время функция  $F^R F^A$ , возникающая в выражении для  $\delta R_1$ , спадает на малых (по сравнению с *T*) энергиях  $\epsilon_{L_1} = D/(2L_1)^2$  и вносит ненулевой вклад. Для таких энергий характеристическая длина спада  $F^{R(A)}(x)$  имеет порядок  $L_1$ , т.е. порядок расстояния между сверхпроводниками.

Для того, чтобы наблюдались дальнодействующие эффекты Джозефсона, критический ток  $I_c$  должен превышать флуктуационный ток:  $I_c \gg Te/\hbar$ . С другой стороны, обычным эффектом Джозефсона можно пренебречь, если выполняется условие  $\epsilon_{L_1} \ll T$ . Комбинируя эти неравенства, получаем условие

$$\frac{TR_{\rm b}R_{\rm l}}{\delta R_{\rm b}R_{Q}} \ll \epsilon_{L_{\rm l}} \ll T, \tag{17}$$

которое должно выполняться, чтобы наблюдались описываемые эффекты. Здесь  $R_Q = \hbar/e^2 \approx 3$  кОм и учтено, что максимальное значение *I* определяется соотношением  $eIR \leqslant \epsilon_{L_1}$ . В противном случае  $\delta R_1$  уменьшается при увеличении *I*. Первое неравенство в (17) означает, что нулевая ступень Шапиро на кривой  $I_1(V_S)$  при I = 0отсутствует. Если второе неравенство в (16) не выполняется, то критический ток при I = 0 не равен нулю (обычный эффект Джозефсона). В этом случае эффективный критический ток  $I_c^*$  должен сначала увеличиваться при возрастании *I*, а затем уменьшаться, когда *I* превышает  $\epsilon_{L_1}/eR$ .

#### 3. Заключение

В заключение отметим, что как видно из рис. 3, поправка  $\delta R_1$  к сопротивлению нормального канала, обусловленная эффектом близости, зависит от температуры Т немонотонно: она равна нулю при T = 0 (напряжение смещения также равно нулю), достигает максимума при  $T \approx \epsilon_{L_1}$  и спадает до нуля при повышении T. Такое поведение  $\delta R_1(T)$ , как отмечено в [15], связано с различными зависимостями от энергии є двух вкладов в  $\delta R_1$ . Один вклад, который увеличивает сопротивление N-канала, связан с уменьшением плотности состояний в нормальном канале. Он описывается последним членом в  $M(\epsilon)$  (см. (16)). Другой вклад (аномальный), который уменьшает сопротивление нормального канала, описывается двумя первыми членами в  $M(\epsilon)$ . Этот вклад точно компенсирует вклад, обусловленный изменением плотности состояний нормального канала при  $\epsilon = 0$ , и является доминирующим при  $\epsilon \neq 0$ . При  $T > T_c$  он приводит к вкладу Маки-Томпсона в парапроводимость. Математически компенсация этих двух вкладов при  $\epsilon=0$ возникает потому, что при  $\epsilon=0,$   $F^R=F^A,$ а $m_$ в (15) обращается в нуль. Монотонное поведение  $\delta R$ наблюдалось в эксперименте [4]. Было бы интересно наблюдать дальнодействующий эффект Джозефсона экспериментально.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант No. 96-02-16663а), Российской программы по высокотемпературной сверхпроводимости (грант No. 96053) и CRDF (грант No. RP1-165). Авторы выражают благодарность за эту поддержку.

