

пределе степенным образом убывающий симметризованный коррелятор легко отделить от экспоненциально убывающего антисимметризованного; ясно, однако, что чем меньше отношение $8T_x/\hbar\gamma$, характеризующее прибор (амперметр), тем лучше, и если это отношение очень мало, то вклад от симметризованного коррелятора токов всегда будет доминирующим.

По-видимому, рассмотренная нами в этом разделе задача наиболее близка к задаче о сбое фазы электронов электрическим полем. Сбой фазы электрическим полем при нулевой температуре имеет место, однако из общих соображений представляется неверным способ вычисления зависимости сбоя фазы от времени просто путем подстановки симметризованного коррелятора полей в выражения, полученные для сбоя фазы классическим гауссовым случайным полем. Технически это утверждение можно доказать, анализируя диаграммы, описывающие затухание "куперона" — при этом некоторый класс диаграмм, существенный для сбоя фазы классическим полем, в квантовом случае при нулевой температуре равен нулю из-за специфических сокращений.

Автор благодарен за стимулирующие обсуждения М.В. Фейгельману, С.В. Иорданскому, В.Е. Кравцову, Л.С. Левитову, В.И. Фалько, К.А. Матвееву, Ю.М. Белоусову, Дж. Блаттеру.

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (грант 96-02-19568), и Swiss National Foundation.

Список литературы

1. Lesovik G B, Loosen R *Pis'ma v ZhETF* **65** 280 (1997) [*JETP Lett.* **65** 295 (1997)]
2. Lesovik G B, Levitov L S *Phys. Rev. Lett.* **72** 538 (1994)
3. Eric Yang S-R *Solid State Commun.* **81** 375 (1992)
4. De Chamon C, Freed D E, Wen X G *Phys. Rev. B* **51** 2363 (1995)
5. Levitov L S, Lee H, Lesovik G B *J. Math. Phys.* **37** 4845 (1996)
6. Reznikov M et al. *Phys. Rev. Lett.* **75** 3340 (1995)
7. Schoelkopf R J et al. *Phys. Rev. Lett.* **78** 3370 (1997)
8. Mohanty P, Jarwala E M Q, Webb R A *Phys. Rev. Lett.* **78** 3366 (1997)
9. Landau L D, Lifshitz E M *Statistical Physics* (London: Pergamon Press, 1958)
10. Nyquist H *Phys. Rev.* **32** 110 (1928)
11. Perina J *Coherence of Light* (Dordrecht: D. Reidel Publishing Co., 1985)
12. Lamb W E, Retherford R C *Phys. Rev.* **72** 339 (1947)
13. Casimir H B G *Proc. Kon. Ned. Akad. Wet.* **51** 793 (1948)
14. Mandel L *Phys. Rev.* **152** 438 (1966)

Влияние обменных эффектов на дробовой шум в многоконтактных проводниках

Я.М. Блантер, С.А. Ван Ланген, М. Бюттикер

1. Введение

В последнее десятилетие сильно увеличился интерес к дробовому шуму в мезоскопических системах [1], особенно после того, как было найдено, что изучение этого шума дает информацию о системе, которая не содержится в данных о проводимости [2–4].

Для металлических диффузионных проволок в пределе низких частот бимодальное распределение коэффициентов прозрачности [5] приводит к сильному подавлению шума в три раза по отношению к пуассоновскому значению:

$$S(\omega = 0) = \frac{1}{3} eGV. \quad (1)$$

Здесь $S(\omega)$ — фурье-образ коррелятора ток–ток, $S(t) = \langle \Delta I(t) \Delta I(0) \rangle$, G и V — проводимость проволоки и приложенное напряжение соответственно, $\Delta I = I(t) - \langle I \rangle$. Соотношение (1) было впервые теоретически получено разными способами [6–10] и, как показано, оно нечувствительно к дефазировке, по крайней мере в полуклассической трактовке [11]. После первого экспериментального подтверждения подавления дробового шума [12] были проведены новые эксперименты [13] в режиме доминирования взаимодействия [14] и в режиме, когда шум подавляется неупругим рассеянием [6, 15, 16]. Дробовой шум не был обнаружен и в массивном металлическом образце [6, 17].

