

ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

Легчайший скалярный глюбол

В.В. Анисович

Проведенные в последние годы исследования мезонных спектров дали возможность определить резонансную структуру волн $IJ^{PC} = 00^{++}, 10^{++}, 02^{++}, 12^{++}$ и $IJ^P = \frac{1}{2}0^+$ в области масс до 1900 МэВ и, тем самым, полностью восстановить мезонные мультиплеты $1^3P_0 q\bar{q}$ и $2^3P_0 q\bar{q}$. Экспериментальные данные весьма определенно указывают на то, что в этой области масс находятся пять скалярных–изоскалярных состояний: четыре из них являются $q\bar{q}$ -состояниями — членами нонетов $1^3P_0 q\bar{q}$ и $2^3P_0 q\bar{q}$, а пятое состояние, будучи лишним с точки зрения кварковой систематики, обладает в то же время всеми свойствами легчайшего скалярного глюбола. Анализ 00^{++} -волны, проведенный в дисперсионной технике, позволяет восстановить картину смешивания чисто глюбольного состояния (глюоинума) с близлежащими скалярными $q\bar{q}$ -состояниями, членами нонетов $1^3P_0 q\bar{q}$ и $2^3P_0 q\bar{q}$: три скалярных мезона поделили между собой глюоинум — это два относительно узких резонанса $f_0(1300)$ и $f_0(1500)$ и очень широкий резонанс $f_0(1530^{+90}_{-250})$. Широкий резонанс является потомком глюоинума, сохраняя около 40–50 % его компоненты.

PACS numbers: 12.39.Mk, 12.38.–t, 14.40.–n

Содержание

1. Введение: ретроспективный взгляд и современное состояние проблемы (481).
2. K -матрица и дисперсионное N/D -представление амплитуды рассеяния (486).
 - 2.1. Амплитуда рассеяния, T -матрица и K -матрица. 2.2. Дисперсионный N/D -метод и K -матричное представление амплитуды. 2.3. Многоканальное рассеяние. 2.4. $q\bar{q}$ -мезоны: проблема малых и больших расстояний. 2.5. Константы связи глюоинума и $q\bar{q}$ -состояний с мезонными каналами: правила $1/N$ -разложения и кварковые комбинаторные соотношения.
3. K -матричный анализ спектров и классификация $q\bar{q}$ -состояний по нонетам (491).
 - 3.1. K -матричный фит 00^{++} -волны: спектры $\pi\pi$, $K\bar{K}$, $\eta\eta$ и $\eta\eta'$. 3.2. Результаты K -матричного фита волны 00^{++} при массах ниже 1900 МэВ. 3.3. Резонансы: пики в спектрах или провалы? 3.4. Резонанс $f_0(980)$: $K\bar{K}$ -молекула или потомок легчайших скалярных $q\bar{q}$ -состояний? 3.5. Волна $IJ^{PC} = 10^{++}$. 3.6. K -матричный анализ $K\pi$ S -волны.
4. Матрица пропагаторов: анализ волны $IJ^{PC} = 00^{++}$ (496).
 - 4.1. Смешивание двух нестабильных состояний. 4.2. Случай перекрытия большого числа резонансов: построение матрицы пропагаторов. 4.3. Полное перекрытие резонансов: эффект аккумуляции одним из резонансов ширины резонансов–соседей.

4.4. Резонансы $f_0(1300)$, $f_0(1500)$, $f_0(1530^{+90}_{-250})$ и $f_0(1780)$. 4.5. Динамика смешивания глюбола с $q\bar{q}$ -состояниями.

5. Заключение (501).

Список литературы (501).

Памяти Юрия Дмитриевича
Прокошкина посвящается

1. Введение: ретроспективный взгляд и современное состояние проблемы

Огромное разнообразие мезонов и барионов, наблюдаемых в настоящее время, представляет собой системы, построенные из кварков: это барионы — трехкварковые системы (qqq), мезоны — связанные кварк-антикварковые состояния ($q\bar{q}$). Более двадцати лет назад возникла проблема [1]: существуют ли адроны, построенные с помощью другой фундаментальной частицы КХД — глюона. Интенсивные поиски глюоболов — частиц, состоящих из глюонов, — велись все это время.

Первые оценки масс глюоболов с различными J^{PC} были сделаны в модели кварковых мешков [2]: согласно им легчайшими глюоболоми должны быть скалярный и тензорный, 0^{++} и 2^{++} , далее следуют псевдоскалярный и псевдотензорный, 0^{-+} и 2^{-+} .

В последние годы был достигнут значительный прогресс в проведении расчетов КХД на решетке. Коллаборация UKQCD [3] дает следующие значения масс легчайших глюодинамических (т.е. без учета кварк-антикварковых примесей) глюоболов:

$$m_G(0^{++}) = 1549 \pm 53 \text{ МэВ}, \quad m_G(2^{++}) = 2310 \pm 110 \text{ МэВ},$$

$$m_G(0^{-+}) = 2332 \pm 264 \text{ МэВ}. \quad (1.1)$$

В.В. Анисович. Петербургский институт ядерной физики,
188350 Гатчина, Санкт-Петербург, Россия
Факс (812) 713-19-63
E-mail: anisovic@thd.pnpi.spb.ru

Статья поступила 4 ноября 1997 г.

Значения (1.1) не включают в себя систематические ошибки, которые составляют порядка 100 МэВ.

Группа IBM получила несколько другое значение массы легчайшего глюбола [4]:

$$m_G(0^{++}) = 1740 \pm 71 \text{ МэВ}. \quad (1.2)$$

Результат, полученный в [5], следующий:

$$\begin{aligned} m_G(0^{++}) &= 1630 \pm 60 \pm 80 \text{ МэВ}, \\ m_G(2^{++}) &= 2400 \pm 10 \pm 120 \text{ МэВ}. \end{aligned} \quad (1.3)$$

Однако во всех этих решеточных вычислениях не учитываются должным образом кварковые степени свободы: существующие вычислительные возможности не позволяют этого сделать. Кварковые степени свободы могут заметно сместить положения масс глюболов. Дисперсионный анализ мезонных спектров, связанный с восстановлением матрицы пропагаторов [6, 7], показывает, что смешивание с $q\bar{q}$ -состояниями приводит к сдвигу масс порядка 100–300 МэВ. Следует подчеркнуть, что согласно правилам $1/N$ -разложения [8] ($N = N_f = N_c$, где N_f — число легких флейверов (ароматов), а N_c — число цветов), смешивание глюбольных и $q\bar{q}$ -состояний не подавлено.

Экспериментальные поиски глюболов особенно интенсивно велись в последнее десятилетие. Есть несколько типов реакций, в которых можно было бы ожидать более высокую вероятность рождения глюболов. Рождение адронов в центральной области в адрон-адронных столкновениях при высоких энергиях является примером такой реакции: частицы центральной области образуются в результате перехода *помероны* \rightarrow *адроны*. Так как померон является доминантно глюонной системой, то можно было бы ожидать в пучке вторичных адронов доминантного рождения глюболов и подавленного рождения $q\bar{q}$ -мезонов. Экспериментальные данные по центральному рождению адронов с высокой статистикой, позволяющей проведение достаточно надежного парциально-волнового анализа пучка адронов, появились лишь в самое недавнее время. Более доступной для экспериментального изучения оказалась другая реакция, обусловленная переходом *глюоны* \rightarrow *адроны*: радиационный распад $J/\psi \rightarrow \gamma + \text{адроны}$. В этом распаде адроны формируются глюонами, образовавшимися в результате $s\bar{s}$ -аннигиляции, поэтому в этой реакции также можно было бы ожидать доминантного рождения глюболов. Экспериментальное изучение спектров адронов в радиационном J/ψ -распаде велось в течение многих лет и продолжается до сих пор. Экспериментальная информация, накопленная к началу девяностых годов, оказалась весьма обескураживающей: в радиационном J/ψ -распаде довольно интенсивно рождаются $q\bar{q}$ -мезоны. Относительные вероятности рождения мезонов суммированы в компиляции [9]: большая группа резонансов рождается с примерно равной вероятностью, среди них заведомо доминантные $q\bar{q}$ -системы, такие как η , η' , $f_2(1270)$, $f_2(1525)$ и т.д. Такая ситуация допускает двоякую интерпретацию:

- 1) глюбольных состояний не существует; глюбол является "нереализованным обещанием КХД" [10];
- 2) глюбольные состояния интенсивно смешиваются с $q\bar{q}$ -мезонами; на опыте наблюдаются именно эти смешанные состояния.

Результаты анализа 00^{++} -волны [6, 7] определенно указывают, что реализуется именно второй вариант.

Экспериментальные данные по переходным факторам $\gamma\gamma^*(Q^2) \rightarrow \pi^0, \eta, \eta'$ [11] дают следующие ограничения на вероятности глюбольных компонент в η - и η' -мезонах: $W_\eta \leq 8\%$, $W_{\eta'} \leq 20\%$ [12]. Это означает, что в $q\bar{q}$ -мезонах, наблюдаемых в радиационном J/ψ -распаде, следует ожидать глюбольных компонент на уровне 5–10%. Отсюда же следует, что в глюболе примесь $q\bar{q}$ -компоненты должна быть заметно больше, так как глюбол может смешиваться с несколькими $q\bar{q}$ -мезонами. Эта качественная оценка согласуется с оценкой, получаемой в рамках правил $1/N$ -разложения: согласно этим правилам, глюбольная компонента в каждом из $q\bar{q}$ -мезонов порядка $1/N_c$, а $q\bar{q}$ -компонента в глюболе порядка N_f/N_c [13]. Конечно, при этом следует иметь в виду, что конкретные случаи могут заметно отличаться от этих общих качественных оценок, так как величина смешивания существенно зависит также от взаимной близости (или удаленности) смешивающихся состояний.

Поиск глюбола в случае реализации в природе варианта 2), т.е. если происходит интенсивное смешивание глюбольных и $q\bar{q}$ -компонент, предполагает кропотливую и трудную работу по идентификации и систематизации мезонов. Не оправдались наивные ожидания, инициировавшие активные исследования на ранней стадии. Например, предполагалось, что в обогащенных глюонами реакциях, таких как фотон-фотонные соударения, мы увидим рождение глюболов, однако увидели рождение адронов, $\gamma\gamma \rightarrow \text{адроны}$, и не наблюдали рождение глюболов.

Основной канал в радиационных распадах J/ψ , как видно из рассмотрения экспериментальных данных, — это рождение широких адронных кластеров. Фактически рождение этих кластеров есть прямое указание на сильное смешивание глюбола с $q\bar{q}$ -мезонами. Дело в том, что при смешивании нескольких резонансов существует эффект аккумуляции одним из резонансов ширины других. Этот эффект наблюдался в [14] при анализе низкоэнергетической части спектров 00^{++} -волны и был детально исследован в [6, 7]. А именно, в случае полного смешивания двух резонансов один из резонансов приобретает суммарную ширину $\Gamma_1 + \Gamma_2$, а ширина второго резонанса стремится к нулю. В случае идеального смешивания трех резонансов ширина одного из резонансов равна сумме ширины начальных состояний, $\Gamma_1 + \Gamma_2 + \Gamma_3$, а ширины двух других состояний стремятся к нулю. В реальном случае смешивания скалярного глюбола с близлежащими $q\bar{q}$ -состояниями происходит качественно близкий эффект: глюбол, появившись в ряду скалярных $q\bar{q}$ -состояний, смешивается с ними и аккумуляирует значительную часть их ширины. С этой точки зрения, появление широкого резонанса — приемника чистого глюбола (глюонима) — есть неизбежное следствие смешивания. Широкий резонанс должен соседствовать с относительно узкими резонансами, которые являются приемниками чистых $q\bar{q}$ -состояний и содержат значительную примесь глюонима. Анализ 00^{++} -волны, выполненный на основе дисперсионных соотношений в области 1200–1800 МэВ [6, 7], воспроизвел именно эту картину смешивания легчайшего скалярного глюбола с $q\bar{q}$ -состояниями мультиплетов 1^3P_0 и 2^3P_0 . Можно полагать, что такая картина является общей для всех низколежащих глюболов.

Итак, сильное смешивание $q\bar{q}$ -состояний и глюониума не позволяет легко идентифицировать глюболы. Единственно разумная стратегия в этом случае — последовательная систематизация всех резонансов по $q\bar{q}$ -мультиплетам. Состояния, являющиеся лишними с точки зрения этой классификации, должны рассматриваться как кандидаты в глюболы или в другие экзотические мезоны. Такая программа исследования была декларирована в [13], и одновременно были сделаны первые шаги в ее реализации: в [14] был проведен K -матричный анализ низкоэнергетической части волны $IJ^{PC} = 00^{++}$.

Детальный анализ мезонных состояний в области 1000–2000 МэВ оказался возможным благодаря богатой экспериментальной информации, накопленной в последнее десятилетие коллаборациями Crystal Barrel и GAMS. Коллаборация Crystal Barrel имеет прецизионные данные по рождению трех нейтральных мезонов в $p\bar{p}$ -аннигиляции в покое,

$$p\bar{p} \text{ (в покое)} \rightarrow \pi^0\pi^0\pi^0, \quad \pi^0\pi^0\eta, \quad \pi^0\eta\eta, \quad (1.4)$$

с числом событий 1500000 ($\pi^0\pi^0\pi^0$), 280000 ($\pi^0\pi^0\eta$) и 185000 ($\pi^0\eta\eta$). Данные по реакции $p\bar{p} \text{ (в покое)} \rightarrow \pi^0\pi^0\pi^0$, хотя и с несколько меньшей статистикой, были опубликованы в 1991 г. [15]. Однако первоначальная обработка спектров, не учитывающая всех особенностей трехчастичного распада, не привела к корректной идентификации скалярных резонансов. Критический анализ ситуации дан в [16, 17], где было указано, что резонанс вблизи 1500 МэВ, ранее идентифицированный как тензорный $A\chi_2(1520)$, в действительности является скалярным. Повторный анализ реакций (1.4), проведенный в [19] совместно с Crystal Barrel в рамках T -матричного формализма, зафиксировал существование новых скалярных резонансов $f_0(1500)$ [18] и $a_0(1450)$. Кроме того, в [16–18] указывалось на весьма заметное рождение резонанса $f_0(1360)$ с полушириной 130 МэВ, однако в то время не было ясно, наблюдается ли рождение нового резонанса или же это есть проявление широкого резонанса $\epsilon(1300)$, достаточно интенсивно обсуждавшегося в течение последних десятилетий. Только после проведения K -матричного анализа более широкого круга экспериментальных данных стало ясно, что в этом районе существуют два резонанса: сравнительно узкий $f_0(1300)$ и очень широкий $f_0(1530^{+90}_{-250})$.

На первой стадии исследований фитирование данных проводилось в рамках T -матричной техники: T -матричное представление амплитуды проще для обработки данных, а преимущества K -матричного подхода проявляются только тогда, когда имеется экспериментальная информация о всех возможных каналах. В интервале 1000–1500 МэВ в волне 00^{++} существуют следующие каналы: $\pi\pi$, $K\bar{K}$, $\eta\eta$ и $\pi\pi\pi\pi$, а выше 1500 МэВ заметную роль играет еще и канал $\eta\eta'$. Очевидно, что использование изопренной K -матричной техники для фитирования ограниченного числа каналов (1.4) привело бы к большим неоднозначностям.

Открытие резонанса $f_0(1500)$ сразу же породило гипотезы о его тесной связи с легчайшим скалярным глюоболом: возможность такой связи подчеркивалась уже в [17, 18]. В последовавших далее работах [13, 20–23] было предложено несколько схем смешивания легчайшего скалярного глюониума с близлежащими $q\bar{q}$ -

состояниями. Однако во всех этих схемах не учитывалась специфика, обусловленная переходом резонансов в реальные мезоны, а именно эти переходы, как показал далее детальный K -матричный анализ, определяют структуру 00^{++} -волны вблизи 1500 МэВ.

На следующем этапе в анализ волны 00^{++} были включены данные GAMS по спектрам $\pi^0\pi^0$, $\eta\eta$ и $\eta\eta'$, полученные в реакциях [24–26]

$$\pi^-p \rightarrow n\pi^0\pi^0, \quad n\eta\eta, \quad n\eta\eta', \quad (1.5)$$

наряду с данными группы CERN – Munich [27]:

$$\pi^-p \rightarrow n\pi^+\pi^- \quad (1.6)$$

и группы BNL [28]:

$$\pi\pi \rightarrow K\bar{K}. \quad (1.7)$$

Одновременный анализ всей совокупности данных (1.4)–(1.7) был проведен в цикле работ [14, 29, 30] в рамках K -матричной техники, при этом область исследуемых масс и число каналов, включенных в K -матричный фит 00^{++} -амплитуды, постепенно увеличивались.

Первое исследование этого цикла, [14], ограничивалось двумя каналами, $\pi\pi$ и $K\bar{K}$, и инвариантной энергией мезонов $\sqrt{s} \leq 1100$ МэВ. В этом анализе было сделано важное для дальнейшего наблюдения: переходы, ответственные за распад мезонных состояний, ответственны также и за активное смешивание этих состояний. При этом массы смешанных состояний заметно отличаются от масс начальных состояний. Эти "начальные" мезоны были названы в [14] "голыми мезонами" в отличие от физических состояний, в формировании которых, как оказалось, существенную роль играет облако реальных частиц: $\pi\pi$ и $K\bar{K}$. Массы голых состояний задаются полюсами K -матрицы. В [14] был также отмечен эффект, который обсуждался нами выше: аккумулярование ширины начальных состояний одним из резонансов, возникающих в результате смешивания.

В [29] K -матричный анализ был продлен до 1550 МэВ с включением дополнительных каналов $\eta\eta$ и $\pi\pi\pi\pi$. Канал $\pi\pi\pi\pi$ весьма важен для корректного описания спектров в интервале 1300–1600 МэВ: $\sigma(\pi\pi \rightarrow \pi\pi\pi\pi)/\sigma(\pi\pi \rightarrow \pi\pi)$ порядка 0,5 при 1300 МэВ и около 1,5 при 1500 МэВ [31]. Использование в [29] данных по двухчастичным каналам $\pi\pi$, $K\bar{K}$ и $\eta\eta$ дало возможность провести $q\bar{q}$ -классификацию голых 00^{++} -состояний, f_0^{bare} , при массах меньше 1600 МэВ. Дело в том, что распад $q\bar{q}$ -мезона происходит путем рождения глюонами новой $q\bar{q}$ -пары. Согласно правилам $1/N$ -разложения, основной вклад в константу распада дают планарные диаграммы. При распаде изоскалярного $q\bar{q}$ -мезона на два псевдоскалярных мезона P_1P_2 , а именно,

$$\pi\pi, \quad K\bar{K}, \quad \eta\eta, \quad \eta\eta', \quad \eta'\eta', \quad (1.8)$$

константа связи определяется, с точностью до общего множителя, кварковым составом $q\bar{q}$ -мезона:

$$q\bar{q} = n\bar{n} \cos \phi + s\bar{s} \sin \phi, \quad (1.9)$$

где $n\bar{n} = (u\bar{u} + d\bar{d})/\sqrt{2}$, а также параметром λ , который характеризует относительную вероятность рождения глюонами странных и нестранных кварков в мягких

процессах:

$$u\bar{u} : d\bar{d} : s\bar{s} = 1 : 1 : \lambda. \quad (1.10)$$

Экспериментальные данные дают следующие значения этого параметра: $\lambda \approx 0,5$ [32] для рождения адронов в центральной области адрон-адронных столкновений при высоких энергиях, $\lambda = 0,8 \pm 0,2$ [33] для распадов тензорных мезонов и $\lambda = 0,6 \pm 0,1$ [34, 35] для отношения выходов η и η' мезонов в распадах $J/\psi \rightarrow \gamma\eta/\gamma\eta'$.

