

К 90-ЛЕТИЮ СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ Л.Д. ЛАНДАУ

Неферми-жидкостные металлы

Л.Б. Иоффе, А.Дж. Миллис

Экспериментальное открытие многих "странных металлов" заново поставило вопрос о низкотемпературном поведении взаимодействующих ферми-систем. Здесь мы предлагаем субъективный обзор некоторых, последовавших за этим, теоретических работ. Нам представляется, что, с теоретической точки зрения, теория ферми-жидкости Ландау доказала свою замечательную надежность при описании чистых ферми-систем. Единственными достоверными теоретическими примерами неферми-жидкостного поведения являются металлы с калибровочными взаимодействиями и металлы в квантовых критических точках. Экспериментальные аномалии, способствовавшие пересмотру теории ферми-жидкости, остаются во многих случаях совершенно необъясненными.

PACS numbers: 71.10.-w, 71.20.-b, 71.22.+i, 71.90.+q

Содержание

1. Введение (672).
 2. Формулировка теории ферми-жидкости (672).
 3. Квантовые критические явления и физика неферми-жидкости (ферромагнетики) (674).
 4. Другие неферми-жидкости (677).
 - 4.1. Электроны, взаимодействующие с флуктуациями магнитного поля.
 - 4.2. Квантовые критические антиферромагнетики.
 - 4.3. Спин-зарядовое разделение в t - J -модели.
 - 4.4. Взаимодействие с локализованными степенями свободы и маргинальная ферми-жидкость.
 - 4.5. Псевдощель в ВТСП-купратах.
 5. Заключение (681).
- Список литературы (682).

1. Введение

Нынешнее понимание физики металлов основано на догадке Л.Д. Ландау, что электрон-электронное взаимодействие несущественно при низких энергиях. Оно приводит к конечной перенормировке спектра возбуждений и появлению конечного времени жизни, стремящемуся к бесконечности при ω , $T \rightarrow 0$, которые могут быть получены при помощи теории возмущений и не меняют качественную картину по сравнению с моделью невзаимодействующих электронов.

В последние два десятилетия были обнаружены многие "странные металлы", которые, очевидно, не слишком хорошо описываются теорией ферми-жидкости, например квазиодномерные органические проводники [1], двумерный электронный газ при наличии беспорядка [2] или магнитного поля [3], некоторые "тяжело-фермионные" соединения [4] и высокотемпературные сверхпроводники. Эти экспериментальные открытия подтолкнули теоретиков к пересмотру условий нарушения теории ферми-жидкости и поиску возможных типов "неферми-жидкостных" металлов. В настоящей статье мы опишем прогресс, достигнутый в этом направлении, рассматривая поведение чистых систем.

2. Формулировка теории ферми-жидкости

Каноническая проблема теории ферми-жидкости заключается в поведении электронов с плотностью n в пространстве размерности d с короткомасштабным (благодаря кулоновской экранировке) взаимодействием между собой, и находящихся в периодическом потенциале. В пренебрежении электрон-электронным взаимодействием решение, в принципе, известно: одноэлектронное уравнение Шрёдингера определяет энергию зон $\epsilon_n(k)$, заполненных в равновесии согласно распределению Ферми-Дирака с химическим потенциалом μ ,

$$n_k \equiv n(\epsilon_k) = \frac{1}{\exp[(\epsilon_k - \mu)/T] + 1}.$$

Если при $T = 0$ существует хотя бы одна частично заполненная зона, то имеет место случай металла. В этом случае при пересечении ферми-поверхности, даваемой уравнением $\epsilon_n(\mathbf{k}) = \mu$ в k -пространстве, происходит скачок заполнения n_k от 1 до 0. Объем, ограниченный ферми-поверхностью, равен плотности электронов в зоне проводимости. Низкоэнергетические возбуждения возникают при перемещении электронов из заполненных состояний внутри ферми-поверхности в пустые состоя-

Л.Б. Иоффе. Physics Department, Rutgers University, Piscataway, NJ 08855
Тел. (732) 445-46 05. Факс (732) 445-44 00
E-mail: ioffe@physics.rutgers.edu
Институт теоретической физики им. Л.Д. Ландау РАН, 117334 Москва, ул. Косыгина 2, Россия
А.Дж. Миллис. Department of Physics and Astronomy, The Johns Hopkins University, 3400 North Charles Street, Baltimore, MD 21218, U.S.A.
Тел. (410) 516-85 86. Факс (410) 516-72 39
E-mail: millis@pha.jhu.edu

Статья поступила 5 марта 1998 г.

ния вне ее и носят названия электрон-дырочных пар. Электрон и дырка характеризуются квазиимпульсом $\mathbf{k}$ и энергией $\epsilon_k - \mu \equiv \xi_k = v_k |k - k_F|$. Они являются собственными состояниями уравнения Шрёдингера и имеют поэтому бесконечное время жизни.

Фундаментальная догадка Ландау заключалась в том, что это описание качественно справедливо и для взаимодействующих систем, ввиду того, что при низких энергиях доступный фазовый объем сильно ограничивает возможные процессы рассеяния. Например, два электрона в начальных состояниях k_1 и k_2 вблизи ферми-поверхности могут рассеяться в конечные состояния k_3 и k_4 также вблизи ферми-поверхности: благодаря закону сохранения энергии и импульса фазовый объем конечных состояний пропорционален

$$k_F^{d-2} \frac{(|\xi_{k_1}| + |\xi_{k_2}|)^2}{v_F^2}$$

для всех $d > 1$. Догадка Ландау может быть обоснована по крайней мере тремя способами: методом, использующим выражение для энергии как функционала от n_k [5]; диаграммным методом, использующим формальное суммирование в многочастичной теории возмущений [5] и ренормгрупповым методом [6]. Все эти способы приводят к одному и тому же заключению: существенные черты не взаимодействующих систем сохраняются и при учете взаимодействия. Существует ферми-поверхность, определяемая как область в k -пространстве, в которой заполнение n_k (одночастичного состояния с квазиимпульсом k) имеет скачок. Его величина меньше 1 и расположен он в другом месте, однако скачок существует и объем в k -пространстве, ограниченный ферми-поверхностью, сохраняется. Далее, хотя точные собственные состояния, безусловно, и являются очень сложными комбинациями одночастичных состояний, но асимптотически они имеют ненулевое перекрытие (overlap) с одночастичными состояниями с импульсом k и перенормированной дисперсией $\xi_k^* = v_k^* |k - k_F|$ (где знак "*" обозначает перенормированные величины, а k_F — истинную ферми-поверхность взаимодействующей системы). Более точно, распространение пробного электрона описывается функцией Грина, которая может быть записана в виде (T_t — символ временного упорядочения)

$$G(\omega, k) \equiv \int dt \exp(i\omega t) \langle T_t c_k^\dagger(t) c_k(t) \rangle = \frac{Z_k(\omega)}{\omega - \xi_k^* + i\Gamma_k(\omega)} + G_{\text{inc}}.$$

Здесь G_{inc} — плавная функция от ω и k ; особая (квазичастичная) часть описывается перенормированной дисперсией ξ_k^* , квазичастичным весом $Z_k(\omega)$ и временем жизни $\Gamma_k(\omega)$. Если $\Gamma(\omega) = 0$, то квазичастичная часть описывает когерентное распространение с перекрытием Z (см. выше). Результат вышеуказанных работ состоит в том, что хотя $\Gamma_k(\omega)$ и не равно нулю, но убывает при $\omega, \xi \rightarrow 0$, быстрее, чем ω, ξ . Такое поведение G может быть использовано для того, чтобы показать, что при низких энергиях теплоемкость асимптотически линейно зависит от температуры, магнитная восприимчивость стремится к константе, а сопротивление при $T \rightarrow 0$ убывает по крайней мере так же быстро, как $\Gamma(\omega = 0, T)$ (тонкости, связанные с процессами переброса и диссипацией

импульса могут привести к более быстрому убыванию сопротивления). В обычной ферми-жидкости при $d = 3$ $\Gamma(T)$ порядка T^2 ; при $d = 2$ $\Gamma(T) \sim T^2 \ln T$. Экспериментаторы говорят о неферми-жидкостном поведении, когда теплоемкость убывает медленнее, чем T , или сопротивление убывает медленнее, чем T^2 . Хорошо известная линейная температурная зависимость сопротивления ВТСП привела к гипотезе, что эти материалы не являются ферми-жидкостями.

