Исследование выполнено при частичной поддержке грантом RPL-273 US CRDF for Independent States of FSU. Настоящая работа также поддержана грантами INTAS 95-I/RU-675 и Российского фонда фундаментальных исследований 95-02-05883.

Список литературы

1. Skyrme T U R *Proc. R. Soc. A* **247** 260 (1958)
2. Белавин А А, Поляков А М *Письма в ЖЭТФ* **22** 245 (1975)
3. Sondhi S et al. *Phys. Rev. B* **47** 16418 (1993)
4. Fertig H et al. *Phys. Rev. B* **50** 11018 (1994)
5. Moon K et al. *Phys. Rev. B* **51** 5138 (1995)
6. Bychkov Yu, Maniv T, Vagner I *Phys. Rev. B* **53** 10148 (1995)
7. Apel W, Bychkov Yu *Phys. Rev. Lett.* **78** 2188 (1997)
8. Иорданский С, Плясунов С *Письма в ЖЭТФ* **65** 248 (1997)
9. Иорданский С *Письма в ЖЭТФ* **66** 178 (1997)
10. Иорданский С, Плясунов С *ЖЭТФ* **112** 1899 (1997); cond-mat/9706236
11. Wilczek F, Zee A *Phys. Rev. Lett.* **51** 2250 (1983)
12. Volovik G, Yakovenko V *J. Phys. Cond. Matter* **1** 5263 (1989)
13. Volovik G, Yakovenko V, cond-mat/973228

Микроскопический вывод эффективного лагранжиана для скирмионов в двумерном газе взаимодействующих электронов при малом g-факторе

В. Апель, Ю.А. Бычков

1. Введение

Электронные системы, ограниченные в двух измерениях и находящиеся в сильных магнитных полях, продолжают интенсивно исследоваться как экспериментально, так и теоретически [1]. Из-за магнитного поля электронные энергии отдельных частиц образуют вырожденные уровни Ландау, и электрон-электронные взаимодействия являются критическими для физических свойств. В последнее время большое внимание привлекает спиновая степень свободы. В течение долгого времени было принято считать, что основными возбуждениями являются возбуждения типа частица – дырка (спин – экситон), когда циклотронная энергия намного больше, чем характерная кулоновская энергия [2 – 5]. Однако последние эксперименты, проведенные при факторе заполнения близком или равном единице, когда полностью заполнен один из спиново-расщепленных подуровней Ландау, поменяли это представление. Энергия активации сопротивления, измеренного под давлением [6], спиновая поляризация, измеренная с помощью спектрометрии магнитного поглощения [7], транспортные эксперименты в наклонных магнитных полях [8], и измерения сдвига Найта с помощью оптически накачиваемого ЯМР [9] служат доказательством того, что существует новый тип основных возбуждений — скирмионы. Теоретически возбуждения такого рода были изучены ранее при исследовании двумерных изотропных ферромагнетиков [10]. Только недавно было показано, что в системе взаимодействующих электронов в магнитном поле также существуют скирмионы при условии, что g-фактор меньше некоторой критической величины [11]. Энергия необходимая для создания пары скирмион – антискирмион при $g \to 0$ равна только половине энергии создания синглетного спин-экситона с очень большим импульсом. Заряд скирмиона равен заряду электрона e. Число перевернутых электронных спинов, содержащихся в скирмионе, было вычислено в приближении Хартри – Фока (ХФ) [12]; это число зависит от g-фактора и больше единицы. Совсем недавно квантовая природа скирмиона — его спин — была рассмотрена с помощью микроскопической теории [13] путем обобщения метода, использованного ранее [14] для вывода гамильтоновой части эффективного лагранжиана.

Данная статья организована следующем образом. В разделе 2 мы введем модель и свои обозначения, а также приведем основные результаты вывода эффективного лагранжиана, который уже был частично описан в предыдущей работе [14, 13]. Разделы 3 и 4 посвящены краткому обсуждению уравнений движения и тензора энергии-импульса. В разделе 5 мы получим критерий применимости ХФ-приближения.

