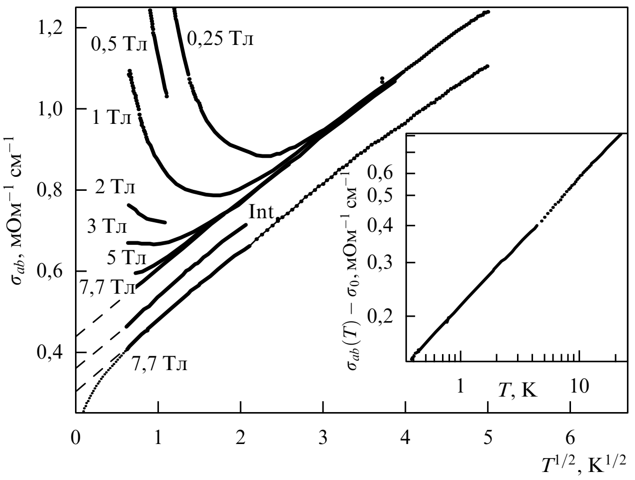

Рис. 4. Графики проводимости $\sigma_{ab} = 1/\rho_{ab}$ в зависимости от $T^{1/2}$. Пунктирной линией для сравнения показана наилучшая логарифмическая аппроксимация $\rho_{ab} = A + B \log T$ для "закаленного" состояния. Вставка: температурная зависимость проводимости в двойном логарифмическом масштабе.

образца линейные экстраполяции к нулевой температуре (штриховые линии на рис. 4) дают высокие уровни проводимости 300 – 400 Ом$^{-1}$ см$^{-1}$ (для другого несверхпроводящего кристалла α даже превышает 2000 Ом$^{-1}$ см$^{-1}$). Таким образом, если принять анизотропную 3D-модель, напрашивается вывод, что нормальное состояние YBCO является металлическим по обе стороны перехода SC – NSC.

В то время, как едва ли можно сделать обоснованный выбор между логарифмическим и степенным представлением на рис. 3 и 4, это становится возможным по мере дальнейшего смещения системы к диэлектрическому состоянию. Такой анализ, выполненный в работе [13] для ρ_c, показал, что проводимость продолжает следовать степенно́му закону с $\alpha \to 0$, но не соответствует более альтернативному логарифмическому представлению.

Следовательно, описание нормального состояния в $YBa_2Cu_3O_{6+x}$ как состояния 3D-системы вблизи перехода металл–диэлектрик представляется более предпочтительным, а проводимость в близкой окрестности перехода M – I можно описать скейлинговой температурной зависимостью. Предполагается, что нормальное состояние, лежащее в основе сверхпроводимости, является металлическим, а переход M – I расположен на фазовой диаграмме на некотором расстоянии от SC области. Очевидно, что дальнейшие исследования очень желательны, и тот факт, что, по-видимому, нормальное состояние точно то же самое по обе стороны фазовой границы SC – NSC, достойно особого внимания, поскольку оно позволяет исследовать проблему, не усложненную сверхпроводимостью.

А.Н. Лавров выражает глубокую благодарность за гостеприимство Института физики твердого тела, где была, в основном, выполнена эта работа.

Список литературы

1. Dagotto E *Rev. Mod. Phys.* **66** 763 (1994)
2. Brenig W *Phys. Rep.* **251** 153 (1995)
3. Ando Y et al. *Phys. Rev. Lett.* **75** 4662 (1995)
4. Boebinger G S et al. *Phys. Rev. Lett.* **77** 5417 (1996)
5. Varma C M, preprint cond-mat/9703122
6. Ando Y et al. *Phys. Rev. Lett.* **77** 2065 (1996)
7. Malinowski A et al., preprint cond-mat/9705138
8. Fisher M P A *Phys. Rev. Lett.* **65** 923 (1990)
9. Seidler G T, Rosenbaum T F, Veal B W *Phys. Rev. B* **45** 10162 (1992)
10. Veal B W et al. *Phys. Rev. B* **42** 6305 (1990)
11. Lavrov A N, Kozeeva L P *Physica C* **248** 365 (1995)
12. Lavrov A N, Kozeeva L P *Physica C* **253** 313 (1995)
13. Гантмахер В Ф и др. *Письма в ЖЭТФ* **65** 834 (1997) [*JETP Lett.* **65** 870 (1997)]
14. Abrahams E et al. *Phys. Rev. Lett.* **42** 673 (1979)
15. Гантмахер В Ф и др. *Письма в ЖЭТФ* **65** 475 (1997) [*JETP Lett.* **65** 502 (1997)]
16. Altshuler B L et al. *Phys. Rev. Lett.* **44** 1288 (1980)
17. Imry Y *J. Appl. Phys.* **52** 1817 (1981)

