

для соответствующих n не зависит существенно от n . Это выполняется, если потенциал рассеяния ограничен областью шириной $\delta\varphi \ll 2\pi v t_0$. Заметим, что неравенство $v t_0 \ll 1$ важно для поддержания заметной накачки энергии.

Другое приближение состоит в том, что релаксация учитывалась самым упрощенным способом с использованием одного времени релаксации в уравнении для матрицы плотности. Это предположение равносильно тому, что релаксация вызывается переносом электронов в *реальном пространстве* между кольцом и окружающим его резервуаром. Если электронный энергетический спектр в резервуаре непрерывный, то время жизни электронного состояния в кольце с учетом этого механизма почти не зависит от его квантовых чисел. Рассмотренный выше механизм дает возможность описывать электронные состояния в кольце как чисто квантовые, причем скорость релаксации представляет собой затухание, обусловленное уходом в резервуар. Точные результаты, полученные выше, справедливы в случае, когда такой механизм "ухода" доминирует. Внутренние неупругие процессы релаксации в кольце могут, в принципе, приводить к заметному различию между скоростями релаксации фазы и энергии. Такая ситуация требует отдельного рассмотрения. Однако в наиболее интересном случае эффективного туннелирования Ландау–Зенера внутренние неупругие процессы должны иметь большой переданный импульс и, следовательно, сильно подавляются [5].

В заключение отметим, что получено точное решение задачи о квантовой динамике электронов в одноканальном баллистическом кольце с барьером, пронизанном линейно зависящим от времени магнитным потоком. Доказано существование экспоненциальной локализации в энергетическом пространстве. Наконец показано, что на графике зависимости постоянного тока от индуцированной электродвижущей силы виден набор пиков с фрактальной структурой. Характер этой структуры сильно зависит от высоты барьера, а также от скорости релаксации.

Работа выполнена при финансовой поддержке KVA, TFR и Научного совета Норвегии. Авторы также благодарны INTAS за частичную финансовую поддержку (грант № 94-3862).

Список литературы

1. Imry Y *Quantum Coherence in Mesoscopic Systems* NATO Advanced Study Institute, Series B: Physics (New York: Plenum, 1991) Vol. 254
2. Büttiker M, Imry Y, Landauer R *Phys. Lett. A* **96** 365 (1983); Landauer R *Phys. Rev. B* **33** 6497 (1983)
3. Gefen Y, Thouless D J *Phys. Rev. Lett.* **59** 1752 (1987)
4. Gefen Y, Thouless D J *Phil. Mag.* **56** 1005 (1987)
5. Swahn T et al. *Phys. Rev. Lett.* **73** 162 (1994)
6. Shimshoni E, Gefen Y *Ann. Phys.* **210** 16 (1991)
7. Hübner R, Graham R *Phys. Rev. B* **53** 4870 (1996)
8. Casati G et al., in *Stochastic Behaviour in Classical and Quantum Hamiltonian Systems* (Eds by G Casati, J. Ford); *Lecture in Physics* (Berlin: Springer, 1979) Vol. 93 p. 334; Grempel D R, Fishman S, Prange R E *Phys. Rev. A* **29** 1639 (1984)
9. Blatter G, Browne D A *Phys. Rev. B* **37** 3856 (1988)
10. Ao P *Phys. Rev. B* **41** 3998 (1990)
11. Landau L D *Phys. Z. Sov.* **2** 46 (1932); Zener C *Proc. Roy. Soc. (London) A* **137** 696 (1932); Mullen K et al. *Phys. Rev. Lett.* **62** 2543 (1989)
12. Gorelik L et al. submitted to *Phys. Scr.*

Интерференционные эффекты в мезоскопических неупорядоченных кольцах и проволоках

М. Паско, Ж. Монтамбо

1. Введение

Наблюдение незатухающих токов (persistent current) в мезоскопических металлических кольцах возродило интерес к исследованию интерференционных эффектов в когерентных диффузационных системах [1–6]. В то время как связанные с транспортом величины типа поправки слабой локализации были вычислены в 1980-х гг., незатухающие токи исследовались позднее с помощью тех же методов [7–14]. Все эти величины могут быть описаны на диаграммном языке в терминах диффузонов и куперонов, которые отражают диффузционную природу движения электронов в случае, когда средний свободный пробег l_e меньше характерного размера системы L .