Константы связи распада $q\bar{q} \rightarrow P_1 P_2$ в каналы (1.8), определяемые планарными диаграммами, которые являются лидирующими в $1/N$ -разложении, могут быть записаны как

$$g(q\bar{q} \rightarrow P_1 P_2) = C_{P_1 P_2}(\phi, \lambda) g^L, \quad (1.11)$$

где $C_{P_1 P_2}(\phi, \lambda)$ — полностью вычисляемый коэффициент, зависящий от угла смешивания ϕ и параметра λ , и g^L — общий множитель, характеризующий неизвестную нам динамику процесса. Поэтому экспериментальное изучение распадов резонансов в каналы (1.8) позволяет восстановить кварковый состав состояния (т.е. угол смешивания ϕ) и провести тем самым кварковую систематизацию мезонов.

Однако, основываясь только на анализе распадных констант, невозможно однозначно определить, имеем ли мы дело с $q\bar{q}$ -мезоном или же с глюболом. Причина в том, что распад глюбола — двухэтапный процесс с последовательным рождением двух $q\bar{q}$ -пар. После рождения первой $q\bar{q}$ -пары мы имеем в промежуточном состоянии следующую $q\bar{q}$ -систему:

$$n\bar{n} \cos \phi_G + s\bar{s} \sin \phi_G, \quad \tan \phi_G = \sqrt{\frac{\lambda}{2}}. \quad (1.12)$$

При $\lambda = 0,45 - 0,80$ угол смешивания равен $\phi_G = 25^\circ - 32^\circ$. Уже на втором этапе промежуточная система $q\bar{q}$ трансформируется в мезоны $P_1 P_2$: это означает, что константы распада глюбола удовлетворяют тем же соотношениям, что и в случае распада $q\bar{q}$ -мезона с $\phi = \phi_G$.

Анализ спектров $\pi\pi$, $K\bar{K}$ и $\eta\eta$, проведенный в [29], показал, что при массах меньше 1600 МэВ имеется четыре скалярных-изоскалярных состояния, причем только одно из них является доминантно $s\bar{s}$ -состоянием. Так как каждый из ${}^3P_0 q\bar{q}$ -мультиплетов содержит два $I = 0$ состояния, которые соответствуют двум флейверным комбинациям, $n\bar{n}$ и $s\bar{s}$, то в результате проведенного анализа возникла следующая дилемма:

1) либо в районе 1000–1800 МэВ находятся три ${}^3P_0 q\bar{q}$ -нонета: один базисный $1^3P_0 q\bar{q}$ и два радиально-возбужденных, $2^3P_0 q\bar{q}$ и $3^3P_0 q\bar{q}$ (в этом случае в интервале 1600–1800 МэВ должны существовать два $s\bar{s}$ -доминантных скалярных мезона);

2) либо в области 1600–1800 МэВ имеется только одно $s\bar{s}$ -доминантное состояние (тогда один из трех мезонов в районе 1200–1600 МэВ является лишним с точки зрения $q\bar{q}$ -систематики и должен рассматриваться как кандидат в экзотический мезон: соотношения между константами связи с каналами (1.8), найденные в [29], давали основания предполагать, что это легчайший скалярный глюбол).

Итак, после выполнения анализа [29] первоочередной задачей явилось распространение K -матричного анализа

волны 00^{++} на область масс 1600–1900 МэВ. Продвижение анализа в область $\sqrt{s} > 1600$ МэВ предполагало включение канала $\eta\eta'$ в процедуру фита. Это было сделано в [30], где K -матричный анализ был проведен для масс 500–1900 МэВ с рассмотрением пяти каналов: $\pi\pi$, $K\bar{K}$, $\eta\eta$, $\pi\pi\pi$, $\eta\eta'$. Оказалось, что в интервале 1600–1900 МэВ находится только один f_0 -мезон, при этом, действительно, с доминантной $s\bar{s}$ -компонентой, т.е. анализ работы [30] показал, что осуществляется случай 2). При этом было обнаружено, что существует два варианта выбора скалярного глюбола.

Решение I. Два голых состояния $f_0^{\text{bare}}(720 \pm 100)$ и $f_0^{\text{bare}}(1260 \pm 30)$ являются членами мультиплета $1^3P_0 q\bar{q}$, при этом $f_0^{\text{bare}}(720)$ представляет собой состояние, обогащенное $s\bar{s}$ -компонентой, $\phi(720) = -69^\circ \pm 12^\circ$. Голые состояния $f_0^{\text{bare}}(1600 \pm 50)$ и $f_0^{\text{bare}}(1810 \pm 30)$ являются членами нонета $2^3P_0 q\bar{q}$, причем в $f_0^{\text{bare}}(1600)$ доминирует $n\bar{n}$ -компонента, $\phi(1600) = -6^\circ \pm 15^\circ$. Состояние $f_0^{\text{bare}}(1235 \pm 50)$ — лишнее с точки зрения $q\bar{q}$ -классификации; его константы связи удовлетворяют соотношениям, характерным для глюонума, так что это состояние можно рассматривать в качестве кандидата на легчайший скалярный глюбол.

Решение II. Базисный скалярный нонет — тот же самый, что и в первом решении. Члены следующего нонета $2^3P_0 q\bar{q}$ такие: $f_0^{\text{bare}}(1235 \pm 50)$ и $f_0^{\text{bare}}(1810 \pm 30)$. Оба эти состояния содержат значительные примеси $s\bar{s}$ -компоненты: $\phi(1235) = 42^\circ \pm 10^\circ$ и $\phi(1810) = -53^\circ \pm 10^\circ$. Состояние $f_0^{\text{bare}}(1560 \pm 30)$ является лишним с точки зрения $q\bar{q}$ -систематики и может рассматриваться как хороший кандидат в глюболы.

Существование двух вариантов обусловлено тем, что основываясь только на информации о распадах в каналы (1.8), невозможно получить однозначный ответ на вопрос, имеем ли мы дело с глюболом или же с $q\bar{q}$ -мезоном с углом смешивания $\phi = 25^\circ - 32^\circ$, о чем говорилось выше.

Оба K -матричных решения, I и II, приводят практически к идентичным положениям полюсов амплитуды в комплексной плоскости масс. Амплитуда имеет пять полюсов, приведенных ниже.

Резонанс:	Положение полюса (МэВ):
$f_0(980)$,	$1015 \pm 15 - i(43 \pm 8)$,
$f_0(1300)$,	$1300 \pm 20 - i(120 \pm 20)$,
$f_0(1500)$,	$1499 \pm 8 - i(65 \pm 10)$,
$f_0(1750)$,	$1750 \pm 30 - i(125 \pm 70)$,
$f_0(1530_{-250}^{+90})$,	$1530_{-250}^{+90} - i(560 \pm 140)$.

Широкий резонанс $f_0(1530_{-250}^{+90})$ не является совершенно новым объектом в мезонной физике: это как раз тот резонанс, который долгое время назывался $\epsilon(1300)$. Большая ширина $f_0(1530_{-250}^{+90})$ обусловлена эффектом аккумуляции ширины при смешивании резонансов.

Базисом для надежной и однозначной идентификации скалярного глюбола является полное воссоздание мультиплетов $1^3P_0 q\bar{q}$ и $2^3P_0 q\bar{q}$. Каждый из этих нонетов состоит из двух скаляров-изоскаляров, f_0 , одного изовектора-скаляра, a_0 , и скалярного каона, K_0 . Как говорилось выше, нонетную классификацию высокоэнергетических $q\bar{q}$ -состояний разумно осуществлять в терминах голых состояний, которые не включают компоненты с

состояниями реальных мезонов. Обсуждавшийся выше анализ [30] определил четыре f_0^{bare} -мезона, необходимых для построения двух нонетов; два легчайших изотриплетных резонанса также известны — это $a_0(980)$ и $a_0(1450)$ [9]. Полный K -матричный анализ волны 10^{++} [36] дал следующие значения масс резонансов:

$$\begin{aligned} a_0(980) &\rightarrow (988 \pm 6) - i(46 \pm 10) \text{ МэВ}, \\ a_0(1450) &\rightarrow (1565 \pm 30) - i(146 \pm 20) \text{ МэВ}. \end{aligned} \quad (1.14)$$

Следует подчеркнуть, что масса второго резонанса занижена в [9] примерно на 100 МэВ. Соответствующие голые состояния следующие:

$$a_0^{\text{bare}}(964 \pm 16), \quad a_0^{\text{bare}}(1670 \pm 70). \quad (1.15)$$

Идентификация скалярных резонансов как членов мультиплетов $1^3P_0 q\bar{q}$ и $2^3P_0 q\bar{q}$ всегда вызывала проблемы: согласно [9, 37] массы двух легчайших каонов соответственно равны $1429 \pm 4 \pm 5$ МэВ и $1945 \pm 10 \pm 20$ МэВ, что заметно выше средних положений масс других мезонов, являющихся кандидатами в члены скалярных нонетов. Именно высокое расположение на шкале масс скалярного каона $K_0(1430)$ в немалой степени инициировало появление моделей, в которых базисный $1^3P_0 q\bar{q}$ -мультиплет фиксируется в районе 1350–1500 МэВ, а резонансы $f_0(980)$ и $a_0(980)$ рассматриваются как экзотические состояния — адронные молекулы [38], многокварковые мешки [39] или миньоны [40, 41].

В [42] был проведен повторный K -матричный анализ S -волнового $K\pi$ -спектра, необходимый для воссоздания K_0^{bare} . Другая причина повторного анализа обусловлена тем, что в [37] рассмотрение $K\pi$ -спектров проводилось отдельно для двух областей масс, 820–1580 МэВ и 1780–2180 МэВ, а область масс 1580–1780 МэВ не была включена в анализ $K\pi$ -амплитуды. Опыт фитирования 00^{++} -волны [30] подсказывает, что при независимом рассмотрении отдельных массовых областей теряется часть информации: для полного ее извлечения необходим одновременный фит, тем более, что в интервале 1580–1780 МэВ наблюдаются значительные изменения амплитуды.

Согласно K -матричному фиту ($IJ^P = \frac{1}{2}0^+$)-волны [42], для удовлетворительного описания $K\pi$ -спектра в интервале 800–2000 МэВ необходимо, как минимум, два K_0 -состояния. Соответственно, $\frac{1}{2}0^+$ -амплитуда этого минимального решения имеет вблизи физической области полюса на II листе (под $K\pi$ -разрезом) и на III листе (под $K\pi$ - и $K\eta'$ -разрезами) при следующих комплексных массах:

$$\begin{aligned} (1415 \pm 30) - i(165 \pm 25) \text{ МэВ}, \\ (1820 \pm 40) - i(125 \pm 35) \text{ МэВ}. \end{aligned} \quad (1.16)$$

$K\eta'$ -порог, находясь в окрестности резонанса (при 1458 МэВ), оказывает сильное воздействие на $\frac{1}{2}0^+$ -амплитуду, так что низшему K_0 -состоянию соответствует и второй полюс, расположенный за $K\eta'$ -разрезом при $M = (1525 \pm 125) - i(420 \pm 80)$ МэВ: ситуация здесь аналогична той, которая наблюдается в $f_0(980)$ -мезоне, которому также соответствует двухполюсная структура амплитуды, обусловленная $K\bar{K}$ -порогом. Канал $K\eta$ слабо влияет на $\frac{1}{2}0^+$ $K\pi$ -амплитуду: на это указывают

как экспериментальные данные [37], так и кварковые комбинаторные соотношения.

Минимальное решение содержит два K_0^{bare} -состояния:

$$K_0^{\text{bare}}(1200_{-110}^{+60}), \quad K_0^{\text{bare}}(1820_{-75}^{+40}). \quad (1.17)$$

В минимальном решении легчайший голый скалярный каон оказался на 200 МэВ ниже полюса амплитуды: это обстоятельство облегчает построение базисного скалярного нонета с массами в районе 900–1200 МэВ.

Следует заметить, что $K\pi$ -спектры допускают решения с тремя полюсами, которые имеют заметно лучший χ^2 , однако и в этих решениях легчайшее каонное состояние K_0^{bare} не покидает область 900–1200 МэВ. В трехполюсном решении имеем

$$K_0^{\text{bare}}(1090 \pm 40), \quad K_0^{\text{bare}}(1375_{-40}^{+125}), \quad K_0^{\text{bare}}(1950_{-20}^{+70}), \quad (1.18)$$

и $K\pi$ -амплитуда имеет полюса:

$$\begin{aligned} \text{II лист} &— M = 998 \pm 15 - i(80 \pm 15) \text{ МэВ}; \\ \text{II лист} &— M = 1426 \pm 15 - i(182 \pm 15) \text{ МэВ}; \\ \text{III лист} &— M = 1468 \pm 30 - i(309 \pm 15) \text{ МэВ}; \\ \text{III лист} &— M = 1815 \pm 25 - i(130 \pm 25) \text{ МэВ}. \end{aligned} \quad (1.19)$$

Состояние $K_0^{\text{bare}}(1375_{-40}^{+125})$, находясь около $K\eta'$ -порога, приводит к удвоению полюсов амплитуды вблизи 1400 МэВ. Подчеркнем, что массы легчайших голых каонных состояний в двухполюсном и трехполюсном решениях совпадают в пределах ошибок.

K -матричный фит $\frac{1}{2}0^+$ $K\pi$ -волны позволяет завершить построение двух низших скалярных нонетов в терминах голых состояний. В соответствии с тем, что анализ 00^{++} -волны [30] дал два решения, отличающихся значением массы "лишнего" состояния (кандидата в глоболы), мы имеем также два варианта нонетной классификации скалярных мезонов. Базисный $1^3P_0 q\bar{q}$ -мультиплет выглядит одинаково в обоих вариантах:

$$\begin{aligned} a_0^{\text{bare}}(960 \pm 30), \quad f_0^{\text{bare}}(720 \pm 100), \\ f_0^{\text{bare}}(1260_{-30}^{+100}), \quad K_0^{\text{bare}}(1200_{-150}^{+90}). \end{aligned} \quad (1.20)$$

Следует специально подчеркнуть: волновая функция $f_0^{\text{bare}}(720)$ в пространстве флейверов близка к октетной, а именно, $\phi(720) = -69^\circ \pm 12^\circ$, тогда как $\phi_{\text{октет}} = -54.7^\circ$. Соответственно, состояние $f_0^{\text{bare}}(1260)$ близко к флейверному синглету. Подобная ситуация наблюдается и в псевдоскалярном секторе, где флейверные волновые функции η и η' близки к октетной и синглетной. Аналогия усиливается, если учесть, что расщепления масс изоскалярных состояний в обоих секторах совпадают, а массы скаляров не намного больше соответствующих масс псевдоскаляров, $m_s - m_{ps} \simeq (200 \pm 100)$ МэВ. Такие совпадения явно указывают на вырождение по четности сил взаимодействия в изоскалярном канале.

Итак, можно заключить: базисный нонет скалярных мезонов однозначно фиксируется K -матричным фитом мезонных спектров. Он расположен низко на массовой шкале, в районе 750–1250 МэВ. В этом диапазоне, при массах меньше 1200 МэВ, не остается места для экзотических состояний.

Нонет $2^3P_0 q\bar{q}$ содержит следующие состояния в решении I:

$$a_0^{\text{bare}}(1640 \pm 40), f_0^{\text{bare}}(1600 \pm 50), f_0^{\text{bare}}(1810_{-100}^{+30}), \\ K_0^{\text{bare}}(1375_{-40}^{+125}) \quad \text{или} \quad K_0^{\text{bare}}(1820_{-60}^{+40}). \quad (1.21)$$

"Лишним" состоянием, с точки зрения нонетной классификации, является $f_0^{\text{bare}}(1235_{-30}^{+150})$.

В решении II нонет $2^3P_0 q\bar{q}$ выглядит следующим образом:

$$a_0^{\text{bare}}(1640 \pm 40), f_0^{\text{bare}}(1235_{-30}^{+150}), f_0^{\text{bare}}(1810_{-100}^{+30}), \\ K_0^{\text{bare}}(1375_{-40}^{+125}) \quad \text{или} \quad K_0^{\text{bare}}(1820_{-60}^{+40}). \quad (1.22)$$

"Лишним" состоянием в этом решении является $f_0^{\text{bare}}(1600 \pm 50)$; еще раз подчеркнем — масса этого состояния оказалась как раз в том районе, который дают решеточные вычисления для массы легчайшего скалярного глюониума, а константы связи с мезонными каналами удовлетворяют кварковым комбинаторным соотношениям для распада глюониума.

Сразу же после получения K -матричного решения в области до 1900 МэВ возникла проблема записи амплитуды 00^{++} -волны в виде дисперсионного представления. Дисперсионное N/D -представление восстанавливает корректным образом аналитические свойства парциальной амплитуды во всей комплексной s -плоскости. Кроме того, и это является главным, в рамках дисперсионного представления возможно последовательно построить матрицу пропагаторов и оценить эффекты смешивания $q\bar{q}$ -состояний и глюбола, а тем самым и корректно восстановить массу глюониума. Дисперсионное N/D -описание волны 00^{++} было проведено в [6, 7]: в [6] была рассмотрена область 1200–1700 МэВ, где расположены три скалярных-изоскалярных состояния, а затем в [7] исследуемая область масс была расширена до 1900 МэВ с включением в рассмотрение четвертого состояния $f_0(1780)$.

Результаты N/D -представления волны 00^{++} дали возможность воссоздать картину смешивания низшего скалярного глюониума: он смешался с двумя близлежащими $q\bar{q}$ -состояниями, членами мультиплетов 1^3P_0 и 2^3P_0 , причем резонанс — преемник чистого глюбола — аккумулировал значительную часть ширин резонансов-соседей, превратившись в очень широкий резонанс $f_0(1530_{-250}^{+90})$.

Обратим внимание, что состояние f_0^{bare} не описывает буквально глюодинамический глюобол: состояние f_0^{bare} содержит неглюонные степени свободы, обусловленные реальными частями петлевых диаграмм (мнимые части этих диаграмм ответственны за распад состояния). Дисперсионный N/D -метод, восстанавливая реальные и мнимые части петлевых диаграмм, воссоздает тем самым полную картину смешивания состояний, т.е. восстанавливает также и массу глюониума. Она равна в решении I:

$$m_{\text{gluonium}} = 1225 \text{ МэВ}, \quad (1.23)$$

и в решении II:

$$m_{\text{gluonium}} = 1633 \text{ МэВ}. \quad (1.24)$$

Масса (1.24) хорошо согласуется со значениями массы легчайшего скалярного глюбола, полученными в решеточных вычислениях.

Весьма примечательно, что оба дисперсионных решения приводят к практически одинаковому ответу для структуры 00^{++} -волны и кварк-глюонного состава физических резонансов: в обоих решениях широкий резонанс $f_0(1530_{-250}^{+90})$ является преемником глюониума, сохраняя 40–50 % его компоненты, тогда как остальная часть глюониума поделена примерно поровну между резонансами $f_0(1300)$ и $f_0(1500)$. С этой точки зрения, структура резонансов в районе 1300–1600 МэВ определена однозначно.

Наблюдаемый в 00^{++} -волне эффект образования широкого состояния ставит проблему существования подобных широких резонансов и в других волнах: разумно полагать, что экзотические мезоны (глюболы, гибриды) с другими квантовыми числами также вызывают эффект аккумулирования ширин. Поэтому поиск других экзотических мезонов должен быть неразрывно связан с исследованиями широких резонансов.

Возникает и другая, не менее интригующая проблема: широкий резонанс, аккумулировав ширины своих резонансов-соседей, играет роль "запирающего состояния", так как он препятствует распаду соседних состояний с аналогичными квантовыми числами. Это означает, что широкий резонанс играет роль динамического барьера для соседних состояний. Как соотносится этот динамический барьер с барьером конфайнмента? Ответ на этот вопрос сможет дать только детальное исследование роли широких резонансов в различных волнах.

