

## ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

## Гравитационное микролинзирование

А.Ф. Захаров, М.В. Сажин

*Изложены основы стандартной теории микролинзирования звезд, находящихся в нашей Галактике или в соседних галактиках, гравитационными линзами, расположенными между земным наблюдателем и этими звездами. В отличие от обзора Гуревича и др. [48] нами рассматривается главным образом микролинзирование на компактных объектах. Обсуждаются критерии отождествления событий микролинзирования, а также события, не удовлетворяющие этим критериям (несимметричные кривые блеска, эффект ахроматичности, эффекты поляризации). Подробно описаны результаты наблюдений микролинзирования группой МАСНО Большого Магелланова Облака (БМО) и Галактического балджа. Изложены результаты наблюдений БМО группой EROS и наблюдений Галактического балджа группой OGLE. Подробно обсуждается сопоставление результатов наблюдений с теорией.*

PACS numbers: 95.35.+d, 98.35.-a

## Содержание

1. Стандартная модель (1041).
    - 1.1. Уравнение движения лучей света. 1.2. Уравнение точечной гравитационной линзы.
  2. Уравнение гравитационной линзы (1045).
  3. Проблема скрытой массы (1048).
    - 3.1. Основы проблемы скрытой массы. 3.2. Барионная или небарионная скрытая масса? 3.3. Скрытая масса гало.
  4. Компоненты Галактики (1051).
  5. Оптическая толщина и частота микролинзирования (1052).
  6. Несимметричные кривые блеска (1053).
    - 6.1. Измерения параллакса. 6.2. Собственные движения линзы. 6.3. Двойные источники. 6.4. Двойные линзы и планеты. 6.5. Некомпактные микролинзы.
  7. Поляризация излучения источника при микролинзировании (1062).
    - 7.1. Поляризация сферически-симметричной микролинзой. 7.2. Поляризация двойной микролинзой.
  8. Наблюдения гравитационных микролинз (1065).
    - 8.1. Введение. 8.2. Признаки микролинзирования. 8.3. Наблюдения звезд БМО и ММО. 8.4. Наблюдения в направлении балджа. 8.5. Выводы и нерешенные проблемы. 8.6. Микролинзирование в направлении M31.
  9. Эксперименты по микролинзированию в будущем (1079).
  10. Заключение (1079).
- Список литературы (1080).

А.Ф. Захаров. Государственный научный центр "Институт теоретической и экспериментальной физики", 117259 Москва, Б. Черемушкинская 25, Россия  
Тел. (095) 125-91-22. E-mail: zakharov@vitep5.itep.ru  
М.В. Сажин. Государственный астрономический институт им. П.К. Штернберга МГУ им. М.В. Ломоносова 119889 Москва, Университетский просп. 13, Россия  
Тел. (095) 939-50-06. E-mail: sazhin@sai.msu.su

Статья поступила 29 декабря 1997 г.,  
после доработки 22 апреля 1998 г.

## 1. Стандартная модель

## 1.1. Уравнение движения лучей света

Стандартная модель микролинзирования основана на простой модели точечной гравитационной линзы. Поэтому, прежде чем обсуждать эффект микролинзирования, рассмотрим, что такое гравитационная линза и принципы образования изображений гравитационной линзой, образованной телом со сферически симметричным распределением плотности.

Фотоны, проходя из бесконечности, проходят мимо тяготеющего тела (гравитационной линзы), отклоняются на малый угол и удаляются вновь на бесконечность. Рассмотрим сначала движение фотона в ньютоновской теории гравитации. Будем рассматривать фотон как частицу, обладающую массой  $m = \hbar\nu/c^2$ .

Пусть фотон проходит вблизи звезды, которая имеет массу  $M_*$ . Прицельное расстояние луча света, выходящего из источника  $S$ , обозначим  $p$ . В декартовой системе координат  $Oxy$  уравнение движения луча света имеет вид:

$$m \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = - \frac{GmM_*}{|\mathbf{r}|^3} \mathbf{r}. \quad (1)$$

В уравнении (1) масса фотона сокращается, так что эффект отклонения света имеет место уже в ньютоновой теории. Этот эффект был отмечен еще Ньютоном, однако впервые вывод формулы для угла отклонения луча света гравитирующим телом, аналогичный изложенному ниже, был опубликован Зольднером в начале прошлого века [1].

Из анализа ньютоновых уравнений движения в гравитационном поле известно, что траектория пробной частицы представляет собой гиперболу, параболу или эллипс. Качественный критерий принадлежности траек-

тории частицы к одному из этих трех типов кривых заключается в сравнении потенциальной энергии частицы в поле тела (в нашем случае  $U = GM_*hv/(c^2p)$ ) с ее кинетической энергией (в рассматриваемом случае  $E = hv$ ). Так как пробная частица — фотон, критерием является отношение гравитационного потенциала тела к квадрату скорости света  $GM_*/(c^2p)$ . Для большинства астрономических ситуаций эта величина значительно меньше единицы, это значит, что траектория является гиперболой. В этом случае кинетическая энергия частицы (фотона) значительно превышает ее потенциальную энергию.

Ниже нас будет интересовать, в основном, смещение луча вдоль координаты  $Oy$ , т.е. перпендикулярно направлению распространения фотона. Так как свет движется практически вдоль оси  $Ox$ , то в нулевом порядке по параметру  $GM_*/(c^2p)$  справедливо уравнение движения  $x = ct$ . Выразив  $t$  через  $x$  и подставив его в (1), получаем уравнение для  $y(x)$  в параметрическом виде

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{GM_*y}{c^2(x^2 + y^2)^{3/2}}. \quad (2)$$

Будем считать, что отклонение мало и поэтому полагаем в правой части уравнения (2)  $y \approx p$ . Тогда от правой части уравнения (2) может быть вычислен интеграл. Действительно, делая подстановку  $x = p \tan \phi$ , получаем

$$-p \int_{-\infty}^x \frac{dx}{(x^2 + p^2)^{3/2}} = -p^{-1}(\sin \phi + 1). \quad (3)$$

Отметим, что  $dy/dx$  представляет собой касательную к траектории фотона, а разность значений  $dy/dx$  на  $+\infty$  и  $-\infty$  равна углу отклонения фотона в поле тяжести звезды  $M_*$ :

$$\begin{aligned} \Delta\phi &= \left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=-\infty} - \left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=+\infty} = \\ &= \left. \frac{dy}{dx} \right|_{\phi=-\pi/2} - \left. \frac{dy}{dx} \right|_{\phi=+\pi/2} = -\frac{2GM_*}{c^2p}. \end{aligned} \quad (4)$$

Получившаяся величина равна половине правильного угла отклонения. Разница связана с тем, что мы использовали нерелятивистское приближение, тогда как фотон представляет собой релятивистскую частицу, двигающуюся с предельно возможной скоростью — скоростью света.

В общей теории относительности (ОТО) в приближении слабого гравитационного поля угол отклонения света в поле ограниченного и стационарного распределения масс является величиной в два раза больше той, которую дает формула (4), т.е. угол отклонения равен

$$\delta\phi = -\frac{4GM_*}{c^2p}. \quad (5)$$

Вывод этой знаменитой эйнштейновской формулы для отклонения лучей света в поле тяжести тела с массой  $M_*$  дан практически во всех учебниках по ОТО и теории гравитации (например, в книгах Ландау, Лифшица [3], Меллера [2]).

Эффект отклонения луча света в поле тяжести в рамках ОТО был предсказан А. Эйнштейном в 1915 г. и

впервые измерен А. Эддингтоном в 1919 г. для отклонения луча в гравитационном поле Солнца при его прохождении вблизи солнечной поверхности. Этот угол составляет  $1,75''$ , что и было подтверждено наблюдениями.

## 1.2. Уравнение точечной гравитационной линзы

Поскольку вдали от тела  $D$  фотон движется практически по прямой линии, то его траекторию можно аппроксимировать двумя прямыми линиями, изломанными вблизи тела  $D$  (рис. 1). Угол  $\alpha$  между ними показывает, насколько отклонился фотон, пройдя в поле тяжести тела  $D$ .

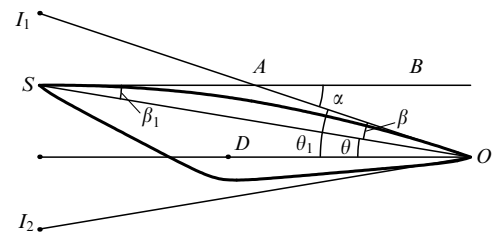


Рис. 1. Образование изображений и ход лучей, искаженный гравитационным полем тела.

Два луча света, прошедшие по разные стороны тяготеющего тела, будут отклонены от первоначальных направлений в сторону этого тела. Если источник света  $S$  находится достаточно далеко от тела  $D$ , то лучи начнут сходиться и пересекутся в некоторой удаленной точке  $O$  (см. рис. 1). Наблюдатель, находящийся в точке пересечения, увидит два изображения ( $I_1, I_2$ ) одного и того же источника света  $S$ . По существу, это и есть эффект гравитационной линзы. На рисунке 1 изображены три физических тела: источник света  $S$ , притягивающее тело  $D$  и наблюдатель  $O$ . Путь лучей света от  $S$  к  $O$  изображен двумя жирными линиями. Расстояние от  $S$  до  $D$  обозначим  $D_{ds}$ , а от  $D$  до наблюдателя —  $D_d$ , расстояние между источником света и наблюдателем обозначим  $D_s$ . Проведем через точку, в которой находится источник света, плоскость, перпендикулярную лучу источник — наблюдатель. Обычно такая плоскость называется плоскостью источника. Аналогично, можно построить плоскость, проходящую через гравитационную линзу. Она называется плоскостью линзы. Введем также обозначения углов:  $\theta$  — угол между направлением на притягивающее тело  $D$  и истинным направлением на источник  $S$ ,  $\theta_1$  — угол между направлением на  $D$  и видимым направлением на  $S$ , изображения источника (миражи) обозначены  $I_1$  и  $I_2$  соответственно.

Из рисунка видно, что справедливы три уравнения между углами:

$$\alpha = \beta_1 + \beta, \quad (6)$$

$$\theta_1 = \theta + \beta, \quad (7)$$

$$\beta_1 D_{ds} = \beta D_d, \quad (8)$$

где угол  $\beta$  выражен в радианах, а  $D_{ds}$ ,  $D_d$  — соответственно расстояния от источника света до гравитационной линзы и от гравитационной линзы до наблюдателя. Из соотношений (7), (8) можно получить одно квадратное уравнение для угла  $\theta_1$ , описывающее видимое

положение изображений относительно направления на гравитационную линзу:

$$\theta_1^2 - \theta\theta_1 - \theta_0^2 = 0, \quad (9)$$

где  $\theta$  — угол между направлением на гравитационную линзу (ГЛ) и истинное положение далекого линзируемого источника, а  $\theta_0$  — размер конуса Эйнштейна, определяемый как

$$\theta_0^2 = \frac{4GM}{c^2} \frac{D_{ds}}{(D_{ds} + D_d)D_d}.$$

Уравнение (9) называется уравнением гравитационной линзы для случая сферически симметричной точечной линзы. Это уравнение имеет всегда два действительных корня:

$$\theta_1 = \frac{1}{2}\theta + \frac{1}{2}\sqrt{\theta^2 + 4\theta_0^2},$$

$$\theta_2 = \frac{1}{2}\theta - \frac{1}{2}\sqrt{\theta^2 + 4\theta_0^2},$$

соответствующих двум изображениям источника  $S$ . При этом угловое расстояние между изображениями равно  $(\theta^2 + 4\theta_0^2)^{1/2}$ .

В приведенных выше рассуждениях мы постоянно писали о двух изображениях. Однако два изображения образуются не всегда. Использовалось предположение, которое заключалось в том, что мы считали размеры тела  $D$  бесконечно малыми, а выражение (5) справедливым для произвольного прицельного параметра  $p$ . В реальной ситуации, когда прицельный параметр одного из изображений становится меньше радиуса тела  $R_D$ , что выражается неравенством

$$R_D > D_d \theta_2,$$

изображение  $I_2$  исчезает для наблюдателя  $O$  (луч света, двигающийся по траектории с таким значением прицельного параметра, поглощается веществом гравитационной линзы, если она является непрозрачной). Поэтому в такой ситуации остается только одно изображение. Это является причиной того, что эффект гравитационной линзы не наблюдается во время Солнечного затмения, несмотря на то, что есть много звезд, расположенных почти точно на оси центр Солнца–наблюдатель (напомним, что угловой размер Солнца примерно полградуса, что значительно превышает размер конуса Эйнштейна Солнца на расстоянии одной астрономической единицы).

В сферически симметричном гравитационном поле тела  $D$  изображение круглой звезды  $S$  превратится в два "лунных серпа", зеркально отраженных друг относительно друга (рис. 2а) [4–9]. Их размеры и яркость будут разными, но суммарный блеск двух изображений больше блеска нелинзированного источника  $S$ . Именно на этом свойстве и основано наблюдение эффекта микролинзирования.

Следует также отметить, что согласно принципу эквивалентности в поле тяжести два тела разной массы падают с одинаковым ускорением. Два фотона разной частоты (т.е. имеющие различную энергию, а следовательно, и массу) будут ускоряться одинаковым образом.

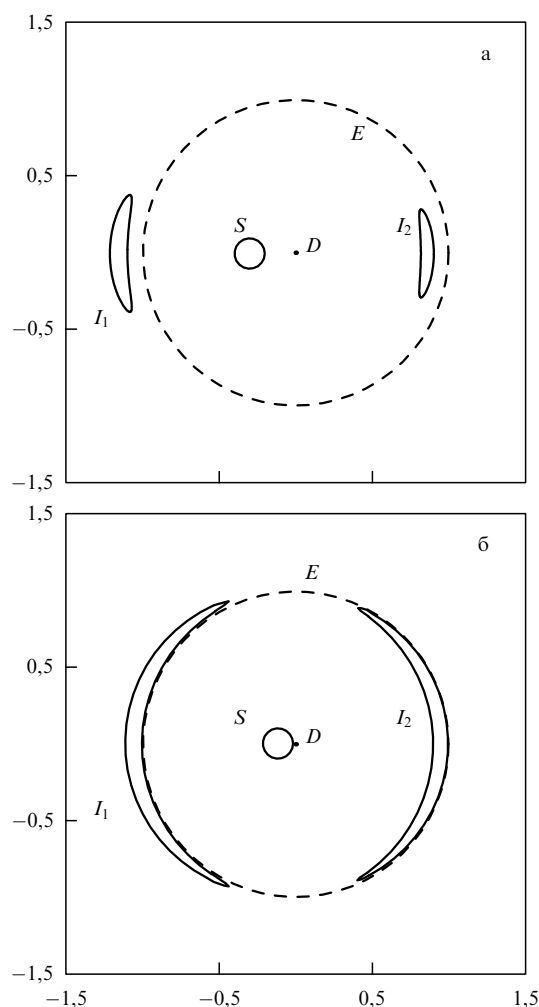


Рис. 2. Два изображения кругового источника, сформированные точечной гравитационной линзой в случае, если угловое расстояние в единицах угла Эйнштейна–Хвольсона между гравитационной линзой и центром источника (а)  $d = 0,3$ ; (б)  $d = 0,11$ .

Другими словами, фотоны, принадлежащие разным участкам электромагнитного спектра, будут отклоняться на один и тот же угол в поле тела  $D$ . Это свойство в микролинзировании носит название ахроматичности эффекта микролинзирования. Возможные нарушения этого свойства при микролинзировании могут быть связаны со сложной структурой источника  $S$ , они будут обсуждены ниже.

Эффект гравитационной линзы заключается в том, что появляются несколько изображений вместо одного. В случае сферически симметричного гравитационного потенциала точечной линзы количество изображений равно двум. Угловое расстояние между двумя главными изображениями примерно равно угловому размеру так называемого конуса Эйнштейна. Размер конуса Эйнштейна пропорционален квадратному корню из отношения массы линзы к расстоянию до нее. Поэтому для массы галактики на типичном межгалактическом расстоянии угловое расстояние между изображениями составляет несколько угловых секунд, а для массы линзы порядка массы Солнца и расстоянии до нее порядка десятков килопарсек расстояние между изображениями составляет порядка угловой миллисекунды.

Наблюдать два изображения в оптическом диапазоне, разделенные угловым расстоянием  $\sim 1''$ , можно, хотя и очень трудно. Наблюдать два изображения, разделенные расстоянием  $\sim 0,001''$ , с Земли невозможно. Поэтому эффект микролинзирования наблюдают по изменению яркости источника  $S$ .

Рассмотрим, как меняется яркость изображений во время эффекта микролинзирования. Сначала определим блеск каждого из двух изображений. Формального, достаточно громоздкого, вычисления можно избежать, если воспользоваться следующим упрощающим предположением. Будем считать, что форма каждого изображения является эллипсом (рис. 2а) (форма изображения представляет собой достаточно сложную фигуру, например, при больших коэффициентах усиления она напоминает лунный серп (рис. 2б)), хотя до линзы изображение источника было кругом. Как  $I_1$ , так и  $I_2$  слегка сжаты вдоль оси, соединяющей  $I_1DI_2$ , и растянуты в перпендикулярном направлении. Площадь эллипса представляется выражением  $\Omega = \pi ab$ , где  $a$  и  $b$  — большая и малая полуоси получившегося эллипса. Пользуясь соотношениями пропорциональности, находим значения  $a$  и  $b$  через параметры линзы и источника света (рис. 2а). При этом площадь первого изображения (в стерadians) определяется как

$$\Omega_1 = \pi \varphi_s^2 \left( \frac{1}{2} + \frac{u}{4} + \frac{1}{4u} \right),$$

а площадь второго изображения — как

$$\Omega_2 = \pi \varphi_s^2 \left( -\frac{1}{2} + \frac{u}{4} + \frac{1}{4u} \right).$$

Здесь  $u = (1 + 4\theta_0^2\theta^{-2})^{1/2}$  — вспомогательная величина. Размеры и яркость двух изображений будут разными, но их суммарный блеск больше блеска нелинзированного источника  $S$ :

$$\Omega_1 + \Omega_2 = \frac{1}{2} \pi \varphi_s^2 \left( u + \frac{1}{u} \right) > \pi \varphi_s^2. \quad (10)$$

Таким образом, усиление изображения источника является проявлением эффекта микролинзирования.

Сумма блеска двух изображений, разделенная на неискаженный блеск, называется коэффициентом усиления и обычно обозначается

$$A = \frac{\Omega_1 + \Omega_2}{\pi \varphi_s^2}.$$

В случае, когда прицельный параметр источника  $S$  мал, что формально определяется как  $\theta \ll \theta_0$ , параметр  $u$  велик, коэффициент усиления  $A = \theta_0/\theta$  также значительно больше единицы.

При  $\theta \rightarrow 0$ , т.е. при соосном расположении источника света  $S$  и линзы  $D$  блеск, определяемый из уравнения (9), формально стремится к бесконечности, так как  $\Omega_1 + \Omega_2 \rightarrow \infty$ . Так происходит из-за приближенных вычислений полуосей эллипса  $a$  и  $b$ . При соосном расположении  $S$  и  $D$  вокруг  $D$  образуется светящееся кольцо, так называемое "кольцо Эйнштейна". Оно имеет радиус  $\theta_0$ , а следовательно, длину по периметру  $2\pi\theta_0$  и толщину

$$2\phi_s \left. \frac{d\theta_1}{d\theta} \right|_{\theta_0} = \phi_s,$$

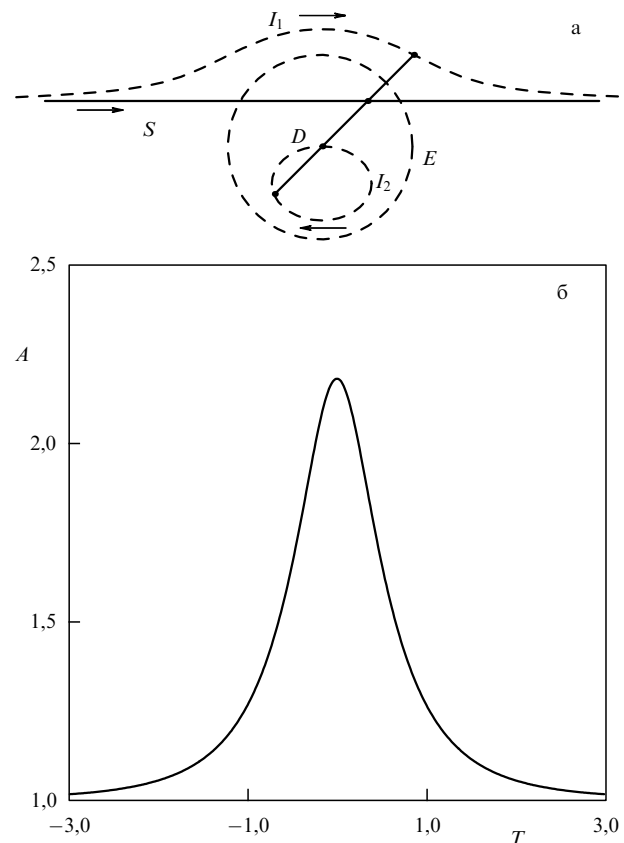


Рис. 3. Движение источника и его изображений, сформированных точечной гравитационной линзой (рассмотрено прямолинейное движение источника; направление движения источника и изображений указаны стрелками) (а). Характерная зависимость коэффициента усиления от времени (в единицах  $T_0/2$ ) (б).

равную радиусу источника. Другими словами, телесный угол  $\Omega$ , занимаемый таким кольцом на небесной сфере, равен  $2\pi\theta_0\phi_s$ . Коэффициент усиления в этом случае будет равен  $2\pi\theta_0/\phi_s$ .

Вернемся вновь к рис. 1. Источник света  $S$ , темное тело  $D$  и наблюдатель  $O$  обладают peculiarным движением. Движение каждого из трех тел можно разложить на два вектора, один из которых перпендикулярен, а другой параллелен прямой  $OD$ . Продольная компонента скорости изменяет такие основные физические параметры рассмотренной ситуации, как, например, размер конуса Эйнштейна. Однако это влияние мало и ниже мы будем им пренебрегать. Поперечные компоненты всех трех движений складываются, приводя к движению источника  $S$  в картинной плоскости темного тела  $D$ .

Рассмотрим движение источника света в картинной плоскости поперек конуса Эйнштейна (рис. 3а). Истинная траектория движения источника света  $S$  помечена сплошной прямой линией, а два изображения — штриховыми линиями  $I_1$  и  $I_2$ . Штриховой линией изображена также окружность Эйнштейна — Хвольсона. Величину  $\theta$  — угловое расстояние между источником света  $S$  и гравитационной линзой  $D$  можно найти из следующего соотношения:

$$\theta^2(t) = \Omega^2 t^2 + \theta_p^2.$$

Здесь начало отсчета времени  $t = 0$  выбрано так, чтобы в момент  $t = 0$  угловое расстояние между  $S$  и  $D(\theta_p)$  было

минимальным, а  $\Omega$  — угловая скорость движения источника по небесной сфере в предположении, что источник и линза неподвижны. Соответственно, первое и второе изображения находятся на расстояниях

$$\theta_1(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\Omega^2 t^2 + \theta_p^2} + \frac{1}{2} \sqrt{\Omega^2 t^2 + \theta_p^2 + 4\theta_0^2}$$

и

$$\theta_2(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\Omega^2 t^2 + \theta_p^2} - \frac{1}{2} \sqrt{\Omega^2 t^2 + \theta_p^2 + 4\theta_0^2}$$

от темного тела  $D$ . В соответствии с этими уравнениями можно нанести траекторию видимого движения обоих изображений ( $I_1(t)$  и  $I_2(t)$ ) в картинной плоскости. Оно показано на рис. За штриховыми линиями. Направление движения источника  $S$  показано стрелкой; направление движения изображения  $I_1$  совпадает с направлением истинного движения, а направление движения изображения  $I_2$  — обратное.

Вспомогательная величина  $u(t)$ , введенная выше, описывается выражением

$$u(t) = \sqrt{1 + \frac{4\theta_0^2}{\Omega^2 t^2 + \theta_p^2}},$$

поэтому полный поток от двух изображений

$$I(t) = \frac{I_0(u(t) + u^{-1}(t))}{2}$$

является симметричной функцией времени относительно момента  $t = 0$  (рис. 3б).

Когда источник  $S$  находится на границе конуса Эйнштейна ( $\theta(t) = \theta_0$ ), коэффициент усиления  $A = 1,34$ . В соответствии с этой величиной определяется полное время пересечения конуса

$$T_0 = 2 \frac{\sqrt{\theta_0^2 - \theta_p^2}}{\Omega}.$$

Иногда характерное время микролинзирования определяется как половина  $T_0$ . Если считать, что  $D_d < D_{ds}$ , то

$$T_0 = 3,5 \text{ месяца} \sqrt{\frac{M}{M_\odot} \frac{D_d}{10 \text{ кпк}} \frac{300 \text{ км с}^{-1}}{v}},$$

где  $v$  — физическая скорость темного тела.

Проведем теперь численные оценки параметров эффекта для того, чтобы понять характерные величины, вовлеченные в рассмотрение. Размер конуса инверсии для темного тела с массой, близкой к массе Солнца, равен  $\sim 0,001''$ , если оно удалено от Солнца на  $\sim 10$  кпк. Размер конуса Эйнштейна в линейных единицах составляет 10 астрономических единиц, если линза удалена от наблюдателя на расстояние  $\sim 10$  кпк. При взаимном поперечном движении с характерной скоростью  $\sim 300 \text{ км с}^{-1}$  (типичные скорости в нашей Галактике) время пересечения конуса источником света составляет приблизительно 3,5 месяца. Светимость  $S$  изменяется за такое же время.

При наблюдениях внегалактических гравитационных линз период кривой блеска имеет слишком большое время изменения ( $\sim 10^5$  лет) для того, чтобы его можно

было измерить. Поэтому внегалактические гравитационные линзы наблюдают и отождествляют, разрешая оптические компоненты (угловые расстояния между изображениями из-за большой массы линзы составляют секунды дуги, а в случае, когда линзой служит скопление галактик, — даже минуты дуги), сравнивают их спектры, а также детали изображений. При наблюдении эффекта микролинзирования разрешение компонент невозможно, но можно измерить форму кривой блеска в разных диапазонах спектра.

## 2. Уравнение гравитационной линзы

Теперь рассмотрим гравитационные линзы с произвольной формой распределения масс, т.е. уравнение гравитационной линзы в общем виде, а также рассмотрим несколько вопросов связанных с приближением физической оптики в применении к гравитационным линзам.

В случае сферически симметричного гравитационного поля движение света происходит в плоскости, задаваемой тремя точками: наблюдателем, источником света и самой гравитационной линзой. Траектории обоих лучей света от точечного источника, которые, попадая к наблюдателю, формируют изображения, находятся в этой плоскости. В случае произвольного распределения масс картина движения света усложняется и траектории лучей света, формирующих разные изображения, уже могут не принадлежать одной плоскости. Для того, чтобы пояснить, как формируются изображения, рассмотрим вновь рисунок движения лучей света в поле гравитационной линзы и введем две вспомогательных плоскости: плоскость источника проведем через источник перпендикулярно линии, соединяющей барицентр (центр масс) гравитационной линзы и наблюдателя; плоскость линзы проведем через линзу, перпендикулярно той же прямой (рис. 4). Для наблюдателя на Земле эти две плоскости совпадают с картинной плоскостью. Линия, соединяющая центр гравитационной линзы и наблюдателя, в пространстве проектируется на картинную плоскость в виде точки. Будем считать ее центром двумерной системы координат на этой плоскости.

Аппроксимируем траекторию луча света ломаной линией (что можно сделать в случае слабых гравитационных полей) с изломом, находящимся в плоскости гравитационной линзы. В этом случае траекторию фотона можно представить как совокупность двух векторов: один вектор, выходя из источника света, соединяет его с местом излома прямой линии, а второй, продолжая первый, выходит из места излома и соединяет его с наблюдателем. Сумма этих векторов — вектор, проведенный из источника света к наблюдателю, в разность — угол отклонения в гравитационном поле линзы. Модуль суммы двух векторов — расстояние от источника света до наблюдателя, а векторная сумма поперечных компонент определяет нам уравнение гравитационной линзы.

Введем двумерный вектор  $\eta$ , принадлежащий плоскости источника, который показывает положение источника на картинной плоскости, и двумерный вектор  $\xi$ , принадлежащий плоскости линзы, который указывает положение изображений на этой плоскости относительно барицентра. Луч света, распространяющийся в трехмерном пространстве, характеризуется касательным вектором к его траектории  $u$ . Для того, чтобы найти уравнение гравитационной линзы, необходимо

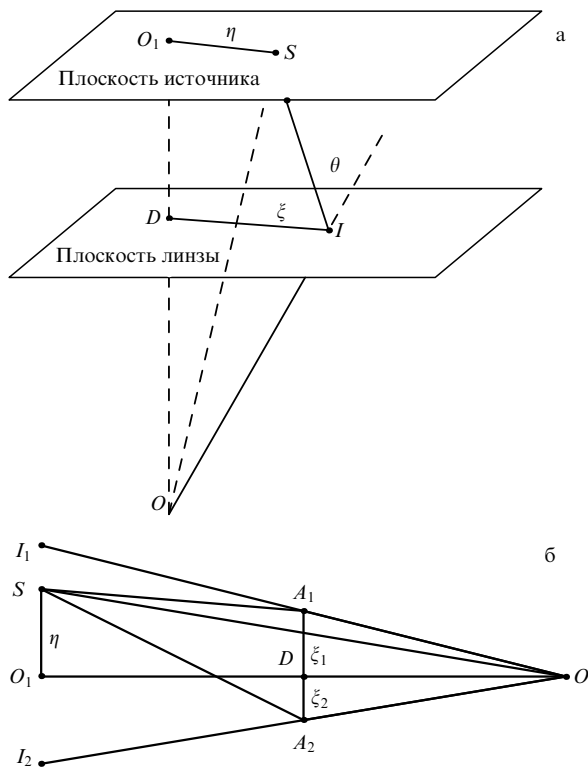


Рис. 4. Геометрия гравитационной линзы (а). Ход лучей, описывающий геометрию уравнения гравитационной линзы (б).

получить простое геометрическое соотношение между двумя прямыми, являющимися приближением траектории луча света, одна из которых исходит из источника света, а вторая попадает к наблюдателю. Причем эти прямые пересекаются в плоскости линзы. Единичный вектор вдоль прямых является касательным вектором к траектории фотона. Вдоль каждой из прямых вектор является постоянным (в выбранном приближении) и имеет излом в точке соединения прямых. Разность этих векторов (в выбранном приближении) принадлежит плоскости линзы и образует двумерный вектор, который мы обозначим  $\Theta$ . Проекция траекторий лучей света в картинной плоскости образуется простым сложением этих векторов, приведенных к одной из плоскостей. Коэффициенты приведения двумерных векторов от одной плоскости к другой являются отношениями расстояний от наблюдателя до линзы и от наблюдателя до источника света.

Уравнение гравитационной линзы в общем виде, когда рассматривается движение лучей света не только в одной плоскости, можно записать в виде

$$\eta = \frac{D_s}{D_d} \xi - D_{ds} \Theta(\xi), \quad (11)$$

где  $\Theta(\xi)$  — функция, описывающая отклонение луча света в гравитационном поле произвольной формы с двумерным прицельным параметром  $\xi$ . Эта функция выражается через гравитационный потенциал гравитационной линзы как

$$\Theta = \frac{2}{c^2} \int_{-\infty}^{\infty} \nabla \varphi dl.$$

Здесь  $\nabla$  — двумерный оператор градиента в картинной плоскости, а  $l$  — аффинный параметр вдоль траектории луча света.

Это же выражение можно переписать, используя понятие двумерной плотности линзы ( $\Sigma(\xi)$ ),

$$\Theta = \frac{4G}{c^2} \int d^2 \xi' \Sigma(\xi') \frac{\xi' - \xi}{|\xi' - \xi|^2}.$$

Запишем уравнение линзы, отнормировав угловые переменные на угол Эйнштейна–Хвольсона [12], т.е. используя переменные  $\mathbf{x} = \xi/\xi_0$ ,  $\mathbf{y} = D_s \eta / (\xi_0 D_d)$ ,  $\mathbf{a} = \Theta D / \xi_0$ , где

$$\xi_0 = \sqrt{\frac{4GM}{c^2} \frac{(D_s - D_d) D_d}{D_s}}$$

— радиус Эйнштейна–Хвольсона, имеющий размерность длины.

Тогда уравнение гравитационной линзы имеет вид

$$\mathbf{y} = \mathbf{x} - \mathbf{a}(\mathbf{x}). \quad (12)$$

Изменение величины телесного угла при переходе от источника к изображениям характеризует коэффициент усиления гравитационной линзы [10]. Таким образом, если источнику соответствует телесный угол  $\Delta\Omega_0$ , а изображениям — телесный угол  $\Delta\Omega$ , то коэффициент усиления равен

$$A = \frac{\Delta\Omega}{\Delta\Omega_0} = \left| \det \frac{d\mathbf{y}}{d\mathbf{x}} \right|^{-1}. \quad (13)$$

Здесь векторные величины  $\mathbf{y}$  — нормированная координата источника на картинной плоскости, а  $\mathbf{x}$  — нормированная координата изображений.