Квантовые флуктуации и диссипация в тонких сверхпроводящих проволоках

А.Д. Заикин, Д.С. Голубев,
А. ван Оттерло, Г.Т. Зимани

1. Введение

Хорошо известно, что флуктуации размывают дальний порядок в сверхпроводниках низкой размерности [1]. Означает ли это, что сопротивление таких сверхпроводников всегда остается конечным (или даже бесконечным), или оно может при определенных условиях снижаться до нуля? Имеется много информации о поведении двумерных (2D) сверхпроводящих пленок, физические свойства которых определяются главным образом фазовым переходом Костерлица – Таулеса – Березинского (КТБ) [2]. В квазиодномерных сверхпроводящих проволоках ниже критической температуры T_c, определяемой приближением среднего поля, причиной ненулевого сопротивления могут быть термически активированные проскальзывания фазы (ТАПФ) [3]. Этот эффект имеет практическое значение при температурах вблизи T_c, где теоретические предсказания были подтверждены экспериментально [4]. Однако при понижении температуры число ТАПФ экспоненциально уменьшается, и при T, не очень близких к T_c, теория не предсказывает конечного сопротивления [3]. Тем не менее в экспериментах Джордано [5] ясно показано, что при температурах существенно ниже T_c сопротивление сверхтонких сверхпроводящих проволок имеет конечное значение. Недавно в экспериментах других авторов [6] для тонких квазиодномерных проволок были обнаружены значительные отклонения от поведения, предсказываемого в модели ТАПФ.

Естественно объяснить эти экспериментальные наблюдения влиянием квантовых флуктуаций, которые приводят к квантовым проскальзываниям фазы (КПФ) в 1D-сверхпроводящих проволоках. Однако оказалось, что первые оценки скорости туннелирования КПФ, полученные в рамках моделей на основе зависящей от времени теории Гинзбурга – Ландау (ВЗГЛ) [7, 8], дают значения, которые слишком малы для того, чтобы объяснить результаты экспериментов [5] (см. детали в работе [9]).

Авторы настоящей работы недавно [9] развили микроскопическую теорию, описывающую явление

КПФ и показали, что в достаточно тонких проволоках эффекты КПФ должны наблюдаться в доступном для измерения диапазоне и могут приводить к ненулевым значениям сопротивления проволок даже при $T = 0$. Кроме того, в работе [9] было доказано существование нового фазового перехода сверхпроводник–металл (диэлектрик) в зависимости от толщины проволоки. В настоящей работе наша теория [9] обобщается в нескольких важных аспектах, в частности, более подробно обсуждаются эффекты КПФ в различных пределах и учитываются диссипативные эффекты вне ядра КПФ. Приводится также возможное объяснение полученного в недавних экспериментах [10] отрицательного магнитосопротивления в рамках нашего КПФ-сценария.

2. Модель

Наши расчеты основаны на подходе эффективного действия для БКШ сверхпроводника [11]. Отправной точкой является статистическая сумма Z, выражаемая как континуальный интеграл по мнимому времени от электронных полей ψ и калибровочных полей $V, \mathbf{A}$, с эвклидовым действием

$$S = \int \mathrm{d}^3\mathbf{r} \int_0^{\beta} \mathrm{d}\tau \left\{ \bar{\psi}_{\sigma} \left[\partial_\tau - \mathrm{i}eV + \xi\left(\nabla - \frac{\mathrm{i}e\mathbf{A}}{c}\right)\right]\psi_{\sigma} - - g\bar{\psi}_{\uparrow}\bar{\psi}_{\downarrow}\psi_{\downarrow}\psi_{\uparrow} + \mathrm{i}eVn_i + \frac{\mathbf{E}^2+\mathbf{B}^2}{8\pi} \right\}.$$

Здесь $\beta = 1/T$; $\xi(\nabla) \equiv -\nabla^2/2m - \mu$; en_i обозначает фоновую плотность заряда ионов и $\hbar = k_{\mathrm{B}} = 1$. Преобразование Хаббарда – Стратоновича вводит энергетическую щель $\varDelta$ как параметр порядка, и электронные степени свободы можно заинтегрировать. Оставшаяся часть представляет собой выражение для статистической суммы через эффективное действие для $\mathrm{i}\varDelta$, V и $\mathbf{A}$ с решением типа седловой точки $|\varDelta| = \varDelta_0$ и $V = \mathbf{A} = 0$. Получим

$$S_{\mathrm{eff}} = \int \mathrm{d}^3\mathbf{r} \int_0^{\beta} \mathrm{d}\tau \left[\frac{|\varDelta|^2}{g} + \frac{\mathbf{E}^2+\mathbf{B}^2}{8\pi}\right] - \mathrm{Tr}\ln \widehat{G}^{-1},$$

$$\widehat{G}^{-1} = \left(\partial_\tau + \frac{\mathrm{i}}{2}\{\nabla, \mathbf{v}_{\mathrm{s}}\}\right)\hat{1} + |\varDelta|\hat{\sigma}_1 + + \left(\xi(\nabla) + \frac{m\mathbf{v}_{\mathrm{s}}^2}{2} - \mathrm{i}e\varPhi\right)\hat{\sigma}_3,$$

где введены сверхтекучая скорость $\mathbf{v}_{\mathrm{s}} = (1/2m)[\nabla\varphi - 2e\mathbf{A}/c]$, химический потенциал для куперовских пар $\varPhi = V - \varphi/2e$ и $\varDelta = |\varDelta| e^{\mathrm{i}\varphi}$.