## Список литературы

- Petrashov V T et al. Phys. Rev. Lett. 70 347 (1993); Phys. Rev. Lett. 74 5268 (1995)
- 7 УФН, т. 168, № 2

- 2. Pothier H et at. Phys. Rev. Lett. 73 2488 (1994)
- 3. Vegvar P G N et al. *Phys. Rev. Lett.* **73** 1416 (1994)
- Courtois H et al. *Phys. Rev. Lett.* **76** 130 (1996); Charlat D et al. *Phys. Rev. Lett.* **77** 4950 (1996)
- Dimoulas H et al. Phys. Rev. Lett. 74 602 (1995); den Hartog S G et al. Phys. Rev. Lett. 76 4592 1996
- 6. Nguen C, Kroemer H, Hu E L Phys. Rev. Lett. 69 2847 (1992)
- Poirier W, Mailly D, Sanquer M, in Proc. of the Conf. on Correlated Fermions and Transport in Mesoscopic Systems (Les Arcs, France, 1996)
- Hekking F W, Nazarov Yu V Phys. Rev. Lett. 71 1525 (1993); Phys. Rev. B 49 6847 (1994)
- 9. Zaitsev A V Phys. Lett. A 194 315 (1994)
- 10. Volkov A F, Zaitsev A V Phys. Rev. B 53 9267(1996)
- 11. Nazarov Yu V, Stoof T H Phys. Rev. Lett. 76 823 (1996)
- 12. Volkov A F, Allsopp N, Lambert A C J. Phys. Cond. Matter 8 45 (1996)
- Artemenko S N, Volkov A F, Zaitsev A V Solid State Comm. 30 771 (1979)
- Volkov A F Phys. Rev. Lett. 74 4730 (1995); Письма в ЖЭТФ 61 556 (1995) [JETP Lett. 61 565 (1995)]
- Volkov A F, Pavlovskii V V, in Proc. of the Conf. on Correlated Fermions and Transport in Mesoscopic Systems (Les Arcs, France, 1996)
- 16. Зайцев А В Письма в ЖЭТФ 61 755 (1995) [JETP Lett. 61 771 (1995)]
- 17. Zhou F, Spivak B Z, Zyuzin A Phys. Rev. B 52 4467 (1995)
- Volkov A F, Takayanagi H Phys. Rev. Lett. **76** 4026 (1996); Antonov V N, Volkov A F, Takayanagi H Phys. Rev. B **55** 3836 (1997)
- Larkin A I, Ovchinnikov Yu N, in *Nonequilibrium Superconductivity* (Eds D N Langenberg, A I Larkin) (Amsterdam: Elsevier, 1986) p. 493
- 20. Зайцев А В ЖЭТФ 86 1742 (1984) [Sov. Phys. JETP 59 1015 (1984)]
- Куприянов М Ю, Лукичев В Ф ЖЭТФ 94 139 (1988) [Sov. Phys. JETP 67 1163 (1988)]
- 22. Lambert C J et al. Phys. Rev. B 55 6015 (1997)
- 23. Волков А Ф, Павловский В В *Письма в ЖЭТФ* **64** 624 (1996) [Sov. *Phys. JETP Lett.* **64** 670 (1996)]
- Горьков Л П, Элиашберг Г М ЖЭТФ 56 1297 (1969) [Sov. Phys. JETP 29 698 (1969)]

# Взаимодействие Рудермана – Киттеля с памятью знака в неупорядоченных металлах и магнитная связь в мезоскопических слоистых системах

#### Б. Спивак, А. Зюзин

металл/ферромагнетик

В случае, когда два парамагнитных спина помещены в чистый немагнитный металл при нулевой температуре T = 0, энергия обменного взаимодействия Рудермана – Киттеля между ними имеет хорошо известный вид [1]

$$I_{ij}(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2) = I_0 \frac{\cos(2p_{\rm F}|\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_2|)}{(p_{\rm F}|\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_2|)^d} \delta_{ij}.$$
 (1)

Здесь  $I_0$  — множитель, пропорциональный квадрату обменного взаимодействия между локализованными спинами и спинами электронов проводимости в металле,  $p_{\rm F}$  — импульс Ферми в металле, d — размерность пространства, i, j — спиновые индексы и  $\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2$  координаты локализованных спинов. В случае неупорядоченных металлов  $|\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_2| \ge l \ge p_{\rm F}^{-1}$  амплитуда средней обменной энергии Рудермана – Киттеля

$$\langle I_{ij}(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2) \rangle \sim \exp\left(-\frac{|\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_2|}{l}\right),$$
 (2)

