

КОНФЕРЕНЦИИ И СИМПОЗИУМЫ

## Мезоскопические и сильнокоррелированные электронные системы "Черноголовка — 97"

### 2. Квантовый эффект Холла и шумы в мезоскопических системах

PACS numbers: 72.70.+m, 73.40.Hm, 73.50.Td

Во втором разделе конференции были представлены доклады:

1. **Ашури Р.** (Массачусетский технологический институт, Кембридж, США) *Исследования микроскопической структуры электрического поля в режиме КЭХ.*

2. **Эйзенштейн Дж.** (Калифорнийский технологический институт, США) *Кулоновское зацепление и туннелирование между двумерными электронными системами в сильном магнитном поле.*

3. **Дорожкин С.И., Дорохова М.О.** (Институт физики твердого тела РАН, Черноголовка, Россия), **Хауг Р. Дж.** (Институт Макса Планка, Штутгарт, Германия), **Плог К.** (Институт твердотельной электроники, Берлин, Германия) *Емкостная спектроскопия дробного квантового эффекта Холла.*

4. **Гольдберг Б.** (Университет Бостона, США) *Оптическое исследование скирмионов в ферромагнитном состоянии КЭХ.*

5. **Кукушкин И.В.** (Институт физики твердого тела РАН, Черноголовка, Россия), **фон Клитцинг К., Эберл К.** (Институт Макса Планка, Штутгарт, Германия) *Спиновая поляризация двумерной электронной системы: экспериментальная проверка теории скирмионов.*

6. **Йорданский С.В.** (Институт теоретической физики им. Л.Д. Ландау РАН, Черноголовка) *Несингулярные вихри-скирмионы в двумерной электронной системе.*

7. **Апель В.** (Физико-техническое федеральное учреждение, Брауншвейг, Германия), **Бычков Ю.А.** (Физико-техническое федеральное учреждение, Брауншвейг, Германия, Институт теоретической физики им. Л.Д. Ландау РАН, Черноголовка) *Микроскопический вывод эффективного лагранжиана для скирмионов в двумерном газе взаимодействующих электронов при малом g-факторе.*

8. **Долгополов В.Т., Шашкин А.А., Аристов А.В.** (Институт физики твердого тела РАН, Черноголовка), **Шмерек Д., Хансен В.** (Институт прикладной физики, Университет Гамбурга, Германия), **Коттхус Й.П.** (Университет Л. Максимилиана, Мюнхен, Германия), **Холланд М.** (Факультет электроники и электротехники, Университет Глазго, Великобритания) *Нелинейная экранировка, спиновая и циклотронная щели для двумерного электронного газа в GaAs/AlGaAs гетеропереходах.*

9. **Назаров Ю.В., Хаецкий А.В.** (Технический университет, Дельфт, Голландия) *Квантовый фазовый переход в решетке скирмионов.*

10. **Мауд Д.К.** (Институт Макса Планка, Гренобль, Франция) и др. *Возбуждения спиновой структуры возбуждений в двумерном электронном газе при гидростатическом давлении.*

11. **Левитов Л.С., Шитов А.В.** (Массачусетский технологический институт, Кембридж, США), **Гальперин Б.И.** (Гарвардский университет, Кембридж, США) *Эффективное действие и функция Грина для сжимаемого холловского краевого состояния.*

12. **Рашба Э.И.** (Университет штата Юта, США) *Анионы, композитные фермионы и статистика квазичастиц.*

13. **Глаттли Д.К., Саминадиар Л.** (Исследовательский центр Сакле, Франция), **Джин И., Этьен Б.** (Лаборатория микроэлектроники и микроструктур ЦНРС, Багне, Франция) *Дробовой шум в состоянии КЭХ: детектирование квазичастиц с зарядом e/3.*

14. **Лесовик Г.Б.** (Институт теоретической физики им. Л.Д. Ландау РАН, Черноголовка, Россия) *О регистрации нулевых флуктуаций тока и напряжения.*

15. **Блантер Я.М., М. Бюттикер,** (Женевский университет, Швейцария), **Ван Ланген С.А.** (Институт Лоренца, Лейденский университет, Нидерланды) *Влияние обменных эффектов на дробовой шум в многоконтактных проводниках.*

Ниже публикуются доклады 3, 6, 7, 8, 11, 14 и 15. Доклады 2, 9 и 13 см. препринты cond-mat/9710041; cond-mat/9703159 и cond-mat/9706307 соответственно.