3. Эффективное действие для КПФ

Для того, чтобы получить вклад электронной поляризации, строится эффективная теория с помощью разложения до второго порядка около седловой точки по $\varPhi$ и $\mathbf{v}_{\mathrm{s}}$ [9, 12]. Событие проскальзывания фазы в мнимом времени включает в себя подавление параметра порядка в ядре проскальзывания фазы (т.е. внутри пространственно – временной области $x \leqslant x_0$, $\tau \leqslant \tau_0$) и наматывание сверхпроводящей фазы вокруг этого ядра. Полное действие КПФ S_{QPS} можно представить как сумму части от ядра S_{core} вокруг центра проскальзывания фазы, для которой важны энергия конденсации и диссипация в нормальные токи, и гидродинамической части вне ядра S_{out}, которая зависит от динамики электромагнитных полей и диссипации, обусловленной наличием квазичастиц над сверхпроводящей щелью.

Ниже рассматриваются достаточно тонкие проволоки с поперечным сечением $S < \lambda_{\mathrm{L}}^2$, где λ_{L} — лондоновская длина проникновения для объемного сверхпроводника. Из-за рассеяния на примесях и дефектах границы средняя длина свободного пробега электрона l в таких проволоках обычно много меньше длины когерентности чистого образца $l \ll \xi_0 = v_{\mathrm{F}}/2\varDelta$. Наше рассмотрение ограничено этим физически важным диффузионным пределом. Допуская, что вне ядра КПФ величина параметра порядка не подавляется, $|\varDelta| = \varDelta_0$, получим для S_{out} [9, 12]

$$S_{\mathrm{out}} = \int \mathrm{d}x\,\mathrm{d}\tau \left(\frac{C+C'}{2} V^2 + \frac{\widetilde{C}}{2}\varPhi^2 + \frac{1}{2Lc^2}A^2 + \frac{m^2\mathbf{v}_{\mathrm{s}}^2}{2e^2\widetilde{L}}\right) + + \frac{S}{2\beta}\sum_{\omega<1/\tau_0} \int \mathrm{d}x \frac{\sigma(\omega)}{|\omega|} \left|\partial_x V(\omega,x) + \frac{\mathrm{i}\omega A(\omega,x)}{c}\right|^2, \quad (1)$$

где интегрирование выполняется по $|x| > x_0, |\tau| > \tau_0$. Вообще говоря, кинетическая индуктивность $\widetilde{L}$ и кинетическая емкость $\widetilde{C}$ в (1) зависят от частоты ω и волнового вектора k [12]. В пределе низких ω и малых k имеем $\widetilde{L} = 4\pi\lambda_{\mathrm{L}}^2/S$ и $\widetilde{C} = Se^2N_0n_{\mathrm{s}}/n$, где n_{s} и n — соответственно, сверхпроводящая и полная плотность электронов. В уравнении (1) также была введена емкость $C' = Se^2N_0n_{\mathrm{n}}/n$, которая далее в пределе $n_{\mathrm{s}} \gg n_{\mathrm{n}} \equiv n - n_{\mathrm{s}}$ при низких T будет опущена.

Геометрия и экранирование диэлектриками снаружи проволоки учитываются удельной емкостью C, и индуктивностью L, которые заменяют член $\mathbf{E}^2 + \mathbf{B}^2$ (для тонких проволок поперечное экранирование несущественно, и можно оставить только одну компоненту векторного потенциала).

Выражения для C и L зависят также от соответствующих пространственных и временных масштабов, а также от геометрии проволоки. В идеальном случае цилиндрической однородной проволоки для $kr_0 \ll 1$ (r_0 — радиус проволоки) имеем $C = \varepsilon_{\mathrm{r}}[2\ln/(kr_0)]^{-1}$ и $L = 2\ln/(kr_0)/c^2$, где c – скорость света, а ε_{r} — диэлектрическая постоянная подложки. На практике детальная геометрия проволоки может быть очень сложной (например, площадь поперечного сечения S непостоянна вдоль проволоки, т.е. проволока неоднородна), и сверх того, вблизи проволоки могут размещаться другие (металлические) объекты.

Вышеупомянутые эффекты приводят к эффективному обрезанию логарифмической зависимости от k на масштабе $k \sim 1/d$, где d зависит от деталей эксперимента (например, d может представлять собой характерный масштаб неоднородности проволоки или расстояние до металлического заземления.

Используем упрощенную модель, предположив, что $C = \varepsilon_{\mathrm{r}}[2\ln(d/r_0)]^{-1}$ постоянна на всех интересующих нас расстояниях. В отношении L оказывается, что ее конкретный вид не является существенным для тонких проволок с $\sqrt{S} < \lambda_{\mathrm{L}}$, для которых всегда преобладает кинетическая индуктивность $\widetilde{L} \gg L$. Помимо вышеупомянутых кинетических и электромагнитных эффектов, выражение (1) учитывает существование диссипативных токов вне ядра. Соответствующий вклад описывается последним членом в (1).

