

ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

**Фотоны и лептоны во внешних полях
при конечных температуре и плотности**

А.В. Борисов, А.С. Вшивцев, В.Ч. Жуковский, П.А. Эминов

Рассмотрены теоретические аспекты распространения фотонов, электронов и нейтрино во внешних электромагнитных полях при конечных температуре и плотности среды. На основе аппарата конечно-температурной квантовой теории поля с использованием точных решений релятивистских уравнений движения частиц во внешних полях различных конфигураций исследованы поляризационный оператор фотона, радиационные сдвиги масс и аномальные магнитные моменты электрона и массивного нейтрино. Рассмотренный подход позволяет использовать модельные результаты как эталонные при сравнении с экспериментальными данными и расширить возможности интерпретации полученных результатов.

PACS numbers: 05.30.-d, 11.10.-z, 12.15.Lk, 13.15.+g

Содержание

1. Введение (241).
 2. Аппарат квантовой теории поля при наличии внешнего поля, конечных температуры и плотности вещества (242).
 - 2.1. Введение внешнего поля. 2.2. Введение конечных температуры и плотности вещества.
 3. Радиационные эффекты в электрон-позитронной плазме (247).
 - 3.1. Поляризационный оператор в квантовой электродинамике.
 - 3.2. Распространение фотона в электромагнитном поле.
 4. Радиационные эффекты и распространение фермионов в Стандартной модели (254).
 - 4.1. Массовый оператор и распространение фермионов в Стандартной модели. 4.2. Сдвиги масс и аномальные магнитные моменты электрона и нейтрино во внешнем электромагнитном поле в Стандартной модели. 4.3. Аномальные магнитные моменты фермионов, движущихся в среде при конечной температуре и ненулевом химическом потенциале во внешнем магнитном поле.
 5. Заключение (265).
- Список литературы (266).

А.В. Борисов, В.Ч. Жуковский. Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, физический факультет, 119899 Москва, Воробьевы горы, Россия
Тел. (095) 939-31-77
E-mail: zhukovsk@th180.phys.msu.su

А.С. Вшивцев. Московский государственный институт радиотехники электроники и автоматики (технический университет), 117454 Москва, просп. Вернадского 78, Россия
Тел. (095) 433-03-55
E-mail: alexandr@vvas.msk.ru

П.А. Эминов. Московский государственный институт электроники и математики (технический университет), 109028 Москва, Большой Трехсвятительский пер. 3/12, Россия
Тел. (095) 235-20-22

Статья поступила 11 марта 1996 г.,
после доработки 22 октября 1996 г.

1. Введение

В последние годы сформировалось новое многоплановое направление в квантовой теории поля (КТП), связанное с учетом влияния внешних условий, таких как классические поля, конечные температура и плотность среды, а также граничные условия для системы в ограниченном объеме. Включение указанных факторов в рассмотрение, с одной стороны, повышает информативность результатов анализа поведения квантово-полевых систем (при этом устраняются некоторые принципиальные трудности, присущие описанию систем свободных полей), а с другой стороны, такой подход позволяет с большей степенью достоверности предсказывать и объяснять физические эффекты, наблюдаемые в реальных условиях лабораторного эксперимента и в астрофизических условиях.

Исторически данное направление восходит к работам по построению эффективного лагранжиана Гейзенберга–Эйлера [1] (см. также [2, 3]), квантовой теории синхротронного излучения [4–6] (см. также [7, 8]) и квантовых процессов в сильных внешних полях [9–11], к работам [12, 13], в которых предсказаны фазовые переходы в системе взаимодействующих полей, а также к расчету Казимира энергии электромагнитного вакуума между пластинами (см., например, [3, 14]), положившим начало современным исследованиям подобных эффектов.

Дальнейшее развитие этого направления привело к созданию современных теоретических методов, позволивших предсказать целый ряд весьма тонких физических эффектов, что нашло отражение в огромном потоке работ, опубликованных за последние 20 лет. В настоящем обзоре мы рассматриваем лишь часть этих работ, сосредоточив внимание на строгих математических подходах для описания влияния внешних полей, конечных температуры и плотности вещества на радиацион-

ные и вакуумные эффекты. При этом мы, анализируя физическую сущность подобных эффектов и представляя их теоретический вывод, не ставили себе целью дать исчерпывающее изложение формальных математических обоснований тех или иных используемых методов расчета.

К сожалению, из-за ограничений, связанных с объемом статьи, за рамками нашего рассмотрения остались также такие, с нашей точки зрения, чрезвычайно интересные, но довольно специальные вопросы, как эффект Казимира и его современное развитие и космологические аспекты явления фазовых переходов в современных калибровочных теориях взаимодействия элементарных частиц. Кроме того, такие вопросы, как эффекты, связанные с нетривиальной структурой вакуума квантовой хромодинамики, фазовые переходы в квантовой теории поля, а также рождение новых частиц в рамках моделей, обобщающих Стандартную модель взаимодействия элементарных частиц, будут рассмотрены в отдельной публикации.

Настоящая статья построена следующим образом. Раздел 2 посвящен краткому изложению основных методов теоретического описания взаимодействия квантованных полей в присутствии внешнего поля, конечных температуры и плотности вещества.

В разделе 3 рассмотрены радиационные эффекты в электрон-позитронной плазме и, в частности, поляризационный оператор и распространение фотона в постоянном магнитном поле в рамках Стандартной модели.

В разделе 4 представлены результаты исследования свойств фермионов, движущихся во внешних полях при конечной температуре и ненулевом химическом потенциале. Рассмотрен массовый оператор и радиационные поправки к массам фермионов, а также подробно исследована динамическая природа аномального момента фермионов как функции магнитного поля, энергии фермиона и свойств среды (температуры и плотности).

2. Аппарат квантовой теории поля при наличии внешнего поля, конечных температуры и плотности вещества

2.1. Введение внешнего поля

Для решения принципиальных задач квантовой теории поля в присутствии внешних электромагнитных полей, когда внешнее поле достаточно сильное и разложение по константе взаимодействия заряженной частицы с полем неприменимо или если нас интересует связанное состояние частицы во внешнем поле, большое значение приобрел метод точных решений релятивистских волновых уравнений. Этот метод широко использовался при построении квантовой теории синхротронного излучения [4, 6–8] и в дальнейшем был развит при исследовании других квантовых процессов во внешнем поле (см., например, [9–11, 14, 15]). Метод точных решений необходим также и при работе в представлении Фарри [16], в котором формализм Фейнмана–Дайсона в КЭД обобщается на случай, когда электрон не свободен, а находится в связанном состоянии.

Суть этого метода состоит в следующем [9, 10, 15]. Гамильтониан КЭД с внешним полем отличается от гамильтониана КЭД без внешнего поля наличием члена, учитывающего взаимодействие с внешним клас-

сическим полем A^{ext} :

$$H = H_e + H_\gamma + H_{\text{int}} + \int j^\mu(x) A_\mu^{\text{ext}}(x) d^3x, \quad (2.1)$$

где H_e , H_γ описывают свободные квантованные электрон-позитронное и электромагнитное поля соответственно, а H_{int} — их взаимодействие. В картине Фарри в качестве невозмущенного гамильтониана H_0 при построении представления взаимодействия рассматривается гамильтониан

$$H_0 = H_e + H_\gamma + \int j^\mu(x) A_\mu^{\text{ext}}(x) d^3x, \quad (2.2)$$

включающий в себя взаимодействие спинорного поля с внешним полем, а теория возмущений строится только по радиационному взаимодействию H_{int} . При этом обобщение схемы вторичного квантования для свободных частиц на случай наличия внешнего поля сводится к тому, что вторично-квантованные операторы электрон-позитронного поля следует разложить по полной системе решений уравнения Дирака во внешнем электромагнитном поле, т.е.

$$\hat{\psi}(x) = \sum_s [a_s \psi_s^{(+)}(\mathbf{r}) \exp(-i\varepsilon_s^{(+)}t) + b_s^\dagger \psi_s^{(-)}(\mathbf{r}) \exp(i\varepsilon_s^{(-)}t)], \quad (2.3)$$

где $\psi_s^{(+)}$, $\psi_s^{(-)}$ — решения уравнения Дирака во внешнем поле, относящиеся к положительным ($\varepsilon_s^{(+)}$) и отрицательным ($-\varepsilon_s^{(-)}$) частотным состояниям. Для расчета конкретных физических эффектов в картине Фарри можно пользоваться диаграммной техникой Фейнмана. При этом все электронные линии соответствуют решениям уравнения Дирака. В начальном и конечном состояниях электрон описывается решением однородного уравнения Дирака в заданном внешнем поле A_μ^{ext} :

$$(\hat{p} - e\hat{A}^{\text{ext}} - m)\psi(x) = 0, \\ \hat{p} = i\gamma^\mu \partial_\mu, \quad (2.4)$$

а внутренняя линия соответствует фейнмановскому пропагатору $S^c(x, x')$ электрона во внешнем поле:

$$S^c(x, x') = -i\langle 0 | T\psi(x)\bar{\psi}(x') | 0 \rangle, \quad (2.5)$$

который является решением неоднородного уравнения

$$(\hat{p} - e\hat{A}^{\text{ext}} - m)S^c(x, x') = \delta(x - x'). \quad (2.6)$$

Необходимо подчеркнуть, что упомянутый выше подход буквально может быть использован лишь для ограниченного класса внешних полей, для которых допустима одночастичная интерпретация уравнения Дирака и можно ввести единую систему in- и out-состояний в представлении взаимодействия и единый вакуум [15]. Принципиальным при этом является существование такого квантового числа, с помощью которого инвариантным образом можно различить распространение электрона вперед и назад во времени, а тем самым отличить электрон от позитрона. Заметим, что это квантовое число может существовать и для переменных во времени полей, для которых энергия не сохраняется. Такая возможность существует для внеш-

них полей, не нарушающих стабильность вакуума относительно рождения электрон-позитронных (и других) пар. В частности, вакуум в постоянном магнитном поле, в поле плоской электромагнитной волны, а также в постоянном скрещенном поле ($\mathbf{E} \perp \mathbf{H}, E = H$) устойчив по отношению к спонтанному образованию пар частиц. На языке решений уравнения Дирака это означает, что для случая внешних полей, не нарушающих стабильность вакуума, существует полная система решений уравнения Дирака $\{\psi_s^{(\pm)}\}$, классифицированная во все моменты времени по признаку частица–античастица.

Систематическое рассмотрение тех изменений, которые вносит в S -матричный формализм квантовой теории поля присутствие внешнего поля, способного рождать пары, было проведено в работах Швингера [2], Никишова и Ритуса [9], Фрадкина с сотрудниками [15], Гриба и Мостепаненко с сотрудниками [14], а также Багрова [17] и других авторов.

Здесь мы остановимся на одном заслуживающем внимания моменте. Как известно, при постановке вопроса о рождении пар внешним электромагнитным полем предполагается, что последнее выключается при $t \rightarrow \pm\infty$. Это позволяет провести в прошлом (будущем) классификацию решений уравнения Дирака по знаку частоты \pm , причем в [9, 18] показано, что полный набор решений с определенным знаком частоты в прошлом $\pm\psi_n(x)$ и будущем $\pm\psi_n(x)$ можно выбрать так, чтобы характеризующий решения набор квантовых чисел $\{n\}$ был сохраняющимся. Тогда для любого момента времени $+\psi_n(x)$ можно представить в виде суперпозиции $+\psi_n(x)$ и $-\psi_n(x)$ с тем же $\{n\}$, причем коэффициенты этой суперпозиции позволяют найти вероятности процессов рождения пар и рассеяния, вызванных внешним полем. В результате S -матрица в [9] выражается через out-операторы рождения и in-операторы уничтожения, но по сравнению с [15] использование решений уравнения Дирака с сохраняющимися квантовыми числами не приводит к отличиям от обычного S -матричного формализма и не возникает необходимость использования нефейнмановских пропагаторов.

В неабелевой калибровочной теории внешнее неабелево поле вводится в полной аналогии с представлением Фарри в КЭД [11]. Полное глюонное поле A_μ^a представляется в виде суммы внешнего (классического) поля \bar{A}_μ^a и малых квантовых флуктуаций Q_μ^a около него:

$$A_\mu^a = \bar{A}_\mu^a + Q_\mu^a. \quad (2.7)$$

Далее, как и в КЭД, взаимодействие кварка (глюона) с внешним полем \bar{A}_μ^a учитывается точно, а с квантованным полем глюонов Q_μ^a — по теории возмущений.

В единой теории электромагнитных и слабых взаимодействий Вайнберга–Салама–Глешоу (ВСГ) уравнения для пропагаторов W -бозона $D_{\mu\nu}(x, x')$ и заряженного скаляра $D(x, x')$ во внешнем поле имеют вид

$$\left[(D^2 + m_W^2)g^{\mu\nu} + 2ieF^{\mu\nu} + \left(\frac{1}{\xi} - 1\right)D^\mu D^\nu \right] D_{\nu\lambda}(x, x') = \delta_\lambda^\mu \delta(x - x'), \quad (2.8)$$

$$(D^2 + \xi m_W^2)D(x, x') = \delta(x - x'), \quad (2.9)$$

где ковариантная производная $D_\mu = \partial_\mu + ie\bar{A}_\mu$, \bar{A}_μ — потенциал внешнего электромагнитного поля, $F_{\mu\nu} = \partial_\mu \bar{A}_\nu - \partial_\nu \bar{A}_\mu$, а ξ — параметр калибровки.

Заметим, что заряженные скаляры в модели ВСГ — нефизические частицы и появляются только в виртуальных состояниях. Они могут быть исключены выбором унитарной калибровки ($\xi = \infty$), однако для конкретных расчетов обычно используется фейнмановская калибровка ($\xi = 1$). Точных решений уравнения Дирака, а также соответствующих релятивистских волновых уравнений для W -бозона и заряженного скаляра во внешнем электромагнитном поле известно немного. Наиболее важными из них являются решения волновых уравнений в кулоновском поле, в однородном магнитном поле, в поле плоской электромагнитной волны, в однородном электрическом поле и в некоторых случаях комбинаций указанных полей. Решения различных волновых уравнений в перечисленных выше внешних полях, а также методы получения явных выражений для фейнмановских пропагаторов частиц изложены, например, в работах [9–11, 15, 19].