Эти диаграммные вычисления позже были представлены в более наглядном виде, когда интересующие нас величины явно связаны с вероятностью возврата для диффундирующей частицы. В настоящей работе приводится вывод этих величин с помощью формализма, в котором все величины очень просто связаны между собой, и их можно вычислить, зная только одну функцию. Авторы недавно использовали этот формализм для расчета мезоскопической намагниченности в различных геометриях типа связанных колец. Это может помочь в понимании экспериментальной ситуации и соотношения между взаимодействием и беспорядком в мезоскопических структурах [15]. В качестве примера здесь приводятся результаты для колец и проволок, которые могут быть непосредственно получены с помощью этой техники.

2. Транспорт, термодинамика и вероятность возврата

Будем характеризовать диффузионное движение величиной $p_\gamma(\mathbf{r}, \mathbf{r}', t)$ — решением уравнения диффузии

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \gamma - D \left(\nabla + \frac{2ie\mathbf{A}}{\hbar c} \right)^2 \right] p_\gamma(\mathbf{r}, \mathbf{r}', t) = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \delta(t), \quad (1)$$

где D — коэффициент диффузии. Скорость рассеяния $\gamma = D/L_\phi^2$ описывает разрушение фазовой когерентности, L_ϕ — длина фазовой когерентности. Скорость рассеяния γ должна сравниваться с $1/\tau_D = D/L^2$, где τ_D — время диффузии, т.е. характерное время, необходимое для диффузии через систему размера L . Это время является обратной величиной к энергии Таулеса $E_c = \hbar D/L^2$.

Вероятность возврата фактически представляет собой сумму двух членов, чисто классического и интерференционного, который возникает в результате интерференции между парами обращенных во времени траекторий. В диаграммном представлении они связаны с диаграммами для диффузонов и куперонов. Интерференционный член $p_\gamma^C(\mathbf{r}, \mathbf{r}', t)$ зависит от поля и является решением приведенного выше уравнения. Классический

член $p_\gamma^D(\mathbf{r}, \mathbf{r}', t)$ не зависит от поля. Он является решением приведенного выше уравнения с $\mathbf{A} = 0$. Поскольку обе функции имеют одинаковый вид, для диффузонных и куперонных вкладов будет использоваться одно и то же обозначение $p_\gamma(\mathbf{r}, \mathbf{r}', t)$.

Уравнение диффузии необходимо дополнить соответствующими граничными условиями и уравнением непрерывности. В общем случае не трансляционно-инвариантной геометрии вероятность возврата $p_\gamma(\mathbf{r}, \mathbf{r}, t)$ зависит от начальной точки \mathbf{r} . Важной величиной является проинтегрированная по пространству вероятность возврата, определяемая как

$$P_\gamma(t) = \int d\mathbf{r} p_\gamma(\mathbf{r}, \mathbf{r}, t).$$

Напомним также выражение для куперона $C_\gamma(\mathbf{r}, \mathbf{r})$, значение которого в нулевом поле дает ответ для диффузона в произвольном поле¹:

$$C_\gamma(\mathbf{r}, \mathbf{r}) = \int_0^\infty dt p_\gamma(\mathbf{r}, \mathbf{r}, t).$$

Оказывается, все интересующие нас транспортные и термодинамические величины можно связать с интегралами от $P_\gamma(t)$ по времени. Рассмотрим эти величины.

В предыдущих работах [16, 17] было показано, что поправку слабой локализации к проводимости σ можно выразить через интерференционную часть вероятности возврата:

$$\langle \delta\sigma \rangle = -2s \frac{e^2 D}{h\Omega} \int P_\gamma(t) dt,$$

где Ω — объем, а s — спиновое вырождение. Таким образом, в случае проволоки поправка к безразмерному кондактансу $g = G/(e^2/h)$ есть

$$\langle \delta g \rangle = -2s \int P_\gamma(t) \frac{dt}{\tau_D},$$

где $\tau_D = L^2/D$ — время диффузии через проволоку.