2. K -матрица и дисперсионное N/D -представление амплитуды рассеяния

Дан краткий обзор техники, используемой при анализе мезонных спектров: обсуждаются аналитические свойства амплитуды и демонстрируется связь дисперсионного N/D -представления с K -матричной записью. Обсуждается также роль малых и больших расстояний в формировании наблюдаемых мезонных спектров, в связи с чем вводится понятие "голового состояния". Рассматриваются кварковые комбинаторные соотношения между константами распада глюбола в различные мезонные каналы, а также аналогичные соотношения для $q\bar{q}$ -состояний: эти соотношения являются основой для нонетной систематизации мезонов.

2.1. Амплитуда рассеяния, T -матрица и K -матрица

Поясним на простом примере терминологию и обозначения, используемые при анализе мезонных спектров.

В терминах волновой функции относительного движения двух бесспиновых частиц процесс рассеяния описывается на больших расстояниях падающей плоской волной и расходящейся сферической, $r^{-1}f(\theta)\exp(ikr)$, коэффициент перед которой характеризуется парциальными амплитудами рассеяния

$$f_l(\theta) = \frac{1}{2ik} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) P_l(\cos \theta) \left\{ \exp[2i\delta_l(k)] - 1 \right\}. \quad (2.1)$$

Эта формула написана для одноканального рассеяния без поглощения (k — импульс относительного движения, θ — угол вылета рассеянной частицы). Элемент

T -матрицы определяется фазой рассеяния δ_l :

$$T_l = \frac{1}{2i} [\exp(2i\delta_l) - 1] = \exp(i\delta_l) \sin \delta_l. \quad (2.2)$$

При рассмотрении аналитических свойств удобно использовать амплитуду с другой нормировкой:

$$A_l = \frac{1}{2i\rho(k)} [\exp(2i\delta_l) - 1], \quad (2.3)$$

где $\rho(k)$ — инвариантный двухчастичный фазовый объем:

$$\begin{aligned} \rho(k) &= \int d\Phi(P; k_1, k_2), \\ d\Phi(P; k_1, k_2) &= \\ &= \frac{1}{2} \frac{d^3 k_1}{(2\pi)^3 2k_{10}} \frac{d^3 k_2}{(2\pi)^3 2k_{20}} (2\pi)^4 \delta^{(4)}(P - k_1 - k_2). \end{aligned} \quad (2.4)$$

Инвариантный фазовый объем определяется четырехмерными импульсами: полным импульсом сталкивающихся частиц P , причем $P^2 = s$, и импульсами частиц 1 и 2, k_1 и k_2 . Когда массы частиц 1 и 2 одинаковы, имеем

$$\rho(k) = \frac{k}{8\pi\sqrt{s}}, \quad k = \sqrt{\frac{s}{4} - m^2}. \quad (2.5)$$

K -матричное представление амплитуды связано с записью A_l в форме:

$$A_l = \frac{K_l(k^2)}{1 - i\rho(k)K_l(k^2)}. \quad (2.6)$$

Функция K_l действительна в физической области: мнимая часть амплитуды выписана в явном виде в (2.6). Кроме того, K_l , рассматриваемая как функция квадрата инвариантной энергии s , аналитична вблизи пороговой сингулярности амплитуды $s = 4m^2$; сингулярный член также выделен в явном виде, он содержится в двухчастичном фазовом объеме ρ .

Рассеяние с поглощением описывается введением коэффициента поглощения η_l в парциальном разложении (2.1):

$$[\exp(2i\delta_l) - 1] \rightarrow [\eta_l \exp(2i\delta_l) - 1] \quad (2.7)$$

с $0 \leq \eta_l \leq 1$; случай $\eta_l = 0$ соответствует полному поглощению.

Энергетическую зависимость амплитуды T_l удобно представлять на диаграмме Аргана (Argand plot), которая является полезным инструментом для поиска резонансов. Элемент T -матрицы при фиксированном k (или s) изображается точкой в плоскости $(\text{Re } T_l, \text{Im } T_l)$. С изменением k T -матричный элемент дает набор точек на единичном круге радиуса $1/2$ с центром в точке $(0, i/2)$; с появлением неупругости траектория T_l уходит внутрь круга.

K -матричное представление амплитуды при возникновении поглощения требует фиксации неупругих каналов. Обозначим два канала индексами 1 и 2 и рассмотрим случай, когда неупругость обусловлена вторым двухчастичным каналом. Тогда амплитуда упругого рассеяния $1 + 1' \rightarrow 1 + 1'$, которую мы обозначим как A_{11} (индекс парциальной волны l опущен), может быть по-прежнему

записана в форме (2.6):

$$A_{11} = \frac{K(k^2)}{1 - i\rho_1 K(k^2)}, \quad (2.8)$$

но блок $K(k^2)$ является комплексной величиной выше порога второго канала:

$$K(k^2) = K_{11} + i \frac{K_{12} \rho_2 K_{21}}{1 - i\rho_2 K_{22}}. \quad (2.9)$$

Здесь ρ_2 — фазовый объем второго канала $2 + 2'$, а матричные элементы K_{11} , $K_{12} = K_{21}$ и K_{22} являются действительными функциями k^2 в физической области. Пороговые сингулярности каналов 1 и 2, которые находятся при $s = (m_1 + m'_1)^2$ (порог канала 1) и при $s = (m_2 + m'_2)^2$ (порог канала 2), выделены в (2.8) и (2.9) явным образом — они содержатся в фазовых объемах ρ_1 и ρ_2 , соответственно. Ниже порога второго канала при $(m_1 + m'_1)^2 < s < (m_2 + m'_2)^2$ функция $K(k^2)$ действительна, так как в этой области $\rho_2 = i|\rho_2|$.

2.2. Дисперсионный N/D -метод и K -матричное представление амплитуды

Дисперсионный N/D -метод [43] удобен тем, что он корректно задает аналитические свойства амплитуды во всей комплексной плоскости s . Мы изложим здесь, следуя [44, 45], элементы этого метода, необходимые далее для анализа мезонных спектров.

Парциальная амплитуда $A(s)$ (как и выше, индекс l опускается для краткости) представляется как отношение

$$A(s) = \frac{N(s)}{D(s)}, \quad (2.10)$$

$N(s)$, рассматриваемая как функция комплексной переменной s , содержит только "левые" сингулярности парциальной амплитуды, обусловленные силами взаимодействия, т.е. диаграммами с обменом мезонами в перекрестных каналах (рис. 1). Эти особенности находятся слева от пороговых сингулярностей при $s = (m_1 + m'_1)^2 - m_{\text{cross}}^2$.

D -функция содержит только правые сингулярности, обусловленные перерассеяниями частиц в s -канале: на рис. 1 показаны соответствующие им процессы перерассеяния.

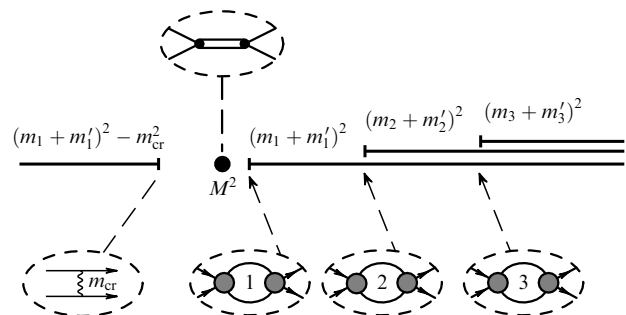


Рис. 1. Комплексная плоскость s и положения сингулярностей парциальной амплитуды: правые сингулярности при $s \geq (m_1 + m'_1)^2$ обусловлены упругими и неупругими перерассеяниями, левые сингулярности — силами взаимодействия, т.е. обмена частиц в перекрестных каналах.

Рассмотрим сначала одноканальную задачу. Тогда D -функция может быть записана в следующем виде (для простоты считаем массы частиц одинаковыми $m_1 = m'_1$):

$$D(s) = 1 - B(s), \quad B(s) = \int_{4m^2}^{\infty} \frac{ds'}{\pi} \frac{N(s')\rho(s')}{s' - s - i0}. \quad (2.11)$$

Здесь опущен индекс 1, т.е. $m_1 \rightarrow m$, $\rho_1 \rightarrow \rho$. Запись (2.11) предполагает, что $D(s) \rightarrow 1$ при $s \rightarrow \infty$ (более общенно, $D(s) \rightarrow \text{const}$ при $s \rightarrow \infty$, так как этот случай сводится к (2.11) переопределением $N(s)$). Кроме того, в (2.11) предположено, что D -функция не содержит полюсов Кастильехо–Далица–Дайсона (более подробное изложение N/D -метода можно найти в [43, 44]).

Хорошим предположением является запись N -функции в виде суммы сепарабельных вершинных функций [44]. Такая техника удобна для описания амплитуды нуклон-нуклонного рассеяния [45]; более того, разработан методика представления t -канальных обменных диаграмм в виде суммы сепарабельных вершинных функций [46]. В простейшем случае, который обсуждается далее, $N(s) = g^2(s)$. Тогда

$$A(s) = \frac{g^2(s)}{1 - B(s)}, \quad B(s) = \int_{4m^2}^{\infty} \frac{ds'}{\pi} \frac{g(s')\rho(s')g(s')}{s' - s - i0}. \quad (2.12)$$

Раскладывая (2.12) в ряд по $B(s)$, мы имеем представление амплитуды $A(s)$ в виде суммы диаграмм, показанных на рис. 2а–в и т.д.; $B(s)$ в (2.12) есть петлевая диаграмма, записанная в виде дисперсионного интеграла. При $s > 4m^2$ петлевая диаграмма комплексна:

$$\text{Im } B(s) = g^2(s)\rho(s), \quad \text{Re } B(s) = P \int_{4m^2}^{\infty} \frac{d(s')}{\pi} \frac{g^2(s')\rho(s')}{s' - s}. \quad (2.13)$$

Амплитуда (2.12) соответствует случаю, когда парциальная волна не содержит затравочных частиц: связанные состояния, если они существуют, обусловлены взаимодействием, формирующим N -функцию. Включение затравочных частиц эквивалентно предположению о росте $D(s)$ при $s \rightarrow \infty$. Если $D(s)$ растет линейно с s , то функция $D(s)$ может быть записана как

$$D(s) = m_0^2 - s - B(s), \quad B(s) = \int_{4m^2}^{\infty} \frac{d(s')}{\pi} \frac{g^2(s')\rho(s')}{s' - s - i0}. \quad (2.14)$$

Амплитуда

$$A(s) = \frac{g^2(s)}{m_0^2 - s - B(s)} \quad (2.15)$$

представляет собой бесконечную сумму диаграмм, показанных на рис. 2г–е и т.д.; $B(s)$ по-прежнему петлевая

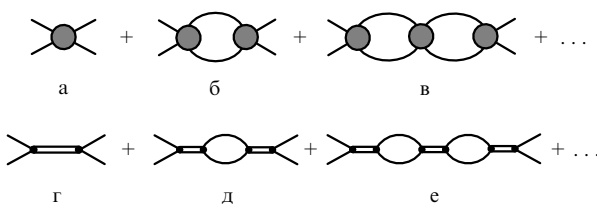


Рис. 2. Диаграммы, описывающие s -канальное рассеяние.

диаграмма, и $(m_0^2 - s)^{-1}$ есть пропагатор затравочной частицы.

K -матричное представление амплитуды $A(s)$ связано с выделением в явном виде мнимой части петлевой диаграммы:

$$A(s) = \frac{g^2(s)}{m_0^2 - s - \text{Re } B(s) - i\rho(s)g^2(s)} = \frac{K(s)}{1 - i\rho(s)K(s)}, \quad K(s) = \frac{g^2(s)}{m_0^2 - s - \text{Re } B(s)}. \quad (2.16)$$

В двухчастичной петлевой диаграмме функция $\text{Re } B(s)$ аналитична в точке $s = 4m^2$. Это означает, что особенностями $K(s)$ в физической области могут быть только полюсы. Однако в левой полуплоскости s $K(s)$ содержит сингулярности, обусловленные t -канальными обменами.

Полюс амплитуды $A(s)$, определяемый равенством

$$m_0^2 - s - B(s) = 0, \quad (2.17)$$

соответствует существованию частицы с квантовыми числами рассматриваемой парциальной волны. Если полюс находится выше порогового значения $s = 4m^2$, то мы имеем дело с резонансом: далее рассматривается именно такой случай. Пусть условие (2.17) выполняется в точке

$$s = M^2 \equiv \mu^2 - i\Gamma\mu. \quad (2.18)$$

Разложим реальную часть знаменателя (2.15) вблизи $s = \mu^2$:

$$m_0^2 - s - \text{Re } B(s) \simeq [1 + \text{Re } B'(\mu^2)](\mu^2 - s) - ig^2(s)\rho(s). \quad (2.19)$$

Стандартная аппроксимация Брейта–Вигнера возникает при фиксации $\text{Im } B(s)$ в точке $s = \mu^2$. Если полюс находится недалеко от пороговой сингулярности $s = 4m^2$, то необходимо сохранить s -зависимость фазового объема. Тогда используют модифицированную формулу Брейта–Вигнера:

$$A(s) = \frac{\gamma}{\mu^2 - s - i\gamma\rho(s)}, \quad \gamma = \frac{g^2(\mu^2)}{1 + \text{Re } B'(\mu^2)}. \quad (2.20)$$

Аналогичная резонансная аппроксимация может быть проведена и при K -матричной записи амплитуды. Она соответствует разложению функции $K(s)$, записанной в форме (2.16), в ряд вблизи точки $s = \mu^2$:

$$K(s) = \frac{g^2(K)}{\mu^2 - s} + f. \quad (2.21)$$

Здесь

$$g^2(K) = \frac{g^2(\mu^2)}{1 + \text{Re } B'(\mu^2)}, \quad f = \frac{g^2(\mu^2)}{2[1 + \text{Re } B'(\mu^2)]} - \frac{2g(\mu^2)g'(\mu^2)}{1 + \text{Re } B'(\mu^2)}. \quad (2.22)$$

2.3. Многоканальное рассеяние

Резонансная амплитуда (2.15) может быть обобщена на многоканальный случай. Пусть имеется n каналов, тогда

амплитуда перехода $b \rightarrow a$ равна:

$$A_{ab}(s) = \frac{g_a(s)g_b(s)}{m_0^2 - s - B(s)}, \quad B(s) = \sum_{c=1}^n B_{cc}(s), \quad (2.23)$$

где B_{cc} определяется стандартным выражением (см. (2.14)) с соответствующей фиксацией фазового объема, вершинной функции и области интегрирования:

$$g^2(s')\rho(s') \rightarrow g_c^2(s')\rho_c(s'), \quad 4m^2 \rightarrow 4m_c^2. \quad (2.24)$$

Амплитуды перехода A_{ab} образуют матрицу \hat{A} . K -матричная запись амплитуды гласит:

$$\hat{A} = \hat{K} \frac{I}{I - i\hat{\rho}\hat{K}}, \quad (2.25)$$

где \hat{K} есть матрица размерности $n \times n$, причем $K_{ab}(s) = K_{ba}(s)$, I — диагональная единичная $n \times n$ матрица, $I = \text{diag}(1, 1, \dots, 1)$, и $\hat{\rho}$ — диагональная матрица фазовых объемов:

$$\hat{\rho} = \text{diag}(\rho_1(s), \rho_2(s), \dots, \rho_n(s)). \quad (2.26)$$

Резонансная амплитуда (2.23) может быть представлена в K -матричной форме (2.25); элементы K -матрицы равны:

$$K_{ab}(s) = \frac{g_a(s)g_b(s)}{m_0^2 - s - \text{Re } B(s)}. \quad (2.27)$$

Вблизи резонанса элементы K -матрицы могут быть разложены в ряд; в этом случае мы имеем представление K -матричных элементов, аналогичное (2.21).

2.4. $q\bar{q}$ -мезоны: проблема малых и больших расстояний

Задача классификации $q\bar{q}$ -состояний в области масс 1000 – 2000 МэВ сталкивается с проблемой кварк-адронной дуальности и тесно связанной с ней проблемой вклада больших и малых расстояний в формирование мезонного спектра.

Обсудим эти проблемы, используя язык стандартной кварковой модели. В этой модели $q\bar{q}$ -уровни определяются потенциалом, который бесконечно возрастает при больших r : $V(r) \propto \alpha r$ (рис. 3а). Бесконечно растущий потенциал порождает бесконечный ряд стабильных $q\bar{q}$ -уровней. Однако понятно, что это упрощенная картина, так как только низшие $q\bar{q}$ -уровни стабильны по отношению к адронным распадам. Вышележащие состояния распадаются по адронным каналам: возбужденное $(q\bar{q})_a$ -состояние рождает новую $q\bar{q}$ -пару, и затем кварки $(q\bar{q})_a + (q\bar{q})$ рекомбинируют в мезоны, которые покидают "ловушку" конфайнмента, образуя тем самым непрерывный мезонный спектр. Условно эта структура спектра показана на рис. 3б, где взаимодействие, связанное с конфайнментом, присутствует как некий потенциальный барьер: взаимодействие при $r < R_{\text{confinement}}$ формирует дискретный спектр $q\bar{q}$ -уровней, тогда как переходы в область $r > R_{\text{confinement}}$ формируют непрерывный мезонный спектр. Именно этот мезонный спектр наблюдается в эксперименте, и задача восстановления $q\bar{q}$ -уровней, сформированных при $r < R_{\text{confinement}}$, прямо связана с задачей определения влияния распадных мезон-

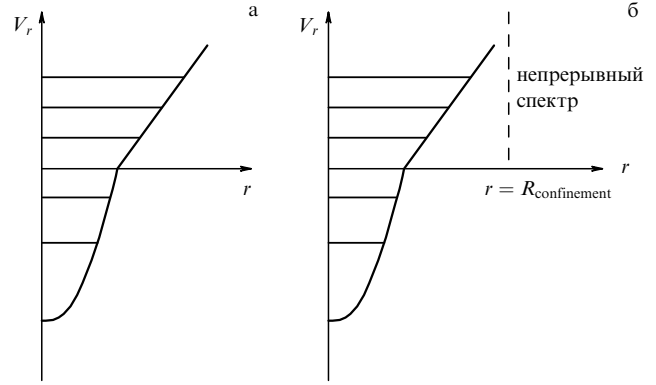


Рис. 3. Потенциал стандартной кварковой модели со стабильными $q\bar{q}$ -уровнями (а); потенциал с нестабильными верхними уровнями, моделирующий реальную ситуацию для высоковозбужденных $q\bar{q}$ -состояний (б).

ных спектров на сдвиг уровней: при $q\bar{q}$ -классификации уровней необходимо исключить влияние распадной мезонной компоненты.

Приблизительно эта задача решается в рамках K -матричного описания мезонных спектров, когда в K -матричной амплитуде "ликвидируются" вклады, обусловленные переходами в реальные мезонные состояния: формально это эквивалентно переходу в (2.25) к пределу $\rho_a \rightarrow 0$. При учете только лидирующих полюсных сингулярностей амплитуда перехода $b \rightarrow a$ имеет вид

$$A_{ab}^{\text{bare}}(s) = K_{ab}(s) = \frac{g_a(K)g_b(K)}{\mu^2 - s} + f_{ab}. \quad (2.28)$$

Таким образом, полюс K -матрицы отвечает состоянию, у которого ликвидирована "шуба" реальных мезонов. Это дало основание назвать соответствующие состояния "голыми мезонами" [29, 30]. Следует, однако, отличать это определение от определения голых частиц в теории поля, где "шуба" включает и виртуальные состояния вне массовой поверхности.

В случае, когда $q\bar{q}$ -спектр содержит ряд состояний с одинаковыми квантовыми числами, амплитуда $A_{ab}^{\text{bare}}(s)$ определяется суммой соответствующих полюсов:

$$A_{ab}^{\text{bare}}(s) = \sum_{\alpha} \frac{g_a^{(\alpha)}(K)g_b^{(\alpha)}(K)}{\mu_{\alpha}^2 - s} + f_{ab}. \quad (2.29)$$

Аппроксимация амплитуды при $r < R_{\text{confinement}}$ в виде ряда полюсов не нова: она широко используется в дуальных моделях и при рассмотрении вкладов, лидирующих в $1/N_c$ -разложении. С точки зрения таких моделей, не зависящее от s слагаемое f_{ab} представляет собой суммарный вклад полюсов, удаленных от области рассмотрения.

