Декабрь 1998 г. **УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК** *Том 168, № 12*

ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

Магнитодинамика антиферромагнетиков

Е.А. Туров, А.В. Колчанов, В.В. Меньшенин, И.Ф. Мирсаев, В.В. Николаев

Обсуждается методика расчета частот антиферромагнитного резонанса (АФМР) с использованием нового вида уравнений магнитодинамики. Излагаемый подход демонстрируется на примере орторомбических антиферромагнетиков с обменной магнитной структурой, характерной для ортоферритов. Обсуждается возможность развития данного подхода для некоторых антиферромагнетиков других сингоний и с другими магнитными структурами.

PACS numbers: **75.30.–m**, 75.50.Ee, **76.50.+g**

Содержание

1. Введение

В последние годы появляется все больше статей, посвященных динамике магнетиков, в особенности антиферромагнетиков, с симметрией, допускающей слабый ферромагнетизм (имеющий релятивистское происхождение на фоне коллинеарной обменной магнитной структуры). Приведем десять ссылок лишь на обзорные, дискуссионные и некоторые наиболее значительные старые публикации [1 – 10]. Используются различные виды уравнения движения для намагниченностей подрешеток, начиная с уравнений, основанных на равномодульном приближении, когда в модели двух подрешеток для намагниченностей принимаются условия $\mathbf{M}_1^2 = \mathbf{M}_2^2 = M_0^2$. Эти уравнения представляют собой хорошо известные уравнения Ландау – Лифшица [11] в применении к двум магнитным подрешеткам антиферромагнетика. Ввиду определенной ограниченности применения этих уравнений для описания эксперимента (в особенности это относится к областям вблизи ориентационных фазовых переходов [3]) используется ряд других феноменологических подходов, в которых равномодульность не постулируется. Это онсагеровский метод рассмотрения линейной динамики, идущий из области неравновесной термодинамики, и лангранжев формализм описания малых колебаний динамических переменных магнетика [3, 5]. Преимуществом последнего является то, что он допускает нелинейное обобщение. Сюда можно отнести и формализм Андреева – Марченко [2], популярный в связи с тем, что он позволяет сравнительно просто описывать весьма сложные магнитные системы — аморфные, многоподрешеточные, обменно-неколлинеарные магнетики.

Обсуждение различных подходов к магнитодинамике, их особенностей, достоинств и недостатков, связи между ними можно найти в цитированных выше статьях, хотя вся проблема в целом, на наш взгляд, требует более обстоятельного единого переосмысления. Авторы планируют сделать это в дальнейшем, а в настоящем обзоре, преследующем, главным образом, методические цели, ставится более ограниченная задача — обсудить еще одну разновидность уравнений спиновой динамики, которые мы назвали уравнениями Власова – Ишмухаметова (ВИ) [1]. Имеется в виду их сравнение с уравнениями Ландау–Лифшица (ЛЛ), которые до сих пор наиболее часто используются в магнитной (спиновой) динамике. В силу сказанного, для уравнений ВИ, записанных для двухподрешеточного антиферромагнетика через механические (спиновые) плотности $\mathbf{S}_1(\mathbf{r})$ и $\mathbf{S}_2(\mathbf{r})$, принимается дополнительное условие равномодульности

$$\mathbf{S}_1^2 = \mathbf{S}_2^2 = S_0^2 = \mathrm{const}\,. \tag{1}$$

В случае уравнений ЛЛ условие (1) просто следует из них (как интеграл движения), а для уравнений ВИ это не так. Зато последние характерны тем, что они учитывают анизотропию магнитомеханического тензора $\hat{g} = \hbar\hat{\gamma}/\mu_{\mathrm{B}}$. Связь между магнитными и спиновыми плотностями подрешеток задается уравнениями $\mathbf{M}_1 = \hat{\gamma}_1\mathbf{S}_1$ и $\mathbf{M}_2 = \hat{\gamma}_2\mathbf{S}_2$, где конкретный вид тензоров $\hat{\gamma}_1$ и $\hat{\gamma}_2$ и соотношения между их компонентами определяются

Е.А. Туров, А.В. Колчанов, В.В. Меньшенин, И.Ф. Мирсаев, В.В. Николаев. Институт физики металлов, Уральское отделение РАН, 620219 Екатеринбург, ул. С. Ковалевской 18, Россия
Тел. (3432) 74-43-12. Факс (3432) 74-52-44
E-mail: theormag@ifm.e-burg.su

Статья поступила 20 февраля 1998 г., после доработки 25 июня 1998 г.

[1] Мы предполагаем, что похожими уравнениями пользовались авторы работы [12] при расчете частот АФМР для $NaNiF_3$ и $YCrO_3$.

кристаллохимической симметрией и обменной магнитной структурой (ОМС) антиферромагнетика (из инвариантности этих уравнений относительно элементов симметрии, входящих в шифр ОМС) [13, 20].

Результат сравнения уравнений ВИ и ЛЛ оказывается несколько неожиданным: уравнения ЛЛ, записанные через спиновые плотности (после сокращения входящего в них скалярного g-фактора), могут применяться и к магнетику с анизотропным g-фактором, если последний учесть в термодинамическом потенциале через зеемановскую энергию. Таким образом, уравнения ВИ в этом отношении не имеют преимущества перед уравнениями ЛЛ, но их использование в ряде случаев может быть предпочтительней, поскольку для них процедура расчета спектра колебаний оказывается проще, чем для уравнений ЛЛ.

Попутно предполагается обсудить некоторые методические аспекты этого расчета. В частности, речь пойдет о разделении динамических спиновых переменных по независимым спин-волновым представлениям, что сразу же позволяет отделить уравнения, соответствующие каждой из нормальной мод колебаний для рассматриваемой магнитной фазы.

Обсуждаемый подход на основе уравнений ВИ рассматривается на конкретном примере расчета частот антиферромагнитного резонанса (АФМР) для ОМС типа G, характерной для ортоферритов и некоторых других ромбических антиферромагнетиков, в частности, $NaNiF_3$. Важно, что при этом учитываются все три возможных механизма слабого ферромагнетизма: антисимметричное и симметричное взаимодействия Дзялошинского, а также анизотропия g-фактора. Проведено сравнение с экспериментом для $NaNiF_3$ [12].

2. Уравнения Власова – Ишмухаметова

В случае одноподрешеточного ферромагнетика с анизотропным g-фактором уравнение движения для $\mathbf{S}$, полученное К.Б. Власовым и Б.Х. Ишмухаметовым [14], имеет следующий вид:

$$\dot{\mathbf{S}} \times \mathbf{S} = -\frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{S}}\, S^2 . \tag{2}$$

Здесь Φ — плотность термодинамического потенциала, выраженного через спиновую плотность. Анизотропия g-фактора проявляется в выражении для зеемановской энергии.