Что касается вклада от ядра, то он состоит из двух слагаемых

$$S_{\rm core} = \frac{b}{2}\,N_0\Delta_0^2 S\tau_0 x_0 + \frac{S}{\beta}\sum_{|\omega|>\tau_0^{-1}} \frac{x_0\sigma}{|\omega|}\left|E\Big(\omega,\frac{x_0}{2}\Big)\right|^2 . \qquad (2)$$

Первый член представляет собой энергию конденсации, которая теряется внутри ядра, а второй член определяет действие диссипативных токов во время события проскальзывания фазы. Здесь σ — кондактанс проволоки в нормальном состоянии: ранее уже использовалось то обстоятельство, что характерная частота КПФ достаточно высока [9] $1/\tau_0 \gtrsim \Delta_0$, следовательно, диссипативные токи внутри ядра нечувствительны к сверхпроводимости. Важно также подчеркнуть, что в (2) не надо добавлять градиентные (как по пространству, так и по времени) члены для Δ. Такие члены можно получить только с помощью разложения эффективного действия по степеням ω и k. Для быстрых процессов (типа КПФ) это разложение, очевидно, становится неправильным, и требуется более детальное рассмотрение поляризационных членов в выражении для действия. Для события КПФ с $1/\tau_0 > \Delta_0$ это рассмотрение дает [12] $b \sim \ln\left[1/(2\Delta_0\tau_0) + \xi^2/x_0^2\right]$, где $\xi = \sqrt{D/2\Delta_0}$ — длина когерентности грязного сверхпроводника, а $D = v_{\rm F} l/3$.

4. Вариационная процедура

Для оценки действия КПФ $S_{\rm QPS} = S_{\rm core} + S_{\rm out}$ используется вариационный подход, состоящий из нескольких этапов.

Сначала минимизируем гидродинамический вклад $S_{\rm out}$ по потенциалам V и A. В результате приходим к условиям седловой точки, которые связывают потенциалы с фазовой переменной вне ядра. Используя то, что для тонких проволок $\widetilde{L} \gg L$, $\widetilde{C} \gg C$, в фурье-представлении получаем

$$V_{\omega,k} = \frac{{\rm i}\omega\varphi_{\omega,k}/2e}{1+\sigma(\omega,k)Sk^2/\widetilde{C}|\omega|}\,, \qquad (3)$$

$$A_{\omega,k} = -{\rm i}k\,\frac{cL\varphi_{\omega,k}}{2e\widetilde{L}}\,. \qquad (4)$$

Используя фориулы работ (3), (4), можно переписать действие $S_{\rm out}$ только через фазовую переменную $\varphi(\tau,x)$. Затем, минимизируя эту часть действия по φ и используя тождество $\partial_x\partial_\tau\varphi - \partial_\tau\partial_x\varphi = 2\pi\delta(\tau,x)$ (которое следует из того факта, что после одного витка вокруг центра КПФ фаза изменяется на 2π), находим

$$S_{\rm out} = \int_{|\omega|<1/\tau_0}\frac{{\rm d}\omega}{2\pi}\int_{|k|<1/x_0}\frac{{\rm d}k}{2\pi}\,\mathcal{G}(\omega,k)\,. \qquad (5)$$

Общий вывод выражения для функции $\mathcal{G}$ в (5) несколько утомителен и здесь не приводится. В следующих пределах можно получить существенные упрощения:

1. $\omega \gg \sigma(\omega,k)Sk^2/C$. Функция (5) имеет вид

$$\mathcal{G}(\omega,k) = \frac{\pi^2/2e^2}{k^2/C+\widetilde{L}\omega^2}\,. \qquad (6)$$

2. $\sigma(\omega,k)Sk^2/\widetilde{C} \ll \omega \ll \sigma(\omega,k)Sk^2/C$. Находим

$$\mathcal{G}(\omega,k) = \frac{\pi^2\sigma(\omega,k)S}{2e^2|\omega|}\,\frac{1}{1+\widetilde{L}\sigma(\omega,k)S|\omega|}\,. \qquad (7)$$

3. $\omega \ll \sigma(\omega,k)Sk^2/\widetilde{C}$. Функция $\mathcal{G}$ опять приобретает вид (6), но C заменяется на $\widetilde{C}$.