### Емкостная спектроскопия дробного квантового эффекта Холла

С.И. Дорожкин, М.О. Дорохова,  
Р.Дж. Хауг, К. Плог

Как известно, дробный квантовый эффект Холла (ДКЭХ) возникает в результате конденсации двумерной электронной системы (ДЭС) в коррелированное жидкое состояние (лафлиновскую жидкость [1, 2]), отделенное энергетической щелью от ближайших возбужденных состояний. Конденсация происходит при ряде дробных значений  $v_F = p/q$  фактора заполнений уровней Ландау

$v = n_s/(eH/hc)$ . Здесь  $n_s$  — поверхностная концентрация электронов,  $eH/hc$  — вырожденность уровня Ландау в магнитном поле  $H$ ;  $p, q$  — целые числа ( $q$  — обычно нечетное). Вблизи этих факторов заполнения система описывается как комбинация лафлиновской жидкости с некоторым количеством квазичастиц с дробным зарядом  $e^* = e/q$ , плотность  $n_q$  которых определяется из условия изменения заряда ДЭС:

$$n_q = \frac{e}{e^*} \frac{eH}{hc} |v - v_f|.$$

В результате в выражении для плотности энергии ДЭС  $E(n_s)$  возникает сингулярный член  $\Delta^\pm n_q$ , соответствующий рождению квазиэлектронных возбуждений при  $v > v_f$  и квазидырочных возбуждений при  $v < v_f$  с энергиями  $\Delta^+$  и  $\Delta^-$  соответственно. Химический потенциал ДЭС  $\mu = dE/dn_s$  имеет скачок при  $v = v_f$ , равный

$$\delta\mu = \frac{e}{e^*} (\Delta^+ + \Delta^-).$$

При значительном отклонении фактора заполнения от  $v_f$  описание в терминах невзаимодействующих квазичастиц, по-видимому, перестает быть применимым. Кроме того, с ростом  $|v - v_f|$  ДЭС может перейти в другое (например, некоррелированное) состояние, если его энергия окажется ниже энергии возбужденного лафлиновского состояния. Схематически зависимость  $E(n_s)$  показана на вставке к рис. 1. Перенос заряда в режиме ДКЭХ осуществляется как лафлиновской жидкостью (бездиссипативный холловский ток), так и термически активированными квазичастицами. Второй из этих процессов сопровождается диссипацией. При малом числе квазичастиц и незначительном уширении их уровней энергия активации диссипативной проводимости равна  $E_a = (\Delta^+ + \Delta^-)/2$ . Отметим, что последовательной теории, учитывающей влияние беспорядка в ДЭС на ДКЭХ, в настоящее время не существует. Следуя авторам [3, 4], можно предположить, что имеющие длинный период (по сравнению со средним расстоянием между электронами) флюктуации потенциала приводят к неод-

нородному уширению сингулярности  $E(n_s)$ , а имеющие короткий период уменьшают величину щели в спектре квазичастиц.

В данной работе представлен обзор недавних результатов авторов [5, 6] по исследованию дробного квантового эффекта Холла при факторах заполнения  $v = 1/3$  и  $2/3$  методами емкостной спектроскопии и магнитотранспорта и сделан анализ ключевых предположений, лежащих в основе использованных методов. Метод емкостной спектроскопии позволяет изучать термодинамические свойства основного состояния ДЭС, давая информацию о величине второй производной

$$\frac{d^2 E}{dn_s^2} = \frac{d\mu}{dn_s}.$$

Эта величина влияет на измеряемую электрическую емкость  $C$  плоского конденсатора, образованного ДЭС и параллельной ей металлической пленкой (затвором), вследствие контактной разности потенциалов между ними [7]:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_g} - \frac{1}{Ge^2} \frac{d\mu}{dn_s} = \frac{1}{C_g} - \frac{1}{Ge^2} \frac{d^2 E}{dn_s^2}, \quad (1)$$

Здесь  $G$  — площадь ДЭС под затвором,  $C_g = \kappa G / 4\pi d$  — геометрическая емкость конденсатора, определяемая эффективным расстоянием между ДЭС и затвором  $d = d_0 + z_0(n_s) + n_s dz_0/dn_s$  [8], где  $d_0$  — расстояние между затвором и гетеропереходом GaAs/AlGaAs,  $z_0$  — расстояние от гетероперехода до "центра тяжести" квадрата волновой функции электронов (для идеально двумерной системы  $z_0 = 0$ ). В случае наличия длиннопериодных флюктуаций плотности электронов в образце в формулу (1) войдут средние значения  $E$  и  $n_s$ .

В эксперименте исследовались ДЭС с подвижностью электронов порядка  $1 \times 10^6 \text{ см}^2(\text{В}\cdot\text{с})^{-1}$ , возникающие в гетероструктурах GaAs/AlGaAs с затворами. Концентрация электронов  $n_s$  изменялась приложением напряжения постоянного тока между затвором и ДЭС. Образцы имели форму холловских мостиков с омическими потенциальными и токовыми контактами к ДЭС, обеспечивавшими измерения холловского сопротивления и магнито-сопротивления. При измерениях емкости между этими же контактами и затвором прикладывалось переменное напряжение частоты 9,2 Гц. В такой геометрии эксперимента измерения емкости становятся практически невозможными при очень малых значениях диагональной проводимости  $\sigma_{xx}$  ДЭС [9], так что мы были ограничены областью не слишком высоких магнитных полей и не слишком низких температур. Практически при измерениях емкости мы постоянно контролировали отсутствие компоненты тока через емкость, находящейся в фазе с приложенным переменным напряжением, что гарантировало отсутствие влияния сопротивления ДЭС на результаты. Существуют две возможности расширить область применимости методики, уменьшив проблему резистивных эффектов. Это, во-первых, использование образцов с распределенным вдоль ДЭС туннельным контактом [10] к ней и, во-вторых, применение техники "плавающего затвора" [11]. Однако, насколько нам известно, в такой реализации метод емкостной спектроскопии использовался только для изучения целочисленного квантового эффекта Холла.