Следует подчеркнуть, что уравнение (2), в отличие от уравнения ЛЛ, не имеет интеграла движения вида $\mathbf{S}^2 = S_0^2 = \mathrm{const}$. Требование о наличии такого интеграла движения приводит к тому, что вариационная задача нахождения безусловного экстремума действия J в [14] заменяется задачей на условный экстремум. Последняя может быть решена методом Лагранжа (см., например, [15], с. 227), в котором плотность функции Лагранжа $\mathcal{L}$ заменяется на $\tilde{\mathcal{L}} = \mathcal{L} + \lambda(\mathbf{S}^2 - S_0^2)$, где $\lambda = \lambda(t)$ — неизвестная функция. Соответственно, место Φ в задаче занимает функция $\Psi = \Phi + \lambda(\mathbf{S}^2 - S_0^2)$ и вместо (2) имеем в этом случае следующую систему уравнений:

$$\dot{\mathbf{S}} \times \mathbf{S} = -\frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{S}}\, S^2 , \qquad \mathbf{S}^2 - S_0^2 = 0 . \tag{3}$$

С другой стороны, можно сразу сократить число независимых динамических переменных в действии J, разрешая условие $\mathbf{S}^2 = S_0^2$ относительно одной из них и исключая ее из J [15]. В этом случае вариационная процедура в любых (например, угловых) *независимых* переменных ζ_α, $\alpha = 1, 2$, приводит к уравнениям вида:

$$[\dot{\mathbf{S}} \times \mathbf{S}] \cdot \frac{\partial \mathbf{S}}{\partial \zeta_\alpha} = -S_0^2\, \frac{\partial \tilde{\Phi}}{\partial \zeta_\alpha} . \tag{4}$$

Здесь $S_i = S_i(\zeta_1, \zeta_2)$ и

$$\tilde{\Phi} = \tilde{\Phi}(\zeta_1, \zeta_2) \equiv \Phi\big[S_1(\zeta_1, \zeta_2), S_2(\zeta_1, \zeta_2), S_3(\zeta_1, \zeta_2)\big] .$$

В случае двухподрешеточного антиферромагнетика, записывая уравнения вида (2) для каждой из подрешеток и вводя вместо $\mathbf{S}_1$ и $\mathbf{S}_2$ спиновые векторы ферромагнетизма ($\boldsymbol{\mathcal{M}}$) и антиферромагнетизма ($\boldsymbol{\Lambda}$) с помощью соотношений

$$\boldsymbol{\mathcal{M}} = \mathbf{S}_1 + \mathbf{S}_2 , \qquad \boldsymbol{\Lambda} = \mathbf{S}_1 - \mathbf{S}_2 ,$$

получаем систему уравнений

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{\mathcal{M}}} \times \boldsymbol{\mathcal{M}} + \dot{\boldsymbol{\Lambda}} \times \boldsymbol{\Lambda} &= -\frac{\partial \Phi}{\partial \boldsymbol{\mathcal{M}}}(\boldsymbol{\mathcal{M}}^2 + \boldsymbol{\Lambda}^2) - 2\,\frac{\partial \Phi}{\partial \boldsymbol{\Lambda}}(\boldsymbol{\Lambda} \cdot \boldsymbol{\mathcal{M}}) , \\ \dot{\boldsymbol{\mathcal{M}}} \times \boldsymbol{\Lambda} + \dot{\boldsymbol{\Lambda}} \times \boldsymbol{\mathcal{M}} &= -2\,\frac{\partial \Phi}{\partial \boldsymbol{\mathcal{M}}}(\boldsymbol{\Lambda} \cdot \boldsymbol{\mathcal{M}}) - \frac{\partial \Phi}{\partial \boldsymbol{\Lambda}}(\boldsymbol{\mathcal{M}}^2 + \boldsymbol{\Lambda}^2) . \end{aligned} \tag{5}$$

В этих уравнениях еще не учитывается условие равномодульности (1) — они аналогичны уравнению (2) для ферромагнетика. Конечно, можно было бы попытаться найти частоты АФМР, решив систему (5). Однако это сразу же привело бы нас к необходимости включить в рассмотрение все проблемы магнитной динамики, перечисленные выше, а также проблему основного состояния с учетом отличной от нуля продольной (по вектору $\boldsymbol{\Lambda}$) магнитной восприимчивости $\chi_\parallel \neq 0$. Необходимо было бы сравнить результаты расчетов на основе (5) с результатами, получаемыми на основе онсагеровского и лагранжева подходов, а также в модели $\boldsymbol{\Lambda}^2 = \mathrm{const}$ (см. [3]), и учесть продольные колебания и релаксацию и т.д. Все это, вообще говоря, представляет значительный интерес, однако здесь мы ограничимся рассмотрением задач, сформулированных во введении. При этом при выводе уравнений движения приходится накладывать сторонние связи (1), которые после введения относительных векторов $\mathbf{m} = \boldsymbol{\mathcal{M}}/2S_0$ и $\mathbf{l} = \boldsymbol{\Lambda}/2S_0$ принимают вид

$$\mathbf{m}^2 + \mathbf{l}^2 - 1 = 0 , \qquad \mathbf{m} \cdot \mathbf{l} = 0 . \tag{6}$$

В результате вместо (5) получаем систему

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{m}} \times \mathbf{m} + \dot{\mathbf{l}} \times \mathbf{l} &= -\frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{m}} , \\ \dot{\mathbf{m}} \times \mathbf{l} + \dot{\mathbf{l}} \times \mathbf{m} &= -\frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{l}} , \end{aligned} \tag{7}$$

где функция

$$\Psi \equiv \Phi + \lambda_1(\mathbf{m}^2 + \mathbf{l}^2 - 1) + \lambda_2(\mathbf{m} \cdot \mathbf{l}) \tag{8}$$

дополнительно содержит две неизвестные функции $\lambda_1(t)$ и $\lambda_2(t)$, а уравнения (7) должны рассматриваться как единая система вместе с (6). В правой части уравнений (7), строго говоря, должен появиться множитель $(2S_0)^{-1}$, но мы внесли его в определение потенциала Φ, так что последний теперь имеет размерность частоты (c^{-1}).

Как и в случае ферромагнетика, можно сразу сократить количество уравнений, перейдя к независимым переменным ζ_α, $\alpha = 1, 2, 3, 4$:

$$-\frac{\partial \tilde{\Phi}}{\partial \zeta_\alpha} = \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \zeta_\alpha} \cdot (\dot{\mathbf{m}} \times \mathbf{m} + \dot{\mathbf{l}} \times \mathbf{l}) + \frac{\partial \mathbf{l}}{\partial \zeta_\alpha} \cdot (\dot{\mathbf{m}} \times \mathbf{l} + \dot{\mathbf{l}} \times \mathbf{m}) . \quad (9)$$

Здесь $\tilde{\Phi} \equiv \Phi\big[\mathbf{m}(\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3, \zeta_4), \mathbf{l}(\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3, \zeta_4)\big]$.

Сравним теперь уравнения (6), (7) с уравнениями ЛЛ для антиферромагнетика, которые можно записать через векторы суммарной намагниченности $\mathbf{M} = \mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2$ и антиферромагнетизма $\mathbf{L} = \mathbf{M}_1 - \mathbf{M}_2$:

$$\dot{\mathbf{M}} = -\gamma\left(\mathbf{M} \times \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{M}} + \mathbf{L} \times \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{L}}\right),$$

$$\dot{\mathbf{L}} = -\gamma\left(\mathbf{M} \times \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{L}} + \mathbf{L} \times \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{M}}\right), \quad (10)$$

где γ — скалярное магнитомеханическое отношение. Если ввести спиновые плотности $\mathbf{S}_1 = \mathbf{M}_1/\gamma$ и $\mathbf{S}_1 = \mathbf{M}_1/\gamma$, то уравнения (10) для переменных $\mathbf{m} = (\mathbf{S}_1 + \mathbf{S}_2)/2S_0$ и $\mathbf{l} = (\mathbf{S}_1 - \mathbf{S}_2)/2S_0$ принимают следующий вид:

$$\dot{\mathbf{m}} = -\left(\mathbf{m} \times \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{m}} + \mathbf{l} \times \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{l}}\right),$$

$$\dot{\mathbf{l}} = -\left(\mathbf{m} \times \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{l}} + \mathbf{l} \times \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{m}}\right). \quad (11)$$

Уравнения (11), как и уравнения (7), не содержат явно магнитомеханического отношения; оно входит лишь через зеемановскую энергию в Φ. И самое интересное заключается в том, что уравнения (11) получаются из (7) (при условиях (6)) простыми алгебраическими преобразованиями после векторного умножения обоих уравнений на $\mathbf{m}$ или $\mathbf{l}$.

Не означает ли сказанное, что уравнения ЛЛ в форме (11), получаемые как следствие уравнений (7) и (6), в равной мере могут учитывать анизотропию g-фактора?