Подобные результаты были получены теоретически для баллистической полости с хаотической классической динамикой. Транспорт через такие системы может быть описан в предположении, что матрица рассеяния системы является случайной матрицей из кругового ансамбля [18, 19]. Как и для диффузионных систем, бимодальное распределение собственных чисел прозрачности уменьшает дробовой шум многоканальной полости ниже пуассоновского значения с фактором подавления $1/4$ вместо $1/3$ [19]. Для этого не требуется фазовой когерентности. Однако неупругое рассеяние еще больше подавляет дробовой шум [1].

Другие недавние достижения в этой области связаны с экспериментальным исследованием дробового шума в дробном квантовом режиме Холла [20, 21], теорией такого шума для полузаполненного уровня Ландау [22], с экспериментальными [23] и теоретическими [24–27] исследованиями частотной зависимости дробового шума.

Ниже мы будем интересоваться обменными эффектами в дробовом шуме. Это явление известно в оптике как эффект Брауна–Твисса [28], оно было исследовано в мезоскопических проводниках в работе [29]. Мы рассмотрим проводник, соединенный с четырьмя резервуарами α , β , γ и δ , находящийся в равновесии (примеры показаны на рис. 1), и обсудим три типа экспериментов. В эксперименте *A* ток идет из контакта β , т.е. $\mu_\alpha = \mu_\gamma = \mu_\delta$; $\mu_\beta - \mu_\alpha = eV$, причем μ_λ — химический потенциал для

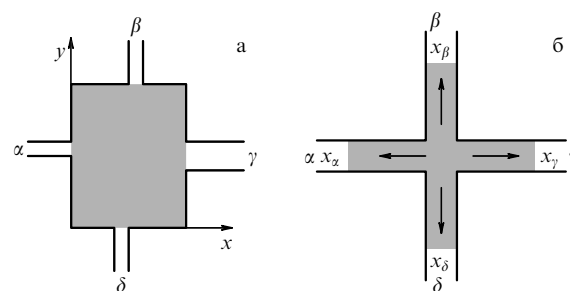


Рис. 1. Четырехконтактные проводники, неупорядоченная область заштрихована. Воспроизведено из работы [10].

электронов в резервуаре λ . В эксперименте B ток идет из контакта δ : $\mu_\alpha = \mu_\beta = \mu_\gamma$; $\mu_\delta - \mu_\alpha = eV$. И наконец, в эксперименте C ток поступает через оба контакта β и δ : $\mu_\alpha = \mu_\gamma$; $\mu_\beta = \mu_\delta$; $\mu_\beta - \mu_\alpha = eV$. Токовые корреляции на контактах α и γ измеряются во всех этих экспериментах, $S_j(t) \equiv -\langle \Delta I_\alpha(t) \Delta I_\gamma(0) \rangle$, $j = A, B, C$.

Общий анализ, проведенный в работе [29], позволяет выразить эти величины через матрицы рассеяния $s^{\lambda\nu}$, где индексы λ и ν нумеруют контакты. Таким образом, для нулевой частоты и температуры¹ можно получить

$$\begin{Bmatrix} S_A \\ S_B \\ S_C \end{Bmatrix} = \frac{e^2}{\pi} e|V| \begin{Bmatrix} \Xi_1 \\ \Xi_2 \\ \Xi_1 + \Xi_2 + \Xi_3 + \Xi_4 \end{Bmatrix}, \quad (2)$$

