left[ K^2 - \left( \frac{4\pi}{\beta} \right)^2 \right]^2$$

— резонансное значение  $\varepsilon = U - E$ .

Из формулы, аналогичной (I.7), можно получить фурье-компоненту прошедшей волны:

$$p_k \approx i\beta \Psi\left(0, \frac{d}{2}\right) [1 + \exp(i\mathbf{k}\rho_0)] \exp\left(-\frac{\alpha_k d}{2}\right) (q + i\alpha_k)^{-1}. \quad (\text{II.10})$$

Преобразуя к реальному пространству, получаем значение амплитуды при  $\rho = 0$  для двух центров:

$$P^{(2)} = \int \frac{d^2 k}{(2\pi)^2} p_k = \frac{2i\beta\alpha\omega}{\pi d(\omega + i\alpha)^2} \left[ 1 + \exp\left(-\frac{\alpha\rho_0^2}{d}\right) \right] \times \\ \times \left\{ \frac{(\varepsilon - \varepsilon_0) \exp \alpha d}{2[\varepsilon_0(\varepsilon_0 + K^2/2m)]^{1/2}} - \frac{\beta}{2\pi d} \frac{\omega - i\alpha}{\omega + i\alpha} \times \right. \\ \left. \times \left[ 1 + \exp\left(-\frac{\alpha\rho_0^2}{2d}\right) \right] \right\}^{-1}. \quad (\text{II.11})$$

Как мы вскоре увидим, зависимостью от  $\rho_0$  в фигурной скобке можно пренебречь. Тогда, в случае  $\rho_0 \ll \sqrt{d/\alpha}$ , амплитуда удваивается по сравнению со случаем одного центра, и это означает когерентность туннелирования через два центра.

Условие  $\rho_0 \ll \sqrt{d/\alpha}$  легко понять. Несмотря на то, что туннелирование происходит через резонансный центр, вероятность экспоненциально зависит от длины траектории. Если последняя отклоняется от нормали на угол  $\theta$ , то ее длина становится  $d/\cos\theta \approx d(1 + \theta^2/2)$ , и, следовательно, амплитуда приобретает множитель  $\exp(-\alpha d\theta^2/2)$ . Поэтому типичные значения  $\theta$  порядка  $(\alpha d)^{-1/2}$ . Поперечная компонента импульса будет  $k_\perp \sim \alpha \sin\theta \sim \alpha \theta \sim (\alpha/d)^{1/2}$ . Соответствующая длина волны  $\lambda \sim k_\perp^{-1} \sim \sqrt{d/\alpha}$  есть длина когерентности.

В общем случае многих центров со средним расстоянием между ними меньше  $\sqrt{d/\alpha}$ , т.е. со средней плотностью в плоскости больше  $\alpha/d$ , можно ввести среднюю амплитуду, заменив скобку  $[1 + \exp(-\alpha\rho_0^2/d)]$  в формуле (II.11) на плотность таких центров. При этом, однако, мы учитываем, что энергии центров могут слегка отличаться. Если этот разброс собственных значений, хотя и малый, но все же такой, что абсолютная величина пределов первого члена в фигурной скобке формулы (II.11) больше второго члена, тогда эту скобку можно заменить на

$$-i\pi\delta\left(\frac{(\varepsilon - \varepsilon_0) \exp \alpha d}{2[\varepsilon_0(\varepsilon_0 + K^2/2m)]^{1/2}}\right) = \\ = -2i\pi \left[ \varepsilon_0 \left( \varepsilon_0 + \frac{K^2}{2m} \right) \right]^{1/2} \exp(-\alpha_0 d) \delta(\varepsilon - \varepsilon_0);$$

это выражение не зависит от  $\rho_0$ . Главное значение в (II.11) не вносит вклад в результат.

Суммирование по центрам дает

$$\bar{P} = \frac{4\beta\alpha\omega_0}{d(\omega_0 + i\alpha_0)^2} \left[ \varepsilon_0 \left( \varepsilon_0 + \frac{K^2}{2m} \right) \right]^{1/2} \exp(-\alpha_0 d)v, \quad (\text{II.12})$$

где  $v$  — плотность локализованных состояний, т.е. число состояний на единицу площади и на единичный интервал энергий. Эта амплитуда превосходит амплитуду прямого туннелирования, если  $v$  достаточно велико, т.е., если все локализованные состояния имеют примерно одинаковую энергию или собраны в кластеры около нескольких дискретных значений (экспериментальные кривые для высокочастотной проводимости на рис. 7 можно рассматривать, как свидетельство в пользу последней ситуации).

