

4. Hansen W et al. *Phys. Rev. Lett.* **62** 2168 (1989)
5. Ashoori R C et al. *Phys. Rev. Lett.* **71** 613 (1993)
6. Drexler H et al. *Phys. Rev. B* **49** 14074 (1994)
7. Drexler H et al. *Phys. Rev. Lett.* **73** 2252 (1994)
8. Takaoka S et al. *Phys. Rev. Lett.* **72** 3080 (1994)
9. Chen W et al. *Phys. Rev. Lett.* **73** 146 (1994)
10. Zhitenev H B *Phys. Rev. Lett.* **77** 1833 (1996)
11. Ashoori R C доклад на этом симпозиуме
12. Halperin B I *Phys. Rev. B* **25** 2185 (1982)
13. Büttiker M, in *Semiconductors and Semimetals* (Eds R K Willardson, A C Beer, E R Weber) Vol. 35 (Ed. M Reed) (San Diego: Academic Press, 1992) p. 191
14. Schmarek D et al. *Phys. Rev. B* **54** 13816 (1996)
15. Dolgoplov V T et al. *Phys. Low-Dim. Struct.* **6** 1 (1996)
16. Dolgoplov V T et al. *Phys. Rev. Lett.* (1997) (in press)
17. Govorov A O *Phys. Rev. B* **51** 14498 (1995)
18. Chklovskii D B, Shklovskii B I, Glazman L I *Phys. Rev. B* **46** 4026 (1992); Chklovskii D B, Matveev K A, Shklovskii B I *Phys. Rev. B* **47** 12605 (1993)
19. Hansen W, Drexler H, in *Festkörperprobleme, Advances in Solid State Physics* Vol. 35 (Ed. R Helbig) (Braunschweig/Wiesbaden: Vieweg, 1996) p. 81
20. Gunnarson O, Lundqvist B L *Phys. Rev. B* **13** 4274 (1976)
21. Grant R W et al. *J. Vacuum Sci. Technol.* **19** 477 (1981)
22. Laux S E, Frank D J, Stern F *Surf. Sci.* **196** 101 (1988)
23. Gold A, Ghazali A *Phys. Rev. B* **41** 8318 (1990)
24. Eisenstein J P, Pfeiffer L N, West K W *Phys. Rev. Lett.* **68** 674 (1992)
25. Kravchenko S V et al. *Phys. Rev. B* **47** 12961 (1993)
26. Dolgoplov V T et al. *Phys. Rev. B* **51** 7958 (1995)

Накачка энергии в мезоскопическое кольцо. Точно решаемая модель

Л. Горелик, С. Кулинич, Ю. Гальперин,
Р. Шехтер, М. Джонсон

1. Введение

Квантовая интерференция электронных состояний сильно влияет на физические свойства мезоскопических систем (см., например, работу [1] и ссылки в ней). Важными примерами являются андерсоновская локализация электронов, универсальные флуктуации кондактанса, а также периодическая зависимость от магнитного поля термодинамических и транспортных свойств многосвязных устройств (например, металлических колец). Ранее в мезоскопической физике широко исследовалась главным образом термодинамические свойства, а также *линейный* отклик наноструктур на постоянные или на медленно меняющиеся со временем электрические и магнитные возмущения. В то же время *нелинейный* отклик мезоскопических систем на зависящее от времени напряжение смещения изучен относительно мало. В общем случае энергия электрона, на который действует зависящая от времени внешняя сила, не сохраняется. Однако, хотя энергия и не сохраняется, в случае, если скорость сбоя фазы много меньше скорости, характеризующей *динамическое* перераспределение электронной волновой функции между различными состояниями в энергетическом пространстве, роль процессов интерференции остается решающей.

Ниже рассматривается пример такой системы, а именно, одноканальное мезоскопическое кольцо, на которое действует нестационарное перпендикулярное магнитное поле, линейно зависящее от времени. Основное внимание будет уделено накоплению энергии в таких

системах в зависимости от времени. Для исследования роли интерференции учитывается обратное рассеяние электронов от одиночного потенциального барьера ("дефекта"), внедренного в кольцо. Показано, что, изменяя временную производную вариации внешнего магнитного поля или же амплитуду прохождения через барьер (с помощью управляющих потенциалов), можно воздействовать на интерференционную картину и таким образом значительно изменять динамику. Грязные проводящие кольца широко обсуждались в связи с диссипацией энергии в мезоскопических *металлических* системах [2]. Гефен и Таулес [3, 4] высказали предположение, что случайно распределенные примеси приводят к так называемой *динамической локализации* электронов в *энергетическом пространстве*. Это явление подобно андерсоновской локализации в реальном пространстве, должно существовать даже в баллистических кольцах, когда средняя длина свободного пробега много больше диаметра кольца. При этом энергия электрона как функция времени достигает *насыщения*, а не стремится к бесконечности (как в идеальном баллистическом кольце [5]). В режиме насыщения усредненный по времени электрический ток становится равным нулю. Вследствие этого медленно меняющийся магнитный поток через кольцо $\Phi(t)$ вызывает круговой медленно меняющийся ток *только при наличии процессов сбоя фазы*. Роль этих процессов численно проанализирована в [6, 7].