где величины Ξ_i определены следующим образом:

$$\begin{aligned} \Xi_1 &= \text{Tr} (s^{\dagger\alpha\beta} s^{\alpha\beta} s^{\dagger\gamma\delta} s^{\gamma\delta}), \\ \Xi_2 &= \text{Tr} (s^{\dagger\alpha\delta} s^{\alpha\delta} s^{\dagger\gamma\beta} s^{\gamma\beta}), \\ \Xi_3 &= \text{Tr} (s^{\dagger\alpha\beta} s^{\alpha\delta} s^{\dagger\gamma\delta} s^{\gamma\beta}), \\ \Xi_4 &= \text{Tr} (s^{\dagger\alpha\delta} s^{\alpha\beta} s^{\dagger\gamma\beta} s^{\gamma\delta}). \end{aligned} \quad (3)$$

Матрицы рассеяния рассчитываются на поверхности Ферми, и свертка производится по индексам входных каналов.

Таким образом, $S_C \neq S_A + S_B$: эксперименты A и B не аддитивны из-за интерференционных членов Ξ_3 и Ξ_4 . Как показано в [29], эти члены имеют разные знаки для фермионов и бозонов, следовательно, мы можем называть их обменными членами и определить обменный вклад в токовую корреляцию как

$$\Delta S = S_C - S_A - S_B.$$

Как следует из унитарности матриц $s^{\lambda\nu}$, величины Ξ_1 и Ξ_2 (далее мы будем называть их прямыми членами) являются положительно определенными. В то же самое время сумма $\Xi_3 + \Xi_4$ может иметь любой знак. Это означает, что обмен может как подавлять, так и усиливать прямой вклад.

Это общий результат, верный для произвольного многоконтактного проводника. При рассмотрении металлической неупорядоченной или хаотической системы необходимо усреднить все эти величины по ансамблю конфигураций примесей или полостей соответственно. По наивности можно подумать, что из-за наличия фаз у величин Ξ_3 и Ξ_4 их среднее будет равно нулю и, тем самым, среднее от обменного члена $\langle \Delta S \rangle$ тоже будет равно нулю (здесь мы использовали угловые скобки для обозначения соответствующего усреднения). Ниже мы представим результаты явного вычисления усредненных корреляционных функций S_j и покажем, что этого не происходит и усредненный обменный коррелятор $\langle \Delta S \rangle$ в общем случае не равен нулю. Мы также дадим простое объяснение этого явления для диффузионной системы. Подробности вычислений можно найти в работах [10, 30].

Ниже мы будем пренебрегать электрон-электронным взаимодействием. Для диффузионной системы, так как

для усредненных по ансамблю величин эффект является локальным и электронные траектории, ограничивающие большую площадь, подавляются, мы полагаем, что этот эффект не будет чувствителен к дефазировке. Для хаотической полости дефазировка может быть промоделирована дополнительным фиктивным напряжением. Найдено, что результаты, представленные ниже, не требуют фазовой когерентности [30].

2. Диффузионные системы

Рассмотрим неупорядоченную двумерную систему, соединенную с резервуарами идеальными контактами. Поперечное движение электронов в каждом контакте квантовано, и мы предполагаем, что все контакты широкие, т.е. число каналов на поверхности Ферми контакта λ велико, $N_\lambda = p_F W_\lambda \gg 1$. Здесь p_F — ферми-импульс, а W_λ — ширина контакта.

Общие соотношения [31] позволяют определить матрицы рассеяния через запаздывающую и опережающую функции Грина системы с любой геометрией. При этом полученные выражения должны быть усреднены с помощью стандартной диаграммной техники для примесей [32]. На промежуточной стадии необходимо решить диффузионное уравнение с граничными условиями, соответствующими заданной геометрии. Эта программа была выполнена в работе [10], где рассматривались два частных случая, показанные на рис. 1. Прежде чем привести наши результаты, мы хотели бы отметить, что диаграммы, которые дают основной вклад в обменные члены в корреляционной функции тока, можно обратно перевести на язык движения электронов в реальном пространстве. Типичная электронная траектория, дающая вклад в эти величины, представлена на рис. 2. Движение электронов является, по существу, диффузией между контактами с баллистическим распространением вблизи контактов и центра образца (такое распространение описывается одночастичной функцией Грина, усредненной по беспорядку). Движение в центре образца описывается в терминах диаграммы Хиками [33], в которой все четыре точки находятся на расстоянии, не превышающем длину волны. Это означает, что при обычном рассмотрении

