

Зависимость формы линии SU_0 от T и ν указывает на важность состояния спина электронов в самом верхнем частично занятом уровне Ландау. При 4,2 К температурное уширение подуровней больше ширины спиновой запрещенной щели, и электроны на этом уровне, как ожидается, занимают почти равновероятно оба спиновых состояния. При $T = 1,5$ К эти два состояния заняты при $3 < \nu < 4$ и $5 < \nu < 6$. Примечательно, что небольшое изменение в факторе заполнения выше $\nu = 3$ (и $\nu = 5$) приводит к существенному изменению формы линии поглощения (ср. спектры при $\nu = 2,95$ и $\nu = 3,05$).

4. Многочастичная природа возбуждений, обусловленных эффектом ПО

Обсудим природу возбуждений ДЭГ, обусловленных процессами отдачи. Для того чтобы подтвердить многочастичную природу этих процессов, мы экспериментально реализовали ситуацию, в которой многочастичные взаимодействия отсутствуют. Для этого мы прикладывали к образцу напряжение, которое вызывает локализацию электронов в ДЭГ. В непроводящем состоянии фотолюминесценция обусловлена экситонами и состоит из нейтральных (X) и отрицательно заряженных (X^-) экситонных линий (рис. 5, две нижние кривые). В магнитном поле наблюдаются узкие линии, обусловленные ПО, которые связаны с X^- -линией: когда один электрон в указанном экситонном комплексе рекомбинирует с дыркой, причем остающийся электрон возбуждается на более высокий уровень Ландау. Этот процесс является одночастичным возбуждением, и поэтому линия, обусловленная ПО, узкая и возникает при энергии $\hbar\omega_c$ ниже линии, обусловленной заряженными экситонами [8]. С другой стороны, линия SU_1 для более металлического состояния (две верхние кривые) расширяется и сдвигается в сторону низких энергий, при этом подразумевается, что возбуждение, обусловленное ПО, становится дисперсным. Таким образом, мы приходим к выводу, что многочастичная природа процессов ПО действительно проявляется в форме и спектральном положении линий, обусловленных процессами ПО. Заметим, что при использованных напряжениях основная линия ФЛ все еще остается узкой и практически не

отличается от линии X^- . Однако наблюдение дисперсии возбуждения, обусловленного ПО, позволяет нам заключить, что эта линия не является чисто линией X^- , а, скорее, обусловлена более чем двумя электронами, взаимодействующими с дыркой. После рекомбинации одного из электронов с дыркой другой электрон может уйти из спектра возбужденных состояний с энергией близкой, но не равной $\hbar\omega_c$.

Эта работа поддержана Израильской академией наук.

Список литературы

1. Butov LV et al. *Phys. Rev. B* **46** 13627 (1992)
2. Nash K J et al. *Phys. Rev. Lett.* **70** 3115 (1993); Skolnick M S et al. *Phys. Rev. B* **50** 11771 (1994); *B* **47** 6823 (1993); *Sol. State Electron.* **37** 825 (1994)
3. Van der Meulen H P et al. *Surf. Sci.* **361/362** 372 (1996)
4. Finkelstein G, Shtrikman H, Bar-Joseph I *Phys. Rev. B* **56** (in press); *The Physics of Semiconductors, Berlin*, 2331 Vol. 23 (Eds M Scheffler, R Zimmermann (Singapore: World Scientific, 1996)
5. Волков О В и др. *Письма в ЖЭТФ* **65** 38 (1997)
6. MacDonald A H, Rezayi E H *Phys. Rev. B* **42** 3224 (1990); Dzyubenko A B, Lozovik Yu E *J. Phys. A* **24** 415 (1991); Apalkov V M, Rashba E I *Phys. Rev. B* **46** 1628 (1992); MacDonald A H et al. *Phys. Rev. Lett.* **68** 1939 (1992)
7. Бычков Ю А и др. *Письма в ЖЭТФ* **33** 143 (1981); Kallin C, Halperin B I *Phys. Rev. B* **30** 5655 (1984)
8. Finkelstein G, Shtrikman H, Bar-Joseph I *Phys. Rev. B* **53** 12593 (1996)