Желательно иметь более четкое теоретическое определение неферми-жидкостного поведения. Мы будем отличать "сильные" и "слабые" неферми-жидкостные случаи. В сильном неферми-жидкостном случае электронная функция Грина всюду плавная, так что сингулярность, которая могла бы определить ферми-поверхность, отсутствует. Единственными известными при $T = 0$ примерами такого рода являются тривиальный случай зонного диэлектрика, сверхпроводники и системы с волнами спиновой или зарядовой плотности, в которых, благодаря фазовому переходу в упорядоченное состояние, появляется щель в электронном спектре. В слабом неферми-жидкостном случае функция Грина и, следовательно, одночастичная функция распределения n_k имеет сингулярность (хотя, возможно, и не скачкообразную), которая определяет ферми-поверхность, однако скорость релаксации убывает медленнее, чем ω при $\omega \rightarrow 0$. Существует несколько теоретических моделей слабого неферми-жидкостного поведения, включая одномерную латтинжеровскую жидкость, некоторые критические точки в двух и трех измерениях и электроны в калибровочном поле также в двух- и трехмерных случаях. Линейная температурная зависимость сопротивления ВТСП привела к гипотезе "маргинальной ферми-жидкости", в которой $\Gamma \sim \omega$.

Слабое или сильное неферми-жидкостное поведение может иметь место только если нарушаются предположения, лежащие в основе обычной формулировки теории ферми-жидкости. Теоретический статус ее таков: для слабых короткомасштабных взаимодействий она может быть доказана при помощи теории возмущений, которая очевидно, в случае достаточно высокой размерности, справедлива. При $d = 3$ результаты теории возмущений не подлежат сомнению. При $d = 2$ сомнению были подвергнуты даже результаты главного приближения [7] а также эффекты сингулярностей, возникающих при суммировании бесконечной последовательности диаграмм [8], однако другие работы [9, 10] указывают на то, что теория возмущений хорошо ведет себя даже при $d = 2$. К тому же, диаграммное суммирование и ренормгрупповой анализ [6] показывают, что если теория возмущений справедлива при некоторой энергии $\epsilon_0 \ll \epsilon_F$, то она хорошо ведет себя вплоть до $\epsilon = 0$, т.е. ферми-жидкость является устойчивой ренормгрупповой точкой при $d = 2, 3$. Поэтому для получения неферми-жидкостного металла необходимы низкая размерность ($d = 1$ или $d = 0$, т.е. примесные модели), либо взаимодействие сильнее некоторого критического порога, либо обобщенная модель с сингулярным взаимодействием, беспорядком или магнитным полем. Физика примесных моделей и одномерных металлов, сильных магнитных полей [3] и неупорядоченных металлов [2] подробно обсуждалась в других работах и далее здесь не рассматривается (за исключением $v = 1/2$ квантового холловского состояния). При рассмотрении сильных взаимо-

действий возникают два случая. В первом случае, при специфическом критическом взаимодействии возникает фазовый переход второго рода при $T = 0$. Критические флуктуации, связанные с этим фазовым переходом, приводят к сингулярному взаимодействию, несовместимому с предположениями, использованными при выводе теории ферми-жидкости, и, следовательно, к неферми-жидкостному поведению в этой критической точке. Этот случай будет обсуждаться в разделе 3. Во втором случае существует интервал сильной связи, приводящий к неферми-жидкостному металлическому поведению. Не существует модели с подобным поведением вплоть до $T = 0$, хотя нам и не известно доказательство неосуществимости такой модели. Несколько моделей, созданных для описания ВТСП, проявляют неферми-жидкостное поведение в широком интервале температур, но все они сводятся при достаточно малых T к ферми-жидкости. Эти модели будут рассмотрены в разделе 4.

3. Квантовые критические явления и физика неферми-жидкости (ферромагнетики)

При нуль-температурном фазовом переходе второго рода (в квантовой критической точке) флуктуации параметра порядка имеют длинномасштабные (степенные) корреляции в пространстве и времени. Плотность состояний, соответствующая этим флуктуациям, может быть константой или даже расходиться при низких энергиях (в отличие от некритической ферми-жидкости), поэтому рассеяние электронов на них может приводить к неферми-жидкостному поведению.

Чтобы пояснить соответствующие вычисления, мы рассмотрим электронную гриновскую функцию вблизи ферромагнитной критической точки двух- или трехмерной ферми-жидкости. Экспериментальные реализации таких трехмерных переходов MnSi [11], ZrZn₂ [12] и TiBe₂ являются "слабыми ферромагнетиками", в которых температура Кюри может быть доведена до нуля гидростатическим давлением. Эти переходы хорошо изучены в теории критических явлений, использующей интегрирование по всем некритическим степеням свободы, включая электроны проводимости, и анализ действия, описывающего длинноволновые флуктуации намагниченности. Было показано [13, 14], что длинноволновые флуктуации намагниченности описываются пропагатором

$$D(\omega, q) = \left[\frac{p_0 |\omega|}{2\pi q} + Dq^2 + \xi^{-2}(T) \right]^{-1}, \quad (1)$$

где корреляционная длина ξ расходится в критической точке, величина p_0 имеет порядок импульса Ферми, а D — спиновая жесткость. Пропагатор флуктуаций намагниченности (1) может быть записан при помощи двухчастичной неприводимой петли (bubble) $\Pi(\omega, q)$ и вершины взаимодействия U как $D = 1/(D_0^{-1} - U\Pi)$. Для невзаимодействующих фермионов $\Pi(0, q)$ — аналитическая функция от q^2 . Обычно предполагается, что $\Pi(0, q)$ и U остаются аналитическими функциями от q^2 даже при учете короткомасштабных взаимодействий, так что и в критической точке $D^{-1}(0, q) \propto q^2$. Однако недавние вычисления [15] поставили под сомнение это предположение, показав, наличие поправок пропорциональных $q^2 \ln q$ в трехмерном случае и $|q|$ в двумерном. Если эти вычисле-

ния верны и эти поправки не сокращаются, то приводимые ниже результаты неприменимы, но метод анализа и качественные выводы (такие, как малость вершинных поправок) не меняются. В любом случае из-за того, что спиновая система погружена в ферми-жидкость, спиновая динамика является чисто диссипативной, что обусловлено затуханием Ландау, приводящим к специфическому члену $|\omega|/q$ в знаменателе (1).

Уравнение (1) является следствием теории среднего поля; однако было показано, что в нашей задаче теория среднего поля дает асимптотически правильное поведение. Суть аргументов заключается в следующем. Уравнение (1) дает динамический показатель $z = 3$, так как одна степень частоты преобразуется как три степени импульса. Так как взаимодействие спиновых волн (члены ϕ^4) имеет нерасходящиеся коэффициенты, эффективная размерность критической теории равна $d_{\text{eff}} = d + z$; т.е. как для $d = 2$, так и для $d = 3$, $d_{\text{eff}} > 4$, а следовательно, теория находится выше своей верхней критической размерности и ее свойства могут быть изучены при помощи теории возмущений. Два результата существенны для настоящего обсуждения. Во-первых, если параметры (например, давление) меняются таким образом, что при $T = 0$ система находится в критической точке, то $\xi^{-2}(T) \sim T^{4/3}$ при $d = 3$ и $\xi^{-2}(T) \sim T/\ln T$ при $d = 2$, гораздо меньше характеристического масштаба $T^{2/3}$ величины q^2 или $|\omega|/q$ для типичных значений $\omega \sim T$. Во-вторых, теплоемкость имеет порядок $T \ln T$ при $d = 3$ и $T^{2/3}$ при $d = 2$ [14]. Поведение теплоемкости является неферми-жидкостным в эмпирическом смысле (см. раздел 2).

Рассмотрим теперь поведение одночастичной гриновской функции в такой неферми-жидкости, используя диаграммный метод [16]. Диаграмма главного порядка для собственной энергии показана на рис. 1а. Эта диаграмма может быть вычислена при помощи гриновской функции невзаимодействующих фермионов $G^{-1} = (\omega - v|k - k_F|)$ и пропагатора спиновых флуктуаций (1). Результат имеет вид

$$\Sigma^{(1)}(\omega) = \frac{3}{8\pi^2} \frac{v_F p_0}{p_F^2 D} \left[\epsilon \ln \left(\frac{E_F}{\epsilon} \right) + i \frac{\pi}{2} \epsilon \right] \quad (2)$$

для $d = 3$ и

$$\Sigma^{(1)} \sim \epsilon \left(\frac{\omega_0}{\epsilon} \right)^{1-d/3}$$

для $d < 3$, величина ω_0 имеет масштаб энергии Ферми E_F . Поэтому главное приближение приводит к слабой ($d < 3$) или маргинальной ($d = 3$) неферми-жидкостью; физическими следствиями являются теплоемкость, меняю-

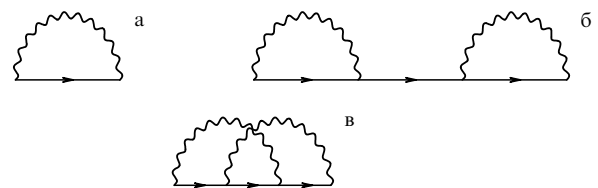


Рис. 1. Фермионная собственнно-энергетическая диаграмма. Волнистая линия обозначает пропагатор флуктуаций (1), сплошная линия — фермионный пропагатор.

сящая как $T^{d/3}$ ($T \ln T_0/T$ при $d = 3$) и n_k , имеющая при k_F скорее пик, чем скачок. Отметим, что в этом приближении неаналитическая часть собственно-энергетической функции зависит лишь от энергии.