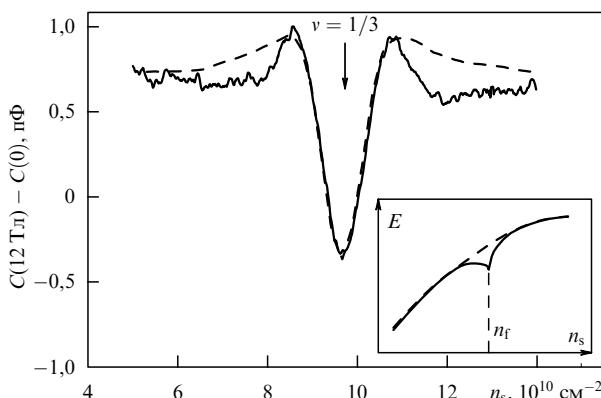


Рис. 1. Зависимость разности емкостей в поле  $H = 12$  Тл и  $H = 0$  от концентрации электронов (сплошная кривая). Штриховая линия — результат подгонки по формуле (3) со значениями подгоночных параметров  $F = 0,3$  и  $\sigma = 4,2 \times 10^9 \text{ см}^{-2}$ . Для достижения наилучшего согласия теоретическая кривая дополнительно сдвинута по вертикали. На вставке условно показана зависимость плотности энергии ДЭС  $E$  от  $n_s$  в присутствии состояния ДКЭХ (сплошная кривая) и в его отсутствии (штриховая кривая).

Как следует из формулы (1), в идеальной системе скачки химического потенциала на дробных факторах заполнения должны приводить к  $\delta$ -образным особенностям в зависимостях  $C(n_s)$ . В эксперименте же (см. рис. 1) наблюдается лишь небольшая особенность в емкости (минимум при дробном факторе заполнения и два максимума по бокам). Минимум на емкостной кривой обусловлен изломом на зависимости  $E(n_s)$  при  $v_f = 1/3$ , а два боковых максимума соответствуют минимумам производной  $d^2E/dn_s^2$ , которые должны возникать, если при появлении состояния ДКЭХ зависимость  $E(n_s)$  изменяется только в узкой области концентраций вблизи дробного  $v_f$ , как это изображено на вставке к рис. 1. Наблюдаемое уширение особенности в емкости оказалось не зависящим от величины магнитного поля и температуры и одинаковым для особенностей в емкости, наблюдающихся как при дробных, так и при целочисленных факторах заполнения, причем изменение отношения  $\delta\mu/T$  составляло порядок величины. Кроме того, расстояние между боковыми максимумами емкости  $\delta n_s \approx 2,2 \times 10^{10} \text{ см}^{-2}$  практически не изменялось при изменении магнитного поля от 6 до 12 Тл. Эти результаты свидетельствуют о том, что фактором, определяющим уширение, являются флуктуации концентрации носителей в образце.

Если бы дисперсия концентрации  $\sigma$  была много меньше  $\delta n_s$ , то анализ емкостных зависимостей позволил бы непосредственно определить величину дисперсии  $\sigma$  и величину скачка химического потенциала  $\delta\mu$ . Однако в условиях нашего эксперимента это соотношение не выполняется, так что количественная обработка экспериментальных результатов требует информации о зависимости  $E(n_s)$  в области  $n_f - \sigma < n_s < n_f + \sigma$ . Подход к количественной обработке емкостных результатов в такой ситуации был предложен в работах [3, 4], где отклонение от линейных участков на зависимости  $E(n_s)$  вблизи состояния ДКЭХ описывается в терминах взаимодействия квазичастиц с зарядом  $e^*$ , образующих регулярную решетку и нейтрализующихся однородно размазанным фоном. При этом основные члены в полной энергии однородной системы, приводящие к сингулярности в  $d^2E/dn_s^2$ , имеют вид [3, 4]

$$E_{fr}(n_s) = \frac{\delta\mu|n_s - n_f|}{2} - \frac{\sqrt{2\pi}\beta}{\kappa} \sqrt{\frac{e^*}{e}} e^2 |n_s - n_f|^{3/2}. \quad (2)$$

Здесь  $\beta \approx 0,78$  — константа, слабо зависящая от типа решетки,  $n_f$  — концентрация, соответствующая дробному фактору заполнения. Распределение концентрации в образце считается гауссовым [3] с дисперсией  $\sigma$ . Как известно, теоретическое значение скачка химического потенциала при  $v_f = 1/3$ , равное для идеальной ДЭС  $\delta\mu_{th} \simeq 0,3e^2/kL$  [12], где  $L = (\hbar c/eH)^{1/2}$  — магнитная длина, значительно превышает все значения, получаемые в экспериментах. Это, по-видимому, свидетельствует о том, что короткопериодные флуктуации потенциала в образце меняют величину корреляционной энергии, обусловленную конденсацией электронной системы в состояние лафлинновской жидкости. Этот эффект было предложено [4] учесть феноменологически введением в формулу (2) множителя  $F < 1$ . Неоднородное уширение особенностей в емкости учитывается [3, 4] введением гауссова распределения концентрации электронов с дисперсией  $\sigma$ . Усреднение второй производной