Динамическая локализация в энергетическом пространстве, так же как андерсоновская локализация в реальном пространстве, происходит из-за *деструктивной интерференции* парциальных волн со случайными фазами, образующих электронное состояние. Однако в данной ситуации случайное распределение фаз имеет динамическую природу (ср. со случаем так называемого квантового ротатора с толчками [8]). Следовательно, интерференция очень чувствительна к скорости изменения магнитного потока, амплитуде рассеяния на барьере и т.д. Как показано в работах [9, 10], в случае единичной примеси при некотором значении $\Phi(t)$ распространение электрона в энергетическом пространстве можно отобразить на движение частицы под действием *периодического* потенциала в реальном пространстве. Такое состояние типа блоховского приводит к поведению кондактанса, которое качественно подобно его поведению в беспримесных кольцах. В то же время, согласно численным исследованиям [7, 9], при других скоростях изменения магнитного потока электроны оказываются локализованными в энергетическом пространстве, причем накачанная энергия насыщается так же, как это происходит для случайных систем. Этот результат объясняет решающее значение скорости возбуждаемого потока: посредством изменения производной потока по времени (т.е. индуцированной в кольце электродвижущей силы) можно осуществлять кроссовер от одного режима к другому и таким образом контролировать накачку энергии. Этот вопрос, который не рассматривался в предыдущей работе, является предметом настоящего исследования. Мы покажем, что реализуется следующий сценарий кроссовера. Рассмотрим кондактанс G кольца радиуса r_0 , определяемый как отношение между круговым током и электродвижущей силой $\mathcal{E} = -\dot{\Phi}/c$, индуцированной в кольце магнитным полем, линейно зависящим от времени. Если рассеяние сильное, то $G \propto \mathcal{E}^{-2}$. При уменьшении интенсивности

рассеяния, в зависимости $G(\mathcal{E})$ возникает ряд пиков. Эти пики соответствуют рациональным значениям p/q безразмерного отношения $A \equiv \Delta/2e\mathcal{E}$, где $\Delta = \hbar^2 N_F / m r_0^2$. Здесь N_F — число заполненных электронных состояний, а m — эффективная масса. Форма этих пиков и расстояние между ними определяются соотношением между высотой потенциального барьера V и скоростью релаксации v , причем максимальное значение q определяется из условия $\tau^q/q \simeq \hbar v / e\mathcal{E}$. Здесь $\tau \equiv \exp(-\mathcal{E}_c/\mathcal{E})$ — эффективная амплитуда зенеровского туннелирования через энергетическую щель в электронном спектре, $\mathcal{E}_c = \pi^2 V^2 / 2\Delta e$. Структуру пиков вблизи максимума можно описать интерполяционной формулой

$$g = \tau^{2q} \frac{\hbar v \Delta}{(\hbar v)^2 + (e\mathcal{E}q)^2 \varepsilon^2} + \eta q^2 \frac{\hbar v \Delta}{(e\mathcal{E})^2}, \quad \varepsilon = A - \frac{p}{q}. \quad (1)$$

Здесь $g \equiv G/G_0$, $G_0 = e^2/h$, а $\eta(\varepsilon)$ является гладкой функцией ε . При $|\varepsilon| \lesssim \tau^q/q^2$ функция $\eta \sim 1$, а за пределами этой области она уменьшается при увеличении $|\varepsilon|$. Когда барьер становится более прозрачным, т.е. $\tau \rightarrow 1$, расстояние между пиками (определяемое максимальным значением q) уменьшается. И наконец, пики перекрываются, образуя кондактанс $g = \Delta/\hbar v$, не зависящий от свойств барьера.