Следует остановиться на одном обстоятельстве, которое оказывается весьма важным при проведении конкретных расчетов квантовых процессов с участием заряженной частицы в произвольном постоянном электромагнитном поле. Последнее, как известно, является либо скрещенным, либо таким, что в некоторой лоренцевой системе электрическое и магнитное поля параллельны [20]. Полная вероятность процесса с участием одной частицы, рассчитанная на единицу времени и объема (как, впрочем, и другие физические величины, например радиационный сдвиг массы), будучи инвариантной величиной, зависит от двух безразмерных полевых инвариантов [21, 9]

$$\begin{pmatrix} \varepsilon \\ \eta \end{pmatrix} = \frac{1}{B_0} [(f^2 + g^2)^{1/2} \mp f]^{1/2}, \quad (2.10)$$

где

$$f = \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} = \frac{1}{2} (H^2 - E^2), \quad g = \frac{1}{4} F_{\alpha\beta} \tilde{F}^{\alpha\beta} = \mathbf{E}\mathbf{H},$$

$$\tilde{F}^{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \varepsilon^{\alpha\beta\mu\nu} F_{\mu\nu}, \quad B_0 = \frac{m^2}{e} = 4,41 \times 10^{13} \text{ Гс}$$

— критическое поле, а также от динамического параметра

$$\varkappa = \frac{1}{mB_0} [-(F_{\mu\nu} p^\nu)^2]^{1/2}, \quad (2.11)$$

где p_ν — постоянный 4-вектор квазиимпульса частицы во внешнем поле, который при выключении поля переходит в 4-импульс свободной частицы. Таким образом, интересующая нас физическая величина W является функцией трех инвариантов:

$$W = W(\varepsilon, \eta, \varkappa). \quad (2.12)$$

В скрещенном поле $\varepsilon = \eta = 0$. Поэтому, как это было отмечено в [21, 9], при выполнении условий

$$\varepsilon, \eta \ll 1, \quad \varepsilon, \eta \ll \varkappa \quad (2.13)$$

результаты расчета физических величин в произвольном постоянном поле, будучи записанными в инвариантном виде, совпадают в первом приближении (степень приближения определяется условиями (2.13)) с точным результатом, полученным в случае скрещенного поля $\mathbf{E} \perp \mathbf{H}$, $E = H$ ($\varepsilon = \eta = 0$). Физически условия $\varepsilon, \eta \ll 1$ означают малость постоянного поля по сравнению с критическим полем B_0 , а условие $\varepsilon, \eta \ll \kappa$ означает, что для ультрарелятивистской частицы почти для всех направлений импульса любое постоянное поле выглядит как скрещенное в системе покоя. В последнее время приближение однородного поля находит широкое применение и для расчетов различных процессов в кристаллах, где для быстрых частиц, движущихся под малыми углами к кристаллическим осям или плоскостям, размеры областей формирования процессов малы по сравнению с масштабами неоднородности внутрикристаллических полей [22], что эффективно может быть описано с помощью модели однородного электромагнитного поля.

2.2. Введение конечных температуры и плотности вещества

Наиболее эффективным и универсальным методом квантовой теории поля при конечной температуре является метод функций Грина, принципиальные основы которого были развиты в работах [23–32]. В нем замечательным образом проявляется единство методов решения задач квантовой теории поля как при нулевой, так и при конечной температуре — все задачи сводятся к нахождению соответствующих функций Грина. В частности, определение энергетического спектра макроскопической системы при конечной температуре T и ненулевом химическом потенциале μ сводится к нахождению временных функций Грина. Для определенности рассмотрим ферми-систему во внешнем постоянном и однородном магнитном поле, а там, где делается обобщение на случай бозе-системы, будем предполагать, что конденсация отсутствует. Временная одночастичная функция Грина $G^c(x, x')$ определяется следующим образом [23–25]:

$$G^c(x, x') = -i \frac{\text{Sp}\{\exp[-\beta(\hat{H} - \mu\hat{N})] T\psi(x)\bar{\psi}(x')\}}{\text{Sp}\{\exp[-\beta(\hat{H} - \mu\hat{N})]\}}, \quad (2.14)$$

где $\beta = T^{-1}$ — обратная температура, \hat{H} — гамильтониан системы, включающий взаимодействие с внешним полем, \hat{N} — оператор числа частиц, μ — химический потенциал, а след Sp берется в фокковском пространстве. Таким образом, определение временных функций Грина при $T \neq 0$ и $\mu \neq 0$ отличается от определения причинных функций Грина в обычной квантовой теории поля ($T = \mu = 0$) тем, что усреднение хронологического произведения гейзенберговских операторов поля проводится не по вакуумному состоянию, а по большому каноническому распределению Гиббса. Подставив в (2.14) в явном виде вторично-квантованные ψ — операторы фермионного поля в представлении Фарри, для временной функции идеального электрон-позитронного газа в постоянном магнитном поле находим следующее представление [33]:

$$G^c(H, T, \mu) = S_c(H, T = \mu = 0) + S_\beta(H, T, \mu), \quad (2.15)$$

где

$$S_c(H, T = \mu = 0) = -\frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \exp[i\omega(t - t')] \times \\ \times \sum_{s, \varepsilon = \pm 1} \frac{\psi_s^{(\varepsilon)}(\mathbf{x}) \bar{\psi}_s^{(\varepsilon)}(\mathbf{x}')}{\omega + \varepsilon E_s(1 - i\delta)} \quad (2.16)$$

— обычная причинная функция Грина электрона в постоянном магнитном поле, а температурная часть временной функции Грина

$$S_\beta(H, T, \mu) = i \sum_{s, \varepsilon = \pm 1} \frac{\varepsilon \psi_s^{(\varepsilon)}(\mathbf{x}) \bar{\psi}_s^{(\varepsilon)}(\mathbf{x}')}{\exp[\beta(E_s - \varepsilon\mu)] + 1} \exp[-i\varepsilon E_s(t - t')]. \quad (2.17)$$

Следует заметить, что временная функция Грина является суммой фейнмановского пропагатора при нулевой температуре и чисто температурной части, при этом для чисто температурной части $S_\beta(H, T, \mu)$ в работе [32] было также получено представление в виде двукратного интеграла, один из которых — интеграл по собственному времени. Суммирование в (2.16), (2.17) проводится по всем квантовым числам $\{s\}$ положительно-частотных ($\varepsilon = +1$) и отрицательно-частотных ($\varepsilon = -1$) состояний, $\psi_s^{(\varepsilon)}(\mathbf{x})$ — координатная часть решения уравнения Дирака в постоянном магнитном поле, а уровни энергии электрона в постоянном магнитном поле определяются формулой [8]

$$E_n = \sqrt{2eHn + m^2 + p_z^2}, \quad (2.18)$$

где $n = 0, 1, 2, \dots$ — главное квантовое число, p_z ($-\infty < p_z < +\infty$) — проекция импульса электрона на направление магнитного поля \mathbf{H} .

В импульсном по переменной $\tau = t - t'$ представлении из (2.15)–(2.17) следует

$$G^c(p_0, \mathbf{r}, \mathbf{r}') = \sum_{s, \varepsilon = \pm 1} \left[\text{v.p.} \frac{\psi_s^{(\varepsilon)}(\mathbf{x}) \bar{\psi}_s^{(\varepsilon)}(\mathbf{x}')}{p_0 - \varepsilon E_n} - \right. \\ \left. - i\pi\delta(p_0 - \varepsilon E_n) \psi_s^{(\varepsilon)}(\mathbf{x}) \bar{\psi}_s^{(\varepsilon)}(\mathbf{x}') \tanh \frac{p_0 - \mu}{2T} \right]. \quad (2.19)$$

Наряду с временной функцией Грина (2.14) в квантовой теории поля используются также запаздывающая $G^R(x, x')$ и опережающая $G^A(x, x')$ функции Грина:

$$\begin{pmatrix} G^R(x, x') \\ G^A(x, x') \end{pmatrix} = -i \begin{pmatrix} \theta(x_0 - x'_0) \\ -\theta(x_0 - x'_0) \end{pmatrix} \times \\ \times \frac{\text{Sp}\{\exp[-\beta(\hat{H} - \mu\hat{N})] [\psi(x), \bar{\psi}(x')]_+ \}}{\text{Sp}\{\exp[-\beta(\hat{H} - \mu\hat{N})]\}}. \quad (2.20)$$

В работе [25] путем непосредственного сравнения спектральных представлений в общем случае была установлена связь между $G^A(p_0, \mathbf{r}, \mathbf{r}')$, $G^R(p_0, \mathbf{r}, \mathbf{r}')$ и временной функцией Грина $G^c(p_0, \mathbf{r}, \mathbf{r}')$:

$$\begin{pmatrix} G^R(\mathbf{x}, \mathbf{x}') \\ G^A(\mathbf{x}, \mathbf{x}') \end{pmatrix} = \text{Re } G^c(p_0, \mathbf{x}, \mathbf{x}') \pm \\ \pm i \coth \frac{p_0 - \mu}{2T} \text{Im } G^c(p_0, \mathbf{x}, \mathbf{x}') \quad (2.21)$$

для ферми-системы и

$$\begin{pmatrix} G^R(\mathbf{x}, \mathbf{x}') \\ G^A(\mathbf{x}, \mathbf{x}') \end{pmatrix} = \text{Re } G^c(p_0, \mathbf{x}, \mathbf{x}') \pm \pm i \tanh \frac{p_0 - \mu}{2T} \text{Im } G^c(p_0, \mathbf{x}, \mathbf{x}') \quad (2.22)$$

для бозе-системы.

Соотношения (2.21), (2.22) следуют непосредственно из определений (2.14) и (2.20) и решают задачу построения G^A (G^R) по временной функции Грина G^c . Отсюда получаем связь массового (поляризационного) оператора запаздывающей функции Грина с массовым оператором временной функции Грина [23, 25]:

$$\begin{aligned} \text{Re } \Sigma^R &= \text{Re } \Sigma^c, \\ \text{Im } \Sigma^R &= \coth \frac{p_0 - \mu}{2T} \text{Im } \Sigma^c \end{aligned} \quad (2.23)$$

для ферми-системы и

$$\begin{aligned} \text{Re } \Sigma^R &= \text{Re } \Sigma^c, \\ \text{Im } \Sigma^R &= \tanh \frac{p_0 - \mu}{2T} \text{Im } \Sigma^c \end{aligned} \quad (2.24)$$

для бозонов.

Мы сочли необходимым остановиться на этих принципиальных соотношениях потому, что соответствия (2.23) и (2.24) между реальными и мнимыми частями диаграмм собственной энергии в ряде недавних работ (например, [34–36]) не только заново выводились, но и проверялись в однопетлевом приближении прямым расчетом. В представлении реального времени для вычисления временной функции Грина системы взаимодействующих частиц можно использовать как диаграммную технику Келдыша [37, 38], так и эквивалентный ей метод термодинамической динамики [31], причем получаемые при этом уравнения для гриновских функций по своему смыслу аналогичны кинетическим уравнениям. Напомним [25], что запаздывающая функция Грина $G^R(p_0, \mathbf{r}, \mathbf{r}')$ аналитична в верхней полуплоскости комплексной переменной p_0 , а полюса ее продолжения в нижней полуплоскости определяют закон дисперсии (энергию и затухание) квазичастиц, в то время как опережающая функция Грина $G^A(p_0, \mathbf{r}, \mathbf{r}')$ аналитична в нижней полуплоскости p_0 , а полюса ее продолжения в верхнюю полуплоскость определяют энергетический спектр "дырок". Для вычисления спектра элементарных возбуждений используется и метод температурных (мацубаровских) функций Грина, известный как представление мнимого времени [26, 39]. С геометрической точки зрения квантовая теория поля (КТП) при конечной температуре и ненулевом химическом потенциале в представлении мнимого времени соответствует КТП на гиперцилиндре $R^3 \times S^1$ с радиусом основания $r = \beta/2\pi$, когда поля $\Phi(\mathbf{x}, \tau)$, зависящие от мнимого времени $\tau = it$, удовлетворяют условиям периодичности (антипериодичности) в бозонном (фермионном) случае:

$$\Phi(\mathbf{x}, \tau) = \pm \exp(-\beta\mu) \Phi(\mathbf{x}, \tau - \beta). \quad (2.25)$$

Для дальнейшего изложения достаточно отметить, что правила диаграммной техники в формализме мни-

мого времени аналогичны правилам Фейнмана в обычной КТП. Рецепт переход к диаграммной технике в представлении мнимого времени сводится к следующим заменам [25, 30, 39, 40]:

$$p_0 \rightarrow i\omega_l + \mu, \quad (2.26)$$

$$\int \frac{dp_0}{2\pi} \rightarrow iT \sum_{l=-\infty}^{+\infty}, \quad (2.27)$$

$$i2\pi\delta(p_0) \rightarrow \beta\delta_{l,0}, \quad (2.28)$$

где $\omega_l = 2\pi T(l + 1/2)$, $l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, — для фермионов и $\omega_l = 2\pi Tl$ — для бозонов. Для иллюстрации приведем аналитические выражения для температурной функции Грина идеального электрон-позитронного газа в постоянном магнитном поле. Функция Грина электрона в однородном и постоянном магнитном поле в представлении собственного времени определяется формулой [11]

$$G(x'', x') = \Phi(x'', x') \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \exp(-ipx) G(p), \quad (2.29)$$

где

$$\begin{aligned} G(p) &= i \int_0^\infty ds \exp \left[-is \left(m^2 - p_0^2 + p_z^2 + p_\perp^2 \frac{\tan z}{z} \right) \right] \times \\ &\times \left(\frac{m + \gamma^0 p^0 - \gamma^3 p_z}{\cos z} \exp(iz\Sigma_3) - \frac{\gamma \mathbf{p}_\perp}{\cos^2 z} \right), \\ \Phi(x'', x') &= \exp \left[-ie \int_{x'}^{x''} A_\mu^{\text{ext}}(x) dx^\mu \right], \\ z &= eHs, \quad x = x'' - x', \quad \gamma \mathbf{p}_\perp = \gamma^1 p_x + \gamma^2 p_y. \end{aligned} \quad (2.30)$$

Температурная функция Грина получается из формул (2.29) и (2.30) заменой

$$\begin{aligned} \int \frac{dp_0}{2\pi} \exp[-i(p_0 x_0 - \mathbf{p}\mathbf{x})] G(p_0, \mathbf{p}) &\rightarrow \\ &\rightarrow iT \sum_l \exp[-i(\tau\omega_l - i\mu\tau) + i\mathbf{p}\mathbf{x}] G(p_0 = i\omega_l + \mu, \mathbf{p}), \end{aligned} \quad (2.31)$$

причем $\tau = \tau'' - \tau' \in [-1/T, 1/T]$.

Более подробно с процедурой применения метода собственного времени в аппарате температурных функций Грина можно ознакомиться в работах [32, 41].