$d^2E_{fr}/dn_s^2$  по концентрации  $n_s$  дает следующую формулу для зависимости особенности на емкостной кривой  $\delta C$  от средней концентрации  $n_s$ :

$$\frac{\delta C}{C^2} = \frac{1}{Ge^2} \frac{d\mu}{dn_s} = \frac{1}{Ge^2} \left[ F \frac{\delta\mu_{th}}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp(-z^2) - F \frac{3\beta}{4} \frac{e^2}{\sqrt{q}\kappa} \left( \frac{2}{\sigma^2} \right)^{1/4} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-t^2)}{\sqrt{|t+z|}} dt \right]. \quad (3)$$

Здесь  $z = (n_s - n_f)/\sqrt{2}\sigma$ ,  $\kappa = 13$  — диэлектрическая проницаемость в GaAs. Эта формула содержит два подгночных параметра —  $F$  и  $\sigma$ , определив которые из сравнения формулы (3) с экспериментальными данными (см. рис. 1), можно найти экспериментальное значение скачка химического потенциала  $\delta\mu = F\delta\mu_{th}$ . Эти значения для четырех величин магнитного поля приведены на рис. 2. Обсуждавшаяся выше независимость ширины особенности в емкости от величины магнитного поля обуславливает независимость (в пределах экспериментальной погрешности, которую мы оцениваем в 10 %) от  $H$  величины  $\sigma = 4,2 \times 10^9 \text{ см}^{-2}$ .

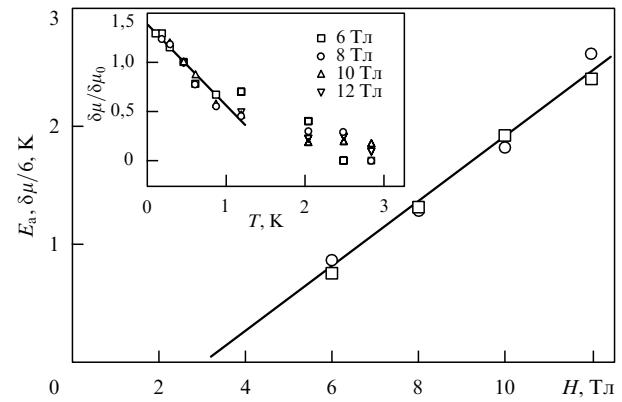


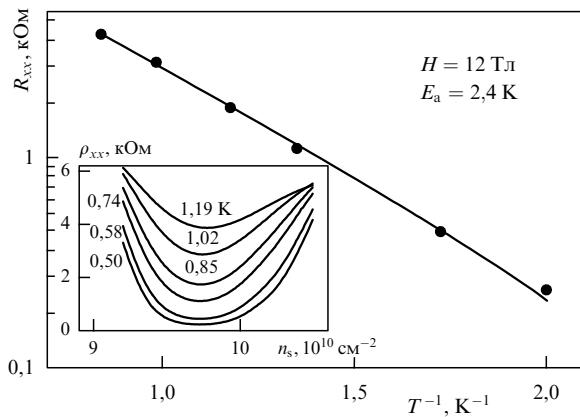
Рис. 2. Сравнение значений  $\delta\mu/6$  (кружки) и  $E_a$  (квадраты), измеренных при различных магнитных полях. Величина  $\delta\mu$  измерялась при  $T = 0,5 \text{ К}$ . На вставке показана температурная зависимость скачка химического потенциала, нормированная на его значение при  $T = 0,5 \text{ К}$ , взятая из работы [14].

Наиболее распространенным методом определения энергетической щели в спектре квазичастиц в ДКЭХ является измерение энергии активации  $E_a$  диссипативной проводимости  $\sigma_{xx}$  или магнитосопротивления  $R_{xx}$  (рис. 3). Одновременное измерение скачка химического потенциала позволяет проверить теоретическое предсказание дробного заряда квазичастиц из соотношения

$$\frac{E_a}{\delta\mu} = \frac{1}{2} \frac{e^*}{e}.$$

Результаты такой проверки показаны на рис. 2. Среднее значение отношения  $\delta\mu/E_a$  для четырех значений  $H$  равно 6,2, что согласуется с теоретическим предсказанием заряда квазичастиц  $e^* = e/3$  для фактора заполнения 1/3.

Важным аспектом при обсуждении всех измерений энергетических щелей в ДКЭХ является их зависимость от температуры [13, 14], ставящая, в частности, вопрос о достоверности определения щели из активационных измерений. Температурная зависимость скачка химиче-



**Рис. 3.** Температурная зависимость магнитосопротивления, измеренная в минимуме при  $v_f = 1/3$  (точки) для магнитного поля  $H = 12$  Тл. Сплошная линия соответствует энергии активации  $E_a = 2,4$  К. На вставке представлены зависимости  $R_{xx}(n_s)$ , измеренные при различных температурах, указанных около кривых.