Для того чтобы лучше понять вышеизложенные результаты, рассмотрим электронные энергетические уровни вблизи энергии Ферми E_F , где дисперсию энергии можно считать линейной. Тогда в баллистическом кольце будет два набора адиабатических уровней энергии $E_l(\Phi)$, соответствующих движению по и против часовой стрелки. Рассеяние на барьере открывает щель при энергиях $E_l = E_F + l\Delta/2$, $l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, когда энергетические уровни для движения по и против часовой стрелки совпадают. Следовательно, накачку энергии в систему медленно меняющимся магнитным потоком можно сопоставить одномерному движению квантовой частицы в поле периодически расположенных рассеивателей (см. работы [3, 4, 9]). Туннелирование Ландау–Зенера (с амплитудой τ , введенной выше) через щели соответствует рассеянию вперед, тогда как отражение от щелей подобно обратному рассеянию. Важным отличием от обычной примесной задачи является то, что при произвольном значении внешней силы $\mathcal{E}$ отсутствует трансляционная инвариантность. Эта инвариантность имеется только для рациональных значений p/q безразмерного отношения A [9]. В этом случае мы приходим к сверхрешетке, содержащей q "примесей" на элементарную ячейку. В результате движение вдоль оси E описывается q разрешенными зонами, причем "скорость" $v_E \equiv \dot{E} \sim \Delta \tau^q / t_0$ (здесь $t_0 \equiv \hbar / e\mathcal{E} = \Phi_0 / \dot{\Phi}$ — удвоенный временной интервал между двумя последовательными событиями рассеяния Ландау–Зенера). Поскольку верхняя граница зоны Бриллюэна есть $4\pi\hbar/q\Delta$, соответствующая ширина зоны для движения вдоль оси E выражается как $W \simeq 4\pi\hbar v_E / q\Delta \simeq 4\pi\hbar \tau^q / t_0 q$. При рациональных значениях p/q величины A электрон обращается по кольцу $2p$ раз, в то время как ограниченный кольцом магнитный поток изменяется на q квантов. В результате "движение" системы вдоль оси E можно отобразить на движение квантовой частицы в одномерном периодическом потенциале, причем соответствующие собственные состояния являются протяженными. Если отношение p/q иррационально, эквивалентный потенциал квазипериодичен. Ока-

зывается, что в этом случае соответствующие состояния локализованы (см. ниже) несмотря на то, что в системе отсутствует реальный беспорядок. Длину локализации в энергетическом пространстве R_{loc} можно оценить для $A = p/q + \varepsilon$, $|\varepsilon| \ll 1/q$ следующим образом. При конечном ε рассогласование фазы по отношению к случаю рационального $A = p/q$ можно приписать квазиклассическому потенциалу $U(E) = \varepsilon \alpha E$ с $\alpha = 8\pi\hbar/\Delta t_0$. Этот потенциал вызывает искривление зоны, которое приводит к появлению классической точки поворота для мод, распространяющихся вдоль оси E . Длину локализации можно оценить как половину расстояния между точками поворота, образованными верхним и нижним краями зоны:

$$R_{\text{loc}} \simeq \frac{W}{2\alpha|\varepsilon|} = \frac{\Delta \tau^q}{4q|\varepsilon|}.$$

Следовательно, время локализации $t_{\text{loc}} \sim 4R_{\text{loc}}/v_E \sim \sim t_0/q|\varepsilon|$.

Проявление локализации в накачке энергии зависит от произведения $v t_{\text{loc}}$. При $v t_{\text{loc}} \gg 1$ локализация не успевает проявиться, и имеет место зонная картина накачки энергии. Оценка кондактанса дает (ср. с [4]) $G = P/\mathcal{E}^2$, где P — средняя скорость аккумуляции энергии. Величина P , в свою очередь, определяется как $v(\delta E)N_{\text{eff}}$. Здесь $\delta E \sim v_E/v$ — энергия, аккумулированная одним состоянием, а $N_{\text{eff}}(\delta E) \sim \delta E/\Delta$ — число состояний. Отсюда следует, что $g \sim \tau^{2q}(\Delta/\hbar v)$. Если $v t_{\text{loc}} \ll 1$, то G определяется прыжками между внутризонными локализованными состояниями. В этом случае $\delta E \sim 2R_{\text{loc}}$, и мы получаем $g \sim \hbar v \Delta \tau^{2q} / (e\mathcal{E}q\varepsilon)^2$. Эти оценки согласуются с первым членом в (1).

2. Теория

2.1. Модель и средний ток. Используется следующая модель: система электронов описывается гамильтонианом

$$\mathcal{H}(t, \varphi) = -\Delta \sigma_z \left(i \frac{\partial}{\partial \varphi} + \frac{t}{t_0} \right) + \mathcal{H}_{\text{imp}}(\varphi). \quad (2)$$

Здесь σ_i — матрицы Паули. Требуется найти ток, усредненный по времени t_0 ,

$$I(t) = \frac{1}{t_0} \int_{t_-}^{t_+} dt' \text{Tr} \hat{\rho} \hat{j},$$

где $t_{\pm} = t \pm t_0/2$, $\hat{j} \equiv (ie/\hbar)[\mathcal{H}, \hat{\varphi}]$ — оператор тока.

