

К 90-ЛЕТИЮ СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ Л.Д. ЛАНДАУ

Сверхтекучесть, сверхпроводимость и магнетизм в мезоскопике

А.Ф. Андреев

Выяснена природа сверхтекучего, сверхпроводящего и магнитного упорядочений в мезоскопических системах в условиях, когда расстояние между дискретными одночастичными уровнями энергии в них значительно превосходит температуру и критическую температуру упорядочения. Упорядочение определяется как спонтанное нарушение симметрии, причем калибровочная инвариантность и обращение времени, соответственно, являются по определению нарушаемыми симметриями для сверхтекучести (и сверхпроводимости) и магнетизма. Сверхтекучесть и сверхпроводимость осуществляются в термодинамически равновесных состояниях с нецелым средним числом частиц и характеризуются спонтанным нарушением однородности времени. В ферми-системах возможны два типа сверхтекучести и сверхпроводимости, характеризуемых наличием двух- или одночастичного "конденсата". Последний случай замечателен тем, что в нем происходит спонтанное нарушение инвариантности относительно таких фундаментальных преобразований, как пространственные вращения на угол 2π и двойное обращение времени. Обсуждаются возможные эксперименты с металлическими наночастицами и ультрахолодными атомными газами в магнитных ловушках.

PACS numbers: 11.30.-j, 73.23.-b, 74.25.-q, 75.45.+j

Содержание

1. Введение (655).
2. Основные определения (655).
3. Сверхтекучесть в бозе-системах (656).
4. Сверхтекучесть и сверхпроводимость ферми-систем (658).
5. Реализация сверхтекучих и сверхпроводящих состояний (658).
6. Сверхпроводящие фазовые переходы (659).
 - 6.1. Система ND_1N .
 - 6.2. Система ND_2N .
 - 6.3. Система SD_2S .
 - 6.4. Система SD_1S .
7. Магнетизм (661).
8. Эксперименты (662).
- Список литературы (663).

1. Введение

Посвящая данную работу 90-летию великого физика Льва Давидовича Ландау, следует подчеркнуть, что сверхтекучесть, сверхпроводимость и магнетизм — это явления, в существенной степени определяющие лицо современной физики, и что именно эти явления наиболее тесно связаны с именем Ландау.

Сверхтекучесть, сверхпроводимость и магнетизм — типичные макроскопические квантовые явления, обусловленные наличием в системе дальнего порядка соответ-

ствующего типа. Наиболее фундаментальным свойством того или иного типа порядка является, по Ландау [1], изменение симметрии системы, или говоря современным языком, спонтанное нарушение симметрии. Переход системы из нормального состояния в сверхтекучее или сверхпроводящее сопровождается спонтанным нарушением симметрии относительно калибровочных преобразований. Магнитное упорядочение сопровождается спонтанным нарушением симметрии относительно изменения знака времени. Тот факт, что именно изменение симметрии является фундаментальным свойством вещества в упорядоченном состоянии, был весьма ярко продемонстрирован Гинзбургом и Ландау [2] задолго до появления теории Бардина – Купера – Шриффера (БКШ), показавшими, что из одних только соображений симметрии можно вывести все основные свойства сверхпроводников.

Основная цель настоящей работы, являющейся развитием результатов, опубликованных в [3, 4] — показать весьма своеобразную природу явлений сверхтекучести, сверхпроводимости и магнетизма в мезоскопике, где они предстают в своем простейшем, можно сказать, примитивном виде. Особенно интересно, что при этом спонтанному нарушению могут подвергаться такие фундаментальные симметрии, как однородность времени, пространственные повороты на угол 2π и двойное обращение времени.

2. Основные определения

Прежде всего необходимо дать определение мезоскопии. Для термодинамически равновесных явлений мы будем использовать следующее определение.

А.Ф. Андреев. Институт физических проблем им. П.Л. Капицы РАН, 117973, ГСП-1, Москва, ул. Косыгина 2, Россия
Тел. (095) 938-20-29
Факс (095) 938-20-30
E-mail: andreev@kapitza.ras.ru

Статья поступила 2 марта 1998 г.

Мезоскопическая система (как и макроскопическая) получается из конечной системы в результате предельного перехода $N \rightarrow \infty$ (и $V \rightarrow \infty$), где N — число частиц, V — объем. Однако одновременно с этим необходимо, во-первых, неограниченно понижать температуру $T \rightarrow 0$ и, во-вторых, неограниченно повышать чувствительность измерений. Понижение температуры обеспечивает квантовую когерентность во всей сколь угодно большой системе. В сочетании с повышением чувствительности измерений это обеспечивает характерное для мезоскопии свойство — изменение числа частиц в системе на единицу, $\Delta N = 1$, дает конечный (измеримый) эффект несмотря на то, что $N \rightarrow \infty$. Вместо слов "повышение чувствительности измерений" можно говорить об изменении шкалы для ΔN без изменения шкалы для N , так что в результате предельного перехода к мезоскопии из одной переменной N мы получаем по существу две различные переменные: ΔN и $N \rightarrow \infty$.

В мезоскопии в отличие от конечных систем возможны фазовые переходы и, вообще, характерные для макроскопии особенности термодинамических величин. Однако изменение характера предельного перехода обуславливает качественные различия в поведении макроскопических и мезоскопических систем.

В качестве конкретных реализуемых экспериментально примеров мезоскопических систем можно привести системы большого числа нейтральных ультрахолодных атомов в магнитных ловушках [5–7] и металлические наночастицы при сверхнизких температурах [8–10].

Имеется два различных предельных случая мезоскопии. В первом случае предельный переход $N \rightarrow \infty$ выполняется так, что имеет место условие $T, T_c \gg \delta\epsilon$, где T_c — критическая температура перехода в упорядоченное состояние, $\delta\epsilon$ — характерная разность энергий соседних квантованных уровней одной частицы в объеме системы. При этом характер упорядочения по существу такой же, как в макроскопии. К сверхпроводящим частицам в силу теоремы Андерсона [11] применима теория БКШ, что фактически имеет место в мезоскопических системах, описанных в [8, 9]. Переход системы бозе-атомов в магнитных ловушках в сверхтекучее состояние может быть описан как появление бозе-конденсата. (В экспериментах [5–7] для осуществления этого необходимо, чтобы число захваченных частиц было достаточно велико: $N > 10^3$.) Вообще, в данном случае упорядочение, в том числе и магнитное, можно описывать как появление дальнего порядка.

Второй случай, который только и будет рассматриваться в настоящей работе, соответствует обратному неравенству: $T, T_c \ll \delta\epsilon$. Такие системы могут быть названы мезоскопическими квантовыми точками, поскольку в них (несмотря на большие размеры) степени свободы, связанные с движением частиц в пространстве, можно считать полностью вымерзшими. Фактически речь идет о металлических частицах типа реализованных Ралфом и др. [10] или об атомах в магнитных ловушках [5–7] при $N < 10^3$.

Ключевым моментом является вопрос о критерии упорядочения в мезоскопических квантовых точках. Использовались различные определения сверхпроводимости и сверхтекучести, основанные на эффекте четности (различие функций $E_o(N)$ и $E_c(N)$, получаемых в результате аналитического продолжения по N энергии системы с целых нечетных $E_o(N)$ и целых четных $E_c(N)$)

чисел фермионов N , см., например, [10]), сильной парной корреляции фермионов, большом числе бозонов в одном квантовом состоянии и т.д. Подобного типа критерии в области мезоскопических квантовых точек не являются однозначными критериями упорядочения, поскольку указанные свойства в той или иной мере всегда присущи системе, т.е. как в сверхпроводящем или сверхтекучем, так и в нормальном состояниях. В соответствии со сказанным во введении мы будем использовать критерий, основанный на симметрии системы. Мезоскопическая система, по определению, является сверхтекучей (если образующие ее частицы нейтральны) или сверхпроводящей (если частицы имеют заряд), если ее состояния не инвариантно относительно калибровочных преобразований $\Psi \rightarrow \Psi \exp(i\phi)$, где Ψ — операторы рассматриваемых частиц, ϕ — постоянная. Система нормальна, если состояние инвариантно относительно калибровочных преобразований. Аналогично система магнитно упорядочена или нет в зависимости от того, нарушается спонтанно или нет симметрия относительно обращения времени.