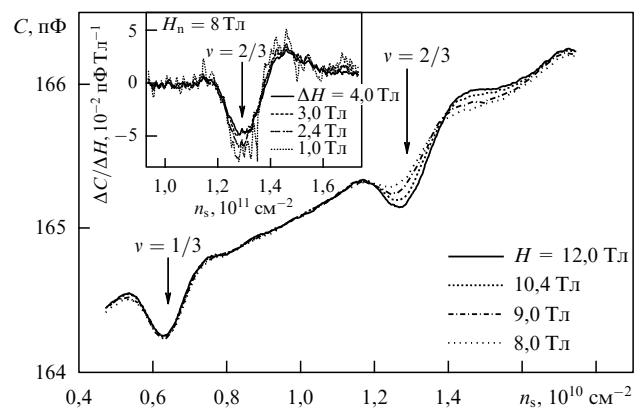
ского потенциала для фактора заполнения  $1/3$  исследовалась в работе [14], где при  $0,15 \text{ K} < T < 1,5 \text{ K}$  наблюдалась линейная зависимость глубины минимума емкости от температуры (см. вставку на рис. 2). Если активационные измерения проводятся в диапазоне температур, где энергетическая щель  $\Delta = \Delta^+ + \Delta^-$  линейно зависит от температуры,  $\Delta = \Delta_0 - \alpha T$ , то в этом случае следует ожидать сохранения активационной зависимости диссипативной проводимости, но с энергией активации  $E_a = \Delta_0/2$ .

На основе метода емкостной спектроскопии нами был разработан способ исследования спиновой поляризации ДЭС, применимый в широком диапазоне факторов заполнения. Способ был использован для исследования спиновой поляризации ДЭС при факторах заполнения  $v < 1$ . Согласно численным расчетам [15, 16], для систем с малым числом частиц в исследуемой области магнитных полей соотношение между зеемановской и кулоновской энергиями для ДЭС на основе гетероперехода GaAs/AlGaAs таково, что их поляризация при  $v < 1$  может отличаться от полной даже в основном состоянии системы. При этом увеличение зеемановской энергии по сравнению со случаем полной поляризации компенсируется уменьшением энергии межэлектронного взаимодействия. Способ состоит в измерении небольших изменений емкости  $\Delta C$ , возникающих при добавлении компоненты магнитного поля  $H_p$ , параллельной ДЭС (т.е. при наклоне магнитного поля относительно плоскости ДЭС). В идеальной двумерной системе при отсутствии спин-орбитального взаимодействия добавление  $H_p$  напрямую влияет только на величину зеемановской энергии:  $E_z = g\mu_B H S_z$ , где  $S_z$  — проекция полного спина  $S$  на направление магнитного поля (обе величины приводятся на единицу площади ДЭС),  $g$  — фактор Ланде, для GaAs равный 0,44. В основном состоянии системы  $S_z = -S$ . В предположении, что спин системы не зависит от  $H_p$ , выражение для  $\Delta C$  имеет вид

$$\Delta C(n_s, H_n, H_p) \equiv C(n_s, H_n, H_p) - C(n_s, H_n, 0) \approx -\frac{C^2}{e^2 G} g\mu_B (H - H_n) \frac{d^2 S_z}{dn_s^2}, \quad (4)$$

где  $H_n$  — компонента магнитного поля, перпендикулярная ДЭС,  $\Delta C \ll C$ . Таким образом, изменение емкости характеризует спиновую поляризацию системы. Предположение о независимости от  $H_p$  спина системы и энергии межэлектронного взаимодействия используется практически во всех экспериментах (например, [17–19]), где спиновая поляризация ДЭС определяется по изменению соответствующей энергетической щели при добавлении  $H_p$ . То, что такое предположение может быть справедливым, демонстрируется, например, результатами численных расчетов, показывающими, что спин частично поляризованной системы может не изменяться при значительном изменении зеемановской энергии (в три раза [16]). Результаты, свидетельствующие о справедливости такого предположения в условиях нашего эксперимента будут приведены ниже.

На рисунке 4 показаны зависимости емкости от  $n_s$  для различных значений полного поля  $H$  при одинаковом значении  $H_n = 8$  Тл. Основным эффектом, вызванным параллельной компонентой  $H_p$ , является изменение емкостных кривых при  $v \geq 2/3$ . Обсудим, однако, сначала другой эффект, который состоит в небольшом, практически параллельном сдвиге емкостных кривых вверх (на рис. 4 этот сдвиг скомпенсирован). Его величина возрастает с увеличением  $H_p$  и равна примерно 0,1 пФ при  $H = 12$  Тл и  $H_n = 6$  Тл. Она не зависит от температуры и была определена для каждой кривой из аналогичных измерений при  $T = 4,2$  К, где отсутствуют состояния ДКЭХ. Отсутствие температурной зависимости сдвига показывает, что он не связан с изменением зеемановской энергии в наклонном магнитном поле и, следовательно, не описывается формулой (4). Действительно, так как характерная величина зеемановского расщепления в исследуемом диапазоне полей  $\sim 2$  К, то величина  $S_z$  при увеличении температуры до 4,2 К должна значительно уменьшиться [16], что привело бы к изменению производной  $d^2 S_z / d^2 n_s$ . Кроме того, объяснение сдвига изменением зеемановской энергии находится в противоречии с общепринятыми представлениями [16, 20] о полной поляризации основного состояния системы при  $v = 1/3$ , так как в этом случае увеличение емкости в области  $v > 1/3$  означало бы дальнейшее увеличение степени поляризации ДЭС. (В условиях эксперимента  $g\mu_B H \gg T$ , что дает основания



**Рис. 4.** Зависимость емкости  $C$  от концентрации  $n_s$  при различных  $H_p$  и фиксированной величине  $H_n = 8$  Тл. Положения факторов заполнения  $v = 1/3$  и  $2/3$  показаны стрелками;  $T = 0,5$  К. Вставка: разности  $\Delta C = C(H) - C(H_n)$ , нормированные на  $\Delta H = H - H_n$ .