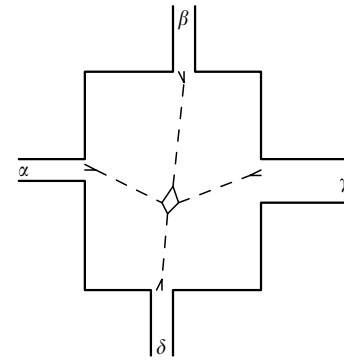


Рис. 2. Типичные электронные траектории, дающие вклад в обменные члены для дробового шума. Сплошные линии означают баллистическое распространение (описываемое усредненной одночастичной функцией Грина), штриховые линии означают диффузионное распространение (описываемое диффузией). Воспроизведено из работы [10].

¹ Мы полагаем $\omega = T = 0$ и рассматриваем в статье только режим линейный по напряжению V . Мы также полагаем, что $\hbar = 1$.

металлических диффузионных проводников эти траектории не ограничивают какую-либо площадь. Это приводит к существованию эффекта при усреднении по ансамблю. Если бы электроны, движущиеся вдоль "обменных" траекторий приобретали фазовый сдвиг, то эффект исчезал бы при усреднении по ансамблю. Отсутствие накопления такого фазового сдвига также доказывает, что корреляции, усредненные по ансамблю, не чувствительны к дефазировке.

Теперь мы представим результаты для двух конкретных типов геометрии.

2.1. Геометрия типа ящика

Для такой геометрии, представленной на рис. 1а, мы предполагаем, что все контакты широкие: $W_i \gg l$, где l означает длину свободного пробега. Затем приближенно решаем диффузионное уравнение. Прежде всего результаты для прямых корреляционных функций S_A и S_B обменного вклада ΔS так же, как и их отношение, не являются универсальными, они зависят от геометрии образца, его ширины, положения контактов и т.д.

Более того, для симметричного образца (квадрата $L \times L$ с четырьмя идентичными контактами ширины W в центре каждой стороны образца) можно получить [10]

$$\begin{Bmatrix} \Xi_1 = \Xi_2 \\ \Xi_3 = \Xi_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \eta_1 \\ -\eta_3 \end{Bmatrix} p_F l \left(\frac{W}{L} \right)^4, \quad (4)$$

с положительными константами

$$\eta_1 = \frac{1}{2 \sinh^3 \pi} (\cosh \pi - 1) (2\pi \cosh \pi - \sinh \pi) \approx 0,21,$$

$$\eta_3 = \frac{1}{\sinh^3 \pi} (2\pi \cosh \pi - \sinh \pi) \approx 0,03.$$

Видно, что обменный эффект существует и имеет *отрицательный* знак (т.е. он уменьшает результирующий ток, полученный в эксперименте C , по сравнению с суммарным током экспериментов A и B). Хотя относительная величина этого эффекта порядка $\Xi_3/\Xi_1 \sim 0,1$, он должен отчетливо наблюдаться в эксперименте.

2.2. Геометрия типа креста

Теперь рассмотрим геометрию типа креста, показанную на рис. 1б, и предположим, что все перекладины этого креста имеют одинаковую длину L и ширину W . Для $L \gg W$ можно считать диффузию одномерной. Предположим также, что центр этого креста можно описать с помощью коэффициента отражения R и коэффициента прозрачности $T = (1 - R)/3$ для его любых двух перекладин. Поскольку площадь пересечения перекладин пренебрежимо мала по сравнению с площадью самих перекладин, можно исключить вероятность обнаружить блок Хиками в области пересечения и учесть такую возможность только для одной из перекладин креста. Тогда это приведет [10] к выражениям

$$\Xi_1 = \Xi_2 = \frac{l}{3L} W p_F \frac{3(1 + \epsilon^2) + 4}{(3 + \epsilon)^4},$$

$$\Xi_3 = \Xi_4 = \frac{4l}{L} W p_F \frac{\epsilon - 1}{(3 + \epsilon)^4},$$

где

$$\epsilon = \begin{cases} 1 + l(LT)^{-1}(1 - 2T), & T \gg l/L, \\ l(LT)^{-1}, & T \ll l/L. \end{cases} \quad (6)$$