Последним шагом нашей вариационной процедуры является минимизация полного действия КПФ $S_{\rm core} + S_{\rm out}$ по параметрам ядра τ_0 и x_0. Сначала пренебрежем диссипацией, формально подставляя $\sigma = 0$ в (2) и (5). Затем, решая уравнения

$$\frac{\partial S_{\rm QPS}}{\partial\tau_0} = 0, \qquad \frac{\partial S_{\rm QPS}}{\partial x_0} = 0$$

и считая b константой (т.е. пренебрегая его слабой зависимостью от τ_0 и x_0), получаем

$$x_0 = c_0\tau_0 = \sqrt{\frac{\pi}{4e^2\tilde{L}SbN_0\Delta_0^2}}\,, \qquad (8)$$

где $c_0 = 1/(\widetilde{L}C)^{1/2}$ — скорость моды Муиджа – Шéна [14], которая определяет пространственно – временную асимметрию ядра. Полное действие для одного КПФ имеет вид

$$S_{\rm QPS}^{(0)} = \frac{\mu}{2} + \mu\ln\left(\frac{R}{2x_0}+\frac{R}{2c_0\tau_0}\right), \qquad (9)$$

где $R^2 = X^2 + c_0^2\beta^2$, X — длина проволоки, а $\mu = (\pi/4e^2)(C/\widetilde{L})^{1/2}$. Первый член в (9) представляет действие от ядра $S_{\rm core}$, второй член определяет $S_{\rm out}$ (для простоты обрезание выбрано с помощью интегрирования с внешней стороны эллипса $(x/x_0)^2 + (\tau/\tau_0)^2 > 1$). Подставляя $\widetilde{L} = 4\pi\lambda_{\rm L}^2/S = 1/2\pi e^2 N_0\Delta_0 DS$ в (8) при $T \ll \Delta_0$, находим $x_0 = c_0\tau_0 = \pi\xi/\sqrt{b}$, т.е. размер ядра x_0 имеет порядок сверхпроводящей длины когерентности ξ, и время КПФ $\tau_0 \sim \xi/c_0 \ll 1/\Delta_0$. Этот результат оправдывает сделанное выше предположение, что характерная частота КПФ выше Δ_0, и демонстрирует, почему действие от ядра $S_{\rm core} \propto x_0\tau_0$ много меньше, чем найденное в рамках подхода на основе временнóго уравнения Гинзбурга – Ландау [8], в котором частота КПФ имеет порядок Δ_0.

Теперь включим в рассмотрение диссипацию. При высоких частотах диссипативные токи, протекающие как внутри, так и снаружи ядра, являются существенными, и их следует учитывать даже при $T = 0$. Из (5), (7) получаем диссипативный вклад от ядра $S_{\rm out}$. После простого интегрирования находим

$$S_{\rm out}^{\rm diss} \approx \frac{\sigma S}{e^2 x_0}\,. \qquad (10)$$

Это выражение представляет собой не что иное, как диссипативное действие Калдейры – Леггетта для нормального проводника с поперечным сечением S и длиной порядка x_0. Аналогичное выражение определяет диссипативный вклад от ядра $S_{\rm core}^{\rm diss}$.

Если σ мало, диссипативные члены можно рассматривать по теории возмущений. Этого достаточно, пока $\sigma S \lesssim e^2\mu\xi$. Легко проверить, что в практически важном пределе Друде $\sigma = 2e^2N_0D$ упомянутое условие означало бы, что $\xi \gtrsim c_0/\Delta_0$. Это условие не выполняется для реалистических значений параметров. Следовательно, в этом пределе диссипацию нельзя рассматривать по теории возмущений и нашу вариационную процедуру необходимо модифицировать. При определенных упрощающих предположениях находим

$$S_{\rm core}^{\rm diss} \approx \frac{\sigma S}{e^2 x_0}\left[\frac{1}{2r^6}+r^6\right]\ln\frac{c_0 x_0}{Dr}\,, \qquad (11)$$

где $r = c_0\tau_0/x_0$. Сильная зависимость (11) от r задает условие минимума $r \approx 1$, т.е. асимметрия ядра остается приблизительно такой же, как в пределе слабого затухания. При этом условии полное действие $S^{(0)}_{\mathrm{QPS}} + S^{\mathrm{diss}}_{\mathrm{QPS}}$ можно легко минимизировать по x_0 и получить [9] $x_0 \approx c_0\tau_0 \approx \xi\sqrt{a}$ и

$$S_{\mathrm{core}} \approx a\mu\,, \qquad a \approx \left(\frac{c_0}{\Delta_0\xi}\right)^{2/3}. \tag{12}$$

5. Фазовый переход металл – сверхпроводник

Следующий шаг заключается в рассмотрении газа КПФ в сверхпроводящей проволоке. Предположим, что через проволоку протекает ток I (который много меньше тока распаривания). Подставляя решение, отвечающее седловой точке $\varphi = \sum_i^n \tilde{\varphi}(x - x_i, \tau - \tau_i)$ в выражение для действия и удерживая дополнительный член $\int \mathrm{d}\tau \int \mathrm{d}x (I/2e)\partial_x\varphi$ [11], находим

$$S_n = na\mu - \mu\sum_{i\neq j} v_i v_j \ln\left(\frac{\rho_{ij}}{x_0}\right) + \frac{\Phi_0}{c}\, I\sum_i v_i\tau_i\,. \tag{13}$$

Величина $\rho_{ij} = \left[c_0^2(\tau_i - \tau_j)^2 + (x_i - x_j)^2\right]^{1/2}$ определяет расстояние между i-тым и j-тым КПФ в плоскости (x, τ), $v_i = +1\ (-1)$ — "заряды" КПФ (анти-КПФ), а $\Phi_0 = hc/2e$ — квант потока. Только нейтральные конфигурации КПФ с $v_{\mathrm{tot}} = \sum_i^n v_i = 0$ дают вклад в функцию распределения [9] (и следовательно, n должно быть четно).