Аналогично, флуктуацию проводимости можно выразить непосредственно через функцию $P_\gamma(t)$ [6, 15, 18]. Когда нарушена симметрия по отношению к обращению времени (СОВ) (сильные магнитные поля),

$$\langle \delta\sigma^2 \rangle = 12s^2 \left(\frac{e^2 D}{h\Omega} \right)^2 \int t P_\gamma(t) dt.$$

Так, для проволоки выражение для флуктуаций кондактанса имеет вид

$$\langle \delta g^2 \rangle = 12s^2 \int P_\gamma(t) \frac{t dt}{\tau_D^2}.$$

В более общем случае конечного поля H вероятность $P_\gamma(t)$ заменяется на $P_\gamma(t, 0) + P_\gamma(t, H)$.

Обратимся теперь к спектральным и термодинамическим величинам. Флуктуаций числа энергетических уровней в фиксированном интервале энергий ширины E , $\Sigma^2(E)$, дается интегралом от двухточечной корреляционной функции плотности состояний, фурье-образ которой (формфактор) в квазиклассическом приближении можно связать с вероятностью возврата $P_\gamma(t)$ [11]. В результате

¹ Нижний предел интегралов по времени в данной работе фактически является средним временем τ_e между столкновениями, так что при больших временах столкновения имеет место диффузия.

флуктуацию числа уровней можно записать непосредственно как интеграл от $P_\gamma(t)$:

$$\Sigma^2(E) = \frac{2s^2}{\pi^2} \int_0^\infty \frac{P_\gamma(t)}{t} \sin^2 \frac{Et}{2} dt,$$

для случая нарушенной СОВ. Как и для флуктуаций кондактанса, в конечных полях $P_\gamma(t)$ заменяется на $P_\gamma(t, 0) + P_\gamma(t, H)$. Это выражение представляет собой квазиклассический результат: оно плохо описывает область, когда интервал E становится сравнимым с расстоянием между уровнями Δ , что соответствует большим временем t порядка гейзенберговского времени h/Δ .

В присутствии магнитного поля H , мезоскопическая намагниченность кольца или сетки характеризуется своим средним и характерным значениями. Характерное значение можно также связать с двухточечной корреляционной функцией плотности состояний [6, 11], а затем с $P_\gamma(t)$. При нулевой температуре оно равно (с учетом спина)

$$M_{\text{typ}}^2(H) = \frac{1}{2\pi^2} \int_0^\infty \frac{P_\gamma''(t, H)|_0^H}{t^3} dt,$$

где $P_\gamma''(t, H)|_0^H = \partial^2 P_\gamma / \partial H^2|_H - \partial^2 P_\gamma / \partial H^2|_0$; H — магнитное поле.

Основной вклад в среднюю намагниченность определяется поправкой Хартри–Фока к энергии [9, 12]. Его можно записать через двухточечную корреляционную функцию локальной плотности состояний, а затем через вероятность возврата [14]:

$$\langle M_{ee} \rangle = -\frac{U\rho_0}{\pi} \frac{\partial}{\partial H} \int_0^\infty \frac{P_\gamma(t, H)}{t^2} dt,$$

$U = 4\pi e^2/q_{\text{TF}}^2$ экранированное кулоновское взаимодействие [19], q_{TF} — вектор Томаса–Ферми, ρ_0 — плотность состояний.

Видно, что все физические величины представляют собой интегралы от вероятности возврата по времени с различными степенными весовыми функциями. Замечая, что $P_\gamma(t)$ имеет вид $P_0(t) \exp(-\gamma t)$, все эти величины можно выразить как интегралы или производные по γ от единственной функции $S(\gamma, H)$, которая далее будет называться *спектральной функцией*:

$$S(\gamma, H) = \int \frac{P_0(t, H)}{t} \exp(-\gamma t) dt = \int_\gamma^\infty d\gamma \int C_\gamma(\mathbf{r}, \mathbf{r}, H) d\mathbf{r}. \quad (2)$$

Функция S связана с логарифмом спектрального детерминанта, определенным в [20]. Флуктуация числа уровней для замкнутой системы может быть выражена через эту функцию:

$$\Sigma^2(E) = \frac{2s^2}{\beta\pi^2} \text{Re}[S(\gamma) - S(\gamma + iE)], \quad (3)$$

где s — вырождение по спину. При наличии СОВ $\beta = 1$. При нарушении СОВ $\beta = 2$.