Таким образом, когда $T \gg l/L$ и полная прозрачность образца регулируется диффузией через перекладины, а не через центр креста, имеем $\epsilon \sim 1$. Величины Ξ_1 и Ξ_2 регулярны в окрестности $\epsilon = 1$, и тем самым конечны: $\Xi_1 = \Xi_2 = (5/192)(p_F W l/L)$. В то же время обменные члены Ξ_3 и Ξ_4 существенно подавлены по параметру l/L :

$$\Xi_3 = \Xi_4 = \frac{1}{64} \frac{p_F W l^2}{L^2 T} (1 - 2T).$$

В менее реалистичном случае $T \ll l/L$ (когда прозрачность определяется центром креста) получим, что $\epsilon \gg 1$. Все величины Ξ_i малы, так как все каналы почти закрыты (ср. с ситуацией для двухконтактного дробового шума [4, 2]), при этом обменные члены еще дополнительно подавлены по параметру ϵ^{-1} .

Таким образом, для геометрии креста (рис. 1б) обменный шум $\langle \Delta S \rangle$ подавлен по сравнению с членами $\langle S_A + S_B \rangle$ независимо от прозрачности центра крестовины. Также заметим, что для геометрии креста обменный вклад *положителен*, хотя и мал: суммарный эффект увеличивается благодаря обмену.

Результаты, полученные для геометрии креста, позволяют нам сделать предсказания для экспериментов в реальных системах. Действительно, мы нашли, что обменный вклад существенно уменьшен по сравнению со средними интенсивностями шума $\langle S_A \rangle$ и $\langle S_B \rangle$. Этот результат был получен в предположении, что в центре креста не происходит промежуточного рассеяния, описываемого блоком Хиками, т.е., строго говоря, для баллистического прохождения через этот центр. Можно предположить, что центр крестовины сам по себе является неупорядоченной или хаотической системой и тогда полный обменный эффект будет определяться свойствами этого центра. Если движение внутри перекрестия является диффузионным, то можно использовать результаты, полученные выше для геометрии типа ящика. При этом ожидается, что полный обменный эффект будет отрицательным. Однако, так как перекладины креста (которые соответствуют неупорядоченным контактам в реальных экспериментах) дают вклад в $\langle S_A \rangle$ и $\langle S_B \rangle$, но не дают вклада в обменный член, последний будет все еще подавлен, если беспорядок простирается в область контактов. И наконец, если центр крестовины является хаотической полостью (см. ниже), неупорядоченные перекладины этого креста играют роль высоких барьеров, отделяющих эту полость от идеальных контактов. В этом случае обменный вклад положителен и увеличивает общий эффект.

3. Хаотическая полость

Теперь рассмотрим случайную полость, связанную с четырьмя резервуарами, каждый из которых несет N каналов. (Для простоты предположим, что симметрия относительно обращения времени нарушена слабым магнитным полем.) Используя однородное распределение на унитарной группе $4N \times 4N$ s -матрицы [18, 19], можно легко усреднить произведение четырех элементов матрицы рассеяния [34], как это требуется для

коррелятора токов. В результате получим [30]

$$\Xi_1 = \Xi_2 = -3\Xi_3 = -3\Xi_4 = \frac{3}{4} \frac{N^3}{16N^2 - 1}. \quad (7)$$

Отметим, что величины Ξ_i зависят только от числа каналов. Знак обменного вклада отрицательный, т.е. общий эффект уменьшается, как и в случае с неупорядоченным ящиком.