Простое соответствие (2.26)–(2.28) между правилами диаграммной техники в формализме мнимого времени и в обычной квантовой теории поля можно в известном смысле рассматривать как удобство метода температурных функций Грина при вычислении термодинамических величин системы. Однако для вычисления спектра элементарных возбуждений, а также кинетических коэффициентов неравновесной системы необходимо знать временные функции Грина. Поэтому следует остановиться на связи температурных функций Грина с временными функциями Грина. Пусть $G_M(p_0 = i\omega_l + \mu; \mathbf{r}, \mathbf{r}')$ — компонента разложения температурной функции Грина в ряд Фурье по переменной $\tau = t - t'$ на интервале $[-1/T, 1/T]$:

$$G_M(\tau; \mathbf{r}, \mathbf{r}') = iT \sum_l \exp(-i\omega_l \tau - \mu\tau) G_M(p_0; \mathbf{r}, \mathbf{r}'). \quad (2.32)$$

Тогда, как было показано в [25],

$$G^R(p_0 = i\omega_l + \mu; \mathbf{r}, \mathbf{r}') = G_M(i\omega_l + \mu; \mathbf{r}, \mathbf{r}'), \quad \omega_l > 0, \quad (2.33)$$

$$G^A(p_0 = i\omega_l + \mu; \mathbf{r}, \mathbf{r}') = G_M(i\omega_l + \mu; \mathbf{r}, \mathbf{r}'), \quad \omega_l < 0. \quad (2.34)$$

Таким образом, задача построения G^R (G^A) с помощью температурной функции Грина сводится к задаче аналитического продолжения температурной функции Грина с дискретного множества точек на верхней (нижней) полуплоскости комплексной переменной p_0 на всю верхнюю (нижнюю) полуплоскость, где запаздывающая (опережающая) функция аналитична. Такое аналитическое продолжение, в принципе, возможно, но представляет собой в общем случае нетривиальную задачу. Существенным при этом является то обстоятельство, что температурные и временные функции Грина определяются одной и той же спектральной плотностью [25]. Знания закона дисперсии квазичастиц достаточно для описания и термодинамических свойств системы.

Другой, более простой, способ описания термодинамических свойств системы заключается в вычислении термодинамического потенциала $\Omega = \Omega(T, V, \mu)$:

$$\Omega = -T \ln \text{Sp} \{ \exp [-\beta (\hat{H} - \mu \hat{N})] \}, \quad (2.35)$$

где \hat{H} и \hat{N} — гамильтониан и оператор числа частиц системы. Последовательная процедура вычисления термодинамического потенциала с учетом взаимодействия между частицами системы на основе метода функций Грина изложена в работах [42, 43]. Что касается конкретных расчетов, то физически обозримые результаты при одновременном учете эффектов внешнего поля, конечной температуры и ненулевого химического потенциала до настоящего времени удалось получить лишь в рамках однопетлевого приближения. В двухпетлевом приближении, насколько нам известно, был вычислен лишь эффективный лагранжиан постоянного электромагнитного поля в КЭД при $T = \mu = 0$ [44–46] и двухпетлевой термодинамический потенциал КЭД в постоянном магнитном поле [47]. Следует отметить и работы [48–50], в которых в рамках КХД при $T \neq 0$ вычислен многопетлевой вклад кварков и глюонов в эффективный потенциал для глюонного поля специального вида $A_\mu^a = \delta_{\mu 0} (\delta^{a3} A_0^3 + \delta^{a8} A_0^8) = \text{const}$. Однопетлевое евклидово действие W_E в квантовой теории поля определяется выражением [51]

$$W_E = k\tau \int \frac{dp_4}{2\pi} \sum_s \ln(p_4^2 + \varepsilon_s^2) - \text{c.t.}, \quad (2.36)$$

где ε_s — спектр энергии частицы во внешнем поле, $k = +1$ — для фермионов и $k = -1$ — для заряженных бозонов, а контактный член c.t. отвечает вкладу свободных частиц. Формула (2.36) определяет однопетлевой поляризационный вклад в энергию вакуума:

$$E^{(1)} = -\frac{W_E}{\tau}. \quad (2.37)$$

Простейший способ расчета однопетлевого термодинамического потенциала в представлении мнимого вре-

мени состоит в том, что в выражении для $E^{(1)}$ следует провести замену, аналогичную (2.26), (2.27) [27]:

$$\int \frac{dp_4}{2\pi} \rightarrow T \sum_{l=-\infty}^{+\infty}, \quad p_4 \rightarrow \omega_l - i\mu. \quad (2.38)$$

Другой способ вычисления Ω -потенциала в присутствии внешних полей, особенно удобный при использовании метода собственного времени Фока–Швингера, состоит в том, что сначала вычисляется соответствующая температурная функция Грина, а затем интегрированием по константе связи или по другому подходящему параметру находится Ω -потенциал системы. В работе [25], например, Ω -потенциал в КЭД с внешним полем, задаваемым потенциалом A_μ , в однопетлевом приближении представлен в виде

$$\Omega = T \int_0^\beta dx_4 \int d^3x \text{tr}^s \left(\int_0^e \gamma_\mu G(x, x') A_\mu(x') dx' \right) + \Omega|_{e=0}, \quad (2.39)$$

где e — заряд электрона, $G(x, x')$ — температурная функция Грина во внешнем поле, а след tr^s берется по спинорным индексам. Более распространенный метод вычисления однопетлевого эффективного лагранжиана КЭД во внешнем поле в однопетлевом приближении $L^{(1)}$ заключается в использовании известного соотношения [14]

$$\frac{\partial L^{(1)}}{\partial m} = \text{tr}^s G(x, x'). \quad (2.40)$$

Как отмечалось выше, в представлении реального времени функция Грина записывается в виде суммы причинного фейнмановского пропагатора при $T = \mu = 0$ и температурной части, являющейся решением соответствующего однородного уравнения. В фермионном случае

$$\begin{aligned} G^c(x, x'|A) &= S_c(x, x'|A) + S_{\beta, \mu}(x, x'|A), \\ (\hat{p} - e\hat{A} - m)S_c(x, x'|A) &= \delta(x - x'), \\ (\hat{p} - e\hat{A} - m)S_{\beta, \mu}(x, x'|A) &= 0. \end{aligned} \quad (2.41)$$

Поэтому непосредственное обобщение известной формулы для однопетлевого эффективного действия [30]

$$W_E = \text{Tr}_{x, s} \ln S^{-1} S_0 \quad (2.42)$$

на случай $T \neq 0$ и $\mu \neq 0$ оказывается невозможным, и для вычисления эффективного лагранжиана в формализме реального времени обычно применяется второй способ [52, 53]. Следует подчеркнуть, что в представлении реального времени вклад эффектов конечных температуры и плотности благодаря (2.41) автоматически отделяется от чисто вакуумной части соответствующей физической величины и не содержит ультрафиолетовых расходимостей.

В заключение этого раздела отметим, что особенности КЭД при конечной температуре с внешним полем, нарушающим стабильность вакуума, рассмотрены в работе [32].

3. Радиационные эффекты в электрон-позитронной плазме

3.1. Поляризационный оператор в квантовой электродинамике

Прежде чем перейти к строгой постановке задачи о распространении фотона во внешних электромагнитных полях с одновременным учетом как нелинейности вакуума, так и влияния плазмы, имеет смысл кратко остановиться на физической стороне вопроса. Вспомним классическую задачу о распространении электромагнитных волн в термодинамически равновесной плазме. Внешнее электромагнитное поле индуцирует в плазме заряды и токи, которые сами создают электромагнитные поля и тем самым изменяют полное поле в системе. В простейшем случае бесстолкновительной плазмы такое самосогласованное воздействие внешнего поля и частиц плазмы описывается на основе системы уравнений электромагнитного поля в плазме, которые учитывают индуцированные токи и заряды, и кинетического уравнения Власова с самосогласованным полем. Именно таким путем в [54] был предсказан эффект, получивший название затухания Ландау: в изотропной плазме диссипация волн происходит и при полном отсутствии столкновения частиц вследствие их черенковского поглощения частицами плазмы. Не претендуя на строгость, можно провести известную аналогию между поведением плазмы или диэлектрика во внешнем поле и явлением поляризации вакуума элементарных частиц в квантовой теории поля. Вакуум в физике элементарных частиц определяется как состояние без частиц, соответствующее нулевому собственному значению оператора числа частиц: в нем нет физических частиц, а физические состояния получаются действием на вакуумный вектор операторов рождения частиц. В то же время оператор квантованного поля не коммутирует с оператором числа частиц. Физически это проявляется в том, что в локальной квантовой теории поля вакуумное состояние не есть состояние без поля, т.е. в вакуумном состоянии имеется так называемое нулевое вакуумное поле с бесконечной плотностью энергии и, как отмечает Грив [55], "небытие как отсутствие и поля, и частиц невозможно". На языке виртуальных частиц можно сказать, что в вакууме все время рождаются и уничтожаются виртуальные пары частица–античастица, которые присутствуют в вакууме на расстояниях порядка комптоновской длины волны частицы. Во внешнем электромагнитном поле "вакуумная плазма" виртуальных пар поляризуется аналогично классической плазме и становится источником добавочного электромагнитного поля, а при известных свойствах внешнего поля связанные виртуальные пары становятся свободными и имеет место реальное рождение пар из вакуума внешним полем. Для постоянного и однородного электрического поля вероятность эффекта для электронов становится существенной при так называемом критическом поле, которое определяется из условия равенства работы поля над электроном на расстоянии комптоновской длины и энергии покоя частицы:

$$eE_{\text{кр}} \frac{\hbar}{mc} = mc^2, \quad E_{\text{кр}} = \frac{m^2 c^3}{e\hbar}. \quad (3.1)$$

Другой подход к явлению поляризации вакуума состоит в том, что электрон-позитронный вакуум согласно Дираку представляется как система электронов, заполняющих отрицательные уровни энергии. Во внешнем поле уровни энергии вакуумных электронов сдвигаются, а относительное изменение энергий вакуума без поля и вакуума в поле конечно и приводит к радиационной поправке к классической функции Лагранжа внешнего поля, что в свою очередь нарушает линейность уравнений Максвелла. Заметим, что если однопетлевой вклад (см. (2.36)) в эффективный лагранжиан фактически определяется энергетическим спектром невзаимодействующих друг с другом частиц, то двухпетлевой вклад в постоянном поле учитывает изменение внешним полем кулоновского взаимодействия электрона и позитрона виртуальной пары. В явлении поляризации вакуума роль внешнего поля могут играть и граничные условия на квантованное поле, которое обычно рассматривается в свободном пространстве. Границы или нетривиальная топология, как и внешнее поле, изменяют спектр нулевых колебаний вакуума, а изменение вакуумного среднего оператора тензора энергии–импульса по сравнению с "пустым" пространством оказывается конечным и приводит к экспериментально наблюдаемому физическому эффекту (эффекту Казимира) [14]. Следует отметить, что интерес к эффекту Казимира в различных моделях КТП, в том числе и в присутствии внешнего поля, в последние годы не ослабевает [56].

В работах Ритуса [44–46] была проведена глубокая аналогия между асимптотическим поведением эффективного лагранжиана КЭД при больших полях и поведением поляризационной функции фотона при больших значениях квадрата 4-импульса виртуального фотона $t = -k^2$. Как известно [57], поляризационная функция фотона при больших значениях $t \gg m^2$ определяет поведение КЭД в области малых расстояний.

Пусть $D = (1/k^2)d_R(-k^2/m^2, \alpha)$ — точный фотонный пропагатор с учетом всех радиационных поправок. Тогда в области больших значений $t \gg m^2$ ренорминвариантная величина $\alpha d_R(t/m^2, \alpha)$ стремится к некоторой функции $\Phi_1(\varphi(\alpha)t/m^2)$, т.е. вклад всех радиационных поправок сводится к масштабному множителю $\varphi(\alpha)$ при динамической переменной t/m^2 . В [44–46] показано, что в асимптотической области сильного поля, когда $eF \gg m^2$ и существенный вклад в лагранжеву функцию дают малые расстояния $x \sim (eF)^{-1/2}$, что связано с локализацией вакуумных электронов в областях, малых по сравнению с комптоновской длиной волны электрона, инвариантный заряд α/l_R^{-1} , где $l_R = L_R/L_0$ — отношение точной лагранжевой функции L_R к классической L_0 , стремится к некоторой функции $\Phi_2(\varphi(\alpha)eF/m^2)$ с тем же самым масштабным множителем $\varphi(\alpha)$, что и в случае фотонного пропагатора. Это обстоятельство говорит о том, что поведение КТП в области малых расстояний можно исследовать на основе изучения эффективного лагранжиана в сильном внешнем поле. Более того, на основе эффективного лагранжиана электромагнитного поля можно провести перенормировку не только заряда, используя для этого поведение его вещественной части в слабом поле, но и массы электрона без традиционного привлечения для этой цели массового оператора. В последнем случае существенным оказывается поведение мнимой части эффективного лагранжиана в слабом поле [44–46].

Здесь рассматривается распространение фотона во внешнем поле (раздел 3.2) и фотона (плазмона) в релятивистской электрон-позитронной плазме в постоянном магнитном поле (раздел 3.3). Эти различные физические задачи модельно можно поставить в соответствие с распространением фотона в анизотропной среде, и они будут рассмотрены единым образом на основе метода функций Грина. В фейнмановской калибровке уравнения Дайсона – Швингера для точной электронной $G(x, y)$ и фотонной $D_{\mu\nu}(x, y)$ функций Грина при наличии внешнего поля A_μ^{ext} имеют вид [15]

$$\partial^2 D_{\mu\nu}(x, y) - \int \Pi_\mu^\alpha(x, z) D_{\alpha\nu}(z, y) d^4z = g_{\mu\nu} \delta(x - y), \quad (3.2)$$

$$(\hat{p} - e\hat{A}^{\text{ext}} - e\hat{a} - m)G(x, y) - \int \Sigma(x, z) G(z, y) d^4z = -\delta(x - y), \quad (3.3)$$

где $\partial^2 = -p_\mu p^\mu = \partial_0^2 - \nabla^2$, $\Sigma(x, y)$ и $\Pi_{\mu\nu}(x, y)$ — массовый и поляризационный операторы:

$$\Sigma(x, y) = -ie^2 \gamma^\mu \int S(x, z) \Gamma^\nu(z, y, z') D_{\nu\mu}(z', x) d^4z d^4z', \quad (3.4)$$

$$\Pi^{\mu\nu}(x, y) = -ie^2 \text{tr} \gamma^\mu \int S(x, y) \Gamma^\nu(z, z', y) S(z', x) d^4z d^4z'. \quad (3.5)$$

Отметим, что в формулах (3.4), (3.5) $\Gamma^\mu(x, y, z)$ — точная вершинная функция, а в случае внешнего поля, не нарушающего стабильность вакуума, сумма исходного внешнего поля A_μ^{ext} и радиационной поправки к нему $a^\mu(x)$ определяет точное среднее электромагнитное поле в системе. Распространение фотона во внешнем электромагнитном поле описывается поляризационным оператором в модифицированных уравнениях Максвелла, получающихся из (3.2) отбрасыванием правой части:

$$\partial^2 A_\mu(x) - \int \Pi_\mu^\alpha(x, y) A_\alpha(y) d^4y = 0. \quad (3.6)$$

В постоянном внешнем поле поляризационный оператор диагонален в импульсном пространстве, а его общая структура, вытекающая из соображений релятивистской, калибровочной и зарядовой инвариантности, была исследована в работах [9, 58–63]:

$$\Pi_{\mu\nu}(k, k'|A) = \int d^4x d^4x' \exp[-i(kx - k'x')] \Pi_{\mu\nu}(x, x', A) = (2\pi)^4 \delta(k - k') P_{\mu\nu}(k). \quad (3.7)$$