По-видимому, ситуация здесь аналогична той, которая имеет место при выводе уравнений движения в онсагеровском подходе [3, 5] с учетом магнитной кристаллографической анизотропии. Последняя учитывается лишь в термодинамическом потенциале, а кинетические коэффициенты в этих уравнениях записываются в изотропном (обменном) приближении.

Наконец, именно уравнения (11) выводятся непосредственно из вариационного принципа, если с самого начала записать $\mathcal{L}$ через спиновые плотности $\mathbf{S}_i$ $(i = 1, 2)$, приняв при этом, что могут реализоваться только также вариации $\delta\mathbf{S}_i$, которые перпендикулярны $\mathbf{S}_i$: $(\mathbf{S}_i \cdot \delta\mathbf{S}_i) = 0$.

Положительный ответ на поставленный выше вопрос подтверждается еще тем, что результаты расчета частот АФМР на основе уравнений (11) с учетом анизотропии g-фактора (через зеемановскую энергию) точно совпадают с результатами, полученными в [13] из спинового гамильтониана методом вторичного квантования.

Важное отличие уравнений ВИ по сравнению с уравнениями ЛЛ (даже в форме (11)) состоит в том, что условия спиновой равномодульности (6) не могут быть получены из уравнений (7), а являются уравнениями, дополняющими их. Так что, строго говоря, уравнениями ВИ следует называть именно всю систему уравнений (7) вместе с (6).

В дальнейшем мы используем именно эту систему уравнений (либо эквивалентную ей систему (9)). Она имеет следующую особенность, упрощающую расчеты спектра частот АФМР, на примере которых и будет продемонстрировано применение уравнений ВИ. В линейной теории, которая необходима для этой цели, правые сомножители векторных произведений в левой части уравнений (7) сразу можно заменить на их статические (равновесные) значения $\mathbf{m}^{(0)}$ и $\mathbf{l}^{(0)}$. В правой части в Φ достаточно выделить слагаемые Φ_2, квадратичные по независимым динамическим переменным $\Delta\mathbf{m} \equiv \mathbf{m} - \mathbf{m}^{(0)}$ и $\Delta\mathbf{l} \equiv \mathbf{l} - \mathbf{l}^{(0)}$. И, как показано ниже, для каждой моды колебаний (а их в рассматриваемой модели без учета диссипации должно быть две) дело будет сводиться к вычислению лишь двух производных (по двум независимым переменным) от Φ_2. Но сначала было бы желательно выделить динамические переменные, соответствующие каждой из этих двух мод.

3. Спин-волновое представление

Расчет собственных частот колебаний значительно упрощается, если для рассматриваемого основного состояния ("фазы") заранее известно, как подразделяются динамические ("колебательные") переменные по модам. Вообще говоря, эту задачу следует рассматривать с помощью теории представлений магнитной группы, описывающей симметрию интересующей нас магнитной структуры [16, 17]. К сожалению, здесь нет возможности излагать такую теорию, но для частного случая антиферромагнетика с ромбической симметрией выводы этой теории можно представить в весьма наглядном виде. Имеются основания полагать, что соответствующие результаты можно перенести на некоторые случаи более высоких сингоний (тетра- и тригональных антиферромагнетиков, см. заключение).

Для решения этой задачи обратимся к известной таблице преобразований компонент векторов $\mathbf{m}$ и $\mathbf{l}$ [7, 13, 18], имея в виду двухподрешеточную модель с обменной магнитной структурой типа G с вектором антиферромагнетизма $\mathbf{G} \equiv \mathbf{l} = (\mathbf{S}_1 - \mathbf{S}_2 + \mathbf{S}_3 - \mathbf{S}_4)/2S_0$. Эта таблица соответствует пространственной группе $Pbnm \equiv D_{2h}^{16}$ для ионов в позиции $4b$, характерной, например, для железа в ортоферритах. Ее сокращенный вариант, в котором не учитываются редкоземельные ионы, а два других антиферромагнитных вектора для ионов в позиции $4b$ полагаются равными нулю, $\mathbf{A} = \mathbf{C} = 0$ (что и приводит к двухподрешеточному приближению), имеет вид

Таблица

Γ_ν	$\bar{1}$	2_{1x}	2_{1y}	2_{1z}	Базисные функции	Магнитная группа
Γ_1	+1	+1	+1	+1	l_y	$m_x m_y m_z$
Γ_2	+1	+1	−1	−1	m_x l_z	$m_x m'_y m'_z$
Γ_3	+1	−1	+1	−1	m_y	$m'_x m_y m'_z$
Γ_4	+1	−1	−1	+1	l_x m_z	$m'_x m'_y m_z$

В таблице приведены результаты действия элементов кристаллохимической группы симметрии на компоненты векторов $\mathbf{m}$ и $\mathbf{l}$: $+1$ отвечает сохранению знака комноненты, -1 — обращению знака. Компоненты, помещенные в одну строку (они преобразуются одинаковым образом под действием элементов симметрии), образуют неприводимые представления $(\Gamma_1 - \Gamma_4)$ рассматриваемой группы $Pbnm$. Каждому представлению соответствует определенное ориентационное состояние (называемое "фазой" в работах [7, 17]); оно задается компонентами $\mathbf{m}$ и $\mathbf{l}$, преобразующимися по этому представлению, остальные компоненты для данной фазы равны нулю. Так, для фазы Γ_1 это состояние с $\mathbf{l} \parallel Y$ и $\mathbf{m} = 0$, для фазы Γ_2 — состояние с $\mathbf{l} \parallel Z$ и $\mathbf{m} \parallel X$ и т.д. Справа в таблице для каждой фазы указана группа магнитной симметрии (оставляющая компоненты векторов в строке неизменными) в терминах плоскостей симметрии. Символом m' обозначены плоскости, дополненные операцией обращения времени [2]. Учитывая, что $m_i = \bar{1} \cdot 2_i$ $(i = x, y, z)$, в данном случае (когда $\bar{1}$ остается элементом симметрии и в магнитной группе) магнитные группы можно было бы определить в терминах осей 2_i с той же расстановкой штрихов (следует отличать плоскости симметрии с индексами x, y, z от соответствующих компонент вектора $\mathbf{m}$).

Произведем теперь разделение шести колебательных переменных Δm_i, Δl_i $(i = x, y, z)$ для всех четырех фаз $\Gamma_{1,2,3,4}$ на такие наборы, каждый из которых соответствует одной из нормальных мод колебаний рассматриваемой фазы. В специальной литературе [16, 17] такой набор переменных носит название спин-волнового представления магнитной группы этой фазы. Очевидным признаком принадлежности каких-либо переменных из Δm_i, Δl_i к спин-волновому представлению является инвариантность уравнений движения (см. ниже), записанных лишь для этих переменных (с тождественно равными нулю остальными переменными), по отношению к магнитной группе соответствующей фазы.

Но желательно, конечно, подразделить переменные $\Delta m_i, \Delta l_i$ по модам еще до написания уравнений движения. Имеется следующая закономерность, позволяющая это сделать. Рассмотрим, например, фазу $\Gamma_2(m_x l_z)$. Переменные Δm_i, Δl_i группируются в две тройки: $\Gamma_{12}(\Delta l_y, \Delta m_x, \Delta l_z)$ и $\Gamma_{34}(\Delta m_y, \Delta m_z, \Delta l_x)$. В каждую из них взяты переменные из двух строк Γ_1 и Γ_2 (или Γ_3 и Γ_4) таким образом, чтобы произведение результатов действий элементов *магнитной* группы $mm'm'$ фазы Γ_2 на переменные из этих строк, во-первых, было бы одинаковым и, во-вторых, точно совпадало с результатом действия элементов *кристаллохимической* группы на базисные функции, представленные в строке Γ_2 таблицы. Схематически это можно представить в виде равенств [3]

$$(+--) \cdot (+++) = (--+) \cdot (-+-) = (+--) \,,$$

где "плюсы" и "минусы" соответствуют преобразованию базисных функций под действием элементов m и m' (функции остаются неизменными или меняют знак).