В случае сферически симметричной линзы векторы  $\mathbf{a}$  и  $\mathbf{x}$  коллинеарны. В случае произвольной линзы эти векторы могут быть направлены под некоторым углом, поэтому количество изображений меняется. В случае общего положения (гладкий гравитационный потенциал) имеется нечетное количество изображений, в специальных вырожденных случаях (как в случае сферически симметричной гравитационной линзы Шварцшильда или негладкого потенциала) — количество изображений четное [11, 12, 9].

В случае сферически симметричной линзы, производимой точечной массой, существует только одна точка в плоскости источника, которой соответствует бесконечное значение коэффициента усиления. Отображением этой точки на плоскость линзы является окружность с диаметром, равным конусу Эйнштейна. Это отображение не является однозначным, поскольку одна точка отображается в окружность. Обратное отображение (окружности в точку) является однозначным. Однозначность отображения с плоскости линзы на плоскость источника и отсутствие однозначности обратного отображения является следствием определения уравнения линзы в общем случае. Для произвольной линзы множество точек на плоскости линзы, удовлетворяющих равенству нулю якобиана отображения линзы, образует некоторую кривую, которая называется критической кривой. Образ критической кривой на плоскость источника называется каустикой. На каустике якобиан преобразо-

вания (13) также обращается в бесконечность, а следовательно, обращается в бесконечность и коэффициент усиления.

Рассмотрим простейший случай линзы общего положения — добавим к монополюному гравитационному полю точечной массы поле другой массы, расположенной от первой на некотором расстоянии  $\mathbf{r}_2$ . Гравитационный потенциал линзы будет иметь вид

$$\varphi(\mathbf{r}) = \frac{GM}{r} + \frac{Gm}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_2|}.$$

Угол отклонения луча света в поле такой системы неподвижных тяготеющих точек приближенно равен

$$\Theta(\xi) = \frac{4GM}{c^2} \frac{\xi}{\xi^2} + \frac{4Gm}{c^2} \frac{\xi - \xi_2}{|\xi - \xi_2|^2}.$$

Здесь  $\xi$  и  $\xi_2$  — величины, имеющие размерность длины, причем  $\xi$  — прицельный параметр луча света в поле главной точки, а  $\xi_2$  — проекция расстояния между точками на плоскость линзы. Выберем расположение второй точки относительно первой так, чтобы  $\xi_2 = (a, 0)$ .

Движение луча света в системе из двух неподвижных притягивающих точек и соответствующее этому движению уравнение линзы имеют сложный характер [13]. Мы упростим полученную величину  $\Theta(\xi)$ , насколько это возможно, для того, чтобы стала ясна физика основных оптических процессов при образовании изображений, их интенсивности и т.п. Для этого разложим  $\Theta(\xi)$  в ряд по  $\xi$ , оставляя члены до первого порядка по  $\xi$ :

$$\Theta(\xi) = \frac{2r_g \xi}{\xi^2} - \mu \frac{2r_g \xi_2}{\xi_2^2} + \mu \frac{2r_g \xi}{\xi_2^2} - \mu \frac{4r_g \xi_2 (\xi_2 \xi)}{\xi_2^4},$$

здесь  $\mu$  — отношение масс, и выпишем уравнение гравитационной линзы

$$\eta = \frac{D_s}{D_d} \xi - 2r_g D_{ds} \frac{\xi}{\xi^2} + \mu D_{ds} \frac{2r_g \xi_2}{\xi_2^2} + \mu D_{ds} \frac{2r_g \xi}{\xi_2^2} - \mu D_{ds} \frac{4r_g \xi_2 (\xi_2 \xi)}{\xi_2^4}.$$

Мы добавили вторую неподвижную притягивающую точку. Несмотря на внешнюю простоту ситуации уравнение гравитационной линзы значительно усложнилось. Во-первых, появился постоянный сдвиг  $\mu D_{ds} 2r_g \xi_2 / \xi_2^2$ , во-вторых, появился вектор  $\xi_2$ ; если истинное положение источника света, характеризуемое вектором  $\eta$ , то видимое положение на картинной плоскости, характеризуемое вектором  $\xi$ , теперь смещается и уже не лежит на линии, соединяющей центры гравитационной линзы и источника света, как в случае линзы со сферически симметричным гравитационным полем.

Введем, как и выше, величины

$$\mathbf{y} = \frac{\eta}{R_E} \frac{D_d}{D_s} + \mu \frac{D_{ds} D_d}{R_E D_s} \frac{2r_g \xi_2}{\xi_2^2} \quad \text{и} \quad \mathbf{x} = \frac{\xi}{R_E},$$

нормированные на радиус Эйнштейна–Хвольсона  $R_E^2 = 4GM D_{ds} D_d / (c^2 D_s)$ , и соответствующие расстояния. Теперь уравнение гравитационной линзы (связь  $\mathbf{y}$  и  $\mathbf{x}$ )

имеет следующий вид:

$$\mathbf{y} = \mathbf{x} - \frac{\mathbf{x}}{|\mathbf{x}|^2} + \gamma \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \mathbf{x},$$

где  $\gamma = \mu(R_E/a)^2$  — параметр, характеризующий действие второй массы на отклонения луча света. Снова изменим переменные, упростив уравнение:

$$\mathbf{X} = \mathbf{x} \sqrt{1 + \gamma}, \quad \mathbf{Y} = \frac{\mathbf{y}}{\sqrt{1 + \gamma}}. \quad (14)$$

В этих переменных уравнение гравитационной линзы выглядит более компактно и удобно. Оно имеет следующий вид:

$$\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \mathbf{X} - \frac{\mathbf{X}}{|\mathbf{X}|^2}, \quad (15)$$

где

$$A = \frac{1 - \gamma}{1 + \gamma}.$$

Коэффициент усиления  $A$  равняется величине, обратной определителю:

$$A = \left| \frac{\partial \mathbf{y}}{\partial \mathbf{x}} \right|^{-1},$$

а критические кривые линзы (т.е. геометрическое место точек в плоскости линзы, в которых коэффициент усиления обращается в бесконечность) и каустические кривые (т.е. геометрическое место точек в плоскости источника, в которых коэффициент усиления обращается в бесконечность) определяются из условия равенства нулю этого определителя, т.е.

$$\det A = \det \frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial \mathbf{X}} = 0.$$

Выпишем это уравнение в явном виде для компонент  $\mathbf{X}$ :

$$A(X_1^2 + X_2^2)^2 + (A - 1)(X_1^2 - X_2^2) - 1 = 0. \quad (16)$$

Такие кривые называются овалами Кассини [14]. Значительно нагляднее это уравнение выглядит в полярных координатах на плоскости линзы. Введем обозначения полярных координат:

$$X_1 = \rho \cos \phi, \quad X_2 = \rho \sin \phi.$$

В координатах  $\rho, \phi$  уравнение овалов Кассини выглядит так:

$$A\rho^4 + (A - 1)\rho^2 \cos 2\phi - 1 = 0,$$

а его решением при малом значении  $\lambda$  является

$$\rho^2 = 1 + \lambda \sin^2 \phi, \quad (17)$$

где  $\lambda = 1 - A$ . Из этого уравнения видно, что кривая представляет собой овал, слегка вытянутый вдоль оси  $OX_2$ . Точнее, вдоль оси  $OX_1$  размер овала составляет 1, вдоль оси  $OX_2$  размер овала составляет  $1 + \lambda$ .

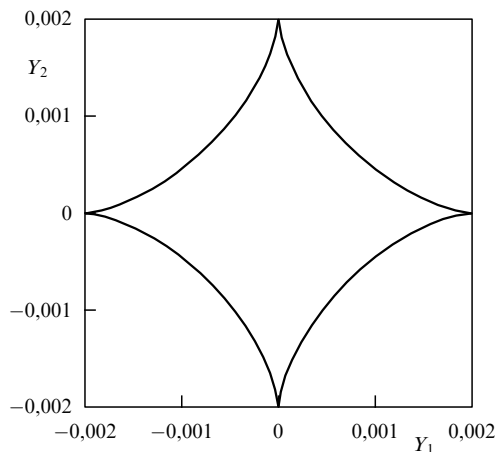


Рис. 5. Каустическая кривая для случая двух точечных масс в случае, если одна из точечных масс существенно менее массивна, чем другая ( $\mu = 0,001$ ,  $a = R_E$ ).

Отображение этого овала на плоскость источника, осуществленного с помощью уравнения гравитационной линзы, составляет каустическую кривую. Для того, чтобы найти ее, подставим это решение в уравнение линзы и получим

$$Y_1 = \lambda \cos^3 \phi, \quad Y_2 = -\lambda \sin^3 \phi. \quad (18)$$

Таким образом, уравнение критической кривой близко к окружности, а уравнение каустической кривой в рассматриваемом пределе является астроидой.

Предположим, что одна из точечных масс существенно менее массивна, чем другая ( $m_2 \ll m_1$ ), а большая полуось этой системы равна радиусу Эйнштейна  $a = R_E$ , в этом случае параметр  $\lambda = 2m_2/m_1$ , а каустика, являющаяся астроидой, изображена на рис. 5. Для наших нормированных величин  $X$  радиус Эйнштейна–Хвольсона равен единице, а поперечный размер каустики меньше в  $m_2/m_1$  раз.

### 3. Проблема скрытой массы

Поиск гравитационных микролинз тесно связан с проблемой скрытой массы в космологии, которая является одной из самых важных в современной физике и астрофизике. Кратко изложим суть проблемы.

#### 3.1. Основы проблемы скрытой массы

Обстоятельное введение в проблему скрытой массы приведено в статье Дорошкевича [15] и книге Долгова и др. [16]. Современное изложение этой проблемы можно найти в обзорах Карра [17] и Тернера [18] и в книге Пиблса [19], где наряду с обстоятельным анализом проблемы имеется интересное историческое введение. Связь этой проблемы с микролинзированием обсуждалась в обзоре Ферле [20].

Напомним, что в космологии для характеристики плотности довольно часто используют параметр  $\Omega$  [16], которым мы также будем часто пользоваться:

$$\Omega = \frac{\rho}{\rho_c}, \quad \rho_c = \frac{3H_0^2}{8\pi G} = 2 \times 10^{-29} h^{-2} \text{ г см}^{-3}, \quad (19)$$

где  $G$  — гравитационная постоянная,  $H_0$  — постоянная Хаббла,  $\rho_c$  — критическая плотность,

$$h = \frac{H_0}{100 \text{ км с}^{-1} \text{ Мпк}}.$$

В моделях Фридмана сравнение параметра плотности  $\Omega$  с единицей играет важную роль — в зависимости от значения  $\Omega$  Вселенная в модели Фридмана имеет различную топологию. При  $\Omega > 1$  ( $\rho > \rho_c$ ) Вселенная трехмерно замкнута, и наблюдаемое в настоящее время расширение должно смениться сжатием. При  $\Omega \leq 1$  Вселенная открыта и расширение будет вечным. Случай  $\rho = \rho_c$  соответствует пространственно плоской Вселенной с обычной евклидовой геометрией. Хотя сейчас космологи рассматривают более нетривиальные топологии нашего реального мира, и соответственно этому существует понимание, что связь между  $\Omega$  и топологией реального мира может оказаться сложнее, чем в модели Фридмана, сравнение  $\Omega$  с единицей несет важную информацию, показывая, насколько кинетическая энергия расширения нашего мира больше (или, соответственно, меньше) его потенциальной энергии притяжения.

В нашей Вселенной видимое вещество распределено иерархически. Выделяются несколько масштабов, которыми характеризуют распределение видимого вещества. Оставляя в стороне малые масштабы, упомянем лишь галактики и скопления галактик. Иерархию в распределении скрытого вещества характеризуют по аналогии с обычной астрономической иерархией масштабов. Нас будет интересовать здесь только распределение скрытого вещества в характерных масштабах галактик.

Прежде, чем начать обсуждение распределения скрытого вещества в нашей Галактике, напомним в двух словах о составе и распределении в ней видимого вещества.

Солнечная система, ближайшие звезды и фон слабых неразрешимых звезд, называемый Млечный Путь, принадлежит огромной звездной системе — нашей Галактике. В ее состав входят примерно 150 млрд звезд, а также межзвездные газ и пыль. Они образуют плоскую подсистему нашей Галактики или дисковую составляющую. Ее можно сравнить с гигантским диском для метания. Размер такого диска в поперечнике  $\sim 30$  кпк, а толщина в центральной части  $\sim 5$  кпк. Солнце находится примерно в  $\sim 10$  кпк от центра.

Такую форму Галактики астрономы определили, построив распределение в пространстве звезд или так называемой светящейся материи нашей Галактики. Распределение звезд само по себе представляет интереснейший предмет исследования, однако рассуждения о нем уведут нас слишком далеко в сторону от обсуждаемого предмета. Предполагалось естественным, что распределение гравитационного поля должно следовать распределению звезд. Это оказалось не так. Чтобы не подвергать сомнению основные законы физики, была введена концепция темной или невидимой материи. Впервые предположение о скрытой массе, по-видимому, высказал Оорт, исходя из наблюдений скоростей звезд и распределения плотности в направлении, перпендикулярном Галактическому диску [21]. Он обнаружил, что плотность диска составляет порядка  $0,1 M_\odot \text{ пк}^{-3}$ , что намного превышает плотность, оцениваемую по наблюдаемым видимым звездам. Считается, что такое темное вещество не излучает фотонов (в любом диапазоне длин



волн) или излучает их так мало, что они не доступны непосредственному наблюдению. Компонента нашей Галактики, состоящая из темного вещества, получила название гало Галактики. Вскоре после этого Цвикки обнаружил наличие темного вещества в скоплениях галактик [36] и стало ясно, что проблема темного вещества носит универсальный характер, свойственный не только нашей Галактике, но и Вселенной в целом. Природа темного вещества долгое время является предметом дискуссий.

Звезды подавляющего большинства галактик вовлечены во вращательное движение вокруг центра своей галактики. Их можно рассматривать как пробные частицы, движущиеся вокруг общего центра масс. Так как они движутся в гравитационном поле галактики, то для звезды на круговой орбите справедливо уравнение вириала для систем частиц с потенциалом  $1/r$ :

$$\frac{GM(r)m}{r^2} = \frac{v^2(r)m}{r},$$

где  $v(r)$  — скорость звезды, т.е. измеримая величина,  $r$  — расстояние от центра галактики, а  $m$  — масса звезды (нашей пробной частицы). Теперь, пользуясь этим уравнением, можно вычислять распределение притягивающей массы  $M(r)$  в галактике. Скорость звезд (или скорость облаков газа) измеряют по смещению спектральных линий. На рисунке 6 представлена кривая вращения для типичной спиральной галактики. Сплошной линией показано наблюдаемое распределение скоростей по радиусу галактики, пунктирной линией показано распределение скоростей, вычисленное по распределению видимой массы галактики. Из приведенной кривой видно, что требуется наличие некоторой невидимой массы, чтобы удовлетворить наблюдаемому распределению скоростей. Эта невидимая масса должна быть распределена по галактике значительно более равномерно, в отличие от светящейся материи, которая имеет тенденцию концентрироваться к центру галактик.

В нашей Галактике наблюдаемая кривая вращения также отклоняется от кривой вращения, вычисленной по видимой материи. Так, наше Солнце вращается вокруг центра Галактики со скоростью  $220 \text{ км с}^{-1}$  на расстоянии примерно 10 кпк. Другими словами, оно делает один оборот вокруг центра Галактики за 225 млн лет. Эти цифры являются типичными для галактик класса  $S_c$  и Солнце находится на расстоянии,

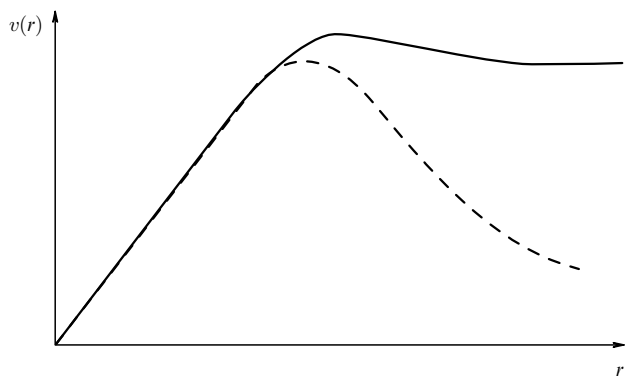


Рис. 6. Типичный пример кривой вращения галактик.

которое примерно совпадает с максимумом в распределении кривой вращения. На больших масштабах, скажем,  $20 \text{ кпк} < r < 100 \text{ кпк}$ , кривая вращения является плоской и это наблюдается как в оптическом, так и радиодиапазонах [22–24]. Диапазоны масштабов, близкие к 100 кпк, наблюдаются по динамике шаровых скоплений и карликовых галактик, которые являются спутниками нашей Галактики [25, 26].

В настоящее время факт наличия скрытой массы в нашей Галактике не оспаривается никем, хотя проблема количества этой скрытой массы и ее распределения по галактическому составляющему является, тем не менее, открытой. Так, по наблюдениям F-карликовых звезд и K-гигантов Бакалл и др. пришли к выводу [27], что гипотеза об отсутствии скрытой массы в диске галактики может быть принята только при 14 %-ном уровне достоверности, а наиболее достоверная величина плотности скрытой массы составляет  $0,15 M_{\odot} \text{ пк}^{-3}$ , что соответствует величине плотности скрытой массы на 53 % большей, чем плотность видимого вещества.

Наилучшим свидетельством наличия скрытого вещества в спиральных галактиках, являются кривые вращения спиралей, т.е. зависимость скоростей вращения от галактоцентрической координаты  $R$ , что позволяет измерить профиль плотности  $\rho(R)$  [17]. Важным признаком существования скрытого вещества в нашей и во многих других спиральных галактиках является, по мнению Рубин и др. [22], то, что кривая вращения после некоторого начального роста остается приблизительно постоянной при увеличении  $R$ . Отсюда следует, что масса внутри шара радиуса  $R$  растет приблизительно, как  $R$ , т.е. быстрее, чем масса видимых звезд. Утверждается, что в спиральных галактиках достаточно много пыли, что влияет на непрозрачность, и, тем самым, наблюдается значительно меньше звезд, но вероятность этого, по-видимому, пренебрежимо мала [28, 29]. Из исследования динамики шаровых скоплений и спутниковых галактик следует существование гало с радиусом не менее 30 кпк, а из исследования динамики Локальной Группы галактик можно заключить, что радиус гало должен быть порядка 70 кпк [30]. Тем не менее можно, опираясь на наблюдения спутниковых галактик, сделать вывод, что спиральные галактики имеют гало протяженностью до 200 кпк [31]. Можно считать, что имеется наличие скрытого вещества в галактиках, исходя из плоских кривых вращения [33] и из движения спутниковых галактик [32].

Обсуждение попыток обнаружить скрытое вещество в эллиптических и карликовых галактиках можно найти в обзоре Карра [17]. В частности, о наличии гало из скрытого вещества у карликовых сфероидальных галактик сообщается в [34, 35].

Измерение дисперсии скоростей показывает наличие скрытого вещества как в небольших группах галактик, так и в богатых скоплениях галактик, причем в последних плотность скрытого вещества может, по крайней мере, в 10 раз превышать плотность видимой материи, которую составляют звезды и газ в скоплениях [36, 37]. Подобная оценка получена также и по рентгеновским наблюдениям газа в скоплении [37], и по исследованию слабого гравитационного линзирования [38].

Исходя из данных наблюдений, плотность скрытого вещества в дисках галактик характеризуется величиной  $\Omega_d \sim 0,001$ , в гало  $\Omega_d \sim 0,01–0,1$ , в скоплениях галактик

$\Omega_d \sim 0,1 - 0,2$ , тогда как в наиболее популярных в настоящее время инфляционных космологических моделях плотность должна быть равна критической ( $\Omega = 1$ ), точнее, как заметил Линде [39], плотность должна быть равна критической с точностью до малой поправки  $\delta\rho/\rho \sim 10^{-3} - 10^{-4}$ .

### 3.2. Барионная или небарионная скрытая масса?

Природа скрытого вещества является одной из важнейших проблем современной физики. Одной из рассматриваемых возможностей является модель скрытого вещества, состоящего из обычной барионной материи, т.е. протонов и нейтронов.

Имеется очень важное ограничение на общее количество барионов во Вселенной, получаемое из наблюдательных данных о распространенности легких элементов (D,  $^3\text{He}$ ,  $^4\text{He}$ ,  $^7\text{Li}$ ) и предсказания, сделанного на основе теории первичного нуклеосинтеза. Это ограничение состоит в том, что если для средней плотности барионов  $\rho_b$  ввести безразмерную величину  $\Omega_b = \rho_b/\rho_c$ , то  $0,009 < \Omega_b < 0,14$  [40]. Поскольку на плотность видимого вещества имеются следующие ограничения  $0,003 < \Omega_{\text{lum}} \leq 0,007$  [41], откуда следует, что даже если  $\Omega_b$  принимает минимальное значение, то необходимо признать существование скрытого барионного вещества. Можно заметить, что верхний предел величины  $\Omega_b$  согласуется с плотностью скрытого вещества на галактических масштабах, для которых имеет место неравенство  $\Omega \gtrsim 0,1$  [42]. Тем не менее при наблюдениях на масштабах скоплений или более, плотность скрытого вещества характеризуется величиной  $\Omega_{\text{tot}} > 0,2 - 0,3$  [44], а в случае рассмотрения инфляционных космологических моделей (как ранее упоминалось)  $\Omega_{\text{tot}} \simeq 1$ , откуда следует, что ограничение  $\Omega_b < 0,14$  влечет за собой необходимость существования небарионного скрытого вещества.

Обсуждение различных кандидатов — элементарных частиц, из которых образовано барионное скрытое вещество, приведено в обзорах [45, 17]. В обзоре [46] рассматриваются возможности детектирования в лаборатории элементарных частиц, из которых может состоять небарионное скрытое вещество, таких, как аксионы, легкие нейтрино (с ненулевой массой), слабо взаимодействующие массивные частицы, в частности, такие, как нейтралино (возможность обнаружения при микролинзировании объектов, состоящих из нейтралино, будет обсуждена в дальнейшем).

Привлекательной особенностью небарионного скрытого вещества является то, что небарионное скрытое вещество может играть существенную роль в теории образования крупномасштабной структуры в тех сценариях, где неоднородности плотности растут вначале в небарионном скрытом веществе, и затем барионы падают в образованную потенциальную яму [47, 48, 42]. При таких сценариях небарионное скрытое вещество остается где-либо в галактике, и, по-видимому, гало может быть достаточно "естественным" местом, где оно может остаться.

Как уже упоминалось, в качестве кандидатов частиц, составляющих небарионное скрытое вещество, могут рассматриваться нейтрино с ненулевой массой, а также нейтралино [45–48].

Барионную скрытую массу могут составлять коричневые карлики, поскольку фрагментация может приво-

дить к образованию объекта, состоящего главным образом из H и He, масса которых слишком мала, чтобы в них происходили термоядерные реакции, т.е.  $m < m_{\text{HNB}} \simeq 0,08 M_{\odot}$ , где  $m_{\text{HNB}}$  — минимальное значение массы звезды, в которой происходит горение водорода. Масса Джинса, т.е. минимальное значение массы, при котором гравитационные силы изолированного фрагмента газового облака могут превосходить силы давления и приводить к образованию звезд, оценивается величиной  $4 - 7 \times 10^{-3} M_{\odot}$  [49, 50]. Объекты из водорода с массами порядка  $10^{-3} M_{\odot}$  называются обычно "Юпитерами". Коричневые карлики могут наблюдаться в инфракрасном диапазоне. Их масса может быть оценена на основе наблюдений микролинзирования квазаров. Рассмотрена также возможность определения спектра масс коричневых карликов по наблюдениям звезд БМО [51].

Возможной составляющей барионного скрытого вещества могут быть тусклые красные звезды (М-карлики). Для нахождения ограничений на количество подобных звезд Бакалл и др. провели наблюдения с помощью космического телескопа Хаббл (HST) и широкоугольной камеры (WFC2) [52]. Эти авторы получили изображение небесной сферы в направлении, характеризуемом галактическими координатами  $l = 241$ ,  $b = -51$ . Были получены изображения небесной сферы с площадью  $4,4$  угловой квадратной минуты, а экспозиция составляла  $2,00$  часа в диапазоне  $V'$  и  $2,83$  часа в диапазоне  $I'$ . Ими обнаружено 5 звезд (4 из которых находились в диске или толстом диске) в диапазоне  $2,0 < V - I < 3,0$  и ни одной звезды в диапазоне  $V - I > 3,0$  при значениях светимости  $I < 25,3$ . В случае, если звезды главной последовательности со светимостью  $M_I = 14$  находятся в гало, то они должны были быть наблюдаемы с помощью используемой аппаратуры на телескопе Хаббл вплоть до расстояния  $d = 1,8$  кпк. В случае, если такие М-карлики образовывали гало, то можно было бы обнаружить примерно 65 подобных звезд. На основе подобных наблюдений Бакалл и др. пришли к выводу, что слабые красные звезды составляют  $< 6\%$  массы Галактики, а М-карлики в диске составляют менее чем  $15\%$  массы диска [52]. Тем не менее, по-видимому, следует заметить, что 5 наблюдаемых М-карликов слишком маленькая выборка для того, чтобы делать строгие статистические выводы относительно распределения звезд. Иллюстрацией этого утверждения могут быть результаты работы Мао и Пачинского [53], которые будут приведены в дальнейшем.

В качестве барионного скрытого вещества рассматривались также облака молекулярного водорода как существенный компонент скрытого вещества в гало Галактики [54, 55]. Возможно, что холодные, достаточно плотные газовые облака могут вносить существенный вклад в скрытое вещество гало [56]. Нейтронные звезды могут вносить вклад в барионную скрытую массу, но они, по-видимому, должны составлять не более  $1\%$  скрытого вещества в гало [17].

Наиболее распространенная интерпретация микролинз состоит в том, что микролинзами являются коричневые, красные или холодные белые карлики [57, 58]. Однако можно рассмотреть модель, состоящую из смеси барионной и небарионной материи, параметры которой согласованы с данными микролинзирования [59].

### 3.3. Скрытая масса гало

Утверждение о наличии скрытого вещества в гало галактик является достаточно естественным предположением вследствие того, что более чем 90 %, а вероятно и до 99 % вещества невидимо, т.е. испускает слишком мало электромагнитного излучения, чтобы быть наблюдаемым [42].

Существование гало из скрытого вещества в окрестности видимых галактик обычно предполагается в качестве одного из решений (возможно не единственного) проблемы скрытого вещества [60]. В этом случае плотность гало уменьшается при возрастании галактоцентрической координаты  $r$  пропорционально  $r^{-2}$ , поскольку наблюдаемые кривые вращения плоские. Обычно используют следующее выражение для плотности сферически-симметричного гало [42]:

$$\rho^H(r) = \rho_0^H \frac{R_0^2 + a^2}{r^2 + a^2}, \quad (20)$$

где  $a$  — радиус ядра гало, который обычно порядка нескольких килопарсек. Для нашей Галактики, взяв в качестве  $R_0$  солнечное галактоцентрическое расстояние, получаем из выражения (20)  $\rho_0^H$  — локальную плотность гало. Имеется следующая оценка для солнечного галактического расстояния:  $R_0 = 8,5$  кпк, а локальная оценка плотности в гало оценивается величиной  $\rho_0^H \simeq 10^{-2} M_\odot/\text{пк}^3$  [61, 62, 59].

Если сделать предположение, что круговая скорость Млечного Пути, равная  $v_c \simeq 220$  км с<sup>-1</sup>, соответствует галактоцентрическому расстоянию  $r_{\text{max}}$ , тогда общая масса Галактики внутри шара с этим радиусом оценивается величиной

$$M_{\text{tot}} \simeq \frac{v_c^2 r_{\text{max}}}{G} \simeq 5,6 \times 10^{11} \left( \frac{v_c}{220 \text{ км с}^{-1}} \right)^2 \frac{r_{\text{max}}}{50 \text{ кпк}} M_\odot, \quad (21)$$

которая на порядок больше, чем масса диска, если  $r_{\text{max}} > 50$  кпк; тогда возникает аргумент в пользу существования протяженного гало.

Тем не менее профиль и протяженность галактического гало и других компонентов нашей Галактики, в частности Млечного Пути, детально не известны, что частично обусловлено не слишком высокой точностью определения кривых вращения. Для нашей Галактики кривая вращения известна до расстояний  $\sim 20$  кпк, кроме того эта кривая определена с существенными погрешностями [30]. Имеется также неопределенность плотности гало Галактики во внутренней области, что связано с неточным знанием кривой вращения. Например, имеются модели с максимальным диском, которые приводят к слишком малым значениям массы гало внутри солнечного галактоцентрического расстояния [63].

Следует заметить, что эллиптичность также является весьма плохо известным параметром, и Галактика может быть неосесимметричной и наклоненной относительно плоскости диска [42]. С неопределенностями распределения массы тесно связаны неопределенности движения объектов в гало. Наиболее простая гипотеза, принимаемая обычно, состоит в том, что объекты в гало движутся с изотропными скоростями, которые имеют распределение Максвелла с пространственно независимой константой, одномерной дисперсией скорости  $\sigma^2$ ,

которая связывается с круговой скоростью  $\sigma = v_c/\sqrt{2} \simeq 155$  км с<sup>-1</sup> [42]. Такая модель гало, которая была ранее рассмотрена (модель изотермической сферы), приводит к уменьшению плотности по закону  $r^{-2}$  при увеличении  $r$ . Однако имеются и более сложные модели гало. Так, Эванс построил самосогласованную модель распределения массы в эллиптическом гало, которая позволяет получить как характерный рост, так и убывание кривой вращения [43].

## 4. Компоненты Галактики

Поскольку микролинзы являются одним из способов исследования Галактики, необходимо напомнить основные сведения о ее структуре и описать ее основные компоненты. Обстоятельное сжатое изложение сведений о нашей Галактике приведены в статье Сучкова [64]. В этом обзоре приведены также параметры подсистем в модели Галактики, предложенные группой Эйнасто и несколько отличающиеся от используемых нами ниже. Более обстоятельное изложение данных о Галактике можно найти в монографии Марочника и Сучкова [65].

Большая часть звезд в нашей Галактике находится в диске, и плотность массы звезд обычно считается экспонентой в галактических галактоцентрических координатах  $(R, z)$ :

$$\rho^D(R, z) = \rho_0^D \exp\left(-\frac{R - R_0}{h_R} - \frac{|z|}{h_z}\right), \quad (22)$$

где  $\rho_0^D$  — локальная плотность диска,  $h_R \simeq 3,5$  кпк — характерный масштаб диска [62] (оценки величины  $h_R$  имеют довольно широкий разброс в диапазоне от 1,8 до 6 кпк [66],  $h_z$  — характерный масштаб толщины, который принимается равным  $\sim 100$  пк для очень ранних звезд и газа, и  $\sim 325$  пк для более старых звезд диска [62]. Пачинский и др. заметили, что имеется указание на то, что на расстояниях больше, чем  $\sim 3$  кпк по направлению к Галактическому Центру, плотность звезд уменьшается значительно больше, чем это следует из соотношения (22) [67], на основании чего можно сделать предположение, что или характерный масштаб толщины уменьшается с уменьшением координаты  $R$  [66], или диск имеет полость ( $\rho^D \simeq 0$  при  $R < 2-4$  кпк) [42]. Ясно, что в выражении для плотности (22) не учитывается, в частности, существование спиральной структуры, которая возможно связана с относительным увеличением количества звезд на расстояниях  $\sim 2$  кпк от Солнца в направлении Галактического Центра.

Диск образуют движущиеся относительно его центра звезды с характерными скоростями  $v_{\text{rot}}^D \simeq 220$  км с<sup>-1</sup>. Дисперсия скоростей звезд диска  $(\sigma^D)^2$  мала:  $\sigma^D \simeq 20$  км с<sup>-1</sup> локально [42], хотя возможно, что эта величина увеличивается при уменьшении значения  $R$  [68].

Поверхностная плотность диска, полученная разными способами, есть  $\Sigma_0^D(|z| < 1,1 \text{ кпк}) = (48 \pm 9) M_\odot/\text{пк}^2$  [71] и  $\Sigma_0^D(|z| < 1,1 \text{ кпк}) = (54 \pm 8) M_\odot/\text{пк}^2$  [72, 27], откуда видно, что оценки плотности диска достаточно хорошо согласуются. В результате подобного анализа сделан вывод о том, что в диске, по-видимому, не содержится большого количества скрытого вещества. Это утверждение фактически согласовано с наблюдаемым локальным распределением звезд главной последовательности [73, 70], измеренным практически до предела массы, соответ-

ствующего горению водорода. Это распределение является приблизительно плоским при величине массы меньше  $m \simeq 0,4M_{\odot}$ , так что экстраполяция этой кривой не приводит к выводу о существенном вкладе в массу диска коричневых карликов.

Если рассмотреть верхний предел  $70M_{\odot}/\text{пк}^2$  поверхностной плотности диска, соответствующей толщине диска  $\pm 1,1$  кпк, и вычесть из этой величины поверхностную плотность, соответствующую известному (нескрытому) веществу, тогда максимальный вклад скрытого вещества в плотность тонкого диска можно оценить величиной  $\Sigma_0^D \simeq 30 M_{\odot}/\text{пк}^2$ .