2. Эффективный лагранжиан

Исследуем взаимодействующие 2D-электроны, движующиеся в сильном магнитном поле. Орбитальные состояния этих электронов ограничены самым нижним уровнем Ландау, мы будем работать в калибровке Ландау. Пусть $\hat{a}_p^\dagger$ ($\hat{b}_p^\dagger$) — оператор рождения состояния отдельной частицы с квантовым числом p и спиновой проекцией, параллельной (антипараллельной) магнитному полю. Тогда гамильтониан имеет вид

$$\hat{H} = \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{q},\, p_1, p_2} \tilde{V}(q) \exp\left[\mathrm{i} q_x (p_2' - p_1)\right] \times$$
$$\times \left[\hat{a}_{p_1}^\dagger \hat{a}_{p_2}^\dagger \hat{a}_{p_2'} \hat{a}_{p_1'} + (\hat{a} \to \hat{b}\,) + 2\hat{a}_{p_1}^\dagger \hat{b}_{p_2}^\dagger \hat{b}_{p_2'} \hat{a}_{p_1'}\right]. \tag{1}$$

Здесь $\tilde{V}(q) = \exp(-q^2/2) V(q)$, где $V(q)$ — взаимодействие электронов; $p_{1,2}' = p_{1,2} \mp q_y$. Магнитная длина l_H используется как единица измерения длины, величина $\hbar$ полагается равной 1. К (1) можно легко добавить член, связанный с эффектом Зеемана, здесь мы его опустили для краткости.

2.1. Приближение Хартри-Фока

В приближении Хартри – Фока основное состояние определяется детерминантом Слэттера для одночастичных состояний $|\Psi_{\mathrm{HF}}\rangle = \Pi_p \hat{A}_p^\dagger |0\rangle$. Операторы рождения состояний в нижней (верхней) зоне ХФ $\hat{A}_p^\dagger$ ($\hat{B}_p^\dagger$) определяются через операторы рождения начальных электронных состояний

$$\hat{A}_p = \sum_{p_1} (U_{p,p_1} \hat{a}_{p_1} + V_{p,p_1} \hat{b}_{p_1}),$$
$$\hat{B}_p = \sum_{p_1} (W_{p,p_1} \hat{a}_{p_1} + X_{p,p_1} \hat{b}_{p_1}), \tag{2}$$

где матрицы

$$\hat{U} = \exp\left(\tfrac{\mathrm{i}\hat{\psi}}{2}\right) \cos\tfrac{\hat{\theta}}{2} \exp\left(\tfrac{\mathrm{i}\hat{\phi}}{2}\right), \qquad \hat{V} = \exp\left(\tfrac{\mathrm{i}\hat{\psi}}{2}\right) \sin\tfrac{\hat{\theta}}{2} \exp\left(-\tfrac{\mathrm{i}\hat{\phi}}{2}\right),$$
$$\hat{W} = -\exp\left(-\tfrac{\mathrm{i}\hat{\psi}}{2}\right) \sin\tfrac{\hat{\theta}}{2} \exp\left(\tfrac{\mathrm{i}\hat{\phi}}{2}\right), \quad \hat{X} = \exp\left(-\tfrac{\mathrm{i}\hat{\psi}}{2}\right) \cos\tfrac{\hat{\theta}}{2} \exp\left(-\tfrac{\mathrm{i}\hat{\phi}}{2}\right) \tag{3}$$

параметризованы эрмитовыми матрицами $\hat{\psi}$, $\hat{\theta}$ и $\hat{\phi}$. Определим элементы последних как матричные элементы угловых функций $\psi(\mathbf{r})$, $\theta(\mathbf{r})$, и $\phi(\mathbf{r})$, записанных для состояний на самом нижнем уровне Ландау. Таким образом, любое ХФ-состояние задается выбором этих трех углов Эйлера.

Теперь мы ограничимся только состояниями ХФ, слабо изменяющимися в пространстве. Тогда мы можем выразить исследуемые физические величины через градиентное разложение. Сначала рассмотрим градиентное разложение для ожидаемых величин плотности состояний ХФ $N(\mathbf{r})$ и спиновой плотности $\mathbf{S}(\mathbf{r})$. Начиная с обычного определения (см. [14]), выразим эти величины через $\hat{U}$ и $\hat{V}$, т.е. через $\hat{\psi}$, $\hat{\theta}$ и $\hat{\phi}$. Представляя эти матрицы как функции $\psi(\mathbf{r})$, $\theta(\mathbf{r})$ и $\phi(\mathbf{r})$ и повторно используя закон сложения (уравнение (20) в [14]), мы получим окончательно следующий результат:

$$N(\mathbf{r}) = \frac{1}{2\pi} + \delta N(\mathbf{r}) + O(\nabla^6)\,,$$

$$\delta N(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi}\,\mathbf{n}(\mathbf{r})\cdot\partial_x\mathbf{n}(\mathbf{r})\times\partial_y\mathbf{n}(\mathbf{r}) \tag{4}$$