Рассмотрим теперь поправки высшего порядка, изображенные на рис. 1б, в. Поправки на рис. 1б ведут себя как $\Sigma^{(6)} \sim [\Sigma^{(1)}(\epsilon)]^2/\epsilon$, тогда как прямое вычисление дает $\Sigma^{(6)} \sim \epsilon^{2/3(d-2)}$. Можно показать, что эти поправки малы, подобно тому, как оказываются малыми поправки в теории Мигдала электрон-фононного взаимодействия. Так как передаваемая энергия в процессе электронного рассеяния мала, то все промежуточные состояния должны лежать вблизи ферми-поверхности, кривизна которой сильно ограничивает фазовый объем, доступный для интерференционных процессов, так что такие процессы являются слабыми и могут быть опущены. Очевидно, что для применимости этих аргументов член с кривизной в электронной дисперсии должен быть существен для процессов с типичным переданным импульсом. Та же логика применима и здесь. Чтобы убедиться в этом количественно, заметим, что электронная функция Грина может быть переписана в виде

$$G(\epsilon, p) = \left[\epsilon - \Sigma_p(\epsilon) - v \left(p_{\parallel} + \frac{p_{\perp}^2}{2p_0} \right) \right]^{-1}. \quad (3)$$

Здесь мы разделили импульс на компоненты параллельную и перпендикулярные v_F (рис. 4) и ввели кривизну ферми-поверхности p_0^{-1} . В типичном процессе с переданной энергией ω , переданный импульс $k_{\omega} \sim \omega^{1/3}$, так что масштаб члена с кривизной есть $\omega^{2/3}$. При $d > 2$ этот член более важен, чем собственная энергия (которая преобразуется как $\omega^{d/3}$) и, поэтому, существен (relevant). Как обычно, влияние этого члена приводит к уменьшению роли интерференционных членов и, в результате, к теории Мигдала с параметром разложения $(\omega/E_F)^{(d-2)/3}$. Одно из следствий этой теории состоит в том, что диаграмма ведущего порядка дает асимптотически точное выражение для собственной энергии. В терминах критических явлений, сингулярный вклад в собственную энергию описывается скейлинговой функцией, зависящей лишь от частоты, с показателем $d/3$, и, благодаря гауссову характеру теории, может быть вычислен точно. Отметим также, что существенными процессами рассеяния являются те, которые перемещают электроны по ферми-поверхности, и что неаналитичности в фермионном пропагаторе не меняют форму пропагатора флуктуаций, который всегда дается выражением (1).

Случай $d = 2$ более тонкий. Аргументы Мигдала показывают, что собственная энергия в главном приближении преобразуется таким же образом ($\omega^{2/3}$) как и $k_{\perp}$ -зависимость; вершинные поправки, следовательно, маргинальны и необходимо более сложное рассмотрение. Отметим, однако, что критическая теория по-прежнему находится выше своей критической размерности, так что спиновый пропагатор по-прежнему имеет вид (1). Для изучения электронного пропагатора необходим параметр разложения; по аналогии с теорией Мигдала можно ввести параметр, определяющий относительную роль рассеяния, параллельного и перпендикулярного ферми-поверхности. В статье [16] это сделано для задачи с калибровочным взаимодействием, но рассмотрение, с небольшими изменениями, можно перенести и на ферро-

магнитный случай. Введем параметр N при помощи уравнения

$$D_N(\omega, q) = \left(N \frac{p_0 |\omega|}{2\pi q} + \frac{1}{\sqrt{N}} q^2 \right)^{-1}, \quad (4)$$

так что типичный переданный импульс $k_{\omega} \sim \sqrt{N} \omega^{1/3}$; мы выбрали эту точную форму (включая такой выбор единиц энергии, что $D = 1/\sqrt{N}$) так, что выражение первого порядка для собственной энергии оказывается независимым от N . Так как $k_{\omega} \sim N^{1/2} \omega^{1/3}$ для больших N , то член с кривизной

$$\frac{k_{\omega}^2}{p_0} \sim N \omega^{2/3} \gg \Sigma^{(1)}(\omega),$$

становится существенным и приближение Мигдала может быть построено по параметру разложения $1/N$. Следовательно при больших N в главном порядке имеем

$$G^{(2D)} = \frac{1}{\omega_0^{1/3} \epsilon^{2/3} - v |p_{\parallel} - p_F|}, \quad (5)$$

где $\omega_0 = (1/2\sqrt{3})^3 (2/\pi^2)$ — численный коэффициент.

Точное вычисление показывает, что поправка следующего порядка оказывается $\sim (\ln N / 4\pi N)^2 \Sigma^{(1)}$; таким образом, зависимость $\epsilon^{2/3}$ сохраняется. Собственная энергия приобретает зависимость от p , которая до сих пор детально не была изучена. При малых N имеем $k_{\omega}^2/p_0 \ll \Sigma^{(1)}(\omega)$ и все члены высших порядков одинаково существенны. В пределе $N \rightarrow 0$ можно пренебречь влиянием смещения электронов по ферми-поверхности на электронную гриновскую функцию, и электронное рассеяние становится практически одномерным. Следовательно, в этом пределе можно рассматривать каждое направление в импульсном пространстве как независимую одномерную систему, которую можно исследовать при помощи метода бозонизации. В пределе низких энергий, и импульсов близких к ферми-поверхности, находим, что $G(\mathbf{p}, \epsilon)$ приобретает простую скейлинговую форму

$$G^{(1D)}(\epsilon, p) = \frac{-1}{v_F(p - p_F)} g \left(\frac{\Gamma(2/3) l_0^{-1/3} \epsilon^{2/3}}{v_F^2(p - p_F)} \right),$$

$$g(u) = \frac{3}{2} \exp [(-1)^{3/4} u^{3/2}] - \frac{3\sqrt{3}i}{4\pi} \int_0^{\infty} \frac{\exp [-(uy)^{3/2}] dy}{y^2 + iy - 1}. \quad (6)$$

Хотя гриновские функции (6) и (5) имеют совершенно различные аналитические структуры, их качественные свойства схожи: обе равны $1/v_F |p_F - p|$ в пределе $\omega_0^{1/3} |\epsilon|^{2/3} \ll v |p - p_F|$ и обе ведут себя как $1/(\omega_0^{1/3} |\epsilon|^{2/3})$ в противоположном случае $\omega_0^{1/3} |\epsilon|^{2/3} \gg v |p - p_F|$. Мы ожидаем поэтому плавный переход от формулы (6) к (5) при $N \rightarrow 0$. Обе описывают диссипативную (overdamped) фермионную моду с характерной энергией, пропорциональной $(p - p_F)^{3/2}$. Поэтому предел $N \rightarrow 0$ не является сингулярным для фермионной функции Грина. Наш вывод предполагает, что точная форма (6) зависит от двух специфических "одномерных" свойств: возможностью пренебречь внутренними петлями и перпендикулярным импульсом в фермионных пропагаторах. Оба эти свойства присутствуют в пределе $N \rightarrow 0$, но не

имеют места для произвольного N . По этой причине мы не считаем, что экспоненциальная форма является общей, хотя соответствие между пределами $N \rightarrow 0$ и $N \rightarrow \infty$ заставляет думать, что существует скейлинг $\epsilon^{2/3} \propto p_{\parallel}$.

Ненулевое N приводит к взаимодействию между разными точками ферми-поверхности; задача поэтому не является в точности одномерной. Малые, но ненулевые N могут быть рассмотрены при помощи техники, основанной на тождестве Уорда. Результат, как и ожидалось, заключается в том, что скейлинг $\epsilon^{2/3} \propto p_{\parallel}$ сохраняется, но форма G количественно меняется по сравнению с одномерным выражением (6). Это представляет теоретический интерес, так как несколько авторов указывали на возможность применения техники бозонизации к двумерному электронному газу [17, 18]. В интересующем нас здесь случае сингулярного взаимодействия эта техника дает G в точности в форме (6). Однако мы видели, что эта форма справедлива только при полном пренебрежении рассеянием вдоль ферми-поверхности ($N \rightarrow 0$), что указывает на неадекватность метода бозонизации при описании этих процессов. Полезно обобщить предыдущие результаты на случай электронов в d пространственных измерениях с диссипативной бозонной модой с пропагатором $D = 1/(|\omega|/q + q^x)$. Если $d > 2$ и $x > d - 1$, результатом является слабое "мигдаловское" неферми-жидкостное поведение, характеризующее собственной энергией $\Sigma(\omega) \sim \omega^{d/(x+1)}$ с сингулярной зависимостью лишь от частоты и поправками порядка $\omega^{(d-2)/(x+1)}$ к основному поведению; при $d = 2$ также получаем слабое неферми-жидкостное поведение, но теперь уже Σ — функция как ω , так и $p_{\parallel}$.