Два набора переменных, удовлетворяющие указанному правилу, Γ_{12} и Γ_{34}, как раз и образуют спин-волновые представления, соответствующие двум нормальным модам колебаний для фазы $\Gamma_2(m_x l_z)$. Представление $\Gamma_{34}(\Delta m_y, \Delta m_z, \Delta l_x)$ соответствует квазиферромагнитной моде (мода 3), для которой вектор $\mathbf{m}$ прецессирует вокруг оси X, так что эта мода возбуждается переменным полем $\mathbf{h}_\omega \perp \mathbf{m}^0 \parallel X$. Другая нормальная мода $\Gamma_{12}(\Delta m_x, \Delta l_y, \Delta l_z)$ соответствует продольным к $\mathbf{m}^{(0)} \parallel X$ колебаниям $\Delta \mathbf{m}$ и возбуждается полем того же направления. Это — квазиантиферромагнитная мода (мода 4).

Аналогичным образом, это правило позволяет выделить спин-волновые представления для фазы $\Gamma_4(l_x m_z)$ с симметрией $m'm'm$ — наиболее часто встречающегося случая (структура G, состояние $\mathbf{l} \parallel X$) для ортоферритов. Собственными модами колебаний являются следующие: $\Gamma_{23}(\Delta l_z, \Delta m_x, \Delta m_y)$ — квазиферромагнитная мода (мода 1) и $\Gamma_{14}(\Delta l_y, \Delta l_x, \Delta m_z)$ — квазиантиферромагнитная мода (мода 2).

Фаза $\Gamma_3(m_y)$ относится к ферромагнитной структуре с $\mathbf{m} \parallel Y$. Принятому выше правилу в данном случае удовлетворяют спин-волновые представления, соответствующие модам $\Gamma_{13}(\Delta l_y, \Delta m_y)$ и $\Gamma_{24}(\Delta m_x, \Delta l_z, \Delta l_x, \Delta m_z)$. Первая из них, однако, должна быть исключена в силу принятых нами условий спиновой равномодульности (6).

Несколько иначе обстоит дело для антиферромагнитной фазы $\Gamma_1(l_y)$, не обладающей, в отличие от фаз Γ_2 и Γ_4, слабым ферромагнетизмом. Ее магнитная группа mmm совпадает с кристаллохимической. Поэтому спин-волновое представление группы mmm может быть здесь образовано базисными функциями любой одиночной строки $\Gamma_1 - \Gamma_4$. Это и понятно, ведь эти строки как раз и осуществляют представления кристаллохимической группы, а последняя в данном случае совпадает с магнитной. Колебания, соответствующие строкам Γ_1 и Γ_3, не реализуются опять же из-за равномодульности. Следовательно, остаются только две возможности — $\Gamma_2(\Delta l_z, \Delta m_x)$ и $\Gamma_4(\Delta l_x, \Delta m_z)$ (еще раз подчеркнем, что здесь эти представления выступают как спин-волновые).

Проведенный выше анализ спин-волновых представлений для ориентационных состояний (фаз) обменной магнитной структуры типа G относится к ситуации, когда поле $\mathbf{H}$ отсутствует, поскольку при $\mathbf{H} \neq 0$ симметрия системы, вообще говоря, изменяется. Исключение составляют лишь некоторые частные случаи, для которых вектор $\mathbf{H}$, будучи направлен вдоль определенных осей симметрии, не нарушает исходную симметрию фазы. При этом следует помнить, что вектор $\mathbf{H}$ преобразуется как спиновая (или магнитная) плотность $\mathbf{m}$. К таким случаям относятся, например, фазы $\Gamma_2(m_x l_z)$ и $\Gamma_4(l_x m_z)$, если $\mathbf{H}$ приложить соответственно в направлениях $X \parallel 2_{1x}$ или $Z \parallel 2_{1z}$.

Ниже будет рассмотрен простой пример нарушения симметрии полем $\mathbf{H}$, приводящий к смешиванию исходных мод (ненарушенной симметрии), — случай фазы $\Gamma_1(l_y)$ при $\mathbf{H} \parallel Y$. Дело в том, что H_y по своим трансформационным свойствам попадает не в строку Γ_1

[2] Обратим внимание, что в этом месте в [7, 18] и в др. работах имеются опечатки, которые, очевидно, механически перекочевывают из одного издания в другое. Кроме того, в этих работах принято другое обозначение $m' \equiv \underline{m}$. Во избежание недоразумений, плоскости симметрии в таблице снабжены индексами нормалей к ним (x, y или z); хотя такой порядок расположения (xyz) является общепринятым, он такой же, как для кристаллохимических элементов (см. [19]). Учитывая сказанное, мы будем в дальнейшем опускать индекс нормали у плоскости симметрии m.

[3] Впрочем, поскольку наличие штриха у m' одинаковым образом сказывается на обоих сомножителях каждого из произведений в этом равенстве, то вместо элементов магнитной группы можно в рассматриваемой ситуации таким же образом использовать и кристаллохимические элементы. Это даже проще, так как действие последних непосредственно представлено в таблице (для магнитных же элементов необходимо дополнительно учитывать изменение знака, связанное со штрихом у m'). О различиях, возникающих при проверке инвариантности уравнений движения (при использовании кристаллохимической либо магнитной симметрии), будет идти речь в следующем пункте.

таблицы, а в строку Γ_3 вместе с m_y. Именно с этого случая мы и начнем расчет спектров АФМР, и читатель сможет убедиться, насколько упрощаются вычисления на основе уравнений (6), (7) или (9) (с предварительным выделением спин-волновых представлений) по сравнению с расчетом на основе обычных уравнений ЛЛ (даже, если в последних не учитывать анизотропию g-фактора).

4. Термодинамический потенциал и частоты АФМР

В качестве исходной плотности примем известную плотность термодинамического потенциала [13, 18]

$$\Phi = \frac{1}{2}\,\mathcal{E}m^2 + \frac{1}{2}\,K_{\rm a}l_x^2 + \frac{1}{2}\,K_{\rm c}l_z^2 - d_{\rm a}(l_xm_z - l_zm_x) - d_{\rm s}(l_xm_z + l_zm_x) - h_x(m_x + \tau_1 l_z) - h_ym_y - h_z(m_z + \tau_3 l_x)\,. \tag{12}$$

Здесь разделены антисимметричная ($d_{\rm a}$) и симметричная ($d_{\rm s}$) части взаимодействия Дзялошинского и введены обозначения: $h_i = \gamma_{ii}H_i$, $\tau_1 = \gamma_{xz}/\gamma_{xx}$, $\tau_3 = \gamma_{zx}/\gamma_{zz}$. Все константы в (12), как и h_i, имеют размерность частоты (c^{-1}). Величины τ_1 и τ_3 учитывают недиагональные компоненты анизотропного g-фактора ($g_{ij}\mu_{\rm B} = \gamma_{ij}\hbar$) для антиферромагнетика со структурой типа G в двухподрешеточном приближении в ромбическом кристалле с симметрией $Pbnm$. В (12) частично учтены условия (6).