Поскольку в мезоскопии с необходимой точностью, очевидно, не существует никаких чисто пространственных элементов симметрии, симметрия гамильтониана исчерпывается калибровочными преобразованиями и обращением времени. Сверхтекучесть, сверхпроводимость и магнетизм, таким образом, исчерпывают собой все типы упорядочения в мезоскопии. Мы отвлекаемся здесь от возможности упорядочений типа спинового нематика [12], связанного с приближенной обменной симметрией [13].

В мезоскопии невозможны такие характерные для макроскопии проявления сверхтекучести и сверхпроводимости как незатухающие токи, эффект Мейснера, дальний порядок. Однако согласно нашему определению система в упорядоченном состоянии характеризуется некоторой фазой, не инвариантной относительно калибровочных преобразований. Поэтому при наличии ряда упорядоченных подобным образом систем, последовательно связанных между собой туннельными контактами, можно осуществить незатухающие токи в совокупной системе.

3. Сверхтекучесть в бозе-системах

Переходя к выяснению природы сверхтекучести и сверхпроводимости в мезоскопических точках, т.е. природы спонтанного нарушения калибровочных преобразований, предположим сначала для простоты, что эти преобразования есть единственные преобразования симметрии, а обращение времени явным образом нарушено путем приложения достаточно сильного внешнего магнитного поля. При этом единственной степенью свободы, которая, вообще говоря, не является вымерзшей в рассматриваемых системах при $T \rightarrow 0$, является полное число частиц. Рассмотрим термодинамику системы, предполагая сначала, что она состоит из бозе-частиц.

Пусть $|N\rangle$ и $E(N)$ есть соответственно основное состояние системы с определенным (целым) числом частиц N и энергия этого состояния. Совокупность состояний $|N\rangle$ со всеми возможными N образует квантовомеханический полный набор состояний. Все они инвариантны относительно калибровочных преобразований, поскольку генератором этих преобразований

является оператор $\hat{N}$ числа частиц:

$$|N\rangle \rightarrow \exp(i\hat{N}\phi)|N\rangle = \exp(iN\phi)|N\rangle \propto |N\rangle. \quad (1)$$

Перейдем с помощью унитарного преобразования $U = \exp[(i/\hbar)\mu\hat{N}t]$ в систему отсчета, "вращающуюся" с угловой скоростью $\mu/\hbar$ (μ — химический потенциал). Имеется в виду вращение не в координатном пространстве, а в пространстве "параметра порядка", в котором роль угла поворота играет параметр ϕ калибровочного преобразования так, что во вращающейся системе $\phi = (\mu/\hbar)t$. Согласно основным принципам статистики равномерное вращение не нарушает термодинамическое равновесие, и при $T = 0$ система находится в основном состоянии, соответствующем минимуму энергии $E'(N, \mu) = E(N) - \mu N$ во вращающейся системе при заданном μ (большое каноническое распределение, см. [14]). При изменении μ минимуму E' будут соответствовать различные целые N . На рисунке 1 представлены зависимости (прямые) $E' = E'(N, \mu)$ при различных N (рис. 1а) и зависимость от μ равновесного среднего

числа частиц $\langle N \rangle = -\partial E'/\partial \mu$ (рис. 1б), соответствующая сплошной линии $E' = E'(\mu)$ на рис. 1а. В точке $\mu = \mu_c(N)$ пересекаются прямые, соответствующие N и $N+1$, так что в интервале $\mu_c(N_c - 1) < \mu < \mu_c(N_c)$ осуществляется $\langle N \rangle = N_c$, N_c — некоторое большое целое число.

Кривые на рис. 1 показывают, что специфика термодинамического поведения мезоскопических квантовых точек заключается в том, что любое изменение среднего числа частиц $\langle N \rangle$ при изменении их химического потенциала происходит в результате своеобразных фазовых переходов I рода. На диаграмме (E', μ) на рис. 1а имеются точки $A, B, \dots$ фазовых переходов между фазами $N = N_c - 1, N_c, N_c + 1, \dots$. Этим точкам на диаграмме $(\langle N \rangle, \mu)$ на рис. 1б соответствуют конечные области (вертикальные отрезки CD и EF) "сосуществования фаз". В мезоскопике сосуществование фаз должно описываться определенной волновой функцией. Точкам на кривой EF соответствуют основные состояния $|\bar{N}\rangle$ с нецелым средним числом частиц $\langle N \rangle = \bar{N}$ вида

$$|\bar{N}\rangle = u|N_c\rangle + v\exp(i\phi)|N_c + 1\rangle, \quad (2)$$

где $u > 0, v > 0$, причем $u^2 + v^2 = 1$, ϕ — некоторая фаза; несущественный общий фазовый множитель выбран так, чтобы сделать положительным коэффициент при $|N_c\rangle$. Среднее число частиц $\langle N \rangle = \bar{N}$ в состоянии (2) равно $N_c + v^2$.

Тот факт, что сосуществование фаз описывается волновой функцией, а не, например, матрицей плотности с нулевыми недиагональными элементами, связан с большими размерами ($N \rightarrow \infty, V \rightarrow \infty$) мезоскопических систем. Во всяком случае можно сказать так: относительную скорость трех перечисленных в разделе 2 предельных переходов, определяющих мезоскопiku, следует выбирать так, чтобы в пределе сосуществование фаз осуществлялось в чистом состоянии. Мы вернемся к данному вопросу ниже в разделах 5 и 6, а сейчас заметим лишь следующее.

При изменении μ вблизи критического значения $\mu = \mu_c \equiv \mu_c(N_c)$ на рис. 1а имеется два состояния с близкими $E'(\mu)$. Одно соответствует основному состоянию и обозначено сплошной ломаной линией

$$E'_1(\mu) = \begin{cases} E'(N_c, \mu) & \text{при } \mu < \mu_c, \\ E'(N_c + 1, \mu) & \text{при } \mu > \mu_c, \end{cases}$$

второе — пунктирной ломаной линией:

$$E'_2(\mu) = \begin{cases} E'(N_c + 1, \mu) & \text{при } \mu < \mu_c, \\ E'(N_c, \mu) & \text{при } \mu > \mu_c. \end{cases}$$

При $\mu \neq \mu_c$ термодинамическому равновесию соответствует лишь первое состояние, поскольку его $E'(\mu)$ меньше. В самой критической точке энергии обоих состояний совпадают, но снова лишь $E'_1(\mu)$ удовлетворяет термодинамическому неравенству

$$\frac{\partial \langle N \rangle}{\partial \mu} = -\frac{\partial^2 E'}{\partial \mu^2} > 0.$$

Таким образом, для мезоскопических систем при $\mu = \mu_c$ имеется лишь одно устойчивое состояние; одно, но с неопределенной фазой ϕ . Это есть состояние (2).