Экситонные комплексы в InGaAs/GaAs квантовых точках

В.Д. Кулаковский, М. Бауэр, М. Михель, А. Форхел, Т. Гутброд, Ф. Фаллер

Оптические исследования полупроводниковых квантовых точек (КТ) открывают новые возможности для изучения многочастичных атомов, состоящих из нескольких электронов (e) и дырок (h) или из многоэкситонных комплексов. В объеме и в квантовых ямах два экситона в биэкситоне пространственно локализованы эффективным кулоновским взаимодействием. Молекулы из трех и более экситонов в полупроводниках с простыми структурами зоны проводимости и зоны валентности неустойчивы из-за сильного отталкивания Паули между электронами (дырками) с одинаковыми спинами. В КТ геометрический удерживающий потенциал локализует экситоны в одной и той же области пространства. Кроме того, он обеспечивает дискретность уровней. Электрон-дырочное взаимодействие приводит к изменению энергий перехода в элементах матрицы перехода многоэкситонных комплексов. Влияние пространственного ограничения на энергию связи биэкситона в КТ недавно было исследовано экспериментально и теоретически [1–5].

В данной работе мы рассматриваем влияние внешнего магнитного поля на многоэкситонные состояния в InGaAs/GaAs квантовой яме (КЯ). В двумерном случае магнитное поле, перпендикулярное плоскости КЯ, преобразует непрерывный энергетический спектр электронов и дырок в дискретный спектр. В результате оптические спектры демонстрируют ярко выраженную струк-

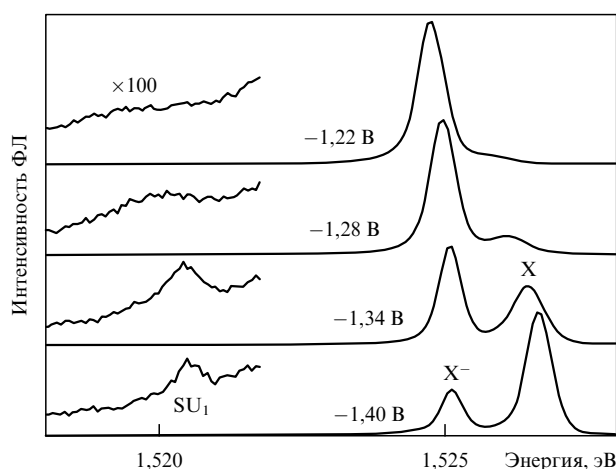


Рис. 5. Спектры ФЛ образца с более низкой электронной плотностью при $B = 3$ Тл для некоторых значений напряжения на затворе, $T = 1,5$ К.

туру, соответствующую уровням Ландау. Наоборот, в КТ со структурой дискретных энергетических уровней (обусловленной геометрическим удерживающим потенциалом) магнитное поле повышает вырождение уровней, т.е. ведет систему обратно к квазинепрерывному энергетическому спектру [6–8]. В малых КТ с диаметром, сравнимым с радиусом экситона a_X , экситонный спектр сохраняет свойства электронного спектра, но испытывает влияние электрон-дырочного взаимодействия [9, 10]. В недавних исследованиях фотолюминесценции (ФЛ) многоэкситонных комплексов в КТ при больших плотностях возбуждения было обнаружено, что влияние многочастичных взаимодействий также относительно мало [11, 12]. Эти исследования проводились на массивах, содержащих большое число КТ с неоднородным уширением линии ФЛ, вызванным флуктуациями размера ям. Здесь мы рассматриваем ФЛ-спектры одиночных InGaAs/GaAs КТ. В этом случае неоднородное уширение сильно подавлено [5, 13], что позволяет выделить информацию об эффектах электрон-дырочного взаимодействия. Кроме того, мы обсуждаем результаты исследований ФЛ массивов КТ, приготовленных из мелких InGaAs/GaAs КЯ, которые также демонстрируют относительно небольшое неоднородное уширение линии излучения. Однако платой за это является относительно малый геометрический ограничивающий потенциал, который не позволяет реализовать состояния более чем с двумя экситонами в КТ. Поэтому массивы из мелких КТ были использованы только для исследования эффектов в двухэкситонных спиновых комплексах в магнитном поле.