Одноэлектронная матрица плотности $\hat{\rho}$ вычисляется из уравнения

$$\frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} = \frac{i}{\hbar} [\hat{\rho}, \mathcal{H}] - v(\hat{\rho} - f_0[\mathcal{H}(t)]),$$

где f_0 — функция Ферми.

Формальное решение уравнения для $\hat{\rho}$ можно выразить через оператор эволюции $\hat{u}(t, t')$, удовлетворяющий уравнению $i\hbar(d/dt)\hat{u}(t, t') = \mathcal{H}\hat{u}(t, t')$ с начальным условием $\hat{u}(t, t) = 1$. Средний ток может быть выражен через гейзенберговские операторы тока $\hat{j}(t) = \hat{u}^\dagger(t, 0)\hat{j}\hat{u}(t, 0)$ и скорости в энергетическом пространстве $\hat{v}(t) = \hat{u}^\dagger(t, 0)\dot{f}_0[\mathcal{H}(t)]\hat{u}(t, 0)$.

Средний ток I удобно выразить как

$$I = \sum_{m=0}^{\infty} \exp(-2\tilde{v}m) \text{Tr}(\hat{T}^{-m} \hat{J} \hat{T}^m \hat{\mathcal{F}}) - \text{Tr} \hat{J}_1, \\ \tilde{v} \equiv \frac{vt_0}{2}, \quad \hat{T} = \exp(-i\hat{\phi}) \hat{u}(t_0, 0), \\ \hat{J} = \frac{1}{t_0} \int_{-t_0/2}^{t_0/2} dt \exp(-vt) \hat{j}(t), \quad \hat{\mathcal{F}} = \int_{-t_0/2}^{t_0/2} dt (vt) \hat{v}(t), \\ \hat{J}_1 = \frac{1}{t_0} \int_{-t_0/2}^{t_0/2} dt \int_t^{t_0/2} dt' \exp[-v(t-t')] \hat{j}(t) \hat{v}(t'). \quad (3)$$

Таким образом, средний ток выражается через операторы $\hat{J}$, $\hat{\mathcal{F}}$, $\hat{J}_1$, определенные на временном интервале $(-t_0/2, t_0/2)$, которые зависят от динамики между последовательными событиями туннелирования Ландау–Зенера, и через унитарный оператор $\hat{T}$, описывающий динамику на больших временах. Фактически, поведение системы на больших временах определяется собственными состояниями $|\beta\rangle$ и собственными значениями $\exp(i\beta)$ оператора $\hat{T}$.

2.2. Анализ оператора $\hat{T}$. Ограничимся рассмотрением случая слабого рассеяния, предполагая, что существенные матричные элементы V (которые отвечают переданному импульсу $\sim 2p_F$) много меньше расстояния между уровнями Δ . При $|V| \ll \Delta$ потенциал примеси существен только вблизи пресечений адиабатических членов, отвечающих движению "по" и "против" часовой стрелки, что имеет место при $t_m = mt_0/2$. В результате рассеяния при $t = t_m$ образуются щели в адиабатическом спектре. За пределами адиабатического приближения через эти щели может происходить туннелирование Ландау–Зенера.

Следовательно, можно провести различие между достаточно большими временными промежутками баллистической эволюции (продолжительностью $\sim t_0/2$) и малыми промежутками туннелирования Ландау–Зенера. Обычно продолжительность последнего интервала $\lesssim \sqrt{t_0 \hbar / \Delta}$ (ср. с [11]). Таким образом, при $\Delta t_0 / \hbar \gg 1$ туннелирование Ландау–Зенера существенным образом ограничено узкими интервалами и, следовательно, его можно описать с помощью матрицы рассеяния

$$\hat{S} = \exp(i\theta_0) [\sqrt{1 - \tau^2} \exp(i\theta_1 \sigma_z) + i\tau \sigma_x]. \quad (4)$$

По физическому смыслу τ — амплитуда вероятности "прямого рассеяния" Ландау–Зенера, т.е. перехода в состояние с тем же самым угловым моментом во время прохождения интервала неадиабатического движения. Оказывается, что интересующие нас величины не зависят от фаз θ_0 и θ_1 . Для простоты положим $\theta_0 = \theta_1 = 0$.