Действие калибровочного преобразования $\exp(i\hat{N}\phi)$ на состояние (2) переводит его в состояние того же вида,

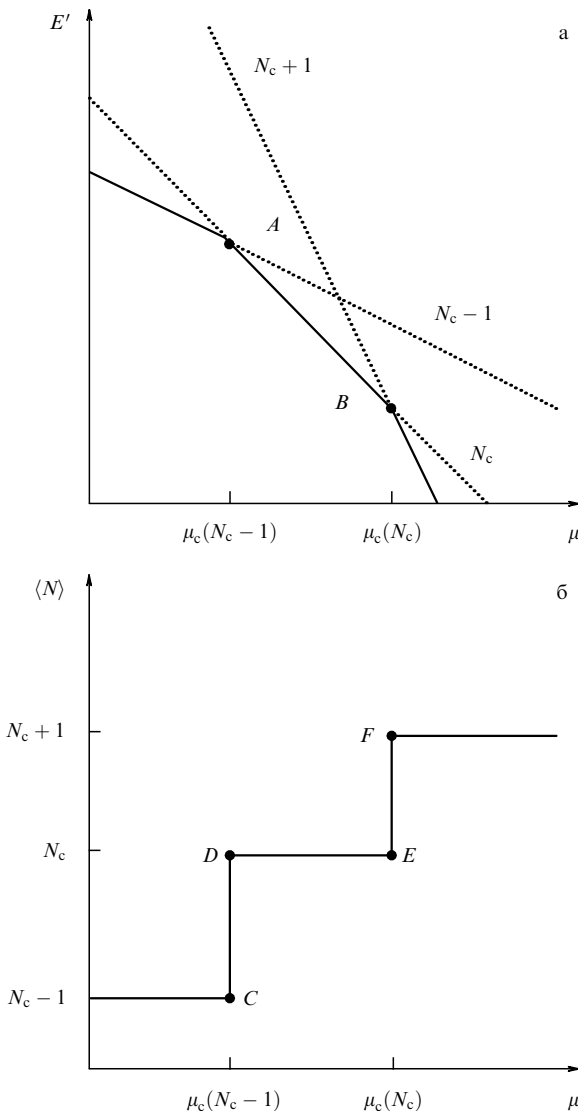


Рис. 1. Зависимость энергии во "вращающейся" системе (а) и среднего числа частиц (б) от химического потенциала в системах бозе-частиц.

но с измененной фазой φ : $\varphi \rightarrow \varphi + \phi$. Согласно нашему определению, состояния вида (2) являются, следовательно, сверхтекучими. Таким образом, имеется два типа основных состояний мезоскопических систем:

1) нормальные вида (1), характеризующиеся определенным (целым) числом частиц (горизонтальные отрезки на рис. 1б);

2) сверхтекучие вида (2) с нецелым средним числом частиц (вертикальные отрезки на рис. 1б).

Сверхтекучие состояния (2) характеризуются неравным нулю средним $\langle \Psi \rangle$, которое можно рассматривать в качестве параметра порядка, описывающего спонтанное нарушение калибровочной инвариантности. В этом смысле мезоскопическая сверхтекучесть подобна макроскопической. Однако в макроскопике $\langle \Psi \rangle \neq 0$ означает наличие одночастичного бозе-конденсата, т.е. наличие у Ψ -оператора c -числовой части. Последняя связана с эквивалентностью состояний с числами частиц N и $N + 1$, что имеет место в макроскопике, но не в мезоскопике.

Специфика рассматриваемого случая заключается в том, что вырождение основного состояния, характерное для систем со спонтанным нарушением симметрии, имеет место во вращающейся системе отсчета. Состояние (2) есть линейная суперпозиция состояний $|N_c\rangle$ и $|N_c + 1\rangle$ с одинаковой энергией во вращающейся системе. В лабораторной системе отсчета состояние (2) является суперпозицией двух состояний с различной энергией. Сверхтекучие основные состояния, таким образом, не являются стационарными. Но они являются, как мы видели, термодинамически равновесными. Мы приходим к интересному выводу о том, что в мезоскопике сверхтекучесть сопровождается спонтанным нарушением однородности времени. Поскольку в состояниях (2) смешиваются два (а не более) собственных значения энергии, сверхтекучие состояния оказываются периодическими во времени с периодом $2\pi\hbar/\Delta E = 2\pi\hbar/\mu_c$, где ΔE — разность смешиваемых энергий.

Здесь полезно отметить аналогию с вращением в обычном координатном пространстве, где роль ϕ играет угол поворота, роль N — момент импульса M и роль химического потенциала μ — угловая скорость $\hbar\omega$. Рассмотрим мезоскопическое тело неправильной формы, которое может вращаться вокруг фиксированной оси. В состоянии термодинамического равновесия при заданном нецелом среднем значении сохраняющейся величины $M/\hbar$ и $T \rightarrow 0$ тело будет вращаться с угловой скоростью ω_c , определяемой из условия равенства во вращающейся системе отсчета энергий двух основных состояний с моментами $[(M)/\hbar]$ и $[(M)/\hbar] + 1$, где $[x]$ есть целая часть x . Равновесное состояние нестационарно, но периодически во времени с периодом $2\pi/\omega_c$.

4. Сверхтекучесть и сверхпроводимость ферми-систем

В применении к системам ферми-частиц изложенные соображения должны быть модифицированы. В ферми-системах энергия основного состояния $E(N)$, будучи вычислена с необходимой для мезоскопии точностью, явным образом содержит число частиц в комбинации $(-1)^N$. Для того, чтобы при больших N иметь дело лишь с квазинепрерывными функциями, необходимо ввести две разные функции $E_o(N)$ и $E_c(N)$ отдельно для нечет-

ных и четных значений числа частиц (эффект четности). Картина пересечения уровней энергии на рис. 1а меняется: прямые, соответствующие нечетным N , должны быть параллельно сдвинуты вверх или вниз (в зависимости от характера взаимодействия) относительно прямых с четными N . Это приводит к тому, что на сплошной кривой, соответствующей основному состоянию, при увеличении сдвига участки с четными N будут увеличиваться, а с нечетными N — сокращаться (или наоборот), пока вообще не исчезнут.

В ферми-системах поэтому наряду с состояниями вида (2), соответствующими (если эффект четности невелик) сосуществованию $|N\rangle$ и $|N + 1\rangle$, могут осуществляться (при большом эффекте четности) также состояния вида

$$|\bar{N}\rangle = u|N_c\rangle + v \exp(i\varphi)|N_c + 2\rangle, \quad (3)$$

соответствующие сосуществованию состояний с соседними числами частиц одной четности.

В состоянии (3) спонтанное нарушение калибровочной инвариантности соответствует параметру порядка $\langle \Psi \rangle \neq 0$, и преобразование фазы $\varphi \rightarrow \varphi + 2\phi$ соответствует парному "конденсату". Состояние (3) — это то, во что превращается сверхпроводящее состояние БКШ при переходе из макроскопике в мезоскопику, хотя здесь речь не идет о связанных состояниях типа куперовских пар, и целое число N_c в формуле (3) может быть, в принципе, как четным, так и нечетным.

Сверхтекучие состояния вида (2) для ферми-систем замечательны не только спонтанными нарушениями калибровочной инвариантности и однородности времени. Во-первых, закон преобразования их фазы $\varphi \mapsto \varphi + \phi$ и параметр порядка $\langle \Psi \rangle \neq 0$ соответствуют однофермионному "конденсату" (одноэлектронный сверхпроводник!). Но самое поразительное свойство состояний (2) заключается в том, что в них спонтанно нарушаются инвариантности относительно поворотов на угол 2π вокруг любой оси в обычном координатном пространстве и относительно квадрата операции обращения времени. При обоих этих преобразованиях волновые функции с нечетным числом фермионов меняют знак, а с четным — не меняются. Фаза φ в формуле (2) для обоих преобразований переходит в $\varphi + \pi$ (так что инвариантность относительно произведения рассматриваемых преобразований сохраняется).