и

$$\mathbf{S}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi}\,\mathbf{n}(\mathbf{r}) + O(\nabla^4)\,. \tag{5}$$

Таким образом, плотность и спиновая плотность определяются через единичный вектор $\mathbf{n}$,

$$\mathbf{n} \equiv (\sin\bar{\theta}\cos\bar{\phi}, \sin\bar{\theta}\sin\bar{\phi}, \cos\bar{\theta})\,. \tag{6}$$

Здесь черточки сверху означают усреднение по площади одного кванта потока, т.е., возвращаясь к физическим переменным,

$$\bar{\theta}(\mathbf{r}) = \int \frac{d^2h}{\pi l_H^2} \exp\left(-\frac{h^2}{l_H^2}\right)\theta(\mathbf{r}+\mathbf{h})\,. \tag{7}$$

Здесь магнитная длина возникает, естественно, как нижняя граница обрезания для длины волны пространственных изменений плотности состояний и спиновой плотности. Выразив все величины через средние углы Эйлера, мы существенно упрощаем градиентное разложение, так как исчезают следующие поправки ($O(\nabla^4)$ в (4) и $O(\nabla^2)$ в (5)).

Теперь мы можем вывести эффективный лагранжиан $\mathcal{L}$. Рассмотрим ХФ-состояние, зависящее от времени и параметризованное с помощью функций ψ, θ и ϕ, также зависящих от времени. Тогда $\mathcal{L}$ включает кинетическую и гамильтонову части: $\mathcal{L} = \mathcal{L}_k - \mathcal{L}_H$.

2.2. Гамильтонова часть $\mathcal{L}_H$ эффективного лагранжиана

Сначала обсудим гамильтонову часть

$$\mathcal{L}_H = \left\langle \Psi_{HF}|\hat{H}|\Psi_{HF}\right\rangle\,. \tag{8}$$

Так как мы хотим исследовать взаимодействие скирмионов, нам необходимо продолжить градиентное разложение вплоть до членов четвертого порядка. При этом надо ввести плотность состояний и спиновую плотность в ХФ-приближение для $\hat{H}$ (уравнение (7) из [13]). Это достаточно утомительное занятие (даже с упрощениями, представленными в уравнениях (4), (5), где пренебрегается неглавными членами), так как требует учета членов до четвертого порядка в спиновой плотности. Собирая все члены вплоть до четвертого порядка в производных по пространственной переменной, окончательно получим результат, который является неожиданно простым:

$$\mathcal{L}_H = \frac{E(0)}{8\pi}\int d^2r\left\{\frac{1}{4}\sum_{\alpha=x,y}(\partial_\alpha\mathbf{n})^2 - \mathbf{n}\cdot\partial_x\mathbf{n}\times\partial_y\mathbf{n}\right\} - $$
$$- \frac{3E(0)}{2^9\pi}\int d^2r(\Delta\mathbf{n})^2 + \frac{1}{2}\sum_{\mathbf{q}}\tilde{V}(q)\left|\delta N(\mathbf{q})\right|^2\,. \tag{9}$$

Здесь $E(0)$ определяется из

$$E(\mathbf{r}) = \int\frac{d^2q}{(2\pi)^2}\exp(i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r})\tilde{V}(q)\,, \tag{10}$$

$\delta N(\mathbf{q})$ — фурье-преобразование от $\delta N(\mathbf{r})$. Это выражение для $\mathcal{L}_H$ является правильным вплоть до членов четвертого порядка в производных по пространственной переменной.

Мы опустили член четвертого порядка, который является полной производной. Теперь мы покажем, что эта полная производная дает нулевой вклад в $\mathcal{L}_H$ для любого рассматриваемого решения уравнений движения (с фиксированным значением заряда $Q = \int d^2r\,\delta N(\mathbf{r})$). В этом случае рассматриваемый член может быть выражен через плотность δN как

$$\int d^2r\,\Delta\delta N(\mathbf{r}) \to 0\,. \tag{11}$$

Эта полная производная не дает вклада в эффективный лагранжиан, так как δN не является сингулярной. Мы проверили в явном виде случай решения с $Q = 1$ с конечной константой зеемановского расщепления в гамильтониане и также нашли, что этот член с полной производной не дает вклада.