[УФН 1998

экспоненциально мала [2]. Здесь скобки  $\langle \rangle$  отвечают усреднению по реализациям случайного рассеивающего потенциала (или усреднению по образцам), а l — длина упругого свободного пробега электрона в металле. С другой стороны, было показано [3–5], что экспоненциальный спад усредненной величины  $\langle I_{ij}(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2) \rangle$  является следствием разупорядочения знаков  $I_{ij}(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2)$  и что характерная амплитуда взаимодействия

$$\sqrt{\left\langle \left(I_{ij}(\mathbf{R}_1,\mathbf{R}_2)\right)^2\right\rangle} \sim |\mathbf{R}_1-\mathbf{R}_2|^{-d}$$
 (3)

уменьшается с расстоянием по тому же закону, что и в чистом случае. Интерпретация уравнений (2) и (3), приведенная в [3], заключалась в том, что в данном образце

$$I_{ij}(\mathbf{R}_{1}, \mathbf{R}_{2}) \sim \frac{\cos\left(2p_{\rm F}|\mathbf{R}_{1} - \mathbf{R}_{2}| + \delta(\mathbf{R}_{1}, \mathbf{R}_{2})\right)}{\left(p_{\rm F}(|\mathbf{R}_{1} - \mathbf{R}_{2}|)^{-d}},$$
(4)

где  $\delta(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2)$  имеет случайный знак, когда  $|\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_2| \ge l$ , что означает, что знак  $I_{ij}(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2)$  нельзя предсказать.

В действительности, из уравнений (2, 3) следует то, что  $I_{ij}(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2)$  имеет случайные знаки между различными реализациями образцов. В этой работе нам хотелось бы показать, что в каждом образце знак  $I_{ij}(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2)$  можно предсказать в том смысле, что существуют дальнодействующие корреляции между знаками  $I_{ij}(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2)$  и  $I_{k,l}(\mathbf{R}_3, \mathbf{R}_4)$ , которые сохраняются даже на очень больших расстояниях  $|\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_3| \sim |\mathbf{R}_2 - \mathbf{R}_4| \sim |\mathbf{R}_2 - \mathbf{R}_3| \sim$  $\sim |\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_4| \sim R \gg l$  и для произвольных положений  $\mathbf{R}_1$ ,  $\mathbf{R}_2$ ,  $\mathbf{R}_3$ ,  $\mathbf{R}_4$ . Для того, чтобы доказать это утверждение, вычислим корреляционную функцию ( $\delta I_{ij} = I_{ij} - \langle I_{ij} \rangle$ ) при  $R \gg l$ 

$$\langle \delta I_{ij}(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2) \delta I_{ij}(\mathbf{R}_3, \mathbf{R}_4) \rangle \sim R^{-4(d-1)}$$
 (5)

с помощью диаграмм, приведенных на рис. 2б. Здесь используется стандартная диаграммная техника [14] для усреднения по реализациям случайного потенциала. Сплошные линии на рис. 26 отвечают электронным функциям Грина в мацубаровском представлении, штриховые линии — рассеянию на случайном потенциале, а вершины соответствуют контактному магнитному взаимодействию. Из уравнения (5) видно, что упоминавшиеся выше корреляции знака очень медленно спадают с расстоянием R по степенному закону. Здесь следует подчеркнуть, что этот эффект существует только в неупорядоченном металле, когда  $R \gg l$ , благодаря тому примечательному обстоятельству, что он нечувствителен к изменениям координат  $\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2, \mathbf{R}_3, \mathbf{R}_4$  на расстояниях порядка или больше 1/p<sub>F</sub>. (В чистом металле корреляции знака экспоненциально спадают, когда  $R \gg 1/p_{\rm F}$  из-за осцилляционной природы взаимодействия Рудермана-Киттеля). Диаграммы, показанные на рис. 26, были вычислены в работах [4, 18], хотя вопрос о корреляциях знака в них не обсуждался.