Заметим, что общая масса, соответствующая диску, выраженная через локальную поверхностную плотность  $\Sigma_0$ , в предположении, что характерный масштаб длины равен 3,5 кпк, определяется из следующего соотношения [42], получаемого интегрированием (22):

$$M^D = 4,4 \times 10^{10} M_{\odot} \left( \frac{\Sigma_0}{50 M_{\odot}/\text{пк}^2} \right). \quad (23)$$

Галактическим гало (сфероидом) называется компонент галактики, образованный звездами, наблюдаемыми при больших значениях галактической широты и обладающими сравнительно большими значениями скоростей для того, чтобы быть гравитационно связанными с диском [42]. Гало содержит старые, с малым содержанием тяжелых элементов звезды, возможно протогалактического происхождения, обладающие большим значением дисперсии скоростей  $\sigma^S \simeq 120 \text{ км с}^{-1}$  и плотностью, убывающей в зависимости от расстояния как  $r^{-3,5}$ . Наблюдаемые величины согласованы с оцениваемой величиной дисперсии  $\sigma = v_c/\sqrt{n}$  изотропной составляющей гало с плотностью, убывающей как  $r^{-n}$  в потенциале, приводящем к постоянному значению скорости вращения [74]. Возможно, что имеются отклонения от сферичности в распределении плотности и от изотропии в распределении скорости [75–77].

Локальная плотность ярких звезд гало, т.е. звезд с массой, много большей, чем  $m_{\text{НВ}} \simeq 0,08M_{\odot}$ , оценена Бакаллом и др.:  $\rho_0^S(m > m_{\text{НВ}}) \simeq 10^{-4} M_{\odot}/\text{пк}^3$  [78]. Распределение массы видимых звезд гало оказывает слабое влияние на динамику Галактики. Однако предложены динамические модели гало Галактики с учетом динамических и фотометрических наблюдений, исходя из предположения, что плотность массы гало существенно больше плотности видимых звезд и составляет  $\rho_0^S \simeq 10^{-3} M_{\odot}/\text{пк}^3$  [61, 79]. Отличие между плотностью массы видимых звезд и динамической плотностью массы может быть обусловлено существованием большого количества звезд с массой ниже  $m_{\text{НВ}}$  в случае, если сделать предположение, что функция распределения по массе звезд в гало растет ( $dn/dm \propto m^{-4,5 \pm 1,2}$ ) при массе, меньшей  $0,5M_{\odot}$ , и уменьшается при приближении к минимальному измеренному значению  $0,14M_{\odot}$  [80]. Тем не менее маломассивные звезды могут (в принципе) наблюдаться при микролинзировании [81].

Внутреннюю часть Галактики с радиусом 1–2 кпк обычно относят к Галактическому балджу [42]. Заметим, что в модели Эйнасто рассматривается существенно меньший размер балджа  $\sim 0,2$  кпк [64]. Иногда балдж рассматривается как внутренняя часть гало, рассматриваемого ранее [61, 83], а иногда как новый, не связанный с гало, центральный компонент [78]. Следует заметить,

что, по-видимому, проблема происхождения балджа весьма сложна и далека от окончательного решения.

## 5. Оптическая толщина и частота микролинзирования

Рассмотрим теперь вероятность микролинзирования [144]. Эта величина в теории микролинзирования выражается стандартным термином, принятым в астрономии, который называется оптической толщиной по микролинзированию. Предположим, что на небесной сфере имеется довольно много гравитационных линз. Тогда часть телесного угла, покрываемая кругами Эйнштейна, называется оптической толщиной гравитационного микролинзирования, что эквивалентно вероятности микролинзирования. Предположим, что все гравитационные линзы имеют одинаковую массу  $M$ . В тонком слое, находящемся на расстоянии  $D_d$  от наблюдателя, толщина которого  $\Delta D_d$ , имеется в среднем одна линза на поверхности с площадью  $\pi R_M^2 = M/(\rho \Delta D_d)$ , где  $\rho$  — средняя плотность линз в объеме  $\pi R_M^2 \Delta D_d$ . Каждой линзе соответствует сечение  $\pi \xi_0^2$ , где  $\xi_0$  — радиус Эйнштейна–Хвольсона, соответствующий гравитационной линзе с массой  $M$ . Вклад этого слоя в оптическую толщину задается соотношением

$$\Delta \tau = \frac{\pi \xi_0^2}{\pi R_M^2} = \left[ \frac{4\pi G \rho}{c^2} \frac{D_d(D_s - D_d)}{D_s} \right] \Delta D_d.$$

Тогда общая оптическая толщина, обусловленная влиянием всех гравитационных линз, находящихся между источником и наблюдателем, может вычисляться, как

$$\begin{aligned} \tau &= \int_0^{D_s} \frac{4\pi G \rho}{c^2} \frac{D_d(D_s - D_d)}{D_s} dD_d = \\ &= \frac{4\pi G}{c^2} D_s^2 \int_0^1 \rho(x)x(1-x) dx, \end{aligned}$$

где  $x = D_d/D_s$ . Заметим, что оптическая толщина  $\tau$  зависит от общей массы всех линз, но не зависит от масс отдельных линз  $M$ . Если плотность распределения массы есть постоянная величина, тогда получаем

$$\tau = \frac{2\pi}{3} \frac{G \rho}{c^2} D_s^2. \quad (24)$$

Если система линз самогравитирующая, то можно дать довольно грубую, но простую оценку оптической толщины [57]. Предположим, что расстояние до источника  $D_s$  приблизительно равно размеру всей галактики, образованной линзами. В этом случае теорема вириала дает соотношение между дисперсией скоростей  $V^2$ , плотностью  $\rho$  и размером  $D_s$ :

$$\frac{GM_{\text{tot}}}{D_s} \approx \frac{G \rho D_s^3}{D_s} \approx V^2. \quad (25)$$

Из выражений (24) и (25) получим  $\tau \approx V^2/c^2$ . Более точная оценка оптической толщины может быть получена путем подстановки в интеграл (24) плотности распределения массы вдоль луча зрения.

Если наблюдения проводятся в заданном направлении, а это справедливо для наблюдений балджа, то можно считать, что источники распределены вдоль луча

зрения. В этом случае необходимо вычислить среднюю оптическую толщину по распределению источников [84]:

$$\tau = \frac{1}{N_s} \int dD_s \frac{dn_s}{dD_s} \tau(D_s), \quad (26)$$

где нормировочный множитель  $N_s = \int dD_s dn_s/dD_s$ , а величина  $dn_s/dD_s$  характеризует профиль концентрации детектируемых источников вдоль луча зрения. Для наблюдений в Галактическом балдже эта величина может быть аппроксимирована как  $dn_s/dD_s \propto \rho_s D_s^{2-2\beta}$  [42]. Множитель  $D_s^2$  описывает изменение элемента объема с изменением расстояния. Параметр  $\beta$  возникает вследствие того, что при наблюдениях имеется ограничение по звездной величине, и часть источников со светимостью большей, чем  $L$ , пропорциональна величине  $L^{-\beta}$ , тогда часть источников, которые остаются детектируемыми, пропорциональна  $D_s^{-2\beta}$ . Отсюда получаем

$$\tau = \frac{\int dD_s D_s^{2(1-\beta)} \rho_s \tau(D_s)}{\int dD_s D_s^{2(1-\beta)} \rho_s}. \quad (27)$$

Зао и др. (1995а) приводят для величины  $\beta$  в направлении Окна Бааде следующую оценку  $\beta = 1 \pm 0,5$ , и довольно часто используется величина  $\beta = 1$  при анализе микролинзирования в Галактическом балдже [166, 42].

Следуя подходу Мао и Пачинского, попытаемся оценить число  $N$  ожидаемых событий, связанных с микролинзированием в случае, если  $n_s$  источников наблюдается в течение временного интервала  $\Delta t$  [53]. Будем рассматривать только такие события микролинзирования, которым соответствует максимальное значение коэффициента усиления большее, чем  $3/\sqrt{5}$ , т.е. их безразмерный прицельный параметр меньше единицы.

Рассмотрим простейший случай, когда все линзы имеют одну и ту же массу  $M$  и обладают одной и той же скоростью  $V$ . Предполагаем также, что векторы скорости имеют случайное, но изотропное распределение, источник, расположенный на расстоянии  $D_s$ , является стационарным, и плотность числа линз статистически однородна между наблюдателем и источником. Эта модель проанализирована в работе Мао и Пачинского [53].

Характерный масштаб времени для микролинзирования определяется соотношением

$$t_0 = \frac{\theta_0}{\dot{\theta}} = \frac{\xi_0}{V_t} = \frac{\xi_0}{V \sin i}, \quad (28)$$

где  $i$  — угол между вектором скорости и лучом зрения,  $V_t = V \sin i$  — трансверсальная скорость линзы. Если все события имеют одинаковые характерные масштабы времени, то число событий микролинзирования, находящихся во временном интервале  $\Delta t$ , можно определить следующим образом:

$$N = \frac{2}{\pi} n_s \tau \frac{\Delta t}{t_0} \quad (29)$$

при  $t_0 = \text{const}$ , где  $2/\pi$  — отношение диаметра Эйнштейна к его площади (в безразмерных единицах),  $\tau$  — оптическая толщина,  $n_s$  — число наблюдаемых источников [53].

## 6. Несимметричные кривые блеска

Один из главных критериев отождествления события как микролинзового была симметричность кривой блеска. Для сферически симметричного гравитационного поля линзы и для точечного источника света это утверждение имеет характер теоремы, но для более сложного распределения гравитационного поля линзы и для неточечного источника света могут появиться отличия от симметричной кривой блеска, а также может пропасть эффект ахроматичности. Этим эффектам, которые значительно повышают информативность наблюдений гравитационных микролинз, будет посвящен данный раздел. Мы начнем его с обсуждения слабого искажения симметрии кривой блеска, которое возникает из-за эффекта параллакса.

### 6.1. Измерения параллакса

Достаточно давно Рефсдал высказал идею о проведении одновременных наблюдений наземными и космическими телескопами для того, чтобы получить оценки расстояний и масс гравитационных линз [106]. Григер и др. предложили использовать измерение параллакса для того, чтобы извлечь информацию об относительных трансверсальных скоростях линз [107]. Гоулд предложил использовать эти идеи для анализа наблюдений микролинзирования в направлении БМО и балджа [108, 73]. Наблюдения параллакса позволяют определить проекцию радиуса Эйнштейна  $R_E$  на плоскость наблюдателя, т.е. так называемый приведенный радиус Эйнштейна [42]

$$\tilde{R}_E = R_E \frac{D_s}{D_{ds}}. \quad (30)$$

Используя эту величину совместно с информацией о продолжительности события, можно определить абсолютную величину приведенной скорости

$$\tilde{v} = \frac{\tilde{R}_E}{T} = v^\perp \frac{D_s}{D_{ds}}, \quad (31)$$

которая является кинематической переменной, независимой от массы линзы.

Суть измерения параллакса с использованием телескопа на космическом аппарате состоит в следующем [42]: если событие микролинзирования наблюдается с помощью двух телескопов, которые неподвижны друг относительно друга, то положение линзы относительно направления луча зрения на звезду с земного телескопа может быть выражено как

$$\mathbf{u}(t) = \frac{\mathbf{b}}{R_E} + \frac{\mathbf{v}^\perp}{R_E} (t - t_0), \quad (32)$$

а для космического телескопа имеем

$$\mathbf{u}'(t) = \frac{\mathbf{b}'}{R_E} + \frac{\mathbf{v}^\perp}{R_E} (t - t'_0), \quad (33)$$

причем  $\mathbf{b} \cdot \mathbf{v}^\perp = 0 = \mathbf{b}' \cdot \mathbf{v}^\perp$ . Из наблюдений кривой блеска  $A(u(t))$  и  $A(u(t'))$  величины  $t_0$ ,  $t'_0$ ,  $u_{\min} = l/R_E$ ,  $u'_{\min} = l'/R_E$  и  $T$  могут быть определены. Обозначая через  $\mathbf{r}$  проекцию положения спутника относительно

Земли, ортогональную лучу зрения, получаем соотношение между величинами  $\mathbf{u}(t)$  и  $\mathbf{u}'(t)$  [42]:

$$\mathbf{u}'(t) = \mathbf{u}(t) + \frac{\mathbf{r}}{R_E}. \quad (34)$$

Используя соотношения (32)–(34), получим  $\Delta \mathbf{u} = \mathbf{u}' - \mathbf{u}$ , где

$$\Delta \mathbf{u} = \frac{\mathbf{r}}{R_E} = \mathbf{u}'_{\min} - \mathbf{u}_{\min} - \frac{\mathbf{v}^\perp}{R_E} (t'_0 - t_0). \quad (35)$$

Анализ кривой блеска позволяет определить величины  $u_{\min}$ ,  $u'_{\min}$  и  $v^\perp/R_E = T^{-1}$ , но не направления. Таким образом, величина  $\Delta u := |\Delta \mathbf{u}|$  может быть определена неоднозначно (с точностью до выбора знака в правой части следующего соотношения):

$$\Delta u_{\pm} = \sqrt{(u'_{\min} \pm u_{\min})^2 + \frac{(t'_0 - t_0)^2}{T^2}}. \quad (36)$$

Этим величинам соответствуют два возможных значения приведенного радиуса Эйнштейна

$$\tilde{R}_{E\pm} = \frac{r}{\Delta u_{\pm}} \quad (37)$$

и значения абсолютной величины приведенной скорости

$$\tilde{v}_{\pm} = \frac{r}{T \Delta u_{\pm}}. \quad (38)$$

Тогда для компонентов вектора  $\tilde{\mathbf{v}}_{\pm}$  в направлении, параллельном и перпендикулярном вектору  $\mathbf{r}$ , соответственно имеем

$$\tilde{v}_{\pm}^{\parallel} = \frac{r(t'_0 - t_0)}{T^2 (\Delta u_{\pm})^2}, \quad |\tilde{v}_{\pm}^{\perp}| = \frac{r(u'_{\min} \pm u_{\min})}{T (\Delta u_{\pm})^2}. \quad (39)$$

Имеются различные предложения устранения неоднозначности определения величины скорости. Так, в частности, Гоулд предложил использовать наблюдения с помощью второго космического телескопа в случае, если векторы  $\mathbf{r}$  и  $\mathbf{r}'$ , определяющие положения космических телескопов, не являются параллельными [73].

Эффект параллакса может быть измерен также и с Земли (без использования спутниковых наблюдений), однако при современной точности наблюдений обнаружение этого эффекта возможно только для очень продолжительных событий, для которых движение Земли приводит к значительному изменению кривой блеска.

Алкок и др. обнаружили событие такого рода при наблюдении балджа группой МАСНО. Так, наиболее продолжительное событие, длительность которого составляла 110 дней, имело существенно асимметричную, но ахроматическую кривую блеска, как и предполагалось в случае, если не выполнена гипотеза о постоянстве скоростей линзы, источника и наблюдателя [109].

Учет орбитального движения Земли существенно улучшает аппроксимацию теоретической модели наблюдательных данных, изображенных на рис. 7, приведенного первоначально в работе Беннетта и др. [110]. В теоретической модели Беннетта и др. [110] использовано значение приведенной скорости  $\tilde{v} = 75 \pm 5 \text{ км с}^{-1}$ , которая была направлена под углом  $28^\circ$  по отношению к направлению увеличения широты, что соответствует той

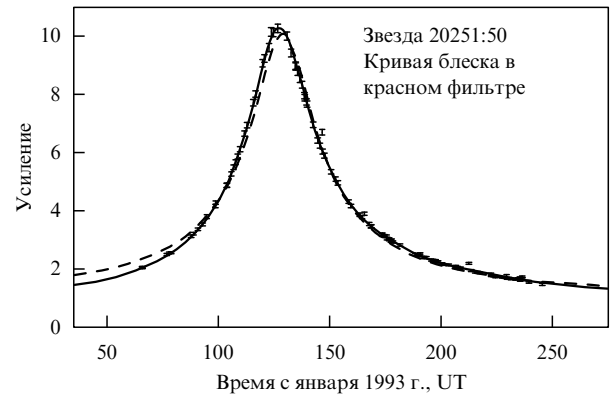


Рис. 7. Обнаружение параллакса при наблюдениях микролинзирования группой МАСНО. Штриховая линия соответствует теоретической модели наблюдательных данных без учета движения Земли, а сплошная кривая — теоретической модели, в которой учитывается движение Земли. Ось абсцисс соответствует времени в днях, ось ординат — усилению [42].

интерпретации наблюдений, в которой предполагается, что линза находится в диске. Наилучшая теоретическая модель получена при следующих параметрах линзы:  $D_d = 1,7_{-0,7}^{+1,1}$  кпк и  $m = 1,3_{-0,6}^{+1,3} M_\odot$ . В этом случае можно сделать вывод, что линза наиболее вероятно является старым белым карликом или нейтронной звездой в диске<sup>1</sup>. Таким образом, наблюдения параллакса могут дать дополнительные данные о характеристиках линзы. Однако измерения параллакса с Земли могут быть проведены только для небольшой части событий, поскольку подобные события должны иметь довольно большую продолжительность. Так как большая часть событий имеет продолжительность  $T$  от 10 до 50 дней, то величина  $\tilde{v}$  не может быть получена с помощью только наземных наблюдений и, тем самым, возникает необходимость использовать также космический телескоп [42].

## 6.2. Собственные движения линзы

Для некоторых событий микролинзирования оказывается возможным получить информацию об угле Эйнштейна  $\theta_E$ , связанного (как ранее отмечалось) с радиусом Эйнштейна соотношением

$$\theta_E = \frac{R_E}{D_d} \quad (40)$$

и отсюда узнать "собственное движение" [42], которое определяется как

$$\mu := \frac{\theta_E}{T} = \frac{v^\perp}{D_d}, \quad (41)$$

т.е. угловая скорость линзы относительно источника. Вслед за Руле и Моллерах отметим, что собственное движение является кинематической переменной, а величина  $\theta_E$  не зависит от скорости линзы [42].

<sup>1</sup> Тем не менее Моллерах и Руле заметили [42], что в предложенной Беннеттом и др. [110] теоретической модели не учтено возможное движение источника. Если источник движется в направлении вращения Солнца или является звездой диска, или вращающейся звездой балджа, то величина  $D_d$  должна быть больше, а отсюда следует, что величина массы меньше.

Наиболее простой ситуацией, в которой собственное движение может быть измерено, можно считать случай, когда радиальный размер источника  $R_s$ , спроектированный на плоскость линзы, сравним с прицельным параметром  $b$ , соответствующим траектории линзы, или, что эквивалентно, угол, определяемый величиной  $R_s$  как  $\theta_s = R_s/D_s$ , сравним с величиной угла, соответствующей  $b$ ,  $\beta = b/D_l$ . В этом случае приближение точечного источника оказывается существенно менее точным, чем приближение кругового источника [111] и из анализа кривой блеска может быть получена информация о собственном движении линзы [73, 111, 112, 42].

Коэффициент усиления кругового источника с однородной поверхностной яркостью точечной гравитационной линзой приведен в работе [111]. Если  $\beta \gg \theta_s$ , то кривая блеска практически идентична кривой блеска для точечного источника, однако, если угол  $\beta$  сравним или меньше, чем угол  $\theta_s$ , то кривая блеска существенно отлична. Если  $\beta > \theta_s/2$ , то максимум коэффициента усиления больше, чем для точечного источника, в то время как при  $\beta \ll \theta_s/2$  максимальный коэффициент усиления всегда меньше, чем в случае точечного источника. В частности, если имеется минимальное значение прицельного параметра ( $\beta = 0$ ), то максимальное значение коэффициента усиления не обращается в бесконечность, как в случае приближения точечного источника, а принимает следующее значение (в приближении однородной поверхностной яркости):

$$A_{\max} = \sqrt{1 + \frac{16GmD_{ds}D_s}{R_s^2 c^2 D_d}}. \quad (42)$$

Сравнивая максимальное значение со значением, получаемым в приближении точечного источника, используемым для обработки данных наблюдений, соответствующих существенно меньшим (по сравнению с максимальным) значениям коэффициента усиления, можно получить величину отношения прицельного параметра к проекции радиуса источника [42]

$$Z = \frac{bD_s}{R_s D_d} = \frac{\beta}{\theta_s}. \quad (43)$$

Из выражения коэффициента усиления для точечного источника можно определить величину  $u_{\min} = b/R_E$ . Тогда определим и величину угла

$$\theta_E = \frac{b}{u_{\min} D_d} = \frac{ZR_s}{u_{\min} D_s} \quad (44)$$

в случае, если можно оценить радиус  $R_s$  и расстояние  $D_s$ . Отсюда определяется "собственное движение"

$$\mu = \frac{\theta_E}{T} = \frac{ZR_s}{Tu_{\min} D_s}. \quad (45)$$

Поскольку рассматриваемый эффект проявляется только тогда, когда линза пересекает поверхность источника в проекции на небесную сферу, он может наблюдаться только в событиях, которым соответствует большее значение коэффициента усиления. Если все события, для которых  $u_{\min} < 1$  (т.е. таких, что  $\beta < \theta_E$ ) могут быть обнаружены, то  $\mu$  может быть измерено только для тех из них, для которых  $\beta < \theta_s$ , и, таким образом, можно

оценить часть событий с измеряемой величиной "собственного движения"  $\simeq \theta_s/\theta_E \propto 1/\sqrt{m}$  [42]. Для наблюдений БМО, предполагая  $m = 0,1M_\odot$ , часть событий, для которых можно измерить собственное движение, составляет  $\simeq 10^{-3}$  для линз Галактики и  $10^{-2}$  для линз в БМО.

Измерение собственного движения событий для БМО должно позволить различить Галактические линзы и линзы в БМО. Линзам в БМО должны соответствовать значения собственного движения  $\mu \leq 2$  км (с кпк) $^{-1}$ . Более высокие значения этой величины должны указывать на наличие линз в Галактике. Для наблюдений балджа, меньшие величины для собственного движения соответствуют линзам в балдже (по сравнению с линзами в диске), однако однозначно определить положение линз по наблюдениям собственного движения в этом случае невозможно [42].

### 6.3. Двойные источники

Довольно ясная физическая картина возникает в том случае, когда и источник, и линза являются одиночным объектом. Тем не менее хорошо известен тот факт, что большая часть звезд входит в состав двойных (или кратных) систем. Так, Абт оценивает долю двойных звезд величиной от 60 до 100 % [113]. Ниже будет рассмотрена модель микролинзирования для двойной линзы. Обсудим изменения картины микролинзирования для случая, когда источником является двойная звездная система.

Грайст и Ху [114], Сажин и Черепашук [115–118] довольно детально рассмотрели случай возможного микролинзирования двойной системы. Кривая блеска в этом случае может существенным образом отличаться от кривой блеска одиночного источника. Так, в случае, если обе звезды линзируются, то кривая блеска может иметь два пика или быть сильно асимметричной. Если только одна из звезд существенно линзируется, то кривая блеска остается симметричной, но будет иметь место отклонение от кривой блеска одиночной (микролинзированной) звезды, что обусловлено светимостью звезды компаньона в случае, если эти две звезды не могут быть разрешены. Следует заметить, что если линзируется более тусклый компонент системы, то отклонение ее кривой блеска от кривой блеска одиночной звезды может оказаться существенным. В случае, если компоненты двойной системы характеризуются различным значением показателя цвета, то такой важный признак микролинзирования, как ахроматичность, может быть не применим для двойной системы.

Грайст и Ху, основываясь на анализе движений различных типов и рассматривая различные распределения орбитального периода и отношения масс, пришли к выводу, что лишь относительно небольшое число ( $\sim 10-20\%$ ) случаев микролинзирования двойных звезд могут быть отличимы от случаев микролинзирования одиночных звезд (для наблюдений БМО), причем только 2–5 % из них имеют необычные кривые блеска или изменения цвета больше, чем  $0,1^m$  [114]. Общая частота микролинзирования с учетом двойных источников на  $\sim 5-15\%$  больше.

Если рассмотреть два точечных источника со значениями светимости  $L_1$  и  $L_2$ , то коэффициент усиления каждого из них имеет стандартное выражение через величину расстояния от линзы до луча зрения (нормированного на радиус Эйнштейна),  $A_1(t) = A(u_1(t))$  и

$A_2(t) = A(u_2(t))$ . Тогда общий коэффициент усиления

$$A = \frac{A_1 L_1 + A_2 L_2}{L_1 + L_2} = A_1(1 - r) + A_2 r, \quad (46)$$

где величина

$$r = \frac{L_2}{L_1 + L_2} \quad (47)$$

называется, согласно Грейсту и Ху, отклонением [114]<sup>2</sup>. Без потери общности можно считать, что  $L_2 \leq L_1$ , так что  $0 \leq r \leq 0,5$ . В случае, если две звезды имеют разные цвета, то имеют место два разных отношения отклонения светимости для каждого цвета отдельно. Рассмотрим звезду 1 с видимой светимостью  $L_{1V}$  в V-диапазоне и  $L_{1B}$  в B-диапазоне. Звездная величина связана со светимостью как  $V = -2,5 \log L_{1V} + \text{const}$ . Аналогичное соотношение можно записать для B-диапазона. Тем самым можно определить

$$r_V = \frac{L_{2V}}{L_{1V} + L_{2V}} = [1 + 10^{(V_2 - V_1)/2,5}]^{-1} \quad (48)$$

и

$$r_B = \frac{L_{2B}}{L_{1B} + L_{2B}} = [1 + 10^{(B_2 - B_1)/2,5}]^{-1}. \quad (49)$$

Пусть показатель цвета звезды 1 равен  $B_1 - V_1$ , звезды 2 равен  $B_2 - V_2$ , тогда показатель цвета двойной системы равен

$$(B - V)_{\text{tot}} = -2,5 \log[(L_{1V} + L_{2V})(L_{1B} + L_{2B})]. \quad (50)$$

При микролинзировании светимость компонентов двойной системы меняется следующим образом:

$$\begin{aligned} L_{1V} &\rightarrow L_{1V} A_1, & L_{1B} &\rightarrow L_{1B} A_1, \\ L_{2V} &\rightarrow L_{2V} A_2, & L_{2B} &\rightarrow L_{2B} A_2, \end{aligned} \quad (51)$$

так что общее изменение цвета равно  $\Delta(B - V) = 2,5 \log A_{B-V}$ , где

$$A_{B-V} = \frac{(1 - r_V)A_1 + r_V A_2}{(1 - r_B)A_1 + r_B A_2}. \quad (52)$$

Заметим, что если две звезды имеют одинаковый цвет, то  $r_V = r_B$  и  $\Delta(B - V) = 0$ , аналогично, если обе звезды имеют одинаковый коэффициент усиления  $A_1 = A_2$ , то  $\Delta(B - V) = 0$ . В зависимости от величины отклонения  $r$  и  $d$  (расстояние между компонентами двойной системы в единицах радиуса Эйнштейна) Грейст и Ху построили классификацию событий микролинзирования и описали характерные для этих событий кривые блеска, множество примеров которых приведено в их работе [114] (см. также работы Сажина и Черепашука [115, 116]).

<sup>2</sup> Как замечают Грейст и Ху, в эксперименте МАСНО, главным образом, ищутся кривые блеска, которые создаются одиночным источником, таким образом, величина отклонения  $r$  характеризует влияние второго компаньона на кривую блеска. Такие события микролинзирования в эксперименте МАСНО называются событиями с отклонением [114].

#### 6.4. Двойные линзы и планеты

Рассмотрим некоторое множество точечных гравитационных линз [57], расположенных между наблюдателем и источником на одном и том же расстоянии от наблюдателя  $D_d$ . Расстояние между наблюдателем и источником —  $D_s$ . Пусть линза с индексом  $i$  имеет массу  $M_i$  и находится от начала координат (в плоскости линзы) на расстоянии, характеризуемом вектором  $(X_i, Y_i)$ . Луч света, проходящий через плоскость линзы в точке  $(X, Y)$ , находится на расстоянии  $R_i$  от линзы с индексом  $i$ :

$$R_i = [(X - X_i)^2 + (Y - Y_i)^2]^{1/2}. \quad (53)$$

Тогда вклад этой линзы  $i$  в угол отклонения системы линз определяется углом

$$\alpha_i = \frac{4GM_i}{R_i c^2}, \quad (54)$$

компоненты которого равны

$$\alpha_{x,i} = \alpha_i \frac{X - X_i}{R_i}, \quad \alpha_{y,i} = \alpha_i \frac{Y - Y_i}{R_i}. \quad (55)$$

В этом случае, в результате отклонения, обусловленного влиянием всех рассматриваемых масс, луч света будет пересекать плоскость источника в точке  $(X_S, Y_S)$ :

$$\begin{aligned} X_S &= X \frac{D_s}{D_d} - \sum_i \alpha_{x,i} (D_s - D_d), \\ Y_S &= Y \frac{D_s}{D_d} - \sum_i \alpha_{y,i} (D_s - D_d). \end{aligned} \quad (56)$$

Заметим, что величины  $X, Y, X_i, Y_i$  и  $R_i$  измеряются в плоскости линзы, а  $X_S$  и  $Y_S$  — в плоскости источника. Из соотношений (54)–(56) получаем

$$x_s = x - \frac{D_s - D_d}{D_s D_d} \sum_i \frac{4GM_i}{c^2} \frac{x - x_i}{r_i^2}, \quad (57)$$

$$y_s = y - \frac{D_s - D_d}{D_s D_d} \sum_i \frac{4GM_i}{c^2} \frac{y - y_i}{r_i^2}, \quad (58)$$

где углы отклонения определяются как  $x_s = X_S/D_s$ ,  $y_s = Y_S/D_s$  и  $x = X/D_d$ ,  $y = Y/D_d$ ,  $x_i = X_i/D_d$ ,  $y_i = Y_i/D_d$ ,  $r_i = R_i/D_d$ . Безразмерная масса  $m_i$  определяется как

$$m_i = \frac{D_s - D_d}{D_s D_d} \frac{4GM_i}{c^2}, \quad (59)$$

тогда уравнения (57), (58) можно записать в следующем виде:

$$x_s = x - \sum_i \frac{m_i (x - x_i)}{r_i^2}, \quad y_s = y - \sum_i \frac{m_i (y - y_i)}{r_i^2}. \quad (60)$$

Из системы уравнений (60) можно найти все изображения, формируемые набором точечных линз, расположенных в одной плоскости, перпендикулярной лучу зрения. Система точечных гравитационных линз проанализирована в [94]. Система двух точечных линз и соответствующие каустические кривые рассматриваются в



работе Шнайдера и Вайсса [95] и в общей постановке задачи (когда линзы могут находиться на различных плоскостях, ортогональных лучу зрения) в работе Эрдля и Шнайдера [96]. Критические и каустические кривые для системы, состоящей из одной или двух точечных масс, находящихся во внешнем гравитационном поле с ненулевым сдвигом, рассмотрены Виттом и Петерсом [97].

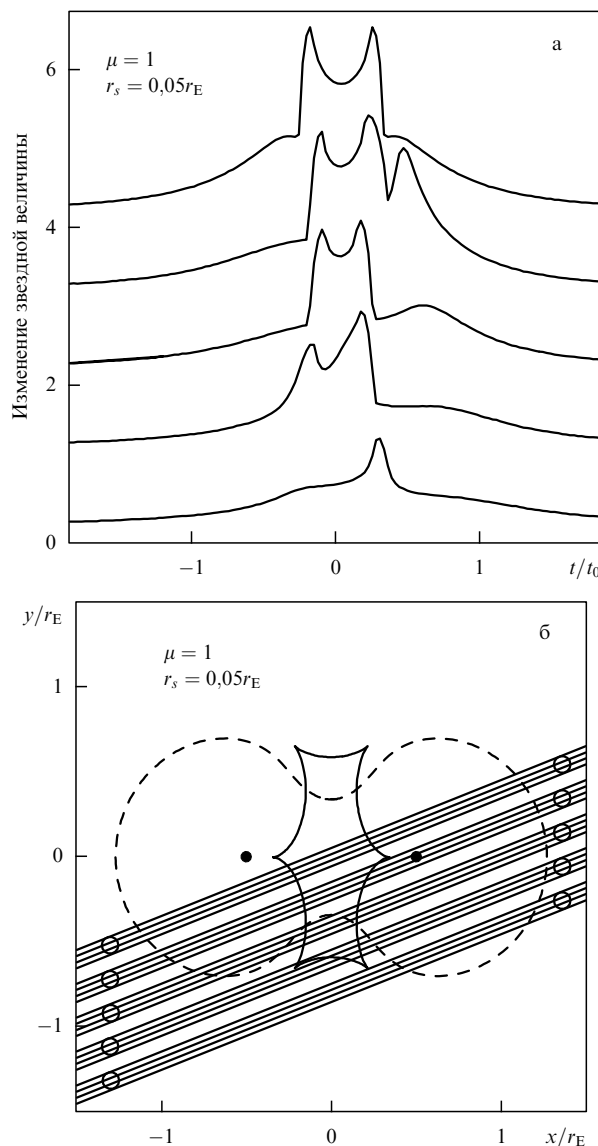
Ограничим рассмотрение достаточно общим случаем двойной гравитационной линзы [98, 57]. Тогда уравнения (60) принимают вид

$$x_s = x - \frac{m_1(x - x_1)}{r_1^2} - \frac{m_2(x - x_2)}{r_2^2}, \quad (61)$$

$$y_s = y - \frac{m_1(y - y_1)}{r_1^2} - \frac{m_2(y - y_2)}{r_2^2}. \quad (62)$$

Обычно используют такую нормировку, что  $m_1 + m_2 = 1$ . Тогда все углы выражены в единицах радиуса Эйнштейна для линзы с единичной массой. Если рассмотреть случай статической двойной линзы, т.е. пренебречь орбитальным движением двойной системы, то имеется еще три дополнительных параметра: отношение масс  $m_1/m_2$ , расстояние между компонентами двойной системы в единицах радиуса Эйнштейна и угол, характеризующий направление движения источника относительно прямой, соединяющей линзы. Как отмечал Пачинский, разнообразие возможных кривых блеска удивляет [57]. Мао и Ди Стефано создали численный алгоритм и программу, используя которые, можно получить не только теоретические кривые блеска для двойной системы, но и лучшую теоретическую модель для наблюдательных данных [99]. Эта программа была использована для определения двух событий, которые можно связать с двойной линзой: OGLE #7 [89, 85, 57] и DUO #2 [100].