Различные части $\mathcal{L}_H$ обсуждались в [14, 13]. Здесь мы бы хотели сконцентрировать внимание на члене четвертого порядка по пространственным градиентам в соотношении (9),

$$\int d^2r(\Delta\mathbf{n})^2\,. \tag{12}$$

Этот член приводит к дополнительному взаимодействию между скирмионами, возникающими как решения уравнений движения (см. ниже). Мы будем рассматривать (12) по теории возмущений. Рассмотрим невозмущенное решение, которое описывает два скирмиона на расстоянии ρ. Затем оценим (12) и получим следующую дополнительную энергию взаимодействия двух скирмионов:

$$V_{Sk-Sk} = \text{const} - \frac{E(0)}{2}\,\rho^{-2} + O(\rho^{-4})\,. \tag{13}$$

Это взаимодействие обратно пропорционально квадрату расстояния между скирмионами. Следовательно, им можно пренебречь по сравнению с кулоновской энергией при отсутствии экранировки, но оно может быть важно для более реалистичного экранированного кулоновского взаимодействия.

2.3. Кинетическая часть $\mathcal{L}_{\mathrm{k}}$ эффективного лагранжиана

Вернемся к вычислению кинетической части $\mathcal{L}_{\mathrm{k}}$,

$$\mathcal{L}_{\mathrm{k}} = \left\langle \Psi_{\mathrm{HF}} | \mathrm{i}\partial_t | \Psi_{\mathrm{HF}} \right\rangle . \qquad (14)$$

Начиная с этого выражения, проведем градиентное разложение до членов второго порядка включительно по пространственным градиентам. Опять с использованием закона сложения (уравнение (20) в [14]) расчет становится достаточно простым, имеется только одна техническая тонкость. Как указано в [13], следует тщательно избегать изменения порядка суммирования по собственным состояниям (индексам матриц), так как эти суммы не сходятся абсолютно. Проделав все, как описано в [13], получим следующий результат:

$$\mathcal{L}_{\mathrm{k}} = \frac{1}{4\pi} \int \mathrm{d}^2 r \left[\partial_t \bar{\psi}(\mathbf{r}, t) + \cos\bar{\theta}(\mathbf{r}, t)\, \partial_t \bar{\phi}(\mathbf{r}, t) \right] - $$
$$ - \frac{1}{16\pi} \int \mathrm{d}^2 r \left\{ \frac{\partial(\bar{\psi}, \cos\bar{\theta}, \bar{\phi})}{\partial(t, x, y)} - \partial_t \left[\cos\bar{\theta}\, \frac{\partial(\bar{\phi}, \bar{\psi})}{\partial(x, y)} \right] \right\}. \qquad (15)$$

Отметим, что, в то время как гамильтонова часть эффективного лагранжиана определяется единичным вектором $\mathbf{n}$, все углы Эйлера ψ, θ и ϕ входят в кинетическую часть этого лагранжиана.

Выражение (15) для $\mathcal{L}_{\mathrm{k}}$ верно с точностью до членов первого порядка для производных по времени и членов второго порядка для производных по пространству. При выводе мы опустили член

$$\mathrm{i}\partial_t \int \mathrm{d}^2 r\, \delta N(\mathbf{r}) \to 0 \, . \qquad (16)$$

Он не дает вклада в эффективный лагранжиан, так как является производной от топологического заряда Q. Член $\cos\bar{\theta}(\mathbf{r}, t)\, \partial_t \bar{\phi}(\mathbf{r}, t)$ в $\mathcal{L}_{\mathrm{k}}$ определяет динамику поля $\mathbf{n}$ (см. ниже). Возникновение хопфовского члена (первый член во второй строчке в выражении для $\mathcal{L}_{\mathrm{k}}$) тщательно обсуждалось в [13]. Префактор $\Theta = \pi$ в члене Хопфа определяет спин скирмиона. Следуя аргументам из работы [15], мы получили, что спин скирмиона равен $1/2$.