Имея в виду периодичность φ , введем векторный базис

$$|n, \pm\rangle \equiv \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp[\pm i(N_F + n)\varphi] s_{\pm},$$

где

$$s_+ = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad s_- = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

В этом представлении оператор $\hat{T}$ можно рассматривать как оператор, действующий на прямое произведение $\hat{N}$ и пространства псевдоспина ($s \equiv \pm$),

$$\hat{T} = \hat{S} [\sqrt{1 - \tau^2} \exp(i\pi a \sigma_z) \otimes \hat{N} + i\tau \sum_{\pm} \sigma_{\pm} \otimes \hat{N} \hat{R}_{\pm}] \hat{N}. \quad (5)$$

Операторы $\hat{R}_{\pm}$ и $\hat{N}$ определяются как $\hat{R}_{\pm} |n, s\rangle = |n \mp 1, s\rangle$, $\hat{N} = \exp(2i\pi a \hat{n})$, $\hat{n} |n, s\rangle = n |n, s\rangle$, a — дробная часть величины $A = \Delta/2e\mathcal{E}$, введенной выше, а $\sigma_{\pm} = (\sigma_x \pm i\sigma_y)/2$.

Наиболее интересная ситуация возникает в случае слабой релаксации $vt_0 \ll 1$. Это неравенство означает, что время релаксации много больше, чем интервал между последовательными переходами Ландау–Зенера. Можно показать с помощью прямого расчета, что если это неравенство выполняется, то операторы $\hat{J}$ и $\hat{\mathcal{F}}$ принимают вид $\hat{J} = I_0 \hat{V} \otimes \delta_{n,n'}$, $\hat{\mathcal{F}} = \hat{V} \otimes \delta_{0,n} \delta_{0,n'}$, где $I_0 = |e|\Delta/\hbar$ — амплитуда постоянного тока, а

$$\hat{V} = \frac{1}{2} (\sigma_z - \hat{S} \sigma_z \hat{S}^\dagger) = \tau^2 \sigma_z - \tau \sqrt{1 - \tau^2} \sigma_y.$$

При тех же условиях $\text{Tr} \hat{J}_1 = I_0 \tau^2$.

Унитарный оператор $\hat{T}$ (как можно показать с помощью прямого расчета) обладает свойствами $\hat{R}_- \hat{T} \hat{R}_+ = \exp(-4i\pi a) \hat{T}$, $\sigma_y \hat{T}^* (-\hat{n}) \sigma_y = \hat{T}(\hat{n})$. Эти свойства приводят к следующим соотношениям между собственными состояниями оператора $\hat{T}$:

$$\Phi_{\beta}(n+m) = \Phi_{\beta-4\pi am}(n), \quad \sigma_y \Phi_{\beta}^*(-n) = \Phi_{-\beta}(n). \quad (6)$$

Здесь $m = 0, \pm 1, \dots$. При иррациональном a эти соотношения позволяют создать *полный набор* собственных состояний при условии, что известно ψ_{β_0} . Следовательно, в этом случае спектр $\hat{T}$ можно выразить в виде $\exp(i\beta_r^\pm)$, где $\beta_r^\pm = \pm \beta_0(a) - 4\pi ar$, $r = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$. В то же время очевидно, что при рациональном $a = p/q$ оператор $\hat{T}$, согласно (5), обладает трансляционной симметрией $\hat{R}_+^q \hat{T} \hat{R}_+^{-q} = \hat{T}$. Поэтому собственные состояния оператора $\hat{T}$ имеют блоховский вид, а спектр $\hat{T}$ может быть представлен зонной структурой. В этом случае соотношения (6) также дают *полный набор* собственных состояний при условии, что известна структура *одной зоны*.

Используя (3), можно выразить средний ток через собственные значения и собственные функции оператора $\hat{T}$. В пределе $\tilde{v} \ll 1$ получаем следующее выражение для среднего тока

$$\frac{J}{J_0} = \sum_{\beta} |\Omega_{\beta}|^2 \frac{\tilde{v}}{\tilde{v}^2 + \sin^2 \Phi_{\beta}}, \quad \Omega_{\beta} = \sum_n \mathbf{n}_{\beta_0 \beta}. \quad (7)$$

Здесь введены обозначения $\mathbf{n}_{\beta\beta'} \equiv (\Phi_{\beta}(n), \tilde{V} \Phi_{\beta'}(n))$, $(\mathbf{a}, \mathbf{b})$ — скалярное произведение в пространстве псевдоспина, $\Phi_{\beta} = (\beta - \beta_0)/2$ и $\Phi_{\beta_0}(n)$ — какое-либо решение уравнения для собственных состояний оператора $\hat{T}$. Чтобы найти собственные состояния и собственные значения оператора $\hat{T}$ в явном виде, удобно ввести новый оператор

$$\hat{L} = \sigma_- \sigma_+ \otimes \exp(i\pi a n) + \hat{S} \sigma_+ \sigma_- \otimes \exp\left(-i\pi a n + \frac{i\beta}{2}\right).$$