Различные средние для намагниченности можно выразить через последовательные интегралы от этой функции:

$$\langle M_{ee}(H) \rangle = -\frac{U\rho_0}{\pi} \frac{\partial}{\partial H} S^{(1)}(\gamma, H), \quad (4)$$

$$M_{\text{typ}}^2(H) = \frac{1}{2\pi^2} \frac{\partial^2}{\partial H^2} S^{(2)}(\gamma, H)|_0^H, \quad (5)$$

где $S^{(n)}(\gamma) = \int_{\gamma}^{\infty} d\gamma_n \dots \int_{\gamma_2}^{\infty} d\gamma_1 S(\gamma_1)$.

Аналогично поправку слабой локализации легко записать как функцию $S(\gamma)$:

$$\langle \delta\sigma \rangle = 2s \frac{e^2 D}{h\Omega} \frac{\partial S}{\partial \gamma}. \quad (6)$$

И наконец, флюктуации проводимости также связаны с S простым соотношением. Для чистых симметрий ($\beta = 1$ или 2) имеем

$$\langle \delta\sigma^2 \rangle = \frac{24s^2}{\beta} \left(\frac{e^2 D}{h\Omega} \right)^2 \frac{\partial^2 S}{\partial \gamma^2}. \quad (7)$$

3. Решение уравнения диффузии на сетке

В принципе, теперь понятно, что для вычисления этих величин требуется только решить уравнение диффузии для рассматриваемой системы. Сетки, изготовленные из квазидномерных проволок, представляют собой простой случай, поскольку для них диффузию можно описывать как одномерную. Он был рассмотрен Дусо и Раммалем при вычислении поправок слабой локализации [17]. В настоящей работе этот случай обобщается для вычисления всех транспортных и термодинамических величин. Куперон $C_{\gamma}(r, r')$ подчиняется одномерному уравнению диффузии

$$\left[\gamma - D \left(\nabla + \frac{2ieA}{\hbar c} \right)^2 \right] C_{\gamma}(r, r') = \delta(r - r') \quad (8)$$

с уравнениями непрерывности для каждого узла α (включая начальную точку r' , которая может рассматриваться как дополнительный узел в решетке) [17]

$$\sum_{\beta} \left(-i \frac{\partial}{\partial r} + \frac{2eA}{\hbar c} \right) C_{\gamma}(r, r')|_{r=\alpha} = \frac{i}{D\mathcal{S}} \delta_{r', \alpha}, \quad (9)$$

r, r' — линейные координаты на сетке. \mathcal{S} — сечение проволоки. Сумма берется по всем связям, соединяющим узел α с соседними узлами β . Интегрирование дифференциального уравнения (8) с граничными условиями (9) приводит к так называемым решеточным уравнениям, которые связывают $C_{\gamma}(\alpha, r')$ с соседним $C_{\gamma}(\beta, r')$:

$$\begin{aligned} \sum_{\beta} \coth \left(\frac{l_{\alpha\beta}}{L_{\phi}} \right) C_{\gamma}(\alpha, r') - \sum_{\beta} \frac{C(\beta, r') \exp(-i\gamma_{\alpha\beta})}{\sinh(l_{\alpha\beta}/L_{\phi})} &= \\ &= \frac{L_{\phi}}{D\mathcal{S}} \delta_{\alpha, r'}, \end{aligned} \quad (10)$$

$l_{\alpha\beta}$ — длина связи $(\alpha\beta)$,

$$\gamma_{\alpha\beta} = \frac{4\pi}{\phi_0} \int_{\alpha}^{\beta} \mathbf{A} dl$$

— циркуляция векторного потенциала вдоль этой связи. Решение этой системы линейных уравнений и интегрирование $C_{\gamma}(r', r')$ по пространству позволяют получить спектральную функцию.