До сих пор мы обсуждали влияние критических флуктуаций на собственную энергию. Вершины, соединяющие электроны со спиновыми флуктуациями с малыми импульсами, не перенормируются, благодаря тому, что спиновая теория находится выше своей критической размерности. Обратимся теперь к перенормировке фермионных вершин с большим переданным импульсом. Поправки к вершине с большим, но произвольным переданным импульсом $|\mathbf{q}| \sim p_F$ в основном малы из-за малости фазового объема, доступного виртуальным процессам, оставляющим оба фермиона с переданными импульсами $\mathbf{p} + \mathbf{q} + \mathbf{k}$ и $\mathbf{p} + \mathbf{k}$ вблизи ферми-поверхности. Ситуация меняется только для $|\mathbf{q}|$ близкого к $2p_F$. В этом случае виртуальный процесс с переданным моментом $\mathbf{q}$ вдоль ферми-поверхности оставляет оба фермиона с импульсами $\mathbf{p} + \mathbf{q} + \mathbf{k}$ и $\mathbf{p} + \mathbf{k}$ вблизи ферми-поверхности.

В трехмерном случае это приводит лишь к эффектам высших порядков, но в случае двух измерений главный вклад по $1/N$ в фермионную вершину Γ_Q расходится логарифмически при $Q = 2p_F$; высшие степени $1/N$ содержат высшие степени логарифмов; после суммирования логарифмов при помощи метода ренормгруппы находим степенные сингулярности в Γ_{2p_F} . Эти сингулярности показывают, что вычисление электрон-дырочной восприимчивости должно быть пересмотрено. Наконец, сингулярная восприимчивость вблизи $2p_F$ может быть еще более изменена короткомасштабным четырехфермионным взаимодействием; поэтому необходимо рассмотреть также перенормировку этого взаимодействия критическими флуктуациями.

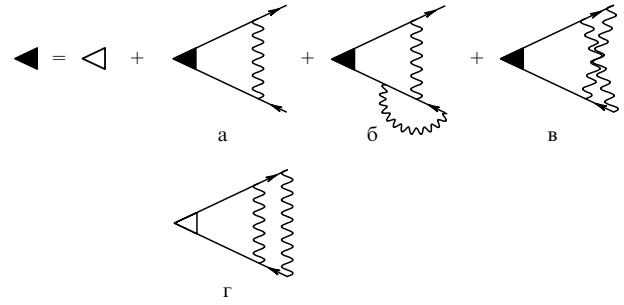


Рис. 2. Диаграммы, представляющие перенормировку вершинной функции Γ_{2p_F} (темный треугольник). (а) Главный порядок по $\ln(\omega)/N$. (б) и (в) Следующий порядок по $1/N$. (г) Главный порядок по $[\ln(\omega)/N]^2$. Волнистая линия обозначает критические флуктуации (1), сплошная — фермионный пропагатор.

Начнем с диаграмм для Γ_Q , показанных на рис. 2а. Эти диаграммы расходятся логарифмически, если все внешние импульсы находятся на поверхности Ферми, внешние энергии равны нулю и передаваемый импульс в точности равен $Q = 2p_F$. Так как энергия входит в функцию Грина лишь в виде комбинации $\omega_0^{1/3}|\epsilon|^{2/3}$, компонента импульса поперек ферми-поверхности в виде $v_F k_{\parallel}$, а вдоль поверхности — как $k_{\perp}^2$, расходимость обрезается на наибольшем из следующих масштабов энергий:

$$\epsilon, \epsilon_{\parallel} = \frac{(v_F k_{\parallel})^{3/2}}{\omega_0^{1/2}}, \epsilon_{\perp} = \frac{k_{\perp}^3/m^{3/2}}{\omega_0^{1/2}}. \quad (7)$$

Если, скажем, наибольшей является внешняя частота, то, вычисляя диаграммы на рис. 2, получим

$$\delta\Gamma_{2p_F}(\omega) = \pm \left[\frac{1}{2N} + \frac{1}{2\pi^2 N^2} \ln^3(N) \right] \ln \left(\frac{1}{\omega} \right) \Gamma_{2p_F}^0, \quad (8)$$

где $\Gamma_{2p_F}^0$ — "голая" вершина при малых масштабах или больших частотах. Знак "+" в (8) соответствует вершине спиновой плотности, а знак "—" соответствует зарядовой плотности. Логарифмичность поправок к эффективному взаимодействию позволяет просуммировать высшие порядки теории взаимодействий путем построения уравнения ренормгруппы:

$$\frac{d\Gamma_{2p_F}}{d \ln(1/\omega)} = \left[\frac{1}{2N} + \frac{1}{2\pi^2 N^2} \ln^3(N) \right] \Gamma_{2p_F}. \quad (9)$$

Из (9) видно, что на больших масштабах вершина растет как

$$\Gamma_{2p_F}^R \sim \left(\frac{\epsilon_F}{\omega} \right)^{\sigma} \Gamma_{2p_F}^0, \quad (10)$$

$$\sigma = \frac{1}{2N} + \frac{1}{2\pi^2 N^2} \ln^3(N) + O\left(\frac{1}{N^2}\right). \quad (11)$$

Здесь мы использовали для инфракрасного обрезания энергию ω , предполагая, что она является наибольшей из $\omega, \epsilon, \epsilon_{\parallel}, \epsilon_{\perp}$. Результат (10) получен с помощью разложения при больших N . Представляет интерес также вычислить эти диаграммы при $N = 2$. Диаграмма

главного порядка дает $\sigma = 0,25$; сумма диаграмм, показанных на рис. 2б, г, дает $\sigma = 0,35$.

Степенное возрастание вершины при $2p_F$ отличает фермионы в квантовой критической точке от обычной ферми-жидкости с короткодействующим отталкиванием и дает аномальное поведение спиновых корреляций при $Q = 2p_F$. В отсутствие эффективного при $2p_F$ короткодействующего взаимодействия спиновый коррелятор дается поляризационными диаграммами, представленными на рис. 3. Главный вклад по $(1/N) \ln \omega$ возникает от диаграмм с непересекающимися вертикальными линиями. В таких диаграммах главный вклад возникает от области частот (и соответствующей области импульсов, которую мы не выписываем)

$$\epsilon_F > \omega_n > \dots \omega_1 > \omega < \dots < \omega_{-n} < \epsilon_F,$$

где ω — внешняя частота. Следовательно, сумма всех диаграмм представляется диаграммой, показанной на рис. 3 с перенормированными вершинами ($\Gamma_{2p_F}^R$):

$$P(\omega, q) = \int G\left(\epsilon + \frac{\omega}{2}, p + \frac{q}{2}\right) G\left(\epsilon - \frac{\omega}{2}, p - \frac{q}{2}\right) \times \\ \times [\Gamma_{\epsilon, p}^{(R)}(\omega, q)]^2 dp d\epsilon. \quad (12)$$

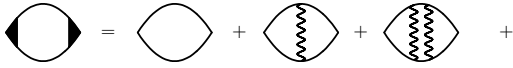


Рис. 3. Лестничное суммирование, дающее перенормировку поляризуемости фермионов на импульсе $2p_F$. Обозначения те же, что и на рис. 1 и рис. 2.

Для вычисления интеграла в (12) заметим, что главный вклад в него дает интервал импульсов и частот $\epsilon \sim \epsilon_{\parallel} \sim \epsilon_{\perp} \sim \omega$ (см. (7)). Оценка интеграла путем подсчета степеней показывает, что, если $\sigma < 1/3$ (для больших N), то интеграл (12) сходится, но при $\sigma > 1/3$ он расходится при $\omega = 0, q = 2p_F$. Вычисляя интеграл в этих случаях раздельно, находим

$$P(\omega, q) = P_0 - \sqrt{\frac{p_0}{\omega_0 v_F^3}} \left[c_{\omega} \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^{2/3-2\sigma} + \right. \\ \left. + c_q (|q - 2p_F| l_0)^{1-3\sigma} \right], \quad \sigma < 1/3, \quad (13)$$

$$P(\omega, q) = \sqrt{\frac{p_0}{\omega_0 v_F^3}} \left[c_{\omega} \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^{2\sigma-2/3} + \right. \\ \left. + c_q (|q - 2p_F| l_0)^{3\sigma-1} \right]^{-1}, \quad \sigma > 1/3, \quad (14)$$

где коэффициенты c_q и c_{ω} порядка единицы для искривленной ферми-поверхности. Так как эти коэффициенты сильно зависят от кривизны ферми-поверхности, случай плоской ферми-поверхности должен быть рассмотрен отдельно. Мы не будем обсуждать его здесь.

Отметим, что сильная сингулярность корреляторов при переданном импульсе равно $2p_F$ (см. выше) специфична для двух измерений. При более высокой размерности главный вклад в вершину Γ_Q остается конечным (хотя и неаналитическим) даже при переданном импульсе $2p_F$ и не приводит к каким-либо интересным физическим эффектам.