Поляризационный оператор $P_{\mu\nu}(k)$ имеет при этом четыре взаимно ортогональных собственных вектора $b_\mu^{(j)}$:

$$P_{\mu\nu} b_{(j)}^\nu = \kappa_j b_{(j)}^\mu, \quad j = 1, 2, 3, \quad (3.8)$$

с собственными значениями κ_j ($\kappa_0 = 0$ в силу калибровочной инвариантности) и определяется формулой

$$P_{\mu\nu}(x) = \sum_{j=1}^3 \kappa_j \frac{b_\mu^{(j)} b_\nu^{+(j)}}{|b_\rho^{(j)}|^2}, \quad (3.9)$$

а решение уравнения (3.6) в импульсном пространстве имеет вид

$$A_\mu(k) = \sum_{j=1}^3 b_\mu^{(j)} \delta(k^2 + \kappa_j) \varphi_j(k). \quad (3.10)$$

Таким образом, собственные векторы $b_\mu^{(j)}$ поляризационного оператора играют роль 4-векторов поляризации распространяющихся в постоянном внешнем поле фотонов, а для каждой поляризации имеется свой закон дисперсии, определяемый из уравнения

$$k^2 - k_0^2 = \kappa_j, \quad j = 1, 2, 3. \quad (3.11)$$

По аналогии с классической электродинамикой можно ввести показатель преломления для каждой из собственных мод, которые могут распространяться в заданном внешнем поле:

$$n_j = \frac{|\mathbf{k}|}{k_0} = \left[1 + \frac{\kappa_j(k_0, \mathbf{k})}{k_0^2} \right]^{1/2}. \quad (3.12)$$

Другой существенный результат, полученный в работах [60, 63], касается явного вида 4-векторов поляризации собственных мод. В произвольном постоянном поле вектор $b_\mu^{(1)}$ имеет чисто кинематическое происхождение:

$$b_\mu^{(1)} = (F^2 k)_\mu k^2 - k_\mu (k F^2 k). \quad (3.13)$$

В частном случае скрещенного поля ($f = g = 0$), а также при $g = 0$, но $f \neq 0$, имеем

$$b_\mu^{(2)} = \tilde{F}_{\mu\nu} k^\nu, \quad b_\mu^{(3)} = F_{\mu\nu} k^\nu. \quad (3.14)$$

В однопетлевом приближении поляризационный оператор фотона в КЭД записывается в виде

$$\Pi_{\mu\nu}(x, y) = -ie^2 \text{tr} [\gamma^\mu S_c^{(e)}(x, y|F) \gamma^\nu S_c^{(e)}(y, x|F)], \quad (3.15)$$

где $S_c^{(e)}(x, x'|F)$ — причинная функция Грина электрона в заданном внешнем поле, которая выделяется из множества всех решений уравнения (2.6) согласно предписанию Фейнмана $m^2 \rightarrow m^2 - i\varepsilon$. Для перенормировки следует вычесть из (3.15) его значение при нулевом поле и добавить значение перенормированного поляризационного оператора без внешнего поля. Поляризационный оператор фотона, как мы увидим ниже, уже на массовой поверхности ($k^2 = 0$) содержит богатую физическую информацию. Рассмотрим амплитуду упругого рассеяния реального ($k^2 = 0$) фотона:

$$T_\alpha = \frac{1}{2\omega} e_\mu^{(\alpha)} P^{\mu\nu}(k|F) e_\nu^{(\alpha)}, \quad (3.16)$$

где $\omega = k_0 = |\mathbf{k}|$ — энергия фотона, $e_\mu^{(\alpha)}$ — 4-вектор поляризации ($\alpha = 1, 2$). Амплитуда (3.16) определяет радиационный сдвиг квадрата массы фотона [64, 46]

$$\Delta m_{\gamma 1,2}^2 = 2\omega \text{Re} T_{1,2} \quad (3.17)$$

и вероятность распада в единицу времени фотона на e^+e^- -пару в заданном внешнем поле [6]

$$\omega_{1,2} = 2 \text{Im} T_{1,2}. \quad (3.18)$$

Задача о распространении фотона (плазмона) в электрон-позитронной плазме во внешних полях решается в полной аналогии с задачей о распространении фотона в вакууме при наличии внешнего поля. Для решения задачи необходимо [63]:

1) вычислить в нужном порядке картины Фарри опережающий или запаздывающий поляризационный оператор электрон-позитронного газа,

2) провести диагонализацию найденного поляризационного оператора и найти его собственные функции и собственные значения. Собственные функции описывают независимые поляризационные свойства трех собственных плазменных мод, а собственные значения определяют закон дисперсии для каждой собственной моды. Напомним, что поляризационный оператор фотона во внешнем однородном и постоянном магнитном поле в однопетлевом приближении равен

$$P_{\mu\nu}(k_0, \mathbf{k}) = -ie^2 \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \text{Sp}[\gamma_\mu G(p) \gamma_\nu G(p+k)], \quad (3.19)$$

где $G(p)$ — определяемый формулой (2.30) пропагатор электрона.

3.2. Распространение фотона в электромагнитном поле

3.2.1. Дисперсия фотона в постоянном магнитном поле.

Здесь мы будем следовать работе [63], в которой приводится и исчерпывающая библиография по данному вопросу. Поляризации трех типов электромагнитных волн, которые могут распространяться в постоянном магнитном поле, определяются формулами (3.13), (3.14). Направления векторов напряженностей электрического и магнитного полей каждой собственной моды изображены на рисунке. В общем случае полностью поперечной является лишь мода 3. В модах 1 и 2 векторы \mathbf{E} , \mathbf{B} , \mathbf{k} лежат в одной плоскости, \mathbf{H} всегда перпендикулярен к ним, а в моде 1 $\mathbf{E}_1 \perp \mathbf{B}$. В моде 3 векторы \mathbf{H} , \mathbf{B} , \mathbf{k} лежат в одной плоскости, а \mathbf{E} перпендикулярен к этой плоскости. В случае параллельного распространения ($\mathbf{k} \uparrow \uparrow \mathbf{B}$) мода 2 является продольной электрической волной ($\mathbf{H}_2 = 0$, $\mathbf{E}_2 \uparrow \uparrow \mathbf{k}$) и вследствие изотропности поляризационного оператора (ПО) в плоскости, перпендикулярной к направлению внешнего поля \mathbf{B} , имеет место равенство $\kappa_1 = \kappa_3$. Если же $\mathbf{k} \perp \mathbf{B}$, то продольной электрической волной становится мода 1 ($\mathbf{H}_1 = 0$, $\mathbf{E}_1 \uparrow \uparrow \mathbf{k}$). Из общих свойств поляризационного оператора фотона в постоянном внешнем поле следует, что

его собственное значение $\kappa_1 = k^2$. Поэтому можно было ожидать, что мода 1 при $k^2 = 0$ описывает реальную электромагнитную волну. Однако при $k^2 = 0$ 4-вектор поляризации $b_\mu^{(1)} \propto k_\mu$, т.е. становится чисто продольным, и такая волна отсутствует. Безмассовые решения, соответствующие реальным фотонам, могут иметь уравнения дисперсии для мод 2 и 3. Аналитические свойства ПО и его собственных значений по комплексным переменным $z_1 = k_0^2 - k_3^2$ и $z_2 = k_\perp^2$ детально изучены. Они аналитичны по z_1 везде, кроме бесконечного числа точек ветвления

$$z_{nn'} = [(2eBn + m^2)^{1/2} + (2eBn' + m^2)^{1/2}]^2, \quad (3.20)$$

где n и n' принимают целые неотрицательные значения, m — масса электрона, и являются целой функцией z_2 . Спектральные представления для κ_j в однопетлевом приближении в виде сумм по n и n' и их сингулярное поведение типа $(z_1 - z_{nn'})^{1/2}$ было впервые отмечено в [65], а точка ветвления $z_1 = z_{nn'}$ физически соответствует порогу рождения фотоном электрон-позитронной пары с главными квантовыми числами n и n' в постоянном магнитном поле. Указанные сингулярности κ_j ($j = 1, 2, 3$) получили в литературе название циклотронных резонансов. Рассмотрим два физических эффекта, обусловленных существенным отклонением закона дисперсии от вакуумного $k^2 = 0$, которые были предсказаны Шабодом при анализе решений дисперсионных уравнений около резонансных порогов. Для этого достаточно исследовать, например, дисперсионное уравнение для моды 2 в окрестности первого резонанса ($n = n' = 0$)

$$z_1 - z_2 = 2\alpha e B m \exp\left(-\frac{z_2}{2eB}\right) (4m^2 - z_1)^{-1/2}. \quad (3.21)$$

Оно приводится к кубическому уравнению относительно $X = z_1/m^2$ и решается явно. Пусть $X_1 = X_1(z_2)$ — решение (3.21), которое описывает распространение электромагнитной волны без поглощения. Используя явный вид $X_1 = X_1(z_2)$, где z_2 действительно, можно убедиться в том, что вблизи порога поперечная к вектору \mathbf{B} компонента групповой скорости волны

$$\left(\frac{dk_0}{dk_\perp}\right)_{k_\perp=\text{const}} < 1 \quad (3.22)$$

и исчезает при $z = 4m^2 - i0$. Продольная компонента групповой скорости при этом равна

$$\left(\frac{dk_0}{dk_\parallel}\right)_{k_\perp=\text{const}} = \frac{k_\parallel}{(4m^2 + k_\parallel^2)^{1/2}}. \quad (3.23)$$

Таким образом, при $k_\parallel \neq 0$ групповая скорость волны вблизи циклотронного резонанса направлена вдоль внешнего магнитного поля. Это так называемый эффект каналирования фотона вдоль магнитного поля.

Другое явление, характерное для кристаллооптики с учетом пространственной дисперсии, заключается в том, что уравнения дисперсии вблизи порога рождения (см., например, формулу (3.21)) имеют бесконечное число решений, для которых $z_1 = k_0^2 - k_3^2$ действительно, а квадрат поперечного импульса z_2 определяется комплексным выражением. Такие решения получили название новых волн [66].

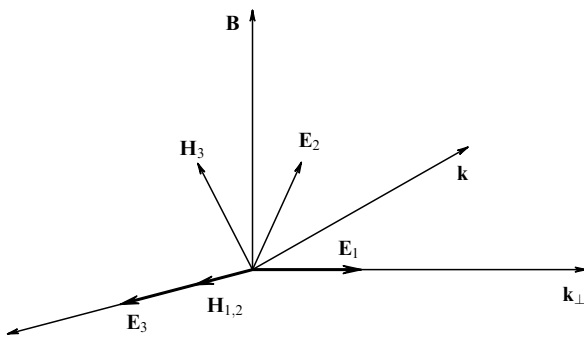


Рис. Направления электрических \mathbf{E} и магнитных \mathbf{H} векторов собственных мод в магнитном поле \mathbf{B} . Векторы \mathbf{B} , \mathbf{k} , \mathbf{k}_\perp , \mathbf{H}_3 , $\mathbf{E}_{1,2}$ лежат в плоскости чертежа, а векторы \mathbf{E}_3 , $\mathbf{H}_{1,2}$ ей ортогональны, $\mathbf{H}_3 \perp \mathbf{k}$.

Условия для возможного проявления эффекта отклонения фотона по направлению магнитного поля в магнитосфере пульсаров, а также в полупроводнике, помещенном в магнитное поле, исследованы в [67, 68]. Отметим, что поскольку ширина запрещенной зоны в полупроводнике (порядка 1 эВ) значительно меньше ширины энергетической щели между положительно- и отрицательно-частотными решениями уравнения Дирака в постоянном магнитном поле ($2mc^2 \approx 1$ МэВ), то эффект каналирования в полупроводнике может наблюдаться уже в значительно более слабых полях по сравнению с вакуумом.

Наконец, остановимся на двух результатах, касающихся решений дисперсионных уравнений в сверхсильном магнитном поле, когда выполнены условия [10, 63, 69]

$$B \gg B_0, \quad z_1 \frac{B_0}{B} \ll 1. \quad (3.24)$$

1. Для моды 3 уравнение дисперсии имеет решение $k^2 = 0$, отвечающее поперечной электромагнитной волне, распространяющейся со скоростью света в вакууме по любому направлению.

2. Для моды 2 вдали от порога, когда $z_1 \ll 4m^2$ и $z_2 \ll 2eB$, вблизи вакуумного закона дисперсии имеется решение, описывающее распространение волны с показателем преломления

$$n \cong 1 + \frac{\alpha}{6\pi} \frac{eB}{m^2} \sin \theta, \quad (3.25)$$

где θ — угол между \mathbf{k} и \mathbf{B} .

3.2.2. Фотон в поле плоской электромагнитной волны. В произвольном плосковолновом поле, а также в частном случае плоской электромагнитной волны, которое достаточно хорошо моделирует электромагнитное поле в реальных лазерных пучках, ПО фотона был исследован в работах [70, 71, 10]. Опуская детали вычислений, остановимся на качественном описании следующих двух эффектов: вращения плоскости поляризации (эффекта Фарадея) и явления двойного кругового лучепреломления (эффекта Керра). Для этого рассмотрим задачу о распространении линейно поляризованного фотона с 4-импульсом q в поле циркулярно поляризованной волны. Из модифицированных уравнений Максвелла (3.6) в физически интересном предельном случае

$$\lambda = \frac{\omega(q^0 - q^3)}{2m^2} \ll 1, \quad \xi = \frac{eE}{m\omega} \ll 1, \quad (3.26)$$

где E и ω — амплитуда напряженности и частота поля внешней волны, m — масса электрона, ξ — классический параметр интенсивности волны, следует, что вблизи вакуумного закона дисперсии ($q^2 = 0$) физический смысл имеют две собственные моды, описывающие состояния поперечно поляризованных фотонов с правой (+) или левой (−) круговой поляризацией, а соответствующие этим модам показатели преломления равны

$$n_{\pm}^2 = 1 + \frac{22}{45} \frac{\alpha}{\pi} \left(\frac{m}{q^0} \right)^2 \xi^2 \lambda^2 \left(1 \pm \frac{16\lambda}{77} \right). \quad (3.27)$$

При этом на пути длиной L плоскость поляризации линейно поляризованного фотона, распространяющегося в поле циркулярно поляризованной волны, повер-

нется на угол, равный

$$\varphi = \frac{1}{2} \omega L (n_+ - n_-) = \frac{176}{630} \frac{\alpha}{\pi} \xi^2 \lambda^3 \frac{\omega}{c} \left(\frac{mc^2}{\hbar\omega} \right)^2 L. \quad (3.28)$$

Заметим, что рассмотренный эффект является интегральным, т.е. угол поворота плоскости поляризации увеличивается пропорционально L и может оказаться существенным даже при условии $\xi \ll 1$, когда справедлива теория возмущений по интенсивности волны.