Константы связи голого состояния, $g_a^{(\alpha)}(K)$, являются источником информации о кварк-глюонном составе этого состояния.

2.5. Константы связи глюоннума и $q\bar{q}$ -состояний с мезонными каналами: правила $1/N_c$ -разложения и кварковые комбинаторные соотношения

Кварк-глюонный состав состояний, соответствующих K -матричным полюсам (голым состояниям), проявляется в

соотношениях между константами связи этих полюсов с мезонными каналами, $g_a^{(z)}$.

Оценим прежде всего эти константы в рамках правил $1/N$ -разложения: оценку проведем как для перехода *глюбол* \rightarrow *два мезона*, так и для перехода *q \bar{q} -состояние* \rightarrow *два мезона*. С этой целью рассмотрим глюонную петлевую диаграмму, соответствующую двухглюонной собственнэнергетической части: *глюбол* \rightarrow *два глюона* \rightarrow *глюбол* (рис. 4а). Эта петлевая диаграмма порядка единицы, если глюбол является двухглюонной составной системой: $B(G \rightarrow gg \rightarrow G) \sim g_{G \rightarrow gg}^2 N_c^2 \sim 1$, где $g_{G \rightarrow gg}$ — константа связи глюбола с двумя глюонами. Таким образом,

$$g_{G \rightarrow gg} \sim \frac{1}{N_c}. \quad (2.30)$$

Константа перехода $g_{G \rightarrow q\bar{q}}$ определяется диаграммами типа представленной на рис. 4б. Аналогичная оценка дает

$$g_{G \rightarrow q\bar{q}} \sim g_{G \rightarrow gg} g_{\text{QCD}}^2 N_c \sim \frac{1}{N_c}. \quad (2.31)$$

Здесь g_{QCD} — кварк-глюонная константа связи, которая порядка $1/\sqrt{N_c}$ [8]. Константа связи перехода *глюбол* \rightarrow *два мезона* в членах, лидирующих в $1/N_c$ -разложении, задается диаграммами типа показанной на рис. 4в:

$$g_{G \rightarrow mm}^L \sim g_{G \rightarrow q\bar{q}} g_{m \rightarrow q\bar{q}}^2 N_c \sim \frac{1}{N_c}. \quad (2.32)$$

Здесь учтено, что $g_{m \rightarrow q\bar{q}} \sim 1/\sqrt{N_c}$: это обусловлено тем, что петлевая диаграмма мезонного пропагатора (рис. 4г) порядка единицы, а именно, $B(m \rightarrow q\bar{q} \rightarrow m) \sim g_{m \rightarrow q\bar{q}}^2 N_c \sim 1$. Диаграмма на рис. 4д определяет константы перехода *глюбол* \rightarrow *два мезона* в членах следующего порядка в $1/N_c$ -разложении:

$$g_{G \rightarrow mm}^{NL} \sim g_{G \rightarrow gg} g_{\text{QCD}}^4 g_{m \rightarrow q\bar{q}}^2 N_c^2 \sim \frac{1}{N_c^2}. \quad (2.33)$$

Как говорилось выше, глюбол может распадаться в каналы (1.8). При этом процесс рождения глюонами легких кварков происходит с нарушением флейверной слепоты, $u\bar{u} : d\bar{d} : s\bar{s} = 1 : 1 : \lambda$. В рамках такого предпо-

ложения константы связи для перехода *глюбол* \rightarrow *два псевдоскалярных мезона* вычисляются с помощью кварковой комбинаторики. Правила кварковой комбинаторики успешно использовались для расчета выходов вторичных частиц в адрон-адронных столкновениях при высоких энергиях [47] и в распадах $J/\psi \rightarrow$ адроны [48]. Расчет констант связи в распадах *глюбол* \rightarrow *мезоны* проводился в [20, 34, 49].

Константы распада глюбола в каналы (1.8) приведены в табл. 1 для вкладов, лидирующих в $1/N$ -разложении, $g_{G \rightarrow mm}^L$, и следующих за лидирующими, $g_{G \rightarrow mm}^{NL}$. Неизвестная нам динамика распада скрыта в параметрах G_L и G_{NL} . Константа распада в определенный канал n равна сумме обоих вкладов:

$$g_{G \rightarrow mm}^L(n) + g_{G \rightarrow mm}^{NL}(n). \quad (2.34)$$

Второе слагаемое подавлено по сравнению с первым в N_c раз, и опыт расчета кварковых диаграмм показывает, что величина этого подавления порядка $1/10$.

Сумма квадратов констант связи удовлетворяет правилам сумм:

$$\begin{aligned} \sum_n [g_{G \rightarrow mm}^L(n)]^2 I(n) &= \frac{1}{2} G_L^2 (2 + \lambda)^2, \\ \sum_n [g_{G \rightarrow mm}^{NL}(n)]^2 I(n) &= \frac{1}{2} G_{NL}^2 (2 + \lambda)^2, \end{aligned} \quad (2.35)$$

где $I(n)$ есть фактор идентичности рожденных частиц (см. табл. 1). Эти правила сумм являются следствием кварк-адронной дуальности: сумма квадратов констант связи по полному набору флейверных состояний эквивалентна сумме разрезанных диаграмм с кварковыми петлями (диаграммы на рис. 4е для лидирующих вкладов и на рис. 4ж для следующих за лидирующими). Каждая кварковая петля содержит фактор $(2 + \lambda)$, связанный с суммированием по легким флейверам (см. (1.10)).

Таблица 1. Константы распада глюбола на два псевдоскалярных мезона в главном и в следующем за главным порядках $1/N$ -разложения; Θ — угол смешивания $\eta - \eta'$ мезонов: $\eta = n\bar{n} \cos \Theta - s\bar{s} \sin \Theta$ и $\eta' = n\bar{n} \sin \Theta + s\bar{s} \cos \Theta$

Канал	Константы распада глюбола в главном порядке по $1/N$ -разложению	Константы распада глюбола в следующем за главным порядке по $1/N$ -разложению	Фактор тождественности частиц
$\pi^0 \pi^0$	G_L	0	$\frac{1}{2}$
$\pi^+ \pi^-$	G_L	0	1
$K^+ K^-$	$\sqrt{\lambda} G_L$	0	1
$K^0 \bar{K}^0$	$\sqrt{\lambda} G_L$	0	1
$\eta \eta$	$G_L (\cos^2 \Theta + \lambda \sin^2 \Theta)$	$2G_{NL} \left(\cos \Theta - \sqrt{\frac{\lambda}{2}} \sin \Theta \right)^2$	$\frac{1}{2}$
$\eta \eta'$	$G_L (1 - \lambda) \sin \Theta \cos \Theta$	$2G_{NL} \left(\cos \Theta - \sqrt{\frac{\lambda}{2}} \sin \Theta \right) \times$ $\times \left(\sin \Theta + \sqrt{\frac{\lambda}{2}} \cos \Theta \right)$	1
$\eta' \eta'$	$G_L (\sin^2 \Theta + \lambda \cos^2 \Theta)$	$2G_{NL} \left(\sin \Theta + \sqrt{\frac{\lambda}{2}} \cos \Theta \right)^2$	$\frac{1}{2}$

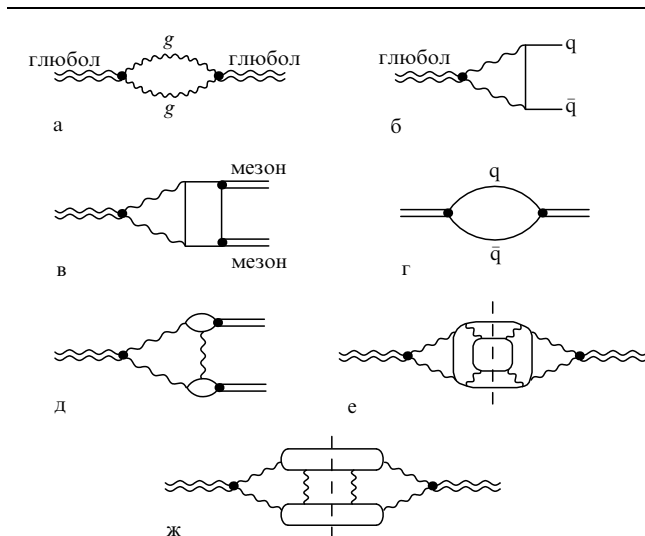


Рис. 4. Диаграммы, определяющие распад глюбола в два мезона.

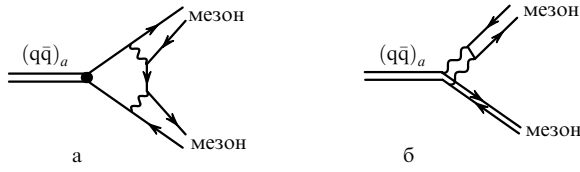


Рис. 5. Диаграммы, определяющие распад $(q\bar{q})_a$ -состояния в два мезона.

Кварковые комбинаторные правила могут быть применены и для расчета констант связи $(q\bar{q})_a$ -мезонов с псевдоскалярными каналами (1.8). Имеется два типа переходов $(q\bar{q})_a$ -состояние \rightarrow два мезона: они показаны на рис. 5а, б. Процесс на рис. 5а является лидирующим согласно правилам $1/N$ -разложения; его константа связи порядка

$$g_{m(a) \rightarrow mm}^L \sim g_{m \rightarrow q\bar{q}}^3 N_c \sim \frac{1}{\sqrt{N_c}}. \quad (2.36)$$

Константа распада в процессе на рис. 5б порядка

$$g_{m(a) \rightarrow mm}^{NL} \sim g_{m \rightarrow q\bar{q}}^3 N_c^2 g_{m \rightarrow q\bar{q}}^4 \sim \frac{1}{N_c \sqrt{N_c}}. \quad (2.37)$$

Константы связи распадов $(q\bar{q})_a \rightarrow \pi\pi, K\bar{K}, \eta\eta, \eta\eta', \eta'\eta'$ приведены в табл. 2 как для лидирующих вкладов, так и для вкладов, следующих за лидирующими; g^L и g^{NL} являются параметрами, в которых скрыта не известная

Таблица 2. Константы распада $q\bar{q}$ -мезонов на два псевдоскалярных мезона в главном и в следующем за главным порядке $1/N$ -разложения; ϕ — угол смешивания $\pi\bar{\pi}$ - и $\pi\pi$ -состояний (см. (1.9))

Канал	Константы распада $q\bar{q}$ -мезонов на два псевдоскалярных мезона в главном порядке $1/N$ -разложения	Константы распада $q\bar{q}$ -мезонов на два псевдоскалярных мезона в следующем за главным порядке $1/N$ -разложения
$\pi^0\pi^0$	$g^L \cos \frac{\phi}{\sqrt{2}}$	0
$\pi^+\pi^-$	$g^L \cos \frac{\phi}{\sqrt{2}}$	0
K^+K^-	$\frac{g^L(\sqrt{2} \sin \phi + \sqrt{\lambda} \cos \phi)}{\sqrt{8}}$	0
$K^0\bar{K}^0$	$\frac{g^L(\sqrt{2} \sin \phi + \sqrt{\lambda} \cos \phi)}{\sqrt{8}}$	0
$\eta\eta$	$g^L \left(\cos^2 \theta \cos \frac{\phi}{\sqrt{2}} + \sqrt{\lambda} \sin \phi \sin^2 \theta \right)$	$\sqrt{2} g^{NL} \left(\cos \theta - \sqrt{\frac{\lambda}{2}} \sin \theta \right) \times$ $\times (\cos \phi \cos \theta - \sin \phi \sin \theta)$
$\eta\eta'$	$g^L \sin \theta \cos \theta \left(\cos \frac{\phi}{\sqrt{2}} - \sqrt{\lambda} \sin \phi \right)$	$\sqrt{\frac{1}{2}} g^{NL} \left[\left(\cos \theta - \sqrt{\frac{\lambda}{2}} \sin \theta \right) \times \right.$ $\times (\cos \phi \sin \theta + \sin \phi \cos \theta) +$ $\left. + \left(\sin \theta + \sqrt{\frac{\lambda}{2}} \cos \theta \right) \times \right.$ $\left. \times (\cos \phi \sin \theta - \sin \phi \cos \theta) \right]$
$\eta'\eta'$	$g^L \left(\sin^2 \theta \cos \frac{\phi}{\sqrt{2}} + \sqrt{\lambda} \sin \phi \cos^2 \theta \right)$	$\sqrt{2} g^{NL} \left(\sin \theta + \sqrt{\frac{\lambda}{2}} \cos \theta \right) \times$ $\times (\cos \phi \cos \theta + \sin \phi \sin \theta)$

нам динамика мягкого процесса распада. Как и для распада глюбола, константа распада $(q\bar{q})_a$ -мезона в канал n есть сумма обоих слагаемых:

$$g_{m(a) \rightarrow mm}^L + g_{m(a) \rightarrow mm}^{NL}. \quad (2.38)$$

Оба слагаемых в (2.38) определяют константу распада $(q\bar{q})_a$ -мезона в общем случае: различные варианты выбора соотношений между константами связи обусловлены выбором тех или иных соотношений между g^L и g^{NL} . Примеры различных фиксаций g^L/g^{NL} можно найти в [40, 49].

Подчеркнем еще раз, что соотношения между константами связи для $(q\bar{q})_a$ -состояния (см. табл. 2) становятся идентичными соотношениям для констант распада глюбола, когда $\phi = \arctan \sqrt{\lambda/2}$: это относится как к лидирующим вкладам, так и к вкладам, следующими за лидирующими. Это означает, что, базируясь только на соотношениях между константами связи с адронными каналами распадов, невозможно однозначно определить, имеем мы дело с глюболом или же с $I=0$ $(q\bar{q})_a$ -мезоном, имеющим угол смешивания ϕ близкий к 30° .

3. К-матричный анализ спектров и классификация $q\bar{q}$ -состояний по нонетам

В этом разделе излагаются результаты анализа волн $00^{++}, 10^{++}, 02^{++}, 12^{++}$ и $\frac{1}{2}0^+$, выполненного в [30, 36, 42]. На основе этого анализа проведена классификация $q\bar{q}$ -состояний по нонетам.

3.1. К-матричный фит 00^{++} -волны: спектры $\pi\pi, K\bar{K}, \eta\eta$ и $\eta\eta'$

Для описания 00^{++} -амплитуды в [30] используется стандартное K -матричное представление, причем K_{ab} есть матрица 5×5 ($a, b = 1, 2, \dots, 5$) со следующим обозначением каналов $1 = \pi\pi, 2 = K\bar{K}, 3 = \eta\eta, 4 = \eta\eta', 5 = (\pi\pi\pi + \text{другие многомезонные состояния})$.

Матричные элементы K_{ab} параметризованы в форме, близкой к (2.28):

$$K_{ab} = \left(\sum_{\alpha} \frac{g_{\alpha}^{(x)} g_{\alpha}^{(x)}}{M_{\alpha}^2 - s} + f_{ab} \frac{1}{s + s_0} \right), \quad (3.1)$$

причем введено ограничение $s_0 \geq 1 \text{ ГэВ}^2$.

Следующие формулы описывают спектры $\pi\pi, \eta\eta$ и $\eta\eta'$, полученные группой GAMS в реакциях с t -канальным обменом пионом:

$$A_{\pi N \rightarrow N b} = g(\bar{\psi}_N \gamma_5 \psi_N) F(t) D(t) K_{1a}(t) (1 - i \hat{p} \hat{K})_{ab}^{-1}, \quad (3.2)$$

$$K_{1a}(t) = \left(\sum_{\alpha} \frac{g_{\alpha}^{(x)}(t) g_{\alpha}^{(x)}}{M_{\alpha}^2 - s} + f_{1a}(t) \frac{1}{s + s_0} \right). \quad (3.3)$$

Здесь $D(t)$ — пионный пропагатор, $F_N(t)$ — нуклонный формфактор в вершине πNN , а $g_{\alpha}^{(x)}(t)$ и $f_{1a}(t)$ — формфакторы пионного блока.

Та часть амплитуды в реакциях $p\bar{p} \text{ (в покое)} \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0, \pi^0 \eta\eta$, которая описывает рождение двух мезонов в состоянии 00^{++} , записывается как

$$A_{p\bar{p} \rightarrow \text{mesons}} = A_1(s_{23}) + A_2(s_{13}) + A_3(s_{12}). \quad (3.4)$$

Амплитуда $A_k(s_{ij})$ определяет вклад, где частицы ij осуществляют "последнее" парное взаимодействие, а частица k остается спектатором.

Амплитуда $A_1(s_{23})$ для спектров $\pi\pi$ и $\eta\eta$ имеет следующую форму ($b = \pi\pi, \eta\eta$):

$$A_1(s_{23}) = K_{\pi\pi, a}(s_{23})(1 - i\rho K)_{ab}^{-1},$$

$$K_{\pi\pi, a}(s_{ij}) = \left(\sum_{\alpha} \frac{A_{\pi\pi}^{(\alpha)} g_a^{(\alpha)}}{M_{\alpha}^2 - s_{ij}} + \phi_{\pi\pi, a} \frac{1}{s_{ij} + s_0} \right). \quad (3.5)$$

В реакции $\pi\bar{p} \text{ (в покое)} \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0$ амплитуда симметрична при перестановке индексов пионов: $A_1(s_{ij}) = A_2(s_{ij}) = A_3(s_{ij})$. Взаимодействие $\pi^0 \pi^0$ в реакции $\pi\bar{p} \text{ (в покое)} \rightarrow \pi^0 \pi^0 \eta$ определяется слагаемым ($b = \pi\pi$):

$$A_1(s_{23}) = K_{\pi\pi, a}(s_{23})(1 - i\rho K)_{ab}^{-1},$$

$$K_{\pi\pi, a}(s_{ij}) = \left(\sum_{\alpha} \frac{A_{\pi\pi}^{(\alpha)} g_a^{(\alpha)}}{M_{\alpha}^2 - s_{ij}} + \phi_{\pi\pi, a} \frac{1}{s_{ij} + s_0} \right). \quad (3.6)$$

Параметры $A_{\pi\pi}^{(\alpha)}$, $\phi_{\pi\pi}$, $A_{\pi\eta}$ и $\phi_{\pi\eta}$ могут быть комплексными величинами с различными фазами из-за трехчастичного взаимодействия — более подробное обсуждение структуры амплитуд $\pi\bar{p} \rightarrow \text{три мезона}$ можно найти в [50].

3.2. Результаты K -матричного фита волны 00^{++} при массах ниже 1900 МэВ

Одновременный K -матричный анализ 00^{++} -волновых спектров в диапазоне масс 550–1900 МэВ, проведенный в [30], указал на существование пяти голых состояний f_0^{bare} . Только два из этих состояний, $f_0^{\text{bare}}(720)$ и $f_0^{\text{bare}}(1810)$, содержат большую $s\bar{s}$ -компоненту. Это означает, что только два $^3P_0 q\bar{q}$ -нонета могут быть построены в районе масс ниже 1900 МэВ.

Следующие требования лежат в основе нетной классификации голых состояний:

1. Партнеры по нонету ортогональны в пространстве флейверов, т.е. они должны иметь разность углов смешивания (см. (1.9)) равную 90° : $\phi_1 - \phi_2 = 90^\circ$ (для этой величины был разрешен коридор $90^\circ \pm 5^\circ$).

2. Константы связи g^L и g^{NL} (см. табл. 2) примерно равны для партнеров по нонету: $g_1^L \simeq g_2^L$ и $g_1^{NL} \simeq g_2^{NL}$.