Для $I = 0$ уравнение (13) определяет стандартную модель 2D газа логарифмически взаимодействующих зарядов v_i. Эффективная (малая) "активности" y этих зарядов выражается как

$$y = x_0\tau_0 B\exp(-a\mu)\,, \tag{14}$$

где B — обычный флуктуационный детерминант, который можно приближенно оценить как $B \sim a\mu/x_0\tau_0$. По аналогии с кулоновским газом заключаем, что фазовый переход КТБ [2] для КПФ происходит в сверхпроводящей проволоке при $\mu = \mu^* \equiv 2 + 4\pi y \approx 2$: для $\mu < \mu^*$ плотность свободных КПФ в проволоке (и следовательно, ее сопротивление) всегда остается конечной, тогда как для $\mu > \mu^*$ КПФ и анти-КПФ (АКПФ) связываются в пары, и сопротивление сверхпроводящей проволоки сильно подавляется и зависит от T. Получаем важный вывод: при $T = 0$ сверхпроводящая 1D-проволока имеет исчезающе малое линейное сопротивление, при условии, что электромагнитное взаимодействие между проскальзываниями фазы является достаточно сильным, т.е. $\mu > \mu^*$.

Приведенный выше анализ применим только для достаточно длинных проволок. Однако при типичных экспериментальных параметрах $X < c_0\beta$ (или даже $X \ll c_0\beta$) и необходимо учитывать конечный размер проволоки. Рассмотрим физическую ситуацию с неисчезающим (даже при $\omega \gg \Delta_0$) кондактансом проволоки вдали от ядра КПФ $\sigma = \sigma_{\mathrm{qp}}$. Эта ситуация может реализоваться при наличии квазичастиц над щелью по причине конечной температуры или неравновесных эффектов. В этом случае наше рассмотрение необходимо модифицировать следующим образом.

Применим сначала 2D-скейлинг [2] $\partial_l y = (2 - \mu)y$ и $\partial_l\mu = -4\pi^2\mu^2 y^2$, где μ и y зависят от параметра скейлинга l. Решая эти уравнения до $l = l_X = \ln(X/x_0)$, получим перенормированную активность $\tilde{y} = y(l_X)$.

Для бóльших масштабов $l > l_X$ имеет значение только временнáя координата. При достаточно низких частотах взаимодействие между КПФ определяется функцией (7), и задача сводится к задаче кулоновского 1D-газа с логарифмическим взаимодействием. Следовательно (для $\tilde{y} \ll 1$), дальнейший скейлинг определяется как [13, 11] $\partial_l\tilde{y} = (1 - \gamma)\tilde{y}$ и $\partial_l\gamma = 0$, где $\gamma = \pi S\sigma_{\mathrm{qp}}/2e^2 X$ — безразмерный "квазичастичный" кондактанс проволоки. Для $\gamma > 1$ активность стремится к нулю, что опять соответствует сверхпроводящей фазе, в то время как для $\gamma < 1$ она возрастает, что указывает на резистивную фазу в полной аналогии с единичным джозефсоновским переходом с омической диссипацией. Точка фазового перехода опять зависит от S, но также от длины проволоки X и значения σ_{qp} (см. ниже).

6. Сопротивление проволоки при низких T

При любом ненулевом T проволока имеет ненулевое сопротивление $R(T, I)$ даже в "упорядоченной" фазе $\mu > \mu^*$ (или $\gamma > 1$). Чтобы оценить $R(T)$ в этой фазе для длинной проволоки, используем теорию возмущений и сначала вычислим поправку к действию δF, обусловленную одной связанной парой КПФ-АКПФ. Одна пара КПФ-АКПФ дает вклад δF в действие проволоки:

$$\delta F = \frac{Xy^2}{x_0\tau_0}\int_{\tau_0}^{\beta}\frac{\mathrm{d}\tau}{\tau_0}\int_{x_0}^{X}\frac{\mathrm{d}x}{x_0}\exp\left\{\left(\Phi_0\frac{I\tau}{c}\right) - 2\mu\ln\left[\frac{\rho(\tau, x)}{x_0}\right]\right\}, \tag{15}$$