Пусть сначала $\mathbf{H} = \mathbf{h} = 0$. Тогда для фазы $\Gamma_1(l_y)$ имеются две моды колебаний, соответствующие спин-волновым представлениям $\Gamma_2(\Delta m_x, \Delta l_z)$ и $\Gamma_4(\Delta m_z, \Delta l_x)$. Соответственно, для первой моды следует положить $m_z = l_x = 0$, а для второй — $m_x = l_z = 0$. Кроме того, в обоих случаях $m_y = 0$, $l_y \approx l_y^{(0)} = 1$. Из сказанного следует, что для моды Γ_2 остается всего две независимых переменных, в качестве которых можно взять, например, $\zeta_1 = m_x$ и $\zeta_2 = l_z$. Аналогично, для Γ_4 остается лишь пара уравнений с $\zeta_1 = m_z$ и $\zeta_2 = l_x$. Согласно (9) получим для моды Γ_2

$$\dot m_x = -\left[K_{\rm c}l_z + (d_{\rm a} - d_{\rm s})m_x\right], \qquad \dot l_z = \mathcal{E}m_x + (d_{\rm a} - d_{\rm s})l_z\,, \tag{13}$$

а для моды Γ_4

$$\dot m_z = K_{\rm a}l_x - (d_{\rm a} + d_{\rm s})m_z\,, \qquad \dot l_x = -\mathcal{E}m_z + (d_{\rm a} + d_{\rm s})l_x\,. \tag{14}$$

Поиск решения этих уравнений в виде $\propto \exp(-\mathrm{i}\omega t)$ приведет к частотам АФМР вида

$$\omega_1^2 = \mathcal{E}K_{\rm c} - (d_{\rm a} - d_{\rm s})^2\,, \tag{15}$$

$$\omega_2^2 = \mathcal{E}K_{\rm a} - (d_{\rm a} + d_{\rm s})^2\,. \tag{16}$$

Движение векторов $\mathbf{l}$ и $\mathbf{m}$ представляет собой их качание в плоскости XZ, точнее, отклонение $\mathbf{l}$ в направлении Z (X) для первой (второй) моды, с одновременным появлением $\mathbf{m}$ в перпендикулярном направлении X (Z). Первая мода возбуждается переменным полем $\mathbf{h}_\omega \parallel X$, а вторая — полем $\mathbf{h}_\omega \parallel Z$. Соответственно, отличными от нуля являются компоненты магнитной восприимчивости $\chi_{xx}(\omega)$ или $\chi_{zz}(\omega)$.

Если приложить поле $\mathbf{H} \parallel Y$, то колебания этих двух мод смешиваются. При этом благодаря появлению в Φ слагаемого вида

$$-h_ym_y \approx (m_xl_x + m_zl_z)h_y \tag{17}$$

будут связаны все четыре переменные: l_z, l_x, m_z и m_x. Здесь учтено второе из условий (6) и принято $l_y \approx l_y^{(0)} = 1$. Уравнения (9) приводят теперь к системе

$$\begin{aligned}
\dot m_x &= -\left[K_{\rm c}l_z + (d_{\rm a} - d_{\rm s})m_x + h_ym_z\right],\\
\dot m_z &= K_{\rm a}l_x - (d_{\rm a} + d_{\rm s})m_z + h_ym_x\,,\\
\dot l_x &= -\left[\mathcal{E}m_z - (d_{\rm a} + d_{\rm s})l_x + h_yl_z\right],\\
\dot l_z &= \mathcal{E}m_x + (d_{\rm a} - d_{\rm s})l_z + h_yl_x\,.
\end{aligned} \tag{18}$$

Ее решение определяет новую пару частот АФМР:

$$\omega_\pm^2 = \frac{1}{2}\left[\mathcal{E}(K_{\rm a} + K_{\rm c}) - 2(d_{\rm a}^2 + d_{\rm s}^2)\right] + h_y^2 \pm \left\{\frac{1}{4}\left[\mathcal{E}(K_{\rm a} - K_{\rm c}) - 4d_{\rm a}d_{\rm s}\right]^2 + 2h_y^2\left[\mathcal{E}(K_{\rm a} + K_{\rm c}) - 2d_{\rm a}^2\right]\right\}^{1/2}. \tag{19}$$

Естественно, что при $h_y = 0$ выражения (19) снова переходят в формулы (15) и (16). Характер движения превращается в прецессию векторов $\mathbf{m}$ и $\mathbf{l}$ вокруг $\mathbf{h} \parallel Y$. Конусы прецессии не круговые, а эллиптические. При этом основания конусов, соответствующих $\mathbf{m}$ и $\mathbf{l}$, для одной моды обращены в одну и ту же сторону, а для другой — в противоположные стороны. Отличными от нуля компонентами восприимчивости будут $\chi_{xx}(\omega)$, $\chi_{zz}(\omega)$, $\chi_{xz}(\omega)$ и $\chi_{zx}(\omega)$.

Для выяснения некоторых деталей принимаемых приближений и роли, которую играют условия (6), проследим столь же подробно расчет частот АФМР еще для одной фазы. Пусть это будет фаза $\Gamma_4(l_xm_z)$ в поле $\mathbf{H} \parallel Z$. Повторим: такое поле не изменяет магнитную симметрию фазы Γ_4 и ее спин-волновые представления $\Gamma_{23}(\Delta l_z, \Delta m_x, \Delta m_y)$ и $\Gamma_{14}(\Delta l_x, \Delta l_y, \Delta m_z)$.

Начнем с моды Γ_{23}. Для нее в линейном приближении следует положить $\Delta l_x = l_y = \Delta m_z = 0$ и в спин-волновом представлении выделить из Φ (12) квадратичную форму Φ_2 по переменным l_z, m_x, m_y. Заметим, однако, что в силу условий равномодульности (6) в Φ_2 дают вклад и динамические части l_x и m_z, определяемые квадратичными по указанным спин-волновым переменным добавками. На этом этапе мы для примера используем метод множителей Лагранжа. При этом искомая поправка к Φ_2 от Δl_x и Δm_z равна

$$\Delta\Phi_2(\Delta l_x, \Delta m_z) = \left(\frac{\partial\Phi}{\partial l_x}\right)_0 \Delta l_x + \left(\frac{\partial\Phi}{\partial m_z}\right)_0 \Delta m_z = -2\lambda_1(l_0\Delta l_x + m_0\Delta m_z)\,. \tag{20}$$

Здесь производные берутся в точке равновесия с $l_x^{(0)} = l_0$ и $m_z^{(0)} = m_0$, которые, в соответствии с определением Ψ (8) и условиями равновесия $(\partial\Psi/\partial l_x)_0 = (\partial\Psi/\partial m_z)_0 = 0$, в (20) представлены в виде

$$\left(\frac{\partial\Phi}{\partial l_x}\right)_0 = -2\lambda_1 l_0\,, \qquad \left(\frac{\partial\Phi}{\partial m_z}\right)_0 = -2\lambda_1 m_0\,. \tag{21}$$

Из этих двух уравнений с учетом (12) могут быть определены λ_1 и m_0:

$$2\lambda_1 = (d_\mathrm{a} + d_\mathrm{s}) m_0 l_0 + h_z \tau_3 l_0 - K_\mathrm{a} \,,$$
$$m_0 = \frac{(d_\mathrm{a} + d_\mathrm{s}) l_0 + h_z}{\mathcal{E} - K_\mathrm{a}} \,. \qquad (22)$$

Далее, используя (6) и условие $m_0^2 + l_0^2 = 1$, находим

$$-2(l_0 \Delta l_x + m_0 \Delta m_z) = m_x^2 + m_y^2 + l_z^2 \,, \qquad m_x = -\frac{m_0}{l_0}\, l_z \,.$$

После подстановки этих соотношений, а также λ_1 в (20) для полной квадратичной формы $\Phi_2 = \Phi_2(m_x, m_y, l_z) + \Delta\Phi_2(\Delta l_x, \Delta m_z)$ в терминах независимых динамических переменных $\zeta_1 = l_z$ и $\zeta_2 = m_y$ получаем выражение

$$\Phi_2 = \frac{1}{2}\,\mathcal{E}\left[m_y^2 + \left(\frac{m_0}{l_0}\right)^2 l_z^2\right] + \frac{1}{2}(K_\mathrm{c} - K_\mathrm{a}) l_z^2 + \\ + \frac{1}{2}\frac{m_0}{l_0}\left[(d_\mathrm{a} + d_\mathrm{s}) m_y^2 + (3d_\mathrm{s} - d_\mathrm{a}) l_z^2\right] + \frac{1}{2}\frac{h_z}{l_0}\,\tau_3 (m_y^2 + l_z^2) \,. \qquad (23)$$