Множитель  $[\varepsilon_0(\varepsilon_0 + K^2/2m)]^{1/2} \exp(-\alpha_0 d)$  играет роль  $\eta$ , введенного в разделе 2. Коэффициент  $t$ , возникающий в туннельном гамильтониане, есть произведение  $4\beta\alpha/(\alpha d)$  и некоторой "энергии взаимодействия", имеющей порядок  $U$ .

Качественно тот же, но физически более интересный результат может быть получен, если мы рассмотрим туннельную вероятность на единицу площади. Соответствующее выражение имеет вид

$$W = \left\langle \int \frac{d^2 \mathbf{k}_1}{(2\pi)^2} p_{k_1} \exp(i\mathbf{k}_1 \rho) \int \frac{d^2 \mathbf{k}_2}{(2\pi)^2} p_{k_2}^* \exp(-i\mathbf{k}_2 \rho) \right\rangle = \\ = \int \frac{d^2 \mathbf{k}}{(2\pi)^2} |p_k|^2,$$

где  $\langle \dots \rangle$  — среднее по площади. Подставляя  $p_k$ , получим связь между вероятностями туннелирования через два центра и через один центр:

$$W^{(2)} = W^{(1)} \left[ 2 + 2 \exp\left(-\frac{\alpha\rho_0^2}{2d}\right) \right]. \quad (\text{II.13})$$

Основной результат, полученный здесь — когерентное туннелирование через разные центры возможно, если их энергии не различаются заметно, и их плотность выше, чем один центр на площадь  $2d/\alpha$ . Для BSCCO расстояние между серединами ближайших двойных слоев  $d = 15 \text{ \AA}$ . Если принять  $|\varepsilon_0| = 1 \text{ эВ}$ , то получим  $1/\alpha = 2 \text{ \AA}$ , но очень вероятно, что локализованные уровни более мелкие, так что мы положим  $1/\alpha = 4 \text{ \AA}$ . Отсюда получим характерную площадь порядка  $120 \text{ \AA}^2$ ; более одного центра на такую площадь выглядит вполне реалистично. Надо также принять во внимание наше основное предположение  $\exp(-\alpha d) \ll 1$ ; в данном случае  $\exp(-\alpha d) \approx 0,024$ .

## Благодарности

Автор хотел бы выразить свою признательность покойному академику И.М. Лифшицу, который познакомил его с концепцией резонансного туннелирования, а также докторам Б. Вилу, Х.-К. Кампузано, Х. Дингу, Т. Тимуску, Д. Басову, К. Грею, Т. Джеболлу, Л.П. Питаевскому и многим другим коллегам за сообщение своих результатов до публикации и ценные обсуждения. Эта работа была поддержана Департаментом энергии США по контракту № W-31-109-ENG-38.