Несколько примеров кривых блеска, соответствующих различным движениям источника относительно каустической кривой двойной линзы, показаны на рис. 8а. Геометрия критических и каустических кривых изображена на рис. 8б. Двойная система состоит из двух одинаковых точечных масс (изображенных на рис. 8б двумя точками):  $M_1 = M_2 = 0,5M$ , с расстоянием между ними, равным радиусу Эйнштейна, соответствующему массе  $M$ , т.е. общей массе двойной системы. Каустическая кривая изображена сплошной кривой. Замкнутая кривая, изображенная штриховой линией, есть критическая кривая в плоскости линзы. Источник, находящийся на каустической кривой, имеет изображение, находящееся на критической кривой. Напомним, что в случае, когда источник пересекает каустическую кривую, то два изображения появляются или исчезают на критической кривой. В случае, когда источник находится вне области, ограниченной каустической кривой, то имеется три изображения: одно вне критической кривой и два внутри, обычно вблизи от одной из точечных масс. Если же источник находится внутри области, ограниченной каустической кривой, то появляются два дополнительных изображения, одно из которых внутри, а другое вне области, ограниченной критической кривой. На рисунке 8б показаны пять источников, изображенных небольшими окружностями с радиусом, равным 0,05 радиуса Эйнштейна. Прямыми изображены траектории движения источников.



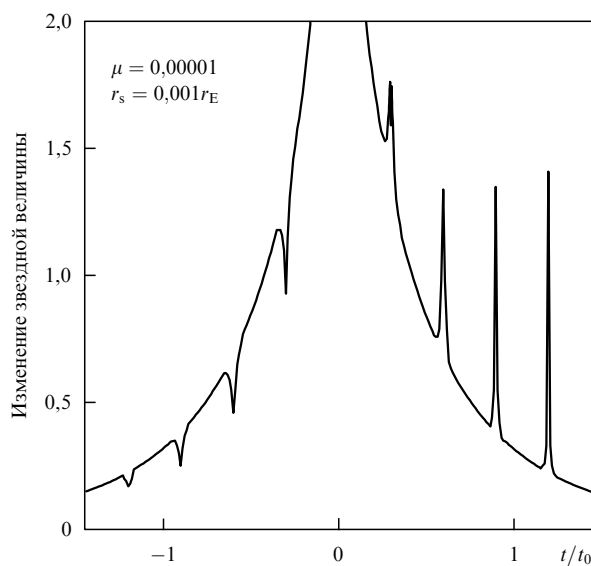
**Рис. 8.** Пять возможных кривых блеска как примеры микролинзирования двойной линзой (а) и соответствующие траектории источника (б). Верхняя кривая блеска, показанная на этом рисунке, соответствует верхней траектории. Пики на кривой блеска соответствуют пересечению источника каустической кривой. (Кривые блеска сдвигаются на одну звездную величину для большей ясности изображения.) Пять одинаковых круговых источников движутся вдоль прямых траекторий, как изображено на (б). Всем источникам соответствует радиус равный  $r_s = 0,05 r_E$ . (Рисунок из обзора [57].)

Для обнаружения планет при микролинзировании необходимо обработать довольно большой объем наблюдений. Мао и Пачинский [98], Гоулд и Лоеб [101] предположили, что все звезды имеют планеты с массой Юпитера на расстоянии в несколько астрономических единиц, тогда только небольшой процент всех событий микролинзирования показывает измеримое отклонение кривой блеска. Если только небольшая часть звезд имеет планеты с массой Юпитера на таких расстояниях, то часть событий микролинзирования, при которых могут быть обнаружены планеты, соответственно уменьшается. Пачинский приводит оценку Батлера и Марси, которые считают, что  $\sim 5\%$  всех звезд имеют планеты с массой не меньше массы Юпитера на расстоянии не

более 5 астрономических единиц [57]. Продолжительность наиболее вероятного возмущения кривой блеска в этом случае составляет  $\sim 1$  день, тем самым необходимо проводить довольно частые наблюдения для того, чтобы не пропустить событие.

Проанализируем возможность обнаружения планет с массой Земли, используя данные наблюдений микролинзирования. Масса Земли составляет примерно  $3 \times 10^{-6} M_\odot$ , а типичная звезда имеет массу немного меньшую массы Солнца [57]. Предположим, что имеет место следующее отношение масс в двойной системе  $M_2/M_1 = 10^{-5}$ .

Отдельному точечному объекту с массой планеты соответствует радиус Эйнштейна  $r_{Ep} = r_E \times (M_2/M_1)^{1/2}$ . Когда же планета оказывается недалеко от звезды, то масса планеты вызывает мелкомасштабное усиление изображения, которое необходимо учитывать наряду с крупномасштабным усилением, порождаемым гравитационным полем звезды. Пример (возможного) влияния планет на искажение кривой блеска показан на рис. 9, где событие микролинзирования звездой, которому соответствует большой коэффициент усиления, возмущается восемью планетами с массой Земли, расположенными вдоль траектории источника (фоновой звезды). Следует заметить, что возмущение, вызываемое каждой из планет, практически независимо от возмущения, вызываемого другими планетами. Естественно, что подобное рассмотрение является довольно искусственным, но позволяет рассмотреть многообразие возможного влияния



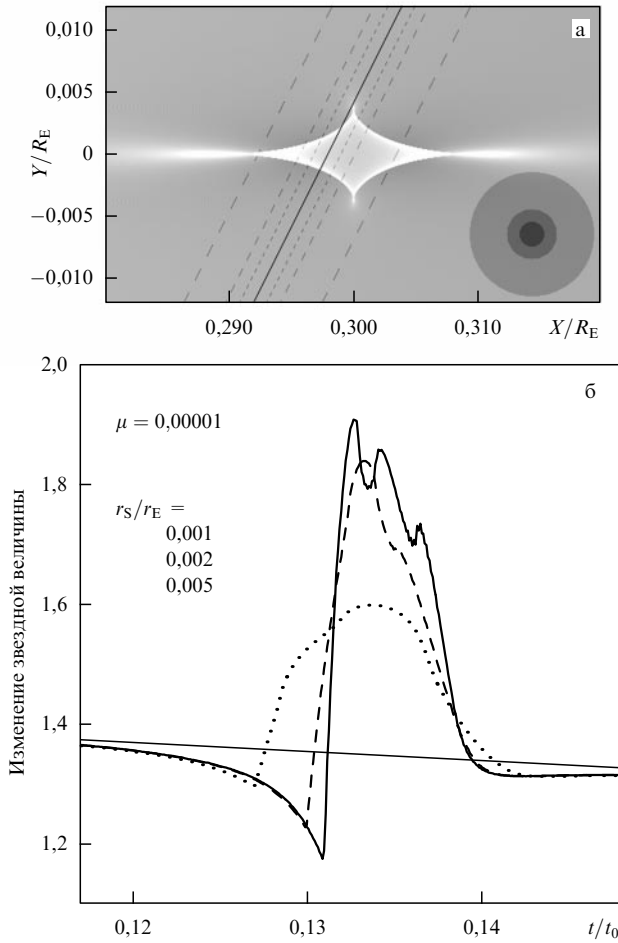
**Рис. 9.** Изменение коэффициента усиления в зависимости от времени, обусловленное влиянием звезды с планетной системой. Система состоит из звезды и восьми планет, каждой из которых соответствует отношение масс  $\mu = 10^{-5}$ , причем предполагается, что все они расположены на одной прямой. Рассматривается круговой источник с радиусом  $r_s = 10^{-3} r_E$ , движущийся по небесной сфере вдоль прямой, где расположены планеты, т.е. значение прицельного параметра для изображения источника относительно этих планет равно нулю. Планеты расположены от звезды на следующих расстояниях:  $r_p/r_E = 0,57; 0,65; 0,74; 0,86; 1,16; 1,34; 1,55; 1,76$  в плоскости линзы, что соответствует возмущениям кривой блеска в моменты времени  $t/t_0 = -1,2; -0,9; -0,6; -0,3; 0,3; 0,6; 0,9; 1,2$ , как это изображено на рисунке. Заметим, что планетное возмущение создает локальный минимум при  $r_p/r_E < 1$  ( $t/t_0 < 0$ ) и локальный максимум при  $r_p/r_E > 1$  ( $t/t_0 > 0$ ). (Рисунок из обзора [57].)

на микролинзирование планет с массой Земли на одном рисунке. Безразмерное время  $t/t_0$  равно величине безразмерной координаты, характеризующей положение источника  $r_s/r_E$ , и обе эти величины связываются с положением планеты следующим соотношением [57]:  $t/t_0 = r_s/r_E = r_p/r_E - r_E/r_p$ . Если планеты расположены вблизи от звезды при  $r_p/r_E < 1$ , то это приводит к образованию локального минимума в кривой блеска, изображенной на рис. 9. Этот эффект связан с уменьшением площади на небесной сфере изображения, находящегося ближе к линзе. Планеты, расположенные дальше от звезды при  $r_p/r_E > 1$ , приводят к образованию локального максимума (или двойного максимума) в кривой блеска, что связано с расщеплением изображения, находящегося дальше от звезды и увеличением площади на небесной сфере этих двух изображений [57]. Если планета находится вблизи кольца Эйнштейна, т.е. если  $r_p \approx r_E$ , то кривая блеска изменяется в окрестности пика кривой, что обусловлено изменением площади на небесной сфере одного из изображений. Заметим, что искажение кривой блеска оказывается умеренно большим для планет с массой Юпитера, но оказывается довольно малым для планет с массой Земли [98]. Детальный анализ возможности обнаружения планет представлен в работах Беннетта и Райа [102], Райа и Беннетта [103], Гауди и Гоулда [104] и Гоулда [105]. Так, Беннетт и Рай (1996 г.) показали, что в случае, если планета с массой Земли находится в некоторой области на расстоянии от 1 а.е. до 4 а.е. от звезды и если при наблюдениях возможно обнаружить отклонение 4 % от кривой блеска для точечной линзы, то можно обнаружить более чем 2 % планет с массой Земли и 10 % планет с массой порядка 10 земных масс [102].

Изменения кривой блеска для идеализированной картины микролинзирования, искаженного влиянием планеты, изображены на рис. 10б. Напомним, что кривая блеска, изображенная на рис. 9, соответствует движущемуся вдоль оси  $X$  источнику, радиус которого равен  $r_s/r_E = 0,001$ . Это событие соответствует изменению усиления в момент  $t/t_0 = 0,3$  (см. рис. 9). На рисунке 10 представлены распределения яркости и кривые блеска источника, траектория движения которого наклонена под углом  $\sim 64^\circ$  к оси  $X$ . Полный интервал времени, изображенный на рис. 10б, соответствует  $\sim 10$  часам, а  $t_0 = 0$  соответствует максимуму кривой блеска для микролинзирования звездой в отсутствие планеты. Событие, соответствующее искажению микролинзирования планетой, длится дольше в случае, изображенном на рис. 9, чем в ситуации, представленной на рис. 10б, поскольку область большого усиления сильно вытянута вдоль оси  $X$ . Заметим (вслед за Пачинским [57]), что многообразие возможных кривых блеска (искаженных влиянием планет) крайне велико.

## 6.5. Некомпактные микролинзы

Природа гравитационных микролинз до сих пор неизвестна, хотя наиболее распространенная гипотеза предполагает, что они являются компактными несветящимися телами типа коричневых карликов. Однако тела другой природы не исключены, в частности, в статьях Гуревича и др. [122, 123] (см. также подробный обзор [48]); обсуждалось существование темных тел, состоящих из суперсимметричных слабовазаимодействующих частиц (например, нейтрино). Авторы показали, что



**Рис. 10.** Пример распределения яркости в плоскости источника, создаваемой планетой с массой  $\mu = 10^{-5}$  (а). Планета расположена на расстоянии  $r_p/r_E = 1,16$  от звезды в плоскости линзы, что соответствует величине  $r_p/r_E = 0,3$  в плоскости источника. Центры трех круговых источников движутся вверх вдоль сплошной прямой линии, а штриховые линии показывают траектории границы края источника. Радиусы источников выбраны равными  $r_s/r_E = 0,001; 0,002; 0,005$ , их размеры показаны в правом нижнем углу рисунка. Обусловленные влиянием планеты изменения кривых блеска (в звездных величинах) в зависимости от времени (б). Три кривых блеска, изображенные толстой сплошной, штриховой и пунктирной линиями, соответствуют трем источникам, радиус которых равен  $r_s/r_E = 0,001; 0,002; 0,005$  соответственно. Тонкая, слегка наклоненная, сплошная линия соответствует фрагменту кривой блеска микролинзирования в отсутствии возмущения, вызываемого планетой. (Рисунок из обзора [57].)

такие звезды могут образовываться на ранних стадиях эволюции Вселенной и оставаться стабильными за космологическое время.

В настоящей работе рассматривается микролинзирование звезды фона гравитационной линзой, которая суть звезда из нейтрално.

Мы рассматриваем микролинзирование такой звездой в достаточно грубой модели, которая, тем не менее, является простой и позволяющей получить конечные результаты в аналитической форме. Безусловно, можно рассмотреть более точную модель Гуревича и др. [123] распределения плотности для звезды из нейтрално, но можно надеяться, что нами правильно представлена качественная оценка рассматриваемого эффекта.

Аппроксимируем плотность распределения массы звезды из нейтрално в виде

$$\rho_{\text{NeS}}(r) = \rho_0 \frac{a_0^2}{r^2}, \quad (63)$$

где  $r$  — текущее значение расстояния от центра звезды,  $\rho_0$  — объемная плотность звезды из нейтрално на расстоянии  $a_0$  от центра,  $a_0$  — "радиус" звезды из нейтрално. Эта зависимость плотности является приближением зависимости, рассмотренной в работе Гуревича и Зыбина [122]

$$\rho_{\text{NeS}}(r) = Kr^{-1,8}.$$

Если ввести обозначения

$$R_0 = \frac{\pi \rho_0 a_0}{\Sigma_{cr}} = \frac{M}{a_0^2} \frac{2\pi G D}{c^2}, \quad D = \frac{D_d D_{ds}}{D_s}, \quad (64)$$

где  $M$  — масса микролинзы, то уравнение линзы имеет следующий вид:

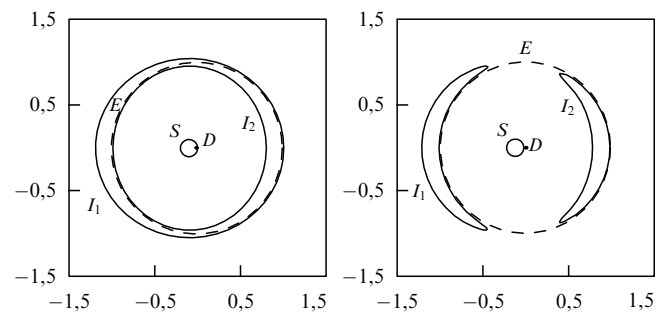
$$y = x - R_0 \frac{x}{|x|}. \quad (65)$$

Если отнормировать расстояния в плоскости линзы и источника на величину  $R_0$ , т.е. если ввести переменные  $\hat{y} = y/R_0, \hat{x} = x/R_0$ , то уравнение линзы имеет довольно простой вид:

$$\hat{y} = \hat{x} - \frac{\hat{x}}{|\hat{x}|}. \quad (66)$$

Всюду ниже символ  $\hat{\phantom{x}}$  не пишем. Нетрудно видеть, что уравнение линзы в безразмерной форме совпадает с уравнением линзы для модели распределения галактической массы, соответствующей изотермической сфере. Приведем некоторые результаты относительно уравнения линзы (66). Рассмотрим сначала решения уравнения линзы. Без ограничения общности можно считать, что  $y > 0$ . Если при этом  $y < 1$ , то уравнение линзы имеет два решения:  $x_+ = y + 1, x_- = y - 1$ . В случае, если  $y > 1$ , то имеется только один корень  $x = y + 1$ .

На рисунке 11 нарисованы круговой источник и его изображения при различном значении расстояния между центром источника и центром гравитационной линзы.



**Рис. 11.** Показана граница кругового источника  $S$ , которая имеет два изображения  $I_1$  и  $I_2$ . Штриховой линией показана критическая кривая — окружность Эйнштейна – Хвольсона. Радиус изображения  $r = 0,1$ , расстояние между проекцией центра источника и проекцией центра гравитационной линзы  $d = 0,099$  (на левом рисунке) и  $d = 0,11$  (на правом).

Следует заметить, что в данном случае (некомпактной линзы) изображения в радиальном направлении шире, чем изображения, даваемые линзой Шварцшильда (при малых значениях  $y$  примерно в 2 раза).

Поскольку в случае симметричного распределения массы для якобиана справедливо соотношение

$$\det A(x) = 1 - \frac{1}{|x|}, \quad (67)$$

коэффициент усиления равен  $A = |x|/(|x| - 1)$ . В этом случае критическая кривая имеет уравнение  $|x| = 1$  (т.е. единичная окружность). Каустическая кривая в данном случае вырождается в точку  $y = 1$ . Нетрудно увидеть, каким образом источники искажаются гравитационной линзой. Ясно, что в радиальном направлении изображения не искажаются, а в тангенциальном происходит растяжение в соответствии с соотношением (67). Напомним, что для линзы Шварцшильда при  $y \ll 1$  происходит сжатие изображения в 2 раза в радиальном направлении и аналогичное растяжение в  $\approx 1/y$  раз в тангенциальном направлении. Если рассмотреть случай  $y > 1$ , то

$$A_P(y) = A(x_+) = \frac{y+1}{y} = 1 + \frac{1}{y}. \quad (68)$$

Если рассмотреть случай  $0 < y < 1$ , то

$$A(x_+) = \frac{|x_+|}{|x_+| - 1} = \frac{y+1}{y} = 1 + \frac{1}{y}, \quad (69)$$

$$A(x_-) = \frac{|x_-|}{|x_-| - 1} = \frac{y-1}{y}. \quad (70)$$

В этом случае, поскольку  $A(x_-) < 0$ , то общий коэффициент усиления с учетом коэффициентов усиления двух изображений определяется следующим соотношением:

$$A_P(y) = A(x_+) + |A(x_-)| = \frac{2}{y}. \quad (71)$$

Напомним, что в случае, если гравитационной микролинзой является точечное гравитирующее тело (линза Шварцшильда), то коэффициент усиления определяется следующим соотношением:

$$A_P(y) = \frac{y^2 + 2}{y\sqrt{y^2 + 4}}. \quad (72)$$

Таким образом, различие коэффициентов усиления линзы Шварцшильда и звезды из нейтрално является существенным фактором, отличающим эти два объекта.

Рассмотрим две асимптотики, чтобы наглядно показать различие между коэффициентами усиления в двух случаях. Выпишем вначале  $A_{\text{tot}}$  для звезд из нейтрално:

$$A(y) = \frac{2}{y} \quad \text{при } y < 1 \quad \text{и} \quad A(y) = 1 + \frac{1}{y} \quad \text{при } y > 1, \quad (73)$$

которые являются одновременно точными выражениями. Аналогичные уравнения для коэффициентов усиления, производимого компактным телом, есть

$$A(y) = \frac{1}{y} \quad \text{при } y \ll 1 \quad \text{и} \quad A(y) = 1 + \frac{2}{y^4} \quad \text{при } y \gg 1. \quad (74)$$

При рассмотрении ситуации, когда величина  $y$  (пропорциональная минимальному угловому прицельному расстоянию микролинзового события) одинакова в случае звезды из нейтрално и компактного тела, видно, что в первом случае кривая блеска будет иметь более высокий максимум и более широкие крылья, что может служить тестом для различения этих событий.

Ниже будут обсуждены возможности отождествления этих двух объектов, исходя из данных наблюдений и отличий зависимости коэффициентов усиления от прицельных параметров.

**Кривая блеска некомпактной линзы.** Рассмотрим значения коэффициента усиления для различных значений параметра  $R_0$ . Напомним, что уравнение гравитационной линзы справедливо лишь для малых значений параметров  $y, x$ . Рассмотрим случай, когда прицельный параметр соответствует прохождению луча не только внутри некомпактного тела, но и вне его. В этом случае уравнение гравитационной линзы имеет следующий вид:

$$y = x - \frac{x}{|x|} \quad \text{при } |x| \leq \frac{1}{R_0},$$

$$y = x - \frac{1}{R_0} \frac{x}{|x|^2} \quad \text{при } |x| > \frac{1}{R_0}. \quad (75)$$

Рассмотрим три различных множества для значений параметра  $R_0$ .

Случай I. Пусть  $1/R_0 \geq 2$ .

Случай Ia. Если  $0 < y < 1$ , то уравнение гравитационной линзы имеет два решения, оба из которых соответствуют значениям прицельного параметра, меньшим (по абсолютной величине) размера некомпактной линзы, т.е. соответствующие лучи проходят через нее. Решения уравнения гравитационной линзы имеют следующий вид (считаем, что система координат выбрана таким образом, что  $y > 0$  для всех рассмотренных случаев):  $x_+^{\text{NeS}} = 1 + y$ ,  $x_-^{\text{NeS}} = y - 1$ . Напомним, что в этом случае коэффициент усиления  $A_+^{\text{NeS}} = 1 + 1/y$ ,  $|A_-^{\text{NeS}}| = 1/y - 1$ , а общий коэффициент усиления определяется соотношением (71).

Случай Ib. Если  $1 \leq y \leq 1/R_0 - 1$ , то уравнение гравитационной линзы имеет одно решение, причем соответствующее значение прицельного параметра меньше радиуса некомпактной линзы, т.е. соответствующий луч света проходит через линзу, и тогда имеется следующее решение уравнения гравитационной линзы:  $x_+^{\text{NeS}} = 1 + y$ . Коэффициент усиления, соответствующий этому решению, равен  $A_+^{\text{NeS}}$ .

Случай Iv. Если  $1/R_0 - 1 \leq y$ , то уравнение гравитационной линзы имеет одно решение, причем значение прицельного параметра больше радиуса некомпактной линзы, и луч света проходит вне линзы. Решение уравнения гравитационной линзы  $x_+^{\text{S}} = (y + \sqrt{y^2 + 4/R_0})/2$ . Тогда имеем соответствующий этому решению коэффициент усиления

$$A_+^{\text{S}} = \frac{1}{4} \left( \frac{y}{\sqrt{y^2 + 4/R_0}} + \frac{\sqrt{y^2 + 4/R_0}}{y} + 2 \right).$$

Случай II. Пусть  $1 < 1/R_0 < 2$ .

Случай IIa. Если  $0 < y < 1/R_0 - 1$ , то общий коэффициент усиления определяется соотношением (71).

Случай Пб. Если  $1/R_0 - 1 \leq y \leq 1$ , то уравнение гравитационной линзы имеет два решения, одно из которых по абсолютной величине больше радиуса некомпактной линзы, т.е. соответствующий луч света проходит вне некомпактной линзы, а именно, имеется решение

$$x_+^S = \frac{y + \sqrt{y^2 + 4/R_0}}{2}.$$

Коэффициент усиления для этого решения  $A_+^S$ . Другое решение соответствует значению прицельного параметра, меньшему (по абсолютной величине), чем радиус некомпактной линзы, т.е. соответствующий луч света проходит внутри некомпактной линзы, а именно, имеется следующее решение уравнения гравитационной линзы  $x_-^{\text{NeS}} = 1 - y$ . Коэффициент усиления, соответствующий этому решению, равен  $A_-^{\text{NeS}}$ .

Случай Пв. Если  $1 < y$ , то уравнение гравитационной линзы имеет одно решение, и значение прицельного параметра больше радиуса некомпактной линзы, т.е. соответствующий луч света проходит вне некомпактной линзы, а именно, имеется решение  $x_+^S$ . Соответствующий этому решению коэффициент усиления равен  $A_+^S$ .

Случай III. Пусть  $0 < 1/R_0 < 1$ .

Случай IIIа. Если  $0 < y < 1 - 1/R_0$ , уравнение гравитационной линзы имеет два решения, причем оба решения соответствуют значениям прицельного параметра, большим по абсолютной величине, чем радиус некомпактной линзы, т.е. имеется следующее решение:

$$x_+^S = \frac{y + \sqrt{y^2 + 4/R_0}}{2}.$$

Коэффициент усиления для этого решения равен  $A_+^S$ . Другое решение также аналогично решению для линзы Шварцшильда

$$x_-^S = \frac{y - \sqrt{y^2 + 4/R_0}}{2}.$$

Коэффициент усиления для этого решения равен

$$|A_-^S| = \frac{1}{4} \left( \frac{y}{\sqrt{y^2 + 4/R_0}} + \frac{\sqrt{y^2 + 4/R_0}}{y} - 2 \right).$$

Случай IIIб. Если  $1/R_0 - 1 \leq y \leq 1$ , то уравнение гравитационной линзы имеет два решения, одно из которых соответствует значению прицельного параметра, которое по абсолютной величине больше радиуса некомпактной линзы. В этом случае соответствующий луч света проходит вне некомпактной линзы, т.е. имеется следующее решение уравнения гравитационной линзы:

$$x_+^S = \frac{y + \sqrt{y^2 + 4/R_0}}{2}.$$

Соответствующий этому решению коэффициент усиления равен  $A_+^S$ . Другое решение соответствует значению прицельного параметра, меньшего по абсолютной величине, чем радиус некомпактной линзы, т.е. соответствующий луч света проходит через некомпактную линзу, а именно, имеется решение уравнения гравитационной

линзы

$$x_-^{\text{NeS}} = 1 - y.$$

Коэффициент усиления для этого решения равен  $A_-^{\text{NeS}}$ .

Случай IIIв. Если  $y > 1$ , то уравнение гравитационной линзы имеет одно решение, причем это решение соответствует значению прицельного параметра, большему радиуса некомпактной линзы, т.е. луч света проходит вне некомпактной линзы, а именно, имеется решение  $x_+^S$ . Коэффициент усиления, соответствующий этому решению, равен  $A_+^S$ .

На рисунке 12 изображены кривые блеска для некомпактного тела и линзы Шварцшильда для случая I. Нетрудно заметить, что кривая блеска для некомпактного тела имеет разрыв, поскольку уравнение линзы в этой точке имеет разрывную производную (когда прицельный параметр пересекает границу некомпактного тела). Поэтому и коэффициент усиления (в общем случае) разрывен. Это обусловлено влиянием двух используемых гипотез, первая из которых состоит в предположении, что  $a_0 \gg \xi$  и, тем самым,  $\Sigma(\xi) \approx 1/\xi$  (множитель  $\arctan[(a_0^2 - \xi^2)^{1/2}/\xi]$  считается равным  $\pi/2$ ). Это предположение становится достаточно грубым при  $\xi \approx a_0$ . Второй гипотезой является приближение точечного источника. Ясно, что если отказаться от одной из этих гипотез, то кривая блеска для некомпактного тела будет непрерывной. Тем не менее используемая модель является достаточно простой, что позволяет ее детально исследовать и определить пределы ее использования.

Таким образом, коэффициент усиления некомпактного тела (звезды из нейтрално) не отличается от коэффициента усиления линзы Шварцшильда только в случае IIIа (когда имеет место случай III и  $y < 1 - 1/R_0$ ). Во всех других случаях, в принципе, оказывается возможным отличить эти два астрономических объекта.

Вернемся к рассмотрению случая Ia. Если коэффициент усиления некомпактной линзы больше, чем 2, то

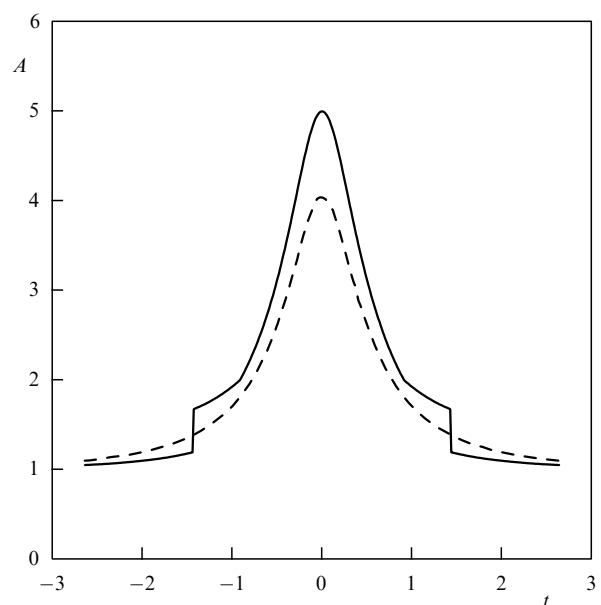


Рис. 12. Кривая блеска для некомпактного тела (сплошная кривая) и для линзы Шварцшильда (штриховая линия), соответствующая значению параметра  $R_0 = 0,4$ .

$A = 2/y$ . Предположим, что микролинзирование вызывается некомпактной линзой. Если коэффициент усиления больше, чем  $2 (A_t > 2)$ , то имеем зависимость прицельного параметра от коэффициента усиления  $y_t = 2/A_t$ . Максимальный коэффициент усиления соответствует минимальному значению прицельного параметра  $y$ , т.е.  $y_{\min} = 2/A_{\max}$ . Тем самым, имеется следующий тест для того, чтобы отличить некомпактное тело и компактную линзу при микролинзировании, а именно, необходимо проверить, что величина  $f = (y_t^2 - y_{\min}^2)^{1/2}$  линейно зависит от времени.

В случае, если коэффициент усиления меньше, чем 2, то имеет место случай Ib и следующая зависимость прицельного параметра от коэффициента усиления:  $y_t = 1/(A_t - 1)$ . Ясно, что нетрудно также получить выражение для величины  $y_t$  в зависимости от  $A_t$  в случае Ib:  $y = 4/[R_0(z^2 - 1)]$ , где  $z = 2A_t - 1 + 2\sqrt{A_t(A_t - 1)}$ .

В последнем случае можно проверить линейность функции  $f(t)$ . Ясно, что если рассмотреть линзу Шварцшильда для этих значений параметров, то имеется другая зависимость для функции  $f(t)$ .

В статье [124] были проанализированы кривые блеска эксперимента OGLE и было показано, что две кривых лучше аппроксимируются кривой блеска некомпактной линзы, чем кривой блеска в модели линзы Шварцшильда. Первое событие MACHO было проанализировано в работе Гуревича и др. [48] и было обнаружено, что это событие может быть лучше проинтерпретировано в рамках модели некомпактного тела. Другая интерпретация кривых блеска, связанная с учетом света дополнительного источника, была проанализирована в работе [126].

## 7. Поляризация излучения источника при микролинзировании

В этом разделе мы рассмотрим эффект возникновения частичной поляризации света звезды при микролинзировании. До сих пор мы рассматривали только изменение полного потока излучения звезды — кривую блеска и ее свойства. Теперь обратимся к поляризации излучения микролинзируемой звезды. Состояние поляризации описывается четырьмя параметрами Стокса, три из которых являются независимыми. Изменение поляризации источника при наблюдении внегалактических гравитационных линз уже наблюдалось, но при микролинзировании это явление еще никто не наблюдал. Однако степень поляризации может нести важную информацию о характеристиках относительного движения линзы и фонового источника. Поэтому поляризационные эффекты являются важным элементом теоретического рассмотрения эффекта микролинзирования.