Стандартная кварковая модель требует равенства констант связи, но s -зависимость вершинных функций и петлевых диаграмм нарушает это равенство из-за разности масс партнеров по нонету. Кроме того, K -матричные константы связи содержат дополнительный s -зависимый фактор $[1 + B'(s)]^{-1}$ (см. (2.22)): этот фактор особенно заметно влияет на район малых масс (область базисного нонета 1^3P_0), где более существенны пороги и левые сингулярности парциальной амплитуды.

Фит экспериментальных данных (1.4)–(1.7) привел к двум решениям: I и II. Результаты, полученные в решении I, показаны ниже.

Тип состояния:	Флейверная волновая функция:
$f_0^{\text{bare}}(720) \rightarrow 1^3P_0 q\bar{q}$	$0,40n\bar{n} - 0,92s\bar{s}$
$f_0^{\text{bare}}(1260) \rightarrow 1^3P_0 q\bar{q}$	$0,92n\bar{n} + 0,40s\bar{s}$
$f_0^{\text{bare}}(1600) \rightarrow 2^3P_0 q\bar{q}$	$0,995n\bar{n} - 0,10s\bar{s}$
$f_0^{\text{bare}}(1810) \rightarrow 2^3P_0 q\bar{q}$	$0,10n\bar{n} + 0,995s\bar{s}$
$f_0^{\text{bare}}(1235) \rightarrow \text{Glueball} \rightarrow$	$0,91n\bar{n} + 0,42s\bar{s}$.

(3.7)

В (3.7) введена "флейверная волновая функция глобола": это флейверное промежуточное состояние, образующееся в процессе распада глобола.

Приведем результаты для решения II.

Тип состояния:	Флейверная волновая функция:
$f_0^{\text{bare}}(720) \rightarrow 1^3P_0 q\bar{q}$	$0,40n\bar{n} - 0,92s\bar{s}$
$f_0^{\text{bare}}(1260) \rightarrow 1^3P_0 q\bar{q}$	$0,92n\bar{n} + 0,40s\bar{s}$
$f_0^{\text{bare}}(1235) \rightarrow 2^3P_0 q\bar{q}$	$0,74n\bar{n} + 0,67s\bar{s}$
$f_0^{\text{bare}}(1810) \rightarrow 2^3P_0 q\bar{q}$	$0,67n\bar{n} - 0,74s\bar{s}$
$f_0^{\text{bare}}(1600) \rightarrow \text{Glueball} \rightarrow$	$0,91n\bar{n} + 0,42s\bar{s}$.

(3.8)

Описание экспериментальных данных решениями I и II представлено на рис. 6–9 (пунктир и сплошная линия, соответственно).

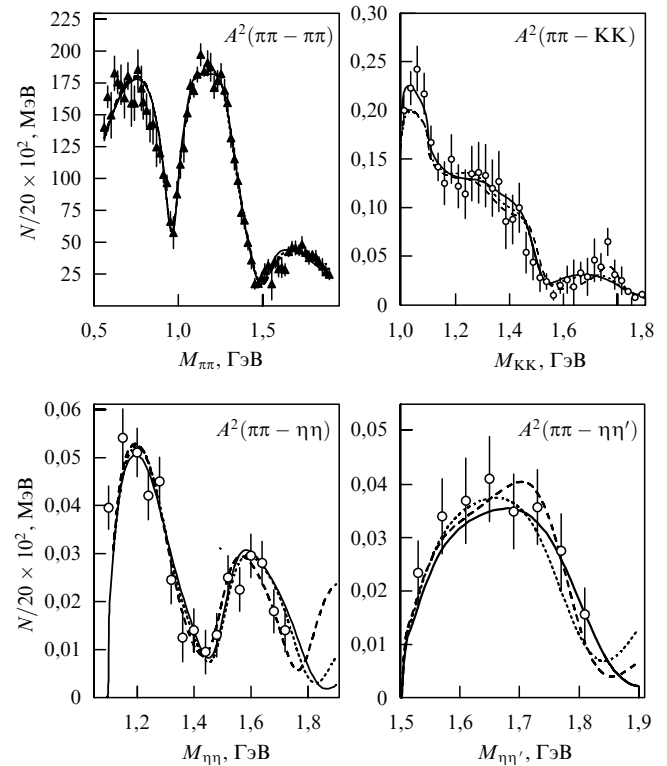


Рис. 6. Квадраты S -волновых амплитуд и их описание в [30]: сплошная линия — решение II.

3.3. Резонансы: пики в спектрах или провалы?

В течение десятилетий поиск мезонных резонансов означал поиск пиков в спектрах частиц. Только недавно пришло понимание, что это не всегда так: пример дал резонанс $f_0(980)$. В периферических $\pi\pi$ -спектрах он проявляется себя как провал — обсуждению этого явления посвящен ряд работ (см., например, [9, 51]). Исследование 00^{++} -волны показывает, что мезонные резонансы в области 1000–1600 МэВ проявляются не только в виде пиков или провалов, но и как разнообразные "плечи" в спектрах. Основная характеристика резонанса — не пик или провал в спектре, а петля на диаграмме Аргана.

Рисунки 10 и 11 демонстрируют диаграммы Аргана, соответствующие показанным фитам спектров. На рисунке 10 изображены 00^{++} -амплитуды $A_{\pi\pi \rightarrow \pi\pi}$.

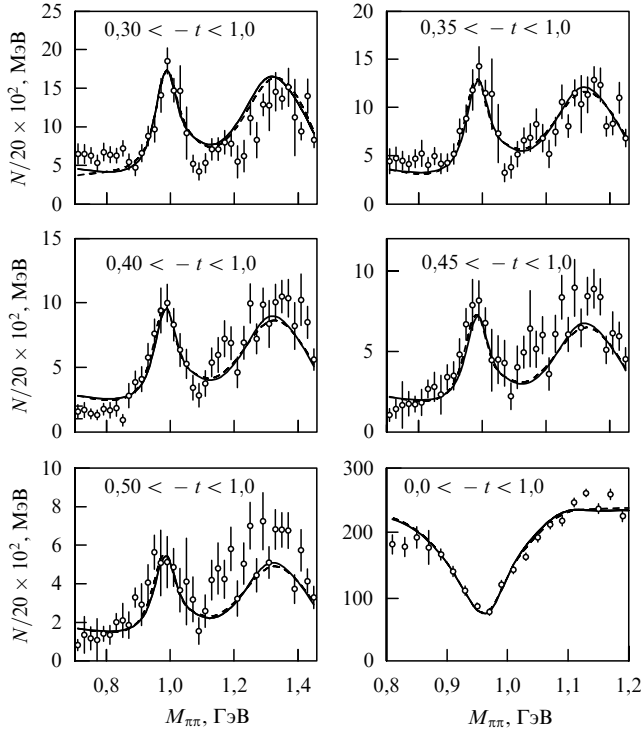


Рис. 7. Число событий в реакции $\pi^- p \rightarrow \pi^0 \pi^0 p$ в зависимости от инвариантной массы $\pi\pi$ -системы, отобранных в различных интервалах значений квадрата переданного импульса t . Сплошная линия соответствует решению II, пунктирная — решению I.

$A_{\pi\pi \rightarrow K\bar{K}}$, $A_{\pi\pi \rightarrow \eta\eta}$ и $A_{\pi\pi \rightarrow \eta\eta'}$ как функции энергии. В самом деле, видно, что резонансам $f_0(980)$, $f_0(1300)$, $f_0(1500)$ и $f_0(1780)$ соответствуют достаточно хорошо обозначенные петли. Проявление резонансов $f_0(980)$ и $f_0(1300)$ в виде петель особенно хорошо видно в амплитудах $A_{\pi(t)\pi \rightarrow \pi\pi}$ при больших $|t|$ (см. рис. 11).

3.4. Резонанс $f_0(980)$: $K\bar{K}$ -молекула или потомок легчайших скалярных $q\bar{q}$ -состояний?

Это принципиальный вопрос для $q\bar{q}$ -систематики, и он при проведении K -матричного анализа 00^{++} -волны исследовался в первую очередь [14]. Следуя этой работе, приведем аргументы, указывающие на то, что $f_0(980)$ является потомком легчайших $q\bar{q}$ -состояний.

Резонансу $f_0(980)$ соответствуют два полюса амплитуды при следующих комплексных массах: $M = 1015 - i46$ МэВ — второй лист (под $\pi\pi$ -разрезом) и $M = 936 - i238$ МэВ — третий лист (под $\pi\pi$ и $K\bar{K}$ -разрезами). Второй полюс при $936 - i238$ МэВ появился благодаря хорошо известному раздвоению полюсов, обусловленному близостью $K\bar{K}$ -порога (см., например, [51, 52]). Первый полюс при $1015 - i46$ МэВ оказывает доминирующее влияние на спектр $\pi\pi$ -системы, приводя к резкому провалу в $\pi\pi \rightarrow \pi\pi$ спектре или к пику в спектре $\pi\pi(t) \rightarrow \pi\pi$ при больших $|t|$ [24]. Проследим динамику поведения этого полюса при включении и выключении распадных каналов, т.е. переходов в каналы $1 = \pi\pi$, $2 = K\bar{K}$. Для этой цели произведем следующую замену в K -матричной амплитуде:

$$g_1(720) \rightarrow \xi_1 g_1(720), \quad g_2(720) \rightarrow \xi_2 g_2(720), \quad (3.9)$$

где параметры ξ_a меняются в интервале $0 \leq \xi_a \leq 1$. При $\xi_1 \rightarrow 0$ и $\xi_2 \rightarrow 0$ распадные каналы легчайшего 00^{++} -

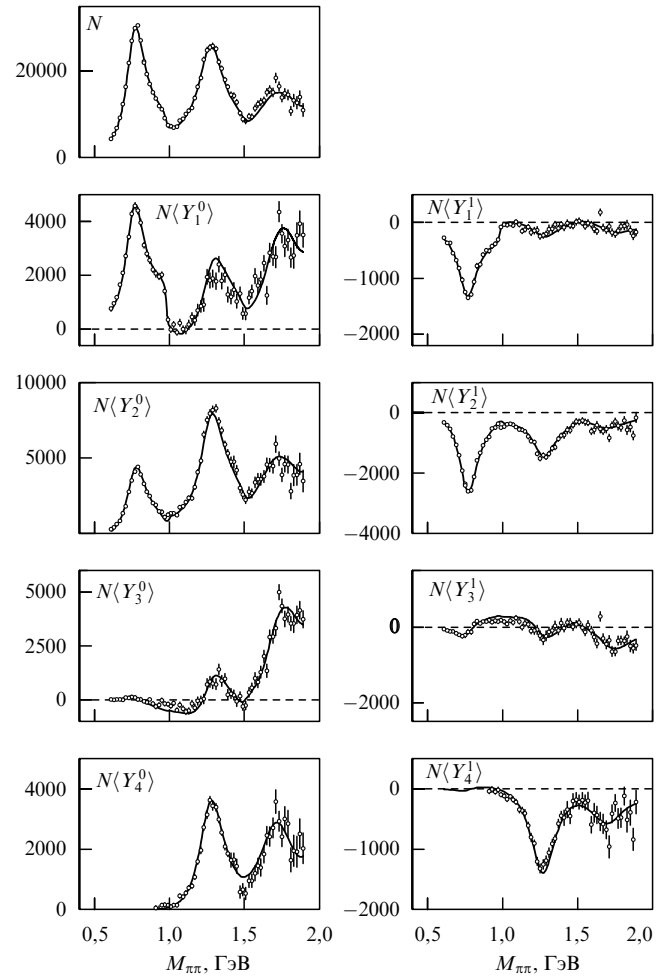


Рис. 8. Описание моментов углового распределения $\pi\pi$ в решении II в [30], измеренных в реакции $\pi^- p \rightarrow \pi\pi^- \pi^+$ [27].

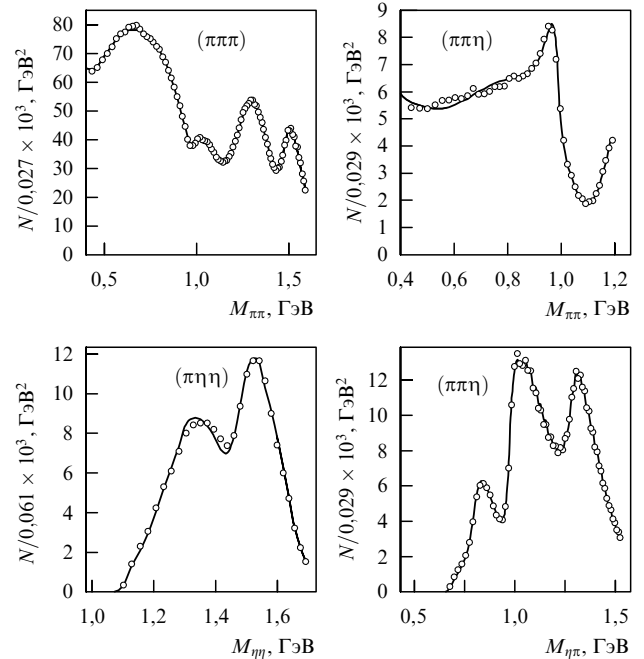


Рис. 9. Спектры $\pi^0\pi^0$ в реакциях $p\bar{p} \rightarrow \pi^0\pi^0\pi^0$ и $p\bar{p} \rightarrow \eta\pi^0\pi^0$, спектр $\eta\eta$ в реакции $p\bar{p} \rightarrow \pi^0\eta\eta$ и спектр $\eta\pi^0$ в реакции $p\bar{p} \rightarrow \pi^0\pi^0\eta$. Сплошная линия соответствует решению II [30].

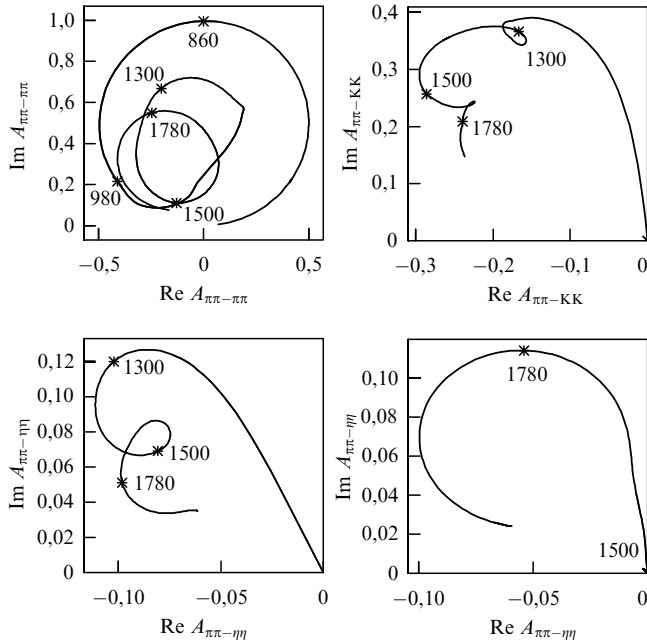


Рис. 10. Диаграмма Аргана для унитарной S-волновой амплитуды в реакциях $\pi\pi \rightarrow \pi\pi$, $\pi\pi \rightarrow K\bar{K}$, $\pi\pi \rightarrow \eta\eta$ и $\pi\pi \rightarrow \eta\eta'$ [30].

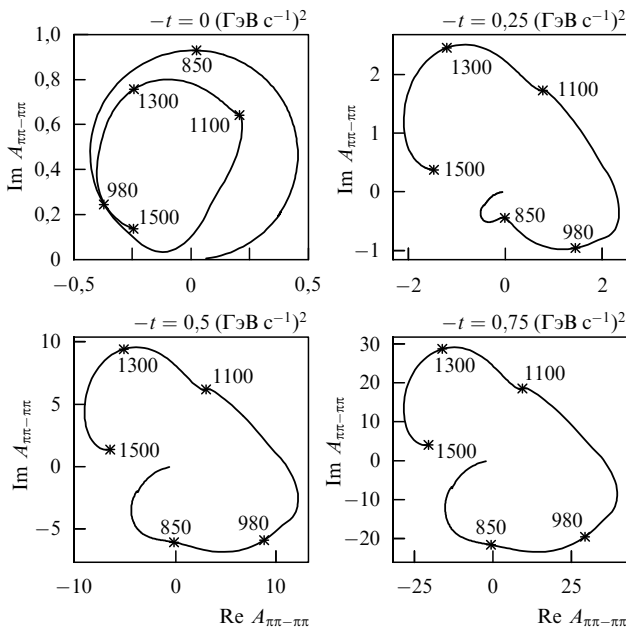


Рис. 11. Диаграмма Аргана для S-волновой амплитуды $\pi\pi(t) \rightarrow \pi\pi$ рассеяния [30] при различных значениях квадрата энергии виртуального пиона t .

состояния выключены, и мы имеем "голое состояние" в терминологии [29, 30], тогда как при $\xi_1 = \xi_2 = 1$ восстанавливается реальный случай. При $\xi_1 \simeq \xi_2 \simeq 0$ масса голого состояния находится в районе 720 МэВ, и далее при увеличении ξ_a , легчайшее скалярное состояние приобретает компоненты реальных мезонов, $\pi\pi$ и $K\bar{K}$, и благодаря переходам в эти состояния смешивается с другими скалярными состояниями. В результате масса легчайшего скалярного мезона увеличивается, приближаясь к области 1000 МэВ. При $\xi_1 = \xi_2 = 1$ полюс амплитуды находится при

$$M(\text{реальное положение}) = 1015 - i46 \text{ МэВ}, \quad (3.10)$$

т.е. вблизи $K\bar{K}$ -порога. Поэтому $K\bar{K}$ -компонента является квазимолекулярной: относительный импульс К-мезонов мал, а значит, среднее расстояние между К-мезонами достаточно велико. Однако можно убедиться, что влияние $K\bar{K}$ -компоненты на формирование конечного состояния мало. Действительно, выключим $K\bar{K}$ -состояние из игры, т.е. положим в амплитуде $\xi_1 = 1$ и $\xi_2 = 0$. Тогда полюс оказывается в точке

$$M(\text{без } K\bar{K}) = 979 - i53 \text{ МэВ}. \quad (3.11)$$

Мы видим, что массовый сдвиг

$$M(\text{реальное положение}) - M(\text{без } K\bar{K}) = 36 + i7 \text{ МэВ} \quad (3.12)$$

сравнительно невелик, а это значит, что роль $K\bar{K}$ -компоненты в формировании реального состояния $f_0(980)$ действительно невелика.

Итак, К-матричный анализ 00^{++} -волны восстанавливает следующую картину формирования $f_0(980)$. До смешивания имелось легчайшее скалярное-изоскалярное $q\bar{q}$ -состояние $f_0^{\text{bare}}(720 \pm 100)$ с флейверной волновой функцией, близкой к октетной:

$$\psi_{\text{flavour}}(720) = \cos \theta_S \psi_8 - \sin \theta_S \psi_1, \quad \theta_S = 14^\circ \pm 12^\circ, \quad (3.13)$$

$$\psi_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s}), \quad \psi_8 = \frac{1}{\sqrt{6}}(u\bar{u} + d\bar{d}) - \sqrt{\frac{2}{3}}s\bar{s}. \quad (3.14)$$

Смешивание с другими состояниями, осуществляемое переходом $f_0^{\text{bare}}(720) \rightarrow \pi\pi$, приводит к возникновению резонанса с характеристиками весьма близкими к значениям, наблюдаемым на опыте (см. (3.11)). Включение $K\bar{K}$ -компоненты $f_0^{\text{bare}}(720) \rightarrow K\bar{K}$ приводит к незначительному сдвигу массы и ширины (см. (3.12)).

Отметим, что прямые измерения также указывают на то, что $f_0(980)$ имеет значительные компоненты, сформированные на малых расстояниях: рождение $f_0(980)$ не подавлено в реакции $\pi^- p \rightarrow f_0(980)p$ при больших переданных импульсах [24, 53] и в радиационном J/ψ -распаде [54].