5. Реализация сверхтекучих и сверхпроводящих состояний

Рассмотрим вопрос о фактической реализации сверхтекучих и сверхпроводящих состояний в перечисленных в разделе 2 квазизамкнутых системах типа магнитных ловушек и металлических наночастиц. Системы этих двух типов различаются между собой тем, что в ловушках заданным является число частиц в то время, как наночастицы соединены с макроскопическими контактами, являющимися бесконечными резервуарами электронов, так что здесь заданным является химический потенциал.

Пусть мезоскопическая квантовая точка, являющаяся системой большого числа бозе- или ферми-частиц, локализована в ловушке, и ее незамкнутость обусловлена возможностью маловероятного туннелирования

частиц в некоторое стороннее состояние. Пусть в отсутствие туннелирования $E(N)$ есть энергия основного состояния точки с числом частиц N , и ε есть энергия стороннего состояния. Предположим, что при некотором целом $N = N_c$ разность $E(N_c + 1) - E(N_c)$ близка к ε , так что при заданном полном числе частиц, равном $N_c + 1$, совокупная система в отсутствие туннелирования имеет два состояния с близкими энергиями. В первом из них все $N_c + 1$ частицы находятся в мезоскопической точке, во втором — число частиц в точке равно N_c , и одна частица находится в стороннем состоянии. Рассматривая число частиц N в мезоскопической точке как квантовое число, характеризующее совокупную систему, запишем гамильтониан последней с учетом туннелирования в виде

$$H = E(N_c) + \varepsilon + 2\xi|N_c + 1\rangle\langle N_c + 1| - \Delta|N_c + 1\rangle\langle N_c| - \Delta^*|N_c\rangle\langle N_c + 1|, \quad (4)$$

где Δ — комплексная амплитуда туннелирования, $2\xi \equiv E(N_c + 1) - E(N_c) - \varepsilon$ — малая величина.

Основное состояние гамильтониана (4) совокупной системы, характеризуемое средним числом частиц в мезоскопической точке, равным $\bar{N} = N_c + v^2$, определяется формулой

$$|\bar{N}\rangle = u|N_c\rangle + v \frac{\Delta}{|\Delta|} |N_c + 1\rangle, \quad (5)$$

где

$$u^2 = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\xi}{\sqrt{|\Delta|^2 + \xi^2}} \right), \quad v^2 = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\xi}{\sqrt{|\Delta|^2 + \xi^2}} \right). \quad (6)$$

Энергия основного состояния равна

$$E_g = E(N_c) + \varepsilon + \xi - \sqrt{|\Delta|^2 + \xi^2}. \quad (7)$$

Как часть замкнутой системы, находящейся в состоянии (5), мезоскопическая точка должна описываться матрицей плотности (см. [15], § 14). Однако последняя в рассматриваемых условиях соответствует чистому состоянию вида (2) с $u = (N_c + 1 - \bar{N})^{1/2}$ и $v = (\bar{N} - N_c)^{1/2}$.

6. Сверхпроводящие фазовые переходы

Пусть $\mu_c^{(1)}$ есть критическое значение химического потенциала электронов, при котором происходит переход мезоскопической точки типа металлической наночастицы из состояния с $N = N_c$ в состояние $N = N_c + 1$ и которое соответствует сверхпроводящим состояниям вида (2), характеризующимся одночастичной фазой. Имеем $E(N_c + 1) - E(N_c) = \mu_c^{(1)}$, где $E(N)$ — энергия основного состояния точки с числом электронов N . Введем энергию $E' = E - \mu N$ в системе отсчета, "вращающейся" с угловой скоростью $\mu/\hbar$, μ — химический потенциал электронов в контактах (резервуаре). Пусть, как это обычно бывает [9], точка находится во внешнем поле, создаваемом затвором, что приводит к сдвигу ее химического потенциала на $\mu_{\text{ext}} = \alpha V_G$; α — постоянная, V_G — потенциал затвора [9]. В результате имеем

$$E'(N_c + 1) - E'(N_c) = \mu_c^{(1)} + \mu_{\text{ext}} - \mu \equiv 2\xi. \quad (8)$$

Пусть потенциал затвора близок к значению, соответствующему условию $\xi = 0$. В этом случае имеется два состояния $|N_c\rangle$ и $|N_c + 1\rangle$ с близкими энергиями (во "вращающейся" системе отсчета); остальными состояниями можно пренебречь. В пренебрежении туннельной связью с контактами гамильтониан точки H_0 диагонален по N . Выбрав начало отсчета энергии так, что $E(N_c) = 0$, имеем

$$H_0 = 2\xi|N_c + 1\rangle\langle N_c + 1|. \quad (9)$$

Аналогичную формулу

$$H_0 = 2\xi|N_c + 2\rangle\langle N_c + 2| \quad (10)$$

можно написать вблизи точки $\mu_{\text{ext}} = \mu - \mu_c^{(2)}$ перехода между состояниями одинаковой четности $|N_c\rangle$ и $|N_c + 2\rangle$, соответствующей сверхпроводящим состояниям вида (3), характеризующимся парной фазой.

6.1. Система ND_1N

Связь между мезоскопической точкой D_1 , находящейся вблизи перехода $N_c \rightarrow N_c + 1$, и контактами описывается туннельным гамильтонианом

$$H_T = \int K(\mathbf{R}, \mathbf{r}) \Psi^+(\mathbf{R}) \Psi(\mathbf{r}) d^3R d^3r + \text{h.c.}, \quad (11)$$

где интегрирование по $\mathbf{r}$ проводится по объему квантовой точки, по $\mathbf{R}$ — по объему контактов, K — некоторое ядро.

Рассмотрим возможность осуществления сверхпроводящих состояний вида (2) с одноэлектронной фазой в квантовой точке D_1 в системе ND_1N , в которой контакты находятся в нормальном состоянии. Благодаря эффекту близости одноэлектронное аномальное среднее $\langle \Psi(\mathbf{r}) \rangle$ в объеме точки порождает ненулевое среднее $\langle \Psi(\mathbf{R}) \rangle$ также и в части объема контакта, непосредственно примыкающего к точке. В приближении среднего поля заменим в (11) оператор $\Psi^+(\mathbf{R})$ его средним значением $\eta^*(\mathbf{R}) = \langle \Psi^+(\mathbf{R}) \rangle$:

$$\bar{H}_T = \int K(\mathbf{R}, \mathbf{r}) \eta^*(\mathbf{R}) \Psi(\mathbf{r}) d^3R d^3r + \text{h.c.} \quad (12)$$

Оператор (12) имеет ненулевые матричные элементы

$$\Delta = -\langle N_c + 1 | \bar{H}_T | N_c \rangle, \quad \Delta^* = -\langle N_c | \bar{H}_T | N_c + 1 \rangle \quad (13)$$

переходов с изменением N , где

$$\Delta = - \int K^*(\mathbf{R}, \mathbf{r}) \eta(\mathbf{R}) \Phi^*(\mathbf{r}) d^3R d^3r, \quad \Phi(\mathbf{r}) = \langle N_c | \Psi(\mathbf{r}) | N_c + 1 \rangle. \quad (14)$$

Отличный от нуля параметр Δ и связанное с ним поле $\eta(\mathbf{R})$ вызывают изменение энергии самих контактов. Поскольку в равновесном состоянии контактов в отсутствие связи с мезоскопической точкой поле $\eta(\mathbf{R})$ равно нулю, это изменение энергии положительно и при малых Δ может быть записано в виде $|\Delta|^2/2\xi_0$, где ξ_0 — положительная постоянная размерности энергии. Таким образом, полный гамильтониан системы —

точка D_1 + контакты — с учетом (9) и (13) равен

$$H = \frac{1}{2\xi_0} |\Delta|^2 + 2\xi |N_c + 1\rangle \langle N_c + 1| - \Delta^* |N_c\rangle \langle N_c + 1| - \Delta |N_c + 1\rangle \langle N_c|. \quad (15)$$