3. Уравнения движения

Обсудим уравнения движения для спиновой плотности $\mathbf{n}(\mathbf{r}, t)$, следующие из эффективного лагранжиана $\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\mathrm{k}} - \mathcal{L}_{\mathrm{H}}$ (ср. уравнения (15) и (9)):

$$\partial_t \mathbf{n} = \mathbf{n} \times \frac{1}{4}\, E(0) \left(\Delta\mathbf{n} + \frac{3}{16}\, \Delta\Delta\mathbf{n} \right) - $$
$$ - \left(\partial_x \mathbf{n}\, \partial_y - \partial_y \mathbf{n} \partial_x \right) \int \mathrm{d}^2 r'\, E(\mathbf{r} - \mathbf{r}')\, \delta N(\mathbf{r}', t) \, . \qquad (17)$$

Здесь мы опустили аргументы $\mathbf{r}$ и t поля $\mathbf{n}$. Динамика единичного вектора $\mathbf{n}$ определяется членом $\cos\bar{\theta}\, \partial_t \bar{\phi}$ в $\mathcal{L}_{\mathrm{k}}$. Все другие вклады от $\mathcal{L}_{\mathrm{k}}$ являются либо полными производными по времени, либо топологическими характеристиками, как член Хопфа, и не дают вклада в уравнения движения. Как хорошо известно, заряд Q сохраняется, так как он является топологическим инвариантом, описывающим отображение $S_2 \to S_2$. Следовательно, член пропорциональный Q в $\mathcal{L}_{\mathrm{H}}$ (второй член в первой строчке) также не дает вклада в уравнения движения. Более того, полученные решения могут быть классифицированы по величине Q.

3.1. Статические решения

Эффективный лагранжиан описывает как спин-экситоны, так и скирмионы (спин-текстуры). Спин-экситоны являются малоугловыми флуктуациями поля $\mathbf{n}(\mathbf{r})$ около состояния $\mathbf{n}(\mathbf{r}) = \mathrm{const}$, и для них $Q = 0$. Скирмионы, с другой стороны, являются решениями уравнений движения с сильной угловой зависимостью (для очень малого g-фактора) и с ненулевой величиной топологического заряда Q. На рисунке 1, например, показано, как поворачивается спин при прохождении через центр такого скирмиона ($Q = 1$). Такие скирмионные решения хорошо изучены в литературе (см. [10, 16, 11]).

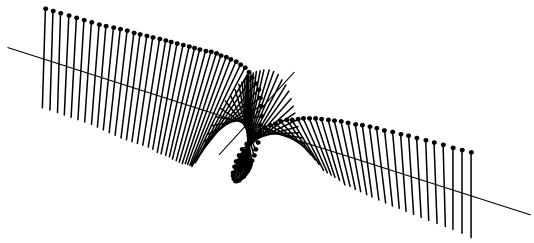

Рис. 1. Зависимость спиновой плотности $\mathbf{n}(\mathbf{r})$ от $\mathbf{r} = (x, 0)$ для скирмиона.

3.2. Электрическое поле

В присутствии статического однородного электрического поля $\mathbf{E}_{\mathrm{ext}}$ к гамильтоновой части лагранжиана $\mathcal{L}_{\mathrm{H}}$ добавляется энергия

$$- \int \mathrm{d}^2 r\, e \mathbf{E}_{\mathrm{ext}} \mathbf{r}\, \delta N(\mathbf{r}, t) \, . \qquad (18)$$

В уравнениях движения (17) это приводит к появлению в их правой части дополнительного члена

$$\frac{l_{\mathrm{H}}^2}{\hbar} \left(e E_{\mathrm{ext}}^y\, \partial_x \mathbf{n} - e E_{\mathrm{ext}}^x\, \partial_y \mathbf{n} \right) . \qquad (19)$$

Здесь мы вернулись к физическим величинам. Используя подстановку $\mathbf{n}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{n}(\mathbf{r} - \mathbf{v}t)$, мы приходим к выводу, что в присутствии внешнего электрического поля статическое решение уравнений движения (17) движется как целое с дрейфовой скоростью, задаваемой уравнением

$$\mathbf{E}_{\mathrm{ext}} = \frac{1}{c}\, \mathbf{v} \times \mathbf{B} \, .$$

4. Тензор момента-импульса

В этом разделе мы получим компоненты тензора энергии-импульса T, которые следуют из эффективного лагранжиана. Для краткости опустим вклад от кулоновского члена, последнего члена в $\mathcal{L}_{\mathrm{H}}$. Тогда для плотности энергии получим

$$T_{00} = \frac{1}{4}\, E(0) \times $$
$$ \times \left\{ \frac{1}{4} \sum_{\alpha = x, y} (\partial_\alpha \mathbf{n})^2 - \mathbf{n} \cdot \partial_x \mathbf{n} \times \partial_y \mathbf{n} - \frac{3}{64}\, (\Delta\mathbf{n})^2 \right\} . \qquad (20)$$