Теперь оказывается удобным использовать линеаризованные уравнения (9). Их будет всего два, что соответствует двум отличным от нуля производным $\partial\Phi_2/\partial l_z$ и $\partial\Phi_2/\partial m_y$. В результате имеем

$$\dot m_y l_0 = l_z\left[K_\mathrm{c} - K_\mathrm{a} + \mathcal{E} m_0^2 - \frac{m_0}{l_0}(d_\mathrm{a} - 3d_\mathrm{s}) + \frac{h_z}{l_0}\,\tau_3\right],$$
$$\dot l_z l_0 = -m_y \mathcal{E} \,. \qquad (24)$$

При выводе уравнений (24) в правой и левой частях мы последовательно пренебрегли в коэффициентах при l_x и m_y членами порядка $K_\mathrm{a}/\mathcal{E}$, $(m_0/l_0)^2$ и $h_z\tau_3/\mathcal{E}$ по сравнению с 1. При этом было принято, что $l_0^2 = 1$ и l_0 может иметь разные знаки: $l_0 = \pm 1$, в зависимости от знака и величины констант d_a, d_s и τ_3.

Легко заметить, что уравнения (24) действительно инвариантны по отношению к преобразованиям как кристаллохимической, так и магнитной симметрии. В первом случае это связано с тем, что, согласно таблице, функция $\Delta l_z \equiv l_z$ преобразуется подобно произведению $\Delta m_y \equiv m_y$ на $l_x^{(0)} \equiv l_0$, а m_y — как произведение $l_z l_x^{(0)}$ (производная по времени здесь значения не имеет). Что же касается магнитной группы $m'm'm$ рассматриваемой фазы $\Gamma_4(l_x m_z)$, то ее элементы действуют только на оставшиеся в уравнениях (24) переменные спин-волнового представления Γ_{23}, а именно, l_z и m_y. При этом следует учитывать, что наличие штриха у плоскости симметрии m' приводит к смене знака у временны́х производных $\dot m$ и $\dot l$ (ведь штрих означает операцию обращения времени $t \to -t$). В результате правая и левая части уравнений преобразуются одинаково.

Решение уравнений (24) с учетом m_0 (22) дает следующий результат для частоты квазиферромагнитной моды 1:

$$\omega_1^2 = \mathcal{E}(K_\mathrm{c} - K_\mathrm{a}) + 4d_\mathrm{s}(d_\mathrm{s} + d_\mathrm{a}) + \\ + \tilde h_z(d_\mathrm{a} + 5d_\mathrm{s} + \mathcal{E}\tau_3) + \tilde h_z^2 \,, \qquad (25)$$

где $\tilde h_z = h_z l_0$.

Выражение (25) почти совпадает с формулой, полученной в более ранних работах (см., например, [12, 13]). Разница заключается в наличии в (25) множителя l_0 у h_z, который оставляет формулу справедливой в обоих состояниях: $l_0 = +1$ и $l_0 = -1$. Записав формулу для полной намагниченности [7, 13]

$$M_z = 2\gamma_{zz} S_0 (m_z^{(0)} + \tau_3 l_x^{(0)}) = \frac{2\gamma_{zz} S_0}{\mathcal{E}}\left[(d_\mathrm{a} + d_\mathrm{s} + \mathcal{E}\tau_3) l_0 + h_z\right], \qquad (26)$$

мы видим, что последний случай ($l_0 = -1$) реализуется при условии $d_\mathrm{a} + d_\mathrm{s} + \mathcal{E}\tau_3 < 0$.

Укажем на особенности расчета частоты АФМР для второй моды $\Gamma_{14}(\Delta l_x, \Delta l_y, \Delta m_z)$ этой же фазы $\Gamma_4(l_x m_z)$. Здесь можно сразу перейти к независимым колебательным переменным. В качестве таковых возьмем l_y и Δm_z, а Δl_x снова исключим с помощью равенства $\Delta l_x = -(l_y^2 + 2m_0\Delta m_z)/2l_0$, вытекающего из (6). Второе слагаемое $\sim \Delta m_z$ дает, однако, вклад в Φ_2, пропорциональный $(d_\mathrm{a} + d_\mathrm{s}) m_0 (\Delta m_z)^2$ (через взаимодействие Дзялошинского), который входит вместе с обменным членом $\mathcal{E}(\Delta m_z)^2$ и может быть отброшен как малый. Окончательно имеем следующий результат:

$$\omega_2^2 = \mathcal{E} K_\mathrm{a}^* + \tilde h_z (d_\mathrm{a} + d_\mathrm{s} + \mathcal{E}\tau_3) \,, \qquad (27)$$

где

$$K_\mathrm{a}^* = -K_\mathrm{a} + \frac{(d_\mathrm{a} + d_\mathrm{s})^2}{\mathcal{E}} \,.$$

Аналогичным образом можно рассчитать частоты АФМР для мод $\Gamma_{34}(\Delta l_x, \Delta m_y, \Delta m_z)$ (мода 3) и $\Gamma_{12}(\Delta m_x, \Delta l_y, \Delta l_z)$ (мода 4), соответствующих фазе $\Gamma_2(m_x l_z)$, в поле $\mathbf{H} \parallel X$. Делать такой расчет, однако, нет необходимости. Дело в том, что фазы Γ_4 и Γ_2 весьма схожи — вторая получается из первой поворотом $\mathbf{m}^{(0)}$ и $\mathbf{l}^{(0)}$ вокруг оси Y на 90° (вместе с полем $\mathbf{H}$). И если посмотреть внимательно на потенциал Φ в (12), то нетрудно понять, что спектр для фазы Γ_2 (часто́ты ω_3 и ω_4) должен получиться из спектра фазы Γ_4 (часто́ты ω_1 и ω_2), если в соответствующих формулах (25) и (27) произвести замену: $z \to x$, $K_\mathrm{c} \rightleftarrows K_\mathrm{a}$, $d_\mathrm{a} \to -d_\mathrm{a}$ и $\tau_3 \to \tau_1$. В результате имеем

$$\omega_3^2 = \mathcal{E}(K_\mathrm{a} - K_\mathrm{c}) + 4d_\mathrm{s}(d_\mathrm{s} - d_\mathrm{a}) + \\ + \tilde h_x(5d_\mathrm{s} - d_\mathrm{a} + \mathcal{E}\tau_1) + \tilde h_x^2 \,, \qquad (28)$$
$$\omega_4^2 = \mathcal{E} K_\mathrm{c}^* + \tilde h_x(d_\mathrm{s} - d_\mathrm{a} + \mathcal{E}\tau_1) \,, \qquad (29)$$

где $K_\mathrm{c}^* = -K_\mathrm{c} + (d_\mathrm{s} - d_\mathrm{a})^2/\mathcal{E}$, $\tilde h_x = h_x l_0$ с $\mathbf{l}^{(0)} \parallel Z$, и опять величина $l_0 \equiv l_z^{(0)}$ может быть равной $+1$ или -1.