считать, что мы исследуем спиновую поляризацию основного состояния ДЭС.) Наиболее вероятной причиной обсуждаемого сдвига в емкости является модификация электронной волновой функции в наклонном поле, которая приводит к изменению  $z_0$ , а следовательно, к изменению  $C_g$  (см. также [8, 21]).

Таким образом, мы связываем показанные на рис. 4 изменения емкости в наклонном поле с изменением  $E_z$  в соответствии с формулой (4). Полученные данные позволяют определить спиновую поляризацию ДЭС во всей исследованной области факторов заполнения, использовав общепринятое представление о полной поляризации основного состояния ДЭС при  $v_f = 1/3$ . Действительно, в этом случае  $S_z(1/3) = -n_s(1/3)/2$ , а отсутствие изменений в емкости вблизи  $v = 1/3$  означает, что  $dS_z/dn_s(1/3) = -1/2$ . Проинтегрировав дважды  $C(H) - C(H_n)$  по  $n_s$  с этими граничными условиями получим в итоге зависимости  $S_z/S_z^{\max}$  ( $S_z^{\max} = -n_s/2$ ), представленные на рис. 5. В интервале  $0,3 < v < 0,6$  в пределах ошибки эксперимента  $S_z(v)/S_z^{\max} = 1$  и на графике не приведено. ДЭС остается полностью поляризованной вплоть до  $v = 2/3$  (при учете дисперсии концентрации). Затем в системе появляются электроны со спином, направленным против поля, и поляризация уменьшается. При дальнейшем увеличении  $v$  зависимость  $S_z/S_z^{\max}$  от  $v$  проходит через минимум при  $v \sim 0,8$ . Отметим, что все экспериментальные кривые на рис. 5 фактически дают универсальную зависимость  $S_z/S_z^{\max}$  от  $v$  (с точностью до дисперсии фактора заполнения  $\sigma/(eH_n/hc)$ , которая различна для кривых, измеренных при разных  $H_n$ ). Универсальное поведение спиновой поляризации в окрестности  $v = 2/3$  демонстрируется на вставке к рис. 5 сравнением экспериментальных зависимостей  $\Delta C$  от  $n_s$  с рассчитанными для следующего случая: в отсутствие дисперсии концентрации при  $v \leq 2/3$  система полностью поляризована и  $dS_z/dn_s = -1/2$ , а при  $v > 2/3$  все электроны, поступающие в систему, имеют спин, направленный против поля, т.е.  $dS_z/dn_s = 1/2$ . Расчетные кривые на вставке получены усреднением изменения скачка химического потенциала в наклонном магнитном поле по гауссову распределению с определенным ранее значением дисперсии

$\sigma = 4,2 \times 10^9$  см $^{-2}$ . Зависимость  $S_z/S_z^{\max}$  от  $v$ , соответствующая использованным в расчете значениям  $dS_z/dn_s$ , для системы с нулевой дисперсией показана на рис. 5 пунктиром. Отметим, что такой скачок производной  $dS_z/dn_s$  при  $v = 2/3$  соответствует полностью поляризованному по спину состоянию ДКЭХ при этом факторе заполнения и квазидырочным (квазиэлектронным) возбуждениям со спинами по (против) магнитному полю, как было предсказано [15] на основании численных расчетов для систем с малым числом частиц.

Наличие универсальной зависимости  $S_z/S_z^{\max}$  от  $v$  на рис. 5 показывает, что сделанное нами при выводе формулы (4) предположение о независимости спина ДЭС от зеемановской энергии в условиях нашего эксперимента выполнено. Покажем, что это предположение действительно приводит к универсальному виду зависимости  $S_z/S_z^{\max}$  от  $v$  и наоборот. Кулоновская энергия при фиксированных факторе заполнения и степени поляризации пропорциональна  $e^2 n_s^{3/2}$  [1], тогда зависящая от спина часть  $E_S$  полной энергии основного состояния ДЭС может быть записана в следующем виде

$$E_S = e^2 n_s^{3/2} \phi \left( v, \frac{S_z}{n_s} \right) - g\mu_B H S_z .$$

Здесь  $\phi$  — некоторая функция переменных  $v$  и  $S_z/n_s$ . Равновесное значение  $S_z$  должно находиться из условия  $\partial E_S / \partial S_z = 0$ . Легко видеть, что универсальная зависимость  $S_z(v)/n_s$  от  $v$  возникает при решении этого уравнения тогда и только тогда, когда влиянием зеемановской энергии можно пренебречь и находить величину спина из уравнения  $\partial \phi / \partial S_z = 0$ . Другим экспериментальным подтверждением обсуждаемого предположения является наблюдение линейной зависимости  $\Delta C$  от  $(H - H_n)$ , предсказываемой формулой (4), при больших изменениях полного поля  $H$ . Соответствующие результаты приведены на вставке к рис. 4. Нормированные величины  $\Delta C/(H - H_n)$  действительно укладываются на универсальную зависимость в пределах ошибки эксперимента.