Известно, что рассеяние излучения в атмосферах звезд приводит к возникновению его поляризации. Как было впервые показано Чандрасекаром [127] и Соболевым [128], излучение, выходящее из плоскопараллельной рэлееской атмосферы, является частично поляризованным, причем направление преимущественных колебаний электрического вектора оказывается перпендикулярным к плоскости, содержащей луч зрения и нормаль к поверхности. Предсказываемое теорией увеличение степени поляризации с приближением к краю диска было вскоре обнаружено при наблюдениях Солнца. Наблюдение этого явления для других звезд, за исключением

случая взаимных затмений компонентов двойных систем, требует способности разрешать отдельные пространственные элементы на их дисках и, следовательно, применения методов повышения углового разрешения телескопов. Предложены способы решения данной задачи с использованием интерферометров [129, 130], метода наблюдения покрытий Луной [131] и спекл интерферометрии [132]. При обычных наблюдениях звезд регистрируется суммарный поток излучения от всего диска, который в силу симметрии задачи оказывается неполяризованным. Возможность возникновения частичной поляризации суммарного потока связана с нарушением симметрии, например, вызванным быстрым вращением, приливной деформацией звезды, наличием горячих пятен, несимметричной оболочки или комбинацией этих причин. Очевидно, что присутствие гравитационной линзы также нарушает симметрию задачи. Коэффициент усиления такой линзы нелинейно уменьшается с удалением от ее оптической оси и поэтому в общем потоке будет превышена доля излучения ближайшего к линзе края видимого диска звезды. Регистрируемый суммарный поток должен стать частично поляризованным, причем плоскость поляризации всегда перпендикулярна линии, соединяющей центр диска звезды с гравитационной линзой. Максимальная степень поляризации потока будет иметь место в момент максимального блеска линзируемой звезды.

Рассмотрим поляризацию излучения, рассеянного атмосферой звезды. Введем интенсивности  $I_l$ ,  $I_r$  по правилу: интенсивность в плоскости, задаваемую линией зрения и нормалью к поверхности, назовем  $I_l$ , а интенсивность в перпендикулярном направлении —  $I_r$ . Предполагая плоскопараллельную атмосферу звезды, можно выразить распределение интенсивностей по диску звезды в виде приближенной формулы:

$$I_r + I_l = I_0 + I_1\mu, \quad I_r - I_l = u_0(1 - \mu), \quad (76)$$

где  $\mu$  — косинус угла между линией зрения и нормалью к поверхности звезды. Точное распределение интенсивности можно найти в [127, 133].

Выберем на диске звезды декартову систему координат  $Oxy$  и расположим одну из осей  $Ox$  вдоль направления главной оси поляроида. Тогда интенсивности  $I_R$  и  $I_L$  некоторой точки на поверхности диска звезды будут функциями только координат этой точки  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ ,  $\varphi = \arcsin(x/\sqrt{x^2 + y^2})$ :

$$I_L(r, \varphi) = I_r(r) \sin^2 \varphi + I_l(r) \cos^2 \varphi, \quad (77)$$

$$I_R(r, \varphi) = I_l(r) \sin^2 \varphi + I_r(r) \cos^2 \varphi. \quad (78)$$

При отсутствии искажающих факторов поток излучения  $H_R$ , наблюдаемый сквозь поляроид  $L$ , является суммой интенсивностей всех элементов диска звезды:

$$H_L = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^R I_L(r, \varphi) r dr, \quad (79)$$

где  $R$  — угловой радиус звезды, а поток  $H_R$  для поляроида  $R$  есть:

$$H_R = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^R I_R(r, \varphi) r dr. \quad (80)$$

Степень поляризации, определяемая согласно соотношению

$$P = \frac{H_R - H_L}{H_R + H_L},$$

равна нулю из соображений симметрии.

Поэтому наблюдать эффект частичной поляризации на дисках звезд было невозможно, поскольку диск не разрешался, а средняя поляризация по диску точно равна нулю. Иная ситуация возникает при потере симметрии. Предположим, например, что диск звезды частично затмевается телом, лежащим между звездой и наблюдателем. Тогда интеграл в формулах (79), (80) должен вычисляться только по части диска, что приводит к потере симметрии, неравенству потоков  $H_R$ ,  $H_L$  и, следовательно, к появлению поляризации.

Существует несколько причин для появления частичной поляризации при наблюдении неразрешенного диска звезды — затмение (например, в системе двух звезд), горячие пятна на поверхности звезды, приливные искажения диска звезды и т.п. Мы, однако, рассмотрим другую причину — неравномерный коэффициент усиления источника, возникающий при прохождении лучей света от звезды вблизи микролинзы.

В присутствии коэффициента усиления монохроматический поток излучения  $H_L$ , наблюдаемый сквозь поляроид  $L$ , вновь является суммой интенсивностей по элементам диска, но, в отличие от предыдущего случая, умноженных на коэффициент усиления в данной точке:

$$H_L = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^R A(x, y) I_L(r, \varphi) r dr, \quad (81)$$

аналогично для потока  $H_R$ , наблюдаемого сквозь поляроид  $R$ ,

$$H_R = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^R A(x, y) I_R(r, \varphi) r dr. \quad (82)$$

Рассмотрим простой случай, который может быть проанализирован аналитически. Если пространственная шкала изменения коэффициента усиления  $A(x, y)$  значительно превосходит размеры диска звезды, то для анализа поляризации излучения разложим коэффициент усиления в ряд Тейлора:

$$A(x, y) = A(0, 0) + \frac{\partial A}{\partial x} x + \frac{\partial A}{\partial y} y + \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} x^2 + 2 \frac{\partial^2 A}{\partial x \partial y} xy + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} y^2 + \dots \quad (83)$$

Здесь  $\partial^2 A / \partial x \partial x$ ,  $\partial^2 A / \partial y \partial y$  — частные производные коэффициента усиления, вычисленные в центре диска звезды. В этом случае  $H_L$  и  $H_R$  уже не равны друг другу и полный поток излучения есть

$$H_R + H_L = A_0 H_0 + \frac{1}{4} \pi R^2 \left( \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} \right) \left( I_0 + \frac{2}{3} I_1 \right), \quad (84)$$

а степень поляризации вычисляется согласно формуле

$$H_R - H_L = \frac{7}{120} u_0 \pi R^2 \left( \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} \right) R^2. \quad (85)$$

Здесь  $A_0 = A(0, 0)$ , а  $H_0$  — полный поток. Можно привести приближенное значение степени поляризации:

$$P = \frac{7}{60} \frac{u_0}{I_0 + 2I_1/3} A_0 \left( \frac{R_*}{R_s} \right)^2,$$

где  $R_s$  — характерная шкала изменения коэффициента усиления.

Отметим, что степень поляризации обратно пропорциональна квадрату масштаба изменения коэффициента усиления. Такая сильная зависимость указывает на большую степень поляризации, которая может возникнуть при пересечении звездой каустики, на которой коэффициент усиления терпит разрыв.

## 7.1. Поляризация

### сферически-симметричной микролинзой

Вначале рассмотрим поляризацию, возникающую в поле сферически-симметричной микролинзы. Следуя работам [134–136], поместим начало координат в центр видимого диска линзируемой звезды так, что ось  $x$  направлена к гравитационной линзе, находящейся на угловом расстоянии  $p$  от начала координат (рис. 13а). Положение произвольной точки на диске звезды будем определять угловым расстоянием  $r$  от начала координат и позиционным углом  $\varphi$ , отсчитываемым в картинной плоскости от оси  $x$ . Очевидно, что в силу круговой симметрии первоначальных распределений интенсивности  $I_r$  и  $I_l$  по диску поток и степень поляризации регистрируемого излучения при линзировании данной звезды будут зависеть только от угла  $\varphi$ . Пусть  $I_L(r, \varphi)$  и  $I_R(r, \varphi)$  — интенсивности излучения в точке видимого диска звезды с координатами  $(r, \varphi)$  при наблюдении через поляроид, ориентированный соответственно параллельно и перпендикулярно оси  $x$ .

При наличии гравитационной линзы со сферически симметричным полем поток от бесконечно малой площадки  $dS$  на диске звезды  $dH^0$  будет усиливаться в зависимости от угла  $p_s$  между истинным направлением на центр площадки и направлением на гравитационную линзу так, что регистрируемый поток  $dH$  можно записать как  $dH = A(p_s) dH^0$ . Выражение для коэффициента усиления  $A(p_s)$  имеет вид

$$A(p_s) = \frac{1}{2} \left[ \left( 1 + 4 \frac{p_0^2}{p_s^2} \right)^{1/2} + \left( 1 + 4 \frac{p_0^2}{p_s^2} \right)^{-1/2} \right], \quad (86)$$

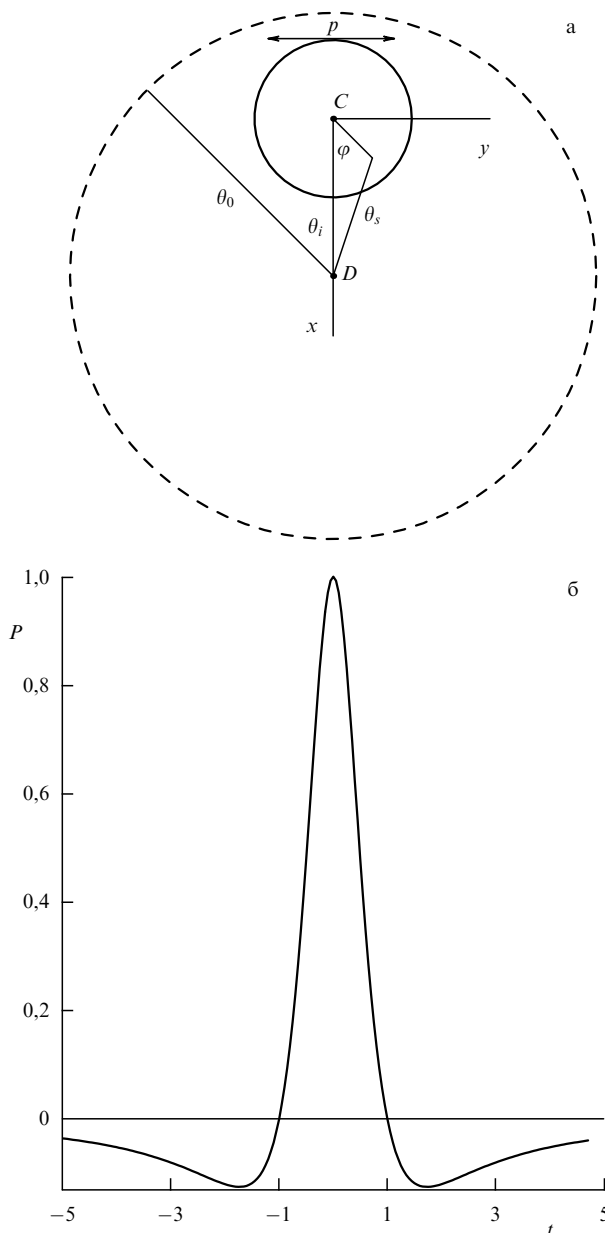
где  $p_0$  — угловой радиус конуса Эйнштейна для гравитационной линзы, определяемый из соотношения

$$p_0^2 = \frac{4GM}{c^2} \frac{D_{sd}}{(D_{sd} + D_d)D_d}, \quad (87)$$

в котором  $G$  — постоянная тяготения,  $M$  — масса линзы,  $c$  — скорость света,  $D_{sd}$  — расстояние от звезды до линзы, а  $D_d$  — расстояние от линзы до наблюдателя [115]. Поэтому для потоков поляризованного излучения  $H_L$  и  $H_R$  в присутствии линзы можно записать

$$H_L(p) = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^R A(\sqrt{p^2 + r^2 - 2pr \cos \varphi}) I_L(r, \varphi) r dr, \quad (88)$$

$$H_R(p) = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^R A(\sqrt{p^2 + r^2 - 2pr \cos \varphi}) I_R(r, \varphi) r dr. \quad (89)$$



**Рис. 13.** Схематическое изображение звезды внутри конуса Эйнштейна (а). Прямая  $CD$  соединяет центр звезды с центром гравитационной линзы. Двойная стрелка показывает ориентацию поляризации.  $\theta_0$  — угловой размер конуса Эйнштейна,  $\theta_i$  — прицельный параметр звезды относительно линзы,  $\theta_s$  — угловое расстояние произвольной точки звезды от гравитационной линзы. Кривая поляризации (б). Первая производная для этой кривой обращается в нуль при  $t = 0$ . Вдоль оси ординат указана степень поляризации. Вдоль оси абсцисс указано время в безразмерных единицах.

В этом случае  $H_L(p)$  и  $H_R(p)$  уже не равны друг другу и регистрируемый суммарный поток излучения будет иметь степень поляризации

$$P(p) = \frac{H_R(p) - H_L(p)}{H_R(p) + H_L(p)}. \quad (90)$$

Отметим, что плоскость преимущественных колебаний электрического вектора должна быть всегда перпендикулярной направлению от центра звезды к гравитационной линзе. Таким образом, при достаточной точно-

сти наблюдений можно зарегистрировать поворот плоскости поляризации при видимом движении звезды относительно линзы. В момент максимума степени поляризации, совпадающего с максимумом блеска линзируемой звезды, положение плоскости поляризации будет определяться позиционным углом относительного движения звезды и линзы. В силу симметрии задачи направление движения остается неопределенным. Этот эффект представляет большой интерес, позволяя получать информацию о собственных движениях тел, вызывающих явление гравитационного микролинзирования.

Можно аппроксимировать коэффициент усиления первым членом при разложении в ряд Тейлора, тогда степень поляризации будет

$$\frac{H_R - H_L}{H_R + H_L} = \frac{7}{160} \left( \frac{R}{p_c} \right)^2.$$

Поляризация всегда перпендикулярна линии, соединяющей центр звезды и центр гравитирующего тела. На рисунке 13а показано произвольное расположение звезды внутри конуса Эйнштейна. В том случае, когда рассматривается поляризация вдоль линии  $CD$ , то наблюдаемая степень поляризации будет иметь дополнительную зависимость от времени, связанную с проекцией вектора Стокса ( $\cos 2\psi$ ) при его повороте, связанном с движением звезды. Это дополнительная зависимость от времени описывается выражением

$$\cos 2\psi = \frac{p_i^2 - v^2 t^2}{p_i^2 + v^2 t^2}.$$

Обратим внимание на тот факт, что после промежутка времени, равного  $T = p_i/v$ , степень поляризации становится отрицательной. Это связано с тем, что линия, соединяющая центр звезды и центр линзы, поворачивается на  $45^\circ$  относительно линии  $CD$ .

Точные вычисления для реальных значений  $R$  и  $p_i$  показывают, что, как и ожидалось, величина эффекта невелика и степень поляризации реально не превышает 0,5 % при самых благоприятных предположениях относительно условий микролинзирования.

## 7.2. Поляризация двойной микролинзой

Значительно большая степень поляризации возникает при событиях в двойных микролинзах. При движении фонового источника внутри конуса Эйнштейна поляризация не слишком велика, но при пересечении каустики возникают большие изменения коэффициента усиления и степень частичной поляризации значительно увеличивается.

Рассмотрим, как меняется со временем поляризация, когда диск звезды конечного углового размера проходит через каустическую. Используем приближенное уравнение для коэффициента усиления [95]:

$$A = \sqrt{\frac{x_s}{x - x_c}} + 1,$$

где  $x_s$  — масштаб пространственной переменности коэффициента усиления,  $x_c$  — положение критической линии на оси  $Ox$ . В области до критической линии мы полагаем коэффициент усиления единичным. При этом мы полагаем, что критическая линия является прямой, параллельной оси  $Oy$ .



Изменения  $H_R$  и  $H_L$  описываются теперь формулами:

$$H_R = \int_{x_c}^{R_*} dx \int_{y_-}^{y_+} dy \sqrt{\frac{x_s}{x - x_c}} \times \\ \times \left( I_r(x, y) \frac{x^2}{x^2 + y^2} + I_l(x, y) \frac{y^2}{x^2 + y^2} \right), \\ H_L = \int_{x_c}^{R_*} dx \int_{y_-}^{y_+} dy \sqrt{\frac{x_s}{x - x_c}} \times \\ \times \left( I_r(x, y) \frac{y^2}{x^2 + y^2} + I_l(x, y) \frac{x^2}{x^2 + y^2} \right).$$

Здесь  $y_+ = \sqrt{R_*^2 - x^2}$ ,  $y_- = -\sqrt{R_*^2 - x^2}$ . Максимальное значение поляризации (при  $I_l/I_0 = 0,2$ ) есть 2 %. Заметим также, что плоскость поляризации параллельна каустической линии.

Точные вычисления были проделаны [137]. Степень поляризации для случая двойной микролинзы зависит от отношения  $R_*/R_E$  и достигает 1,5%.

Аналогичная картина может возникать при микролинзировании некомпактным телом. Из-за того, что коэффициент усиления имеет разрывы, появляются большие градиенты этой величины и в момент прохождения фонового источника через критические кривые возникает достаточно сильная поляризация [138]. В статье [137] проанализирована возможность наблюдения поляризации и требования к аппаратуре.

## 8. Наблюдения гравитационных микролинз

### 8.1. Введение

Впервые на возможность обнаружения микролинзирования по наблюдениям кривых блеска звезд было указано в работе Бялко [142]. Систематические поиски скрытой массы с использованием характерной переменной кривых блеска отдельных звезд из миллионов наблюдаемых начались после обсуждения Пачинским возможности обнаружения скрытой массы гало по переменности звезд в БМО [143]. Заметим, что достаточно быстрой реализации предложений Пачинского способствовало появление к началу 90-х годов технических возможностей, обеспечивающих обработку гигантских объемов наблюдательной информации. Грайст предложил называть микролинзы MACHO (Massive Astrophysical Compact Halo Objects) [144]. Кроме того, MACHO — это название проекта наблюдений одноименной американско-англо-австралийской группы, проводившей наблюдения БМО и Галактического балджа с помощью 1,3-метрового телескопа в обсерватории Маунт Стромло в Австралии. Информация об их эксперименте имеется по адресу <http://www.macho.mcmaster.ca/> и <http://www.macho.anu.edu.au/>. Данные о возможных событиях микролинзирования в режиме реального времени в данных наблюдений группы MACHO находятся на сервере <http://darkstar.astro.washington.edu/>.

Первыми сообщили об обнаружении эффекта микролинзирования группа MACHO [145] и французская группа EROS (Expérience de Recherche d'Objets Sombres) [146]. Данные об эксперименте EROS можно найти на сервере <http://www.lal.in2p3.fr/EROS/eros.html>.

Первые данные о наблюдениях Галактического балджа с целью обнаружения микролинз были опубликованы польско-американской группой OGLE (Optical Gravitational Lens Experiment), проводившей наблюдения на 1-метровом телескопе в обсерватории Лас Кампанасе. Эти данные находятся по адресам <http://www.astrouw.edu.pl> и <http://www.astro.princeton.edu/ogle/>. Данные по эксперименту OGLE, включающие в себя данные фотометрии кандидатов в микролинзы, статьи, связанные с этим экспериментом, и периодически модифицируемый отчет по эксперименту, доступны также анонимному ftp на сервере [sirius.astrouw.edu.pl](http://sirius.astrouw.edu.pl) (148.81.8.1).

Следует заметить, что адреса серверов (и та или иная мода доступа к данным) в прошлом менялись и, возможно, будут меняться в дальнейшем. Тем не менее выше указаны адреса с данными этих экспериментов, которые использовались в 1997 г. (а возможно, будут использоваться и в дальнейшем).

### 8.2. Признаки микролинзирования

Событие, соответствующее микролинзированию, может быть охарактеризовано следующими основными признаками, которые позволяют отличить его от звездной переменности (см., например, [42, 9]).

- Поскольку событие микролинзирования довольно маловероятно, то события микролинзирования не должны повторяться при наблюдении одной и той же звезды. В то же время звездная переменность другой природы обычно связана с повторяющимися событиями.

- В рамках простой модели микролинзирования, когда рассматривается одиночный точечный источник, эффект микролинзирования должен быть ахроматичен (отклонения от ахроматичности при неточечном источнике рассматривались, например, в [149]), а собственное изменение светимости звезды обычно связано с изменением температуры и, таким образом, зависит от цвета.

- Кривые блеска для микролинзирования являются симметричными, а кривые блеска переменных звезд обычно асимметричны (чаще всего с быстрым ростом и медленным уменьшением светимости).

- Наблюдения событий микролинзирования должны достаточно хорошо интерпретироваться описанной ранее простой теоретической моделью, а в отдельных случаях более сложной, в которой учитывается то, что источник или линза являются двойной системой, источник имеет ненулевой размер или учитывается эффект параллакса.

Характерные признаки кривой микролинзирования представлены на рис. 14, где показаны кривые блеска в двух спектральных диапазонах при наблюдениях группы MACHO звезд БМО<sup>3</sup>. Кривая блеска (в двух цветах) достаточно хорошо интерпретируется простой моделью, а отношение светимости в двух цветах показано на нижней части рисунка (что вполне согласуется с ахроматичностью события). Можно заметить, тем не менее, что в окрестности максимума наблюдаемой светимости теоретическая кривая не слишком хорошо аппроксимирует наблюдательные данные.

<sup>3</sup> При более поздней интерпретации наблюдательных данных Алком и др. приведено значение для максимального коэффициента усиления  $A_{\max} = 7,2$ .

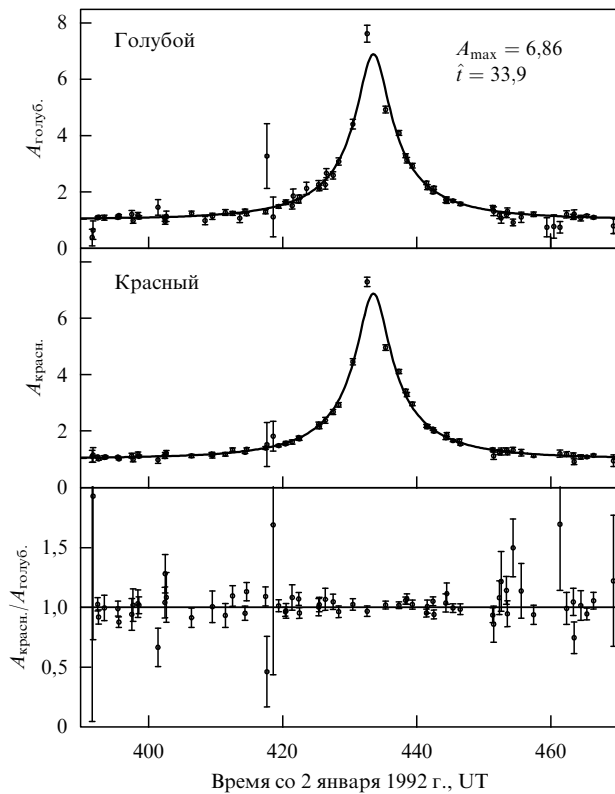


Рис. 14. Первое событие микролинзирования, обнаруженное группой МАСНО при наблюдении БМО (Алкок и др. [145]).

В настоящее время можно проводить аккуратную проверку ахроматичности и даже постоянства спектра источника, поскольку в экспериментах МАСНО [150] и OGLE [85] имеется система раннего обнаружения звезд, у которых возможно проявление микролинзирования. Тогда для таких объектов можно изучить свойства источника с помощью больших телескопов или провести изучение кривых блеска с помощью глобальной сети телескопов [150].

Кроме указанных характерных свойств отдельных событий микролинзирования, Руле и Моллерах замечают, что совокупность обнаруженных событий микролинзирования должна обладать следующими статистическими свойствами [42]:

а) в отличие от звездной переменности событие микролинзирования может происходить вне зависимости от типа звезды, а отсюда следует, что распределение событий микролинзирования на диаграмме цвет – звездная величина должно соответствовать распределению наблюдаемых звезд на этой диаграмме<sup>4</sup>;

б) распределение величины максимального коэффициента усиления при микролинзировании  $A_{\max}$  должно соответствовать равномерному распределению величины  $u_{\min}$ ;

в) распределение величин  $A_{\max}$  и  $T$  должно быть некоррелировано.

<sup>4</sup> Однако, как замечают Руле и Моллерах, поскольку наблюдаемые звезды имеют ненулевую протяженность вдоль луча зрения, то оптическая толщина существенно больше для звезд, лежащих за балджем, и, следовательно, вероятность обнаружения микролинзирования более тусклых звезд должна возрасти [42].

Основной проблемой микролинзирования является крайне малая вероятность этого события. Нетрудно получить простую оценку для оптической толщины микролинзирования, наблюдаемого в БМО, поскольку в предыдущем разделе была получена оценка  $\tau \simeq V^2/c^2$ , и поэтому для случая гало имеем  $\tau_{\text{halo}} \simeq 5 \times 10^{-7}$  [42]. Средняя продолжительность событий связана со средним значением скоростей гало соотношением  $T \simeq R_E/\sigma \simeq 100 \text{ дней} \sqrt{m/M_\odot}$  (в предположении, что  $x = D_d/D_s = 1/4$ ). Отсюда следует, что линзам с массами в диапазоне от  $10^{-2} - 10 M_\odot$  соответствует характерное время микролинзирования от недели до года. Исходя из этих оценок, можно сделать вывод, что необходимо следить за светимостью нескольких миллионов звезд в течение характерного времени порядка года (или нескольких лет), т.е. измерять наблюдаемую светимость звезд с характерным интервалом порядка дней. В случае, если микролинзы имеют массы в диапазоне  $10^{-7} - 10^{-4} M_\odot$ , то события имеют продолжительность менее одного дня, поскольку частота появления таких событий  $\Gamma \propto \tau/\langle T \rangle$  много больше, чем частота событий для линзы звездной массы. Для того, чтобы могли быть обнаружены линзы в этом диапазоне масс, необходимо иметь лучшее временное разрешение, т.е. проводить несколько раз измерение светимости звезды за ночь наблюдений. Таким образом, для исследования возможного диапазона масс линз  $10^{-7} < m/M_\odot < 10$  необходимо наблюдать одни и те же поля звезд несколько раз за ночь и с интервалом порядка нескольких дней.

Руле и Моллерах приводят простую оценку оптической толщины для звезд балджа, линзируемых маломассивными звездами в балдже и диске,  $\tau \simeq 10^{-6}$  с характерной продолжительностью таких событий порядка нескольких недель, поэтому и в этом случае для получения надежных статистических данных необходимо вести наблюдения за миллионами звезд в течение более года [42].

Поскольку для поиска микролинз требуется проведение столь длительных и объемных наблюдений, проводимые исследования главным образом были сосредоточены а) на наблюдениях звезд в БМО и ММО (Малое Магелланово Облако), так как эти галактики являются ближайшими, и направление луча зрения находится вне Галактической плоскости и проходит через гало; б) на наблюдениях звезд в Галактическом балдже, что может позволить оценить распределение линз в окрестности Галактической плоскости.

### 8.3. Наблюдения звезд БМО и ММО

В настоящее время существуют два крупных проекта, связанных с поисками микролинзирования посредством слежения за кривыми блеска звезд в БМО.

**8.3.1. Эксперимент EROS.** Один из этих проектов проводит французская группа EROS, которая в обсерватории ESO Ла Силла (Чили) осуществляет две различные программы, первая из которых использует CCD-камеры<sup>5</sup> на 40-сантиметровом телескопе, полностью предназначенном для поисков событий микролинзирования, что позволяет производить снимки с короткой

<sup>5</sup> В отечественной литературе такие камеры называются ПЗС-камеры (приборы с зарядовой связью). Однако в настоящее время термин CCD-камера используется чаще.

экспозицией (10 мин каждый). Это дает возможность обнаружить (по крайней мере, в принципе) события с короткой продолжительностью (тем самым, возможно, относительно маломассивные линзы); вторая программа, проводимая этой группой, связана с анализом пластин, полученных на 1-метровом телескопе Шмидта. Из анализа данных этих пластин, накапливаемых с 1990 г., может быть построено несколько миллионов кривых блеска. Фотографические пластины были получены на телескопе Шмидта с апертурой 1 м и фокусной длиной 3 м. Каждая из этих пластин, размером  $30 \times 30$  см<sup>2</sup>, соответствовала элементу небесной сферы размером  $5^\circ \times 5^\circ$ , что покрывает большую часть БМО. За ночь наблюдений обычно получали по две пластины (использовались красный и голубой фильтры), каждая из которых имела время экспозиции 1 час. За первую зиму наблюдений (1990–1991 гг.) было получено 28 пар пластинок (всего 56). К концу 1994 г. было отснято примерно 200 пар пластин. Информация с пластин переводилась в цифровую информацию, используя прибор МАМА<sup>6</sup> Парижской обсерватории, с плотностью цифровой информации  $10^4$  пикселей мм<sup>-2</sup>. Перевод информации с одной пластины в цифровую форму занимает 6 часов (объем информации равен 1,6 гигабайт), каждое изображение делится на 784 кадра, каждый из которых содержит  $1024 \times 1024$  пикселей, одному пикселю соответствует 0,67 угловых секунд на небесной сфере. Из анализа 1 см<sup>2</sup> пластины может быть оценена светимость примерно 10000 звезд. Тем не менее только около 50 % данных наблюдений звезд (примерно  $4 \times 10^6$ ) оказываются пригодными для поиска микролинз [87].

CCD-камера (для наблюдений событий с относительно малым характерным временем) была установлена в фокусе 40-сантиметрового телескопа в конце 1991 г. Эта камера состоит из 16 отдельных матриц, имеет примерно  $4 \times 10^6$  пикселей, может использоваться для наблюдений области на небесной сфере с размером  $0,4^\circ \times 1^\circ$ , причем одному пикселю соответствует угол на небесной сфере, равный 1,1 угловых секунд. Характерное время экспозиции составляло примерно 10 мин, что позволило получить 46 изображений в голубом и красном цветах [151]. Наблюдения с помощью этой камеры производятся с целью обнаружения событий, характерное время которых сравнительно мало ( $\geq 1$  час). С помощью этой CCD-камеры проведено слежение за примерно  $10^5$  звезд в баре БМО.

С июля 1996 г. группа EROS начала использовать для наблюдений микролинзирования 1-метровый телескоп MARLY, находящийся также в обсерватории ESO [152] (наблюдения с помощью новой аппаратуры называются EROS 2). Этот телескоп может проводить одновременно наблюдения в "голубом" диапазоне ( $\lambda \in [420 \text{ нм}, 720 \text{ нм}]$ , с максимумом чувствительности  $\lambda \sim 560 \text{ нм}$ ) и в "красном" диапазоне ( $\lambda \in [620 \text{ нм}, 920 \text{ нм}]$ , с максимумом чувствительности  $\lambda \sim 760 \text{ нм}$ ), что достигается использованием расщепленным дихроичным кубом пучка света, причем в каждом канале устанавливается CCD-камера, каждая из которых состояла из 8 CCD-матриц с  $2048 \times 2048$  пикселей. Размер поля составляет  $0,7$  углового градуса (прямое восхождение)  $\times 1,4$  углового

градуса (склонение). Размер пикселя 0,6 угловых секунд. В качестве объектов наблюдений выбирались звезды вблизи Галактического Центра в плоскости Галактики, звезды БМО и звезды ММО.

**8.3.2. Эксперимент MACHO.** Австралийско-американо-английская группа MACHO проводит наблюдения с помощью специально предназначенного для этой программы 1,27-метрового телескопа обсерватории Маунт Стромло вблизи Канберры. В этом эксперименте используется оптический корректор с полем зрения  $0,7^\circ \times 0,7^\circ$ , устройство для дихроичного расщепления пучка света, приходящего в телескоп. Это дает возможность получать одновременно изображения в красном и голубом спектральном диапазоне. В двух фокусах этих устройств стоят две больших CCD-камеры, каждая из которых содержит по 4 CCD-интегральных схемы, состоящих из  $2048 \times 2048$  пикселей. Характерное время экспозиции составляет 300 с, так что в ясную ночь можно было получить до 60 изображений. К октябрю 1996 г. было получено 50000 изображений [153]. Галактический балдж наблюдался в том случае, если БМО и ММО были слишком низко на небесной сфере.

**8.3.3. Эксперимент PLANET.** Как сообщили Олброу и др. (1996 г.), с 1995 г. начала функционировать программа PLANET = Probing Lensing Anomalies NETWORK. Цель этого проекта — исследовать в режиме реального времени объекты, являющиеся кандидатами событий микролинзирования и предлагаемые группами OGLE и MACHO. Исследование этих объектов в нескольких спектральных диапазонах предполагается вести на четырех телескопах: 0,6-метровом телескопе в обсерватории Перта в Бикли (Австралии), 1-метровом телескопе в окрестности Хобарта (Тасмания), 1-метровом телескопе Южно-Африканской обсерватории в Сазерленде (Южная Африка) и 0,92-метровом телескопе в Ла Силла (Чили).

**8.3.4. Результаты наблюдений группы EROS.** Приведем теоретические оценки основных характеристик для наблюдений микролинзирования, исходя из анализа кривых блеска звезд БМО. В таблице 1 приведены значения величин  $\tau$ ,  $\Gamma_{th}$ ,  $\langle T \rangle_{th}$  и  $\langle D \rangle$ , которые приводят Руле и Моллерах для наблюдений в направлении БМО и различных компонентов скрытой массы [42]. Теоретические значения вероятности обнаружения событий и их средние значения продолжительности вычислены в пред-

**Таблица 1.** Теоретические значения оптической толщины  $\tau$  ( $\epsilon = 1$ ), частоты  $\Gamma_{th}$ , средней продолжительности события  $\langle T \rangle_{th}$  и среднего расстояния от линзы до наблюдателя  $\langle D \rangle$  для микролинзирования звезд БМО. Предполагается, что галактическими линзами являются объекты, формирующие стандартное гало, тяжелый сфероид (где  $\rho_s^* := \rho_0^s / (0,0015 M_\odot \text{ пк}^{-3})$ ), темный толстый диск (где  $\Sigma_{45} := \Sigma_0 / (45 M_\odot \text{ пк}^{-2})$ ) и тонкий диск (где  $\Sigma_{30} := \Sigma_0 / (30 M_\odot \text{ пк}^{-2})$ ),  $m_{0,05} := M / 0,05 M_\odot$ . (Таблица из работы [42])

Компонент линзирования	$\tau, 10^{-7}$	$\Gamma_{th} (10^7 \text{ звезд} \cdot \text{лет})^{-1}$	$\langle T \rangle_{th}, \text{ дни}$	$\langle D \rangle, \text{ кпк}$
Гало	5,4	$89 m_{0,05}^{-1/2}$	$14 m_{0,05}^{1/2}$	14
Сфероид	$0,44 \rho_s^*$	$6,7 \rho_s^* m_{0,05}^{-1/2}$	$15 m_{0,05}^{1/2}$	9,0
Толстый диск	$0,47 \Sigma_{45}$	$5,5 \Sigma_{45} m_{0,05}^{-1/2}$	$20 m_{0,05}^{1/2}$	3,6
Тонкий диск	$0,11 \Sigma_{30}$	$1,1 \Sigma_{30} m_{0,05}^{-1/2}$	$23 m_{0,05}^{1/2}$	1,1

<sup>6</sup> Аббревиатура от французских слов Machine Automatique a Mesurer pour l'Astronomie.