Одиночные InGaAs/GaAs КТ были получены из $\text{In}_{0.13}\text{Ga}_{0.87}\text{As}/\text{GaAs}$ КЯ толщиной 5 нм с помощью электронно-лучевой литографии [14]. Этот метод позволяет избежать эффектов близости и получить квантовые точки строго определенного размера. Для оптических исследований расстояние между соседними одиночными точками было выбрано равным 50 мкм, что дало возможность исследовать отдельные КЯ в оптическом криостате со сверхпроводящим соленоидом. КЯ возбуждались с помощью Ag^+ -лазера. Мощность возбуждения варьировалась в диапазоне от 0,1 до 200 мкВт; лазерный луч фокусировался в пятно диаметром порядка 20 мкм. Излучение отдельной точки анализировалось монохроматором и регистрировалось камерой ПЗС, охлаждаемой жидким азотом. Люминесценция интегрировалась в течение 10 с при больших плотностях возбуждения и 2 мин при малых плотностях возбуждения. Массивы мелких КТ приготавливались из $\text{In}_{0.03}\text{Ga}_{0.97}\text{As}/\text{GaAs}$ КЯ толщиной 5 нм. Метод был аналогичен методу, использованному в случае одиночных КТ, но расстояние между ямами в решетке составляло 200–500 нм.

Для исследований мы выбрали КТ с латеральными размерами $L_{x,y} = 50\text{--}80$ нм, что немного больше радиуса экситона a_X . В этом случае, с одной стороны, имеется баланс между кулоновским взаимодействием и потенциалом, ограничивающим КТ, а с другой стороны, магнитная длина l_B сравнима как с $L_{x,y}$ так и с a_X уже при $B = 3\text{--}6$ Тл. Тем самым магнитное поле сильно влияет на многоэкситонные состояния КТ.

На рисунках 1 и 2 показаны ФЛ-спектры одиночных точек размером $5 \times 50 \times 70$ и $5 \times 45 \times 55$ нм³ при $B = 0$. При слабом возбуждении линия излучения, обозначенная X, соответствует рекомбинации одной электрон-

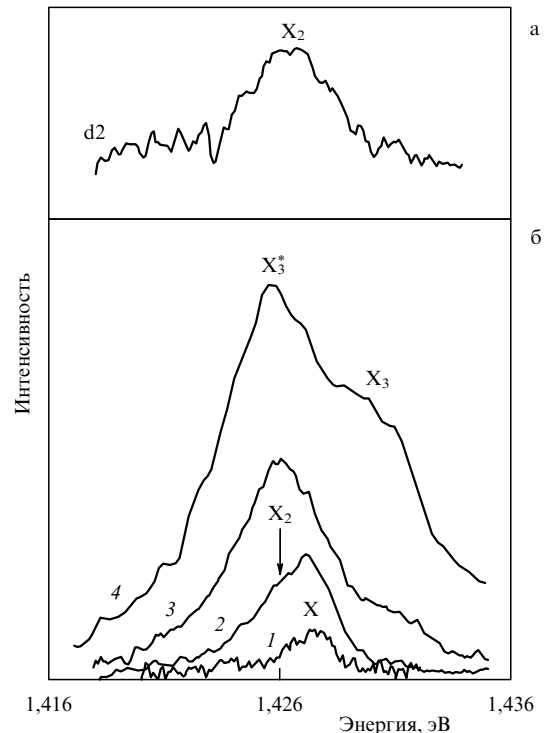


Рис. 1. Спектры ФЛ от одиночной КТ размером $5 \times 50 \times 70$ нм³ при $B = 0$ и разных мощностях возбуждения P [мкВт]: 10 (1), 25 (2), 50 (3) и 200 (4); дифференциальный спектр d2 регистрировался при $P = 50$ мкВт. Диаметр возбужденной области 20 мкм.