## Список литературы

1. Veal B et al., не опубликовано
2. Abrikosov A A *Phys. Rev. B* **50** 1415 (1994)
3. Bulaevskii L N, Zyskin M V *Phys. Rev. B* **42** 10230 (1990)
4. Tachiki M et al. *Z. Phys. B, Cond. Matt.* **80** 161 (1990)
5. Abrikosov A A *Physica C* **182** 191 (1992)
6. Ding H et al. *Phys. Rev. Lett.* **74** 2784 (1995)
7. Anderson P W, Zou Z *Phys. Rev. Lett.* **60** 132 (1988); **60** 2557 (1988)
8. Littlewood P B, Varma C M *Phys. Rev. B* **45** 12636 (1992)
9. Chakravarty S et al. *Science* **261** 337 (1993)
10. Gofron K et al. *Phys. Rev. Lett.* **73** 3302 (1994)
11. Rojo A G, Levin K *Phys. Rev. B* **48** 16861 (1993)
12. Bohm D *Quantum Theory* (New York: Prentice-Hall, 1951)
13. Martin S et al. *Appl. Phys. Lett.* **54** 72 (1989)
14. Yoo K -H et al. *Phys. Rev. B* **49** 4399 (1994)
15. Manako T, Kubo Y, Shimakawa Y *Phys. Rev. B* **46** 11019 (1992)
16. Hermann M et al. *Physica C* **209** 199 (1993)
17. Abrikosov A A *Phys. Rev. B* **55** 11735 (1997)
18. Abrikosov A A *Phys. Rev. B* **52** R7026 (1995)
19. Abrikosov A A *Physica C* **258** 53 (1996)
20. Abrikosov A A *Phys. Rev. B* **54** 12003 (1996)
21. Abrikosov A A *Phys. Rev. B* **57** 8656 (1998)
22. Abrikosov A A *Phys. Rev. B* **55** R6149 (1997)
23. Абрикосов А А, Горьков Л П, Дзялошинский И Е "Методы квантовой теории поля в статистической физике" (М.: ГИФМЛ, 1962)
24. Homes C C et al. *Phys. Rev. Lett.* **71** 1645 (1993)
25. Homes C C et al. *Physica C* **254** 265 (1995)
26. Federici F, Varlamov A A *Phys. Rev. B* **55** 6070 (1997)
27. Nagaosa N *J. Phys. Chem. Solids* **53** 1493 (1992)
28. Altshuler B L, Ioffe L B *Solid State Commun.* **82** 253 (1992)
29. Wheatley J M, Hsu T C, Anderson P W *Phys. Rev. B* **37** 5897 (1988)
30. Takigawa M et al *Phys. Rev. B* **43** 247 (1991)
31. Randeria M et al. *Phys. Rev. Lett.* **69** 2001 (1992)
32. Ding H et al. *Nature* **382** 51 (1996)
33. Loeser A G et al. *Science* **273** 325 (1996)
34. Rapp M et al. *Phys. Rev. Lett.* **77** 928 (1996)
35. Абрикосов А А *Основы теории металлов* (М.: Наука, 1987)
36. Ding H et al. *Phys. Rev. Lett.* **78** 2628 (1997)
37. Ефетов К Б, Ларкин А И *ЖЭТФ* **66** 2290 (1974)
38. Березинский В Л *ЖЭТФ* **59** 907 (1970)
39. Kosterlitz J M, Thouless D J *J. Phys. C: Solid State Phys.* **6** 1181 (1973)
40. Питаевский Л П, глава о переходе БКТ, написанная для следующего издания "Статистической физики, ч. II", неопубликована
41. Kosterlitz J M *J. Phys. C: Solid State Phys.* **7** 1046 (1974)
42. Young A P, Bohr T *J. Phys. C: Solid State Phys.* **14** 2713 (1981)
43. Minnhagen P *Rev. Mod. Phys.* **59** 1001 (1987)
44. Abrikosov A A *Phys. Rev. B* **53** R8910 (1996)
45. Preosti G, Palumbo M *Phys. Rev. B* **55** 8430 (1997)
46. Абрикосов А А, Горьков Л П *ЖЭТФ* **39** 1781 (1961)

## Resonant tunneling in high- $T_c$ superconductors

**A.A. Abrikosov**

Materials Science Division, Argonne National Laboratory,  
9700 South Cass Ave., Argonne, IL 60439

A review is presented of the author's work on resonance tunneling as an electron transport mechanism along the  $c$ -axis in high-temperature layered cuprates. Problem formulation is given, qualitative aspects of the mechanism are described, and physical properties calculated. Comparisons are made with experimental data for the temperature dependence of normal conductivity, the frequency dependence of optical conductivity, and stationary supercurrent along the  $c$ -axis. For the latter property, resonance tunneling coherence of different centres is shown to be of crucial importance. Weakened interplane coupling and vortex fluctuations are invoked to explain the sharp drop in  $T_c$  and the rise in the  $2\Delta(0)/T_c$  ratio with decreasing oxygen content. Simple example models are given to demonstrate major aspects of resonance tunneling.

PACS numbers: 74.25.-q, 74.50.+r, 74.72.-h

Bibliography — 46 references

Received 20 February 1998