4. Примеры

Рассмотрим теперь случаи проволок и колец длины L . При этом физические величины можно выразить через безразмерную функцию $S(x)$:

$$S(x) = \int \frac{P(t)}{t} \exp \left(-x \frac{t}{\tau_D} \right) dt, \quad (11)$$

где $x = \hbar\gamma/E_c = \gamma\tau_D = (L/L_{\phi})^2$. Намагниченность кольца M пропорциональна незатухающему току, протекающему через него: $I = M/A$, где A — площадь кольца. Имеем

$$\begin{aligned} \langle \delta g \rangle &= 2sS'(x), \\ \langle \delta g^2 \rangle &= \frac{24s^2}{\beta} S''(x), \\ \Sigma^2(E) &= \frac{2s^2}{\beta\pi^2} \operatorname{Re} \left[S(x) - S \left(x + \frac{iE}{E_c} \right) \right], \\ \langle I_{ee} \rangle &= -\frac{U\rho_0}{\pi} \frac{e}{\tau_D} \frac{\partial}{\partial \varphi} S^{(1)}(x, \varphi), \\ I_{\text{typ}}^2 &= \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{e}{\tau_D} \right)^2 \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} S^{(2)}(x, \varphi)|_0^{\varphi}, \end{aligned} \quad (12)$$

где $S^{(n)}(x)$ — интегралы от S по x , φ — магнитный поток в единицах кванта потока $\Phi_0 = h/e$. Важно напомнить, что для различных рассматриваемых величин обрезание может быть различным [21]. Однако это не меняет вида найденных нами функциональных соотношений.

4.1. Изолированная проволока

Рассмотрим сначала случай изолированной проволоки. Поскольку через ее концы не может протекать ток, граничные условия имеют вид

$$\frac{\partial}{\partial r} C(r, r')|_0 = \frac{\partial}{\partial r} C(r, r')|_L = 0.$$

Интегрирование дифференциальных уравнений с этими граничными условиями дает [17]

$$C(r, r) = \frac{L_{\phi}}{D} \cosh \left(\frac{r}{L_{\phi}} \right) \cosh \left(\frac{L-r}{L_{\phi}} \right) \left[\sinh \left(\frac{L}{L_{\phi}} \right) \right]^{-1}.$$

После пространственного интегрирования и интегрирования по параметру обрезания находим спектральную функцию S :

$$S(x) = -\ln \sqrt{x} \sinh \sqrt{x}.$$

С помощью уравнения (12), можно найти спектральную жесткость. Из разложения спектральной функции

$$\ln \sqrt{x} \sinh \sqrt{x} = \ln x + \sum_{n>0} \ln \left(1 + \frac{x}{\pi^2 n^2} \right) \quad (13)$$

можно получить разложение флюктуации числа уровней в терминах диффузионных мод, выведенное Альтшуллером и Шкловским для одномерного случая [22].

4.2. Подсоединенная проволока

Рассмотрим проволоку, идеально соединенную с внешними подводящими проводами. Используя граничное условие $C(0, r') = C(L, r')$, имеем [17]

$$C(r, r) = \frac{L_{\phi}}{D} \sinh \left(\frac{r}{L_{\phi}} \right) \sinh \left(\frac{L-r}{L_{\phi}} \right) \left[\sinh \left(\frac{L}{L_{\phi}} \right) \right]^{-1}.$$

Теперь спектральная функция S выражается как

$$S(x) = -\ln \frac{\sinh \sqrt{x}}{\sqrt{x}} = -\sum_{n>0} \ln \left(1 + \frac{x}{\pi^2 n^2} \right). \quad (14)$$

Логарифмический вклад нулевой моды в (13) подавляется. Поправку слабой локализации и дисперсию флуктуаций кондактанса можно найти непосредственно из выражений (12). В частности, в пределе полной фазовой когерентности $L_\phi \gg L$, т.е. при $x \rightarrow 0$, разложение функции $S(x)$

$$S(x) \rightarrow -\frac{x}{6} + \frac{x^2}{180}$$

при $s=1$ и нарушенной СОВ непосредственно приводит к известным универсальным значениям:

$$\begin{aligned} \langle \delta g \rangle &= 2S'(0) = -\frac{1}{3}, \\ \langle \delta g^2 \rangle &= 12S''(0) = \frac{2}{15}. \end{aligned}$$