Итак, при помощи метода емкостной спектроскопии нами выполнены измерения заряда квазичастиц в ДКЭХ и спиновой поляризации ДЭС. Обсуждены ключевые предположения и ограничения использованной методики.

Работа была поддержана грантом INTAS-RFBR 95-0576 и Российской программой "Статистическая физика". Один из авторов (М.О.Д.) благодарен фонду Сороса за аспирантскую стипендию.

## Список литературы

- Laughlin R B *Phys. Rev. Lett.* **50** 1395 (1983)
- Haldane F D M *Phys. Rev. Lett.* **51** 605 (1983)
- Pikus F G, Efros A L *Phys. Rev. B* **47** 16395 (1993)
- Eisenstein J P, Pfeiffer L N, West K W *Phys. Rev. B* **50** 1760 (1994)
- Dorozhkin S I et al. *Phys. Rev. B* **51** 14729 (1995)
- Dorozhkin S I et al. *Phys. Rev. B* **55** 4090 (1997)
- Smith T P et al. *Phys. Rev. B* **32** 2696 (1985)
- Jungwirth T, Smrčka L *Phys. Rev. B* **51** 10181 (1995)
- Дорожкин С И и др. *Письма в ЖЭТФ* **44** 189 (1986) [*JETP Lett.* **44** 241 (1986)]
- Dolgopolov V T et al. *Phys. Rev. Lett.* **79** 729 (1997)
- Пудалов В М, Семенчинский С Г, Эдельман В С *ЖЭТФ* **89** 1870 (1985)
- Morf R, Halperin B I *Phys. Rev. B* **33** 2221 (1986)

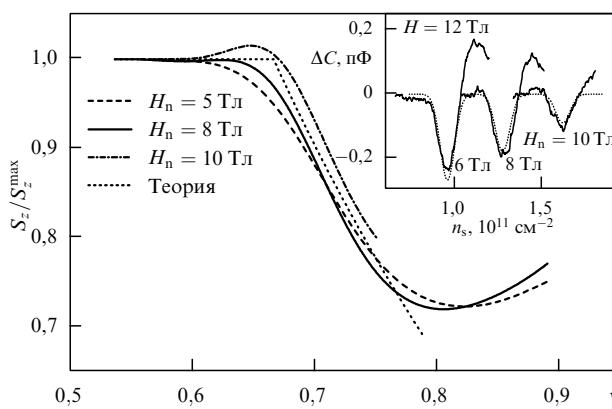


Рис. 5. Зависимость степени поляризации системы  $S_z/S_z^{\max}$  от фактора заполнения  $v$ , определенная из измерений при  $H_n = 6, 8, 10$  Тл и  $H = 12$  Тл. На вставке сплошными кривыми представлены изменения емкости  $\Delta C = C(12$  Тл)  $- C(H_n)$ , измеренные для различных значений  $H_n$ , указанных около кривых. Пунктиром показаны результаты расчета, описанного в тексте.

13. Kukushkin I V et al. *Europhys. Lett.* **22** 287 (1993)
14. Дорожкин С И и др. *Письма в ЖЭТФ* **58** 893 (1993) [*JETP Lett.* **58** 834 (1993)]
15. Chakraborty T *Surf. Sci.* **229** 16 (1990)
16. Chakraborty T, Pietiläinen P *Phys. Rev. Lett.* **76** 4018 (1996)
17. Haug R J et al. *Phys. Rev. B* **36** 4528 (1987)
18. Clark R G et al. *Phys. Rev. Lett.* **62** 1536 (1989)
19. Eisenstein J P et al. *Phys. Rev. Lett.* **62** 1540 (1989); Eisenstein J P et al. *Phys. Rev. B* **41** 7910 (1990)
20. Wu X G, Dev G, Jane J K *Phys. Rev. Lett.* **71** 153 (1993)
21. Hampton J et al. *Solid State Commun.* **94** 559 (1995)

## Несингулярные вихри-скирмионы в двумерной электронной системе

С.В. Иорданский

Задача о состояниях термодинамической системы двумерных взаимодействующих электронов в сильном магнитном поле до сих пор не решена полностью. Имеются различные качественные, а также феноменологические результаты и накоплено большое количество различных экспериментальных данных.

В последнее время большой интерес вызывает описание состояний вблизи однократного заполнения уровня Ландау. Однократно заполненный уровень Ландау при большом магнитном поле можно рассматривать в приближении Хартри–Фока с детерминантой Слэттера, соответствующим полному заполнению этого уровня. При этом отрицательная обменная энергия вызывает ферромагнитное упорядочение спинов.