Основное состояние $|g\rangle$ гамильтониана (15) и энергия E_g основного состояния определяются формулами

$$|g\rangle = u|N_c\rangle + v \frac{\Delta}{|\Delta|} |N_c + 1\rangle, \quad (16)$$

$$E_g = \frac{1}{2\xi_0} |\Delta|^2 - (|\Delta|^2 + \xi^2)^{1/2} + \xi, \quad (17)$$

причем амплитуды u и v выражаются через ξ и Δ соотношениями (6). Из условия минимальности E_g находим равновесное значение параметра $|\Delta|$ как функции потенциала затвора:

$$|\Delta| = \begin{cases} (\xi_0^2 - \xi^2)^{1/2} & \text{при } |\xi| < \xi_0, \\ 0 & \text{при } |\xi| > \xi_0. \end{cases} \quad (18)$$

Фаза параметра Δ при $|\xi| < \xi_0$ остается неопределенной; основное состояние вырождено по ее значениям. Равновесная энергия E_g и среднее число электронов $\langle N \rangle$ в точке D_1 при $|\xi| < \xi_0$ определяются формулами

$$E_g = -\frac{(\xi_0 - \xi)^2}{2\xi_0}, \quad \langle N \rangle = N_c + \frac{\xi_0 - \xi}{2\xi_0}. \quad (19)$$

При $\xi = \pm \xi_0$ происходят фазовые переходы II рода из нормальных состояний $|N_c\rangle$ и $|N_c + 1\rangle$ в сверхпроводящее состояние с одноэлектронной фазой. Поскольку аномальное среднее $\langle \Psi(\mathbf{r}) \rangle$, в силу (16) и (14) равное

$$\langle \Psi(\mathbf{r}) \rangle = uv \frac{\Delta}{|\Delta|} \Phi(\mathbf{r}) = \frac{\Phi(\mathbf{r})}{2\xi_0} \Delta, \quad (20)$$

пропорционально Δ , то параметром порядка этих переходов можно считать Δ .

6.2. Система ND_2N

Условия осуществления сверхпроводящих состояний типа (3) с парной фазой в мезоскопических точках D_2 , находящихся вблизи перехода $N_c \rightarrow N_c + 2$ в системах ND_2N , могут быть рассмотрены аналогичным образом на основе гамильтониана

$$H_T^{(2)} = \int K_2(\mathbf{R}, \mathbf{R}'; \mathbf{r}, \mathbf{r}') \Psi^+(\mathbf{R}) \Psi^+(\mathbf{R}') \times \Psi(\mathbf{r}) \Psi(\mathbf{r}') d^3 R d^3 R' d^3 r d^3 r' + \text{h.c.}, \quad (21)$$

соответствующего второму приближению теории возмущений по туннельному гамильтониану (11). Путем введения вместо $\eta^*(\mathbf{R})$ среднего поля $F^*(\mathbf{R}, \mathbf{R}') = \langle \Psi^+(\mathbf{R}) \Psi^+(\mathbf{R}') \rangle$ находим недиагональные по N матричные элементы полного гамильтониана, аналогичные (13):

$$\begin{aligned} \langle N_c | \bar{H}_T^{(2)} | N_c + 2 \rangle &= -\Delta^* \equiv \\ &\equiv \int K_2(\mathbf{R}, \mathbf{R}'; \mathbf{r}, \mathbf{r}') F^*(\mathbf{R}, \mathbf{R}') \Phi(\mathbf{r}, \mathbf{r}') d^3 R d^3 R' d^3 r d^3 r', \end{aligned} \quad (22)$$

где

$$\Phi(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \langle N_c | \Psi(\mathbf{r}) \Psi(\mathbf{r}') | N_c + 2 \rangle. \quad (23)$$

Полный гамильтониан

$$H = \frac{1}{2\xi_0} |\Delta|^2 + 2\xi |N_c + 2\rangle \langle N_c + 2| - \Delta^* |N_c\rangle \langle N_c + 2| - \Delta |N_c + 2\rangle \langle N_c| \quad (24)$$

отличается от (15) лишь заменой $|N_c + 1\rangle$ на $|N_c + 2\rangle$ и тем, что фаза параметра Δ есть в данном случае парная фаза. С учетом этой замены все формулы сохраняют свой вид, за исключением выражения для среднего числа электронов в точке: $\langle N \rangle = N_c + (\xi_0 - \xi)/\xi_0$.

6.3. Система SD_2S

Рассмотрим сверхпроводящие состояния с парной фазой в точке D_2 в случае, когда контакты являются массивными сверхпроводниками. Функция $F(\mathbf{R}, \mathbf{R}')$ при этом отлична от нуля уже в силу сверхпроводящей природы состояния контактов. Полный гамильтониан определяется формулой (24) с $\xi_0 \rightarrow \infty$, так что фазовые переходы II рода при $\xi = \pm \xi_0$ исчезают. Сверхпроводящие состояния осуществляются формально при любых ξ . В силу формулы (22), модуль параметра Δ определяется туннельной прозрачностью барьера, парная фаза параметра Δ совпадает с фазой параметра порядка в массивном сверхпроводнике.

Рассмотрим систему SD_2S , состоящую из мезоскопической точки D_2 между двумя массивными сверхпроводниками — левым L и правым R. В этом случае имеем $\Delta = \Delta_L + \Delta_R$, где $\Delta_{L,R} = |\Delta_{L,R}| \exp(i\varphi_{L,R})$, $|\Delta_{L,R}|$ определяются прозрачностью барьеров, разделяющих соответственно левый и правый сверхпроводники и точку; $\varphi_{L,R}$ — фазы соответственно левого и правого сверхпроводников.

Энергия основного состояния E_g и среднее число электронов в точке D_2 равны

$$E_g = -(|\Delta|^2 + \xi^2)^{1/2} + \xi, \quad \langle N \rangle = N_c + 1 - \frac{\xi}{(|\Delta|^2 + \xi^2)^{1/2}}, \quad (25)$$

причем

$$|\Delta|^2 = |\Delta_L|^2 + |\Delta_R|^2 + 2|\Delta_L||\Delta_R| \cos \theta, \quad \theta = \varphi_R - \varphi_L.$$

Протекающий через систему сверхпроводящий ток Джозефсона равен

$$J(\theta) = \frac{2e}{\hbar} \frac{\partial E_g}{\partial \theta} = \frac{2e}{\hbar} \frac{|\Delta_L||\Delta_R| \sin \theta}{\sqrt{\xi^2 + |\Delta_L|^2 + |\Delta_R|^2 + 2|\Delta_L||\Delta_R| \cos \theta}}. \quad (26)$$

Обратим внимание на то, что последняя формула совпадает с результатом работы [16] для тока в системе SSS, где средний сверхпроводник описывается теорией БКШ в условиях существенной кулоновской блокады.

6.4. Система SD_1S

Рассмотрим, наконец, наиболее интересный случай системы SD_1S в условиях, когда мезоскопическая

точка близка к переходу $N_c \rightarrow N_c + 1$, соответствующему сверхпроводящим состояниям с одноэлектронной фазой.