Качественное объяснение природы этих корреляций состоит в следующем. Мезоскопические флуктуации обменной энергии  $\delta I_{ij}(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2)$  возникают вследствие интерференции случайных амплитуд вероятности диффузионных траекторий между точками  $\mathbf{R}_1$  и  $\mathbf{R}_2$ . Среди этих траекторий есть такие, которые проходят через точки  $\mathbf{R}_3$  и  $\mathbf{R}_4$  (одним из примеров является линия "а" на рис. 1а). С другой стороны, среди траекторий, которые определяют амплитуду вероятности перейти от точки  $\mathbf{R}_3$  к точке  $\mathbf{R}_4$ , есть такие, которые опять следуют вдоль штриховых линий на рис. 1а и проходят через точки  $\mathbf{R}_1$  и  $\mathbf{R}_2$ . Это приводит к вышеупомянутым корреляциям между  $I_{ij}(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2)$  и  $I_{kl}(\mathbf{R}_3, \mathbf{R}_4)$ .



Рис. 1. Схемы ферромагнитно-немагнитных слоистых систем.



Рис. 2. Диаграммы для корреляционной функции  $\langle \delta \bar{I}_{ij} \delta \bar{I}_{kl} \rangle$ .

Рассмотрим теперь систему двух ферромагнитных слоев (F) с размерами  $L_1, L_2, L_3$ , разделенных неупорядоченными слоями нормального металла (N) с толщиной L и  $p_{\rm F} l \gg 1$  (см. рис. 1). Обсуждавшаяся выше память знака взаимодействия Рудермана – Киттеля может определять энергию обменного взаимодействия между F-слоями через металл в случае, когда толщина N-слоев много больше длины свободного пробега  $L \gg l$ . Обменное взаимодействие между ферромагнитными слоями является по своей природе взаимодействием типа Рудермана-Киттеля, а именно, взаимодействием коллективизированных электронов немагнитного металла с локализованными "f"- или "d"-электронами в ферромагнетиках, вызванное поляризацией спинов в немагнитных металлических слоях. Эта намагниченность, в свою очередь, создает эффективное взаимодействие между двумя локализованными спинами в различных ферромагнитных слоях с энергией

$$E(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2) = I_{ij}(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2) S_i^1 S_j^2, \qquad (6)$$

где  $S_i^{1,2}$  — компоненты локализованных спинов в Fслоях, а  $\mathbf{R}_{1,2}$  — их координаты. Здесь используется простейшая модель, в которой "s"-электроны проводимости взаимодействуют с локализованными "f"- или "d"электронами в F-слоях посредством контактного взаимодействия с энергией  $A \sum_k \delta(\mathbf{r}_k - \mathbf{R})\mathbf{s}_k \mathbf{S}$ , где  $\mathbf{r}_k$  и  $\mathbf{s}_k$  координаты и спины электронов проводимости в металле, пронумерованных индексом k, а A — константа взаимодействия. В результате получаем  $I_0 = (9\pi/64)[(An)^2/E_F]$  которое имеет порядок критической температуры ферромагнетика, где  $E_F$  — энергия Ферми, а  $n = p_F^3/3\pi^2$  — концентрация электронов в металле. Здесь, следуя работам [10–13], будет использоваться приближение, в котором полная энергия обменного взаимодействия  $\bar{E}$  между магнитными моментами в F-слоях есть сумма энергий  $E(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2)$  по координатам локализованных спинов  $\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2$  в ферромагнитных слоях.

$$\bar{E} = \sum_{\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2} E(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2) = \sum_{\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2} I_{ij}(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2) S_i^{(1)} S_j^{(2)} = \bar{I}_{ij} n_{1i} n_{2j},$$
(7)

где  $n_{1i}$  и  $n_{2j}$  — компоненты единичных векторов  $\mathbf{n}_1$ ,  $\mathbf{n}_2$ , параллельных намагниченности в первом и втором слоях соответственно. Здесь рассматривается случай, когда длина F-слоев  $L_2$  относительно мала и можно пренебречь флуктуациями ориентации намагниченности вдоль F-слоев.