Естественно, что, если при $\mathbf{H} = 0$ устойчивым состоянием является фаза $\Gamma_4(l_x m_z)$, то фаза $\Gamma_2(m_x l_z)$ может быть достигнута лишь в результате ориентационного фазового перехода типа "спин-флоп", вызванного достаточно большим полем $H \geqslant H_\mathrm{sf}$, приложенным вдоль оси $X \parallel \mathbf{l}_\mathrm{s}$ исходной фазы. Вообще говоря, это может быть ФП как второго, так и первого рода (последнее возможно при наличии анизотропии четвертого порядка и выше). Если имеет место ФП второго рода (вернее, две точки ФП второго рода — одна при $H = 0$, а вторая при завершении поворота при $H = H_\mathrm{sf}$), то в последнем случае поле $H = H_\mathrm{sf}$ можно найти, приравняв нулю выражение (28) для ω_3^2. Это уравнение дает следующее решение для $\tilde h_\mathrm{sf} = \gamma_{xx}\tilde H_\mathrm{sf}$:

$$\tilde{h}_{\mathrm{sf}} = -\frac{1}{2}(5d_{\mathrm{s}} - d_{\mathrm{a}} + \mathcal{E}\tau_1) \pm \left\{\frac{1}{4}(5d_{\mathrm{s}} - d_{\mathrm{a}} + \mathcal{E}\tau_1)^2 + \right.$$
$$\left. + \left[\mathcal{E}(K_{\mathrm{c}} - K_{\mathrm{a}}) - 4d_{\mathrm{s}}(d_{\mathrm{s}} - d_{\mathrm{a}})\right]\right\}^{1/2}. \qquad (30)$$

Знак перед корнем выбирается из соображений положительности h_{sf}, что, как можно видеть, зависит от знака l_0. Кстати, положительность выражения в квадратных скобках под корнем представляет собой условие устойчивости исходной фазы Γ_4 (при $H = 0$), так что в целом выражение, представляемое корнем, больше по абсолютной величине, чем выражение вне корня.

Подобным образом все преобразования, выполненные выше для структуры G, можно проделать для других структур A и C, используя полную таблицу преобразований для всех базисных функций **G**, **A** и **C** и переходя снова к двухподрешеточной модели [7, 13, 18]. Например, в применении к структуре A следует положить $\mathbf{G} = \mathbf{C} = 0$. Наконец, заметим, что все изложенное выше можно применить и к редкоземельным ортоферритам RFeO, если частота собственных переходов редкоземельного иона R значительно превосходит частоту АФМР подсистемы железа [7]. Тогда можно считать, что парамагнитная R-подсистема мгновенно следует за Fe-подсистемой, и, минимизируя по переменным подсистемы R, исключить ее, получив некоторый эффективный термодинамический потенциал вида (12), но с перенормированными за счет R – Fe-взаимодействия константами $\mathcal{E}$, K и т.д. При этом интересно, что, если даже g-фактор Fe-подсистемы изотропен, эффективный g-фактор (тензор $\hat{\gamma}$) будет анизотропен — возникают члены, совершенно аналогичные слагаемым с τ_1 и τ_3 в (12). Конечно, применение равномодульной модели становится при этом более проблематичным.

5. Пример применения уравнений ВИ

В предыдущих разделах рассмотрена разновидность уравнений магнитодинамики антиферромагнетиков (уравнения ВИ (6), (7) или (9)), обладающая определенными преимуществами при вычислении частот АФМР. Во-первых, уравнения (7) дают возможность автоматически учесть анизотропию g-фактора, в том числе эффективного g-тензора, связанного со взаимодействием ионов в позиции 4b с ионами РЗМ. Во-вторых, они значительно удобней при практических расчетах, так как быстрее приводят к результату, особенно, если предварительно произвести разделение динамических переменных по спин-волновым представлениям магнитной группы рассматриваемого основного состояния. Мы используем термин "разновидность", поскольку уравнения ЛЛ в форме (11) для спиновых плотностей получаются из (7) с учетом (6) путем простых алгебраических преобразований. Указанные преимущества уравнений ВИ продемонстрированы на примере ромбического антиферромагнетика со структурой типа G. Рассмотрены и некоторые методические особенности расчета.

Использованное для термодинамического потенциала выражение (12) позволяет учесть все три возможных механизма слабого ферромагнетизма — антисимметричное и симметричное взаимодействия Дзялошинского и анизотропию g-фактора. Интересно применить полученные результаты к какому-либо конкретному антиферромагнетику, в котором, по-видимому, проявляются все три названных механизма. В качестве такого антиферромагнетика возьмем $\mathrm{NaNiF_3}$ ($T_{\mathrm{N}} = 150$ К). Он имеет необходимую симметрию и структуру типа G и фазу $\Gamma_4(l_x m_z)$ в основном состоянии в отсутствие поля **H**. На его примере можно продемонстрировать и роль знака l_0 ($+1$ и -1).

Для этого антиферромагнетика был экспериментально и теоретически исследован АФМР [12], в том числе ориентационный переход из состояния $l_x m_z$ в состояние $l_z m_x$, вызванный полем $\mathbf{H} \parallel X$. Величина поля H_{sf}, при которой заканчивается этот переход, определяется формулой (30) [4].

Как отмечалось выше, формулы для частот АФМР и поля H_{sf} приведены в терминах энергетических констант размерности частоты (c^{-1}). Для сопоставления их с экспериментом (и формулами других авторов) необходимо ввести эффективные поля. Для случая частот ω_3 (28) и ω_4 (29), а также поля H_{sf} (30) введем следующие поля и константы:

$$2H_{\mathrm{E}} = \frac{\mathcal{E}}{\gamma_{xx}} = 4200\ \text{кЭ}, \qquad H_{\mathrm{A}} = \frac{K_{\mathrm{a}} - K_{\mathrm{c}}}{\gamma_{xx}} = -1{,}1\ \text{кЭ},$$
$$H_{\mathrm{Da}} = \frac{d_{\mathrm{a}}}{\gamma_{xx}} = 162\ \text{кЭ}, \qquad H_{\mathrm{Ds}} = \frac{d_{\mathrm{s}}}{\gamma_{xx}} = 12\ \text{кЭ},$$
$$\tau_1 \approx \tau_3 \approx -0{,}012\,,$$
$$2H_{\mathrm{E}}\tau = -50\ \text{кЭ}, \qquad g = \frac{\hbar\gamma_{xx}}{\mu_{\mathrm{B}}} \approx \frac{\hbar\gamma_{zz}}{\mu_{\mathrm{B}}} \approx 2{,}14\,. \qquad (31)$$

Здесь, наряду с определением полей, приведены также их величины, найденные из экспериментальных данных по АФМР при $T = 77$ К [12]. Видно, что для слабого ферромагнетизма, как и в ортоферритах [7, 18], наиболее важна константа антисимметричного обмена d_{a}. Тем не менее вклад анизотропии g-фактора в соответствующие слагаемые формул (28) и (30) составляет около 30 %. Заметим, однако, что приведенные оценки не учитывают ошибок измерений, указанных в [12], которые в отдельных случаях могут превосходить 10 %.

Единственную проверку согласия теории с экспериментом в данном случае можно провести, вычислив по формуле (30) поле H_{sf}, которое не использовалось при получении данных (31). Из вида Φ (12) следует, что в состоянии с $\mathbf{l} \parallel Z$ (в поле $H_x \geqslant H_{\mathrm{sf}}$) минимуму энергии (при $d_{\mathrm{a}} > 0$ и $m_x^{(0)} > 0$) соответствует $l_z^{(0)} \equiv l_0 = -1$, поэтому перед корнем в (30) необходимо брать знак "минус" (учитывая, что первый член в (30) положителен и меньше второго по абсолютной величине). В результате имеем $H_{\mathrm{sf}} = 15{,}4$ кЭ, что находится в удовлетворительном согласии с экспериментально наблюдаемой величиной порядка 15 – 20 кЭ [12], если принимать во внимание невысокую точность измерений (большой разброс точек вблизи H_{sf}).

Приведенный пример показывает, на наш взгляд, что изложенная выше методика исследования АФМР с использованием уравнений ВИ перспективна для дальнейших применений.

6. Заключение

В заключение сформулируем несколько замечаний, которые позволяют обосновать применение полученных результатов к большинству обменно-коллинеарных антиферромагнетиков, включая другие (одноосные) сингонии, чаще всего предпочитаемые исследователями.