Гамильтониан системы отличается от выражения (15), полученного для нормальных контактов, видом первого члена. При разложении энергии сверхпроводящих контактов по степеням малого параметра Δ , характеризующегося одноэлектронной фазой φ , необходимо учесть, что условия калибровочной инвариантности, кроме $|\Delta|^2$, удовлетворяют в данном случае также выражения $\exp(-i\varphi_{L,R})\Delta^2$ и их комплексно сопряженные ($\varphi_{L,R}$ есть, как и выше, сверхпроводящие фазы контактов). Наличие таких членов снимает вырождение по φ . Зависящая от φ часть полной энергии при надлежащем выборе начала отсчета φ может быть записана в виде

$$H_\varphi = -\frac{b}{4} |\Delta|^2 [\cos(2\varphi - \varphi_L) + \cos(2\varphi - \varphi_R)] = -\frac{b}{2} |\Delta|^2 \cos(2\varphi - \bar{\varphi}) \cos \frac{\theta}{2}, \quad (27)$$

где b — постоянная, $\bar{\varphi} = (\varphi_L + \varphi_R)/2$, $\theta = \varphi_R - \varphi_L$. Для простоты мы предположили, что система геометрически симметрична относительно замены $L \leftrightarrow R$.

Энергия (27) не меняется при преобразовании $\varphi \mapsto \varphi + \pi$ при заданных $\varphi_{L,R}$, так что вырождение по φ снимается не полностью. Остается двукратное вырождение, имеющее простой физический смысл. Сверхпроводящие состояния с одноэлектронной фазой соответствуют спонтанному нарушению инвариантности относительно пространственных поворотов на угол 2π и двойного обращения времени. При этих преобразованиях состояние с фазой φ переходит в состояние с $\varphi + \pi$, так что двукратное вырождение есть прямое следствие спонтанного нарушения симметрии.

В зависимости от знака выражения $b \cos(\theta/2)$ минимум энергии (27) достигается для двух различных пар значений фазы φ : $\bar{\varphi}/2$, $\bar{\varphi}/2 + \pi$ и $(\bar{\varphi} + \pi)/2$, $(\bar{\varphi} + \pi)/2 + \pi$. Само минимальное значение в обоих случаях равно

$$H_\varphi = -\frac{1}{2} |\Delta|^2 \left| b \cos \frac{\theta}{2} \right|. \quad (28)$$

Полный гамильтониан системы определяется формулой (15), если фигурирующий в ней параметр ξ_0 считать теперь функцией разности фаз θ :

$$\xi_0(\theta) = \left(a - \left| b \cos \frac{\theta}{2} \right| \right)^{-1}, \quad (29)$$

где a — постоянная, такая, что $a > |b|$. При этом остаются в силе все результаты (16)–(20).

Производная по θ от энергии E_g , заданной первой из формул (19), определяет сверхпроводящий ток Джозефсона $J(\theta)$. Ток $J(\theta)$ периодичен по θ с периодом 2π и в интервале $-\pi < \theta < \pi$ равен

$$J(\theta) = \frac{2e}{\hbar} \frac{\partial E_g}{\partial \theta} = \frac{e|b|}{2\hbar} (\xi_0^2 - \xi^2) \sin \frac{\theta}{2}. \quad (30)$$

Характерной особенностью функции (30) является то, что ее аналитическое продолжение с интервала $(-\pi, \pi)$ на всю вещественную ось значений θ является функцией с периодом не 2π , а 4π . 2π -периодичность осуществляется

благодаря разрывам тока

$$\Delta J \equiv J(\pi) - J(-\pi) = \frac{e|b|}{\hbar} [\xi_0^2(\pi) - \xi^2] \quad (31)$$

при $\theta = \pi k$, $k = \pm 1, \pm 2, \dots$. Указанная особенность есть проявление необычной физической природы тока $J(\theta)$. Это есть сверхпроводящий ток куперовских пар электронов лишь в областях, далеких от точки D_1 . В примыкающих к точке областях контактов этот ток трансформируется в ток одиночных электронов. Через саму мезоскопическую точку ток целиком протекает в виде сверхпроводящего тока одиночных электронов.

7. Магнетизм

Напомним, что до сих пор, начиная с раздела 3, мы считали калибровочные преобразования единственными элементами симметрии рассматриваемых мезоскопических систем, что фактически имеет место при наличии достаточно сильного внешнего магнитного поля. Предположим теперь, что внешнее магнитное поле отсутствует, и гамильтониан системы инвариантен относительно обращения времени. При этом все состояния, соответствующие нечетному числу фермионов, характеризуются вырождением Крамерса. В простейшем и самом распространенном случае, когда в свойствах системы основную роль играют обменные силы, а релятивистские взаимодействия пренебрежимо малы, дублет Крамерса соответствует двумерному представлению чисто спиновой группы вращений, характеризующемуся полным спином системы, равным $1/2$. Механизм спонтанного нарушения обращения времени (и спиновых вращений), т.е. согласно нашему определению, механизм магнитного упорядочения полностью аналогичен рассмотренному в предыдущем разделе сверхпроводящему упорядочению.

Рассмотрим обменный гамильтониан

$$H_T = - \int J(\mathbf{R}, \mathbf{r}) \mathbf{s}(\mathbf{R}) \mathbf{s}(\mathbf{r}) d^3 R d^3 r \quad (32)$$

взаимодействия мезоскопической точки с контактами. Здесь $\mathbf{s}(\mathbf{R})$, $\mathbf{s}(\mathbf{r})$ — операторы плотности электронного спина соответственно контактов и точки, $J(\mathbf{R}, \mathbf{r})$ — некоторое ядро. Благодаря эффекту близости спиновая поляризация $\langle \mathbf{s}(\mathbf{r}) \rangle$, которую мы ожидаем в объеме мезоскопической точки, порождает ненулевое среднее $\langle \mathbf{s}(\mathbf{R}) \rangle$ также и в объеме контактов, непосредственно примыкающем к точке. В приближении среднего поля заменим в (32) оператор $\mathbf{s}(\mathbf{R})$ его средним значением $\langle \mathbf{s}(\mathbf{R}) \rangle$:

$$\bar{H}_T = - \int \mathbf{s}(\mathbf{r}) \mathbf{b}(\mathbf{r}) d^3 r, \quad (33)$$

где $\mathbf{b}(\mathbf{r}) = \int J(\mathbf{R}, \mathbf{r}) \langle \mathbf{s}(\mathbf{R}) \rangle d^3 R$.

Пусть индексы $n, m = 1, 2$ нумеруют состояния дублета Крамерса, соответствующие проекциям полного спина системы, равным $\pm 1/2$. Согласно известным правилам отбора (см. [15], § 107) оператор плотности спина $\mathbf{s}(\mathbf{r})$ имеет следующие матричные элементы между вырожденными состояниями

$$\langle n | \mathbf{s}(\mathbf{r}) | m \rangle = \boldsymbol{\sigma}_{nm} F(\mathbf{r}), \quad (34)$$

где σ_{nm} — элементы матриц Паули,

$$F(\mathbf{r}) = \frac{1}{6} \sigma_{nm} \langle m | \mathbf{s}(\mathbf{r}) | n \rangle. \quad (35)$$

Гамильтониан (33) имеет такие же матричные элементы переходов между вырожденными состояниями $n = 1, 2$, как и матричный оператор

$$H_{\text{eff}} = -\mu \sigma \mathbf{B}_i, \quad (36)$$

где μ — магнетон Бора,

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_i &= \frac{1}{\mu} \int \mathbf{b}(\mathbf{r}) F(\mathbf{r}) d^3 r = \\ &= \frac{1}{6\mu} \int J(\mathbf{R}, \mathbf{r}) \langle \mathbf{s}(\mathbf{R}) \rangle (\sigma_{nm} \langle m | \mathbf{s}(\mathbf{r}) | n \rangle) d^3 R d^3 r \end{aligned}$$

— эффективное внутреннее поле, действующее на спин системы. Поскольку контакты в отсутствие связи с мезоскопической точкой немагнитны, появление поляризации $\langle \mathbf{s}(\mathbf{R}) \rangle$ и связанного с ней поля $\mathbf{B}_i$ приводит к увеличению энергии контактов на величину, которая при малом $\mathbf{B}_i$ может быть записана в виде $(\mu/2B_0)\mathbf{B}_i^2$, где B_0 — положительная постоянная. Полный эффективный гамильтониан, таким образом, равен

$$H_{\text{eff}} = -\mu \sigma \mathbf{B}_i + \left(\frac{\mu}{2B_0} \right) \mathbf{B}_i^2. \quad (37)$$

Выражение (37) — полный аналог формулы (15) при $\xi = 0$. Роль параметра Δ играет эффективное поле $\mathbf{B}_i$, роль ξ_0 — параметр B_0 .