где $\rho = (c_0^2\tau^2 + x^2)^{1/2}$. Для ненулевого I выражение (15) формально расходится при $\beta \to \infty$ и (после соответствующего аналитического продолжения) приобретает мнимую часть $\mathrm{Im}\ \delta F$. Это указывает на вызванную КПФ неустойчивость сверхпроводящего состояния проволоки. Соответствующая скорость затухания $\Gamma = 2\,\mathrm{Im}\,\delta F$ определяет полное падение напряжения V на проволоке (см. детали в работе [9]). Для сопротивления проволоки $R(T, I) = V/I$ это дает $R \propto T^{2\mu-3}$ и $R \propto I^{2\mu-3}$ при $T \gg \Phi_0 I$ и $T \ll \Phi_0 I$ соответственно. Для толстых проволок с $\mu > \mu^*$ сопротивление должно сильно зависеть от температуры. Для более тонких проволок температурная зависимость сопротивления становится линейной при переходе в неупорядоченную фазу, для которой наш анализ не работает. При $T \ll \Phi_0 I/c$ ожидается сильно нелинейная вольт-амперная характеристика $V \sim I^{v}$ в толстых проволоках и универсальное значение $v(\mu^*) = 2$ в тонких проволоках в точке перехода в резистивное состояние с $V \sim I$, где $v = 1$. Заметим, что в отличие от перехода КТБ в сверхпроводящих 2D-пленках вместо скачка от $v = 3$ к $v = 1$ происходит скачок от $v = 2$ к $v = 1$.

Рассмотрение для короткой проволоки $X < c_0/T$ тоже проводится в два этапа. 2D-скейлинговый анализ дает "глобальную" активность $\tilde{y}$. По аналогии с резистивно шунтированным джозефсоновским переходом [11] падение напряжения, получаемое из мнимой части свободной энергии

$$V = \frac{2\Phi_0\tilde{y}^2}{\Gamma(2\gamma)c\tilde{\tau}_0}\sinh\left(\frac{\Phi_0 I}{2cT}\right)\left|\Gamma\left(\gamma + \frac{\mathrm{i}\Phi_0 I}{2\pi cT}\right)\right|^2\left(\frac{2\pi\tilde{\tau}_0}{\beta}\right)^{2\gamma-1},$$

дает соответственно $R \propto T^{2\gamma-2}$ и $R \propto I^{2\gamma-2}$ при высокой и низкой T. Здесь $\tilde{\tau}_0$ определяется из обрезания на высоких частотах в (7): $\tilde{\tau}_0 \sim XC/e^2\gamma$. Полученный выше результат действителен для $\gamma > 1$, а также для меньших γ при не очень низких T [11]. При $T \to 0$ сопротивление в металлической фазе имеет вид [11]

$$R = \frac{S\sigma_{\mathrm{qp}}}{X}\,, \tag{16}$$

т.е. R точно равно квазичастичному сопротивлению проволоки, тогда как сверхпроводящий канал блокирован вследствие квантовых флуктуаций.

7. Обсуждение

Сравним наши предсказания с экспериментальными результатами [5, 6, 10]. Выбирая $\sqrt{S} \sim 10$ нм и $\varepsilon_r = 1$, при типичных параметрах системы $k_{\mathrm{F}}^{-1} \sim 0{,}2$ нм $< l \sim 1-10$ нм $\lesssim \xi \sim 10$ нм $< \xi_0 \sim \lambda_L \sim 100$ нм получим скорость $c_0/c = c_{MS}/c \approx (\sqrt{S}/10\lambda_L)$, $\mu \approx 30(\sqrt{S}/\lambda_L)$ и $a \sim 5-10$. Эта оценка дает действие от ядра $S_{\mathrm{core}} \simeq a\mu \lesssim 10$ в согласии с [5].

Для выбранных значений параметров нами предсказан переход из сверхпроводящего в металлическое состояние при толщине проволоки $\sqrt{S} \simeq \lambda_L/15 \lesssim 10$ нм. Это предсказание согласуется также с результатами Джордано, который обнаружил, что проволоки с $r_0 = \sqrt{S/\pi} \approx 8$ нм имеют сопротивление, которое достигает насыщения с некоторым измеримым значением при низких T, тогда как сопротивление более толстых проволок [5] $r_0 \gtrsim 13$ нм всегда уменьшается с T.

Другим примечательным результатом является наблюдение, что температура кроссовера от классического к квантовому поведению T^* оказалась очень близкой к T_{c} для достаточно тонких проволок [5]. Сравнивая наше квантовое действие $2S_{\mathrm{core}}$ с классической экспонентой [3], немедленно приходим к простой оценке для $T^* \approx \varDelta_0^{2/3} c_0^{1/3}/\xi^{1/3}$. При выбранных выше параметрах это дает $T^* \sim 10\varDelta(T^*)$, т.е. для тонких проволок этот кроссовер действительно должен происходить очень близко к T_{c}.

Независимые измерения $R(T)$ для сверхпроводящих проволок были выполнены в работах [6, 10], где сообщалось также о систематических отклонениях от классических предсказаний [3] для тонких проволок. Хотя общая тенденция [6, 10] подобна наблюдавшейся в работе [5], вид некоторых экспериментальных кривых совершенно отличен от приведенного в работе [5]. В работе [8] было сделано утверждение, что эти количественные отличия обусловлены зернистостью проволок, используемых в экспериментах [5]. Однако в [5] сообщается, что вариации S были умеренными. Если это так, то эта экспериментальная особенность может вызвать только несколько неоднородное распределение КПФ вдоль проволоки, так как активность КПФ возрастает при уменьшении S. Наша теория с незначительными модификациями применима также и в этой ситуации. Хотя само по себе согласие наших предсказаний с результатами [5] не может исключить интерпретацию "слабого звена" [8], совершенно ясно, что неспособность автора [8] объяснить данные [5] в рамках сценария КПФ обусловлена исключительно серьезными недостатками теории [8] и не является следствием возможных экспериментальных проблем с зернистостью проволок [5].