Необходимо обратить внимание на то, что легчайшее изоскалярное-псевдоскалярное состояние, η -мезон, также имеет флейверную волновую функцию, близкую к октетной: $\eta = \cos \theta_P \psi_8 - \sin \theta_P \psi_1$ с $\theta_P = -16,7^\circ \pm 2,8^\circ$ [12].

3.5. Волна $IJ^{PC} = 10^{++}$

Два изовекторных-скалярных резонанса хорошо видны в реакциях (1.4) [18, 19]. Легчайший из них есть хорошо известный $a_0(980)$, тогда как следующий резонанс — это недавно открытый $a_0(1450)$: согласно компиляции [9], он имеет массу 1450 ± 40 МэВ и ширину $\Gamma = 270 \pm 40$ МэВ. Отметим, что в результате фитирования последних высокостатистических данных [30, 36, 56] масса этого резонанса оказалась несколько выше — 1520 ± 40 МэВ.

Для описания изовекторной (скалярной) амплитуды в [36] использована двухполюсная 4×4 К-матрица с каналами 1 = $\pi\eta$, 2 = $K\bar{K}$, 3 = $\pi\eta'$, 4 = *многомезонные состояния*. Константы связи с двухмезонными каналами определяются кварковыми комбинаторными соот-

ношениями (см. табл. 3); напомним, что константы g^L одинаковы для всех членов мультиплета. На первом этапе фита константы связи легчайшего резонанса a_0 варьировались в интервале, ограниченном константами $g^L[f_0^{\text{bare}}(720)]$ и $g^L[f_0^{\text{bare}}(1260)]$. Во всех вариантах фита константа связи с двумя π -мезонами, $g^L[a_0^{\text{bare}}(\text{легчайшее состояние})]$, оказалась очень близкой к $g^L[f_0^{\text{bare}}(1260)]$; в окончательном фите эти константы положены равными друг другу. Константы связи следующего изовекторного–скалярного резонанса с двумя π -мезонами также фиксированы: они равны для всех состояний мультиплета 2^3P_0 .

Таблица 3. Константы переходов $K_0^0 \rightarrow \text{два мезона}$ и $a^- \rightarrow \text{два мезона}$ с учетом лидирующих и следующих за лидирующими членов разложения по $1/N$

Канал	Константы связи для лидирующих членов	Члены, следующие за лидирующими
$K^+\pi^-$	$\frac{g^L}{2}$	0
$K^0\pi^0$	$-\frac{g^L}{\sqrt{8}}$	0
$K^0\eta$	$\left(\cos\frac{\Theta}{\sqrt{2}} - \sqrt{\lambda}\sin\Theta\right)\frac{g^L}{2}$	$\left(\sqrt{2}\cos\Theta - \sqrt{\lambda}\sin\Theta\right)\frac{g^{\text{NL}}}{2}$
$K^0\eta'$	$\left(\sin\frac{\Theta}{\sqrt{2}} + \sqrt{\lambda}\cos\Theta\right)\frac{g^L}{2}$	$\left(\sqrt{2}\cos\Theta - \sqrt{\lambda}\sin\Theta\right)\frac{g^{\text{NL}}}{2}$
K^-K^0	$\frac{g^L\sqrt{\lambda}}{2}$	0
$\pi^-\eta$	$\frac{g^L\cos\Theta}{\sqrt{2}}$	$\left(\sqrt{2}\cos\Theta - \sqrt{\lambda}\sin\Theta\right)\frac{g^{\text{NL}}}{2}$
$\pi^-\eta'$	$\frac{g^L\sin\Theta}{\sqrt{2}}$	$\left(\sqrt{2}\sin\Theta - \sqrt{\lambda}\cos\Theta\right)\frac{g^{\text{NL}}}{2}$

Фит позволил найти два решения для волны 10^{++} , которые практически совпадают в членах, относящихся к резонансному сектору, и отличаются в фоновых членах. Положения полюсов амплитуды и соответствующие им голые состояния приведены в (1.14) и (1.15).

В [41] обсуждалась гипотеза, что резонансы $a_0(980)$ и $f_0(980)$ относятся к специальному классу состояний (миньоны), которые слабо связаны с адронными каналами: малые ширины этих резонансов служили аргументами в пользу такой природы $a_0(980)$ и $f_0(980)$. Характеристики резонанса $a_0(980)$ предоставляют хорошую возможность для проверки этой гипотезы, так как адронные компоненты, обусловленные распадом $a_0(980)$ на $\pi\eta$ и $K\bar{K}$, слабо влияют на это состояние (см. (1.14) и (1.15)). K -матричный фит данных [36] показал, что $g^L[f_0^{\text{bare}}(964)]$ не мало, а имеет стандартную для адронных распадов величину; малая величина ширины $a_0(980)$ связана не с малой вероятностью распада, как это было бы при миньонной природе $a_0(980)$, а с пороговым эффектом; подчеркнем, что этот результат виден и при проведении T -матричного анализа данных [19, 56].

3.6. K -матричный анализ $K\pi$ S -волны

Парциально-волновой анализ $K^-\pi^+$ -системы для реакции $K^-\pi \rightarrow K^-\pi^+\pi$ при 11 ГэВ c^{-1} был выполнен в [37], где найдено два альтернативных решения для S -волны (решения А и В), различающихся только в области масс выше 1800 МэВ. В этой же работе проведен T -матричный фит $K\pi$ S -волны, однако отдельно для областей 850–1600 МэВ и 1800–2100 МэВ. В первой области

масс был найден резонанс $K_0^*(1430)$:

$$M_R = 1429 \pm 9 \text{ МэВ}, \quad \Gamma = 287 \pm 31 \text{ МэВ}. \quad (3.15)$$

Во второй области масс решения А и В дают следующие параметры для резонанса $K_0^*(1950)$:

$$\begin{aligned} \text{решение А: } M_R &= 1934 \pm 28 \text{ МэВ}, \quad \Gamma = 174 \pm 98 \text{ МэВ}, \\ \text{решение В: } M_R &= 1955 \pm 18 \text{ МэВ}, \quad \Gamma = 228 \pm 56 \text{ МэВ}. \end{aligned} \quad (3.16)$$

Очевидна необходимость усовершенствовать этот анализ. Прежде всего необходимо включить в рассмотрение область масс 1600–1800 МэВ, где амплитуда меняется очень быстро. Как подчеркивалось выше, известно, что благодаря сильной интерференции, резонанс может проявляться не только как пик в спектре, но так же и как провал или плечо: подобным образом ведут себя резонансы в волне 00^{++} . Далее, интерференционные эффекты также приводят к неоднозначностям. Напомним, что неоднозначности в волне 00^{++} были успешно устранены в [30, 36] только благодаря одновременному фиту различных мезонных спектров. В случае $\frac{1}{2}0^+$ -волны мы не имеем такого количества данных и поэтому можно ожидать, что решение, найденное в [37], не единственно.

K -матричный повторный анализ $K\pi$ S -волны выполнен в [42]. Его целью являлось:

- 1) восстановление масс и констант связи голых состояний в волне $\frac{1}{2}0^+$ для проведения $q\bar{q}$ -классификации;
- 2) нахождение возможных альтернативных K -матричных решений для $K\pi$ S -волны в области масс до 2000 МэВ.

S -волновая $K\pi$ -амплитуда рассеяния, выделяемая из реакции $K^-\pi \rightarrow K^-\pi^+\pi$ при малых переданных импульсах есть сумма двух компонент с изоспинами $1/2$ и $3/2$:

$$A_S = A_S^{1/2} + \frac{1}{2} A_S^{3/2} = |A_S| \exp(i\phi_S), \quad (3.17)$$

где $|A_S|$ и ϕ_S суть измеряемые величины S -волновой амплитуды [37]. Компонента S -волновой амплитуды с изоспином $I = 3/2$ имеет нерезонансное поведение при рассматриваемых энергиях и поэтому может быть параметризована как:

$$A_S^{3/2}(s) = \frac{\rho_{K\pi}(s)a_{3/2}(s)}{1 - i\rho_{K\pi}(s)a_{3/2}(s)}, \quad (3.18)$$

где $a_{3/2}(s)$ — гладкая функция, а $\rho_{K\pi}(s)$ — фазовый объем $K\pi$.

Для описания $A_S^{1/2}$ амплитуды в [42] была использована K -матрица размерности 3×3 с каналами $1 = K\pi$, $2 = K\eta'$, $3 = K\pi\pi$ + *многомезонные состояния*. Учет канала $K\eta$ не влияет на описание данных, так как переход $K\pi \rightarrow K\eta$ подавлен [37] (это также согласуется с результатами кварковой комбинаторики, см. табл. 3). Фит волны $\frac{1}{2}0^+$ проведен в [42] в рамках стандартной параметризации K_{ab} , данной в (3.1). Анализируемые данные выделены из реакции $K^-\pi \rightarrow K^-\pi^+\pi$ при малых переданных импульсах, ($|t| < 0,2 \text{ ГэВ}^2$), поэтому в качестве первого шага эти данные фитировались унитарной амплитудой (3.1). На следующем шаге учли t -зависимость в K -матричной амплитуде. Амплитуда $K\pi(t) \rightarrow K\pi$ ($\pi(t)$ обозначает виртуальный пион) равна

$A_S^{1/2} = K_{1a}(t) (I - i\rho K)_{al}^{-1}$; параметризация матрицы $K_{1a}(t)$ приведена в (3.3).

Константы связи определяются правилами кварковой комбинаторики, они представлены в табл. 3. В [42] учитывались только лидирующие по $1/N$ члены разложения: в этом случае константы связи фиксированы фитом 00^{++} - и 10^{++} -волн, так как g^L является общим параметром для всех членов одного нонета.

Описание $\frac{1}{2}0^+$ -волны выполнено в рамках двух предположений — о двухполосной и трехполосной структуре волны в области масс ниже 2000 МэВ.

В [37] получено два решения, А и В, для $\frac{1}{2}0^+$ -волны, которые отличаются только при $M_{\pi\pi} > 1800$ МэВ. Соответственно, в [42] найдено два двухполосных K -матричных решения, (А-1) и (В-1). Положения полюсов амплитуды в этих решениях практически совпадают: они приведены в (1.16). Данные показаны на рис. 12. Масса первого резонанса в (1.16) не сильно отличается от массы, полученной в [37] (см. (3.15)), однако ширина резонанса в K -матричном решении уменьшилась почти в два раза. Это связано с тем, что K -матричная амплитуда корректно учитывает $K\eta'$ порог и обусловленное им удвоение полюсов. Масса второго резонанса уменьшилась в K -матричном решении по сравнению с результатом [37] более чем на 100 МэВ.

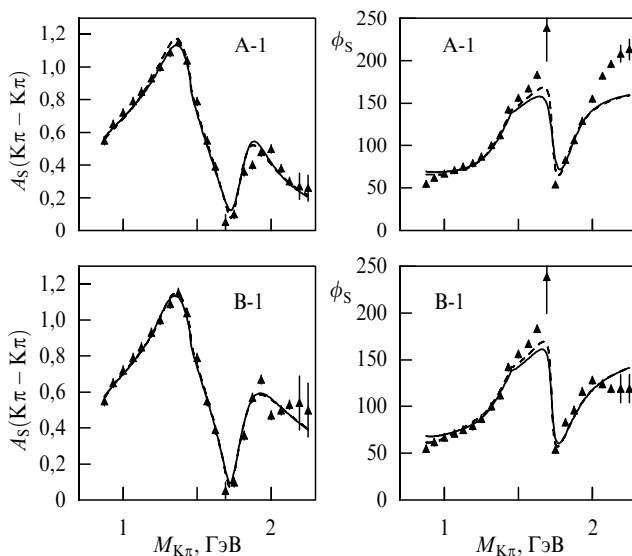


Рис. 12. Описание данных [37] в фитах с двухполосной K -матрицей: решения (А-1) и (В-1). Сплошные линии соответствуют решению с унитарным выражением для амплитуды рассеяния, пунктирные — фиту с t -зависимой K -матрицей; ϕ_S в градусах.

Массы голых скалярных каонов, соответствующие двухполосному решению, приведены в (1.17). Масса легчайшего состояния равна 1200_{-110}^{+60} МэВ, т.е. этот скалярный каон находится в том же районе масс, что и другие скалярные состояния, являющиеся кандидатами в члены базисного нонета 1^3P_0 .

Описание данных в трехполосных K -матричных фитах показано на рис. 13. В решениях (А-2) и (В-2) область высоких масс $M_{\pi\pi} > 1700$ МэВ описывается двумя полюсами. Однако введение двухполосной структуры практически не привело к изменению характеристик первых двух резонансов: они такие же, как и в

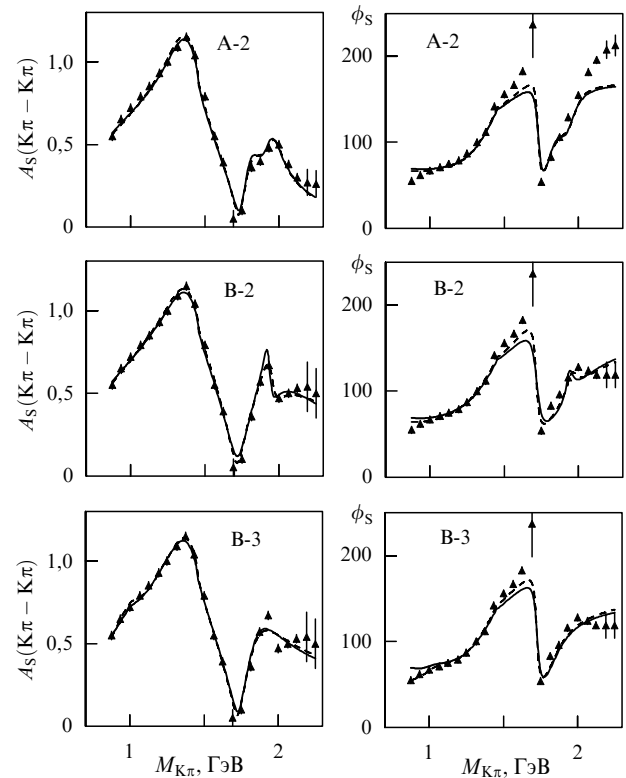


Рис. 13. Описание данных [37] в фитах с трехполосной K -матрицей: решения (А-2), (В-2) и (В-3); ϕ_S в градусах.

решениях (А-2) и (В-2). В решении (В-3) область $M_{\pi\pi} < 1600$ МэВ описывается двумя полюсами. Положение голых состояний в решении (В-3) дано в (1.18), соответствующее положение полюсов амплитуды — в (1.19).

Сплошные кривые на рис. 12 и рис. 13 соответствуют описанию $K\pi$ -волны, задаваемой унитарным выражением, а пунктирные линии показывают фиты, где учтена t -зависимость $K\pi$ -амплитуды. Как видно, t -зависимость позволяет лучше описать фазы в районе 1700 МэВ. Отметим, что в этом районе, как и в области масс выше 2000 МэВ для решения А, представленные данные нарушают унитарный предел. Маловероятно, что достаточно сильное нарушение унитарного предела есть следствие t -зависимости амплитуды; скорее всего это связано с недооценкой систематических ошибок в парциально-волновом анализе [37] в этих областях. Включение t -зависимости в фит не влияет серьезным образом на массы голых состояний и на положение полюсов амплитуды. Как правило, массы голых состояний, получаемые в t -зависимом фите, на 20–30 МэВ меньше масс, получаемых в фитах без t -зависимости.

4. Матрица пропагаторов: анализ волны $IJ^{PC} = 00^{++}$

Здесь суммированы результаты анализа 00^{++} -волны, проведенного в [6, 7] в терминах матрицы пропагаторов (D -матрицы). Техника D -матрицы, основанная на дисперсионном N/D -методе, позволяет реконструировать амплитуду, аналитическую во всей комплексной s -плоскости. Рассматриваются эффекты, обусловленные перекрытием и смешиванием резонансов: массовые сдвиги,

аккумулирование одним из резонансов ширины резонансов – соседей. Проведено разложение реальных состояний по начальным (до смешивания).

Рассмотрение проводится для 00^{++} -волны, однако метод может быть легко обобщен и на другие волны с помощью техники, развитой в [44, 45].

4.1. Смешивание двух нестабильных состояний

В случае двух резонансов функция распространения состояния 1 определяется диаграммами, приведенными на рис. 14а. С учетом всех этих процессов пропагатор состояния 1 равен

$$D_{11}(s) = \left(m_1^2 - s - B_{11}(s) - \frac{B_{12}(s)B_{21}(s)}{m_2^2 - s - B_{22}(s)} \right)^{-1}. \quad (4.1)$$

Здесь m_1 и m_2 — массы затравочных состояний 1 и 2, а петлевые диаграммы $B_{ij}(s)$ задаются выражением (2.21) с заменой $g^2(s) \rightarrow g_i(s)g_j(s)$. Полезно ввести матрицу пропагаторов D_{ij} , где недиагональные члены $D_{12} = D_{21}$ описывают переходы $1 \rightarrow 2$ и $2 \rightarrow 1$ (рис. 14б). Матрица может быть записана в виде:

$$\hat{D} = \begin{vmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{vmatrix} = \frac{1}{(M_1^2 - s)(M_2^2 - s) - B_{12}B_{21}} \begin{vmatrix} M_2^2 - s & B_{12} \\ B_{21} & M_1^2 - s \end{vmatrix}. \quad (4.2)$$

Здесь введено обозначение:

$$M_i^2 = m_i^2 - B_{ii}(s), \quad i = 1, 2. \quad (4.3)$$

Нули знаменателя в (4.2) определяют комплексные массы резонансов после смешивания:

$$\Pi(s) = (M_1^2 - s)(M_2^2 - s) - B_{12}B_{21} = 0. \quad (4.4)$$

Обозначим комплексные массы смешанных состояний через M_A и M_B .

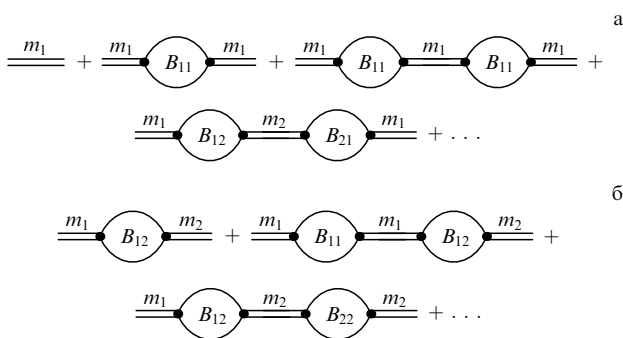


Рис. 14. Диаграммы, отвечающие функциям распространения D_{11} (а) и D_{12} (б) в случае взаимодействия двух голых состояний.