Вышеизложенные результаты справедливы для идеальной связи контактов с полостью. Ряд интересных результатов получается, если полость связана с резервуарами через туннельные барьеры с коэффициентом прозрачности Γ (рис. 3). В этом случае эффективная матрица рассеяния системы является рациональной функцией матрицы рассеяния s для полости. При этом можно все еще усреднить эффективную матрицу рассеяния для $N \gg 1$, раскладывая эти дроби в ряд и оценивая каждый член этого ряда с помощью диаграммной техники [35]. Для $\Gamma \gg N^{-1}$ получим [30]

$$\left\{ \begin{array}{l} \Xi_1 = \Xi_2 \\ \Xi_3 = \Xi_4 \end{array} \right\} = \frac{N\Gamma}{64} \left\{ \begin{array}{l} \Gamma + 2 \\ -3\Gamma + 2 \end{array} \right\}. \quad (8)$$

Таким образом, для $\Gamma = 2/3$ обменный эффект меняет знак: если барьеры, отделяющие полость от резервуаров, достаточно высоки, то обмен усиливает корреляции. В противоположном пределе слабой связи $\Gamma \ll N^{-1}$ транспорт определяется одиночным состоянием на ферми-поверхности, что приводит к очень разным результатам. В этом случае двухконтактный дробовой шум исчезает так же, как в случае резонансного туннелирования через симметричный двойной барьер. Для четырехконтактной конфигурации эксперимента с корреляции и флуктуации тока не исчезают [30]. Это полностью обусловлено разделением и объединением бесшумного полного тока от контактов β и δ к контактам α и γ .

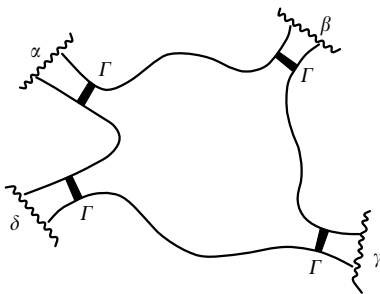


Рис. 3. Хаотическая полость, связанная с четырьмя резервуарами N -канальными контактами. Туннельные барьеры прозрачности Γ моделируют неидеальную связь контактов с полостью. Воспроизведено из работы [30].

4. Заключение

В заключение отметим, что мы исследовали обменные эффекты дробового шума в многоконтактных устройствах. Мы показали, что эти эффекты существуют не только в каждом отдельном эксперименте, но и для величин, полученных при усреднении по ансамблю из неупорядоченных или хаотических систем. В случае неупорядоченной системы это объясняется тем, что характерная электронная траектория ограничивает нулевую площадь и, таким образом, среднее не равно нулю. Более того, в этом случае знак и величина этого

эффекта не универсальны и зависят от геометрии образца. В частности, для геометрии типа ящика, показанной на рис. 1а, обменный вклад уменьшает общий эффект, величина этих поправок порядка самих корреляций тока. В противоположность этому для геометрии типа креста обменные эффекты увеличивают общий эффект, но поправка мала по сравнению с прямым вкладом. Для хаотических полостей найдена универсальная зависимость: обменные члены равны одной третьей от прямых членов и имеют противоположный знак, т.е. суммарный эффект уменьшается. Потенциальные барьеры, установленные между этой полостью и идеальными контактами, увеличивают суммарный эффект, а для достаточно высоких барьеров обмен усиливает корреляции тока.

Работа поддержана Швейцарским национальным фондом науки (Я.М.Б. и М.Б.) и Немецким научным фондом NWO/FOM (С.А.В.Л.).