Чтобы продолжить наше сравнение, напомним, что проволоки в работах [6, 10] были достаточно короткими $X \sim 1-2$ мкм, в то время как проволоки, исследованные в работе [5] обычно были на один или даже два порядка длиннее. При не очень низких T можно считать, что $\sigma_{\mathrm{qp}} \sim \sigma$, тогда оценка параметра $\tilde{\tau}_0^{-1}$ дает значение порядка 1 К или даже больше для образцов в экспериментах [6, 10]. В то же время для образцов из [5] $\tilde{\tau}_0^{-1}$, как правило, меньше 10 мК. Таким образом, различие между результатами [5] и [6, 10] можно приписать различному поведению функции $\mathcal{G}$ (5) для различных частот: вид (6) следут применять в случае [5], а образцы [6, 10] в интересующем диапазоне температур должны скорее описываться с помощью (7). Например, данные на рис. 1а в работе [10] можно описать (по крайней мере, качественно) зависимостью

$$R(T) \propto \tilde{y}^2 (T\tilde{\tau}_0)^{2\gamma-2} \tag{17}$$

как для толстых ($\gamma > 1$), так и для тонких ($\gamma < 1$) проволок. Сопротивление последних — согласно нашему анализу — должно возрастать при понижении T. Именно это и было обнаружено в работе [10]. Кроссовер от этого поведения к поведению с уменьшением $R(T)$ для толстых проволок можно проинтерпретировать, как указание на фазовый переход при $\gamma = 1$.

Другой интересной особенностью, которую следует обсудить, является отрицательное магнитосопротивление проволок, наблюдавшееся в работе [10]. На первый взгляд эта деталь противоречит нашему КПФ-сценарию: в некотором (достаточно сильном) магнитном поле H щель $\varDelta_0$ частично подавляется, и барьер для КПФ должен понизиться. Следовательно, активность y и сопротивление проволоки R — в противоположность [10] — должны возрастать с увеличением H. Однако, если включить в рассмотрение диссипативные эффекты вне ядра, картина может резко измениться. В самом деле, $\sigma_{\mathrm{qp}} = \sigma n_n/n$ сильно зависит от соотношения между T и $\varDelta_0(T, H)$. При достаточно низкой T уменьшение $\varDelta$ может привести к экспоненциальному [$\sigma_{\mathrm{qp}} \propto \exp(-\varDelta_0/T)$] увеличению числа квазичастиц и, следовательно, к диссипации. Итак, имеем два эффекта: поле H увеличивает фугитивность КПФ y, но оно также увеличивает диссипацию γ, которая подавляет квантовые флуктуации. Совершенно очевидно (например, из (17)), что второй эффект может доминировать в некоторой области параметров, и тогда сопротивление будет уменьшаться при увеличении H. При очень больших H щель $\varDelta_0$ будет подавляться, и сопротивление опять будет возрастать. Такое возвратное поведение наблюдалось в работе [10].

Список литературы

1. Hohenberg P C *Phys. Rev.* **158** 383 (1967); Mermin N D, Wagner H *Phys. Rev. Lett.* **17** 1133 (1966)
2. Kosterlitz J M *J. Phys. C* **7** 1046 (1974)
3. Langer J S, Ambegaokar V *Phys. Rev.* **164** 498 (1967); McCumber D E, Halperin B I *Phys. Rev. B* **1** 1054 (1970)
4. Newbower R S, Beasley M R, Tinkham M *Phys. Rev. B* **5** 864 (1972)
5. Giordano N *Physica B* **203** 460 (1994) and refs. therein.
6. Sharifi F, Herzog A V, Dynes R C *Phys. Rev. Lett.* **71** 428 (1993)
7. Saito S, Murayama Y *Phys. Lett. A* **139** 85 (1989)
8. Duan J -M *Phys. Rev. Lett.* **74** 5128 (1995)
9. Zaikin A D et al. *Phys. Rev. Lett.* **78** 1552 (1997)
10. Xiong P, Herzog A V, Dynes R C *Phys. Rev. Lett.* **78** 927 (1997)
11. Schön G, Zaikin A D *Phys. Rep.* **198** 237 (1990)
12. van Otterlo A et al. submitted to *Phys. Rev. B*
13. Schmid A *Phys. Rev. Lett.* **51** 1506 (1983); Guinea F, Hakim V, Muramatsu A *Phys. Rev. Lett* **54** 263 (1985); Bulgadaev S A *JETP Lett.* **39** 315 (1984)
14. Mooij J E, Schön G *Phys. Rev. Lett.* **55** 114 (1985)