положении, что все линзы имеют одинаковую массу и эффективность обнаружения, равную 100 %. Эффективность экспериментов  $\leq 30\%$  и зависит от времени  $T$ . Но, как замечают Руле и Моллерах, даже учитывая эффективность экспериментов EROS или MACHO (максимальное значение которой 30–40 %), в каждом из этих экспериментов может быть обнаружено более 10 событий [42]. Следует заметить, что весьма трудно более или менее точно оценить часть микролинзируемых двойных источников, которым может соответствовать хроматическая и (или) несимметричная кривая блеска.

Наблюдая более 80000 звезд в течение 10 месяцев (с 21 августа 1992 г. по 31 марта 1993 г.) с помощью CCD-камеры, группа EROS не обнаружила ни одного события микролинзирования. Если предположить, что рассматривается стандартная модель гало ( $4 \times 10^{11} M_{\odot}$ ), то в этом случае можно оценить ожидаемое количество событий микролинзирования, основываясь на моделировании по методу Монте-Карло. Априорная оценка числа наблюдаемых событий микролинзирования сделана в предположении, что микролинзы имеют одинаковую массу. Поскольку в этом случае оцениваемое число событий микролинзирования больше, чем 2,3, для масс линз в диапазоне  $5 \times 10^{-8} < M_d/M_{\odot} < 7 \times 10^{-4}$ , то из результатов наблюдений группы EROS Маневилль делает вывод, что с вероятностью 90 % такие линзы не могут составлять компонента, вносящего существенный вклад в массу гало [151]. В случае, если масса линз принимает значение в диапазоне  $3 \times 10^{-7} < M_d/M_{\odot} < 1,5 \times 10^{-5}$ , то ожидаемое количество событий микролинзирования более 6,9, откуда Маневилль сделал статистическое заключение, что суммарная масса микролинз с подобной массой не может составлять более трети массы гало [151].

Группа EROS в результате проведенных в течение трех лет наблюдений и обработки результатов наблюдений, полученных с помощью фотопластин, получила наблюдения кривых блеска с общей экспозицией  $E = 3 \text{ года} \times 3,33 \times 10^6$  звезд. Первоначально группа EROS сообщила об обнаружении двух событий микролинзирования (Аубург и др. (1993 г.)) с характерным временем микролинзирования  $T_1 = 23$  дня и  $T_2 = 29$  дней [146]<sup>7</sup>.

**Таблица 2.** Оцениваемое количество событий микролинзирования для стандартной модели гало в зависимости от массы микролинз, которое могло бы наблюдаться в эксперименте EROS с использованием CCD-камеры. (Таблица из обзора Ансари [87])

Масса линзы, $M_{\odot}$	Количество событий
$10^{-7}$	5,6
$10^{-6}$	9,7
$10^{-5}$	4,3
$10^{-3}$	1,9

<sup>7</sup> Тем не менее Ансари и др. сообщили о том, что событие EROS #2 связано с затменной двойной системой с характерным периодом примерно 2,8 дня, возможно, с аккреционным диском [156]. Пачинский считает, что, возможно, и событие EROS #1 связано с новым классом переменных звезд, так называемых пульсирующих звезд, которые имеют эмиссионную линию Ве [57]. Этот новый класс переменных звезд обнаружен в результате наблюдений группы MACHO.

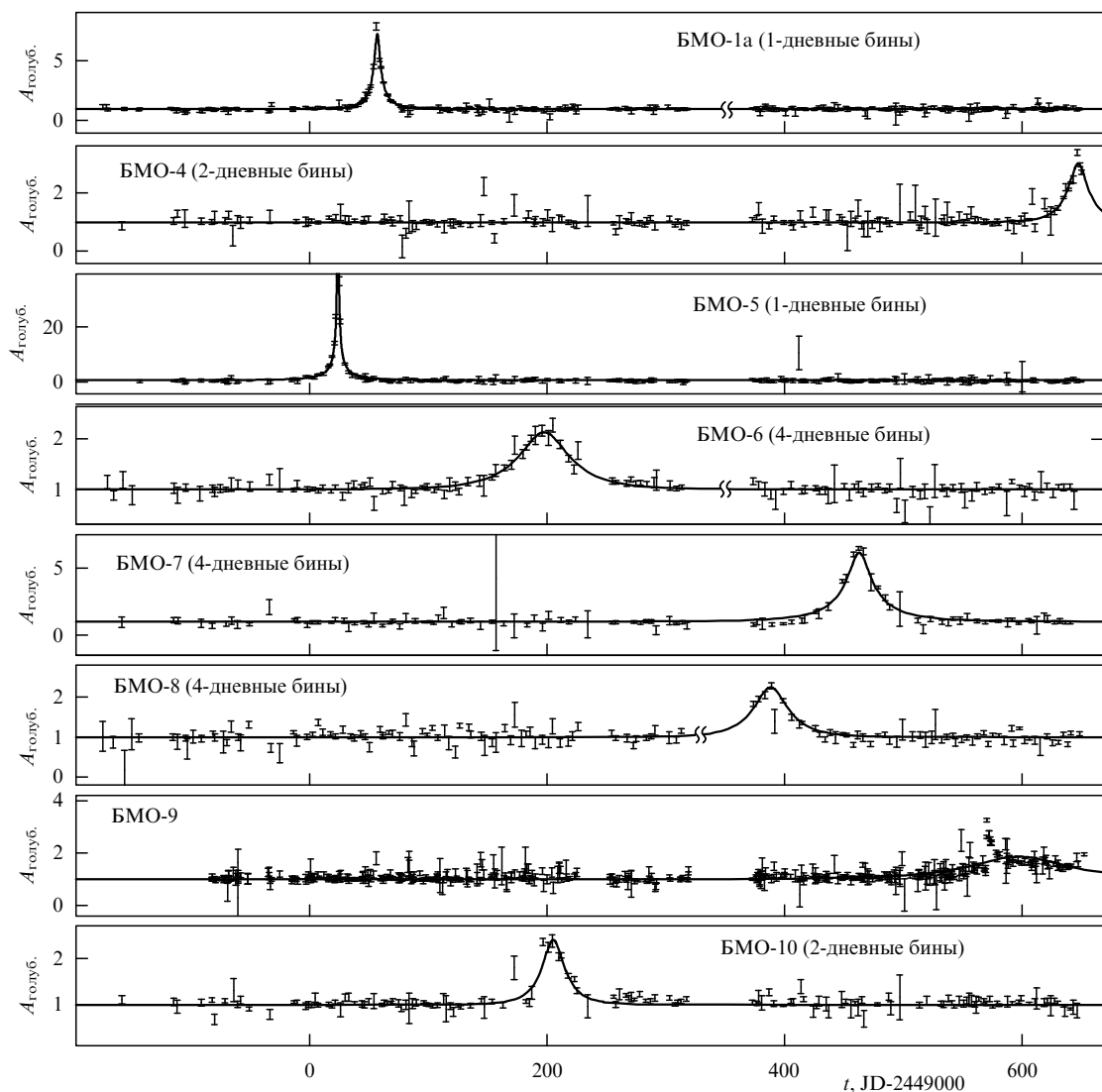
Исходя из эффективности  $\epsilon(T)$  обнаружения события в эксперименте EROS в зависимости от продолжительности можно получить следующую оценку оптической толщины в направлении БМО<sup>8</sup>:

$$\tau_{\text{est}}^{\text{EROS}} \equiv \frac{\pi}{2E} \sum_{\text{events}} \frac{T_i}{\epsilon(T_i)} < 4 \times 10^{-8}. \quad (91)$$

С июля 1996 г. по февраль 1997 г. и с июля 1997 г. группа EROS с использованием модифицированного оборудования проводила наблюдения области ММО, покрываемой 10 полями наблюдений с общей площадью 10 квадратных градусов с наибольшим количеством наблюдаемых звезд [152]. За период с 1996-го по 1997 гг. получено от 60 до 120 изображений каждого поля. Повторное наблюдение каждого звездного поля проводилось примерно через 2–4 дня. Время экспозиции составляло от 5 до 15 мин. Таким образом, были получены кривые блеска 5,3 млн звезд. В результате обработки этих наблюдений группа EROS сообщила об обнаружении одного события микролинзирования, точнее в своей статье участники исследований выразились более осторожно, что "одна звезда имела кривую блеска, которая лучше всего могла бы быть проинтерпретирована как проявление микролинзирования невидимым объектом [152]". Время пересечения радиуса Эйнштейна составляло 123 дня. Для массы микролинзы приведена оценка  $2,6^{+8,2}_{-2,3} M_{\odot}$ , максимальное значение коэффициента усиления гравитационной линзой равно 2,6. Анализ параллакса показал, что в случае, если линза находится в гало, то ее масса должна быть не меньше  $1,2 M_{\odot}$ , однако в случае, если она расположена в ММО, то ее масса порядка  $0,1 M_{\odot}$ . Приводится оценка оптической толщины в направлении ММО  $\sim 3,3 \times 10^{-7}$ .

**8.3.5. Результаты наблюдений группы MACHO.** Как сообщает Сазерленд и др., к октябрю 1996 г. группа MACHO завершила анализ данных более чем двухлетних наблюдений, для 22 хорошо исследованных областей БМО, которые содержат примерно 8 млн звезд, для каждой из которых имеется от 300 до 800 наблюдений светимости [153, 154]. Таким образом, общая "экспозиция" составляла  $1,8 \times 10^7$  звезд · лет. Были отобраны только те кандидаты, которые удовлетворяли жестким требованиям отбора, а именно, кривая блеска должна была характеризоваться существенным изменением светимости (с максимальным усилением  $A_{\text{max}} > 1,75$ ), а вне области усиления светимость звезды должна быть приблизительно постоянной. Затем требования отбора кандидатов слегка изменились, что связано с опытом, приобретенным группой MACHO в процессе обработки данных, полученных при наблюдении балджа. В частности, были снижены требования на стандартную форму кривой блеска, ахроматичность, но в то же время усилены требования на большую статистическую значимость и коэффициент усиления. Тем самым, события #2 и #3, которые первоначально отбирались, после результатов обработки первого года наблюдений не соответствовали новым критериям, но появились другие кандидаты при обработке (в соответствии с новыми крите-

<sup>8</sup> Считая, что в эксперименте EROS обнаружено два события микролинзирования, Ансари и др. приводят следующее значение для величины  $\tau_{\text{est}}^{\text{EROS}} = 8,2 \times 10^{-8}$  [87].



**Рис. 15.** Кривые блеска 8 событий возможного микролинзирования, основанные на результатах обработки данных наблюдений БМО в течение более чем двух лет группой МАСНО. Изменения светимости (в голубом цвете) изображены в линейном масштабе с ошибками, соответствующими значению среднего квадратического отклонения  $1\sigma$ , усреднялись в каждом временном бине (который равен от одного до 4 дней) и нормализованы к базовой кривой блеска каждой кривой, которая примерно соответствует постоянной светимости. Сплошная кривая для данных наблюдений светимости каждой звезды соответствует модели одиночной микролинзы. Время измеряется в днях. (Рисунок из работы [153].)

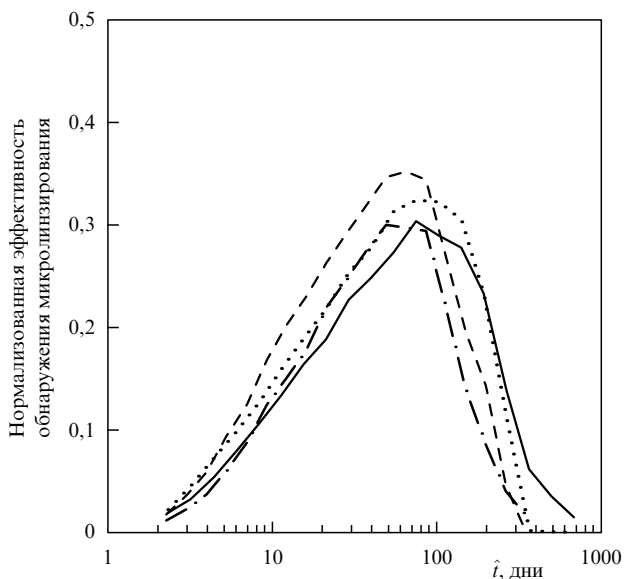
риями) наблюдений первого года. При обработке результатов наблюдений, проводимых в течение более двух лет, обнаружено 12 объектов, удовлетворявших окончательным критериям, 4 из которых в действительности соответствовали двум звездам, т.е. эти звезды оказались в пересечении двух наблюдаемых областей, 2 объекта были исключены из рассмотрения, поскольку их кривая блеска, по-видимому, не может быть объяснена микролинзированием, и, как замечают Сазерленд и др., одна из этих звезд, скорее всего, является сверхновой [153]. В результате обнаружено 8 кандидатов на события микролинзирования с характерными временами от 34 до 145 дней, которые показаны на рис. 15, они нумеруются 1, 4–10 (номера 2 и 3 пропущены, поскольку ранее отбираемые события, которым соответствовали эти номера, не удовлетворяют новым критериям). Из восьми кандидатов шесть достаточно хорошо соответствуют стандартной кривой блеска для простой модели микролинзирования; три из них (номера которых 5, 7 и 9) показывают

небольшую зависимость от цвета. Событие # 9 имеет кривую блеска с двумя характерными максимумами, что, наиболее вероятно, соответствует двойной линзе [157]. Событие # 10 имеет несколько несимметричную кривую блеска. Возможно, этому событию соответствует переменная звезда, но Сазерленд и др. предполагают, что в этом случае имеет место микролинзирование двойной фоновой звезды [153]. Рассмотрение (или исключение из рассмотрения) этого события существенным образом не влияет на конечные результаты. Сазерленд и др. считают, что отобранные события действительно связаны с микролинзированием и не могут быть связаны с ошибками наблюдений, влиянием космических лучей и т.п. причинами; кроме того, событие МАСНО # 1 подтверждено также группой EROS, а событие # 4 детектировалось в реальном времени и наблюдалось также с помощью других телескопов [153]. Сазерленд и др. отмечают, что собственную звездную переменность довольно трудно исключить, однако некоторые из кан-

дидатов имеют довольно большое повышение светимости, которое весьма трудно объяснить иным способом [153]. Для события #4 получены также спектральные данные, которые подтверждают гипотезу о событии микролинзирования. Как считают Алкок и др., распределение максимального усиления и диаграмма цвет — звездная величина, в целом, согласованы с оцениваемыми величинами [158]. В октябре 1996 г. группа МАСНО считала, что, по крайней мере, пять из предложенных событий связаны с проявлением микролинзирования, однако Алкок и др. отмечают, что если учитывать только "высококачественные" события (например, события 1, 4, 5 и 9), то вероятность наблюдаемого распределения величины  $A_{\max}$  довольно мала [158].

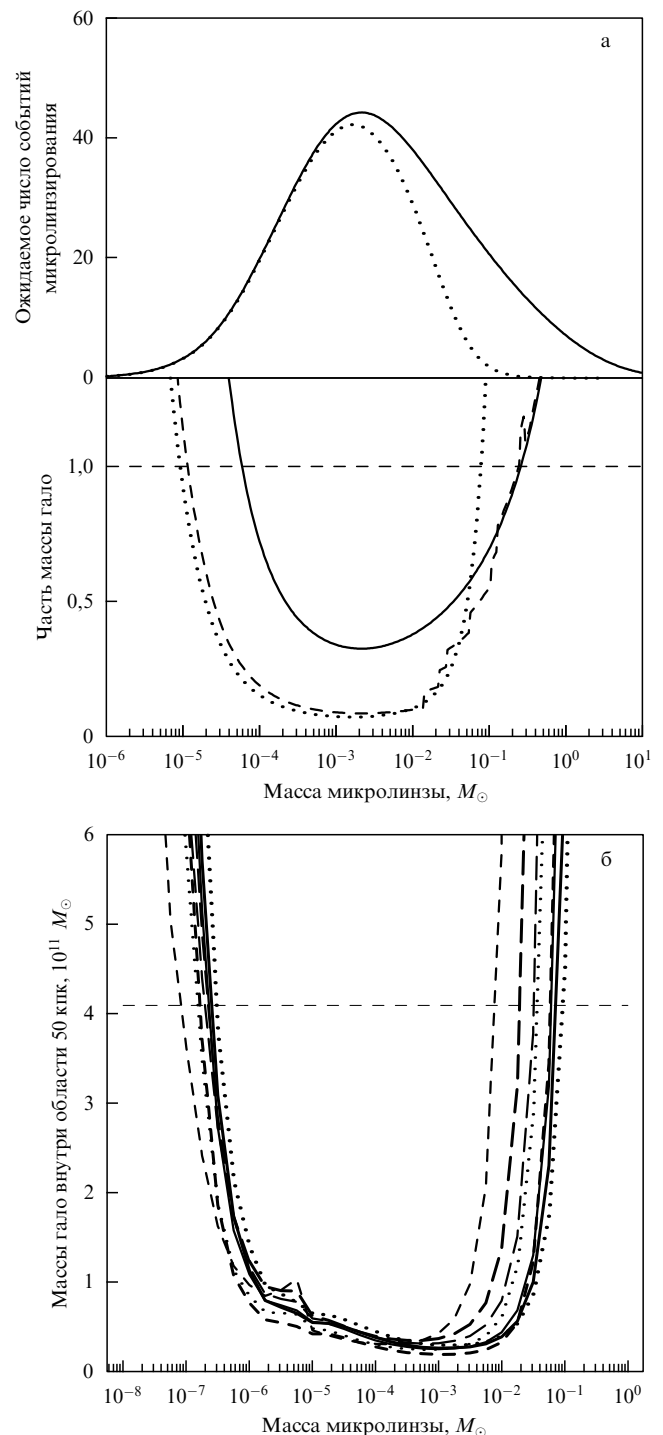
Для того, чтобы получить количественную оценку полученных результатов, группа МАСНО провела моделирование по методу Монте-Карло. В этом моделировании имитировались кривые блеска звезд (которые включались в данные реальных наблюдений) с разной величиной максимального усиления и характерной продолжительностью события, учитывались периоды наблюдений при плохой погоде, переменных условиях видимости и т.п. факторы. Таким образом, синтезированные кривые блеска (наряду с реальными данными наблюдений) обрабатывались с помощью стандартного программного обеспечения. Из анализа этих кривых были получены зависимости эффективности обнаружения события микролинзирования от времени, изображенные на рис. 16 (различные кривые соответствуют различным процедурам моделирования). Ясно, что эффективность обнаружений также зависит, хотя и не столь существенным образом, от множества других параметров (например, от максимального значения коэффициента усиления) и от случайных параметров, таких, как условия наблюдений.

Если, следуя Сазерленду и др. [153], предположить, что гало образовано из объектов с одинаковой массой, то



**Рис. 16.** Сплошная кривая показывает зависимость эффективности обнаружения микролинзирования (относительно частоты обнаружения событий, которым соответствуют значения  $u_{\min} < 1$ ) для наблюдений в течение двух лет звезд БМО группой МАСНО. (Рисунок из работы [153].)

ожидаемое число событий микролинзирования для стандартной модели гало показано на рис. 17а. Как уже



**Рис. 17.** Верхний рисунок показывает ожидаемое число событий микролинзирования в случае, если все линзы имеют одинаковую массу  $m$ . Нижний рисунок показывает ограничения на часть массы гало, которая соответствует линзам с такой массой. Области выше указанных кривых исключаются с доверительной вероятностью 95 %. Сплошная линия изображена, исходя из 8 наблюдаемых событий, пунктирная линия, — исходя из того факта, что не было обнаружено событий с характерной продолжительностью  $\hat{t} < 20$  дней (а). Верхние пределы (с доверительной вероятностью 95 %) на общую массу гало, образованного линзами, внутри области 50 кпк на основе обработки данных эксперимента МАСНО для 8 различных моделей гало (б). (Рисунок из работы [153].)

замечалось ранее, характерная продолжительность событий микролинзирования существенно зависит от массы линзы, откуда следует, что для значений масс линз  $m \gtrsim 0,01 M_\odot$  большей части событий соответствуют значения характерного времени микролинзирования  $\hat{t} \gtrsim 10$  дней, где эффективность обнаружения события достаточно велика, но частота появления подобных событий уменьшается при увеличении значения массы до  $\propto m^{-0,5}$ . Для малых значений массы  $m < 0,001 M_\odot$  теоретически оцениваемая частота событий довольно велика, но большая часть событий имеет продолжительность менее  $\hat{t} \sim 3$  дней, для которых эффективность в эксперименте МАСНО мала. В результате Сазерленд и др. приходят к выводу, что в случае, если гало образовано из объектов с массой  $m \sim 2 \times 10^{-3} M_\odot$ , максимальное ожидаемое число событий в эксперименте  $\sim 45$  [153].

Из отсутствия событий с малой характерной продолжительностью можно сделать оценку вклада в массу гало маломассивных линз. Так, поскольку в эксперименте МАСНО не обнаружены события с характерной продолжительностью  $\hat{t} < 20$  дней, то Сазерленд и др. делают вывод, что объекты с массами от  $6 \times 10^{-5}$  до  $0,02 M_\odot$  вносят вклад в массу гало не более 20 % с доверительной вероятностью 95 % [153]. Для того, чтобы расширить возможности обнаружения микролинз малой массы (соответственно, имеющих небольшое характерное время), некоторые области БМО наблюдались дважды за ночь, что позволило получить для каждого объекта в этой области набор их 4 точек (по 2 за ночь в каждом из двух спектральных диапазонов). После соответствующей обработки данных событий с характерным временем  $\sim 0,3 - 3$  дней не обнаружено.

Анализируя данные эксперимента МАСНО, Сазерленд и др. пришли к выводу, что линзы с массами в диапазоне от  $10^{-6}$  до  $0,02 M_\odot$  вносят вклад менее чем 20 % массы гало. Иначе говоря, такие объекты вносят вклад меньше, чем  $10^{11} M_\odot$ , в массу гало в пределах 50 кпк, как показано на рис. 176 [153].

В этом случае оцениваемая в эксперименте МАСНО оптическая толщина в направлении БМО (с учетом эффективности обнаружения событий) равна [153]

$$\tau_{\text{МАСНО}} = 2,9^{+1,4}_{-0,9} \times 10^{-7}. \quad (92)$$

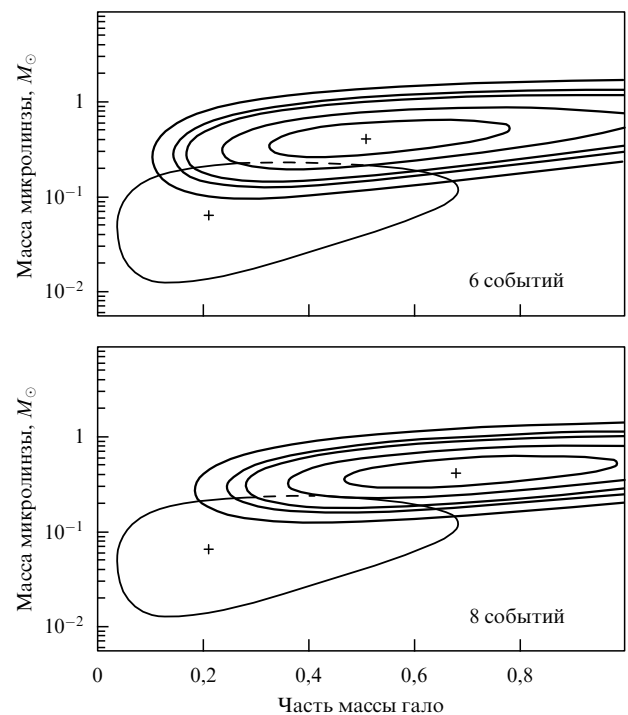
Заметим, что ранее, основываясь на данных первого года наблюдений группы МАСНО (3 события), для величины  $\tau_{\text{МАСНО}}$  было приведено значение примерно в три раза меньшее [42].

Руле и Моллерах отмечают, что оценки для  $\tau$  из соотношений (91) и (92) необходимо воспринимать весьма критически не только потому, что объем статистических данных невелик, но и потому, что эффективность обнаружения линз с массами, большими  $\sim M_\odot$ , невелика [42]. С другой стороны, возможно, что некоторые из событий на самом деле не связаны с реальными событиями микролинзирования. В этом случае величина оптической толщины должна быть меньше.

В случае наблюдения стандартной кривой блеска невозможно определить, на каком расстоянии от наблюдателя находится линза. Таким образом, микролинзирование может быть вызвано как тусклыми звездами в диске нашей Галактике, так и звездами БМО (как считал Саху [92]) или объектами гало. Однако, как отмечали

Аллок и др. [159], линзирование только известными звездами могло бы привести к появлению примерно 1,1 событий в эксперименте МАСНО, или этим звездам должна соответствовать оптическая толщина  $\tau_s \sim 0,5 \times 10^{-7}$ . Тем самым, наблюдаемая величина оптической толщины существенно превышает величину оптической толщины, соответствующую наблюдаемым звездам. Беннетт и др. приводят более консервативную оценку оптической толщины гало —  $\tau_{\text{halo}} = 2,1^{+1,1}_{-0,7} \times 10^{-7}$ , получающуюся из анализа данных, из которых исключены событие # 9, так как соответствующая этому случаю линза может быть в БМО, и событие # 10, так как соответствующая фоновая звезда может быть переменной [157]. Сазерленд и др. приводят оценку массы линз, исходя из наблюдаемой продолжительности событий, так как одна наблюдаемая величина  $\hat{t}$  зависит от трех неизвестных: массы линзы, расстояния до линзы и величины трансверсальной скорости. Поэтому оценка массы имеет только статистическую значимость и, вообще говоря, зависит от выбранной модели гало [153]. Для стандартной модели гало, используя метод максимального правдоподобия, можно определить наиболее вероятный диапазон масс линз  $0,5^{+0,3}_{-0,2} M_\odot$  (рис. 18). Если эти линзы находятся в гало, то они не могут быть звездами, в которых происходит горение водорода, поскольку в этом случае они могли бы быть обнаружены [160]. Таким образом, Сазерленд и др. считают, что остывшие белые карлики могут быть наиболее естественными источниками микролинзирования [153].

Несмотря на то, что формальная значимость эксперимента достаточно высока, Сазерленд и др. не утверж-



**Рис. 18.** Толстые линии изображают линии уровня (со значением доверительной вероятности внутри кривой 34, 68, 90, 95, 99 %) для массы линзы и вклад линз в массу гало для стандартной модели гало для случаев обнаружения 6 и 8 событий. Тонкая линия показывает линию уровня, соответствующую доверительной вероятности 90 % из анализа данных первого года наблюдений. (Рисунок из [153].)

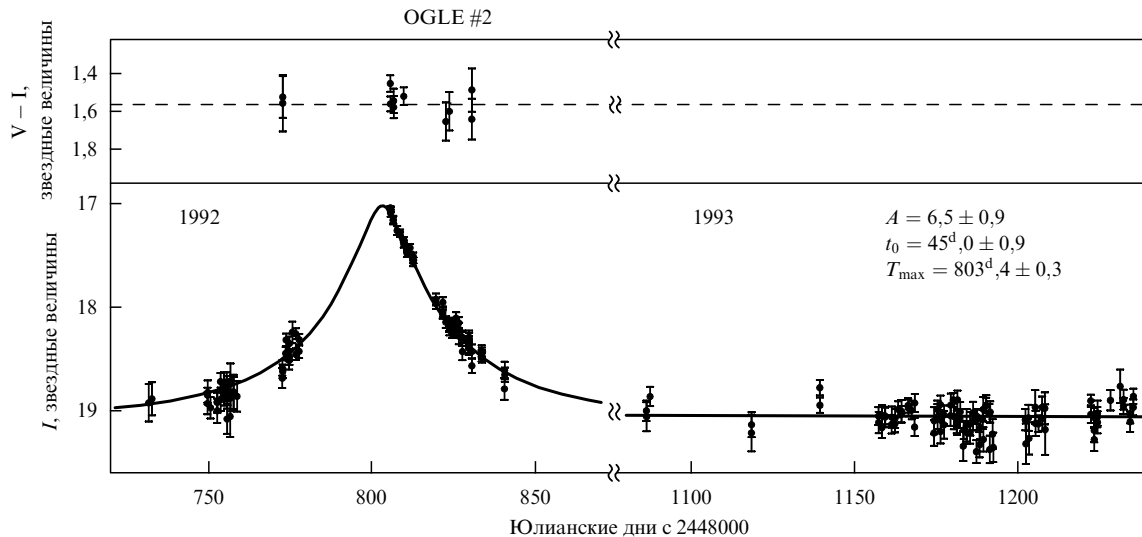


Рис. 19. Пример наблюдаемой кривой блеска, соответствующей модели точечной гравитационной линзы: событие OGLE #2 [89]. (Рисунок из работы [57].)

дают, что ими обнаружено скрытое вещество, поскольку несколько ранее предполагаемых событий микролинзирования оказались переменными звездами [153]. Зао предположил [161], что причина (довольно искусственная по мнению Сазерленда и др. [153]) наблюдаемой оптической толщины может быть связана с тем, что между БМО и наблюдателем на Земле находится карликовая галактика, хотя априорная вероятность такого события  $\sim 1\%$ .

#### 8.4. Наблюдения в направлении балджа

Широкомасштабные наблюдения Галактического балджа проводят уже упомянутые выше группы MACHO, OGLE, а также французская группа DUO (Disk Unseen Objects), проводившая наблюдения, начиная с 1993 г., в обсерватории ESO Ла Силла в Чили на телескопе Шмидта. Как сообщает Ферле, основываясь на сообщениях участников этой группы, группа DUO получила кривые блеска примерно 15 млн звезд и обнаружила несколько событий микролинзирования [20]. Ниже обсудим некоторые результаты наблюдений групп OGLE и MACHO.

**8.4.1. Результаты наблюдений OGLE.** К 1996 г. были известны три группы, проводившие наблюдения Галактического балджа с целью обнаружения микролинзирования. Этими группами получено довольно много событий микролинзирования (больше, чем оценивалось до проведения наблюдений). Первая из таких групп — группа OGLE, которая проводит наблюдения за более чем  $10^6$  звезд, начиная с 1992 г. Большая часть наблюдений этой группы проводилась в I-диапазоне, но некоторые делались также в диапазоне V. Данные наблюдений, проводимых летом 1992 г., обрабатывались на компьютере позже по частям, порядок обнаружения события микролинзирования не совпадает с порядком реального наступления этих событий. Так, первое событие микролинзирования (если упорядочить события по времени достижения максимальной светимости кривой блеска [57]) было событие OGLE #10, которое достигло максимальной светимости 29 июня 1992 г. [89]. Это событие было обнаружено группой вслед за другими шестью

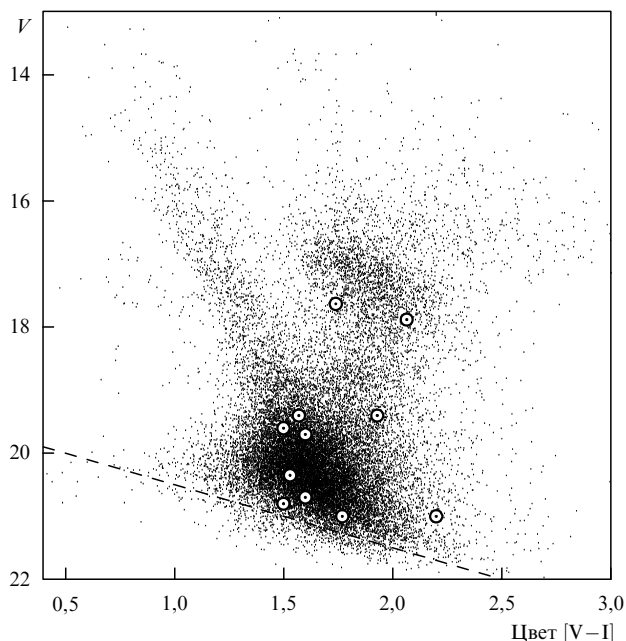
событиями, которые наблюдались тем же летом. Тем не менее обнаружено это событие было только весной 1994 г., когда были обработаны на компьютере наблюдательные данные. Группа OGLE обнаружила первое событие (OGLE #1) 22 сентября 1993 г., пик кривой блеска для которого наблюдался 15 июня 1993 г., т.е. почти через год после события OGLE #10<sup>9</sup>. Пример события микролинзирования OGLE #2 показан на рис. 19. Данные наблюдений этого события были получены в 1992 г. Это событие наблюдалось на двух независимых полях наблюдений и в результате получено довольно много данных. В I-диапазоне было получено 93, 187 и 94 значения в течение наблюдательных сезонов 1993, 1994 и 1995 годов соответственно. Пачинский, основываясь на частном сообщении М. Шиманского, указывает, что светимость этого объекта в I-диапазоне равна 19,07; 19,10 и 19,13 соответственно, выраженное в звездных величинах стандартное отклонение было равно 0,13; 0,10 и 0,09 [57].