До сих пор как экспериментальные, так и теоретические исследования этого явления были ограничены рассмотрением бесконечно протяженных F- и N-слоев и случаем чистых N-слоев с  $L \gg l$ , когда значение  $\bar{I}_{ii}$  и относительная ориентация намагниченности в F-слоях являются осциллирующими функциями L [7-13]. В этой работе обсуждается противоположный случай малых размеров образца и неупорядоченных N-слоев, когда мезоскопические эффекты определяют обменное взаимодействие между F-слоями. Чтобы найти относительный угол  $\theta(\widehat{\mathbf{n}_1,\mathbf{n}_2})$  между направлениями намагниченности в F-слоях, надо вычислить знак и амплитуду величины  $\bar{I}_{ii}$ . Когда  $L \gg l, I_{ii}$  является случайной величиной, зависящей от образца, которую можно охарактеризовать ее средним значением и моментами. Из уравнения (2) следует, что при  $L \gg l$  средняя обменная энергия  $\langle \bar{E} \rangle$  экспоненциально мала и ею можно пренебречь. Следовательно, в случае  $L \gg l$  обменная энергия между ферромагнитными слоями имеет случайный знак, а ее характерное значение определяется ее дисперсией  $[(\bar{I}_{ij})^2]^{1/2}$ , которая, в свою очередь, определяется обсуждавшимися выше дальнодействующими корреляциями между  $I_{ii}(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2)$  и  $I_{k,l}(\mathbf{R}_3, \mathbf{R}_4)$ . В результате в случае, например, квадратной или кубической геометрии N-слоя и при низких температурах дисперсия обменной энергии имеет случайный знак, а ее характерное значение не зависит от размера образца. На рисунке 2 показаны диаграммы, дающие вклад в  $\langle \delta \bar{I}_{ij} \delta \bar{I}_{kl} \rangle$  в низшем порядке по параметру  $\hbar/p_{\rm F} l \ll 1$ . Диаграммы, изображенные на рис. 2a, были рассмотрены в [13-16]. Они вносят основной вклад в корреляционную функцию  $\langle \delta I_{ij}(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2) \delta I_{kl}(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2) \rangle \sim$  $\sim |\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_2|^{-d}$ . Однако вклад этих диаграмм в корреляционную функцию  $\langle \delta I_{ij}(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2) \delta I_{kl}(\mathbf{R}_3, \mathbf{R}_4) \rangle$  экспоненциально спадает, когда  $|\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_3|, |\mathbf{R}_2 - \mathbf{R}_4| \ge l$ . В результате в случае, например,  $L \sim L_2 \gg L_3 \sim L_1$  вклад этих диаграмм в  $\langle \delta \bar{I}_{ij} \delta \bar{I}_{kl} \rangle$  имеет порядок  $I_0^2 (n p_{\rm F}^{-3})^4 (L_1/L)^2$ (предполагается, что плотность локализованных спинов в ферромагнетиках порядка *n*). Хотя вклад диаграмм на рис. 2б в  $\langle \delta I_{ii}(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2) \delta I_{kl}(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2) \rangle$  гораздо меньше, они описывают дальнодействующие корреляции  $\langle \delta I_{ij}(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2) \delta I_{ij}(\mathbf{R}_3, \mathbf{R}_4) \rangle \sim R^{-4(d-1)}$ , когда  $|\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_3| \sim$  $\sim |\mathbf{R}_2 - \mathbf{R}_4| = R \gg l$ . Таким образом, они дают главный вклад в корреляционную функцию энергий обменного взаимодействия между слоями  $\langle I_{ij}I_{kl}\rangle$  при  $L \gg l$ . В результате имеем:

$$\begin{aligned} \langle \delta \bar{I}_{ij} \delta \bar{I}_{kl} \rangle &= \frac{2}{\pi} I_0^2 E_{\rm F}^2 T \sum_m \omega \int d\mathbf{R}_1 \, d\mathbf{R}_2 \, d\mathbf{R}_3 \, d\mathbf{R}_4 \times \\ &\times \left[ \hat{\sigma}_i \hat{P}_{\omega}^c(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2) \hat{\sigma}_k \hat{P}_{\omega}^c(\mathbf{R}_2, \mathbf{R}_3) \hat{\sigma}_j \hat{P}_{\omega}^c(\mathbf{R}_3, \mathbf{R}_4) \hat{\sigma}_l \hat{P}_{\omega}^c(\mathbf{R}_4, \mathbf{R}_1) + \right. \\ &+ \left. \hat{\sigma}_i \hat{P}_{\omega}^d(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2) \hat{\sigma}_j \hat{P}_{\omega}^d(\mathbf{R}_2, \mathbf{R}_3) \hat{\sigma}_k \hat{P}_{\omega}^d(\mathbf{R}_3, \mathbf{R}_4) \hat{\sigma}_l \hat{P}_{\omega}^d(\mathbf{R}_4, \mathbf{R}_1) \right]. \end{aligned}$$

Здесь  $\omega = \pi (2m+1)T$  — мацубаровская частота, m — целое число, T — температура и  $\hat{\sigma}_i$  — спиновые операторы. Интегрирование по  $\mathbf{R}_1$ ,  $\mathbf{R}_3$  и по  $\mathbf{R}_2$ ,  $\mathbf{R}_4$  в (8) выполняется по объемам соответственно первого и второго ферромагнитных слоев. Результаты вычислений по уравнению (8) зависят от отношения длин L,  $L_2$ ,  $L_T = \sqrt{D/T}$ ,  $L_{so} = \sqrt{D\tau_{so}}$  и от граничных условий для куперонов и диффузонов, которые изображены на рис. 2в. Здесь  $L_{so}$  и  $\tau_{so}$  — соответственно длина и время спинорбитальной релаксации, а D — коэффициент диффузии электронов в N-слое. В случае "открытой" геометрии N-слоя, показанной на рис. 1а, а также  $L_T$ ,  $L_{so} \gg L > l$  и L,  $L_2 \gg L_1$ ,  $L_3$  имеем

$$\langle \delta \bar{I}_{ij} \delta \bar{I}_{kl} \rangle = \frac{5 \times 2^{7/2} \zeta(5/2)}{3^2 \pi^{9/2}} X \frac{I_0^2}{(p_{\rm F} l)^2} (p_{\rm F} L_1)^4 \delta_{ij} \delta_{kl} \,. \tag{9}$$

Здесь X— множитель порядка единицы при  $L \sim L_2 \leq L_T$ , а  $\zeta(x)$ — дзета-функция. Для разных предельных случаев получаем

$$X = \begin{cases} \left(\frac{L_2}{L}\right)^4, & L_T > L_2 > L, \\ \frac{L_2 L_T^3}{L^4}, & L_2 > L_T > L. \end{cases}$$
(10)

Интересно, что в случае  $L \sim L_2 < L_T$  выражения (9) и (10) оказываются не зависящими от L. В случае  $L > L_T$ выражение для Х приобретает дополнительный экспоненциально малый множитель  $\exp(-L/L_T)$ . В случае  $L_{\rm so} > L$  минимум обменной энергии соответствует параллельной или антипараллельной ориентации намагниченностей в слоях ( $\theta$  равно нулю или  $\pi$ ). В противоположном пределе  $L_{so} \ll L$  получаем такую же формулу, как (9), но без множителя  $\delta_{ij}\delta_{kl}$ . Это означает, что обменное взаимодействие между F-слоями имеет вид Дзялошинского-Мория, и минимум обменной энергии соответствует зависящему от образца углу  $\theta(\widehat{\mathbf{n}_1,\mathbf{n}_2})$ , принимающему случайное значение в интервале  $(0, \pi)$ . При выводе приведенных выше результатов авторы пренебрегли влиянием изменений направления намагниченности в F-слоях на граничные условия для представленных на рис. 2в куперонов и диффузонов. В случае открытой геометрии образца на рис. 1а это правильно при условии, что  $Ap_{\rm F}^3 L_1/v_{\rm F} \ll 1$ . Чтобы получить оценку для  $\langle \delta \bar{I}_{il} \delta \bar{I}_{kl} \rangle$  в противоположном пределе, надо подставить  $E_{\rm F}$  вместо множителя  $A(L_1p_{\rm F})$  в выражение (5). Например, в случае  $L_T > L \sim L_2 > L_{so}$  имеем