При наличии симметрии по отношению к обращению времени результат для дисперсии умножается на два. При конечном значении L_ϕ дисперсия флуктуаций связана со средней поправкой слабой локализации простым соотношением ($s=1$):

$$\langle \delta g^2 \rangle = -12 \frac{\partial}{\partial x} \langle \delta g \rangle, \quad (15)$$

где $\langle \delta g \rangle = 1/x - \coth \sqrt{x}/\sqrt{x}$. Зависимость флуктуаций кондактанса от размера показана на рисунке. Для больших образцов они пропорциональны $(L/L_\phi)^3$, причем коэффициент пропорциональности сильно отличается от значения, которое обычно используется в литературе (см., например [23]). Полученные ранее экспериментальные данные и оценки для L_ϕ должны быть пересмотрены в свете наших результатов.

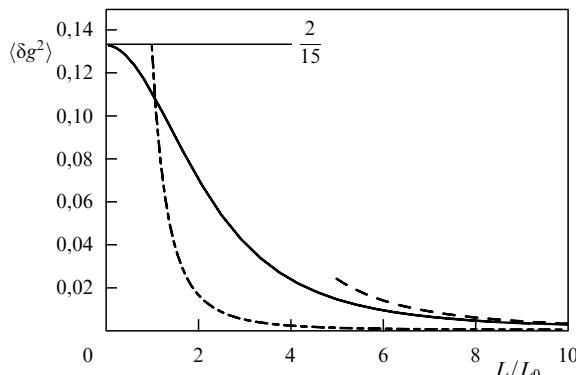


Рис. Зависимость флуктуаций кондактанса от размера для проволоки длины L . Сплошной линией представлен результат наших вычислений. Штрихпунктирной линией показано разложение, используемое в литературе, $(2/15)(L/L_\phi)^3$, штриховой линией — фактическое асимптотическое поведение $3(L/L_\phi)^3$.

4.3. Кольцо

В случае кольца с периметром L куперон является трансляционно-инвариантным:

$$C(r, r) = \frac{L_\phi}{2D} \frac{\sinh(L/L_\phi)}{\cosh(L/L_\phi) - \cos(4\pi\varphi)},$$

поэтому

$$S(x, H) = -\ln [\cosh \sqrt{x} - \cos(4\pi\varphi)]. \quad (16)$$

Сразу получаем поправку слабой локализации:

$$\langle \delta g \rangle = -\frac{1}{\sqrt{x}} \frac{\sinh \sqrt{x}}{\cosh \sqrt{x} - \cos(4\pi\varphi)}.$$

Дифференцируя по x , получаем простое, но длинное выражение для $\langle \delta g^2 \rangle$. Оно согласуется с выражением, полученным Ароновым и Шарвиным в виде бесконечной суммы по диффузионным модам [24].

Средний незатухающий ток представляется в виде

$$\langle I_{ee} \rangle = U\rho_0 \frac{e}{\tau_D} \int_x^\infty \frac{\sin(4\pi\varphi)}{\cosh \sqrt{x} - \cos(4\pi\varphi)} dx. \quad (17)$$

Этот интеграл вычисляется явно через функцию Лобачевского и имеет фурье-разложение, найденное Амбагаокаром и Эккерном [12].

Типичный незатухающий токдается выражением (12) и согласуется с предшествующими расчетами [6].

5. Заключение

Показано, что транспортные и термодинамические величины простым образом выражаются через единственную функцию, а именно, спектральную функцию, которая связана с вероятностью возврата для диффундирующей частицы. Эта функция определяется геометрией системы и магнитным полем. Ее знание позволяет непосредственно получить все физические величины.