Распределение событий OGLE на диаграмме  $(V-I) - V$  (цвет-звездная величина) в направлении Окна Бааде  $(l, b) \approx (1, -4)$  показана на рис. 20. Вслед за Пачинским заметим, что события распределены в довольно широкой области на диаграмме, примерно пропорционально локальной плотности звезд, умноженной на локальную эффективность обнаружения события [57, 85].

Наиболее неожиданным результатом группы OGLE было обнаружение того, что оптическая толщина равна  $3,3 \pm 1,2 \times 10^{-6}$  (что было основано на 9 событиях) в направлении Галактического балджа [85]. В первых теоретических работах Грейста и др. [162] и Пачинского [163], в которых оценивалась оптическая толщина в направлении Галактического балджа, не учитывалось микролинзирование звездами Галактического балджа. Кирага и Пачинский считали, что звезды Галактиче-

<sup>9</sup> Как замечает Пачинский [57], основываясь на сообщении Алкока, первым человеком, обнаружившим микролинзирование (в результате обработки наблюдательных данных группы MACHO), был Уилл Сазерленд, заметивший это событие на экране компьютера 12 сентября 1993 г.





**Рис. 20.** Диаграмма цвет–звездная величина для звезд в окне Бааде. Положение 11 кандидатов OGLE событий микролинзирования изображены небольшими кружками. Выше пунктирной линии изображена область, доступная для наблюдений в эксперименте OGLE [85]. Большая часть звезд балджа — звезды главной последовательности, которым соответствуют на диаграмме значения  $V-I \approx 1,6$ ,  $V \approx 20$ . Группа красных звезд балджа характеризуется значениями  $V-I \approx 1,9$ ,  $V \approx 17$ . Звезды главной последовательности диска образуют отдельную группу, находящуюся приблизительно между следующими точками на диаграмме ( $V-I, V \approx (1,5, 19)$  и ( $V-I, V \approx (1,0, 16)$ ). (Рисунок из работы [57].)

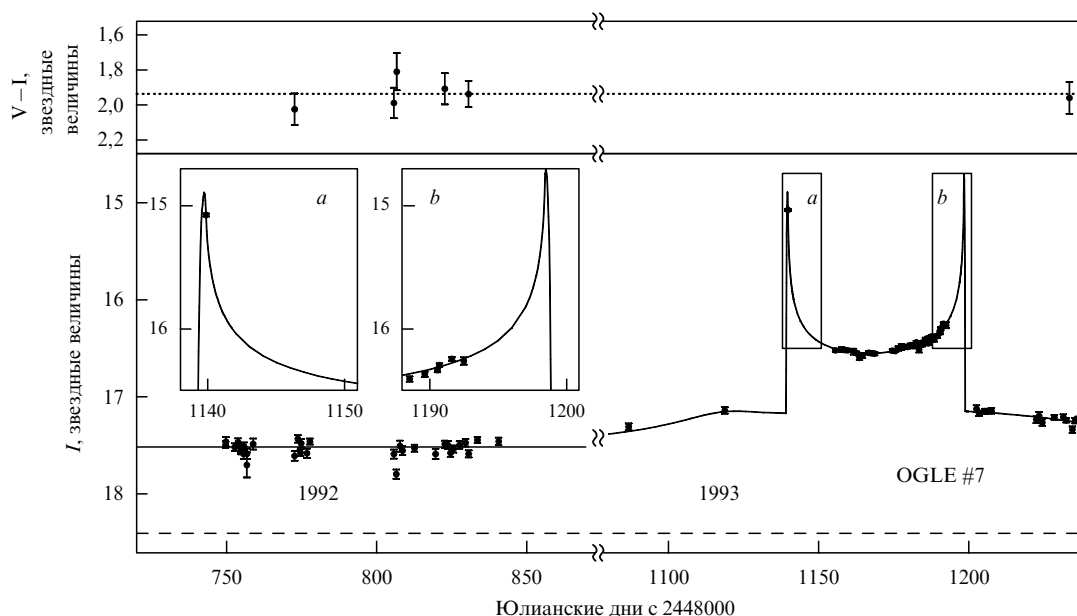
ского балджа вносят наиболее существенный вклад в микролинзирование его звезд [84], тем не менее, при этом рассмотрении также не учитывалось влияние бара

во внутренней части нашей Галактики, возможность существования которого обсуждали де Вокулер [164] и Блитц и Спергель [77]. Тем самым предварительные результаты группы OGLE, по-видимому, привели к повторному "открытию" Галактического балджа [89, 67, 165–167]. Двек и др. считают, что поиски событий микролинзирования дают мощный инструмент исследования структуры Галактики [168].

Кроме того, при наблюдениях группы OGLE обнаружено событие, соответствующее, по-видимому, кривой блеска, формируемой двойной гравитационной линзой, когда проекция источника на небесной сфере пересекает каустическую кривую, образуемую двойной линзой. Удальский и др. приводят пример кривой блеска, соответствующей двойной линзе OGLE #7, как изображено на рис. 21 [170]. Эта звезда имела постоянную светимость при наблюдениях в 1992, 1994 и 1995 годах. Средняя ее светимость в I-диапазоне была равна (что основывалось на 32, 45 и 41 измерениях соответственно) 17,53; 17,52 и 17,54 со средним квадратическим отклонением (выраженным в звездных величинах) 0,07; 0,04 и 0,03. Подобные кривые блеска обнаружены также при анализе данных наблюдений эксперимента MACHO [110], который, в частности, подтвердил пересечения второй каустики в окрестности JD 2449200 и показал, что вариации кривой блеска ахроматичны.

Стандартная интерпретация кривых блеска типа OGLE #7 связана с пересечением фоновой звездой каустической кривой, образованной двойной гравитационной линзой. Однако возникновение каустических кривых возможно также в модели прозрачной гравитационной линзы (образованной, например, некомпактным объектом) [171].

**8.4.2. Результаты наблюдений MACHO.** Алкок и др. сообщили о результатах обработки данных первого года наблюдений группы MACHO Галактического



**Рис. 21.** Возможный пример двойной линзы: кандидат события гравитационного линзирования OGLE #7 [170]. Области пересечения каустик (a) и (b) показаны в увеличенном размере на двух вставках. Группа MACHO имеет несколько десятков дополнительных (к наблюдениям OGLE) точек в двух диапазонах, демонстрирующих, что кривая блеска ахроматична; три точки данных MACHO соответствуют второму пересечению каустической кривой (b) [110]. (Рисунок из работы [57].)

балджа [172]. Эта группа провела анализ 24 полей, содержащих 12,6 млн звезд, наблюдаемых 190 дней в 1993 г., и сообщила об обнаружении 45 событий возможного микролинзирования, продолжительность которых составляла от 4,5 до 110 дней (рис. 22)<sup>10</sup>. Группа МАСНО проводила наблюдения балджа, которым соответствовали значения галактических координат в диапазонах  $0^\circ < \ell < 7^\circ$  и  $-2^\circ > b > -6^\circ$ . Многие из предполагаемых событий имеют довольно большое отношение сигнал/шум и представляют собой замечательные примеры кривых блеска. Используя наблюдения 1,3 млн звезд из "группы гигантов", характерные расстояния и эффективность обнаружения которых довольно хорошо известны, группа МАСНО обнаружила 13 событий в области, площадь которой на небесной сфере примерно 12 градусов в квадрате, а центру соответствовали галактические координаты  $\ell = 2,55^\circ$  и  $b = -3,64^\circ$ . Из вычисленных по результатам наблюдений значений оптической толщины следует ее увеличение при уменьшении величины  $|b|$ . В таблице 3 приведены предварительные оценки для величины оптической толщины (в зависимости от галактической широты) в направлении Галактического балджа, полученные в результате обработки наблюдений первого года в эксперименте МАСНО.

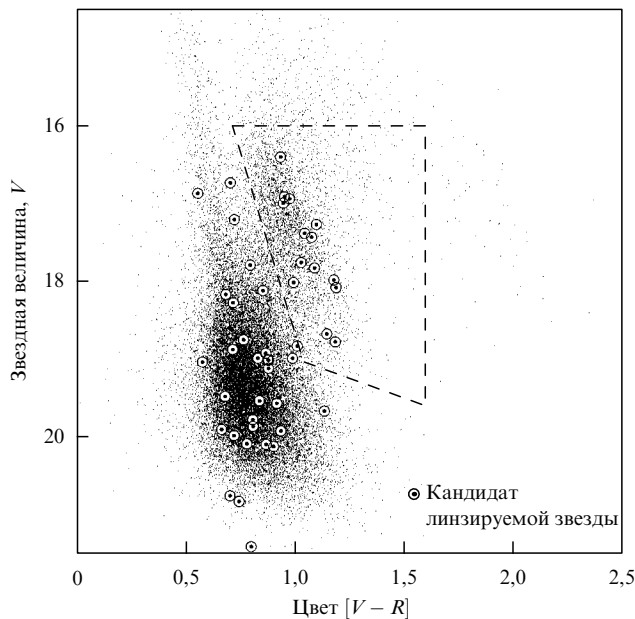


Рис. 22. Диаграмма цвет–звездная величина для звезд балджа группой МАСНО. Светлые кружки изображают звезды, для которых наблюдается микролинзирование (45 кандидатов событий микролинзирования). (Рисунок из работы [172].)

**8.4.3. Интерпретация данных наблюдений балджа.** Как уже замечалось ранее, первоначально при планировании проведения наблюдений Галактического балджа предполагалось, что микролинзирование вызывается главным образом тусклыми звездами в диске, в результате чего должны быть обнаружены события независимо от того, существуют или нет компактные объекты в гало. Оптическая толщина для звезд балджа в случае, если микролинзирование вызывается звездами диска, оцени-

**Таблица 3.** Наблюдаемая оптическая толщина в направлении Галактического балджа и доверительные интервалы. В первой колонке указаны звезды, анализ светимости которых производился с целью поиска событий микролинзирования, в колонках 2–4 указаны величины средней галактической широты и долготы и число обнаруженных событий, в колонках 5 и 6 указаны нижние, а в колонках 8 и 9 — верхние границы доверительных интервалов. (Таблица из работы Алкока и др. [172].)

	$\langle \ell \rangle$	$\langle b \rangle$	$N$	0,05	0,16	Оценка	0,84	0,95
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Все звезды	2,7	-4,08	41	1,69	1,98	2,43	2,97	3,33
"Группа Гигантов"	2,55	-3,64	13	1,90	2,66	3,92	5,79	7,09
"Группа Гигантов"	2,18	-2,95	10	2,75	4,07	6,32	9,89	12,32
$ b  < 3,5$								
"Группа Гигантов"	2,88	-4,33	3	0,44	0,80	1,57	3,21	4,59
$ b  > 3,5$								

валась Грейстом и др. [162] и Пачинским [163] и приведена в строке, соответствующей тусклым звездам с яркостью  $\leq 10^{-6}$ , в табл. 4.

**Таблица 4.** Теоретически предсказываемые величины оптической толщины  $\tau$ , частоты  $\Gamma_{th}$ , средней продолжительности событий  $\langle T \rangle_{th}$  и расстояний от наблюдателя до линзы  $\langle D_d \rangle$  для микролинзирования звезд в Оке Бааде для различных компонентов линз ( $M_2 = M/(10^2 M_\odot)$ ,  $m_{0,2} = M/(0,2 M_\odot)$ ) [42]

Компонент линзирования	$\tau, 10^{-6}$	$\Gamma_{th}$ ( $10^6$ звезд · лет) $^{-1}$	$\langle T \rangle_{th}$ , дни	$\langle D_s \rangle$ , кпк
Тусклые звезды	0,29–0,96	2,2–7,5	$\sim 30$	5,7
Бар ( $\alpha = 10^\circ$ )	$1,74 M_2$	$19 M_2 m_{0,2}^{-1/2}$	$20 m_{0,2}^{1/2}$	7,0
Бар ( $\alpha = 30^\circ$ )	$0,97 M_2$	$12 M_2 m_{0,2}^{-1/2}$	$18 m_{0,2}^{1/2}$	7,4
Диск ( $D_d < 12$ )	$0,42 \Sigma_{30}$	$4,3 \Sigma_{30} m_{0,2}^{-1/2}$	$22 m_{0,2}^{1/2}$	5,5
Диск ( $D_d < 6$ )	$0,31 \Sigma_{30}$	$2,5 \Sigma_{30} m_{0,2}^{-1/2}$	$28 m_{0,2}^{1/2}$	4,1
Толстый диск	$0,37 \Sigma_{45}$	$3,3 \Sigma_{45} m_{0,2}^{-1/2}$	$25 m_{0,2}^{1/2}$	6,2
Сфероид	$0,72 \rho_*$	$14 \rho_* m_{0,2}^{-1/2}$	$12 m_{0,2}^{1/2}$	7,7
Гало	0,24	$4,7 m_{0,2}^{-1/2}$	$12 m_{0,2}^{1/2}$	5,4

Грейст и др. предполагали, что имеется некоторая постоянная плотность числа линз [162]. Первоначально при оценке оптической толщины считалось, что вклад скрытого вещества гало не является существенным, однако, как заметили Гейтс и др. [59], этот вывод зависит от предполагаемого радиуса ядра гало —  $a$ , и вклад гало в оптическую толщину увеличивается при уменьшении значения  $a$ , а также в случае, если гало имеет сплюснутую форму. Как показали Гиудайс и др., в рамках модели тяжелого сфероида вклад линз сфероида в величину оптической толщины сравним с вкладом линз диска и растет главным образом внутри области 2 кпк, где этот компонент описывает балдж [81]. Однако соответствующие таким линзам события должны иметь меньшую характерную продолжительность, чем продолжительность событий для линз диска. Используя осесимметричную модель Кента, Кирага и Пачинский проанализировали возможность микролинзирования звездами балджа и пришли к выводу, что усреднение вдоль луча зрения распределения фоновых звезд приводит к увеличению характерной продолжительности событий на  $\sim 25\%$  (и увеличению  $\tau$  на  $\sim 50\%$ ) [84]. Тем не менее подобное усреднение не

<sup>10</sup> Сазерленд и др. сообщают, что ими уже было обнаружено более 100 событий микролинзирования в направлении балджа [153].

меняет существенно частоту событий, вызываемую линзами диска, поскольку эти линзы более удалены от наблюдаемых фоновых звезд и менее сконцентрированы вдоль луча зрения, чем линзы балджа. Кирага и Пачинский проанализировали, каким образом уменьшается частота событий в моделях, где имеются "пустоты" в распределении звезд диска [84].

Поскольку величина оптической толщины в направлении Галактического балджа оказалась больше ожидаемой величины во всех ранее рассматриваемых моделях, то, как уже замечалось, Кирага и Пачинский [84] и Пачинский и др. [67] сделали утверждение, что единственной причиной такой высокой частоты наблюдаемых событий может быть существенно неосесимметричная структура балджа, причем большая ось бара составляет небольшой угол с лучом зрения. В этом случае среднее расстояние между линзами и источниками больше, чем среднее расстояние для случая осесимметричной модели балджа, и луч зрения проходит через большее количество линз. Поэтому наблюдения микролинзирования могли бы уточнить модель нашей Галактики. Кроме того, скорости звезд в баре должны быть меньше в направлении, ортогональном главной оси бара, что может облегчить объяснение продолжительности событий  $T \sim 10-50$  дней, которая была бы значительно больше, если микролинзирование было бы вызвано тусклыми звездами в сферически симметричной [81] или аксиально симметричной модели балджа [84]. Предсказания массы бара согласованы с массой, полученной из динамических оценок  $M_{\text{бар}} \simeq 2 \times 10^{10} M_{\odot}$ , а величина угла между большой осью и лучом зрения согласована с минимальным значением, допустимым в модели Двека и др. [168],  $\alpha = 20^{\circ} \pm 10^{\circ}$  (см., например, [42] и соответствующие ссылки в этом обзоре). Таким образом, наблюдаемая величина оптической толщины может быть вызвана микролинзированием как звездами бара, так и тусклыми звездами диска или линзами, составляющими скрытое вещество. Более того, как замечают Руле и Моллерах, вследствие малых значений скоростей компонентов диска наблюдаемой величине продолжительности событий могут соответствовать даже звезды вблизи предельной массы коричневых карликов  $0,08 M_{\odot}$  [42]. В случае, если линзы (и источники) принадлежат бару, то можно ожидать, что имеется асимметрия между предсказанием частоты для положительных и отрицательных значений широты, и этот эффект может быть обнаружен, исходя из оценки (из наблюдений) частоты событий в различных полях. Можно наблюдать также различие в звездных величинах для звезд, которым соответствуют противоположные значения широты. Так, при отрицательных значениях  $\ell$  фоновые звезды находятся дальше, поэтому они более тусклые. Станек и др. сообщили об обнаружении этого эффекта [165]. С другой стороны, более вероятно линзирование звезд бара в случае, если звезда находится с противоположной стороны бара, а отсюда следует эффект (подтвержденный в эксперименте OGLE [165]) наблюдаемого смещения звездной величины линзируемой звезды относительно всего набора звезд в заданном поле.

Как замечают Моллерах и Руле, сложностью интерпретации результатов наблюдений балджа является ненулевая часть фоновых звезд, лежащих в диске [173]. Так, например, Терндреп считал, что  $\sim 15\%$  звезд гигантов в Окне Бааде находятся в диске и эта часть

больше для звезд главной последовательности [174]. Более того, в полях при большей широте и одинаковой долготе число звезд диска практически не изменяется, в то время как количество звезд балджа значительно уменьшается, что делает влияние звезд диска относительно более существенным в этих полях. Различное распределение и движение компонентов фоновых звезд, находящихся в диске (по сравнению со звездами балджа), влияет на предсказания наблюдаемых при микролинзировании величин. Главным выводом в этом случае является то, что величина оптической толщины для фоновых звезд балджа больше, чем средняя оптическая толщина. Если диск не пустой, то частота событий микролинзирования звезд диска отлична от нуля. Так как в этом случае линза и источник находятся в диске, такие события характеризуются относительно большой продолжительностью. Последнее обстоятельство может помочь объяснить возникновение продолжительных событий, подобных обнаруженному в эксперименте МАСНО, о котором сообщили Алкок и др. [172]. Поскольку оптическая толщина микролинзирования объектами бара звезд диска должна быть больше при положительных значениях широты (в отличие от событий, когда и источник, и линза находятся в баре), признаки асимметрии в картах микролинзирования будут уменьшаться.

Используя результаты наблюдений Галактического балджа, можно попытаться привести оценку масс линз. Как было замечено, Мао и Пачинский утверждают, что для уверенной оценки масс необходимо проанализировать примерно 1000 событий (даже в том случае, если характер распределения линз по пространству, скоростям и массам известен, а не известны только значения параметров распределения линз по массам) [53]. Согласно Алкоку и др., предварительные оценки масс линз дают величину порядка  $0,1-1 M_{\odot}$  [172]. Тем не менее, как замечают Руле и Моллерах, функция масс линз может образовываться из двух компонентов линз, а именно, из звезд диска и звезд балджа, которые могут быть различными, что может существенно усложнить интерпретацию данных наблюдений [42].

**8.4.4. Результаты моделирования и сопоставление с наблюдениями.** Проведенное Мао и Пачинским имитационное моделирование продемонстрировало тот факт, что даже в случае, если полностью известно пространственное и кинематическое распределение линз или, что эквивалентно, известна зависимость распределения характерного масштаба времени от массы линзы, может оказаться весьма трудно определить параметры распределения масс линз [53]. Эта проблема весьма серьезна особенно в том случае, когда ширина функции масс мала ( $\beta \lesssim 1$ ). Кроме того, если степень функции масс значительно отличается от  $-1,5$ , то верхний предел масс при  $\alpha \ll -1,5$  и нижний предел масс при  $\alpha \gg -1,5$  оказываются также трудно определимы.

Мао и Пачинский провели сравнение результатов своей работы с результатами Хана и Гоулда [169], получившими более сильные ограничения на функцию масс линз диска Галактики, исходя из имеющихся данных о 50 событиях микролинзирования в направлении Галактического балджа. Тем не менее следует заметить, что верхний предел масс, равный  $10 M_{\odot}$ , рассматривался Ханом и Гоулдом как исходное пред-

положение [169]. Это согласуется с результатом Мао и Пачинского, что при известном верхнем пределе масс другие параметры распределения могут определяться более точно [53]. Таким образом, по-видимому, следует признать более реалистичным подход Мао и Пачинского, заключающийся в том, чтобы оценить верхний предел масс, исходя из метода максимального правдоподобия (в этом случае можно избежать априорных предположений об области значений физических параметров) [53].

В общем случае, если необходимо оценить три независимых параметра, например,  $M_0$ ,  $\alpha$  и  $\beta$ , то любой метод должен эффективно использовать информацию, имеющуюся в первых трех моментах вероятности. Тем не менее, чем выше момент, тем с большей неопределенностью он определен для относительно небольшого числа событий. Поэтому точность определения параметров любого распределения, вообще говоря, ниже при трехпараметрическом определении, чем при двухпараметрическом. Однако небольшие ошибки при двухпараметрическом оценивании параметров могут дать правильный результат только в том случае, если имеется независимая верная информация о третьем параметре.

Во втором примере, проанализированном в работе Мао и Пачинского [53], область детектирования такова, что возможно получить информацию о достаточно широком диапазоне масс и прийти к выводу, что величина коэффициента  $A$  и показатель степени функции масс линз  $\alpha$  могут быть достаточно точно оценены при наблюдении примерно  $\sim 100$  событий. Тем не менее оценка диапазона масс в пределах области детектирования  $\beta_{\min}$  или  $\beta_{\max}$  может иметь большую неопределенность при числе событий  $n = 100$ .

В случае, если функция масс шире, чем область детектирования, тогда общая частота событий или общая оптическая толщина (или общая масса) не может быть измерена, поскольку большая часть событий находится вне области детектирования, и эти события характеризуются слишком большим или слишком малым значением  $t_0$ . Вследствие этого возникает проблема расширения области детектирования. Некоторые попытки расширения области детектирования уже сделаны группами EROS [87] и MACHO [88]. Мао и Пачинский приводят критерий того, как можно определить, достигнута ли верхняя и нижняя граница масс линз [53]. Для этого надо расширить область детектирования и обнаружить необходимое количество событий, чтобы убедиться в том, что имеется асимптотический степенной закон [53]. Для этого, по-видимому, необходимо обнаружить много больше 100 событий. Такое количество событий может быть обнаружено в направлении Галактического балджа, частота обнаружения этих событий весьма велика [85, 89–91]. Оценивание параметров, характеризующих распределение линз по массам, с использованием 10 наблюдаемых событий может привести к большим неопределенностям.

При обсуждении результатов численного моделирования Мао и Пачинский заметили, что пространственное распределение линз и их кинематика, вообще говоря, неизвестны [53]. При наблюдениях БМО большая часть линз может находиться как в нашей Галактике (как считают, например, Алкок и др. [86]), так и в БМО (как считают Саху [92] и Ву [93]). При наблюдениях Галактического балджа большая часть линз может быть в самом

балдже (как считают Кирага и Пачинский [84]; Удальский и др. [89, 85]; Пачинский и др. [67]; Зао и др. [166, 167] или в Галактическом диске (Алкок и др. [90, 91]). В зависимости от положения и кинематики линз соотношение между массами линз и характерным масштабом времени может быть весьма различным, и этот факт может приводить к дополнительным неопределенностям на фоне чисто статистических неопределенностей, обсуждаемых в работе Мао и Пачинского [53]. Поэтому кажется весьма трудной задачей определить все параметры, необходимые для описания пространственного распределения линз и кинематики, на основе анализа наблюдаемого распределения характерной продолжительности событий.

К счастью, последующее исследование вариаций оптической толщины в зависимости от направления поможет определить положение большей части линз. Так, если линзирование вызывают, главным образом, звезды Галактического балджа, то оптическая толщина должна быстро меняться в зависимости от галактической долготы [84]. Если такое изменение не наблюдается, то линзы сосредоточены, главным образом, в Галактическом диске. Если микролинзирование в направлении БМО вызывают, главным образом, звезды БМО, то оптическая толщина должна существенно возрастать в направлении на центр БМО. Если оптическая толщина примерно постоянна при вариациях направления на БМО, то можно говорить о том, что линзы, главным образом, находятся в нашей Галактике.

Несмотря на то, что высказанные Мао и Пачинским идеи весьма просты в принципе, необходимо иметь сотни событий для того, чтобы сделать уверенный вывод относительно положения линз [53]. Столь большое число событий может быть получено в направлении Галактического балджа, но в направлении БМО для этого понадобится существенно больше времени, поскольку частота наблюдаемых событий значительно ниже [86]. Только, когда геометрия положения гравитационных линз будет известна, можно будет, по мнению Мао и Пачинского, развивать более реальные модели их кинематики и рассматривать более реалистичные соотношения между массами линз и распределением характерного масштаба времени [53].

Имеется серьезная проблема, связанная с соотношением между наблюдаемыми временными масштабами и массами микролинз, поскольку, вообще говоря, неизвестно, какая модель может быть принята для пространственного распределения линз и для распределения линз по скоростям. Мао и Пачинский предположили, что имеет место однородное пространственное распределение линз и однородное распределение по скоростям [53]. Тем не менее, в настоящее время нет общепринятой модели относительно пространственного распределения и распределения по скоростям гравитационных линз по направлению к Галактическому балджу и БМО. Для создания такой модели необходимо определить вариации оптической толщины микролинзирования в зависимости от галактических координат и использовать эту информацию для определения пространственного распределения линз, вносящих основной вклад в микролинзирование. Эти наблюдения (возможно) позволят уточнить распределение галактического гравитационного потенциала, что в свою очередь (возможно) позволит получить более точную оценку

распределения гравитационных микролинз по скоростям. Только после того, как будет проделана эта работа, можно, по мнению Пачинского, с большим основанием говорить о связи распределения характерных временных масштабов с распределением линз по массе [57].

Тем не менее следует заметить, что эта программа может быть реализована только в том случае, если пространственное распределение линз с достаточной точностью описывается функцией с относительно небольшим числом параметров, что может быть в принципе неверно, если микролинзы образуют многочисленные сгустки, расположенные сложным образом в пространстве.

### 8.5. Выводы и нерешенные проблемы

Приведем твердо установленные результаты экспериментов, цель которых — наблюдение микролинзирования, и обсудим те вопросы, на которые могут быть различные ответы, не противоречащие данным наблюдений [57]. В настоящее время считается общепризнанным то, что наблюдение микролинзирования при наблюдении звезд нашей Галактики (или звезд ближайших галактик) представляет собой исключительную важность для решения множества задач астрономии и космологии. Самым главным результатом, как считает Пачинский, является то, что эффект микролинзирования уже обнаружен [57]. В настоящее время невозможно сказать, какая часть кандидатов событий микролинзирования действительно связана с этим явлением, поскольку, возможно, среди этих кандидатов присутствуют проявления звездной переменности неизвестного типа<sup>11</sup>.

1. Наблюдаемые кривые блеска ахроматичны, и их вид хорошо описывается простыми теоретическими формулами, но, по-видимому, понятие "хорошо описывается" не является общепризнанным, поскольку даже для события МАСНО #1 авторы открытия предложили две теоретических модели. Доминик и Хиршфель считали, что это событие может быть хорошо описано только в рамках модели двойной линзы [147, 148], а Гуревич и др. [123] предполагают, что наблюдаемая кривая блеска может быть вызвана некомпактной линзой.

2. Как и предполагалось, обнаружены двойные линзы, и наблюдаемая часть таких линз в целом соответствует ожидаемой величине.

3. Как и предполагалось, обнаружен эффект параллакса.

4. Бенетти и др. обнаружили, что спектр одной звезды, у которой наблюдалось проявление микролинзирования, постоянен в то время, когда происходит изменение ее светимости [175].

5. Вследствие того, что наблюдаемая оптическая толщина в направлении Галактического балджа оказалась существенно больше предполагаемой ранее величины, сделано независимое от предлагаемых ранее аргументов утверждение о существовании Галактического бара.

Считаются общепризнанными следующие результаты:

1. Оптическая толщина в направлении Галактического балджа велика по сравнению с оцениваемой ранее величиной,  $\sim 3 \times 10^{-6}$ .

2. Оптическая толщина в направлении БМО мала по сравнению с оцениваемой ранее величиной и составляет  $\sim 10^{-7}$ . Напомним, что группа МАСНО приводит значение  $3 \times 10^{-7}$ , более ранняя оценка группы МАСНО (основанная на трех событиях) и оценка группы EROS (основанная на двух событиях) чудесным образом совпали и составляли  $8 \times 10^{-8}$ .

3. Множество интересных научных результатов может быть извлечено из гигантских баз данных, накопленных в процессе проведения эксперимента, тем самым, имеется, по словам Шнайдера (1995 г.), "эльдorado" для специалистов по звездной переменности, поскольку уже найдено множество новых типов переменных звезд, но, по-видимому, эти данные имеют существенно большую значимость. Получены детальные данные о диаграмме цвет — звездная величина.

Однако существуют различные мнения (не противоречащие в настоящее время данным наблюдений) по следующим проблемам.

*Где расположена большая часть объектов, вызывающих микролинзирование, при наблюдениях Галактического балджа?*

Кирага и Пачинский [84], Пачинский и др. [67], Зао и др. [166, 167] считают, что большая часть линз находится в балдже, а Алкок и др., — что большая часть линз расположена в Галактическом диске [90].

*Где расположена большая часть линз в случае, когда наблюдаются звезды БМО? В принципе, не исключено, что они расположены в Галактическом диске, Галактическом гало, гало БМО и в самом БМО. Какова их масса (характерная звездная масса или масса порядка массы коричневого карлика)?*

*Какова часть событий микролинзирования, вызываемых двойными линзами?*

*Какова часть событий микролинзирования для двойных звезд?*

Пачинский считает, что часть вопросов через несколько лет будет иметь определенные ответы, причем, поскольку оптическая толщина в направлении Галактического балджа существенно больше толщины в направлении БМО, то большая определенность будет достигнута относительно распределения линз в направлении балджа, однако по мере получения новых данных скорее всего возникнут и новые проблемы теоретической интерпретации [57].

### 8.6. Микролинзирование в направлении М31

В настоящем разделе обсудим метод наблюдения микролинзирования неразрешенных звезд в направлении Андромеды (М31). Недавно несколько групп (Ансари и др. [177]; Кроттс [179]; Шульга и др. [180]) предложили вести систематические наблюдения Андромеды. Ансари и др. называют свой проект AGAPE — Andromeda Galaxy and Amplified Pixel Experiment [177].

**8.6.1. Причины выбора галактики М31.** Укажем основные причины выбора галактики М31 в качестве объекта наблюдений.

Галактика М31 — ближайшая крупная галактика после БМО и ММО (расстояние  $\sim 690$  кпк). Тем самым, как замечают Шульга и др., возможно наблюдать все (по

<sup>11</sup> Кандидаты микролинзирования, предложенные ранее группой EROS #1 и #2 и группой МАСНО #2 и #3, считаются проявлением звездной переменности.

крайней мере, в принципе) линзы в гало нашей Галактики, а не только те, которые находятся внутри шара с радиусом  $\sim 52$  кпк, как в случае наблюдения звезд БМО [180].

Галактика М31 — гигантская галактика, грубо говоря, примерно в 2 раза бóльшая, чем Млечный Путь. Вероятно, что М31 имеет собственное гало, и объекты этого гало могут вызывать эффект микролинзирования. Кроме того, как заметил Кроттс [179], есть указания на то, что Андромеда вытянута вдоль луча зрения. Поэтому для звезд, находящихся с дальней стороны диска, более вероятно наблюдать микролинзирование, чем для звезд с ближней стороны. С другой стороны нет аргументов для того, чтобы это свойство имело место для переменных звезд.

Следует заметить, что, наблюдая микролинзирование в направлении М31, можно измерить оптическую толщину в направлении, отличном от направлений на БМО, ММО или на балдж.