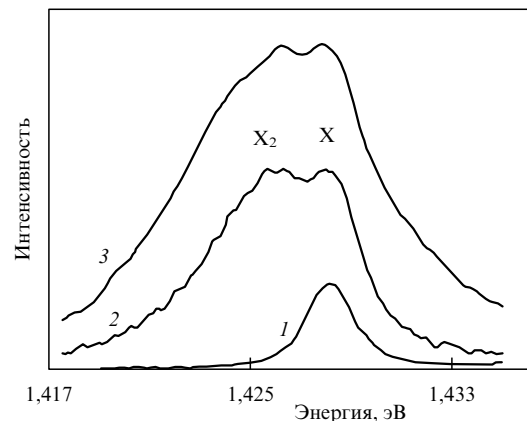


Рис. 2. Спектры ФЛ от одиночной КТ размером $5 \times 45 \times 55$ нм³ при $B = 0$ и разных мощностях возбуждения P [мкВт]: 100 (1), 400 (2), 1000 (3).

дырочной пары (экситон) в КТ. Ее полная ширина на половине максимума приблизительно равна 2 мэВ, что больше соответствующей ширины в естественных КТ [13]. Это может быть вызвано временными флуктуациями потенциала в КТ, связанными с фотовозбужденными поверхностными зарядами.

При возрастании плотности возбуждения на красном краю экситонной линии появляется ярко выраженное плечо X_2 , обусловленное излучением биэкситонов (рекомбинация одного из двух экситонов фотовозбужденных в КТ (см. рис. 1)). В КТ с меньшим латеральным размером (см. рис. 2) линия X_2 имеет хорошее разреше-

ние и расположена более чем на 2 мэВ ниже линии излучения экситонов. Сдвиг линии в сторону меньших энергий возникает из-за эффективного кулоновского взаимодействия между экситонами в яме, и поэтому его можно отнести к энергии связи биэкситона в КТ, Δ_{XX} . В КТ большего радиуса (рис. 1б) линия X_2 расположена ближе к линии X и слабо разрешена на крыле этой линии. Однако она ярко выражена в дифференциальном спектре на рис. 1а, который является разницей спектров, регистрируемых при $P = 25$ мкВт и при $P = 10$ мкВт. Из рисунка 1а видно, что линия X_2 смещена примерно на 1,2 мэВ в красную сторону по отношению к излучению экситонов. На рисунке 3 показана зависимость Δ_{XX} от латерального размера для цилиндрических ям в широком диапазоне $2R = 50\text{--}200$ нм. Величина Δ_{XX} монотонно возрастает при уменьшении размера КТ, что согласуется с теоретическими предсказаниями для точек с $R > a_X$ [2, 3].

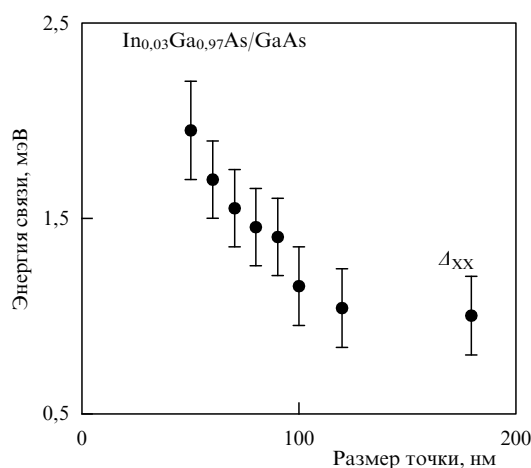


Рис. 3. Зависимость энергии связи биэкситона в КТ от латерального размера точки.

Из сравнения рисунков 1 и 2 видно, что для наблюдения излучения двухэкситонного комплекса в КТ меньшего радиуса, следует использовать большую плотность возбуждения. Это связано с большей поверхностной рекомбинацией в меньшей КТ. Сильное возбуждение приводит к заметному нагреву КТ, что не позволяет заполнить ее несколькими экситонами даже при возбуждении в 1 мВт (см. рис. 2, кривая 3) из-за теплового выброса. Наоборот, как показано на рис. 1, в случае КТ большего размера при $P = 50\text{--}100$ мкВт в высокоэнергетической области спектра появляется ярко выраженное плечо, обозначенное X_3 , тогда как узкая линия от одиночного экситона исчезает из спектра. Кроме того, низкоэнергетический пик заметно сдвигается в красную сторону. Для того чтобы объяснить эти изменения, следует предположить, что КТ заполнена тремя электрон-дырочными парами. Два электрона и две дырки полностью заполняют дважды вырожденные по спину основные состояния электрона и дырки в КТ, а третья электрон-дырочная пара занимает первые возбужденные состояния. Рекомбинация этой пары приводит к появлению новой линии излучения X_3 при более высокой энергии. Следует заметить, что эта линия не может отвечать рекомбинации экситона в возбужденном состоянии, связанном с квантизацией движения экситона в