Рассмотрим простую модель: предположим, что s -зависимостью функций $B_{ij}(s)$ в области $s \sim M_A^2$ и $s \sim M_B^2$ можно пренебречь. Полагая M_i^2 и B_{12} константами, имеем

$$M_{A,B}^2 = \frac{1}{2}(M_1^2 + M_2^2) \pm \sqrt{\frac{1}{4}(M_1^2 - M_2^2)^2 + B_{12}B_{21}}. \quad (4.5)$$

В случае, когда ширины начальных резонансов 1 и 2 малы (а значит, мала и мнимая часть переходной диаграммы B_{12}) уравнение (4.5) фактически представляет собой стандартную квантовомеханическую формулу для расщепления смешивающихся уровней, которые в результате смешивания отталкиваются. Тогда

$$\hat{D} = \begin{vmatrix} \frac{\cos^2 \theta}{M_A^2 - s} + \frac{\sin^2 \theta}{M_B^2 - s} & \frac{-\cos \theta \sin \theta}{M_A^2 - s} + \frac{\sin \theta \cos \theta}{M_B^2 - s} \\ \frac{-\cos \theta \sin \theta}{M_A^2 - s} + \frac{\sin \theta \cos \theta}{M_B^2 - s} & \frac{\sin^2 \theta}{M_A^2 - s} + \frac{\cos^2 \theta}{M_B^2 - s} \end{vmatrix},$$

$$\cos^2 \theta = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \frac{(1/2)(M_1^2 - M_2^2)}{\sqrt{(1/4)(M_1^2 - M_2^2)^2 + B_{12}B_{21}}}. \quad (4.6)$$

Состояния $|A\rangle$ и $|B\rangle$ являются суперпозицией начальных состояний $|1\rangle$ и $|2\rangle$:

$$|A\rangle = \cos \theta |1\rangle - \sin \theta |2\rangle, \quad |B\rangle = \sin \theta |1\rangle + \cos \theta |2\rangle. \quad (4.7)$$

Процедура представления состояний $|A\rangle$ и $|B\rangle$ в виде суперпозиций начальных состояний сохраняется в общем случае, когда s -зависимостью функций $B_{ij}(s)$ нельзя пренебречь и их мнимые части не малы. Рассмотрим матрицу пропагаторов вблизи $s = M_A^2$:

$$\hat{D} = \frac{1}{\Pi(s)} \begin{vmatrix} M_2^2(s) - s & B_{12}(s) \\ B_{21}(s) & M_1^2(s) - s \end{vmatrix} \simeq \frac{-1}{\Pi'(M_A^2)(M_A^2 - s)} \begin{vmatrix} M_2^2(M_A^2) - M_A^2 & B_{12}(M_A^2) \\ B_{21}(M_A^2) & M_1^2(M_A^2) - M_A^2 \end{vmatrix}. \quad (4.8)$$

В правой части (4.8) оставлены только сингулярные (полюсные) слагаемые. Детерминант матрицы в правой части (4.8) равен нулю:

$$[M_2^2(M_A^2) - M_A^2][M_1^2(M_A^2) - M_A^2] - B_{12}(M_A^2)B_{21}(M_A^2) = 0. \quad (4.9)$$

Это равенство является следствием уравнения (4.4) и говорит о том, что $\Pi(M_A^2) = 0$. Равенство (4.9) позволяет ввести комплексный угол смешивания:

$$|A\rangle = \cos \theta_A |1\rangle - \sin \theta_A |2\rangle. \quad (4.10)$$

Правая часть (4.8) переписывается с использованием угла θ_A как

$$[\hat{D}]_{s \sim M_A^2} = \frac{N_A}{M_A^2 - s} \begin{vmatrix} \cos^2 \theta_A & -\cos \theta_A \sin \theta_A \\ -\sin \theta_A \cos \theta_A & \sin^2 \theta_A \end{vmatrix}, \quad (4.11)$$

где

$$N_A = \frac{1}{\Pi'(M_A^2)} [2M_A^2 - M_1^2 - M_2^2],$$

$$\cos^2 \theta_A = \frac{M_A^2 - M_2^2}{2M_A^2 - M_1^2 - M_2^2},$$

$$\sin^2 \theta_A = \frac{M_A^2 - M_1^2}{2M_A^2 - M_1^2 - M_2^2}. \quad (4.12)$$

Напомним, что в формуле (4.12) функции $M_1^2(s)$, $M_2^2(s)$ и $B_{12}(s)$ фиксированы в точке $s = M_A^2$. В рассматриваемом случае, когда угол θ_A является комплексным, величины $\cos^2 \theta_A$ и $\sin^2 \theta_A$ не определяют вероятности состояний $|1\rangle$ и $|2\rangle$ в $|A\rangle$: величины $\sqrt{N_A} \cos \theta_A$ и $-\sqrt{N_A} \sin \theta_A$ являются амплитудами перехода $|A\rangle \rightarrow |1\rangle$ и $|A\rangle \rightarrow |2\rangle$. Поэтому соответствующие вероятности равны $|\cos \theta_A|^2$ и $|\sin \theta_A|^2$.

Для анализа состава состояния $|B\rangle$ аналогичное разложение матрицы пропагаторов необходимо произвести вблизи $s = M_B^2$. Введем

$$|B\rangle = \sin \theta_B |1\rangle + \cos \theta_B |2\rangle, \quad (4.13)$$

имеем следующее представление для \hat{D} в окрестности второго полюса $s = M_B^2$:

$$[\hat{D}]_{s \sim M_B^2} = \frac{N_B}{M_B^2 - s} \begin{vmatrix} \sin^2 \theta_B & \cos \theta_B \sin \theta_B \\ \sin \theta_B \cos \theta_B & \cos^2 \theta_B \end{vmatrix}, \quad (4.14)$$

где

$$\begin{aligned} N_B &= \frac{1}{\Pi'(M_B^2)} [2M_B^2 - M_1^2 - M_2^2], \\ \cos^2 \theta_B &= \frac{M_B^2 - M_1^2}{2M_B^2 - M_1^2 - M_2^2}, \\ \sin^2 \theta_B &= \frac{M_B^2 - M_2^2}{2M_B^2 - M_1^2 - M_2^2}. \end{aligned} \quad (4.15)$$

В (4.15) функции $M_1^2(s)$, $M_2^2(s)$ и $B_{12}(s)$ фиксированы в точке $s = M_B^2$.

В случае, когда B_{12} слабо зависит от s и этой зависимостью можно пренебречь, углы θ_A и θ_B совпадают. Но в общем случае они различны. В этом формулы матрицы пропагаторов отличаются от стандартного квантовомеханического рассмотрения. Еще одно отличие связано с характером сдвига уровней в результате смешивания: в квантовой механике уровни "отталкиваются" от среднего значения $1/2(E_1 + E_2)$ (см. также уравнение (4.5)). В общем случае формула (4.4) может дать как "отталкивание" квадратов масс от среднего значения $1/2(M_1^2 + M_2^2)$, так и их "притяжение".

Амплитуда рассеяния в одноканальном случае определяется следующим выражением:

$$A(s) = g_i(s) D_{ij}(s) g_j(s). \quad (4.16)$$

В многоканальном случае $B_{ij}(s)$ есть сумма петлевых диаграмм:

$$B_{ij}(s) = \sum_n B_{ij}^{(n)}(s), \quad (4.17)$$

где $B_{ij}^{(n)}$ — петлевая диаграмма в канале n с вершинными функциями $g_i^{(n)}$, $g_j^{(n)}$ и фазовым объемом ρ_n . Парциальная амплитуда рассеяния в канале n равна:

$$A_n(s) = g_i^{(n)}(s) D_{ij}(s) g_j^{(n)}(s). \quad (4.18)$$

4.2. Случай перекрытия большого числа резонансов: построение матрицы пропагаторов

Рассмотрим метод построения матрицы пропагаторов \hat{D} в случае произвольного числа резонансов. Элементы этой матрицы D_{ij} описывают переход из состояния i (пропагатор $(m_i^2 - s)^{-1}$) в состояние j . Они подчиняются

следующей системе линейных уравнений:

$$D_{ij} = D_{ik} B_{kj}(s) (m_j^2 - s)^{-1} + \delta_{ij} (m_j^2 - s)^{-1}, \quad (4.19)$$

где $B_{ij}(s)$ функции, отвечающие однопетлевым диаграммам и рассмотренные в предыдущем разделе, а δ_{ij} — символ Кронекера. Введем диагональную матрицу пропагаторов затравочных состояний \hat{d} :

$$\hat{d} = \text{diag}((m_1^2 - s)^{-1}, (m_2^2 - s)^{-1}, (m_3^2 - s)^{-1}, \dots). \quad (4.20)$$

Тогда система линейных уравнений (4.21) переписывается в следующей матричной форме:

$$\hat{D} = \hat{D} \hat{B} \hat{d} + \hat{d}. \quad (4.21)$$

Получаем

$$\hat{D} = \frac{I}{(\hat{d}^{-1} - \hat{B})}. \quad (4.22)$$

Матрица \hat{d}^{-1} является диагональной, следовательно, матрица $\hat{D}^{-1} = (\hat{d}^{-1} - \hat{B})$ имеет вид

$$\hat{D}^{-1} = \begin{vmatrix} M_1^2 - s & -B_{12}(s) & -B_{13}(s) & \dots \\ -B_{21}(s) & M_2^2 - s & -B_{23}(s) & \dots \\ -B_{31}(s) & -B_{32}(s) & M_3^2 - s & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{vmatrix}, \quad (4.23)$$

где M_i^2 определено соотношением (4.3). Обращая эту матрицу, имеем полный набор элементов $D_{ij}(s)$:

$$D_{ij}(s) = \frac{(-1)^{i+j} \Pi_{ji}^{(N-1)}(s)}{\Pi^{(N)}(s)}. \quad (4.24)$$

Здесь $\Pi^{(N)}(s)$ есть детерминант матрицы \hat{D}^{-1} , а $\Pi_{ji}^{(N-1)}(s)$ — матричное дополнение к элементу $[\hat{D}^{-1}]_{ji}$, т.е. детерминант матрицы \hat{D}^{-1} с исключенными j -й строкой и i -м столбцом.

Нули $\Pi^{(N)}(s)$ определяют полюса матрицы пропагаторов, которые соответствуют физическим резонансам, образовавшимся в результате смешивания. Обозначим комплексные массы этих резонансов как

$$s = M_A^2, M_B^2, M_C^2, \dots \quad (4.25)$$

Вблизи точки $s = M_A^2$ в матрице пропагаторов может быть оставлен только лидирующий полюсной член. Это означает, что свободным членом в уравнении (4.21) можно пренебречь, и мы получаем систему однородных уравнений:

$$D_{ik}(s) (\hat{d}^{-1} - \hat{B})_{kj} = 0. \quad (4.26)$$

Решение такой системы определено с точностью до нормирующего множителя и не зависит от начального индекса i . Тогда элементы матрицы пропагаторов можно записать в следующем факторизованном виде:

$$[\hat{D}^{(N)}]_{s \sim M_A^2} = \frac{N_A}{M_A^2 - s} \begin{vmatrix} \alpha_1^2 & \alpha_1 \alpha_2 & \alpha_1 \alpha_3 & \dots \\ \alpha_2 \alpha_1 & \alpha_2^2 & \alpha_2 \alpha_3 & \dots \\ \alpha_3 \alpha_1 & \alpha_3 \alpha_2 & \alpha_3^2 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \ddots \end{vmatrix}, \quad (4.27)$$

где N_A — нормирующий множитель, а комплексные константы связи нормированы условием:

$$\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2 + \dots + \alpha_N^2 = 1. \quad (4.28)$$

Константы α_i являются нормированными амплитудами перехода резонанс $A \rightarrow$ состояние i . Вероятность обнаружить состояние i в физическом резонансе A равна

$$w_i = |\alpha_i|^2. \quad (4.29)$$

Аналогичные разложения матрицы пропагаторов можно производить и в окрестности других полюсов:

$$D_{ij}^{(N)}(s \sim M_B^2) = N_B \frac{\beta_i \beta_j}{M_B^2 - s},$$

$$D_{ij}^{(N)}(s \sim M_C^2) = N_C \frac{\gamma_i \gamma_j}{M_C^2 - s}, \dots \quad (4.30)$$

Константы связи удовлетворяют нормирующим условиям, подобным (4.28):

$$\beta_1^2 + \beta_2^2 + \dots + \beta_N^2 = 1, \quad \gamma_1^2 + \gamma_2^2 + \dots + \gamma_N^2 = 1, \dots \quad (4.31)$$

Однако в общем случае нет условия полноты в обратном разложении:

$$\alpha_i^2 + \beta_i^2 + \gamma_i^2 + \dots \neq 1. \quad (4.32)$$

Для двух резонансов это означает, что $\cos^2 \Theta_A + \sin^2 \Theta_B \neq 1$. Напомним, однако, что равенство единице левой части (4.32) имеет место в формулах (4.5)–(4.7), описывающих модель с петлевыми диаграммами B_{ij} , в которых зависимостью от s можно пренебречь.

4.3. Полное перекрытие резонансов:

эффект аккумуляции одним из резонансов ширины резонансов – соседей

Рассмотрим два примера, описывающих идеализированную ситуацию полного перекрытия двух и трех резонансов. В этих примерах виден в невозмущенном виде эффект аккумуляции одним из резонансов ширины резонансов – соседей.

а. Полное перекрытие двух резонансов.

Для простоты рассмотрим случай слабой зависимости B_{ij} от s , т.е. используем формулу (4.5). Пусть

$$M_1^2 = M_R^2 - iM_R \Gamma_1, \quad M_2^2 = M_R^2 - iM_R \Gamma_2, \quad (4.33)$$

а также

$$\text{Re } B_{12}(M_R^2) = P \int_{(\mu_1 + \mu_2)^2}^{\infty} \frac{ds'}{\pi} \frac{g_1(s')g_2(s')\rho(s')}{s' - M_R^2} \rightarrow 0. \quad (4.34)$$

Обращение в нуль $\text{Re } B_{12}(M_R^2)$ возможно при положительных g_1 и g_2 , если вклад от интегрирования по области $s' < M_R^2$ компенсируется вкладом от области $s' > M_R^2$. В этом случае

$$B_{12}(M_R^2) \rightarrow ig_1(M_R^2)g_2(M_R^2)\rho(M_R^2) = iM_R \sqrt{\Gamma_1 \Gamma_2}. \quad (4.35)$$

Подставляя (4.33)–(4.35) в (4.5), имеем

$$M_A^2 \rightarrow M_R^2 - iM_R(\Gamma_1 + \Gamma_2), \quad M_B^2 \rightarrow M_R^2. \quad (4.36)$$

Таким образом, после смешивания одно из состояний аккумулирует ширины начальных резонансов, $\Gamma_A \rightarrow \Gamma_1 + \Gamma_2$, а другое состояние становится почти стабильной частицей, $\Gamma_B \rightarrow 0$.

б. Полное перекрытие трех резонансов.

Рассмотрим уравнение

$$P^{(3)}(s) = 0 \quad (4.37)$$

в том же приближении, что и в предыдущем примере. Соответственно, мы полагаем

$$\text{Re } B_{ab}(M_R^2) \rightarrow 0 \quad (a \neq b);$$

$$M_i^2 = M_R^2 - s - iM_R \Gamma_i = x - i\gamma_i. \quad (4.38)$$

Здесь введена новая переменная $x = M_R^2 - s$ и обозначено $M_R \Gamma_i = \gamma_i$. С учетом $B_{ij}B_{ji} = -\gamma_i\gamma_j$ и $B_{12}B_{23}B_{31} = -i\gamma_1\gamma_2\gamma_3$ уравнение (4.37) переписывается как

$$x^3 + x^2(i\gamma_1 + i\gamma_2 + i\gamma_3) = 0. \quad (4.39)$$

Таким образом, при полном перекрытии резонансов

$$M_A^2 \rightarrow M_R^2 - iM_R(\Gamma_1 + \Gamma_2 + \Gamma_3),$$

$$M_B^2 \rightarrow M_R^2, \quad M_C^2 \rightarrow M_R^2. \quad (4.40)$$

Резонанс A аккумулировал ширины всех трех начальных резонансов, а состояния B и C оказались почти стабильными и вырожденными.

4.4. Резонансы $f_0(1300)$, $f_0(1500)$, $f_0(1530_{-250}^{+90})$ и $f_0(1780)$

Результаты K -матричного анализа являются основой для исследования явления смешивания в скалярном секторе. Проведение анализа в рамках техники матрицы пропагаторов позволяет правильно учесть вклад реальных частей петлевых диаграмм, $B_{ij}(s)$, и тем самым корректно определить вклад начальных состояний в формирование физических резонансов.

Задача о смешивании резонансов в области 1200–1600 МэВ сводится к двухканальной: кварк-адронная дуальность указывает, что можно проводить анализ, используя кварковые каналы $n\bar{n}$ и $s\bar{s}$. Соответственно,

$$B_{ij}(s) = \cos \varphi_i \cos \varphi_j B_{ij}^{(n\bar{n})}(s) + \sin \varphi_i \sin \varphi_j B_{ij}^{(s\bar{s})}(s), \quad (4.41)$$

где i, j пробегает значения 1, 2, 3, 4 со следующим обозначением состояний: 1 = $1^3P_0(n\bar{n} \text{ rich})$, 2 = $2^3P_0(n\bar{n} \text{ rich})$, 3 = *глюониум* и 4 = $2^3P_0(s\bar{s} \text{ rich})$. Кварковые состояния удобно описывать в переменных светового конуса. В этих переменных

$$B_{ij}^{(n\bar{n})}(s) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_0^1 \frac{dx}{x} \int d^2k_{\perp} \frac{g_i(s')g_j(s')}{s' - s} 2(s' - 4m^2). \quad (4.42)$$

Здесь $s' = (m^2 + k_{\perp}^2)/x(1-x)$ и m — масса нестранный кварка. Фактор $2(s' - 4m^2)$ возник из-за учета спиновых переменных кварков:

$$\text{Tr}[(\hat{k} + m)(-\hat{p} + \hat{k} + m)] = 2(s' - 4m^2).$$

Аналогичное выражение с заменой $m \rightarrow m_s$ определяет $B_{ij}^{(s\bar{s})}(s)$.

Используется простейшая параметризация вершинной функции перехода состояния i в кварки:

$$g_i(s) = \gamma_i \sqrt{s} \left[\frac{k_i^2 + \sigma_i}{k^2 + \sigma_i} - d_i \frac{k_i^2 + \sigma_i}{k^2 + \sigma_i + h} \right]. \quad (4.43)$$

Здесь $k^2 = s/4 - m^2$ и $k_a^2 = m_a^2/4 - m^2$, где m — масса конститuentного кварка, равная 350 МэВ для нестрannого и 500 МэВ для странного кварков, а m_a — масса затравочного состояния.

Для первого состояния, $1^3P_0(n\bar{n} \text{ rich})$, и для глюониа положено $d_1 = d_3 = 0$. Второе состояние является радиальным возбуждением, 2^3P_0 , и его волновая функция ортогональна основному состоянию. Это означает, что реальная часть функции $B_{12}(s)$ должна обращаться в нуль при s , близком к массам резонансов. Такая ортогонализация проводилась в точке $\sqrt{s} = 1,5$ ГэВ, определяя тем самым значение коэффициента d_2 . Вершинные функции для членов одного нонета равны: $g_2(s) = g_4(s)$.

Параметры m_a , γ_a , h и σ_a определяются массами и ширинами физических резонансов. Однако массы m_a приблизительно фиксируются массами K -матричных полюсов: $\mu_a^2 \simeq m_a^2 - \text{Re } B_{aa}(\mu_a^2)$. Подчеркнем, что m_3 есть масса чистого глюониа, который является объектом изучения решеточной КХД.

Положения полюсов амплитуды и массы затравочных состояний, полученные в [7] при фитировании 00^{++} -волны, приведены в табл. 4. Относительный вес начального состояния в физическом резонансе A определяется согласно (4.29); вероятности W_a для рассматриваемых резонансов также приведены в табл. 4.

Как подчеркивалось ранее, для сравнения с результатами расчетов КХД необходимо провести разделение вкладов от взаимодействий на больших и малых расстояниях: учесть короткодействующую компоненту взаимодействия, $r < r_0 \sim R_{\text{confinement}}$, и удалить вклад от

взаимодействия при больших r . Таким образом, при вычислении масс, которые можно сравнивать с результатами КХД-мотивированных моделей, мы должны сделать следующую замену в амплитуде 00^{++} -волны:

$$B_{ab}(s) \rightarrow \text{Re } \bar{B}_{ab}(s, k_0^2) = P \int_{4m^2 + 4k_0^2}^{\infty} \frac{ds'}{\pi} \frac{g_a(s') \rho(s') g_b(s')}{s' - s} 2(s' - 4m^2). \quad (4.44)$$

Полюса переопределенной таким образом амплитуды дают массы, которые обусловлены взаимодействием при $r < 1/k_0$. С результатами кварковой модели следует сравнивать массы, полученные при обрезании порядка $k_0^2 \sim 0,125$ (ГэВ c^{-1})²: такое обрезание соответствует учету кваркового взаимодействия при $r \leq 1 \text{ fm} \sim R_{\text{confinement}}$.