В ферромагнетике имеется возможность образования особых макроскопических возбуждений, соответствующих медленному вращению спина электронов в пространстве, так что возникает топологически нетривиальное отображение двумерной плоскости с ферромагнитным упорядочением на больших расстояниях на сферу направлений среднего спина [1, 2]. Подобные же состояния были предложены для двумерного электронного газа в сильном магнитном поле [3, 4].

Оставляя в стороне феноменологические и численные результаты, мы сосредоточимся на результатах, получаемых путем разложения по градиентам матрицы поворота [5–7]. Эти работы используют приближение волновых функций, спроектированных на один уровень Ландау.

Отметим основные трудности такого подхода. Авторы работ [5–7] используют матрицу поворота электронных спиноров, зависящую от двух углов Эйлера. Однако в этом случае один из углов Эйлера должен иметь вид

$$\alpha = m\varphi + \tilde{\alpha}(\varphi), \quad (1)$$

где  $\tilde{\alpha}$  — регулярная периодическая функция полярного угла  $\varphi$  в некоторой системе координат, причем  $m$  совпадает со степенью отображения. Однако в этом случае матрица поворота обязательно имеет точечную особенность и может быть, вообще говоря, неоднозначной. Разложение Фурье для матрицы поворота и ее производных также будет иметь особенность, которая, однако, не учитывается в расчетах, выполняемых в

предположении малости всех производных. Неособая, гладкая матрица поворота, зависящая от двух углов Эйлера, имеет степень отображения равную нулю и не может описывать скирмиона. Переход в [6, 7] от матрицы поворота  $U(\mathbf{r})$  к матрице  $\tilde{U}$ , действующий в пространстве функций одного уровня Ландау, также вызывает серьезные затруднения. В частности, он ликвидирует свойство унитарности  $U^+(\mathbf{r})U(\mathbf{r}) = 1$  для спроектированной матрицы  $\tilde{U}(\mathbf{r})$ .

Все эти затруднения вызывают желание найти путь решения, непосредственно использующий только гладкие и медленно меняющиеся в пространстве матрицы поворота, свободный от указанных недостатков и в то же время позволяющий вычислить энергию и другие физические величины в главном (первом и нулевом) порядке по внешнему магнитному полю. С этой целью мы будем рассматривать полное дифференциальное уравнение Шредингера, не ограничиваясь проекцией на один выделенный уровень Ландау.

Рассмотрим полную матрицу поворота, параметризованную тремя углами Эйлера:

$$U(\mathbf{r}) = U_z(\gamma(\mathbf{r}))U_y(\beta(\mathbf{r}))U_z(\alpha(\mathbf{r})),$$

$$U_z(\alpha) = \cos \frac{\alpha}{2} + i \sin \frac{\alpha}{2} \sigma_z,$$

$$U_y(\beta) = \cos \frac{\beta}{2} + i \sin \frac{\beta}{2} \sigma_y,$$

где  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$  — матрицы Паули. На больших расстояниях от кора при конечной величине  $g$ -фактора электронов средний спин должен быть направлен по магнитному полю. Поэтому угол  $\beta$ , который мы отсчитываем от направления магнитного поля, при  $r \rightarrow \infty$  должен быстро (можно показать, что экспоненциально) стремиться к нулю. Предполагается, что матрица  $U(\mathbf{r})$  не имеет сингулярностей при любых  $\mathbf{r}$ , что соответствует отсутствию особенностей у матриц

$$A_k = iU^+ \frac{\partial U}{\partial x_k} = \Omega_k^l(\mathbf{r})\sigma_l.$$

Выражения для  $\Omega_k^l$  легко получить непосредственным дифференцированием  $U(\mathbf{r})$ :

$$\Omega_k^z = \frac{1}{2}(\partial_k \alpha + \cos \beta \partial_k \gamma),$$

$$\Omega_k^x = \frac{1}{2}(\sin \beta \cos \alpha \partial_k \gamma - \sin \alpha \partial_k \beta),$$

$$\Omega_k^y = \frac{1}{2}(\cos \alpha \partial_k \beta + \sin \beta \sin \alpha \partial_k \gamma).$$

Единичный вектор направления среднего спина  $\mathbf{n} = (\cos \beta, \sin \beta \cos \alpha, \sin \beta \sin \alpha)$  получается из  $z$ -направления путем поворота на угол  $\alpha$  вокруг оси  $z$  и затем на угол  $\beta$  вокруг оси  $y$ . В случае ненулевой степени отображения угол  $\alpha(\mathbf{r})$  имеет особенность в пространстве и величины  $\Omega^l$  будут иметь особенность, неустранимую при двух углах Эйлера ( $\alpha, \gamma = 0, \beta$ ). Однако эта особенность устраивается и  $\Omega_k^l(\mathbf{r})$  несингулярны, если точечная особенность  $\gamma(\mathbf{r})$  совпадает с особенностью  $\alpha(\mathbf{r})$  и находится в точке, где  $\cos \beta = -1$ . Таким образом, в матрице  $U$  должны быть представлены все три угла Эйлера, и угол  $\alpha$  имеет вихревую особенность с целым квантованием из-за однозначности матрицы поворота. Поэтому правильнее