3.2.3. Поляризационный оператор и распространение фотона в постоянном скрещенном поле. В КЭД ПО и функция Грина фотона в постоянном внешнем поле были рассмотрены в работах [9, 60, 61, 64]. Здесь мы ограничимся рассмотрением дисперсионных уравнений для мод 3 и 2, которые имеют вид

$$k^2 + P_{1,2}(\lambda, \kappa) + P_3(\lambda, \kappa) = 0, \quad (3.29)$$

где $P_i(\lambda, \kappa)$ ($i = 1, 2, 3$) являются функциями квадрата 4-импульса k_μ фотона

$$\lambda = \frac{k^2}{m^2} \quad (3.30)$$

и динамической переменной

$$\kappa = \frac{1}{m^3} \sqrt{-(F_{\mu\nu} k^\nu)^2}. \quad (3.31)$$

Отметим, что в специальной системе отсчета, где фотон движется навстречу вектору Пойнтинга $\mathbf{E} \times \mathbf{H}$, моды 3 и 2 поперечно поляризованы по \mathbf{E} и $-\mathbf{H}$ соответственно. В однопетлевом приближении функции $P_i(\lambda, \kappa)$ определяются интегралами

$$\begin{aligned} P_{1,2} &= -\frac{2\alpha m^2}{3\pi} \int_4^\infty dv \frac{2v+1 \mp 3}{v\sqrt{v(v-4)}} \left(\frac{\kappa}{v} \right)^{2/3} f'(z), \\ P_3 &= \frac{4\alpha m^2 \lambda}{\pi} \int_4^\infty \frac{dv}{v^2 \sqrt{v(v-4)}} \left[f_1(z) - \ln \left(1 - \frac{\lambda}{v} \right) \right], \\ z &= \left(\frac{v}{\kappa} \right)^{2/3} \left(1 - \frac{\lambda}{v} \right), \end{aligned} \quad (3.32)$$

где $f'(z)$ — производная функции Эйри – Харди [64, 9]

$$f(z) = \Upsilon(z) + i\sqrt{\pi} \Phi(z) = i \int_0^\infty dt \exp \left[-i \left(zt + \frac{t^3}{3} \right) \right], \quad (3.33)$$

а функция

$$f_1(z) = \int_z^\infty dx \left[f(x) - \frac{1}{x} \right]. \quad (3.34)$$

Вблизи вакуумного закона дисперсии из формул (3.29), (3.32) – (3.34) следует

$$\begin{aligned} k^2 &= k_0^2 - \mathbf{k}^2 = k_0^2(1 - n_{3,2}^2) = \mu_{3,2}^2 = \\ &= \frac{2\alpha m^2}{3\pi} \int_4^\infty dv \frac{2v+1 \mp 3}{v\sqrt{v(v-4)}} \left(\frac{\kappa}{v} \right)^{2/3} f'(z), \end{aligned} \quad (3.35)$$

где $\mu_{3,2}^2$ — комплексный квадрат массы фотона для мод 3 и 2 и введен показатель преломления среды $n_{3,2}$. Таким образом, благодаря тому, что во внешнем поле оказы-

вается возможным процесс рождения фотоном электрон-позитронной пары, внешнее поле для распространяющегося в нем фотона играет роль анизотропной среды с дисперсией и поглощением. Вероятность поглощения i -й собственной моды определяется в общем случае из уравнения дисперсии

$$\Gamma_i = \text{Im } k_0 = \frac{1}{2 \text{Re } k_0} \text{Im } \mu_i^2, \quad (3.36)$$

где комплексная частота нормальной волны есть решение уравнения дисперсии при фиксированном вещественном \mathbf{k} . Следует подчеркнуть, что только вблизи вакуумного закона дисперсии ($k^2 = 0$) формула (3.36) переходит в упомянутую выше оптическую теорему, в которой в качестве 4-векторов поляризации следует взять собственные векторы $b_\mu^{(3)}$ и $b_\mu^{(2)}$ поляризационного оператора, и имеет место соотношение

$$\Gamma_i = \frac{w_i}{2} = \text{Im } T_i, \quad i = 3, 2, \quad (3.37)$$

где w_i — вероятность распада в единицу времени фотона на e^+e^- -пару, а T_i — соответствующая амплитуда упругого рассеяния фотона. В предельных случаях больших и малых значений динамического параметра κ из формулы (3.35) следует [64, 9]

$$\mu_{3,2}^2 = \alpha m^2 \begin{cases} -\frac{11 \mp 3}{90\pi} \kappa^2 - i \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{3 \mp 1}{16} \kappa \exp\left(-\frac{8}{3\kappa}\right), & \kappa \ll 1, \\ \frac{5 \mp 1}{28\pi^2} \sqrt{3} \Gamma^4 \left(\frac{2}{3}\right) (1 - i\sqrt{3})(3\kappa)^{2/3}, & \kappa \gg 1. \end{cases} \quad (3.38)$$

Отметим, что реальная часть μ^2 отрицательна при малых κ , а с ростом κ меняет знак при $\kappa \approx 15$ и растет при $\kappa \gg 1$ пропорционально κ . В рамках единой теории электрослабых взаимодействий ВСГ следует учитывать также W -бозонный вклад в ПО фотона. В постоянном магнитном поле впервые это было сделано в работах [72, 73], а поведение W -бозонного вклада в ПО фотона в сверхсильном магнитном поле $H \rightarrow H_0^W = M_W^2/e \approx 10^{24}$ Гс (M_W — масса W -бозона) исследовалось в работе [74]. В случае относительно слабых полей и больших поперечных импульсов фотона:

$$H \ll H_0^W, \quad k_\perp \gg M_W, \quad (3.39)$$

однопетлевой W -бозонный вклад в асимптотику сдвига реальной части квадрата массы фотона определяется выражением [73]

$$\text{Re } \mu_{3,2}^2 = \frac{\alpha}{\pi} M_W^2 \begin{cases} \frac{42 \pm 1}{30} \kappa^2, & \kappa \ll 1, \\ 2\kappa, & \kappa \gg 1, \end{cases} \quad (3.40)$$

а вероятность распада фотона в единицу времени на W^+W^- -пару имеет асимптотики

$$w_{3,2} = \frac{\alpha M_W^2}{k_0} \begin{cases} \frac{35 \pm 2}{32} \left(\frac{3}{2}\right)^{1/2} \kappa \exp\left(-\frac{8}{3\kappa}\right), & \kappa \ll 1, \\ 2\sqrt{3}\kappa, & \kappa \gg 1, \end{cases} \quad (3.41)$$

где введен инвариантный параметр

$$\kappa = \frac{e}{M_W^3} \sqrt{-(F_{\mu\nu} k^\nu)^2} = \frac{k_\perp}{M_W} \frac{H}{H_0^W}. \quad (3.42)$$

Сравнение результатов (3.40), (3.41) с аналогичными результатами для вклада спинорных (3.38) и скалярных [9] частиц в амплитуду упругого рассеяния фотона показывает, что

- 1) вклад увеличивается с ростом спина частиц;
- 2) характер зависимости амплитуды T от параметра κ при $\kappa \ll 1$ совпадает во всех случаях ($T \sim \kappa^2$);
- 3) при $\kappa \gg 1$ положение существенно меняется: для скаляров и электронов $T \sim \kappa^{2/3}$, а для W -бозонов $T \sim \kappa$.

Таким образом, при $\kappa \gg 1$ вклад W -бозонов T_W в амплитуду упругого рассеяния фотона существенно превышает электронный вклад T_e , и фотон в магнитном поле при сверхвысоких энергиях с подавляющей вероятностью будет распадаться на W^+W^- -пару. Заметим, что мощность синхротронного излучения векторной частицы в квазиклассической области при $\kappa \gg 1$, где κ — параметр, определяемый формулой (2.11), также растет быстрее ($\propto \kappa^{4/3}$) [75] с увеличением κ , чем мощность излучения скаляров и электронов, которая пропорциональна $\kappa^{2/3}$.

3.2.4. Поляризационный оператор и распространение фотона в электромагнитном поле редмондовской конфигурации. Конфигурацией Редмонда (КР) называют суперпозицию постоянного магнитного поля и поля плоской электромагнитной волны, распространяющейся вдоль направления магнитного поля. Потенциал такого поля для случая циркулярной поляризации волны, распространяющейся по оси Z , можно выбрать в виде

$$\begin{aligned} A^\mu(x) &= A_1^\mu(H) + A_2^\mu(\varphi), \quad \varphi = kx = \omega(t - z), \\ A_1^\mu &= (0, 0, xH, 0), \quad A_2^\mu = \frac{m}{e} \xi(0, -\sin \varphi, g \cos \varphi, 0), \end{aligned} \quad (3.43)$$

где $\xi = eE/m\omega$ — введенный выше параметр интенсивности волны, $g = +1$ ($g = -1$) для правой (левой) круговой поляризации волны. Явный вид ПО в поле КР и решения соответствующих модифицированных уравнений Максвелла получены в [70] (см. также [10]). Заметим, что в переменном электромагнитном поле КР поляризационный оператор $P_{\mu\nu}(p, q|F)$ содержит, как и в поле плоской электромагнитной волны, недиагональные по импульсам фотона слагаемые вне массовой поверхности, что является радикальным отличием от случая постоянного внешнего поля.

Остановимся подробнее на анализе однопетлевой амплитуды упругого рассеяния циркулярно поляризованного фотона, движущегося навстречу направлению распространения волны (при движении по направлению распространения волны фотон не взаимодействует с внешним полем). При этом мы ограничимся, в основном, качественным обоснованием некоторых тонких физических эффектов, имеющих место именно в поле (3.43).

Напомним, что решения уравнения Дирака в поле (3.43) удовлетворяют условиям временной и пространственной по z периодичности [21, 76, 77, 9]:

$$\begin{aligned} \psi(t + T) &= \exp(-iq_0 T) \psi(t), \\ \psi(z + \lambda) &= \exp(-iq_z \lambda) \psi(z), \end{aligned} \quad (3.44)$$

где $T = 2\pi/\omega$ — период колебаний, λ — длина волны. Поэтому для частицы в поле КР можно ввести (по

аналогии со случаем движения электрона в периодическом в пространстве поле кристаллической решетки) квазиэнергию q_0 и третью компоненту квазиимпульса q_z :

$$q_0 = p_0 + \xi^2 m \omega (2\Delta)^{-1}, \quad q_z = p_z + \xi^2 m \omega (2\Delta)^{-1},$$

$$\Delta = \alpha \omega - g \omega_H, \quad \alpha = \frac{q_0 - q_z}{m} = \frac{p_0 - p_z}{m}, \quad \omega_H = \frac{eH}{m}, \quad (3.45)$$

где p_0 и p_z — энергия и z -компонента импульса электрона в постоянном магнитном поле. Квазиэнергия q_0 определена с точностью до модуля ω (см. (3.44)) и в поле КР может играть ту же роль, что и обычная энергия в стационарной задаче. Для парциального процесса образования пары внешним фотоном с 4-импульсом $\kappa^\mu = (\kappa^0, 0, 0, -\kappa^0)$ имеют место законы сохранения квазиэнергии и квазиимпульса:

$$\kappa^0 + l\omega - q_0^- - q_0^+ = 0, \quad -\kappa^0 + l\omega - q_z^- - q_z^+ = 0. \quad (3.46)$$

В силу сохранения проекции полного момента системы на направление магнитного поля справедливо также соотношение

$$n - n' - gl + \sigma = 0, \quad (3.47)$$

где $\sigma = \pm 1$ в случае правой и левой круговой поляризации внешнего фотона, а n и n' — главные квантовые числа электрона и позитрона в постоянном магнитном поле. Отсюда следует жесткая связь между n , n' , g и σ , которая, кстати, не имеет места в волне линейной поляризации или при другом направлении распространения внешнего фотона. Отметим, например, что рождение пары с $n = n' = 0$ при $\sigma g = -1$, как это следует из (3.47), может происходить лишь при условии, что квант волны излучается ($l = -1$). В то же время при $\sigma g = +1$ процесс может иметь место при $l = +1$, т.е. в результате поглощения кванта внешней волны. Отмеченная чувствительность процесса рождения пар в поле (3.43) к направлениям поляризации волны и внешнего фотона проявляется, конечно, и при исследовании вопроса о порогах образования пар на фиксированных уровнях Ландау n и n' , т.е. об особенностях амплитуды упругого рассеяния фотона, которая зависит также от параметров

$$\mu = \frac{H}{H_0}, \quad \eta = \frac{k\kappa}{eH} = \frac{2\omega\kappa^0}{eH}, \quad \xi = \frac{eE}{m\omega}. \quad (3.48)$$

Действительно, из законов сохранения (3.46), (3.47) следует, что процесс рождения пары с фиксированными n и n' может иметь место лишь при тех значениях параметров (3.48), для которых справедливо равенство

$$\frac{\xi^2 \eta^2 \beta_+ \beta_-}{(1 - g\beta_+ \eta)(1 + g\beta_- \eta)} = (1 + 2n\mu)\beta_- + (1 + 2n'\mu)\beta_+ - 2g\mu\eta\beta_+ \beta_- (n - n' + \sigma), \quad (3.49)$$

где β_\pm связаны с переменной $\beta \in [-1, 1]$ соотношением

$$\beta_\pm = \frac{\alpha_\mp}{\alpha_+ + \alpha_-} = \frac{1}{2}(1 \pm \beta). \quad (3.50)$$

Из (3.49) и результатов строгого расчета вероятности процесса, в частности, приходим к следующим выводам.

1. В слабом магнитном поле ($H \ll H_0$) при $\eta \gg 1$ условие протекания процесса имеет вид

$$\lambda g(n - n' + \sigma) \geq 4(1 + \xi^2),$$

$$\lambda = 2\mu\eta = \frac{4\omega\kappa^0}{m^2}. \quad (3.51)$$

Заметим, что условие открытия парциального канала процесса рождения пары фотоном в поле плоской электромагнитной волны [21, 9] имеет аналогичный (3.51) вид:

$$\lambda l \geq 4(1 + \xi^2), \quad (3.52)$$

где l — число поглощенных квантов волны. Что же касается вероятности процесса, то при $\sigma g = +1$ ($\sigma g = -1$) имеет место ее увеличение (уменьшение) относительно значения для случая, когда внешний фотон линейно поляризован.

2. В предельном случае $\eta \ll 1$ условие рождения пар определяется неравенством

$$\lambda \geq \frac{2\mu}{\xi} \left\{ \left[\left(\frac{\mu g(n - n' + \sigma)}{\xi} \right)^2 + [(1 + 2\mu n)^{1/2} + (1 + 2\mu n')^{1/2}]^2 \right]^{1/2} - \frac{\mu g(n - n' + \sigma)}{\xi} \right\}. \quad (3.53)$$

Отсюда видно, что рождение пар может происходить при очень слабом ограничении на энергию внешнего фотона, которая может быть при этом и значительно ниже порога соответствующей реакции в чисто магнитном поле. Наименьшее возможное значение параметра λ достигается при $n = n' = 0$:

$$\lambda \geq \frac{2\mu}{\xi} \left[\left(\frac{\mu^2}{\xi^2} + 4 \right)^{1/2} - \frac{\mu(\sigma g)}{\xi} \right]. \quad (3.54)$$

Из (3.54) вытекает также, что существует такая область значений энергии фотона, когда внешний фотон поглощается в результате образования пар ($\sigma g = 1$), в то время как для других фотонов ($\sigma g = -1$) рассматриваемая среда является прозрачной.