4. Другие неферми-жидкости

4.1. Электроны, взаимодействующие с флуктуациями магнитного поля

Как было отмечено Холстейном с соавторами [19] и Райзером [20], движущийся электрон создает магнитное поле, влияющее на движение других электронов. Если магнитное поле представляется векторным потенциалом, то с учетом затухания Ландау система становится очень похожей на критический ферромагнетик, но с $\xi^{-1} = 0$ при всех T . Эти эффекты, однако, малы; они пропорциональны квадрату постоянной тонкой структуры, $\alpha \approx 1/137$.

Было показано, что похожая двумерная калибровочная теория поля описывает существенные возбуждения наполовину заполненного уровня Ландау [21, 22]. Эти аргументы основаны на сингулярном калибровочном преобразовании, устраняющем среднее магнитное поле за счет введения флуктуирующего калибровочного поля. Качественно это калибровочное преобразование может рассматриваться как присоединение к каждому электрону трубки, несущей фиктивный поток магнитного поля $\Phi = 2\Phi_0$ ($\Phi_0 = hc/e$ — квант потока). При таком присоединении среднее магнитное поле исчезает и появляется дополнительная фаза $\exp(2i\theta_{ij})$ для каждой пары электронов. Следовательно, их волновая функция не становится многозначной (поворот одного электрона вокруг другого добавляет $\exp(4i\pi) = 1$) и не меняет статистику электронов, так как перестановка электронов эквивалентна их повороту на π (что дает множитель $\exp(2i\pi) = 1$) и трансляции. Из этого построения очевидно, что флуктуации фиктивного магнитного поля связаны с флуктуациями плотности электронного газа. Поэтому кулоновское взаимодействие, подавляющее флуктуации плотности электронов, подавляет также и эти флуктуации. В изолированном двумерном электронном газе кулоновское взаимодействие пропорционально $1/|k|$, однако в микроструктурах с электронным газом вблизи металлического контакта кулоновское взаимодействие экранируется на масштабе κ^{-1} . Пропагатор результирующего калибровочного поля, описывающий сингулярное взаимодействие между электронами, имеет вид [21]

$$D_{v=1/2}(\omega, q) = \left(\frac{p_0 |\omega|}{2\pi |k|} + \frac{uk^2}{k + \kappa} \right)^{-1}. \quad (15)$$

Здесь $u = e^2/8\pi\epsilon$, появление $1/(8\pi)$ вместо обычного 2π связано с коэффициентом $1/(4\pi)$ в уравнении Черна – Симонса [21]. Ясно, что пропагатор (15) имеет гораздо меньшую инфракрасную сингулярность, чем пропагатор критических флуктуаций (1) и приводит к гораздо меньшим эффектам.

В этом подразделе мы рассматриваем случай $\kappa = 0$ и предполагаем, что результаты справедливы, если существенные переданные импульсы k'_{ω} больше, чем κ . В другом пределе справедливы результаты для критических ферромагнитных флуктуаций при $N = 1$. Существенными являются импульсы k'_{ω} , для которых два члена в знаменателе (15) одного порядка. При температуре T типичные частоты $\omega = 2\pi T$, и при $\kappa = 0$ получаем типичные импульсы $k'_T \sim (8\pi p_0 k_B T \epsilon / e^2)^{1/2}$. Подставляя типичные импульсы Ферми для Ga–Al–As структуры $p_0 = (4\pi l)^{1/2} \approx 8 \times 10^5 \text{ см}^{-1}$ и типичное $\epsilon = 13$, получаем,

что результаты без учета экранировки применимы при

$$\kappa [\text{см}^{-1}] < 4 \times 10^5 T^{1/2} [\text{K}]. \quad (16)$$

Если при $T = 0,1 \text{ K}$ экранирующий слой расположен далее $1000 \text{ \AA}$ от двумерного электронного газа, то применимы результаты для неэкранированного взаимодействия ($\kappa = 0$). Если он находится гораздо ближе, то необходимо использовать результаты предыдущего раздела, интерполированные к $N = 1$.

Займемся теперь вычислениями с использованием выражения $\tilde{D}$ (15) с $\kappa = 0$. Собственная энергия в главном порядке (рис. 1а) при $d = 2$

$$\Sigma^{(1)}(\epsilon) = -i \frac{2\hat{e}v_F}{\pi e^2} \ln \left(\frac{\epsilon_F}{|\epsilon|} \right) \epsilon + \dots \quad (17)$$

Здесь не выписаны члены, менее сингулярные при $\epsilon \rightarrow 0$. Соображения, аналогичные изложенным в разделе 2, показывают, что $\Sigma^{(1)}$ представляет также решение уравнения типа Элиашберга в главном порядке и правильно суммирует все диаграммы с непересекающимися волнистыми линиями.

Мы покажем теперь, что поправки высшего порядка с пересечениями дают менее сингулярные вклады в $\Sigma(\epsilon, p)$, так что главная зависимость дается в точности (17). Рассмотрим главную диаграмму с пересечениями (рис. 1в) с фермионными пропагаторами, "одетыми" собственно-энергетическими функциями (17). После интегрирования по параллельным импульсам и симметризации по $q_{\perp 1}, q_{\perp 2}$ находим

$$\Sigma^{(2)}(\epsilon) = v_F^2 \sum_{\omega_1, \omega_2} \int \frac{dk_1}{(p_0|\omega_1|)/(2\pi|k_1|) + u|k_1|} \times \\ \times \frac{dk_2}{(p_0|\omega_2|)/(2\pi|k_2|) + u|k_2|} \frac{A}{A^2 + (v_F/p_0)k_1k_2}, \quad (18)$$

где

$$A(\omega_1, \omega_2, p_{\parallel}) = v_F p_{\parallel} + \Sigma^{(1)}(\epsilon + \omega_1 + \omega_2) + \\ + \Sigma^{(1)}(\epsilon + \omega_1) + \Sigma^{(1)}(\epsilon + \omega_2).$$

Штрих у знака $\sum_{\omega_1, \omega_2}$ обозначает, что суммирование по частотам ограничено областью, где $\omega_1 + \omega_2 + \epsilon$ имеет знак противоположный знакам $\omega_1 + \epsilon$ и $\omega_2 + \epsilon$. Это ограничение означает, что ω_1 и ω_2 не могут исчезать одновременно, так что в интегралах инфракрасные особенности не возникают. Чтобы выделить инфракрасное поведение (18), мы заменим A его типичным значением $\epsilon \ln(\epsilon_F/\epsilon)$, а $\omega_{1,2}$, соответственно, на ϵ . Суммирование по частотам дает множитель ϵ^2 . Главный вклад в интегралы по k_1, k_2 происходит от области $\epsilon < q^2 < \epsilon \ln \epsilon$ и содержит логарифмическую расходимость:

$$\Sigma^{(2)}(\epsilon) = \frac{\hat{e}v_F}{e^2} \epsilon \frac{\ln^2 \ln(\epsilon_F/\epsilon)}{\ln(\epsilon_F/\epsilon)}. \quad (19)$$

Этот член меньше главного вклада в $\{\ln \ln(\epsilon_F/\epsilon)/[\ln(\epsilon_F/\epsilon)]\}^2$ раз.

Похожие рассуждения применимы и к диаграммам с пересечениями высших порядков.

Полученный результат, что главное поведение при малых частотах дается в точности диаграммой первого

порядка, снова напоминает теорему Мигдала, утверждающую, что главное низкочастотное поведение электронной собственной энергии дается в точности диаграммой низшего порядка. В вычислении (17) энергия, передаваемая калибровочным полем, мала, а интеграл по импульсам логарифмически расходится и обрезается на p_F . В квантовом критическом случае, обсуждавшемся в предыдущем разделе, интеграл был ограничен малыми импульсами. Проблема упрощалась только в пределе больших N , когда интервал интегрирования по импульсам становился большим. Поэтому задача о наполовину заполненном уровне Ландау аналогична пределу больших N квантового критического случая $d = 2$.

Рассмотрим поляризационные петли и вершины. Как и в предыдущем случае спиновой жидкости, особенности возникают только в $2p_F$ -вершинах. Основная поправка в $2p_F$ -вершину (рис. 2а) после суммирования по параллельным импульсам принимает вид

$$\Gamma_{2p_F}^{(1)} = v_F \sum_{\epsilon} \int dk \left(\frac{p_0|\epsilon|}{2\pi|k|} + \frac{e^2}{8\pi\epsilon} |k| \right)^{-1} \times \\ \times \left(\frac{2\hat{e}v_F}{\pi e^2} |\epsilon| \ln \epsilon + \frac{v_F}{p_0} k^2 \right)^{-1}. \quad (20)$$

Снова логарифмический вклад в интеграл по $k_{\perp}$ представляет собой логарифм, возникающий от области $\epsilon < v_F k_{\perp}^2/p_0 < \epsilon \ln \epsilon$. Вычисляя этот интеграл и сумму по частотам, получаем

$$\Gamma_{2p_F}^{(1)} = \frac{1}{2} \ln^2 \left[\ln \left(\frac{\epsilon_F}{\max[T, \omega, v_F(Q - 2p_F)^2/p_0]} \right) \right]. \quad (21)$$

Отметим (хотя это представляет чисто академический интерес), что члены высших порядков можно просуммировать, чтобы получить главную особенность. Как и в случае собственной энергии в предыдущем разделе, диаграммы с пересечениями дают меньшую особенность, чем лестничные диаграммы, суммирование которых дает экспоненту

$$\Gamma_{2p_F} = \exp \left\{ \frac{1}{2} \ln^2 \left[\ln \left(\frac{\epsilon_F}{T} \right) \right] \right\}. \quad (22)$$

Эта формула показывает, что поляризуемость не сингулярна, а слабая особенность возникает в ее главной частотной и импульсной зависимости.