КТ. Действительно, рассчитанное значение энергии такого состояния экситона в КТ размером 50×70 нм² равно 0,8 мэВ, тогда как экспериментальная величина больше 2,5 мэВ и соответствует сумме энергий первых возбужденных состояний электронов и дырок в КТ.

Таким образом, трехэкситонные состояния в КТ с $R = (3\text{--}6)a_X$ должны описываться в рамках оболочечной модели, которая использует оболочки для электронов и дырок, а не для экситонов. Аналогичная модель была использована в массивных полупроводниках, для того чтобы описать связанные мультиэкситонные комплексы [15]. С учетом принципа Паули схема оптических переходов в КТ имеет вид, показанный на рис. 4. Основное состояние с одно- (X) и двух- (X_2) экситонных комплексов состоит из электронов и дырок в основных оболочках e и h , тогда как трехэкситонный комплекс (X_3) включает два электрона и две дырки в основных оболочках и один электрон и одну дырку в возбужденных оболочках e^* и h^* соответственно. На рис. 4 видно, что в соответствии с результатами эксперимента оболочечная модель предсказывает одну линию излучения X_2 для двухэкситонного состояния и две линии X_3 и X_3^* для трехэкситонного комплекса. Конечное (двухэкситонное) состояние перехода X_3^* является возбужденным, оно состоит из электронов и дырок из основной (e , h) и возбужденной (e^* , h^*) оболочек.

Оболочечная модель предсказывает, что внешнее магнитное поле, расщепляющее электронные и дырочные состояния, должно приводить к изменению структуры многоэкситонных состояний. На рисунке 5 показаны неполяризованные ФЛ-спектры КЯ, записанные при тех же условиях возбуждения, что и на рис. 2 и 1б, но при $B = 6$ Тл. Спектры в магнитном поле существенно изменились. На рисунке 5а показано, что в маленькой КТ линия X_2 появляется только как плечо линии X , что свидетельствует о сильном уменьшении Δ_{XX} . В большей КТ (размером $5 \times 50 \times 70$ нм³) линии X и X_2 вообще не разделяются. Заметное плечо у линии X на высокоэнергетическом краю появляется при $P = 50$ мкВт, что аналогично случаю нулевого магнитного поля. Поэтому мы можем связать это плечо с появлением третьего экситона в КТ. При меньшем возбуждении наблюдается только небольшое уширение линии X .

Сравнение спектров, записанных при больших возбуждениях на рис. 1б и 5б показывает, что расщепление линий X_3^* и X_3 излучения трехэкситонных комплексов сильно уменьшается в магнитном поле. Как видно из схемы переходов на рис. 4, расщепление этих линий соответствует энергии первого возбужденного двухэкси-



Рис. 4. Схема оптических переходов для многоэкситонных состояний в КТ. Штриховые линии $2X$ и $X_2 + X$ показывают суммы энергий двух экситонов и биэкситона и экситона соответственно.