3. В физически интересном случае сильного магнитного поля ($H \gg H_0$), когда выполнены условия

$$\eta \ll 1, \quad \frac{\xi^2 \eta^2}{\mu} < 1, \quad (3.55)$$

электрон и позитрон пары могут рождаться только в основном состоянии ($n = n' = 0$) с вероятностью

$$W_\pm = \frac{4\alpha\omega\xi^2\eta}{(\xi^2\eta^2 \pm \lambda)^{3/2}(\xi^2\lambda^2 \pm \lambda - 4)^{1/2}} \exp\left(-\frac{\xi^2\eta^2}{2\mu}\right). \quad (3.56)$$

Обратим внимание на пороговую особенность в (3.56), которая характерна для процессов в магнитном поле и возникает при условии, что продольные импульсы образовавшихся частиц равны нулю.

Наконец, остановимся еще на одной, характерной для процессов в переменном поле особенности, связанной с реальной частью квадрата массы фотона. Ограничимся случаем слабой ($\xi^2 \ll 1$) плоской электромагнитной

волны, когда после усреднения по поляризациям фотона для квадрата массы имеет место асимптотика [78, 10]:

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} \mu^2 &= -\xi^2 \frac{am^2}{2\pi} (\ln^2 \lambda - 2 \ln \lambda - \pi^2 + 6), \\ \lambda &= \frac{2k\kappa}{m^2} \gg 1. \end{aligned} \quad (3.57)$$

Если в постоянном внешнем поле при больших значениях динамического параметра κ наблюдается степенной ($\kappa^{2/3}$) рост как действительной, так и мнимой частей μ^2 , то в переменном поле действительная часть квадрата массы фотона является, во-первых, определяющей и, во-вторых, растет пропорционально квадрату логарифма λ при высоких энергиях, что характерно и для радиационных поправок в вакууме [79].

3.2.5. Распространение фотона в электрон-позитронной среде при конечной температуре во внешнем электромагнитном поле. Как уже отмечалось, исследование вопросов, связанных с распространением и поглощением электромагнитных волн в электрон-позитронной плазме, проводится на основании изучения ПО при конечной температуре и ненулевом химическом потенциале. Для огромного числа фундаментальных работ по указанной тематике (см., например, [80, 81]) характерно то, что влияние внешнего поля на распространение фотона в плазме учитывается по теории возмущений. В то же время, как, например, подчеркивается Гинзбургом в работе [81], значительный интерес с точки зрения конкретных физических приложений представляет исследование релятивистской электрон-позитронной плазмы в интенсивном электромагнитном поле, когда теория возмущений по внешнему полю оказывается неприменимой. Расчет конкретных физических эффектов даже в случае равновесной бесстолкновительной плазмы в присутствии сильного внешнего магнитного поля оказывается нетривиальной задачей и фактически был начат в недавних работах Шабада и некоторых других авторов [63, 82, 83], работам которых мы и будем следовать ниже. В работе [63] установлена релятивистски-ковариантная структура ПО фотона при конечной температуре и ненулевом химическом потенциале в постоянном магнитном поле \mathbf{B} . Следует подчеркнуть, что сделано это без конкретного обращения к однопетлевому приближению, т.е. для точного ПО в произвольной системе отсчета, в которой плазма, как целое, покоится или движется вдоль направления магнитного поля. Из проведенного в [63] анализа свойств собственных плазменных мод, не зависящих от приближения, следует, что в общем случае распространения под произвольным углом к внешнему полю все три собственных моды эллиптически поляризованы, причем одна из полуосей эллипса поляризации лежит в плоскости (\mathbf{H}, \mathbf{B}) , а другая перпендикулярна этой плоскости. Что касается аналитических свойств собственных значений κ_j ($j = 1, 2, 3$) ПО в плоскости комплексного $z_1 = k_0^2 - k_3^2$ при фиксированных вещественных k_3 и $z_2 = k_\perp^2$, то они при фиксированной паре главных квантовых чисел n и n' являются аналитическими функциями на всей комплексной плоскости z_1 , за исключением вещественной оси, где κ_j аналитичны в области

$$z_1'' < z_1 < z_1', \quad (3.58)$$

а также при $-\infty < z_1 < -k_3^2$, когда k_0 принимает мнимые значения. Точки z_1' и z_1'' определяются соотношениями

$$\begin{aligned} z_1' &= [(2eBn + m^2)^{1/2} + (2eBn' + m^2)^{1/2}]^2, \\ z_1'' &= [(2eBn + m^2)^{1/2} - (2eBn' + m^2)^{1/2}]^2 \end{aligned} \quad (3.59)$$

и имеют следующий физический смысл.

Точка z_1' — это уже упоминавшаяся выше точка ветвления, совпадающая с порогом рождения фотоном электрон-позитронной пары с главными квантовыми числами n и n' в постоянном магнитном поле. Для интерпретации второй точки ветвления z_1'' заметим, что в результате поглощения внешнего фотона электрон (или позитрон) плазмы может перейти в другое квантовое состояние. При этом имеют место законы сохранения энергии и проекции импульса на направление магнитного поля:

$$k_0 + E_n = E_{n'}, \quad k_z + p_z = p_z', \quad (3.60)$$

где штрихованные величины относятся к конечному состоянию. Из (3.60) можно найти значения импульса электрона p_z , при которых фотон с энергией k_0 может вызвать переходы $n \rightarrow n'$, а то значение z_1 , при котором мнимая часть p_z впервые обращается в нуль, и есть точка ветвления z_1'' .

Таким образом, поглощение фотона в бесстолкновительной плазме происходит за счет двух различных механизмов: на правом разрезе $-k_3^2 < z_1 < z_1'$, $z > z_1$, благодаря процессу рождения фотоном e^+e^- -пары на фиксированных уровнях n и n' , а на левом разрезе $-k_3^2 < z_1 < z_1''$ путем поглощения фотона электроном (позитроном) плазмы. В последнем случае при $n \neq n'$ мы имеем дело с обратным магнитотормозным излучением, а при $n = n'$, когда $z_1'' = 0$, поглощение фотона происходит за счет процесса, обратного квантовому излучению Черенкова. Останавливаться подробно на решениях дисперсионных уравнений около порогов магнитотормозного поглощения и порога для рождения пары мы здесь не будем и отсылаем читателя к [63]. Приведем только один результат, подчеркивающий существенно динамический характер процесса распространения фотона в электрон-позитронной плазме в присутствии внешнего магнитного поля и соответствующий решению вблизи первого порога магнитотормозного поглощения ($n = 0$, $n' = 1$ или $n = 1$, $n' = 0$) уравнения дисперсии для моды 2 при $k_\perp^2 = 0$, когда она представляет собой продольно поляризованную волну.

Ограничимся случаем нулевой температуры и областью значений внешнего поля

$$2eB > \mu^2 - m^2. \quad (3.61)$$

При этом электроны заполняют только основной уровень Ландау. Тогда плазменные частоты при $k_3 = 0$ находятся из уравнения [63]

$$\begin{aligned} \omega_p^2 &= \frac{8\pi eBm^2}{\pi} \frac{1}{\omega_p \sqrt{4m^2 - \omega_p^2}} \times \\ &\times \left\{ \arctan \left[\frac{4m^2 - \omega^2}{\omega^2} \left(1 + \frac{eBm}{\pi^2 n} \right) \right]^{1/2} - \frac{\pi}{2} \right\}, \end{aligned} \quad (3.62)$$

куда явно входит магнитное поле B , а $\omega_p^2 = 4\pi an/2m$ — обычная ленгмюровская частота (n — концентрация электронов).

Заметим, что лишь при условии

$$n \ll \frac{eBm}{\pi^2} \quad (3.63)$$

уравнение (3.62) переходит в известное соотношение $\omega^2 = \omega_p^2$.

В работе [82] развит метод приближенного вычисления собственных значений ПО в случае относительно слабого магнитного поля $B \ll B_0$. ПО представляется в виде суммы двух матриц:

$$P_{\mu\nu}(k) = P_{\mu\nu}(k) + \tilde{P}_{\mu\nu}(k), \quad (3.64)$$

где $P_{\mu\nu}(k)$ — диагональная матрица, элементы которой совпадают с диагональными элементами $P_{\mu\nu}(k)$, а матрица $\tilde{P}_{\mu\nu}(k)$ строится из недиагональных элементов $P_{\mu\nu}(k)$. Матричные элементы $\tilde{P}_{\mu\nu}(k)$ имеют более высокий порядок малости по параметру B/B_0 по отношению к $P_{\mu\nu}(k)$ и содержат множителями компоненты импульса фотона k_μ . При условии, что $B \ll B_0$ и (или) $|k_\mu| \rightarrow 0$, собственные значения κ_j матрицы $P_{\mu\nu}(k)$ могут быть представлены в виде сходящегося ряда

$$\kappa_j = \kappa_j^{(0)} + \varepsilon \kappa_j^{(1)} + \varepsilon^2 \kappa_j^{(2)} + \dots, \quad (3.65)$$

где $\kappa_j^{(0)}$ — собственные значения $P_{\mu\nu}(k)$, т.е. диагональные элементы $P_{\mu\nu}(k)$, $\kappa_j^{(n)}$ — поправки, определяемые структурой $\tilde{P}_{\mu\nu}(k)$, а параметр ε является степенной функцией, зависящей от B/B_0 и $|k_\mu|/m$. Таким способом в [82] исследовано поведение ПО в предельных случаях высоких и низких температур. В предельном случае сверхсильного магнитного поля, когда

$$eB \gg T^2, m^2, k^2, \quad (3.66)$$

температурная поправка к ПО фотона и его асимптотики в пределе высоких и низких температур исследованы в работе [83]. Обратим внимание на существенно различное поведение такой важной характеристики плазмы, как дебаевский радиус экранирования заряда r_D :

$$r_D^{-2} = - \lim_{|\mathbf{k}| \rightarrow 0} P_{00}(\omega, \mathbf{k}), \quad (3.67)$$

в предельном случае высоких температур в зависимости от напряженности поля [83]:

$$r_D^{-2} = \begin{cases} \frac{2\alpha}{\pi}(eB), & eB \gg T^2 \gg m^2, \\ \frac{e^2 T^2}{3} \left[1 - \frac{3}{2\pi^2} \left(\frac{m}{T} \right)^2 + \frac{7}{8} \frac{\zeta(3)}{\pi^3} \left(\frac{B}{B_0} \right)^2 \left(\frac{m}{T} \right)^4 + \dots \right], & eB \ll m^2, \quad T \gg m. \end{cases} \quad (3.68)$$

Результат (3.67) может быть получен из тождеств Уорда. Учет дальнейших соотношений приводит к уточненному выражению для r_D^{-2} [83]:

$$r_D^{-2} = - \lim_{\substack{\mathbf{k}^2 \rightarrow 0 \\ k_0^2 \rightarrow 0}} \left\{ P_{00}(k_0^2, \mathbf{k}^2) \left[1 + \frac{\partial^2}{\partial \mathbf{k}^2} P_{00}(k_0^2, \mathbf{k}^2) \right]^{-1} \right\}. \quad (3.69)$$

4. Радиационные эффекты и распространение фермионов в Стандартной модели

4.1. Массовый оператор и распространение фермионов в Стандартной модели

Как известно из КЭД, учет высших порядков теории возмущений по взаимодействию с квантованным полем излучения приводит, например, к перенормировке массы и появлению у электрона дополнительного магнитного момента, который называется аномальным магнитным моментом (АММ). Поправка порядка α к собственному магнитному моменту электрона, который следует из уравнения Дирака и называется магнетомом Бора, была вычислена Швингером еще в 1948 г. Она оказалась в прекрасном соответствии с высказанным Брейтом для объяснения экспериментов Нейфа, Нельсона и Раби предположением о том, что истинный магнитный момент электрона имеет отклонение от магнетона Бора μ_B [84]:

$$\mu_e = -\mu_B \left(1 + \frac{\alpha}{2\pi} \right), \quad \mu_B = \frac{e_0 \hbar}{2mc}. \quad (4.1)$$

Присутствие внешнего электромагнитного поля изменяет взаимодействие электрона с полем излучения и тем самым приводит к радиационному сдвигу массы и меняет АММ электрона. В работах [85–87, 64] был предсказан и исследован интересный физический эффект — АММ электрона в постоянном магнитном поле имеет динамическую природу, т.е. зависит от напряженности поля и энергии электрона, и при достаточно сильных магнитных полях и высоких энергиях может существенно отличаться от швингеровского значения. Изучению динамической природы сдвига массы как заряженных, так и нейтральных частиц в различных конфигурациях интенсивных внешних полей посвящено огромное число работ, и их поток продолжает расти [88–92]. Движение электрона (заряженного лептона) во внешнем электромагнитном поле описывается уравнением Дирака–Швингера, учитывающим радиационные поправки [2, 3, 9]:

$$(\hat{p} - e\hat{A} - m)\psi(x) = \int \Sigma(x, x')\psi(x') d^4 x', \quad (4.2)$$

где $\Sigma(x, x')$ — массовый оператор электрона. В работах [93, 9] был найден полный набор операторов, коммутирующих с точным по внешнему и радиационному полям массовым оператором электрона в произвольном постоянном электромагнитном поле, и предложен эффективный метод расчета радиационных эффектов, основанный на использовании собственных функций массового оператора и диагонализации последнего (метод собственных функций в КЭД постоянного поля). Отметим, что при наличии в заданной конфигурации внешнего поля части, зависящей от времени, например поля плоской электромагнитной волны, вне массовой поверхности возможны процессы с поглощением и излучением любого числа квантов волны, и массовый оператор в таком поле недиагонален в импульсном пространстве.

Массовый оператор электрона в постоянном электромагнитном поле [9] имеет существенную особенность и

ветвление в нуле по динамической переменной x , пропорциональной полю и заряду, а ветвление приводит к двум областям аналитичности, в которых массовый оператор оказывается запаздывающим и опережающим.

Во втором порядке по полю излучения массовый оператор электрона в КЭД определяется выражением [9]

$$\Sigma^{(\gamma)}(x, x') = -ie^2 \gamma^\mu S_c^{(e)}(x, x') \gamma^\nu D_{\mu\nu}^{(\gamma)}(x, x'), \quad (4.3)$$

где $S_c^{(e)}(x, x')$ — причинная функция Грина электрона во внешнем поле, а $D_{\mu\nu}^{(\gamma)}$ — функция распространения фотона, для которой в низшем порядке по α следует взять пропагатор фотона в отсутствие внешнего поля.