Для решения I мы получаем (величины приведены в ГэВ):

$$\begin{array}{ccccc} 1^3P_0(s\bar{s} \text{ rich}) & 1^3P_0(n\bar{n} \text{ rich}) & 2^3P_0(n\bar{n} \text{ rich}) & 2^3P_0(s\bar{s} \text{ rich}) & \\ m(k_0^2=0) = \mu_a^{\text{bare}} & 0,720 & 1,360 & 1,577 & 1,791 \\ m(k_0^2=0,125) & 0,730 & 1,340 & 1,560 & 1,780 \\ m(k_0^2 \rightarrow \infty) = m_a & — & 1,457 & 1,536 & 1,750. \end{array} \quad (4.45)$$

В решении II:

$$\begin{array}{ccccc} 1^3P_0(s\bar{s} \text{ rich}) & 1^3P_0(n\bar{n} \text{ rich}) & 2^3P_0(n\bar{n} \text{ rich}) & 2^3P_0(s\bar{s} \text{ rich}) & \\ m(k_0^2=0) = \mu_a^{\text{bare}} & 0,720 & 1,357 & 1,585 & 1,734 \\ m(k_0^2=0,125) & 0,735 & 1,340 & 1,570 & 1,725 \\ m(k_0^2 \rightarrow \infty) = m_a & — & 1,107 & 1,566 & 1,702. \end{array} \quad (4.46)$$

Легчайшее $q\bar{q}$ -состояние, $f_0^{\text{bare}}(720)$, не было включено в процедуру смешивания в [6, 7]. Для результатов (4.45) и (4.46) массовая поправка для этого состояния оценивалась по формуле: $m_a(k_0^2) \simeq m_a^2 - \text{Re } \bar{B}_{aa}(m_a^2, k_0^2)$. Это приближительное равенство возникает из-за сравнительной малости вкладов недиагональных петлевых диаграмм.

Результаты (4.45) и (4.46) демонстрируют нам, что значения $m_a(k_0^2 = 0,125 \text{ ГэВ}^2)$ слабо отличаются от μ_a^{bare} , тогда как отличия от затравочных масс m_a могут быть значительными. Это означает, что K -матричный анализ дает для мезонов приблизительно правильные значения характеристик, которые можно сравнить с результатами кварковых моделей. Напротив, с результатами расчетов решеточной КХД следует сравнивать значения затравочных масс m_a , которые могут заметно отличаться как от масс голых состояний μ_a^{bare} , так и от масс реальных резонансов.

4.5. Динамика смешивания глобола с $q\bar{q}$ -состояниями

Чтобы проследить динамику смешивания глобола с $q\bar{q}$ -состояниями, произведем замену в петлевых диаграммах матрицы пропагаторов:

$$g_a(s) \rightarrow \xi g_a(s), \quad (4.47)$$

с фактором ξ , меняющимся в интервале $0 \leq \xi \leq 1$; $\xi = 0$ соответствуют отсутствию смешивания. В этом случае все состояния стабильны, а амплитуда имеет полюса при $s = m_a^2$. Рисунок 15 показывает положения полюсов при различных ξ для решений I и II. С увеличением ξ полюса сдвигаются с действительной оси в нижнюю часть

Таблица 4. Массы (в ГэВ) и углы смешивания затравочных состояний, состав физических состояний и положения полюсов 00^{++} -амплитуды

Решение I				
Вероятность резонанса	$1^3P_0(n\bar{n} \text{ rich})$ $\phi_1 = 18^\circ$ $m_1 = 1,457$	$2^3P_0(n\bar{n} \text{ rich})$ $\phi_2 = -6^\circ$ $m_2 = 1,536$	Глюониа $\phi_3 = 25^\circ$ $m_3 = 1,230$	$2^3P_0(s\bar{s} \text{ rich})$ $\phi_4 = 84^\circ$ $m_4 = 1,750$
$W[f_0(1300)]$ $1,300 - i0,115$	32 %	12 %	55 %	1 %
$W[f_0(1500)]$ $1,500 - i0,065$	25 %	70 %	3 %	2 %
$W[f_0(1530)]$ $1,450 - i0,450$	44 %	24 %	27 %	4 %
$W[f_0(1780)]$ $1,780 - i0,085$	1 %	1 %	0 %	98 %
Решение II				
Вероятность резонанса	$1^3P_0(n\bar{n} \text{ rich})$ $\phi_1 = 18^\circ$ $m_1 = 1,107$	$2^3P_0(n\bar{n} \text{ rich})$ $\phi_2 = 35^\circ$ $m_2 = 1,566$	Глюониа $\phi_3 = 25^\circ$ $m_3 = 1,633$	$2^3P_0(s\bar{s} \text{ rich})$ $\phi_4 = -55^\circ$ $m_4 = 1,702$
$W[f_0(1300)]$ $1,300 - i0,115$	35 %	26 %	38 %	0,4 %
$W[f_0(1500)]$ $1,500 - i0,065$	1 %	64 %	35 %	0,4 %
$W[f_0(1530)]$ $1,450 - i0,450$	12 %	41 %	47 %	0,3 %
$W[f_0(1780)]$ $1,750 - i0,100$	0,1 %	0,2 %	0,2 %	99,5 %

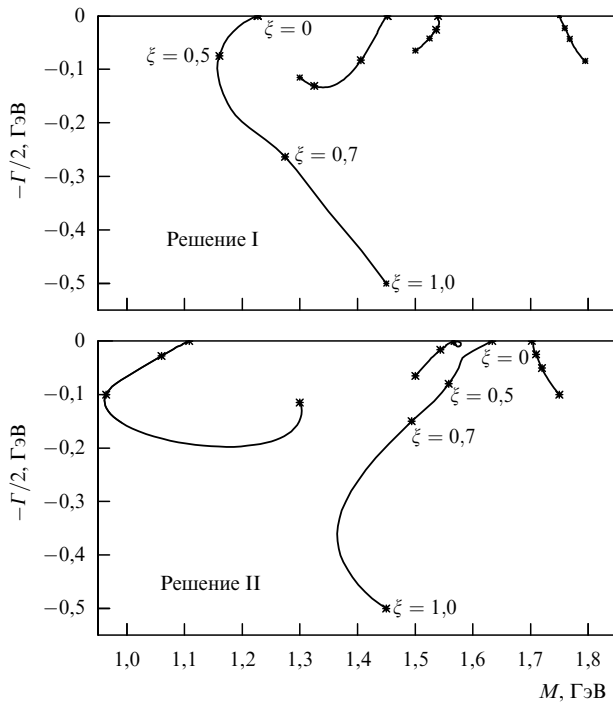


Рис. 15. Изменение положения полюсов резонансов в комплексной плоскости M при варьировании констант связи $g_a \rightarrow \xi g_a$.

комплексной плоскости. Обсудим более детально динамику движения полюсов, например, в решении II.

При $\xi = 0,1 - 0,5$ глюбольное состояние решения II смешивается в основном с состоянием $2^3P_0 n\bar{n}$, тогда как при $\xi = 0,8 - 1,0$ становится существенным смешивание с состоянием $1^3P_0 n\bar{n}$ rich. В результате состояние – потомок глюбола уходит достаточно глубоко в комплексную плоскость, имея массу $M = 1450 - i450$ МэВ, а глюбольная компонента этого широкого резонанса составляет 47%. Похожая ситуация имеет место и в решении I: широкий резонанс и в этом случае является потомком глюониума.

Гипотеза о том, что глюониум сильно смешивается с $q\bar{q}$ -состояниями выдвигалась и ранее, однако попытки восстановить количественную картину смешивания, предпринимавшиеся в рамках стандартной квантовой механики, оказывались неудачными, так как при этом не учитывались два явления:

1. Смешивание $q\bar{q}$ -глюбол, описываемое D -матрицей, может приводить не только к отталкиванию уровней (результат стандартного квантовомеханического приближения), но и к их притяжению. Последний эффект возникает из-за комплексности петлевых диаграмм B_{ab} ; при этом существенно, что $\text{Im } B_{ab}$ не малы в районе 1500 МэВ.

2. Перекрывание резонансов приводит к отталкиванию положений полюсов амплитуды вдоль мнимой оси масс, причем один из резонансов аккумулирует ширины остальных.

Такое смешивание как раз и произошло в районе 1500 МэВ, и большая ширина одного из резонансов является неизбежным его результатом. Естественно также, что именно широкий резонанс является потомком глюониума, так как глюониум без заметного подавления смешивается с близлежащими $q\bar{q}$ -состояниями, оба которых являются доминантно-нестранными.

5. Заключение

Деконфайнмент кварков, находящихся на возбужденных $q\bar{q}$ -уровнях, происходит в два этапа:

1) неизбежное рождение $q\bar{q}$ -пар, которое приводит к рождению двух или более белых состояний (адронов);

2) разлет рожденных адронов, их взаимодействие и, как результат, смешивание соседних $q\bar{q}$ -уровней, приводящее к образованию очень широкого запирающего состояния, которое выполняет роль динамического барьера для соседних уровней.

Именно расшифровку второй стадии деконфайнмента производят K -матричный анализ или анализ в рамках дисперсионного N/D -метода. Анализ 00^{++} -волны, проведенный как в K -матричной технике, так и с помощью матрицы пропагаторов, показал, что легчайший скалярный глюониум, оказавшись в ряду состояний $1^3P_0 q\bar{q}$ и $2^3P_0 q\bar{q}$, превратился в результате смешивания в очень широкое состояние с $\Gamma/2 \simeq 500$ МэВ. Это широкое состояние $f_0(1530_{-250}^{+90})$ примерно наполовину состоит из скалярного глюониума, тогда как другие составляющие — это состояния $1^3P_0 q\bar{q}$ и $2^3P_0 q\bar{q}$.

Есть все основания полагать, что такая же ситуация имеет место и в волнах 00^{++} и 02^{++} [57]. Это позволяет заключить, что будущее физики высоковозбужденных состояний должно быть неразрывно связано с изучением широких состояний как при поиске экзотических адронов, так и в изучении конфайнмента.

Благодарности. Автор признателен Л.Г. Дахно и В.А. Никонову за помощь. Данное исследование поддержано грантом РФФИ № 96-02-17934 и грантом INTAS-RFBR N 95-0267.

Список литературы

1. Fritzsch H, Gell-Mann M, in *Proc. of the XVI Int. Conf. on High Energy Physics, Batavia* **2** 135 (1972); Fritzsch H, Minkowski P *Nuovo Cimento A* **30** 393 (1975); Freund P G O, Nambu Y *Phys. Rev. Lett.* **34** 1645 (1975)
2. Jaffe R L, Johnson K *Phys. Lett. B* **60** 201 (1976)
3. Bali G S et al. *Phys. Lett. B* **309** 378 (1993)
4. Sexton J, Vaccarino A, Weingarten D *Phys. Rev. Lett.* **75** 4563 (1995)
5. Morningstar C J, Peardon M "Efficient glueball simulations on anisotropic lattices", hep-lat/9704011 (1997)¹
6. Anisovich A V, Anisovich V V, Prokoshkin Yu D, Sarantsev A V Z. *Phys. A* **357** 123 (1997)
7. Anisovich A V, Anisovich V V, Sarantsev A V *Phys. Lett. B* **395** 123 (1997); *Z. Phys. A* **359** 173 (1997)
8. t'Hooft G *Nucl. Phys. B* **72** 461 (1974); Veneziano G *Nucl. Phys. B* **117** 519 (1976)
9. Particle Data Group: Barnett R M et al. *Phys. Rev. D* **54** 1 (1996)
10. Heusch C A "Gluonium — an unfulfilled promise of QCD?", in *QCD—20 Years Later* (Eds P M Zerwas, H A Kastrup) (Singapore: World Scientific, 1993)
11. Savinov V (CLEO Collaboration) "A measurement of the form factors of light pseudoscalar mesons at large momentum transferred", hep-ex/9507005 (1995); Behrend H J et al. (CELLO Collaboration) *Z. Phys. C* **49** 401 (1991); Aihara H et al. (TCP/2γ Collaboration) *Phys. Rev. Lett.* **64** 172 (1990)
12. Anisovich V V, Melikhov D I, Nikonov V A *Phys. Rev. D* **55** 2918 (1997); Anisovich V V et al. *Phys. Lett. B* **404** 166 (1997)
13. Анисович В В *УФН* **165** 1225 (1995)
14. Anisovich V V et al. *Phys. Lett. B* **355** 363 (1995).

¹ См., например, <http://xxx.lanl.gov>.

15. Aker E et al. (Crystal Barrel Collaboration) *Phys. Lett. B* **260** 249 (1991)
16. Anisovich V V et al., in *Proc. of Second Biennial Workshop on Nucleon-Antinucleon Physics (NAN'93)* (Moscow, 1993); Анисович В В *ЯФ* **57** 1666 (1994)
17. Anisovich V V et al. *Phys. Rev. D* **50** 1972 (1994)
18. Anisovich V V et al. (Crystal Barrel Collaboration) *Phys. Lett. B* **323** 233 (1994)
19. Amsler C et al. (Crystal Barrel Collaboration) *Phys. Lett. B* **333** 277 (1994)
20. Amsler C, Close F E *Phys. Rev. D* **53** 295 (1996); *Phys. Lett. B* **353** 385 (1995)
21. Close F E, Farrar G, Li Z P "Determining the gluonic content of isoscalar mesons", hep-ph/9610280 (1996)
22. Weingarten D "Scalar quarkonium and scalar glueball", hep-lat/9608070 (1996)
23. Genovese M "A unified picture of glueball candidates $f_0(1500)$ and $f_0(1700)$ " *Phys. Rev. D* (to be published)
24. Alde D et al. *Z. Phys. C* **66** 375 (1995); Прокошкин Ю Д, Кондашов А А, Садовский С А *ДАН* **342** 473 (1995)
25. Binon F et al. *Nuovo Cimento A* **78** 313 (1983)
26. Binon F et al. *Nuovo Cimento A* **80** 363 (1984)
27. Hyams B et al. *Nucl. Phys. B* **64** 134 (1973)
28. Lindenbaum S J, Longacre R S *Phys. Lett. B* **274** 492 (1992); Etkin A et al. *Phys. Rev. D* **25** 1786 (1982)
29. Anisovich V V, Sarantsev A V *Phys. Lett. B* **382** 429 (1996)
30. Anisovich V V, Prokoshkin Yu D, Sarantsev A V *Phys. Lett.* **389** 388 (1996)
31. Alston-Garnjost M et al. *Phys. Lett. B* **36** 152 (1971)
32. Anisovich V V et al. *Phys. Rev. D* **42** 3045 (1990)
33. Peters K, Klemp E *Phys. Lett. B* **352** 467 (1995)
34. Anisovich V V *Phys. Lett. B* **364** 195 (1995)
35. Zou B S, частное сообщение (1996)
36. Anisovich V V, Kondashov A A, Prokoshkin Yu D, Sadovsky S A, Sarantsev A V "The two-pion spectra for the reaction $\pi^- p \rightarrow \pi^0 \pi^0 n$ at 38 GeV/c pion momentum and combined analysis of the GAMS, Crystal Barrel and BNL data", hep-ph/9711319
37. Aston D et al. *Nucl. Phys. B* **296** 493 (1988)
38. Weinstein J, Isgur N *Phys. Rev. Lett.* **48** 659 (1982); *Phys. Rev. D* **27** 588 (1983); **41** 2236 (1990); Lohse D et al. *Nucl. Phys. A* **516** 513 (1990); Janssen G et al. *Phys. Rev. D* **52** 2690 (1995)
39. Jaffe R J *Phys. Rev. D* **15** 267 (1977); Achasov N N, Shestakov G N *Z. Phys. C* **41** 309 (1988)
40. Ritter C et al. *Phys. Lett. B* **380** 431 (1996)
41. Close F E et al. *Phys. Lett. B* **319** 291 (1993)
42. Anisovich A V, Sarantsev A V "K-matrix analysis of the $K\pi$ S-wave in the mass region 900–2100 MeV and nonet classification of the scalar $q\bar{q}$ -states", hep-ph/9705401, *Phys. Lett. B* **413** 137 (1997)
43. Chew G F, Mandelstam S *Phys. Rev.* **119** 467 (1960)
44. Anisovich V V et al. *Nucl. Phys. A* **544** 747 (1992); Anisovich V V et al. *Nucl. Phys. A* **563** 549 (1993)
45. Анисович А В, Саранцев А В *ЯФ* **55** 2163 (1992); Анисович А В, Садовникова В А *ЯФ* **55** 2657 (1992)
46. Саранцев А В, Капитанов А В *ЯФ* **56** 156 (1993)
47. Anisovich V V, Shekhter V M *Nucl. Phys. B* **55** 455 (1973); Bjorken J D, Farrar G R *Phys. Rev. D* **9** 1449 (1974)
48. Волошин С А, Никитин Ю П, Порфиоров П И *ЯФ* **35** 1006 (1982)
49. Gershtein S S, Likhoded A K, Prokoshkin Yu D *Z. Phys. C* **24** 305 (1984)
50. Anisovich A V "Three-body dispersion relation equations for the coupled decay channels $p\bar{p} \rightarrow \pi\pi\pi, \eta\pi\pi, K\bar{K}\pi$ ", hep-ph/9610523 (1996); Анисович А В *ЯФ* **58** 1467 (1995); Anisovich A V, Leutwyler H *Phys. Lett. B* **375** 335 (1996)
51. Zou B S, Bugg D V *Phys. Rev. D* **50** 591 (1994); Morgan D, Pennington M R *Phys. Rev. D* **48** 1185 (1993)
52. Flatté S M *Phys. Lett. B* **63** 224 (1976)
53. Kondashov A A et al., in *Proc. 27th Intern. Conf. on High Energy Physics* (Glasgow, 1994) p. 1407; Кондашов А А и др., Препринт ИФВЭ 95-137 (Протвино: ИФВЭ, 1995)
54. Zheng Z *The XVI Int. Symp. on Lepton and Photon Interactions, Ithaca, New York, 1993* (Eds P Drell, D Rubin), in *AIP Conf. Proc.* **302** 530 (1994)
55. Amsler C et al. *Phys. Lett. B* **342** 433 (1995); Amsler C et al. (Crystal Barrel Collaboration) **355** 425 (1995)
56. Bugg D V et al. *Phys. Rev. D* **50** 4412 (1994); Bugg D V, Sarantsev A V, Zou B S *Nucl. Phys. B* **471** 59 (1996)
57. Bugg D V, частное сообщение (1997)

The lightest scalar glueball

V.V. Anisovich

St. Petersburg Nuclear Physics Institute
188350 Gatchina, St. Petersburg, Russia
Fax (7-812) 713-19 63
E-mail: anisovic@thd.pnpi.spb.ru

Recent studies of meson spectra have enabled the resonance structure of the $IJ^{PC} = 00^{++}, 10^{++}, 02^{++}, 12^{++}$, and $IJ^P = \frac{1}{2}0^+$ waves to be found for masses ranging up to 1900 MeV, thus fully reconstructing the $1^3P_0 q\bar{q}$ and $2^3P_0 q\bar{q}$ meson multiplets. There is firm experimental evidence for the existence of five scalar (isoscalar) states in this mass range, four of which are $q\bar{q}$ states and members of the $1^3P_0 q\bar{q}$ and $2^3P_0 q\bar{q}$ nonets, whereas the fifth falls out of the quark picture and displays all the properties of the lightest possible scalar glueball. A dispersion analysis of the 00^{++} wave elucidates how the mixture of the pure glueball state (or gluonium) with neighbouring scalar $q\bar{q}$ states forms: three scalar mesons, namely two relatively narrow $f_0(1300)$ and $f_0(1500)$ resonances and a very broad $f_0(1530^{+90}_{-250})$ resonance, share the gluonium, the broad resonance being the gluonium's descendant and accounting for about 40 to 50% of its component.

PACS numbers: 12.39.Mk, **12.38.-t**, **14.40.-n**

Bibliography — 57 references

Received 4 November 1997