Во-первых, как уже упоминалось, аналогичное рассмотрение может быть выполнено для структур типа A и C. Нетрудно увидеть, записав шифры [13, 20] всех трех

[4] В работе [12] для H_{sf} приведена совершенно другая формула, полученная из непонятных для нас соображений.

антиферромагнитных структур, что они отличаются друг от друга лишь тем, что четной осью симметрии $2(+)$ в них являются соответственно оси 2_x и 2_z, тогда как для структуры G такой четной осью является 2_y (кстати, по этой причине было бы логичней назвать ее структурой типа B). Во всех случаях остальные две оси оказываются нечетными [5]. Это означает, что термодинамический потенциал Φ, спин-волновые переменные, а также все последующие результаты для структур A и C могут быть получены из таковых для структуры G посредством циклической перестановки координат x, y, z.

Более того, из приведенных выше формул для частот АФМР (обычно в пределах билинейного приближения для Φ), как частный случай, следуют результаты для некоторых антиферромагнетиков одноосных сингоний (точечная группа которых включает подгруппу с симметрией mmm, характерной для ромбических антиферромагнетиков). При этом, принимая их главную ось за Z, следует предварительно переписать указанные результаты, сделав перестановку $x \to y \to z$ для структуры, в которой четной осью симметрии является 2_z (т.е. типа C). Тогда для структур с четными главными осями ($4_z(+)$, $3_z(+)$ или $6_z(+)$) в соответствующих формулах данной статьи необходимо приравнять $K_{\text{c}} = K_{\text{a}}$, $d_{\text{s}} = 0$ и $\tau_1 = -\tau_3$. В то же время для структуры с шифром $\bar{1}(+)4_z(-)2_x(-)$ следует приравнять $K_{\text{a}} = K_{\text{c}}$, $d_{\text{a}} = 0$ и $\tau_1 = \tau_3$. Для структуры $\bar{1}(+)4_z(-)2_x(+)$ (или $2_{\text{d}}(-)$) перед этим надо сделать поворот системы координат на 45° вокруг оси Z, чтобы характерный для них слабо ферромагнитный инвариант $m_x l_x - m_y l_y$ превратился в $m_x l_y + m_y l_x$ [13].

Важно отметить, что проведенное в разделе 2 разделение динамических переменных $\Delta\mathbf{l}$ и $\Delta\mathbf{m}$ по модам остается в силе для указанных выше случаев других сингоний с учетом соответствующих преобразований координат. Дело в том, что в простых геометрических ситуациях, рассмотренных в работе, это разделение связано лишь с возможностью подразделения собственных мод колебаний на квазиферромагнитные и квазиантиферромагнитные.

Проведенные конкретные расчеты были основаны на билинейном по $\mathbf{m}$ и $\mathbf{l}$ потенциале Φ. Но ни сами уравнения (6, (7) (или (9)), ни спин-волновые представления не изменятся, если Φ будет учитывать члены более высокого порядка (четвертого и выше). Такие члены просто надо дополнительно включить при нахождении квадратичной формы Φ_2 по независимым колебательным переменным $\Delta\mathbf{m}$ и $\Delta\mathbf{l}$, соответствующим рассматриваемой моде.

[5] Напомним, что элемент симметрии называется четным, если он связывает спины, принадлежащие к подрешеткам с одним и тем же направлением (в обменном приближении) спиновых плотностей, и нечетным, если он связывает подрешетки с противоположными направлениями спиновых плотностей.

Необходимо сказать несколько слов по поводу релаксации в уравнениях движения. Здесь она не учитывалась, хотя, вообще говоря, она может не только являться причиной уширения линии АФМР, но даже превращать равномодульные уравнения (типа ЛЛ) в неравномодульные [6] и приводить к существованию дополнительной (релаксационной) моды [3]. Но в целом, как известно [4], проблема релаксационных членов в уравнениях магнитодинамики еще более сложна, чем вопрос о виде самих бездиссипативных уравнений. И на первый взгляд не видно причин, почему для уравнений ВИ эта проблема должна решаться иначе, чем для других уравнений движения. Поэтому в соответствии с целями, сформулированными во введении, она здесь не рассматривалась.

И, наконец, последнее замечание. В обзоре шла речь о центросимметричных ОМС ($\bar{1} \to \bar{1}(+)$), но, конечно, уравнения (6), (7) можно применить и для других магнитных структур — центроантисимметричных или вообще без центра симметрии, в которых возможен магнитоэлектрический эффект.

Авторы благодарны М.И. Куркину за полезные дискуссии и внимание к работе. Работа поддержана РФФИ (96-02-16489).

Список литературы

1. Дзялошинский И Е, Кухаренко Б Г *ЖЭТФ* **70** 2360 (1976)
2. Андреев А Ф, Марченко В И *УФН* **130** 39 (1980)
3. Балбашов А М и др. *ЖЭТФ* **94** 305 (1988) (см. также цитированные здесь более ранние статьи)
4. Барьяхтар В Г "Феноменологическая теория релаксационных процессов в магнетиках", в сб. *Интегрируемость и кинетические уравнения для солитонов* (Киев: Наукова думка, 1990)
5. Мухин А А, Прохоров А С *ФТТ* **34** 3323 (1992)
6. Бучельников В Д, Шавров В Г *ЖЭТФ* **106** 1756 (1994)
7. Balbashev A M et al., in *High Frequency Processes in Magnetic Materials* Ch. 2 (Eds G Srinivasan, A N Slavin) (Singapore: World Scientific, 1995)
8. Иванов Б А, Колежук А К *ФНТ* **21** 335 (1995)
9. Бучельников В Д и др. *УФН* **166** 585 (1996)
10. Барьяхтар В Г, Сукстанский А Л, Мелихов Е Ю *ЖЭТФ* **111** 1633 (1997)
11. Ландау Л Д, Лифшиц Е М, в кн. *Собрание трудов Л.Д. Ландау* Т. 1 (М.: Наука, 1969) с. 128
12. Головенчиц Е И, Санина В А, Гуревич А Г *ФТТ* **11** 642 (1969)
13. Туров Е А *Физические свойства магнитоупорядоченных кристаллов* (М.: Изд. АН СССР, 1963)
14. Власов К Б, Ишмухаметов Б Х *ФММ* **11** 3 (1961)
15. Смирнов В И *Курс высшей математики* Т. 4 (М.: Гос. издат. техн.-теор. литературы, 1957)
16. Изюмов Ю А, Черноплеков Н А *Нейтронная спектроскопия* Гл. 2 (М.: Энергоатомиздат, 1983) п. 11
17. Барьяхтар В Г, Витебский И М, Яблонский Д А *ЖЭТФ* **76** 1381 (1979)
18. Звездин А К и др. *Редкоземельные ионы в магнитоупорядоченных кристаллах* (М.: Наука, 1985)
19. Изюмов Ю А, Найш В Е, Озеров Р П *Нейтронография магнетиков* (М.: Атомиздат, 1981)
20. Туров Е А *УФН* **164** 325 (1994)

Magnetodynamics of antiferromagnets

E.A. Turov, A.V. Kolchanov, V.V. Men'shenin, I.F. Mirsaev, V.V. Nikolaev
Institute of the Physics of Metals, Ural Division of the Russian Academy of Sciences,
ul. S. Kovalevskoĭ 18, 620219 Ekaterinburg, Russia
Tel. (*7-3432*) *74-43 12. Fax* (*7-3432*) *74-52 44*
E-mail: *theormag@ifm.e-burg.su*

A procedure for calculating antiferromagnetic resonance (AFMR) frequencies is discussed in which a new form of magnetohydrodynamic equations is employed. As an example, orthorhombic antiferromagnets with the orthoferrite-type magnetic exchange structure are considered. Application to antiferromagnets with other crystallographic and magnetic structures is discussed.

PACS numbers: **75.30.–m**, 75.50.Ee, **76.50.+g**
Bibliography — 20 references
Received 20 February 1998, revised 25 June 1998