В стандартной модели ВСГ электрослабых взаимодействий вклад в однопетлевой массовый оператор электрона (заряженного лептона) наряду с виртуальным процессом $e \rightarrow e + \gamma \rightarrow e$ дают и процессы с участием заряженных W -бозонов, а также нейтрального Z -бозона и хиггсовского бозона H , т.е. процессы $e \rightarrow W + \nu \rightarrow e$, $e \rightarrow e + Z \rightarrow e$, $e \rightarrow e + H \rightarrow e$. В результате массовый оператор электрона в электрослабой модели в унитарной калибровке во втором порядке по константам взаимодействия представляется в виде [92, 94–96]

$$\Sigma(x, x') = \Sigma^{(\gamma)}(x, x') + \Sigma^{(Z)}(x, x') + \Sigma^{(W)}(x, x') + \Sigma^{(H)}(x, x'), \quad (4.4)$$

где электродинамический (фотонный) вклад $\Sigma^{(\gamma)}(x, x')$ определяется формулой (4.3), а вклады нейтрального слабого тока (Z -бозонный вклад), заряженных слабых токов (W -бозонный вклад) и вклад пока еще экспериментально не обнаруженного хиггсовского бозона соответственно равны:

$$\Sigma^{(Z)}(x, x') = -iG_Z^2 \gamma^\mu (1 + \beta \gamma^5) S_c^{(e)}(x, x') \times \gamma^\nu (1 + \beta \gamma^5) D_{\mu\nu}^{(Z)}(x, x'), \quad (4.5)$$

$$\Sigma^{(W)}(x, x') = -iG_W^2 \gamma^\mu (1 + \gamma^5) S_c^{(v)}(x, x') \times \gamma^\nu (1 + \gamma^5) D_{\mu\nu}^{(W)}(x, x'), \quad (4.6)$$

$$\Sigma^{(H)}(x, x') = -iG_H^2 S_c^{(e)}(x, x') D^{(H)}(x, x'). \quad (4.7)$$

Здесь приняты следующие обозначения:

$$\beta = \frac{g^2 + g'^2}{g^2 - 3g'^2}, \quad G_Z = \frac{g^2 - 3g'^2}{4(g^2 + g'^2)^{1/2}}, \quad (4.8)$$

$$G_W = \frac{g}{2\sqrt{2}}, \quad G_H = \frac{g}{2} \frac{m_e}{M_W}.$$

В формулах (4.5)–(4.8) $S_c^{(e)}(x, x')$ и $D_{\mu\nu}^{(W)}(x, x')$ — пропагаторы электрона и W -бозона во внешнем поле; $S_c^{(v)}$, $D_{\mu\nu}^{(Z)}$ и $D^{(H)}(x, x')$ — пропагаторы соответственно нейтрино, Z -бозона и хиггсовского бозона, а g и g' — калибровочные константы связи теории ВСГ.

Наиболее прямой метод расчета радиационного сдвига массы электрона состоит в вычислении амплитуды упругого рассеяния электрона $T(p, q, A)$ во внешнем поле:

$$T(p, q, A) = \int \bar{\psi}_q(x) \Sigma(x, x') \psi_p(x') d^4x d^4x' = (2\pi)^4 VT \delta(p - q) T(q, A), \quad (4.9)$$

где $\psi_q(x)$ — решение уравнения Дирака для электрона во внешнем поле в состоянии с квантовыми числами q .

Амплитуду $T(q, A)$ следует перенормировать по общему правилу [9]:

$$T_R(q, A) = T(q, A) - T(q, 0) + T_R(q, 0), \quad (4.10)$$

где $T_R(q, A)$ — перенормированная амплитуда, $T(q, 0)$ — значение $T(q, A)$ в отсутствие поля, а $T_R(q, 0)$ — ее перенормированное значение.

Реальная часть амплитуды (4.10) упругого рассеяния связана с изменением массы электрона Δm формулой

$$\text{Re } T_R(q, A) = \frac{m}{p_0} \text{Re } \Delta m, \quad (4.11)$$

а ее мнимая часть согласно оптической теореме пропорциональна полной вероятности радиационного перехода электрона из состояния с квантовыми числами q в заданном внешнем поле:

$$-\text{Im } T_R(q, A) = \frac{w_q}{2}. \quad (4.12)$$

С другим способом вычисления величины Δm , основанным на использовании метода дисперсионных соотношений, можно ознакомиться в работах [64, 97]. Отметим только, что условием применимости этого метода при наличии интенсивного внешнего поля является аналитичность $T_R(q, A)$ в верхней полуплоскости комплексной переменной x и ее обращение в нуль при $x = 0$ по крайней мере линейно.

Уравнение Дирака – Швингера, описывающее радиационные поправки к движению массивного нейтрино во внешнем поле, имеет аналогичный (4.2) вид:

$$(\hat{p} - m_\nu) \psi_\nu(x) = \int d^4x' \Sigma(x, x') \psi_\nu(x'). \quad (4.13)$$

В однопетлевом приближении массовый оператор $\Sigma(x, x')$ определяет радиационную поправку к энергии нейтрино в виде

$$\Delta E = \frac{1}{T} \int d^4x d^4x' \bar{v}(x) \Sigma(x, x') v(x'), \quad (4.14)$$

где T — "время взаимодействия" ($T \rightarrow \infty$), а биспинор нейтрино $v(x)$ берется в нулевом приближении. Явное выражение для $\Sigma(x, x')$ во внешнем поле в однопетлевом приближении следует из лагранжиана взаимодействия нейтрино с заряженными частицами [98, 11]:

$$\Sigma(x, x') = \Sigma_W(x, x') + \Sigma_\varphi(x, x'), \quad (4.15)$$

где

$$\Sigma_W(x, x') = -\frac{ig^2}{2} \frac{1 - \gamma^5}{2} \gamma^\mu S_c^{(e)}(x, x') \gamma^\nu \frac{1 + \gamma^5}{2} D_{\mu\nu}^{(W)}(x, x') \quad (4.16)$$

— вклад W -бозона, а вклад $\Sigma_\varphi(x, x')$ заряженного скаляра пренебрежимо мал ($\propto (m_e/m_W)^2$) по сравнению с W -бозонным вкладом, и мы не приводим его здесь (подробнее см. [98, 11]).

В отличие от ΔE радиационная поправка к массе частицы

$$\Delta m = \frac{p^0}{m} \Delta E \quad (4.17)$$

является лоренцевым инвариантом, причем, как и выше, необходимо провести стандартную перенормировку массы нейтрино путем вычитания из перенормированной величины Δm_ν ее значения в нулевом поле.

Отметим, что поскольку майорановское нейтрино (МН) тождественно своей античастице, то основной вклад в массовый оператор МН, в отличие от случая дираковского нейтрино (ДН), дает не только виртуальный процесс $\nu \rightarrow e^- W^+ \rightarrow \nu$, но и зарядово-сопряженный к предыдущему процесс $\nu \rightarrow e^+ W^- \rightarrow \nu$.

АММ лептона и индуцированный внешним полем его аномальный электрический момент (АЭМ) определяются теми слагаемыми в радиационном сдвиге массы, которые пропорциональны $(s_\mu \tilde{F}^{\mu\nu} p_\nu)$ и $(s_\mu F^{\mu\nu} p_\nu)$ соответственно [97]:

$$\text{Re } \Delta m_H = \frac{\mu(s^\mu \tilde{F}_{\mu\nu} p^\nu)}{m}, \quad (4.18)$$

$$\text{Re } \Delta m_E = \frac{d(s^\mu F_{\mu\nu} p^\nu)}{m}, \quad (4.19)$$

где s^μ — 4-вектор поляризации частицы.

Следует подчеркнуть, что АЭМ индуцируется внешним полем, если для этого поля псевдоскаляр $\mathbf{E}\mathbf{H} \neq 0$, и его существование не противоречит Т-инвариантности теории ВСГ, а третье спиновое слагаемое в Δm , пропорциональное $s^\mu F_{\mu\alpha} F^{\alpha\beta} p_\beta$, обусловлено несохранением пространственной четности в слабых взаимодействиях. Возникновение в электромагнитном поле как у заряженного лептона [97], так и у массивного ДН [98, 11] АЭМ представляет собой качественно новый физический эффект. Еще в работах Ландау и Зельдовича [99, 100] было выяснено, что в СРТ-симметричной теории существование ненулевого электрического дипольного момента частицы, определяемого известным электромагнитным формфактором $F_3(0)$ [101],

$$d = -\frac{F_3(0)}{2m} \quad (4.20)$$

возможно лишь при условии, что комбинированная СР- (или Т-) инвариантность нарушена. У электрона (ДН) в вакууме нет ни нормального, ни аномального электрического момента в силу Т-инвариантности взаимодействия в Стандартной модели. Однако изменение радиационного взаимодействия электрона во внешнем поле вызывает появление у электрона (массивного ДН) АЭМ.

Обзор различных моделей СР-нарушения с точки зрения предсказания электрического дипольного момента электрона приводится в [101]. Что касается экспериментальной ситуации, то здесь достигнутая точность косвенного измерения возможного ненулевого электрического дипольного момента электрона оценивается как [101]

$$\delta(d_e) \simeq 10^{-27} e \times \text{см}, \quad (4.21)$$

что, кстати, существенно выше точности измерения АММ электрона, сообщаемого в работах [102–104]:

$$\delta\left[\frac{1}{2}(g-2)\right] \simeq 1 \times 10^{-11}. \quad (4.22)$$

В последнее время значительный интерес проявляется также к изучению конечно-температурных фермионных функций Грина в различных реалистических моделях КТП.

В рамках КЭД однопетлевой массовый оператор электрона и вершинная функция при конечной температуре и ненулевом химическом потенциале были вычислены различными группами авторов. В работах [105–108] рассмотрен зарядово-симметричный случай ($\mu = 0$), когда при конечной температуре из вакуума возбуждено одинаковое число электронов и позитронов. Собственная энергия электрона при нулевой температуре с учетом вклада эффектов конечной плотности исследована в работах [109, 110]. В зарядово-асимметричном случае ($\mu \neq 0$), когда имеется избыток электронов над позитронами, вершинная функция и АММ электрона при конечной температуре вычислены в [111]. Наряду с КЭД аналогичные исследования проводятся и в Стандартной модели электрослабых взаимодействий. Сегодня уже можно говорить, например, о таком новом направлении в теоретической физике, как физика нейтрино при конечных температуре и плотности среды. Наиболее полный обзор современного состояния исследований по физике нейтрино в диспергирующих средах (плазме металлов и звезд, ферромагнетиках, лептонной плазме ранней Вселенной и т.д.) приведен в работе [112], где можно найти и ссылки на оригинальные статьи, в которых рассматривались закон дисперсии и электромагнитные свойства нейтрино в электрон-позитронной плазме в свободном случае, т.е. в отсутствие внешнего поля (см. также [113–121]).

В однопетлевом приближении спектр кваркоподобных возбуждений в горячей кварк-глюонной плазме наряду со спектром глюонных возбуждений был вычислен в уже ставших классическими работах Калашникова и Климова [122, 123] и несколько позднее в [124].

Большое внимание наряду с указанными проблемами уделяется исследованию радиационного сдвига энергии и АММ фермионов при конечной температуре и ненулевом химическом потенциале в присутствии сильных внешних полей [125–130, 33].

4.2. Сдвиги масс и аномальные магнитные моменты электрона и нейтрино во внешнем электромагнитном поле в Стандартной модели

Электродинамический вклад в сдвиг массы и АММ электрона в произвольном постоянном электромагнитном поле, а также в поле КР наиболее полно исследован и изложен в [64, 9, 10, 75]. Мы ограничимся здесь анализом и сравнением ряда характерных физических эффектов в некоторых частных конфигурациях интенсивного внешнего поля.

В случае ультрарелятивистских значений энергии электрона и относительно слабого магнитного поля, когда выполнены условия

$$H \ll H_0 = \frac{m^2}{e} \simeq 4,41 \times 10^{13} \text{ Гс}, \quad p_\perp = \sqrt{2eHn} \gg m, \quad (4.23)$$

АММ электрона определяется формулой [64]

$$\Delta\mu = \mu_B \frac{\alpha}{2\pi} \int_0^\infty \frac{du}{(u+1)^3} \left(\frac{u}{\kappa}\right)^{2/3} \gamma \left[\left(\frac{u}{\kappa}\right)^{2/3}\right], \quad (4.24)$$

где $\mu_B = e/2m$ — магнетон Бора, Y — ипсилон-функция (3.33), а динамический параметр синхротронного излучения

$$\kappa = \frac{1}{m^3} \sqrt{-(eF^{\mu\nu}p_\nu)^2} = \frac{H}{H_0} \frac{p_\perp}{m}. \quad (4.25)$$

Отметим, что формула (4.24) представляет собой точное выражение для величины АММ электрона в постоянном скрещенном поле [9], где полевой динамический инвариант определяется выражением

$$\kappa = \frac{F}{F_0} \frac{(p^0 - p^3)}{m}, \quad (4.26)$$

а $p^0 - p^3$ равно разности кинетической энергии частицы и компоненты ее кинетического импульса вдоль оси $\mathbf{E} \times \mathbf{H}$.

Из формулы (4.24) следуют асимптотические разложения [64]

$$\frac{\Delta\mu}{\mu_B} = \begin{cases} \frac{\alpha}{2\pi} \left[1 - 12\kappa^2 \left(\ln \kappa^{-1} + C + \frac{1}{2} \ln 3 - \frac{37}{12} \right) + \dots \right], & \kappa \ll 1, \\ \frac{\alpha\Gamma(1/3)}{9\sqrt{3}} (3\kappa)^{-2/3} \left[1 + \frac{6\Gamma(2/3)}{\Gamma(1/3)} (3\kappa)^{-2/3} + \dots \right], & \kappa \gg 1, \end{cases} \quad (4.27)$$

где $C = 0,577 \dots$ — постоянная Эйлера.

Таким образом, в квазиклассическом приближении (4.23) отношение $\Delta\mu/\mu_B$ положительно и с ростом κ монотонно убывает от швингеровского значения до нуля, причем в ультраквантовом случае ($\kappa \gg 1$) величина АММ электрона убывает с ростом энергии и напряженности поля по степенному закону ($\propto \kappa^{-2/3}$).

После усреднения по спину электрона асимптотики для радиационного сдвига массы электрона при условии (4.23) имеют следующий вид ([64], см. также [9, 10, 75]):

$$\begin{pmatrix} \text{Re } \Delta m \\ \text{Im } \Delta m \end{pmatrix} = \begin{cases} \frac{4\alpha m}{3\pi} \kappa^2 \left[\ln \kappa^{-1} + C + \frac{1}{2} \ln 3 - \frac{33}{16} \right], \\ -\frac{5\alpha m}{4\sqrt{3}} \kappa \left[1 - \frac{8\sqrt{3}}{15} \kappa + \frac{7}{2} \kappa^2 \right], \end{cases} \quad \kappa \ll 1, \quad (4.28)$$

$$\Delta m = \frac{7\Gamma(2/3)(1 - i\sqrt{3})\alpha m}{27\sqrt{3}} (3\kappa)^{2/3}, \quad \kappa \gg 1. \quad (4.29)$$

Обратим внимание на то, что $\text{Re } \Delta m > 0$ и монотонно растет с ростом κ . При $\alpha\kappa^{2/3} \sim 1$, когда $\text{Re } \Delta m \sim m$, сравнение (4.29) с двухпетлевой поправкой к сдвигу массы электрона [59, 9] показывает, что параметром разложения теории возмущений по полю излучения в ультраквантовом пределе $\kappa \gg 1$ является величина $\alpha\kappa^{1/3} \ln \kappa$, а результат (4.29) справедлив при $\alpha\kappa^{1/3} \ln \kappa \ll 1$.