4.2. Квантовые критические антиферромагнетики

Квантовые критические антиферромагнетики похожи на уже рассмотренные системы, однако кинематика рассеяния на антиферромагнитных флуктуациях существенно отличается от рассеяния на ферромагнитных спиновых флуктуациях. В металле вблизи антиферромагнитной неустойчивости пропагатор спиновых флуктуаций имеет пик на некотором большом переданном импульсе $\mathbf{Q}$, так что большинство точек на ферми-поверхности не связаны рассеянием на спиновых флуктуациях с другими низкоэнергетическими состояниями. Возможны три случая:

1. Общий случай: касательные плоскости (или линии в двумерном случае) непараллельны, как в случае точек $\mathbf{p}$ и $\mathbf{p} + \mathbf{Q}$ на рис. 4.

2. Случай ("2 p_F ") параллельных касательных: касательные плоскости параллельны, как в случае точек $\mathbf{p}$ и

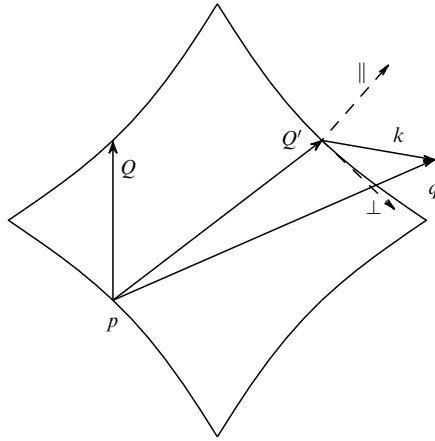


Рис. 4. Рисунок ферми-поверхности и существенных волновых векторов. Изображенная ферми-линия соответствует полученной из фотоэмиссионных данных для ВТСП-купратов. Волновой вектор упорядочения $\mathbf{Q}'$ соединяет две точки с параллельными касательными, а вектор $\mathbf{Q}$ — нет. Показан также типичный импульс спиновых флуктуаций $\mathbf{q}$ и локальная координатная система, удобная для рассмотрения фермионных процессов вблизи ферми-поверхности.

$\mathbf{p} + \mathbf{Q}'$ на рис. 4 или точек, лежащих напротив друг друга на сферической ферми-поверхности. В этом случае сингулярности, связанные с $2p_F$ -рассеянием в обычной ферми-жидкости, качественно меняют картину.

3. Рассеяние на спиновых флуктуациях не соединяет какие-либо точки на ферми-поверхности (или линии). В этом случае фермионы приводят лишь к аналитическим поправкам к свойствам спиновых флуктуаций и наоборот, так что обе подсистемы могут рассматриваться как независимые. Мы не будем здесь обсуждать этот случай.

4.2.1. Общий случай. В этом случае фермионная собственная энергия приобретает сингулярную частотную зависимость только в "горячих точках" (при $d = 2$) или на "горячих линиях" (при $d = 3$): $\Sigma \sim \omega \ln 1/\omega$ при $d = 3$ и $\Sigma \sim \sqrt{\omega}$ при $d = 2$. При удалении от горячих точек и линий собственная энергия возвращается к обычному ферми-жидкостному виду. Так как критическое рассеяние существенно только для малой части ферми-поверхности, сингулярное поведение должно быть слабее, чем в случае ферромагнетиков. Например, теория дает для главного сингулярного вклада в теплоемкость трехмерного антиферромагнетика $T^{3/2}$, в отличие от $T \ln 1/T$, полученного для ферромагнетика. Этот результат можно пояснить следующим образом. Рассмотрим эффективное длинноволновое действие для спиновых флуктуаций после интегрирования по всем фермионным переменным. Главное влияние фермионов на это действие сказывается в появлении диссипативного члена в пропагаторе спиновых флуктуаций, принимающем вид

$$D_{AF}(\omega, \mathbf{q}) = \frac{1}{|\omega| + D'|\mathbf{q} - \mathbf{Q}|^2}. \quad (23)$$

Типичная частота этих флуктуаций пропорциональна как $A|\mathbf{q} - \mathbf{Q}|^2$, приводя к плотности состояний $\nu_{AF} \sim \omega^{1/2}$. Такая плотность состояний дает теплоемкость $C \sim T^{3/2}$, которая также может быть пояснена в терминах электронов: в полосе шириной $T^{1/2}$ вокруг "горячей линии"

электронная собственная энергия меняется на большой множитель. Подобно этому, частота рассеяния велика вблизи "горячей точки", однако она оказывает малое влияние на транспортные свойства, поскольку такие электроны плотно окружены обычными электронами вне горячих точек [24]. Можно также найти, что температура Нееля меняется с давлением, как $T_N \sim (p - p_c)^{2/3}$.

Теоретический смысл полученных результатов основан на тех же аргументах, что и в рассмотренном выше ферромагнитном случае: можно показать, что спиновые флуктуации находятся выше своей критической размерности и описываются поэтому гауссовой моделью с пропагатором (23). Эффекты взаимодействия могут быть получены по теории возмущений. Однако эксперименты на квантовых критических антиферромагнетиках сильно отличаются от этих теоретических предсказаний (в отличие от ферромагнетиков, для которых эксперимент и теория согласуются). Известны несколько антиферромагнитных квантовых критических систем; во всех случаях $C \sim T \ln T$ и $T_N \sim (p - p_c)$ [25]. Происхождение этих несоответствий остается важной нерешенной проблемой.

4.2.2. Случай параллельных ("2p_F") касательных. Если антиферромагнитный волновой вектор $\mathbf{Q}$ соединяет две точки на ферми-поверхности с параллельными касательными, то кинематика рассеяния усложняется и анализ предыдущего раздела должен быть изменен. При $d = 3$ оказывается, что восприимчивость не может иметь максимума на этом волновом векторе, и такой случай не возникает. При $d = 2$ пропагатор спиновых флуктуаций принимает вид [26]

$$D(\omega, \mathbf{q}) = \frac{2\pi}{N \left[\text{Re} \sqrt{k_{\parallel} + (k_{\perp}^2/4) + i\omega} - b(k_{\parallel} - k_{\perp}^2/4) + \Delta \right]}. \quad (24)$$

Корневая особенность возникает от сингулярного электронного вклада при $2p_F$. Это сингулярное поведение является следствием большого фазового объема для рассеяния через ферми-линию и приводит к тому, что критические флуктуации сильно влияют на электроны, более того, $2p_F$ -особенности в функциях электронного отклика означают, что электроны вблизи ферми-линии, сильно затрагиваемые критическим рассеянием, оказывают большое влияние на критические флуктуации. Мы показали, что в общем случае это приводит к флуктуационно-индуцированному фазовому переходу первого рода, однако имеется один специальный случай, когда переход оказывается не первого рода. А именно, если удвоенный волновой вектор упорядочения $\mathbf{Q}$ равен вектору обратной решетки $\mathbf{G}$: $2\mathbf{Q} = \mathbf{G}$, то пропагатор спиновых флуктуаций становится менее сингулярным, флуктуации слабее и переход оказывается второго рода и характеризуется показателем, вычисленным в $1/N$ -разложении. Если величина $|2\mathbf{Q} - \mathbf{G}|$ мала, ($T = 0$)-переход оказывается первого рода, но со слабым скачком и широким скейлинговым режимом [26, 27].