Основное состояние гамильтониана (37) есть полностью поляризованное (чистое) состояние:

$$\langle \sigma \rangle = \mathbf{n}, \quad (38)$$

где $\mathbf{n}$ — единичный вектор, направленный вдоль эффективного поля $\mathbf{B}_i$. Энергия основного состояния

$$E_g = -\mu |\mathbf{B}_i| + \frac{\mu}{2B_0} \mathbf{B}_i^2 \quad (39)$$

не зависит от $\mathbf{n}$. Из условия минимальности энергии (39) находим $|\mathbf{B}_i| = B_0$. Направление $\mathbf{n}$ эффективного поля остается произвольным. Равновесная энергия системы равна $E_g = -(\mu/2)B_0$.

Вырождение основного состояния по направлениям эффективного поля и спиновой поляризации снимается при наличии релятивистских взаимодействий и внешнего магнитного поля. Если внешнее поле $B \ll |\mathbf{B}_i| = B_0$, зависящую от $\mathbf{n}$ часть энергии можно записать в виде

$$E_g = -\mu \mathbf{n} \mathbf{B} + \frac{1}{2} a_{ik} n_i n_k, \quad (40)$$

где первый член соответствует энергии магнитного момента $\mu \mathbf{n}$ во внешнем поле $\mathbf{B}$, второй есть релятивистская энергия анизотропии, определяемая тензором анизотропии a_{ik} . Энергия анизотропии определена с точностью до аддитивной постоянной. Выберем ее, положив $a_{zz} = 0$, где ось z направлена вдоль главной оси симметричного тензора a_{ik} , соответствующей наименьшему собственному значению a_{zz} . При этом имеем также $a_{zx} = 0$, $\alpha = x, y$.

В области слабых магнитных полей $\mu B \ll a$ направление $\mathbf{n}$ близко к $\mathbf{n}_0 = (0, 0, 1)$, соответствующему минимуму энергии анизотропии. Учитывая первый член в выражении (40) как малую поправку, из условия минимальности этого выражения находим поправку к вектору $\mathbf{n}$: $n_\alpha = \mu (a^{-1})_{\alpha\beta} B_\beta$, где a^{-1} — матрица 2×2 , обратная a . Энергия в минимуме равна

$$E_g = -\mu \mathbf{n} \mathbf{B} - \frac{\mu^2}{2} (a^{-1})_{\alpha\beta} B_\alpha B_\beta. \quad (41)$$

Путем дифференцирования выражения (41) по магнитному полю находим равновесное значение полного магнитного момента системы

$$\mathbf{M} = -\frac{\partial E_g}{\partial \mathbf{B}} = \mu \mathbf{n}_0 + \mu^2 (a^{-1})_{\alpha\beta} B_\beta. \quad (42)$$

В области сильных магнитных полей $\mu B \gg a$ (но $B \ll B_0$) можно считать, что в формуле (40) направления векторов $\mathbf{n}$ и $\mathbf{B}$ совпадают, так что

$$E_g = -\mu B + \frac{1}{2} a_{ik} h_i h_k, \quad (43)$$

где $\mathbf{h} = \mathbf{B}/|\mathbf{B}|$. Магнитный момент равен

$$\mathbf{M} = -\frac{\partial E_g}{\partial \mathbf{B}} = \mu \mathbf{h} - \frac{a_{ik} h_k - h_i h_j a_{jk} h_k}{B}. \quad (44)$$

В области полей $\mu B \sim a$, малых по сравнению с обменным полем B_0 , магнитный момент изменяется от значения $\mu \mathbf{n}_0$ до значения $\mu \mathbf{h}$.

Нормальные состояния $|N\rangle$ мезоскопических точек с нечетным числом фермионов N являются, таким образом, (ферро)магнитными. На основании этого с помощью рассуждений раздела 4 заключаем, что состояния ферми-систем вида (2) при любом N_c являются одновременно магнитными и сверхпроводящими (или сверхтекучими). Состояния вида (3) обладают этим свойством при нечетном N_c .

8. Эксперименты

Обсудим возможные эксперименты, которые могли бы подтвердить изложенную выше картину.

Для систем нейтральных атомов в магнитных ловушках было бы интересно наблюдать явления, связанные со спонтанным нарушением однородности времени, т.е. с нестационарным характером основного состояния системы. Пусть $\varepsilon(N)$ есть энергия возбуждения системы при заданном целом числе частиц N . Эти величины можно измерять в спектроскопических экспериментах, например, по неупругому рассеянию света. Переходы из сверхтекучих состояний вида (2) или (3) приводят к появлению в спектре рассеянного света дублетов близких линий, соответствующих парам энергий возбуждения $\varepsilon(N_c)$, $\varepsilon(N_c + 1)$ или, соответственно, $\varepsilon(N_c)$, $\varepsilon(N_c + 2)$. Собственно, наличие дублетов и связанного с ними биения амплитуды рассеянного света и есть непосредственное проявление нестационарности основного состояния. Для наблюдения дублетов необходимо обеспечить такое охлаждение системы после каждого акта рассеяния, которое бы существенно не меняло (если это охлаждение типа "испарения") число частиц в системе. Требуется, чтобы изменение $\bar{N}$ в процессе охлаждения, компенсирующего один акт рассеяния, было много меньше единицы.

Наиболее интересное свойство сверхтекучих систем ферми-частиц типа (2), непосредственно обнаруживаемое в эксперименте, заключается в том, что они изменяют свое состояние при повороте на угол 2π вокруг любой оси в обычном координатном пространстве. Чтобы наблюдать подобное изменение в системах со спонтанно нарушенной симметрией, необходимо иметь, по крайней мере, две подобные системы. Схематический эксперимент заключается в следующем. Пусть две идентичные магнитные ловушки в течение длительного времени соединены слабо проницаемой для частиц перемычкой (контакт Джозефсона). Система характеризуется при этом единой фазой φ . Затем ловушки разделяются, и одна из них медленно поворачивается на угол 2π вокруг некоторой оси. После поворота перемычка восстанавливается. Поскольку фаза в поворачиваемой ловушке изменилась на π , а в неподвижной — осталась прежней, после поворота в системе должен произойти релаксационный процесс восстановления единой фазы, который может быть зарегистрирован. Такого же типа процесс должен происходить при повороте на угол $2\pi l$ с нечетным l . При повороте на угол, кратный 4π , подобный релаксационный процесс должен отсутствовать.

Описанный эксперимент имеет много общего¹ с замечательным экспериментом [17] по интерференции двух пучков нейтронов, один из которых проходит через область с ненулевым магнитным полем, в результате чего спины составляющих его нейтронов поворачиваются на угол 2π . Этот эксперимент прямо демонстрирует, что фаза волновой функции нейтрона меняется на π при повороте спина на угол 2π . Необходимо, однако, отметить следующее. В обычной квантовой механике существует утверждение о том, что любое состояние любой системы физически не меняется при поворотах на угол 2π . Эксперимент с пучками нейтронов находится в полном соответствии с этим утверждением: изменение фазы волновой функции не есть физическое изменение состояния. В нашем случае при повороте на угол 2π состояние сверхтекучей системы типа (2) физически меняется, так что положительный результат предлагаемого эксперимента означал бы, с нашей точки зрения, изменение физических представлений о свойствах пространства – времени. Альтернативная точка зрения, основанная на введении правил сверхотбора [18], запрещающих линейные комбинации состояний с четным и нечетным числом фермионов, согласно сказанному выше в разделах 5 и 6, представляется неудовлетворительной.