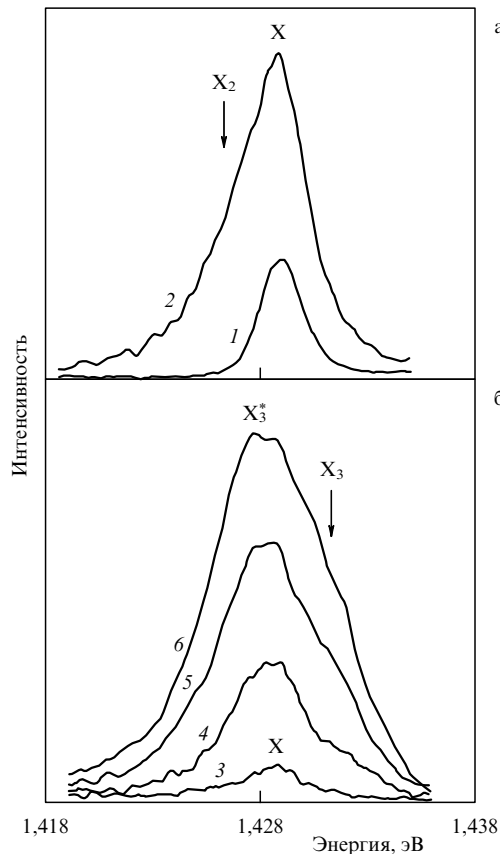


Рис. 5. Спектры ФЛ от одиночных КТ размером $5 \times 45 \times 55$ (а) и $5 \times 50 \times 70$ нм³ (б) при $B = 6$ Тл и разных мощностях возбуждения P [мВт]: 100 (1), 400 (2), 10 (3), 25 (4), 50 (5), 200 (6).

тонного состояния δ_1 . Уменьшение δ_1 означает, что магнитное поле подавляет отталкивание экситонов в комплексе с одной электрон-дырочной парой в основной оболочке и одной электрон-дырочной парой в возбужденной оболочке. Такое поведение коррелирует с понижением энергии первого возбужденного состояния электрона в КТ, в магнитном поле [6, 8], и согласуется с результатами предыдущих исследований фотолюминесценции на массивах из КТ [11].

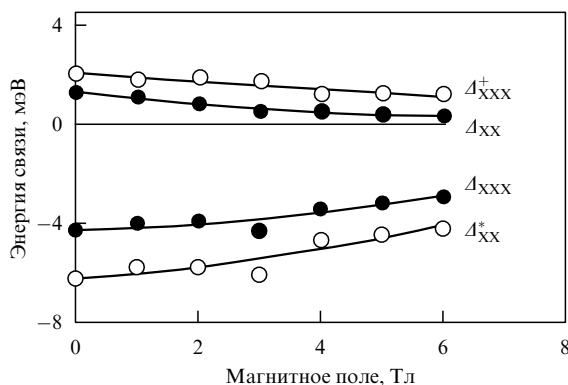


Рис. 6. Зависимости энергии связи (отталкивания) экситонов в двух- и трехэкситонных комплексах в КТ размером $5 \times 50 \times 70$ нм³ от магнитного поля.

Зависимости энергий связывания (отталкивания) экситонов в двух- и трехэкситонных комплексах в КТ от магнитного поля показана на рис. 6. Энергия трехэкситонного состояния в маленьких точках больше, чем сумма энергий трех одиночных экситонов, и, следовательно, такое состояние удерживается только геометрическим потенциалом КТ. Это, очевидно, связано с сильным отталкиванием Паули для электронов (дырок) с одинаковыми спинами, которое возникает только при появлении в КТ третьего экситона и вытесняет третий электрон и дырку на следующие оболочки. На рисунке 6 видно, что энергия отталкивания третьего экситона от двухэкситонного комплекса $\Delta_{XXX} = \hbar\omega(X_3) - \hbar\omega(X)$ уменьшается при увеличении магнитного поля. Этот эффект связан с локализацией электронов и дырок в пределах магнитной длины. В результате отталкивание Паули уменьшается, когда значение l_B становится сравнимым с $L_{x,y}$. На рисунке 6 видно, что Δ_{XXX} изменяется от -4 мэВ при $B = 0$ до -3 мэВ при 6 Тл. Очевидно, что величина Δ_{XXX} должна стремиться к нулю при L_x и/или $L_y \gg l_B$, т.е. когда экситоны в КТ имеют возможность разойтись на расстояние в несколько l_B . Действительно, мы обнаружили, что при $B = 8$ Тл ($l_B = 9$ нм) эффекты латеральной квантизации исчезают в КТ с $L_{x,y} = 150 - 200$ нм.

Подобные аргументы объясняют также и поведение возбужденного двухэкситонного состояния в КТ. На рисунке 6 видно, что полная энергия отталкивания в этом состоянии $\Delta_{XX}^* = \Delta_{XX} + \hbar\omega(X_3) - \hbar\omega(X_3^*)$ изменяется от -5 мэВ при $B = 0$ до $-3,5$ мэВ при 6 Тл, что связано, в основном, с уменьшением расщепления одночастичных состояний при увеличении магнитного поля.