Список литературы

1. Büttiker M et al. *Phys. Lett. A* **96** 365 (1983)
2. Lévy L P et al. *Phys. Rev. Lett.* **64** 2074 (1990); Reulet B et al. *Phys. Rev. Lett.* **75** 124 (1995)
3. Chandrasekhar V et al. *Phys. Rev. Lett.* **67** 3578 (1991)
4. Mailly D et al. *Phys. Rev. Lett.* **70** 2020 (1993)
5. Mohanty P et al., in *Quantum Coherence and Decoherence* (Eds K Fujikawa, Y A Ono) (Elsevier, 1996) p. 191
6. Montambaux G, in *Quantum Fluctuations, Proc. Les Houches Summer School, Session LXIII* (Eds E Giacobino et al.) (Elsevier, 1997) p. 387
7. Cheung H F et al. *Phys. Rev. Lett.* **62** 587 (1989)
8. Von Oppen F, Riedel E *Phys. Rev. Lett.* **66** 84 (1991); Altshuler B et al. *Phys. Rev. Lett.* **66** 88 (1991); Akkermans E *Europhys. Lett.* **15** 709 (1991)
9. Schmid A *Phys. Rev. Lett.* **66** 80 (1991)
10. Oh S et al. *Phys. Rev. B* **44** 8858 (1991)
11. Argaman N et al. *Phys. Rev. B* **47** 4440 (1993)
12. Ambegaokar V, Eckern U *Phys. Rev. Lett.* **65** 381 (1990)
13. Argaman N, Imry Y *Phys. Scr.* **49** 333 (1993)
14. Montambaux G *J. Phys. I (France)* **6** 1996
15. Pascaud M, Montambaux G *Europhys. Lett.* **37** 347 (1997); Pascaud M, Montambaux G *Proc. Minerva workshop on Mesoscopics, Fractals and Neural Networks, to appear in Phil. Mag.* (1997) (in press)
16. Khmelnitskii D E *Physica B* **126** 235 (1984)
17. Doucot B, Rammal R *Phys. Rev. Lett.* **55** 1148 (1986); *J. de Phys.* **47** 973 (1986)
18. Argaman N *Phys. Rev. B* **53** 7035 (1996)
19. Eckern U Z. *Phys. B* **82** 393 (1991)
20. Andreev A, Altshuler B *Phys. Rev. Lett.* **75** 902 (1995)
21. Altshuler B L, Aronov A G, in *Electron-electron interactions in disordered systems* (Eds A Efros, B Shklovskii) (North-Holland, 1985) p. 1
22. Альтшuler Б Л, Шкловский Б ЖЭТФ **91** 220 (1986); *Sov. Phys. JETP* **64** 127 (1986)

23. Mailly D et al., in *Quantum Coherence in Mesoscopic Systems, Nato ASI Series* (Ed. B. Kramer) (Plenum Press, 1991) p. 401
 24. Aronov A G, Sharvin Y V *Rev. Mod. Phys.* **59** 755 (1987)

Электроны в квазиодномерных проводниках: от высокотемпературной диффузии к низкотемпературной прыжковой проводимости

М.Е. Гершензон, Ю.Б. Хавин, А.Л. Богданов

1. Введение

В последние два десятилетия в физике низкоразмерных неупорядоченных проводников наблюдается эффективный прогресс [1, 2]. Одним из быстроразвивающихся направлений является изучение электронного транспорта в квазиодномерных проводниках. Экспериментальное исследование этой проблемы очень важно для понимания механизмов транспорта в разнообразных одномерных (1D) системах:nanoструктурах в металлических пленках и полупроводниках [3], сильнолегированных сопряженных полимерах [4], углеродных нанотрубках [5] и во многих других.

Широко распространено мнение, что все электронные состояния в низкоразмерных проводниках локализованы [6, 7], по крайней мере, в случае слабого электрон-электронного взаимодействия. Протяженность электронной волновой функции характеризуется длиной локализации ξ ; в квази-1D-проводнике

$$\xi = \frac{\pi \hbar}{e^2} \frac{W}{R_{\square}} = 2\pi \hbar v_{2D} DW, \quad (1)$$

где v_{2D} — двумерная (2D) плотность электронных состояний, D — коэффициент диффузии электронов, W — ширина "проводка" в тонкой пленке. В квазиодномерных проводниках наибольший размер поперечного сечения меньше ξ и в то же время много больше длины волны носителей тока. Несмотря на локализацию проводимость 1D-проводников при комнатной температуре может быть очень большой. Эта "металлическая" проводимость обусловлена сильным неупругим рассеянием: электрон рассеивается в другое состояние, локализованное около другого узла, раньше, чем он диффундирует на длину локализации. Это режим слабой локализации. Однако с уменьшением температуры 1D-проводник неизбежно становится диэлектриком. Электронный транспорт может продолжаться в этом режиме сильной локализации только посредством прыжков.