Одноэлектронный характер фазы сверхпроводящих состояний мезоскопических точек D_1 экспериментально должен проявляться в характерных особенностях зависимости тока Джозефсона от разности фаз сверхпроводников, описываемых формулами (30), (31). Наблюдение разрывов тока подтверждало бы вывод о реализуемости линейных комбинаций состояний с четным и нечетным числом фермионов. В связи с этим интересно, впрочем, отметить, что подобная зависимость тока Джозефсона от разности фаз предсказывалась [19, 20] для точечных контактов в обычных сверхпроводниках.

Наконец, экспериментальным подтверждением специфического ферромагнетизма мезоскопических точек с

нечетным числом фермионов, рассмотренных в разделе 7, было бы наблюдение характерного нелинейного поведения магнитного момента системы в области слабых магнитных полей порядка поля анизотропии. При изменении поля магнитный момент должен существенно изменяться по направлению практически без изменения своей абсолютной величины.

Работа выполнена при поддержке Министерства науки России (программа "Статистическая физика"), Российского фонда фундаментальных исследований (грант 96-02-16348) и программы INTAS (грант 96-610).

Список литературы

1. Ландау Л Д *ЖЭТФ* **7** 18 (1937); *Собрание трудов* Т. 1 (М.: Наука, 1969) с. 234
2. Гинзбург В Л, Ландау Л Д *ЖЭТФ* **20** 1064 (1950); Ландау Л Д *Собрание трудов* Т. 2 (М.: Наука, 1969) с. 126
3. Андреев А Ф *Письма в ЖЭТФ* **63** 963 (1996)
4. Андреев А Ф *Письма в ЖЭТФ* **64** 618 (1996)
5. Anderson M H et al. *Science* **269** 198 (1995)
6. Bradley C C et al. *Phys. Rev. Lett.* **75** 1687 (1995)
7. Davis K B et al. *Phys. Rev. Lett.* **75** 3969 (1995)
8. *Mesoscopic Phenomena in Solids* (Modern Problems in Condensed Matter Sciences, Vol. 30) (Eds B L Altshuler, P A Lee, R A Webb) (Amsterdam: North Holland, 1991)
9. *Single Charge Tunneling: Coulomb Blockade Phenomena in Nanostructures* (NATO ASI series. Ser. B, Physics, Vol. 294) (Eds H Grabert, M H Devoret) (New York: Plenum Press, 1992)
10. Ralph D C, Black C T, Tinkham M *Phys. Rev. Lett.* **74** 3241 (1995); **76** 688 (1996); **78** 4087 (1997)
11. Anderson P W J. *Phys. Chem. Solids* **11** 26 (1959)
12. Андреев А Ф, Гришук И А *ЖЭТФ* **87** 467 (1984)
13. Андреев А Ф, Марченко В И *УФН* **130** 39 (1980)
14. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Статистическая физика* (М.: Наука, 1976) §§ 4, 26, 34
15. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Квантовая механика* (М.: Наука, 1989)
16. Matveev K A et al. *Phys. Rev. Lett.* **70** 2940 (1993)
17. Badurek G, Rauch H, Summhammer J *Physica B+C* **151** 82 (1988)
18. Wick G C, Wightman A S, Wigner E P *Phys. Rev.* **88** 101 (1952)
19. Кулик И О, Омелянчук А Н *ФНТ* **3** 945 (1977); **4** 296 (1978)
20. Beenakker C W J, van Houten H *Phys. Rev. Lett.* **66** 3056 (1991)

¹ Автор благодарен М. Деворэ (M. Devoret) за это замечание.

Superfluidity, superconductivity, and magnetism in mesoscopics

A.F. Andreev

*P.L. Kapitza Institute for Physical Problems, Russian Academy of Sciences,
ul. Kosygina 2, 117973 Moscow, Russia*

Tel. (7-095) 938-20 29

Fax (7-095) 938-20 30

E-mail: andreev@kapitza.ras.ru

The nature of superfluid, superconducting, and magnetic types of ordering is elucidated for mesoscopic systems in which single-particle level spacing is much larger than both the temperature and the critical temperature of ordering. Ordering is defined as a spontaneous violation of symmetry, the gauge invariance and time reversal being by definition violated symmetries in the superfluidity (superconductivity) and magnetism contexts, respectively. Superfluidity and superconductivity are realized in thermodynamically equilibrium states with noninteger average number of particles and are accompanied by the spontaneous violation of time homogeneity. In Fermi systems two types of superfluidity and superconductivity are possible which are characterized by the presence of pair or single-particle 'condensates'. The last case is remarkable in that the spontaneous violation of fundamental symmetries such as spatial 2π rotation and double time reversal, takes place. Possible experiments on metallic nanoparticles and ultracold atomic gases in magnetic traps are discussed.

PACS numbers: 11.30.-j, 73.23.-b, 74.25.-q, 75.45.+j

Bibliography — 20 references

Received 2 March 1998

Вниманию читателей!

Издательством Московского физико-технического института в 1998 г. выпущена книга:

МИНЕЕВ В.П., САМОХИН К.В. Введение в теорию необычной сверхпроводимости — М.: Изд-во МФТИ, 1998 — 144 с. — ISBN 5-89155-024-5.

Рецензенты: кафедра проблем физики и астрофизики МФТИ
(зав. кафедрой академик РАН В.Л. Гинзбург)
д.ф.-м.н. Г.Е. Воловик

Рекомендовано Министерством общего и профессионального образования Российской Федерации в качестве учебного пособия для студентов физических специальностей высших учебных заведений

Эта книга — первый в мировой литературе учебник-монография по теории необычной сверхпроводимости (сверхпроводимости с нетривиальным куперовским спариванием).

Книга состоит из двух частей. В первой части представлены симметричная классификация сверхпроводящих фаз, теории Бардина–Купера–Шиффера и Гинзбурга–Ландау–Абрикосова, а также описан ряд эффектов, специфичных для необычных сверхпроводников. В изложении первой части используются общие понятия квантовой механики и статистической физики (включая метод вторичного квантования), что делает материал доступным широкому кругу физиков-экспериментаторов и теоретиков всех специальностей, а также студентам-физикам.

Во вторую часть включен ряд задач теории необычной сверхпроводимости, решение которых требует применения аппарата функций Грина (уравнения Горькова). Чтение этой части предполагает соответствующую подготовку читателей и будет полезно, главным образом, физикам-теоретикам, аспирантам и студентам, специализирующимся в области теоретической физики.

В книге использован ряд оригинальных результатов авторов.

Табл. 7. Ил. 22. Библиогр. 98 назв.

По вопросам приобретения книги обращайтесь в Издательство Московского физико-технического института. Принимаются заявки от библиотек, организаций и частных лиц. Заявки присылайте по почте или E-mail. В заявке указывайте название книги, количество экземпляров и адрес получателя, E-mail и телефон. Доставка малых партий производится по почте наложенным платежом либо самовывозом.

Приглашаем к сотрудничеству книготорговые предприятия, а также заинтересованные организации.

Адрес издательства:

141700, г. Долгопрудный Московской обл.,

Институтский пер., 9, Издательство МФТИ (Аудиторный корпус МФТИ, к. 206).

141700 Dolgoprudny, Moscow Region, Institutskii per. 9, Russia.

Телефон: (095) 408-76-81. E-mail: publ@za_nauku.mipt.su

Дополнительную информацию о книге смотрите в сервере УФН: <http://ufn.ioc.ac.ru> или <http://ufn.mpi.msu.ru>