Отметим, что для нашей нормировки

$$\int \frac{\mathrm{d}^2 r}{2\pi}\, T_{00} = \mathcal{L}_{\mathrm{H}}\,.$$

При этом поток энергии задается как

$$T_{0\alpha} = -\frac{1}{8}\,E(0)\times \\ \times \left\{(\partial_t \mathbf{n})\cdot(\partial_\alpha \mathbf{n}) - 2\epsilon_{\alpha\beta}\mathbf{n}\cdot\partial_t\mathbf{n}\times\partial_\beta\mathbf{n} + O(\partial_t\nabla^3)\right\}, \quad (21)$$

а плотность импульса есть

$$T_{\alpha 0} = \frac{1}{2}(\partial_\alpha\bar{\psi} + \cos\bar{\theta}\,\partial_\alpha\bar{\phi})\,. \quad (22)$$

Плотность импульса отличается от потока энергии, так как эффективный лагранжиан имеет первый порядок по производным по времени. При отсутствии инвариантности Лоренца обычная симметрия $T_{0\alpha} = T_{\alpha 0}$ не имеет места. Компоненты потока импульса определяются как

$$T_{xx} = -\frac{1}{2}(\partial_t\bar{\psi} + \cos\bar{\theta}\,\partial_t\,\bar{\phi}) - \\ -\frac{1}{16}\,E(0)\left\{(\partial_x\mathbf{n})^2 - (\partial_y\mathbf{n})^2 + O(\nabla^4)\right\}, \quad (23)$$

(T_{yy} получается заменой $\partial_x \leftrightarrow \partial_y$) и

$$T_{xy} = T_{yx} = -\frac{1}{8}\,E(0)\left\{(\partial_x\mathbf{n})(\partial_y\mathbf{n}) + O(\nabla^4)\right\}. \quad (24)$$

Бесконечно малое пространственное трансляционное смещение в присутствии статического однородного электрического поля $\mathbf{E}_{\mathrm{ext}}$ дает

$$\partial_t T_{\alpha 0} + \partial_\beta T_{\alpha\beta} = -2\pi e\mathbf{E}^{\alpha}_{\mathrm{ext}}\,\delta N\,. \quad (25)$$

Здесь мы собрали члены, содержащие производную по времени, и опять использовали подстановку $\mathbf{n}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{n}(\mathbf{r} - \mathbf{v}t)$. Отсюда следует, что члены в $T_{\alpha 0}$ и $T_{\alpha\beta}$, содержащие углы Эйлера, комбинируются так, что создают силу Лоренца, и мы придем к тем же выводу и результату, что и для дрейфовой скорости $\mathbf{v}$ в предыдущей части.

5. Флуктуации вблизи приближения ХФ

Мы ограничили наше рассмотрение только приближением Хартри–Фока и оставили открытым вопрос о том, при каких условиях это приближение становится приемлемым. Для того чтобы получить качественный ответ, вычислим величину флуктуаций намагниченности

$$\hat{S}^z = \frac{1}{2}\sum_q(\hat{a}_q^\dagger\hat{a}_q - \hat{b}_q^\dagger\hat{b}_q)\,, \quad (26)$$

в состоянии ХФ. Вводя для флуктуации обозначение

$$\delta\hat{S}^z = \hat{S}^z - \left\langle\Psi_{\mathrm{HF}}|\hat{S}^z|\Psi_{\mathrm{HF}}\right\rangle, \quad (27)$$

мы получим прямую оценку ее вероятности, используя то, что в ХФ-приближении A-состояния полностью заполнены, а B-состояния пусты:

$$\left\langle\Psi_{\mathrm{HF}}\big|(\delta\hat{S}^z)^2\big|\Psi_{\mathrm{HF}}\right\rangle = \\ = \frac{1}{8\pi}\int \mathrm{d}^2 r\,\left[n^x(\mathbf{r})^2 + n^y(\mathbf{r})^2 + O(\nabla^4)\right]. \quad (28)$$