С помощью прямых расчетов [12] можно получить систему уравнений для вспомогательной функции $\mathbf{d}_{\beta}(n) = \hat{L}^{-1} \Phi_{\beta}(n)$, которая эквивалентна системе уравнений для компонент $d_{\pm, \beta}(n) \equiv (\mathbf{s}_{\pm}, \mathbf{d}_{\beta}(n))$. Вводя функцию $B(m)$ как $d_{+, \beta}(m/2)$ для четных m и $d_{-, \beta}[(m+1)/2]$ для нечетных m , можно из этой системы дифференциальных уравнений получить одно уравнение для $B(m)$:

$$B(m+1) + B(m-1) + K_m B(m) = 0,$$

где

$$K_m = \frac{2}{\tau} \exp\left(\frac{i\pi a}{2}\right) \sin\left(\pi am + \frac{\beta - \pi a}{2}\right).$$

Решение этого уравнения позволяет определить как собственные состояния, так и собственные значения $\hat{T}$. В случаях рационального и иррационального a получаются разные результаты.

Иррациональное a . В соответствии с анализом $\beta = \beta_r^\pm = \pm\pi a - 4\pi ar$, $r = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$. При $\beta = \pi a$ собственное состояние имеет вид

$$\Phi_{\pi a} = \frac{\exp(i\xi_\pm)}{2\pi} \int_0^{2\pi} dk \exp[-ik(2n-1)] \times \begin{pmatrix} \exp[-ik + i\chi(k)] \\ \exp[-i\chi(k - \pi a)] \end{pmatrix}, \quad (8)$$

где $\xi_\pm = \mp\pi an(2n \pm 1)$,

$$\chi(k) = -\sum_{l=1}^{\infty} \frac{\tau^l}{l \sin(\pi al)} \cos\left[l \frac{k - \pi}{2}\right]$$

Бесконечный ряд $\chi(k)$ в (8) сходится практически для всех иррациональных значений a , а $\chi(k)$ – аналитическая функция. Следовательно, все собственные функции экспоненциально локализованы, причем длина локализации $R_{\text{loc}} \equiv \Delta(\langle \hat{n}^2 \rangle - \langle \hat{n} \rangle^2)^{1/2}$ в энергетическом пространстве определяется выражением

$$\left(\frac{2R_{\text{loc}}}{\Delta}\right)^2 \approx \sum_{l=1}^{\infty} \frac{\tau^{2l}}{\sin^2(\pi al)}.$$

Видно, что вблизи рациональных значений a , p/q , длина локализации R_{loc} расходитс как $\Delta\tau^q/(2\pi q|a - p/q|)$, что согласуется с вышеприведенными качественными оценками.

Рациональное $a (= p/q)$. Поскольку задача трансляционно-инвариантна в n -пространстве, можно нумеровать собственные состояния квазиимпульсом $\mathcal{K}$ ($0 \leq \mathcal{K} < 2\pi/q$). Тогда спектр определяется уравнением

$$\beta_r^\pm(\mathcal{K}) = 2\pi a \left(r + \frac{1}{2}\right) \pm \frac{2}{q} \times \arcsin\left\{\tau^q \sin\left[\frac{q}{2}(\mathcal{K} - 2\pi ar + \pi)\right]\right\},$$

где $r = 0, 1, \dots, q-1$. Выражение для блоховской функции $\Phi_\beta(n)$ в рациональном случае приводится в [12].

2.3. Окончательные результаты. В пределе сильной локализации ($\tilde{v} \rightarrow 0$) из (7) можно получить следующее выражение для тока и безразмерного контактанса:

$$I = I_0 \tilde{v} \left(\frac{2R_{\text{loc}}}{\Delta}\right)^2, \quad g = \pi \hbar v \Delta \left(\frac{2R_{\text{loc}}}{e\mathcal{E}\Delta}\right)^2. \quad (9)$$

Следовательно, в иррациональном случае средний ток стремится к нулю, когда $\tilde{v} \rightarrow 0$. В рациональном случае с помощью (6) и уравнения для $\beta(\mathcal{K})$ ток можно выразить как

$$\frac{I}{I_0} = \frac{1 - \sqrt{1 - \tau^{2q}}}{\tilde{v}} + \sum_{\pm, r=0}^{q-1} \int d\mathcal{K} \frac{|\Omega_r^\pm|^2 \tilde{v}}{\tilde{v}^2 + \sin^2 \Phi_r^\pm}, \quad (10)$$

где

$$\Omega_{r\mathcal{K}}^\pm = \sum_{n=0}^{q-1} (\Phi_{\beta_0}, \hat{V} \Phi_{\beta_r^\pm}),$$