Гоулд оценил величину оптической толщины в направлении М31 для известных звезд, находящихся в диске М31 —  $\tau \sim 2 \times 10^{-7} e^{-r/d}$ , где  $d$  — характерный размер диска, а  $r$  — расстояние вдоль большой оси [181]. Тем самым, можно ожидать существенного эффекта при наблюдении диска М31. Оптическая толщина довольно сильно зависит от азимутального угла: при фиксированном значении радиуса

$$\tau \propto \left(1 + \frac{h}{d} \tan i \cos \phi\right)^{-2},$$

где  $h$  — характерная толщина диска,  $i = 75^\circ$  — угол наклона М31,  $\phi$  — азимутальный угол относительно ближайшей малой оси. По результатам измерений оптической толщины в зависимости от радиальной и азимутальной координаты возможно оценить величины  $h$  и  $d$  и определить, действительно ли распределению светимости галактики соответствует распределение массы. Гоулд привел следующую оценку: если проводить наземные наблюдения (один раз в неделю) с угловым разрешением  $0,5''$  и наблюдаемым полем с площадью  $0,8$  град<sup>2</sup>, то может быть обнаружено примерно 3 события в год. Широкоугольная камера WFC на космическом телескопе Хаббл (HST) с полем наблюдений  $4,4$  угловых минут не подходит для реализации этой программы, поскольку необходима камера с бóльшим полем наблюдений [181].

Если события микролинзирования главным образом вызываются объектами в сфероиде М31 (в большей степени, чем объектами в диске), то частота событий должна быть выше, и параметры сфероида могут быть определены. Распределение оптической толщины существенно различается для модели микролинзирования в диске и сфероиде М31.

Используя моделирование по методу Монте-Карло, Беллон и др. показали, что наблюдения в направлении М31 наиболее чувствительны в диапазоне масс  $10^{-3} - 10^{-5} M_\odot$ , причем большей части детектируемых событий соответствует умеренное усиление ярких звезд, а меньшей части соответствует относительно большое усиление тусклых звезд [182]. Эти авторы указали наблюдательные программы, которые могут приводить к обнаружению нескольких десятков линз в диапазоне масс  $10^{-1} - 10^{-5} M_\odot$  в предположении, что линзы имеются в гало нашей Галактики и в гало М31 [182].

В настоящее время кроме группы AGAPE, проводившей наблюдения в 1994–1995 гг. в обсерватории Дю Пик Дю Миди во Французских Пиренеях, наблюдения М31 проводит группа Columbia — VATT, использующая телескоп Ватикана в Аризоне.

**8.6.2. Первые наблюдения М31.** Первые попытки наблюдения галактики М31, цель которого заключалась в поиске событий микролинзирования, были проведены в 1990–1992 гг. (общая продолжительность наблюдений примерно 1,5 года) на горе Майданак в обсерватории Государственного астрономического института им. П.К. Штернберга, и предварительные результаты этих наблюдений представлены в работе Шульги и др. [180]. Поле наблюдений каждой пластины составляло  $2,25^\circ \times 3^\circ$ . Было получено 196 пластин. Стандартное время экспозиции составляло 30 мин. Среднее угловое разрешение  $\sim 1,4''$ . Обнаружено 75 событий, которые, возможно, связаны с микролинзированием.

**8.6.3. Проект AGAPE.** Проблема обнаружения микролинзирования при наблюдении М31 связана с тем, что весьма трудно разрешить отдельные звезды. Другое предложение (отличное от идеи наблюдения кривых блеска большого количества звезд), высказанное Беллоном и др. [182], Кроттсом [179], Ансари [177], заключается в том, что необходимо вести изучение светового потока, который приходит на каждый отдельный пиксель CCD-камеры, а не световой поток, который соответствует каждой отдельной звезде. Такой подход позволяет определить коэффициент усиления, соответствующий одной из множества звезд, находящихся в группе, соответствующей наблюдаемому пикселю, даже в том случае, если соответствующая звезда не разрешена. Световой поток, приходящий на пиксель, чаще всего исходит группой звезд, поэтому этот поток складывается из светимости звезд пятна и фонового излучения. Свет отдельной звезды распределен по всем пикселям, соответствующим пятну, и только часть — "видимая часть" (в терминологии Ансари и др. [177]) — этого света достигает центрального пикселя. Если светимость звезды значительно увеличивается, то ярчайший пиксель может быть выделен над фоновым излучением. Итак, поток в пикселе

$$F_{\text{pixel}} = \{\text{видимая часть}\} F_{\text{star}} + \langle F_{\text{другие звезды}} \rangle + F_{\text{фон}}, \quad (93)$$

где поток  $F_{\text{star}}$  — поток микролинзируемой звезды. Если коэффициент усиления при микролинзировании равен  $A$ , то поток в пикселе изменяется на величину

$$\Delta F_{\text{pixel}} = (A - 1) \{\text{видимая часть}\} F_{\text{star}}. \quad (94)$$

Считается, что событие обнаружено, если  $\Delta F_{\text{pixel}}$  в  $Q$  раз превосходит естественную флуктуацию этого пикселя  $\sigma_{\text{pixel}}$  при нескольких последовательных экспозициях, т.е.

$$\Delta F_{\text{pixel}} > Q \sigma_{\text{pixel}}. \quad (95)$$

Например, в эксперименте AGAPE (Ансари и др. [177]) для выделения сигнала требуется, чтобы величина  $Q$  была больше 3 во время трех последовательных экспозиций и больше 5, по крайней мере, для одной из трех экспозиций.

Основным фоном для обнаружения событий микролинзирования являются переменные звезды. Для того, чтобы отличить микролинзирование от различных типов переменности звезд, как замечают Ансари и др. [178, 156], можно использовать обычные характерные свойства микролинзирования (симметричность, события одиночные, ахроматичная кривая блеска).

Группа AGAPE провела первую серию наблюдений осенью 1994 г. в течение 57 полуночей. Поле наблюдений было  $4' \times 4'$ , покрывалось  $800 \times 800$  пикселей с угловым размером  $0,3'' \times 0,3''$  тонкой CCD-камеры. Однако данных было явно недостаточно для обнаружения микролинзирования. Полученные данные, а также некоторые данные эксперимента EROS использовались для тестирования методов обработки данных (Ансари и др. [177]).

## 9. Эксперименты по микролинзированию в будущем

Пачинский обсудил возможные эксперименты, которые могут дать дополнительную информацию, помогающую ответить на ряд вопросов, возникающих после проведенных (и проводимых) экспериментов, связанных с поисками микролинзирования [57]. Одна из возможных целей будущих экспериментов — проведение наблюдений с помощью космического телескопа. Имеются достаточно естественные аргументы для проведения таких экспериментов: отсутствует зависимость от погодных условий и влияние атмосферы, имеется возможность проведения наблюдений независимо от дневного времени и времени года (что может быть реализовано лишь при создании глобальной сети для наблюдения микролинзирования) и возможность проводить ультрафиолетовые и инфракрасные наблюдения. Кроме того, имеются дополнительные преимущества того, что микролинзирование будет наблюдаться не только с Земли, но и из космоса, поскольку, если космический телескоп будет находиться, например, на расстоянии 1 а.е. от наземного, то возможно обнаружение эффекта параллакса. Наблюдения микролинзирования с помощью только одного телескопа позволяют определить только одну величину — характерное время события  $t_0$ . В свою очередь, величина  $t_0$  зависит от массы линзы, расстояния до нее и трансверсальной скорости линзы относительно луча зрения. Величина коэффициента усиления зависит от значения прицельного параметра (выраженного в единицах радиуса Эйнштейна — Хвольсона). Тем самым, даже небольшой телескоп, размещенный на орбите, может дать дополнительную информацию, и в случае, как замечает Гоулд, если удастся определить относительное движение в системе линза — источник, можно определить три неизвестных параметра, определяющих микролинзирование [181]. В частности, может быть возможно определение массы линзы. Пачинский приводит некоторые проблемы, связанные с возможным проведением космического эксперимента [57]. Главной проблемой является существенно большая стоимость, составляющая для космического эксперимента  $\sim \$10^8$ , а характерная стоимость наземного эксперимента равна  $\sim \$10^6$  (хотя Пачинский высказывает предположение, что "доллары в космосе весят меньше" [57]). Кроме того, даже если эффект параллакса позволяет получить некоторые ограничения на параметры линзы, однозначное определение массы возможно лишь

для отдельных случаев, когда коэффициент усиления очень велик. Такие события являются очень редкими. Возможно, по словам Пачинского, главной задачей космического эксперимента может стать прямое доказательство того, что наблюдаемое событие действительно связано с микролинзированием, а не с каким-либо другим явлением, вызывающим наблюдаемую кривую блеска [57]. Пачинский замечает, что при дальнейшем накоплении данных о событиях микролинзирования можно будет с большей уверенностью говорить о распределении линз по массе, поскольку, как уже замечалось ранее, для уверенного определения этого распределения необходимо иметь примерно  $10^3$  событий [57] (этот факт является результатом упоминаемого ранее моделирования Мао и Пачинского [53]). Подобный объем данных наблюдений в направлении Галактического балджа, по-видимому, будет получен в ближайшие годы, а для накопления такого количества данных в направлении БМО, наверное, необходимо, по крайней мере, десятилетие.

Пачинский отмечает два случая, для которых возможно определение масс линз [57]. Один из этих случаев состоит в том, что линзы могут принадлежать шаровому скоплению, находящемуся между наблюдателем и наблюдаемой областью БМО (ММО) или балджа, а второй — в том, что могут наблюдаться быстро движущиеся близкие звезды в той области небесной сферы, где ведутся наблюдения Млечного Пути или БМО (ММО). В обоих случаях масса линзы может быть измерена прямым или косвенным способом (например, в случае, если линза в шаровом скоплении слишком тусклая).

## 10. Заключение

Главный результат наблюдений микролинзирования ближайших звезд состоит в том, что этот эффект, предсказанный теоретически, подтвержден, что является одним из ярких астрономических открытий.

По мере накопления новых наблюдательных данных и совершенствования методов обработки возможно, что некоторые события, рассматриваемые в настоящее время в качестве предполагаемых событий микролинзирования, перестанут быть таковыми, а спустя некоторое время, может быть, появятся новые кандидаты среди уже проанализированных данных наблюдений.

Возможно, также изменятся и оценки для величины оптической толщины, что особенно вероятно для случая наблюдений БМО, поскольку в 1996 г. приводилась величина, в несколько раз превосходящая оценку, приводимую группами EROS и MACHO в 1995 г. Кроме того, в настоящее время нельзя говорить о согласованности этой оценки для экспериментов EROS и MACHO. Могут измениться и оценки масс линз, поскольку приведенные группой MACHO оценки (для случая наблюдения звезд БМО) существенно отличаются от тех, которые эти авторы приводили ранее.

Итак, можно сделать общее заключение. Сделано крайне важное астрономическое открытие, однако некоторые количественные характеристики микролинзирования в дальнейшем будут уточняться.

## Библиографические замечания

Для детального ознакомления с теорией микролинзирования можно порекомендовать книгу [9]. При изложении

данного вопроса существенным образом использовался простой по форме и очень информативный обзор [57]. Проблема скрытой массы детально проанализирована в [17], а также [19] и в [45]. Микролинзирование некомпактными телами проанализировано в работах [122, 123, 48, 140, 141]. Обсуждение "хроматических" проявлений микролинзирования приведено в работе [149].

Достаточно подробное описание наблюдений микролинзирования имеется в книге [9]. При описании эксперимента EROS использовались работы [183, 177, 20, 151, 42]. Их можно использовать и как весьма содержательные библиографические источники. Результаты группы МАСНО изложены в обстоятельной работе Алкока и др. [154], а также в [153, 172]. Изложение результатов группы OGLE основано на обзоре Пачинского [57].

**Благодарности.** Авторы благодарны В.Л. Гинзбургу за интерес к данной проблеме, послуживший стимулом к написанию обзора и А.В. Гуревичу за многочисленные ценные обсуждения различных аспектов микролинзирования, которые существенно улучшили работу, а также К.П. Зыбину и В.А. Сироте за полезные обсуждения.

Настоящая работа выполнена в рамках проекта "Космомикрофизика" программы "Астрономия" при поддержке НУЦ "Космион" и Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 96-02-17434).

## Список литературы

- Soldner J G *Berliner Astron. Jahrbuch 1804* (1804) s. 161
- Меллер С *Теория относительности* (М.: Атомиздат, 1975)
- Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Теория поля* (М.: Наука, 1988)
- Liebes S *Phys. Rev.* **133** B835 (1964)
- Refsdal S *Month. Not. R. Astron. Soc.* **128** 295 (1964)
- Refsdal S *Month. Not. R. Astron. Soc.* **128** 307 (1964)
- Муханов В Ф *УФН* **135** 133 (1981)
- Блиох П В, Минаков А А *Гравитационные линзы* (Киев: Наукова думка, 1989)
- Захаров А Ф *Гравитационные линзы и микролинзы* (М.: Янус, 1997)
- Борн М, Вольф Э *Основы оптики* (М.: Наука, 1973)
- Burke W L *Astrophys. J.* **244** L1 (1981)
- Schneider P, Ehlers J, Falco E E *Gravitational Lenses* (Berlin, New York: Springer-Verlag, 1992)
- Erdl H, in *Proc. of the Workshop on Cosmology and Gravitational Lensing*, Preprint MPA/P3, Garching (1989) p. 79
- Савелов А А *Плоские кривые* (М.: Физматгиз, 1960)
- Дорошкевич А Г, в кн. *Физика космоса. Маленькая энциклопедия* (Под ред. Р А Сюняева) (М.: Советская энциклопедия, 1986) с. 622
- Долгов А Д, Зельдович Я Б, Сажин М В *Космология ранней Вселенной* (М.: Издательство МГУ, 1988)
- Carr B *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* **32** 531 (1994)
- Turner M S, in *Annals of the New York Academy of Sciences* Vol. 759 (Eds H Böhringer, G E Morfill, J E Trümper) (New York: The New York Academy of Sciences, 1995) p. 153
- Peebles P J E *Principles of Physical Cosmology* (Princeton, N.J.: Princeton University Press, 1993)
- Ferlet R, in *Annals of the New York Academy of Sciences* Vol. 759 (Eds H Böhringer, G E Morfill, J E Trümper) (New York: The New York Academy of Sciences, 1995) p. 56
- Oort J *Bull. Astron. Inst. Heth.* **6** 249 (1932)
- Rubin V C, Ford W K, Thonnard N *Astrophys. J.* **238** 471 (1980)
- Faber S H, Gallagher J S *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* **17** 135 (1979)
- Bosma A *Astron. J.* **86** 1791 (1981)
- Einasto J, Kaasik A, Saar E *Nature* (London) **250** 309 (1974)
- Casertano S, Albada van T S, in *Baryonic Dark Matter* (Eds D Lynden-Bell, G Gilmore) (Dordrecht, Boston: Kluwer Acad., 1990) p. 159
- Bahcall J M, Flynn C, Gould A *Astrophys. J.* **389** 234 (1992)
- Valentijn E A *Nature* (London) **224** 891 (1990)
- Burstein D, Haynes M P, Faber S M *Nature* (London) **353** 515 (1991)
- Fich M, Tremaine S *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* **29** 409 (1991)
- Zaritsky D et al. *Astrophys. J.* **405** 464 (1993)
- Zaritsky D, White S D M *Astrophys. J.* **435** 599 (1994)
- Persic M, Salucci P *Astrophys. J. Suppl.* **99** 501 (1995)
- Lin D N C, Faber S M *Astrophys. J.* **266** L21 (1983)
- Aaronson M *Astrophys. J.* **266** L11 (1983)
- Zwicky F *Helv. Phys. Acta* **6** 110 (1933)
- White S D M et al. *Nature* (London) **366** 429 (1993)
- Tyson J A, Fisher B *Astrophys. J.* **446** L55 (1995)
- Линде А Д *Физика элементарных частиц и инфляционная космология* (М.: Наука, 1990)
- Copi C J, Schramm D N, Turner M S *Science* **26** 192 (1995)
- Persic M, Salucci P *Month. Not. R. Astron. Soc.* **258** 14 (1992)
- Roulet E, Mollerach S, astro-ph/9603119 (1996), *Phys. Rep.* **279** 2 (1997)
- Evans N M *Month. Not. R. Astron. Soc.* **267** 333 (1994)
- Bertschinger E, Dekel A *Astrophys. J.* **336** L5 (1989)
- Spiro M *Nuclear Phys. B (Proc. Suppl.)* **43** 100 (1995)
- Sadoulet B, in *Particle Astrophysics* (Eds G Fontaine, J Tran Thanh Van) (Gif-sur-Yvette: Editions Frontieres, 1993) p. 257
- Гуревич А В, Зыбин К П *УФН* **165** 723 (1995)
- Гуревич А В, Зыбин К П, Сирота В А *УФН* **167** 913 (1997)
- Low C, Lynden-Bell D *Month. Not. R. Astron. Soc.* **176** 367 (1976)
- Palla F, Salpeter E E, Stahler S W *Astrophys. J.* **271** 61 (1983)
- De Rújula A, Jetzer Ph, Masso E *Month. Not. R. Astron. Soc.* **250** 348 (1991)
- Bahcall J M et al., astro-ph/9406019 (1994)
- Mao S, Paczynski B, astro-ph/9604002 (1996)
- Pfenniger D, Combes F, Martinet L *Astron. Astrophys.* **285** 79 (1994)
- De Paolis F et al. *Phys. Rev. Lett.* **74** 14 (1995)
- Gerhard O, Silk J, astro-ph/9509149 (1995)
- Paczynski B, astro-ph/9604011 (1996)
- Комберг Б В, Компанец Д А, Лукаш В Н *Астрон. журн.* **72** 457 (1995)
- Gates E I, Gyuk G, Turner M S, astro-ph/9508071 (1995), *Phys. Rev. D* **53** 4138 (1996)
- Ostriker J P, Peebles P J E, Yahil A *Astrophys. J.* **193** L1 (1974)
- Caldwell J A R, Ostriker J P *Astrophys. J.* **251** 61 (1981)
- Bahcall J M *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* **24** 577 (1986)
- Sellwood J A, Sanders R H *Month. Not. R. Astron. Soc.* **233** 611 (1988)
- Сучков А А, в кн. *Физика космоса. Маленькая энциклопедия* (Под ред. Р А Сюняева) (М.: Советская энциклопедия, 1986) с. 62
- Марочник Л С, Сучков А А *Галактика* (М.: Наука, 1984)
- Kent S M, Dame T M, Fazio G *Astrophys. J.* **378** 131 (1991)
- Paczynski B et al. *Astrophys. J.* **435** L113 (1994)
- Lewis J R, Freeman K C *Astron. J.* **97** 139 (1989)
- Bahcall J M *Astrophys. J.* **276** 169 (1984)
- Gould A, Bahcall J M, Flynn C *Astrophys. J.* **465** 759 (1996)
- Kuijken K, Gilmore G *Astrophys. J.* **367** L9 (1991)
- Gould A *Month. Not. R. Astron. Soc.* **244** 25 (1990)
- Gould A *Astrophys. J.* **465** L71 (1994)
- Rich M *Astrophys. J.* **362** 604 (1990)
- Bahcall J M, Casertano S *Astrophys. J.* **347** 347 (1990)
- Binney J, May A *Month. Not. R. Astron. Soc.* **218** 743 (1986)
- Blitz L, Spergel D N *Astrophys. J.* **370** 205 (1991)
- Bahcall J M, Schmidt M, Soneira R M *Astrophys. J.* **265** 730 (1983)
- Rohlf K, Kreitschmann J *Astron. Astrophys.* **201** 51 (1988)
- Richer H B, Fahlman G G *Nature* (London) **358** 383 (1992)
- Giudice G F, Mollerach S, Roulet E *Phys. Rev. D* **50** 2406 (1994)
- Ostriker J, Caldwell J A R, in *Dynamics and Structure of the Milky Way* (Ed. W L H Shuter) (Dordrecht: Reidel, 1982)
- Blanco V M, Terndrup D M *Astron. J.* **98** 843 (1989)
- Kiraga M, Paczynski B *Astrophys. J.* **430** L101 (1994)
- Udalski A et al. *Acta Astron.* **44** 227 (1994)
- Alcock C et al. *Phys. Rev. Lett.* **74** 2867 (1995)
- Ansari R *Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.)* **43** 108 (1995)



88. Bennett D et al. *talk at the 2nd Int. Workshop on gravitational microlensing surveys* (1996)
89. Udalski A et al. *Acta Astron.* **44** 165 (1994)
90. Alcock C et al. *Astrophys. J.* **445** 133 (1995)
91. Alcock C et al., astro-ph/9511073 (1995)
92. Sahu K *Nature* (London) **370** 275 (1994)
93. Wu X-P *Astrophys. J.* **435** 66 (1994)
94. Witt H J *Astrophys. J.* **403** 505 (1993)
95. Schneider P, Weiss A *Astron. Astrophys.* **164** 237 (1986)
96. Erdl H, Schneider P, Preprint MPA 647, Garching (1992)
97. Witt H J, Petters A O, Preprint POP-509 (1993)
98. Mao S, Paczynski B *Astrophys. J.* **347** L37 (1991)
99. Mao S, Di Stefano R *Astrophys. J.* **440** 22 (1995)
100. Alard C, Mao S, Guibert J *Astron. Astrophys.* **300** L17 (1995)
101. Gould A, Loeb A *Astrophys. J.* **396** 362 (1992)
102. Bennett D, Rhie S H, astro-ph/9604031 (1996)
103. Rhie S H, Bennett D P, astro-ph/9607055 (1996), *Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.)* **51B** 86 (1996)
104. Gaudi B S, Gould A, astro-ph/9610123 (1996)
105. Gould A, astro-ph/9608045 (1996), in *Proc. of the 12th IAP Astrophysics Meeting, France, 1996* (Eds R Ferlet, J P Maillard) (Gif-sur-Yvette: Editions Frontieres, 1997) p. 125
106. Refsdal S *Month. Not. R. Astron. Soc.* **132** 101 (1966)
107. Grieger B, Kayser R, Refsdal S *Nature* (London) **324** 126 (1986)
108. Gould A *Astrophys. J.* **386** L5 (1992)
109. Alcock C et al. *Astrophys. J.* **454** L125 (1995)
110. Bennett D et al., in *Dark Matter* (AIP Conf. Proc. 336, Eds S S Holt, C L Bennett) (New York: AIP Press, 1995)
111. Witt H J, Mao S, Preprint POP-531 (1993)
112. Nemiroff R N, Wichkramasinghe W A *Astrophys. J.* **424** L21 (1994)
113. Abt H A *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* **21** 243 (1983)
114. Griest K, Hu W *Astrophys. J.* **397** 362 (1992)
115. Сажин М В, Черепашук А М *Письма в Астрон. журн.* **20** 613 (1994)
116. Сажин М В, Черепашук А М *Письма в Астрон. журн.* **21** 263 (1995)
117. Cherepashchuk A M, Sazhin M V, Trifalenkov I A *Astrophys. Space Sci.* **229** 265 (1995)
118. Хрузина Т С, Черепашук А М *Астрон. журн.* **74** 559 (1997)
119. Schneider S, Weiss A *Astron. Astrophys.* **260** 1 (1992)
120. Chang K, Refsdal S *Astron. Astrophys.* **132** 169 (1984)
121. Захаров А Ф, Сажин М В *Астрон. журн.* **74** 336 (1997)
122. Gurevich A V, Zybin K P *Phys. Lett. A* **208** 276 (1995)
123. Gurevich A V, Zybin K P, Sirota V A *Phys. Lett. A* **214** 232 (1996)
124. Sazhin M V, Yagola A G, Yakubov A V *Phys. Lett. A* **219** 199 (1996)
125. Gurevich A V, Zybin K P, Sirota V A, in *VIII Rencontres de Blois; Neutrino, Dark Matter and the Universe* (Gif-sur-Yvette: Editions Frontieres, 1996) p. 349
126. Богданов М Б, Черепашук А М *Астрон. журн.* **75** 1 (1998)
127. Chandrasekhar S *Radiative Transfer* (New York: Dover Publ., 1960)
128. Соболев В В *Перенос лучистой энергии в атмосферах звезд и планет* (М.: Гостехиздат, 1956)
129. Sams D C, Johnston I D S *Month. Not. R. Astron. Soc.* **168** 463 (1974)
130. Cassinelli J P, Hoffman N M *Month. Not. R. Astron. Soc.* **173** 789 (1975)
131. Богданов М Б *Астрон. журн.* **64** 1300 (1987)
132. Богданов М Б *Астрон. цирку.* N1526 10 (1988)
133. Бочкарев Н Г, Карицкая Е А *Письма в Астрон. журн.* **9** 14 (1983)
134. Schneider P, Wagoner R V *Astrophys. J.* **314** 154 (1987)
135. Simmons J F L, Willis J P, Newsam A M *Astron. Astrophys.* **293** L46 (1995)
136. Bogdanov M B, Cherepashchuk A M, Sazhin M V *Astrophys. Space Sci.* **235** 219 (1996)
137. Agol E *Month. Not. R. Astron. Soc.* **279** 571 (1996)
138. Belokurov V A, Sazhin M V *Phys. Lett. A* **239** 215 (1997) (accepted)
139. Захаров А Ф, Сажин М В *Письма в Астрон. журн.* **23** 403 (1997)
140. Захаров А Ф, Сажин М В *Письма в ЖЭТФ* **63** 894 (1996)
141. Захаров А Ф, Сажин М В *ЖЭТФ* **110** 1921 (1996)
142. Бялко А В *Астрон. журн.* **46** 998 (1969)
143. Paczynski B *Astrophys. J.* **304** 1 (1986)
144. Griest K *Astrophys. J.* **366** 412 (1991)
145. Alcock C et al. *Nature* (London) **365** 621 (1993)
146. Aubourg E et al. *Nature* (London) **365** 623 (1993)
147. Dominik M, Hirshfeld A C *Astron. Astrophys.* **289** L31 (1994)
148. Dominik M, Hirshfeld A C, Preprint DO-TH 95/19 (Dortmund, 1995)
149. Богданов М Б, Черепашук А М *Письма в Астрон. журн.* **21** 570 (1995)
150. Pratt M et al., in *IAU Symp. 173* (Eds C Kochanek, J Hewitt) (Dordrecht: Kluwer Academic, 1995)
151. Magneville C, in *Annals of the New York Academy of Sciences* Vol. 759 (Eds H Böhringer, G E Morfill, J E Trümper) (New York: The New York Academy of Sciences, 1995) p. 664
152. Palanque-Delabrouille N et al., astro-ph/9611059 (1996)
153. Sutherland W et al., astro-ph/9611059 (1996), in *Proc. of the 1st Intern. Workshop on the Identification of Dark Matter, Sheffield, UK, 1996* (Ed. N J C Spooner) (Singapore: World Sci., 1996) p. 200
154. Alcock C et al., astro-ph/9606165 (1996)
155. Albrow M, in *Proc. IAU Symp. 173* (Eds C S Kochanek, J N Hewitt) (Dordrecht, Boston, London: Kluwer Academic Publ., 1996) p. 227
156. Ansari R et al. *Astron. Astrophys.* **299** L21 (1995)
157. Bennett D P et al., astro-ph/9606012 (1996), *Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.)* **51B** 152 (1996)
158. Alcock C et al., astro-ph/9606165 (1996)
159. Alcock C. et al., astro-ph/9603158 (1996)
160. Flynn C, Gould A, Bahcall J *Astrophys. J.* **466** L55 (1996)
161. Zhao H S, astro-ph/9606166 (1996)
162. Griest K et al. *Astrophys. J.* **372** L79 (1991)
163. Paczynski B *Astrophys. J.* **371** L63 (1991)
164. De Vaucouleurs G, in *The Galaxy and the Magellanic Clouds* (IAU Symp. 20, Eds F J Kerr, Rotgers) (IAU: Union Radio Scientifique Intern., 1963)
165. Stanek K et al. *Astrophys. J.* **429** L73 (1994)
166. Zhao H, Rich R M, Spergel D N *Astrophys. J.* **440** L13 (1995)
167. Zhao H, Spergel D N, Rich R M, astro-ph/9512065 (1995)
168. Dwek E. et al. *Astrophys. J.* **445** 716 (1995)
169. Han C, Gould A, astro-ph/9504078 (1995)
170. Udalski A et al. *Astrophys. J.* **436** L103 (1994)
171. Ossipov D L, Kuryan V E *Phys. Lett. A* **223** 157 (1996)
172. Alcock C et al., astro-ph/9512146 (1995)
173. Mollerach S, Roulet E *Astrophys. J.* **458** L9 (1996)
174. Terndrap D M *Astron. J.* **96** 884 (1988)
175. Benetti S et al. *Astron. Astrophys.* **294** L37 (1995)
176. Schneider P, Preprint MPA 901 (1995)
177. Ansari R, in *Annals of the New York Academy of Sciences* Vol. 759 (Eds H Böhringer, G E Morfill, J E Trümper) (New York: The New York Academy of Sciences, 1995) p. 608
178. Ansari R et al., astro-ph/9504078 (1995)
179. Crotts A P S *Astrophys. J.* **399** L43 (1992)
180. Shulga V V, Sazhin M V, Gorbato N P *Astron. Astrophys. Trans.* **10** 187 (1996)
181. Gould A, Preprint OSU-TA-5/94 (1994)
182. Baillon P et al. *Astron. Astrophys. Trans.* **277** 1 (1993)
183. Ansari R, in *Particle Astrophysics* (Eds G Fontaine, J Tran Thanh Van) (Gif-sur-Yvette: Editions Frontieres, 1993) p. 243

### Gravitational microlensing

**A.F. Zakharov**

*Institute of Theoretical and Experimental Physics,  
ul. B. Cheremushkinskaya 25, 117259 Moscow, Russia  
Tel. (7-095) 125-91 22. E-mail: zakharov@vitep5.itep.ru*

**M.V. Sazhin**

*Sternberg State Astronomical Institute,  
Universitetskii prosp., 119889 Moscow,  
Tel. (7-095) 939-50 06. E-mail: sazhin@sai.msu.su*

Foundations of standard microlensing theory are discussed as applied to stars in the Galactic bulge, Magellanic Clouds or other nearby galaxies and gravitational microlenses assumed to lie in-between these stars and the terrestrial observer. In contrast to the review article by Gurevich et al. [48], microlensing by compact objects is mainly considered. Criteria for the identification of microlensing events are discussed as also are microlensing events not satisfying these criteria, such as non-symmetrical light curves and chromatic and polarization effects. Large Magellanic Cloud (LMC) and Galactic bulge microlensing data of the MACHO group are discussed in detail and also LMC data of EROS and Galactic bulge data of OGLE are presented. A detailed comparison of theoretical predictions and observations is given.

PACS numbers: **95.35. + d, 98.35. - a**

Bibliography — 183 references

*Received 29 December 1997, revised 22 April 1998*

## Уважаемые подписчики журнала «Успехи физических наук»!

Сообщаем Вам, что подписка на журнал в 1999 г. будет проводиться по ценам Объединенного каталога почты России «Подписка-99» (цена 1200 руб. за год) в отделениях связи и в ООО «Центроэкс».

**Льготы предоставляются только при подписке в ООО «Центроэкс» следующим категориям подписчиков:**

1. Государственным библиотекам, библиотекам вузов, отраслевым научно-исследовательским институтам и институтам Российской академии наук. Специальная цена для указанных организаций на журнал «Успехи физических наук» на I полугодие 1999 г. составит 300 руб., а на весь 1999 г. — 600 руб.

2. Индивидуальным подписчикам — сотрудникам указанных выше организаций (при предъявлении в ООО «Центроэкс» справки с места работы). Индивидуальная подписка будет проводиться только в ООО «Центроэкс» по принципу: один специалист — одна подписка (180 руб. на весь год).

Организации БАН, БЕН, ИНИОН, ГПНТБ СО РАН, ВИНТИ и др., специализирующиеся на комплектовании научных и вузовских библиотек, могут оформить подписку в ООО «Центроэкс», предварительно согласовав с Кольцовой Ларисой Арсентьевной (тел. 456-8601, 456-7065) список пользующихся их услугами организаций и количество льготных подписок.

Стоимость **льготной** подписки, составляет на весь 1999 г. 600 руб., а на первое полугодие 1999 г. — 300 руб. (для индивидуальных подписчиков — 180 руб. на весь год), включая почтовые расходы. Деньги следует перечислять в ООО «Центроэкс» ИНН 7714109278 на р/счет № 40702810003000030368 в отделении «Сокол» АБ «Торбанк», БИК 044525715, к/с 30101810800000000715. Заказы направлять по адресу: **125801 Москва А-493, Смольная ул., 14, ООО «Центроэкс», подписка на журнал «Успехи физических наук»**. Телефоны: 456-8601, 456-7065.

Цены действительны до 1 января 1999 г.

Убедительно просим всех подписчиков журнала «Успехи физических наук», имеющих право на подписку по специальным ценам, направить свои заказы и письма в ООО «Центроэкс» до 1 января 1999 г. Поздно поданная заявка будет оформляться только с соответствующего месяца.

**Редколлегия и редакция журнала  
«Успехи физических наук»**

✂ —————

## БЛАНК ЗАКАЗА

Просим выслать по подписке \_\_\_\_\_ экземпляров журнала "Успехи физических наук".

Оплата за (№№, год) \_\_\_\_\_

в сумме \_\_\_\_\_ рублей произведена платежным поручением (почтовым переводом) № \_\_\_\_\_

от "\_\_\_\_\_" \_\_\_\_\_ 199\_\_ года на расчетный счет ООО "ЦЕНТРОЭКС" ИНН 7714109278

р/с 40702810003000030368 в отд. "Сокол" АБ "Торбанк", БИК 044525715, корр. счет 30101810800000000715

Почтовый адрес для доставки журнала \_\_\_\_\_