Список литературы

- De Jong M J M, Beenakker C W J, cond-mat/9611140, to be published in *Mesoscopic Electron Transport, NATO ASI Series E* (Eds L P Kouwenhoven, G Schön, L L Sohn) (Dordrecht: Kluwer Academic Publishing)
- Хлус В А *ЖЭТФ* **93** 2179 (1987) [*Sov. Phys. JETP* **66** 1243 (1987)]
- Лесовик Г Б *Письма в ЖЭТФ* **49** 513 (1989) [*JETP Lett.* **49** 592 (1989)]
- Büttiker M *Phys. Rev. Lett.* **65** 2901 (1990)
- Dorokhov O N *Solid State Commun.* **51** 381 (1984)
- Beenakker C W J, Büttiker M *Phys. Rev. B* **46** 1889 (1992)
- Nagaev K E *Phys. Lett. A* **169** 103 (1992)
- Альтшулер Б Л, Левитов Л С, Яковец А Ю *Письма в ЖЭТФ* **59** 821 (1994) [*JETP Lett.* **59** 857 (1994)]
- Nazarov Yu V *Phys. Rev. Lett.* **73** 134 (1994)
- Blanter Ya M, Büttiker M *Phys. Rev. B* **56** 2127 (1997)
- De Jong M J M, Beenakker C W J *Phys. Rev. B* **51** 16867 (1995); *Physica A* **230** 219 (1996)
- Liefink F et al. *Phys. Rev. B* **49** 14066 (1994)
- Steinbach A H, Martinis J M, Devoret M H *Phys. Rev. Lett.* **76** 3806 (1996)
- Nagaev K E *Phys. Rev. B* **52** 4740 (1995); Kozub V I, Rudin A M *Phys. Rev. B* **52** 7853 (1995)
- Shimizu A, Ueda M *Phys. Rev. Lett.* **69** 1403 (1992)
- Landauer R *Ann. N.Y. Acad. Sci.* **755** 417 (1995); *Physica B* **227** 156 (1996)
- Liu R C, Yamamoto Y *Phys. Rev. B* **50** 17411 (1994); *Phys. Rev. B* **53** 7555(E) (1994)
- Baranger H U, Mello P A *Phys. Rev. Lett.* **73** 142 (1994)
- Jalabert R A, Pichard J-L, Beenakker C W J *Europhys. Lett.* **27** 255 (1994)
- Saminadayer L et al., cond-mat/9706307
- De-Picciotto R et al., cond-mat/9707289
- Von Oppen F, cond-mat/9707219
- Schoelkopf R J et al. *Phys. Rev. Lett.* **78** 3370 (1997)
- Büttiker M *J. Math. Phys.* **37** 4793 (1996)
- Naveh Y, Averin D V, Likharev K K, cond-mat/9701095
- Nagaev K E, cond-mat/9706024
- Pedersen M H, Van Langen S A, Büttiker M, cond-mat/9707086
- Hanbury Brown R, Twiss R Q *Nature* **177** 27 (1956); Goldberger M L, Lewis H W, Watson K M *Phys. Rev.* **132** 2764 (1963); Loudon R, in *Disorder in Condensed Matter Physics* (Eds J A Blackman, J Taguena) (Oxford: Clarendon Press, 1991) p. 441
- Büttiker M *Phys. Rev. B* **46** 12485 (1992)
- Van Langen S A, Büttiker M *Phys. Rev. B* **55** R1680 (1997)
- Fisher D S, Lee P A *Phys. Rev. B* **23** 6851 (1981); Stone A D, Szafer A *IBM J. Res. Develop.* **32** 384 (1988); Baranger H U, Stone A D *Phys. Rev. B* **40** 8169 (1989)
- Altshuler B L, Aronov A G, in *Electron-Electron Interactions in Disordered Systems* (Eds by A L Efros, M Pollak) (Amsterdam: North-Holland, 1985) p. 1
- Hikami S *Phys. Rev. B* **24** 2671 (1981)
- Creutz M *J. Math. Phys.* (N.Y.) **19** 2043 (1978)
- Brouwer P W, Beenakker C W J *J. Math. Phys.* **37** 4904 (1996)