В случае добавления третьего экситона к возбужденному двухэкситонному комплексу его энергия связи может быть представлена как $\Delta_{XXX}^+ = \hbar\omega(X_3^*) - \hbar\omega(X)$. Эффективное взаимодействие в этом случае является притягивающим и Δ_{XXX}^+ даже превосходит Δ_{XX} (см. рис. 6). Это естественно, поскольку третья электрон-дырочная пара заполняет пустые места во внутренних оболочках, занятых только одной частицей. Отталкивание Паули отсутствует, тогда как энергия корреляции возрастает при увеличении количества частиц в КТ. Как и ожидается (см. рис. 6), магнитное поле уменьшает Δ_{XX} и Δ_{XXX}^+ аналогичным образом.

Уменьшение энергии связи двухэкситонного комплекса $\Delta_{XX} = \hbar\omega(X) - \hbar\omega(X_2)$ при увеличении магнитного поля, представленное на рис. 6, может происходить как из-за расщепления Зеемана для электронных и дырочных состояний, так и из-за модификации их волновых функций, вызванной магнитным полем. Для разделения этих двух вкладов мы исследовали поляризационные спектры излучений. Чтобы избежать проблемы с интенсивностью сигнала, были использованы образцы с массивами КТ, приготовленных из мелких $\text{In}_{0,03}\text{Ga}_{0,97}\text{As}/\text{GaAs}$ КЯ с относительно небольшим неоднородным уширением линии излучения. На рисунке 7 представлены спектры излучения в σ^+ и σ^- поляризациях от КТ с $R = 80$ нм при $B = 8$ Тл. При маленькой мощности в σ^+ и σ^- поляризациях наблюдается единственная экситонная линия (X^+ или X^-) в соответствии со схемой перехода, изображенной на рис. 8. Расщепление Δ_s линий X^+ и X^- , связанное с расщеплением Зеемана для электронных и дырочных состояний, достигает 0,7 мэВ при $B = 8$ Тл. Большая интенсивность компоненты σ^+

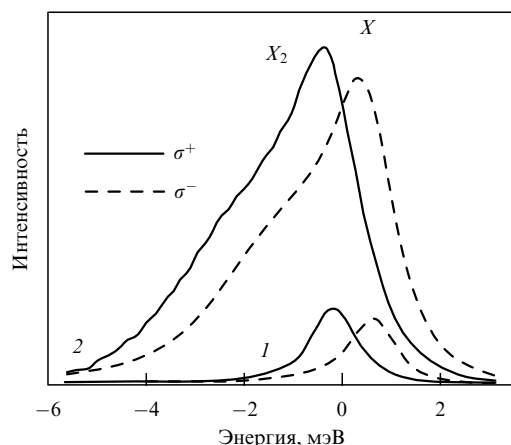


Рис. 7. Поляризованные спектры ФЛ от массива КТ с латеральным размером $R = 80$ нм при $B = 8$ Тл, записанные при низкой (1) и высокой (2) плотности возбуждения.

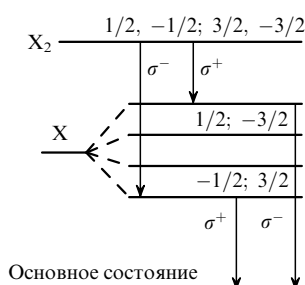


Рис. 8. Схема оптических переходов экситонов и биекситонов в КТ в магнитном поле.

отражает большее заполнение основного состояния экситона. При большой мощности появляются новые линии на низкоэнергетическом краю линии X. Они обозначены как X_2^+ и X_2^- в поляризации σ^+ и σ^- и соответствуют излучению двухэкситонных состояний. Энергетический зазор между этими линиями совпадает с энергетическим зазором между линиями X^+ и X^- . Это согласуется со схемой переходов, представленной на рис. 8, поскольку расщепление линии X_2 полностью определяется расщеплением конечного экситонного состояния.