$$\left\langle \delta \bar{I}_{ij} \delta \bar{I}_{kl} \right\rangle \sim E_{\rm F}^2 (p_{\rm F} l)^{-2} \sim \frac{\hbar}{\tau} \,.$$
 (11)

Здесь  $\tau$  — длина упругого среднего свободного пробега в металле. Хотелось бы еще раз подчеркнуть, что соотношения (9)–(11) являются следствием существования дальнодействующих корреляций знаков  $I_{ij}(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2)$  и  $I_{kl}(\mathbf{R}_3, \mathbf{R}_4)$ , которые сохраняются на расстояниях много больших, чем *l*.

Как обычно бывает в физике мезоскопических металлов [15, 16], внешнее магнитное поле изменяет картину интерференции электронов, и вследствие этого  $\delta \bar{I}_{ij}$  и  $\theta(\widehat{\mathbf{n}(\mathbf{n}_2)})$  оказываются случайными, зависящими от конкретного образца, осциллирующими функциями магнитного поля *H*. Другой способ изменения относительной ориентации F-слоев проиллюстрирован на рис. 16. Это

случай, когда  $\theta(\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2)$  является случайной зависящей от образца функцией разности фаз параметра порядка  $(\chi_1 - \chi_2)$  в сверхпроводниках  $S_1$  и  $S_2$ , изображенных на рис. 16. Причиной этого является то, что некоторые диффузионные траектории, соединяющие точки *1* и *2* на рис. 16, могут проходить через сверхпроводники (линия "6" на рис. 16), и соответствующая амплитуда вероятности может пройти вдоль этих траекторий и приобретает дополнительную фазу  $(\chi_1 - \chi_2)$  [17]. Другим следствием зависимости обменной энергии от фазы является то, что критический джозефсоновский ток в устройстве, показанном на рис. 16, зависит от угла  $\theta$  между направлениями намагниченности F-слоев.

Авторы хотели бы поблагодарить Дж. Басса (J. Bass) и И. Шендера (Y. Shender) за полезные обсуждения. Работа выполнена при поддержке Отделения материаловедения Национального научного фонда США (NSF), контракт No. DMR-9625370 и Американско-израильского двустороннего научного фонда (US-Israeli Binational Science Foundation), грант No. 94-00243.

### Список литературы

- 1. Ruderman M A, Kittel C Phys. Rev. 96 99 (1954)
- 2. de Geenes P J. Phys. Rad. 23 230 (1962)
- 3. Zyuzin A, Spivak В Письма в ЖЭТФ 43 185 1986 [JETP Lett. 43 234 (1986)]
- 4. Stephen M J, Abrahams E Solid State Commun. 65 1423 (1988)
- Zyuzin A, Spivak B "Friedel Oscillations in Disordered Metals", in *Trends in Theoretical Physics* Vol. 2 (Eds by P J Elis, Y C Tang) (1990)
- Spivak B, Zyuzin A "Mesoscopic Fluctuations of Current Density in Disordered Conductors", in *Mesoscopic Phenomena in Solids* (Eds B L Altshuler, P A Lee, R A Webb) (Amsterdam: Elsevier, 1991)
- 7. Baibich M et al. Phys. Rev. Lett. 61 2472 (1988)
- 8. Camley R, Barns J Phys. Rev. Lett. 63 664 (1989)
- Parkin S S P, More N, Roche K P Phys. Rev. Lett. 64 2304 (1990); Phys. Rev. Lett. 66 2152 (1991)
- 10. Levy P, Zang S, Fert A Phys. Rev. Lett. 65 1643 (1990)
- 11. Yang Q et al. *Phys. Rev. Lett.* **72** 3274 (1994)
- 12. Heinrich B, Cochran J F Adv Physics 42 523 (1993)
- 13. Yafet Y J. Appl. Phys. 61 4058 (1997)
- Абрикосов А А, Горьков Л П, Дзялошинский И Е Методы квантовой теории поля в статистической физике (М.: Физматгиз, 1962)
- 15. Lee P A, Stone A D Phys. Rev. Lett. 55 1622 (1985)
- 16. Альтшулер Б Л *Письма в ЖЭТФ* **42** 530 (1985) [*JETP. Lett.* **41** 648 (1985)]
- Спивак Б, Хмельницкий Д Письма в ЖЭТФ 35 334 (1982) [JETP Lett. 47 268 (1982)]
- 18. Lerner I Phys. Rev. B 48 9462 (1993)