Цель настоящей работы — наблюдение кроссовера между режимами слабой и сильной локализации и экспериментальное изучение электронного транспорта на диэлектрической стороне кроссовера.

2. Кроссовер от слабой к сильной локализации

Кроссовер от диффузии к прыжковой проводимости в 1D-проводниках при уменьшении температуры был теоретически предсказан Таулесом [6] в 1977 г. Однако экспериментальное исследование этой фундаментальной

проблемы началось на 20 лет позже. Такая "щель" между предсказанием и наблюдением означает, что эти эксперименты достаточно сложны; в частности, для достижения успеха очень важно правильно выбрать образцы. В нашей недавней работе [8] наблюдался кроссовер как функция температуры в экспериментах с узкими каналами в структурах δ -легированного кремнием GaAs, выращенных с помощью молекулярно-лучевой эпитаксии. Образцы состояли из отдельных слоев Si-доноров с концентрацией $(3-5) \times 10^{12} \text{ см}^{-2}$, расположенных на 0,1 мкм под поверхностью нелегированного GaAs. С помощью электронно-лучевой литографии и ионного травления удалось изготовить однородные проводящие каналы с эффективной шириной W всего 0,05 мкм (из-за бокового обеднения на краях канала его эффективная ширина меньше геометрической на 0,15–0,2 мкм в зависимости от концентрации носителей). Для уменьшения влияния мезоскопических флуктуаций контакта, провода были сделаны достаточно длинными (длина $L = 40-500$ мкм была много больше длины локализации), и большое количество проводов соединялось параллельно (до 500 проводов). Параметры нескольких образцов приведены в таблице.

В δ -легированных слоях средний свободный пробег электронов мал (17–35 нм) из-за сильного рассеяния электронов на ионизированных примесях, и на расстояниях меньших длины огибающей волновой функции ξ движение электронов всегда является диффузионным. Относительно высокая концентрация носителей означает, что число занятых 1D-подзон $N_{1D} = k_F W / \pi$ велико; $N_{1D} \approx 7$ даже в самом узком образце 1. Однако с учетом эффектов квантовой интерференции все образцы являются одномерными при низких температурах ($W < \xi, L_\phi(T)$).

Сопротивление образцов возрастает с уменьшением температуры (рис. 1); медленное увеличение R (логарифмическое выше 10 К) согласуется с теорией квантовых поправок к сопротивлению в режиме слабой локализации [8]. Однако ниже некоторой температуры кроссовера наблюдалось резкое изменение зависимости $R(T)$: она экспоненциально возрастает и описывается активационным законом

$$R(T) = R_0 \exp\left(\frac{T_0}{T}\right). \quad (2)$$

Зависимость типа закона Аррениуса (2) наблюдалась для всех образцов при $T \leq 0,3T_0$, где T_0 — температура, соответствующая энергии активации (см. рис. 1). Кроссовер в зависимости $R(T)$ от режима одномерной слабой локализации к более сильной появляется при $T \approx T_0$; далее температура кроссовера будет отождествляться с T_0 .

Доказательство того, что нами наблюдается именно кроссовер Таулеса от слабой к сильной локализации, основано на двух экспериментальных фактах. Во-первых, сопротивление R_ξ , вычисленное для сегмента провода длиной ξ при $T = T_0$, для разных образцов оказывается равным 24 ± 4 кОм (см. табл.); это согласуется с сопротивлением $\sim h/e^2$, ожидаемым для 1D-проводника длины ξ вблизи кроссовера [6]. Во-вторых, с точки зрения конкуренции различных масштабов длины, кроссовер должен происходить тогда, когда зависящая от температуры длина $L_\phi(T)$ становится сравнимой с длиной локализации [6]. Длину сбоя фазы можно оценить,