Как следует из рис. 8, значение Δ_{XX} равно разности энергий переходов X_2^- и X^+ , тогда как энергетический зазор между линиями излучения экситонов и двухэкситонных комплексов в одной поляризации соответствует энергии связывания двух экситонов с противоположными спинами как для электронов, так и для дырок, Δ_{XX}^0 . На рисунке 9 видно, что магнитное поле сильно уменьшает Δ_{XX} , тогда как изменение Δ_{XX}^0 находится в пределах ошибки эксперимента. Это означает, что уменьшение Δ_{XX} , в основном, обусловлено расщеплением Зеемана для электронных и дырочных состояний, а модификация электронных и дырочных волновых функций в магнитном поле слабо влияет на энергию связи.

В заключение следует сказать, что экспериментальные исследования комплексов, ограниченных в КТ, показали, что взаимодействие между экситонами в двухэкситонном комплексе является притягивающим и возрастает при уменьшении размера ямы. Магнитное поле, перпендикулярное плоскости КТ, оказывает незна-

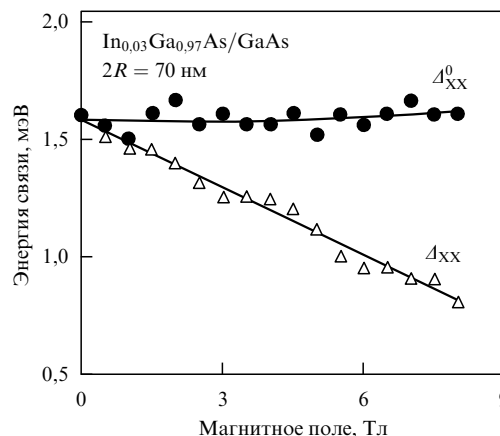


Рис. 9. Зависимость энергии связи двух экситонов с одинаковыми (Δ_{XX}) и противоположными (Δ_{XX}^0) спинами для электронов и дырок от магнитного поля.

чительное влияние на энергию связывания двух экситонов с противоположными спинами для электронов и дырок. Трехэкситонный комплекс удерживается от распада только потенциалом КТ. Магнитное поле сильно уменьшает отталкивание между экситонами в таком комплексе, когда магнитная длина становится меньше, чем $L_{x,y}$.

Работа частично поддержана Фондом Фольксвагена и Российскими программами "Физика наноструктур твердого тела" и "Фундаментальная спектроскопия".

Список литературы

- Schmitt-Rink S, Miller D A B, Chemla D S *Phys. Rev. B* **35** 8113 (1987)
- Bryant G W *Phys. Rev. B* **41** 1243 (1990)
- Hu Y Z et al. *Phys. Rev. Lett.* **64** 1805 (1990)
- Brunner K et al. *Phys. Rev. Lett.* **73** 1138 (1994)
- Steffen R et al. *Phys. Rev. B* **54** 1510 (1994)
- Demel T et al. *Phys. Rev. Lett.* **64** 788 (1990)
- Maksym P A, Chakraborty T *Phys. Rev. Lett.* **65** 108 (1990)
- Andreev A A, Blanter Y M, Lozovik Yu E *Int. J. Mod. Phys B* **9** 1843 (1995)
- Halonon V, Chakraborty T, Pietilainen P *Phys. Rev. B* **45** 5980 (1992)
- Bockelmann U *Phys. Rev. B* **50** 17271 (1994)
- Bayer M et al. *Phys. Rev. Lett.* **74** 3439 (1995)
- Rinaldi R et al. *Phys. Rev. Lett.* **77** 342 (1996)
- Zrenner A et al. *Phys. Rev. Lett.* **72** 3382 (1994)
- Steffen R et al. *Appl. Phys. Lett.* **68** 225 (1996)
- Кулаковский В Д, Пикус Г Е, Тимофеев В Б *УФН* **135** 237 (1981)

Аномальный транспорт и люминесценция непрямых экситонов в двойных квантовых ямах

Л.В. Бутов

Электрон-дырочное ($e-h$) взаимодействие в нейтральных $e-h$ -системах может приводить к конденсации связанных $e-h$ -пар (экситонов) [1]. В случае разреженного экситонного газа ($na_B^d \ll 1$, где a_B — боровский радиус для экситона, n — плотность экситонов, d — размерность) такие экситоны можно рассматривать как