$\Phi_{\beta_r^\pm}(n)$ — блоховская амплитуда, соответствующая собственному состоянию $\Psi_{r\mathcal{K}}^\pm(n)$, $\Phi_r^\pm = [\beta_0^+(\mathcal{K}) - \beta_r^\pm(\mathcal{K})]/2$. Первый член в (10) определяет вклад в средний ток от внутризонных переходов. Формально он стремится к бесконечности, когда $\tilde{v} \rightarrow 0$. Следовательно, *внутризонные переходы определяют сингулярное поведение тока* в рациональном случае. Эти выводы согласуются с результатами численных расчетов [9]. Точное выражение для собственной функции $\Phi_{\beta_r^\pm}(n)$ в пределе при $q, p \rightarrow \infty$, $p/q = \text{const}$ переходит в выражение (8). Ток, вычисленный в соответствии с (10), также остается непрерывным. Таким образом, уравнение (10) с достаточно большими p и q может использоваться как хорошее приближение для иррациональных значений a . Результаты таких расчетов приведены на рис. 1.

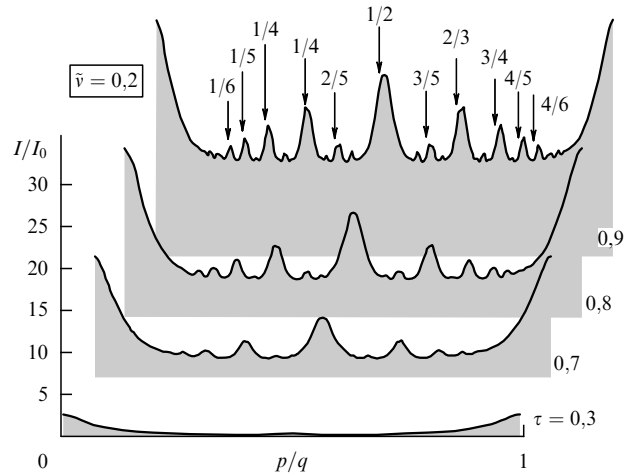


Рис. 1. Нормированный ток I/I_0 как функция $a = p/q$ при $\tilde{v} = 0,2$ для различных амплитуд туннелирования Ландау–Зенера τ , $I_0 = |e|\Delta/\hbar$. Стрелками показаны положения максимумов.

3. Обсуждение и выводы

В данном рассмотрении было неявно сделано два предположения: а) динамика электронов определяется линейным законом дисперсии; б) энергетические щели, как и матрицы рассеяния $\hat{S}$, одни и те же для всех учитываемых энергетических уровней. Предположение а) справедливо, если число вовлеченных состояний (ограниченное скоростью релаксации) много меньше N_F . Это выполняется, если

$$\left(\frac{\hbar v}{\Delta}\right)^2 \frac{\Delta}{e\mathcal{E}} N_F \gg 1.$$

Первый множитель в этом произведении мал, тогда как два другие велики. Однако можно сделать вывод, что этот критерий может выполняться в условиях реальных экспериментов.

Предположение б) справедливо, если фурье-компонента потенциала примеси (барьера)

$$\int V(\varphi) \exp(2in\varphi) d\varphi$$

для соответствующих n не зависит существенно от n . Это выполняется, если потенциал рассеяния ограничен областью шириной $\delta\varphi \ll 2\pi v t_0$. Заметим, что неравенство $v t_0 \ll 1$ важно для поддержания заметной накачки энергии.

Другое приближение состоит в том, что релаксация учитывалась самым упрощенным способом с использованием одного времени релаксации в уравнении для матрицы плотности. Это предположение равносильно тому, что релаксация вызывается переносом электронов в *реальном пространстве* между кольцом и окружающим его резервуаром. Если электронный энергетический спектр в резервуаре непрерывный, то время жизни электронного состояния в кольце с учетом этого механизма почти не зависит от его квантовых чисел. Рассмотренный выше механизм дает возможность описывать электронные состояния в кольце как чисто квантовые, причем скорость релаксации представляет собой затухание, обусловленное уходом в резервуар. Точные результаты, полученные выше, справедливы в случае, когда такой механизм "ухода" доминирует. Внутренние неупругие процессы релаксации в кольце могут, в принципе, приводить к заметному различию между скоростями релаксации фазы и энергии. Такая ситуация требует отдельного рассмотрения. Однако в наиболее интересном случае эффективного туннелирования Ландау–Зенера внутренние неупругие процессы должны иметь большой переданный импульс и, следовательно, сильно подавляются [5].

В заключение отметим, что получено точное решение задачи о квантовой динамике электронов в одноканальном баллистическом кольце с барьером, пронизанном линейно зависящим от времени магнитным потоком. Доказано существование экспоненциальной локализации в энергетическом пространстве. Наконец показано, что на графике зависимости постоянного тока от индуцированной электродвижущей силы виден набор пиков с фрактальной структурой. Характер этой структуры сильно зависит от высоты барьера, а также от скорости релаксации.