В результате для однородного основного ХФ-состояния $n^z(\mathbf{r}) = 1$ эти флуктуации строго равны нулю. Этого и следовало ожидать, так как однородное состояние является собственным состоянием матрицы $\hat{S}^z$. С другой стороны, для состояния с одним скирмионом результат лучше всего представляется через число повернутых спинов $\hat{N}_{\mathrm{rev}} = \hat{N}/2 - \hat{S}^z$:

$$\left\langle\Psi_{\mathrm{HF}}|\hat{N}_{\mathrm{rev}}|\Psi_{\mathrm{HF}}\right\rangle = \frac{1}{4\pi}\int \mathrm{d}^2 r\,\left[1 - n^z(\mathbf{r}) + O(\nabla^4)\right]. \quad (29)$$

Основной вклад во флуктуацию (28) набирается с больших $\mathbf{r}$ в интеграле, где $n^z \cong 1$:

$$\left\langle\Psi_{\mathrm{HF}}\big|(\delta\hat{N}_{\mathrm{rev}})^2\big|\Psi_{\mathrm{HF}}\right\rangle \cong \left\langle\Psi_{\mathrm{HF}}|\hat{N}_{\mathrm{rev}}|\Psi_{\mathrm{HF}}\right\rangle. \quad (30)$$

Таким образом, относительная флуктуация обратно пропорциональна корню из числа повернутых спинов. В результате конкуренции между кулоновской и зеемановской энергиями число повернутых спинов растет пропорционально $1/g^{2/3}$ [11] по мере того, как уменьшается g-фактор. Следовательно, относительная флуктуация уменьшается как $g^{1/3}$ с уменьшением g-фактора, это и определяет предел, в котором приближение ХФ становится точным.

6. Выводы

Итак, мы вывели эффективный лагранжиан, описывающий низколежащие возбуждения системы из взаимодействующих 2D-электронов, находящихся в сильном магнитном поле при малом g-факторе для случая, когда фактор заполнения равен единице. В то время как эффективный лагранжиан определяет спин квазичастиц — скирмионов — и описывает их взаимодействие, он не дает конечного результата для массы скирмиона в рамках рассматриваемой модели. Последующая работа покажет, обусловлено ли это проекцией на самый нижний уровень Ландау или приближением Хартри–Фока.
Один из авторов (Ю.А.Б.) благодарен Физико-техническому федеральному учреждению за гостеприимство и за финансовую поддержку, Американскому фонду гражданских иследований и развития (грант RP1-273) и Российскому фонду фундаментальных исследований (грант 97-02-16042).

Список литературы

1. MacDonald A H *Solid State Commun.* **102** 143 (1997)
2. Бычков Ю А, Иорданский С В, Элиашберг Г М *Письма в ЖЭТФ* **33** 152 (1981) [*JETP Lett.* **33** 143 (1981)]
3. Kallin C, Halperin B I *Phys. Rev. B* **30** 5655 (1984)
4. Nicholas R J et al. *Phys. Rev. B* **37** 1294 (1988)
5. Usher A et al. *Phys. Rev. B* **41** 1129 (1990)
6. Maude D K et al. *Phys. Rev. Lett.* **77** 4604 (1996)
7. Aifer E H, Goldberg B B, Broido D A *Phys. Rev. Lett.* **76** 680 (1996)
8. Schmeller A et al. *Phys. Rev. Lett.* **75** 4290 (1995)
9. Barrett S E et al. *Phys. Rev. Lett.* **74** 5112 (1995)
10. Белявин А А, Поляков А М *Письма в ЖЭТФ* **22** 245 (1975)
11. Sondhi S L et al. *Phys. Rev. B* **47** 16419 (1993)
12. Fertig H A et al. *Phys. Rev. B* **50** 11018 (1994)
13. Apel W, Bychkov Yu A *Phys. Rev. Lett.* **78** 2188 (1997)
14. Bychkov Yu A, Maniv T, Vagner I D *Phys. Rev. B* **53** 10148 (1996)
15. Wilczek F, Zee A *Phys. Rev. Lett.* **51** 2250 (1983)
16. Rajaraman R *Solitons and Instantons* (Amsterdam: North-Holland, 1989)