4.3. Спин-зарядовое разделение в t - J -модели

Более сильное нарушение теории ферми-жидкости происходит в двумерной t - J -модели, возможно имеющей отношение к высокотемпературным сверхпроводникам. Фундаментальная идея, высказанная Андерсоном с соав-

торами [28] и детально разработанная Ли [29] и Ларкиным и Иоффе [30], заключается в том, что происходит "спин-зарядовое разделение". А именно, что электрон вовсе не является элементарным возбуждением; вместо этого правильными возбуждениями являются бесспиновые носители заряда и нейтральные спины. Наиболее изученный и перспективный вариант этой идеи состоит в разделении электрона на бозон b с зарядом e и нейтральный $S = 1/2$ фермион f : $c_{i\sigma}^\dagger = b_i f_{i\sigma}^\dagger$. В этом представлении состояния, доступные в t - J -модели (в которой исключаются дважды заполненные состояния), содержат на каждом узле один нейтральный фермион или один заряженный бозон, т.е. условие отсутствия двойного заполнения имеет вид $b_i^\dagger b_i + f_{i\sigma}^\dagger f_{i\sigma} = 1$. Фермионы предполагаются заполняющими море состояний, а плотность бозонов равна допированию, т.е. разнице между электронной плотностью и плотностью наполовину заполненной зоны. Если бозоны конденсируются, то ферми-жидкостное поведение восстанавливается с квази-частичным весом порядка амплитуды бозе-конденсации; сильное неферми-жидкостное поведение имеет место, если бозоны несконденсированны. В существующих моделях бозе-конденсация при $T = 0$ происходит неизбежно, однако возможно, что бозоны остаются несконденсированными в широкой экспериментальной области температур. Температура бозе-конденсации может быть сделана сколь угодно малой в пределе низкого допирования (однако более аккуратное рассмотрение показывает, что бозоны вряд ли не испытывают конденсации в области параметров существенных для ВТСП-купратов). Разделение электрона на бозон и фермион приводит к локальной калибровочной инвариантности $b_i \rightarrow b_i \exp(i\phi)$, $f_i \rightarrow f_i \exp(i\phi)$; это дает внутреннее калибровочное поле, связанное со всеми степенями свободы. Экранировка калибровочного поля электрон-дырочными парами приводит к калибровочному пропагатору в виде (4) с $N = 2$. Влияние калибровочного поля на бозоны было также рассмотрено в различных аналитических и численных приближениях. Если масса бозона больше массы фермиона, то при помощи теории возмущений можно показать, что влияние калибровочного поля на бозоны мало [31]. В противоположном пределе аналитическое рассмотрение показывает, что бозоны стремятся к фазовому разделению на капли (droplets) [32], но численный анализ показывает, что может существовать численно большой интервал параметров с интересными свойствами [33].

4.4. Взаимодействие с локализованными степенями свободы и маргинальная ферми-жидкость

Альтернативный подход к неферми-жидкостному поведению состоит во взаимодействии фермиевского моря с набором локализованных возбуждений. Такой подход возникает в связи с теорией тяжелофермионных материалов, учитывающей связь электронов проводимости с локальными моментами [34]. Это обычно приводит к ферми-жидкостному поведению, однако нельзя исключить появление неферми-жидкостного поведения в некоторых специальных случаях. Другими причинами возникновения этого подхода являются попытки рассмотрения "маргинальной ферми-жидкостной" феноменологии ВТСП [35]. Вкратце, "маргинальность ферми-жидкости" предполагает, что система фермионов сохраняет свою латтинжеровскую ферми-поверхность, но

приобретает частоту релаксации $\Gamma \propto \max(|\omega|, T)$ с коэффициентом пропорциональности порядка единицы. Далее, предполагается, что релаксация однородна вокруг ферми-поверхности и обусловлена рассеянием на большие углы и определяет поэтому dc- и оптическую проводимость. Позднее было обнаружено, что такой анзац не дает адекватного описания холловского угла или оптической проводимости при промежуточных частотах, однако остался нерешенный интересный теоретический вопрос: может ли какая-либо фермионная модель в размерности $d > 1$ иметь такое поведение?

Большие усилия были приложены для создания модели, которая бы имела такие свойства хотя бы при больших частотах или температурах. Их результат, в основном, отрицательный. Тем не менее до сих пор не доказано, что такая модель, в принципе, не существует, более того, недавние попытки на основе концепции локальных мод Майораны могут завершиться успехом.

Любая самосогласованная модель маргинальной ферми-жидкости должна сильно отличаться от рассеяния на сингулярных модах, обсуждавшихся в предыдущих разделах, потому что рассеяние во всех подобных моделях происходит благодаря бозонным модам, которые становятся мягкими в специальной точке импульсного пространства, приводя, преимущественно, к рассеянию вперед (как в случае квантового критического ферромагнетика или калибровочного поля) или к сильной анизотропии на ферми-поверхности (как в случае квантового критического антиферромагнетика). Очевидно, это не то, что требуется для маргинальной ферми-жидкости так, как она определена выше. Вместо этого хотелось бы создать модель, в которой электроны рассеиваются на бездисперсионных модах с пропагатором, мнимая часть которого постоянна при $\omega > T$ и пропорциональна ω/T при $\omega < T$. Наиболее перспективная реализация использует локализованную (бездисперсионную) моду [36], приводящую, например, к рассеянию, показанному на рис. 5а. Вычисление этой диаграммы дает

$$\Sigma(\omega) \sim \int G_{\text{el}}^2(t, r=0) G_{\text{f}}(t) \exp(i\omega t) dt;$$

предполагая, что локализованные фермионы имеют нулевую энергию, получим их функцию Грина в виде $G_{\text{f}}(t) = 1/t$, что дает $\text{Im}\Sigma(\omega) \propto \omega$, как и требуется для маргинальной ферми-жидкости.

Главная трудность этой модели заключается в ее несамосогласованности или инфракрасной неустойчивости, так как в том же порядке теории возмущений, который дает желаемую $\Sigma(\omega)$, возникает вклад (диаграмма на рис. 5б) в собственную энергию локализованных

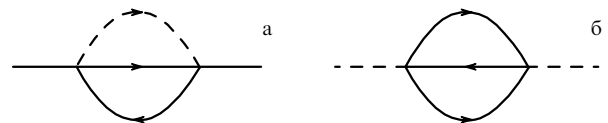


Рис. 5. Главная собственно-энергетическая поправка к функции Грина делокализованного электрона (сплошная линия), обусловленная рассеянием на локализованных фермионных модах (штриховая линия) (а). Вклад в собственную энергию локализованных мод, который, в общем случае, отодвигает их от ферми-поверхности и сообщает дисперсию (б).

ных фермионов, отодвигающий их от ферми-поверхности и сообщающий дисперсию. Эти трудности удается избежать в моделях, в которых сдвиг энергии устраняется точным подбором параметров и которые затем рассматриваются в пределе $d \rightarrow \infty$, устраняющем дисперсию [37]. Альтернативный подход использует представление локальных степеней свободы в виде действительных фермионов, введенных Майораной в 1937 г. Идея заключается в том, что обычные фермионы могут быть представлены в виде суммы $\psi = \phi_1 + i\phi_2$ двух действительных фермионных полей; так как $\phi^2 \equiv 0$, действие, зависящее лишь от действительных ферми-полей не может содержать член $E\phi^2$ и, следовательно, такие фермионы всегда остаются вблизи ферми-поверхности [38].

Действительные локализованные фермионы являются, безусловно, экзотическими объектами, однако они появляются при описании низкоэнергетических возбуждений по крайней мере в одной микроскопической модели, а именно, двухканальной модели Кондо содержащей электроны двух сортов, взаимодействующие со спиновыми примесями $\sigma = 1/2$ посредством обычного гамильтониана Кондо

$$H_K = J \sum_{n=1,2} c_{\alpha n}^\dagger \sigma_{\alpha\beta} c_{\beta n} S. \quad (25)$$

Дополнительная симметрия, связанная с наличием двух электронных цветов, обеспечивает исчезновение энергетического сдвига. В отличие от обычной проблемы Кондо, эта модель не имеет качественно простого основного состояния, потому что как неэкранированное состояние (которое можно рассматривать как нулевое приближение при малых J), так и перезэкранированное (нулевое приближение при больших J) нестабильны. Чтобы построить правильное основное состояние и увидеть формирование майорановской фермионной нулевой моды, необходимо произвести нелокальные операторные преобразования [38]. Важно отметить, что зарядовые и спиновые степени свободы полностью независимы и имеют одинаковые корреляторы в невзаимодействующем газе; можно поэтому заменить спин, взаимодействующий с двумя газами электронов (25), на спин, взаимодействующий со спином и зарядом в *одном и том же* электронном газе

$$\tilde{H}_K = J \sum (c_\alpha^\dagger \sigma_{\alpha\beta} c_\beta + \tilde{c}_\alpha^\dagger \tau_{\alpha\beta} \tilde{c}_\beta) S, \quad (26)$$

где

$$\tilde{c} = \begin{pmatrix} c_\uparrow \\ c_\downarrow \end{pmatrix}$$

— спинор Намбу, τ — матрица Паули по изоспину, связанному с зарядом. Преобразование от (25) к (26) сильно нелокально с точки зрения электронных операторов, но его преимущество состоит в том, что теперь взаимодействие может быть переписано как

$$\tilde{H}_K = J(\phi_r \eta_r)^2,$$

где ϕ_r обозначает три (из четырех) действительных компонент операторов $c_\uparrow = 1/\sqrt{2}(\phi_1 - i\phi_2)$ и $c_\downarrow = -1/\sqrt{2}(\phi_3 + i\phi_0)$; мы использовали представление

Майораны спиновых $1/2$ операторов $S = \eta \times \eta$. В такой окончательной форме видно появление локальной Z_2 калибровочной инвариантности, которую разрушила бы гибридизация между спином и делокализованными электронами. Эта мода наиболее адекватно описывается майорановским фермионом.