Работа выполнена при финансовой поддержке KVA, TFR и Научного совета Норвегии. Авторы также благодарны INTAS за частичную финансовую поддержку (грант № 94-3862).

Список литературы

1. Imry Y *Quantum Coherence in Mesoscopic Systems* NATO Advanced Study Institute, Series B: Physics (New York: Plenum, 1991) Vol. 254
2. Büttiker M, Imry Y, Landauer R *Phys. Lett. A* **96** 365 (1983); Landauer R *Phys. Rev. B* **33** 6497 (1983)
3. Gefen Y, Thouless D J *Phys. Rev. Lett.* **59** 1752 (1987)
4. Gefen Y, Thouless D J *Phil. Mag.* **56** 1005 (1987)
5. Swahn T et al. *Phys. Rev. Lett.* **73** 162 (1994)
6. Shimshoni E, Gefen Y *Ann. Phys.* **210** 16 (1991)
7. Hübner R, Graham R *Phys. Rev. B* **53** 4870 (1996)
8. Casati G et al., in *Stochastic Behaviour in Classical and Quantum Hamiltonian Systems* (Eds by G Casati, J. Ford); *Lecture in Physics* (Berlin: Springer, 1979) Vol. 93 p. 334; Grempel D R, Fishman S, Prange R E *Phys. Rev. A* **29** 1639 (1984)
9. Blatter G, Browne D A *Phys. Rev. B* **37** 3856 (1988)
10. Ao P *Phys. Rev. B* **41** 3998 (1990)
11. Landau L D *Phys. Z. Sov.* **2** 46 (1932); Zener C *Proc. Roy. Soc. (London)* **A 137** 696 (1932); Mullen K et al. *Phys. Rev. Lett.* **62** 2543 (1989)
12. Gorelik L et al. submitted to *Phys. Scr.*

Интерференционные эффекты в мезоскопических неупорядоченных кольцах и проволоках

М. Паско, Ж. Монтамбо

1. Введение

Наблюдение незатухающих токов (persistent current) в мезоскопических металлических кольцах возродило интерес к исследованию интерференционных эффектов в когерентных диффузионных системах [1–6]. В то время как связанные с транспортом величины типа поправки слабой локализации были вычислены в 1980-х гг., незатухающие токи исследовались позднее с помощью тех же методов [7–14]. Все эти величины могут быть описаны на диаграммном языке в терминах диффузонов и куперонов, которые отражают диффузионную природу движения электронов в случае, когда средний свободный пробег l_e меньше характерного размера системы L .

Эти диаграммные вычисления позже были представлены в более наглядном виде, когда интересующие нас величины явно связаны с вероятностью возврата для диффундирующей частицы. В настоящей работе приводится вывод этих величин с помощью формализма, в котором все величины очень просто связаны между собой, и их можно вычислить, зная только одну функцию. Авторы недавно использовали этот формализм для расчета мезоскопической намагниченности в различных геометриях типа связанных колец. Это может помочь в понимании экспериментальной ситуации и соотношения между взаимодействием и беспорядком в мезоскопических структурах [15]. В качестве примера здесь приводятся результаты для колец и проволок, которые могут быть непосредственно получены с помощью этой техники.

2. Транспорт, термодинамика и вероятность возврата

Будем характеризовать диффузионное движение величиной $p_\gamma(\mathbf{r}, \mathbf{r}', t)$ — решением уравнения диффузии

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \gamma - D \left(\nabla + \frac{2ie\mathbf{A}}{\hbar c} \right)^2 \right] p_\gamma(\mathbf{r}, \mathbf{r}', t) = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \delta(t), \quad (1)$$

где D — коэффициент диффузии. Скорость рассеяния $\gamma = D/L_\phi^2$ описывает разрушение фазовой когерентности, L_ϕ — длина фазовой когерентности. Скорость рассеяния γ должна сравниться с $1/\tau_D = D/L^2$, где τ_D — время диффузии, т.е. характерное время, необходимое для диффузии через систему размера L . Это время является обратной величиной к энергии Таулеса $E_c = \hbar D/L^2$.

Вероятность возврата фактически представляет собой сумму двух членов, чисто классического и интерференционного, который возникает в результате интерференции между парами обращенных во времени траекторий. В диаграммном представлении они связаны с диаграммами для диффузонов и куперонов. Интерференционный член $p_\gamma^C(\mathbf{r}, \mathbf{r}', t)$ зависит от поля и является решением приведенного выше уравнения. Классический