## Кулоновские эффекты в баллистическом одноканальном S-S-S-транзисторе

Д.А. Иванов, М.В. Фейгельман

### 1. Введение

В последние годы широко исследовались кулоновские эффекты в трехконтактных устройствах нескольких различных типов, состоящих из острова, который соединен с внешними проводами через два контакта слабой связи и с дополнительным потенциалом затвора через емкостную связь [1–3]. В настоящей работе развита теория систем, состоящих из двух почти баллистических одноканальных квантовых точечных контактов, соединяющих малый сверхпроводящий остров с двумя сверхпроводящими проводами. Создание такой системы стало возможным благодаря последним технологическим достижениям [4–6]. Выведена зависимость среднего джозефсоновского тока через систему и его флуктуаций (мощности шума) от разности сверхпроводящих фаз между подводящими проводами  $\alpha$  и электрическим потенциалом затвора  $V_g$ . Показано, что такая система является реализацией перестраиваемой квантовой двухуровневой системы (с псевдоспином 1/2), которая может быть полезной при создании квантовых компьютеров (см., например, [7, 8]).

# 2. Модель одноканального почти баллистического S-S-S-перехода

Рассмотрим малый сверхпроводящий остров, соединенный с двумя внешними сверхпроводящими проводами одноканальными почти баллистическими квантовыми точечными контактами [9, 10] (рис. 1). Следуя работе [9], предположим, что ширина обоих контактов много больше фермиевской длины волны (так что транспорт через сужение можно рассматривать как адиабатический), но много меньше длины когерентности  $\xi_0 \equiv \hbar v_F / \pi \Delta$  (где  $v_F$  — фермиевская скорость, а  $\Lambda$  — сверхпроводящая щель).





Наше предположение о низких температурах означает, что среднее число одноэлектронных возбуждений на острове много меньше единицы. В этом случае они не могут давать вклад в полный заряд гранулы, и проблема кулоновской блокады сводится только к рассмотрению эволюции сверхпроводящей фазы. Тогда условие низких температур выражается как  $T < \Delta/\log[Vv(0)\Delta]$ , где V — объем гранулы, v(0) — плотность электронных состояний на уровне Ферми.

Пренебрежем флуктуациями фазы в объеме острова и будем описывать весь остров одной сверхпроводящей фазой  $\chi$ . При фиксированном значении фазы на острове спектр каждого из двух переходов состоит из двух андреевских состояний, локализованных на переходе, и непрерывного спектра выше щели  $\Delta$  [10]. Энергии андреевских состояний лежат ниже щели:

$$E_{\pm}(\delta\phi) = \pm \Delta \sqrt{1 - t \sin^2\left(\frac{\delta\phi}{2}\right)}, \qquad (1)$$

где  $\delta\phi$  — разность фаз на контакте, t — коэффициент прохождения. Положим сверхпроводящую фазу на одном из подводящих проводов равной нулю; предполагается, что фаза другого провода  $\alpha$  фиксируется извне. Тогда полная джозефсоновская энергия двух контактов есть (рис. 2):

$$U(\chi) = U_1(\chi) + U_2(\alpha - \chi),$$
 (2)

где  $U_i(\delta\phi) = E_-(\delta\phi).$