В этой модели отсутствует гибридизация между майорановским фермионом и зоной проводимости, однако взаимодействие майорановских фермионов разных узлов через промежуточное состояние, содержащее три фермиона, в общем случае сообщает им дисперсию, разрушая маргинальность ферми-жидкости. Однако масштаб энергий, на котором дисперсия становится существенной, еще не был найден в двухканальной модели Кондо; он может оказаться малым, так как майорановский фермион взаимодействует с тремя делокализованными фермионами, связанными с электронами посредством сильно нелокального преобразования.

4.5. Псевдощель в ВТСП-купратах

Другой тип неферми-жидкостного поведения проявляют недодопированные ВТСП-купраты. При высоких температурах ($T > 200$ К) фотоэмиссионные измерения электронной функции Грина показывают, что эти материалы имеют большую (латтинжеровскую) ферми-поверхность [39] в соответствии с предсказаниями зонной структуры. При уменьшении температуры ниже "псевдощелевого масштаба" порядка 200 К открывается щель, уничтожающая часть ферми-поверхности вблизи импульсов $(0, \pi)$ и $(\pi, 0)$, но не меняющая ферми-поверхность вблизи диагонали зоны $(\pi/2, \pi/2)$. При уменьшении T ниже $T_c \sim 60-80$ К псевдощель плавно превращается в $d_{x^2-y^2}$ сверхпроводящую щель.

Это неферми-жидкостное поведение в сильном смысле, так как происходит уничтожение части ферми-поверхности без возникновения дальнего порядка. Оно отличается от рассмотренных выше типов неферми-жидкостного поведения в том, что плотность состояний скорее убывает, чем растет (например, теплоемкость убывает быстрее, чем T). Теоретические объяснения используют зарождение спаривания [40–43] или антиферромагнитные неустойчивости [27, 44, 45]. Главный нерешенный вопрос состоит в том, каким образом возникают флуктуации, достаточно сильные для того, чтобы создать псевдощель без возникновения дальнего порядка или, по крайней мере, с корреляционной длиной, достаточно быстро убывающей с температурой.

5. Заключение

Для трех- и двумерных чистых материалов ферми-жидкостное поведение оказывается удивительно прочным свойством. Теоретически, единственными твердо установленными ситуациями, в которых чистые материалы остаются металлами, но приобретают неферми-жидкостные свойства, являются: (а) окрестность квантовой критической точки и (б) теория Гальперина, Ли и Рида наполовину заполненного уровня Ландау; эти системы проявляют лишь "слабое неферми-жидкостное" поведение. При $d = 2$ предсказанные теоретически отклонения от обычного поведения выражены сильнее и содержат возможную расходимость обобщенной (stag-

gered) восприимчивости на волновом векторе $Q = 2p_F$. Главными проблемами, возникающими в экспериментах на чистых материалах являются: (а) критическое поведение металлов вблизи антиферромагнитной квантовой критической точки, которое не согласуется с теоретическими предсказаниями и (б) поведение ВТСП-купратов в оптимально допированном и недоподопированном режимах.

Благодарность. А.Дж. Миллис благодарит NSF-DMR-9707701 за поддержку.

Список литературы

- Devreese J T, Evrard R P, Van Doren V E (Eds) *Highly Conducting One Dimensional Solids* (New York: Plenum Press, 1979)
- Altshuler B L, Aronov A G, in *Electron-electron Interactions in Disordered Systems* Ch. 1 (Modern Problems in Condensed Matter Sciences, Vol. 10, Eds A L Efros, M Pollak) (Amsterdam: North Holland, 1985)
- Prange R E, Girvin S M (Eds) *The Quantum Hall Effect* (New York: Springer-Verlag, 1990)
- "Proceedings of the Institute for Theoretical Physics Conference on Non-Fermi-Liquid Behaviour in Metals" *J. Phys. C* **8** 9675 (1996)
- Абрикосов А А, Горьков Л П, Дзялошинский И Е *Методы квантовой теории поля в статистической физике* (Москва: Физматгиз, 1962)
- Shankar R *Rev. Mod. Phys.* **66** 129 (1994)
- Anderson P W *Phys. Rev. Lett.* **71** 1220 (1993)
- Yokoyama K, Fukuyama H *J. Phys. Soc. Jpn.* **66** 529 (1997)
- Engelbrecht J R, Randeria M *Phys. Rev. B* **45** 12419 (1992)
- Castellani C, Di Castro C, Metzner W *Phys. Rev. Lett.* **72** 316 (1994)
- Pfleiderer C et al. *Phys. Rev. B* **55** 8330 (1997)
- Grosche F M et al. *Physica B* **206–207** 20 (1995)
- Hertz J A *Phys. Rev. B* **14** 1165 (1976)
- Millis A J *Phys. Rev. B* **48** 7183 (1993)
- Belitz D, Kirkpatrick T R, Vojta T *Phys. Rev. B* **55** 9452 (1997)
- Altshuler B L, Ioffe L B, Millis A J *Phys. Rev. B* **50** 14048 (1994)
- Khveshchenko D V *Phys. Rev. B* **52** 4833 (1995); Khveshchenko D V, Stamp P C E *Phys. Rev. B* **49** 5227 (1994)
- Kwon H-J, Houghton A, Marston J B *Phys. Rev. B* **52** 8002 (1995)
- Holstein T, Norton R E, Pincus P *Phys. Rev. B* **8** 2649 (1973)
- Reizer M Yu *Phys. Rev. B* **40** (1989)
- Halperin B I, Lee P A, Read N *Phys. Rev. B* **47** 7312 (1993)
- Kalmeyer V, Zhang S -C *Phys. Rev. B* **46** 9889 (1992)
- Мигдал А А *ЖЭТФ* **32** 633 (1957)
- Hlubina R, Rice T M *Phys. Rev. B* **51** 9253 (1995)
- Julian S R et al. *J. Phys. C* **8** 9675 (1996); von Lohneysen H J. *Phys. C* **8** 9689 (1996) (Ref. [4])
- Altshuler B L, Ioffe L B, Millis A J *Phys. Rev. B* **52** 5563 (1995)
- Chubukov A V, Morr D K *Phys. Rep.* **288** 355 (1997)
- Baskaran G, Zou Z, Anderson P W *Solid State Commun.* **63** 973 (1987)
- Lee P A *Phys. Rev. Lett.* **63** 680 (1989)
- Ioffe L B, Larkin A I *Phys. Rev. B* **39** 8988 (1989)
- Ioffe L B, Kotliar G *Phys. Rev. B* **42** 10348 (1990)
- Feigel'man M V et al. *Phys. Rev. B* **48** 16641 (1993)
- Lee D K K, Kim H H, Lee P A *Phys. Rev. Lett.* **76** 4801 (1996)
- Lee P A et al. *Comm. Cond. Matt. Phys.* **12** 99 (1986)
- Varma C M et al. *Phys. Rev. Lett.* **63** 1996 (1989)
- Ruckenstein A E, Varma C M *Physica C* **185–189** 134 (1991)
- Si Q, Kotliar G *Phys. Rev. B* **48** 13881 (1993)
- Coleman P, Ioffe L B, Tsvelik A M *Phys. Rev. B* **52** 6611 (1995)
- Shen Z-X, Dessau D S *Phys. Rep.* **253** 1 (1995)
- Trivedi N, Randeria M *Phys. Rev. Lett.* **75** 312 (1995)
- Altshuler B L, Ioffe L B, Millis A J *Phys. Rev. B* **53** 415 (1996)
- Geshkenbein V B, Ioffe L B, Larkin A I *Phys. Rev. B* **55** 3173 (1997)
- Emery V J, Kivelson S A *Nature* (London) **374** 434 (1995)
- Vilk Y, Tremblay A M S *Europhysics Letters* **33** 159 (1996)
- Emery V J, Kivelson S A, Zachar O *Phys. Rev. B* **56** 6120 (1997)

Non-Fermi-liquid metals

L.B. Ioffe

Physics Department, Rutgers University,
Piscataway, NJ 08855

Tel. (732) 445-46 05. Fax (732) 445-44 00

E-mail: ioffe@physics.rutgers.edu

L.D. Landau Institute for Theoretical Physics, Russian Academy of Sciences,
ul. Kosygina 2, 117334 Moscow, Russia

A. J. Millis

Department of Physics and Astronomy
The Johns Hopkins University

3400 North Charles Street,

Baltimore, MD 21218, U.S.A.

Tel. (410) 516-85 86. Fax (410) 516-72 39

E-mail: millis@pha.jhu.edu

The experimental discovery of a number of 'strange metals' has reopened the question of the low temperature behavior of interacting Fermi systems. Here we provide a subjective overview of some aspects of the resulting theoretical work. It seems to us that from a theoretical standpoint Landau's Fermi-liquid theory has proven to be a remarkably robust description of clean Fermi systems. The only well documented theoretical examples of non-Fermi-liquid behavior are metals subject to gauge interactions or at quantum critical points. The experimental anomalies which prompted the reexamination of Fermi-liquid theory remain in many cases mysterious.

PACS numbers: **71.10.-w**, **71.20.-b**, **71.22. + i**, **71.90. + q**

Bibliography — 45 references

Received 5 March 1998