В сверхсильных магнитных полях $H \gtrsim H_0$ проведенное выше рассмотрение, основанное на квазиклассическом приближении (4.23), оказывается несправедливым и наблюдается качественно иная зависимость сдвига массы и АММ электрона [87, 131, 10]: АММ электрона, убывая с ростом поля H , проходит через нуль и меняет

свой знак по сравнению со швингеровским значением, становясь в области $H \gtrsim H_0$ отрицательным.

В области значений $H \gg H_0$ сдвиг массы основного состояния электрона ($n = 0$, $\zeta = -1$) и АММ слабозбужденных состояний ($n \sim 1$) описываются асимптотическими формулами [87, 131]

$$\begin{aligned} \Delta m(n=0) &= \frac{\alpha}{4\pi} m \ln^2 \left(\frac{2H}{H_0} \right), \\ \Delta \mu(n=1) &= -\frac{\alpha e}{4\pi m} \frac{H_0}{H} \ln \left(\frac{2H}{H_0} \right). \end{aligned} \quad (4.30)$$

Следуя [44], подчеркнем, что асимптотики (4.30) совпадают с асимптотикой вершинного оператора КЭД [79]

$$\Gamma^\mu = \gamma^\mu [f(t) - 1] - g(t) \frac{\sigma^{\mu\nu} k_\nu}{2m} \quad (4.31)$$

по квадрату переданного импульса в пределе $t = -k^2 \gg 4m^2$:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta m(n=0)}{m} &= 1 - f(t), \quad t = eH, \\ g(t) &= -\frac{2m}{e} \mu(n \neq 0), \quad t = 2|e|Hn, \quad n \neq 0. \end{aligned} \quad (4.32)$$

Такое совпадение не случайно и отражает фундаментальную связь КЭД интенсивного поля и КЭД на малых расстояниях (при больших переданных импульсах), впервые установленную в [44], распространенную на скалярную КЭД и углубленную ренормгрупповым анализом в [45]. Указанные в (4.32) величины описывают одно и то же физическое явление — упругое рассеяние электрона внешним полем большой интенсивности или отдельными квантами внешнего поля с большими квадратами импульсов виртуальных фотонов. Глубокая аналогия явлений в сильном внешнем поле и при больших импульсах продемонстрирована в [44, 45] (см. также [46]) тождественностью соответствующих асимптотик в главном логарифмическом приближении однопетлевой $\mathcal{L}^{(1)}$ и двухпетлевой $\mathcal{L}^{(2)}$ (следующей за поправкой Гейзенберга–Эйлера $\mathcal{L}^{(1)}$) поправок к лагранжиану $\mathcal{L}^{(0)}$ постоянного электромагнитного поля, с одной стороны, и поляризационных функций фотона второго $\pi^{(2)}$ и четвертого $\pi^{(4)}$ порядков по e , с другой стороны:

$$\begin{bmatrix} \frac{\mathcal{L}^{(1)}}{\mathcal{L}^{(0)}} \\ \frac{\mathcal{L}^{(2)}}{\mathcal{L}^{(0)}} \end{bmatrix} \simeq - \begin{bmatrix} \frac{1}{3} \frac{\alpha}{\pi} \\ \frac{1}{4} \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^2 \end{bmatrix} \ln \left(\frac{eH}{m^2} \right) \quad (4.33)$$

и

$$\begin{bmatrix} \pi^{(2)} \\ \pi^{(4)} \end{bmatrix} \simeq - \begin{bmatrix} \frac{1}{3} \frac{\alpha}{\pi} \\ \frac{1}{4} \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^2 \end{bmatrix} \ln \left(-\frac{k^2}{m^2} \right). \quad (4.34)$$

Таким образом, поляризация вакуума фотонами с большими квадратами виртуальных импульсов $|k^2| \gg m^2$ ведет себя так же, как и поляризация вакуума, обусловленная сильным внешним полем $H \gg m^2/e$.

Как известно (см., например, [11]), измерение аномальной части магнитного момента электрона в спин-

резонансном методе Раби основано на применении комбинации постоянного магнитного поля, которое фиксирует проекцию на него спинового магнитного момента частицы, и переменного магнитного поля, вызывающего спин-флип переходы, т.е. переходы с изменением ориентации спина. Поэтому остановимся на одном из результатов работы [78] (см. также [10]), в которой вычислена амплитуда упругого рассеяния электрона в поле КР.

В предельном случае

$$\xi = \frac{eE_{\sim}}{m\omega} \ll 1, \quad (4.35)$$

когда выполнены также условия (4.23), добавка к АММ электрона (4.24), обусловленная присутствием плоской электромагнитной волны, определяется выражением [78, 10]

$$\frac{\Delta\mu(\xi)}{\mu_B} = \xi^2 \frac{\alpha}{2\pi} \left[-1 + \frac{1+3\lambda^2}{(1-\lambda^2)^2} + \frac{2\lambda^4+6\lambda^2}{(1-\lambda^2)^3} \ln \lambda \right], \quad (4.36)$$

где введен параметр $\lambda = 2\omega(p^0 - p^3)/m^2 = 2(kp)/m^2$. Отсюда видно, что в нестационарном электромагнитном поле АММ электрона зависит нелинейно от амплитуды и частоты поля, а радиационная поправка (4.36) приводит к уменьшению швингеровского значения АММ.

Для реальной части сдвига массы электрона в поле плоской электромагнитной волны, как и в случае распространения фотона, в области высоких энергий ($\lambda \gg 1$) наблюдается рост, пропорциональный квадрату логарифма λ [78, 10]:

$$\text{Re } \Delta m = \frac{\alpha}{8\pi} \frac{e^2 E_{\sim}^2}{m\omega^2} \ln^2 \lambda, \quad \ln \lambda \gg 1. \quad (4.37)$$

Отметим также, что в случае циркулярной поляризации волны, в поле КР АММ электрона зависит и от направления круговой поляризации волны.

Возрастающая точность эксперимента [103] по определению АММ ставит в повестку дня вопрос о возможности экспериментального наблюдения его динамической природы, т.е. зависимости

$$a_e = \frac{\Delta\mu}{\mu_B} = \frac{\alpha}{2\pi} f(E, H). \quad (4.38)$$

В постоянном магнитном поле в обычных условиях эксперимента численные поправки к единице в формуле $f(E, H) = 1 - \Delta f$ весьма малы. Даже при энергии электрона 1 ГэВ и магнитном поле 4×10^4 Гс $\Delta f \simeq 5 \times 10^{-10}$. Однако для электронов с энергией 10 ГэВ в поле 4×10^4 Гс $\Delta f \simeq 4 \times 10^{-8}$, что уже, по-видимому, доступно для наблюдения.

При $\xi = 0,1$ и $\omega \sim 10^{15} \text{ с}^{-1}$, что соответствует параметрам современных лазеров в случае релятивистских электронов с энергией $p_0 \sim 10^3 m$, из формулы (4.36) следует, что $|a_e^{\text{var}}| \sim 10^{-6} \div 10^{-7}$.

Таким образом, для указанных значений параметров чисто полевые вклады в АММ электрона лежат в областях

$$\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^4 \lesssim |a_e| \lesssim \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^3, \quad \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^3 \lesssim |a_e^{\text{var}}| \lesssim \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2. \quad (4.39)$$

Для сравнения укажем, что в настоящее время теоретические расчеты вакуумного значения величины a_e проводятся в α^4 порядке теории возмущений [104] и находятся в согласии с данными эксперимента [102, 103]:

$$\begin{aligned} a_e^{\text{theor}} &= 1159652133(29) \times 10^{-12}, \\ a_e^{\text{exp}} &= 1159652188,4(4,3) \times 10^{-12}. \end{aligned} \quad (4.40)$$

На возможность экспериментального наблюдения динамической природы АММ было указано в работе [132], где предлагается исследовать прецессию спина электрона, канализированного в изогнутом монокристалле, в котором внутренние поля могут достигать значений $F \lesssim 10^{-4} H_0$, а энергию электронов можно выбрать порядка десятков гигаэлектронвольт.

Массовый оператор и амплитуда упругого рассеяния электрона в произвольном постоянном электромагнитном поле исследованы в работах [133, 9, 97]. Здесь мы ограничимся изложением наиболее важных результатов, полученных Ритусом с сотрудниками, в случае постоянного электрического поля для основного состояния электрона, когда $p_{\perp} = 0$ (случай гиперболического движения).

В слабом электрическом поле напряженностью $E \ll E_0 = m^2/e$ сдвиг массы электрона имеет асимптотики [97]:

$$\begin{aligned} \text{Re } \Delta m &= m \frac{\alpha}{2\pi} \left[-\beta\pi + \beta^2 \left(\frac{4}{3} \ln \frac{\gamma}{2\beta} + \frac{4}{9} \right) + \dots \right], \\ \text{Im } \Delta m &= m \frac{\alpha}{2\pi} \left[\beta \left(2 \ln \frac{2\beta m}{\gamma\mu} - 1 \right) - \beta^2 \frac{2\pi}{3} + \dots \right], \end{aligned} \quad (4.41)$$

где $\beta = eE/m^2$, μ — масса фотона, введенная для устранения инфракрасной расходимости, связанной с инфинитностью движения, $\gamma = e^C = 1,781 \dots$

Первые члены разложения (4.41) являются классическими и не зависят от постоянной Планка. Линейный по модулю поля член в $\text{Re } \Delta m$ при этом в 2π раза больше линейного по модулю члена в случае магнитного поля, где он представляет собой энергию взаимодействия АММ электрона с магнитным полем и является существенно квантовым, а классический член вероятности излучения в (4.41) совпадает с интегралом от спектра классического излучения заряда, совершающего гиперболическое движение в электрическом поле [9].

В ультраквантовом пределе $\beta \gg 1$ сдвиг массы электрона становится нелинейной функцией поля [97]:

$$\begin{aligned} \text{Re } \Delta m &= m \frac{\alpha}{2\pi} \left[-\frac{3}{2} \ln \frac{\beta}{\gamma} + K + \dots \right], \\ \text{Im } \Delta m &= -m \frac{\alpha}{2\pi} \left[\beta \ln \frac{m^2}{\mu^2} - \frac{3\pi}{4} \right], \quad K = -2,636. \end{aligned} \quad (4.42)$$

Заметим, что $\text{Re } \Delta m$ в электрическом поле убывает с ростом поля сначала линейно, а при $\beta \gg 1$ — логарифмически, в то время как в магнитном поле сдвиг массы основного состояния электрона с увеличением напряженности поля меняет знак, а при $H \gg H_0$ растет пропорционально квадрату логарифма поля (см. (4.30)). Другая качественная особенность движения электрона в элект-

рическом поле — отсутствие стабильного состояния: электрон в электрическом поле в основном состоянии ($p_{\perp}^2 = 0$) излучает благодаря способности электрического поля производить работу над зарядом, а основное состояние электрона в постоянном магнитном поле ($n = 0$) стабильно. Один из классических методов расчета величины Δm^{cl} , приведенных в [97], состоит в следующем.

Поправка ΔL к функции Лагранжа заряженной частицы во внешнем поле

$$L = -m\sqrt{1-v^2} + e(\mathbf{v}\mathbf{A}^{\text{ext}}) - eA_0^{\text{ext}}, \quad (4.43)$$

которая учитывает изменение внешним полем взаимодействия заряда с собственным полем при одинаковых положениях и скоростях заряда в рассматриваемый момент времени, описывается формулой

$$\Delta L = \left[\int d^3x (\mathbf{j}\mathbf{A}) + \int d^3x \frac{E^2 - H^2}{2} \right]_0^F, \quad (4.44)$$

где \mathbf{A} , \mathbf{E} , \mathbf{H} — потенциал и напряженности собственного поля заряда, и определяет классическую часть сдвига массы заряда:

$$\Delta m^{\text{cl}} = -\frac{1}{\sqrt{1-v^2}} \Delta L \equiv -\gamma \Delta L. \quad (4.45)$$

С учетом явного вида запаздывающего поля релятивистски ускоренного (РУ) заряда, движущегося вдоль оси z по закону $z = (t^2 + w_0^{-2})^{1/2}$, где $w_0 = eE/m$ — ускорение заряда, сдвиг массы релятивистского заряда представляется в виде [97]

$$\Delta m^{\text{cl}} = -\frac{1}{2} \alpha w_0 f(v), \quad f = \frac{\partial}{\partial x} [x \coth x], \quad (4.46)$$

$$x = 2w_0 \tau = 2 \operatorname{artanh} v.$$

Таким образом, классический сдвиг массы заряда пропорционален ускорению в собственной системе отсчета и положителен, пока электрон тормозится полем, равен нулю в точке поворота ($v = 0$) и стремится к величине

$$\Delta m^{\text{cl}} = -\frac{1}{2} \alpha m \frac{eE}{m^2} \quad (4.47)$$

при $v \rightarrow 1$, когда электрон удаляется от точки поворота. Квантовый расчет амплитуды упругого рассеяния электрона предсказывает сдвиг массы конечного состояния, т.е. при $v \rightarrow 1$, и именно в этом пределе (4.47) совпадает с первым членом разложения (4.41). Следует особо подчеркнуть, что классическая часть сдвига массы РУ заряда, как это следует из приведенной схемы ее расчета, имеет нелокальную природу и проявляет себя только в квантовых процессах. Изменяя действие на интеграл от дивергенции, Δm^{cl} не входит в классические уравнения движения.

В качестве примера рассмотрим двухпетлевую поправку к классическому максвелловскому лагранжиану в скалярной ($s = 0$) и спинорной ($s = 1/2$) электродинамике [97]. Для слабого электрического поля, когда $\eta = eE/m^2 \ll 1$, радиационная поправка к однопетлевому вкладу полностью сводится к классическому сдвигу

массы ускоренного этим полем заряда:

$$2 \operatorname{Im} (\mathcal{L}^{(1)} + \mathcal{L}^{(2)}) \simeq (2s+1) \frac{(eE)^2}{(2\pi)^3} \exp\left(-\frac{\pi m_*^2}{eE}\right), \quad (4.48)$$

где в правой части стоит выражение для $2 \operatorname{Im} \mathcal{L}^{(1)}$, в котором проведена замена $m \rightarrow m_* = m + \Delta m^{\text{cl}}$. Так как $\Delta m^{\text{cl}} < 0$ и не зависит от спина заряженной частицы, учет двухпетлевого вклада приводит к увеличению скорости распада вакуума как в скалярной, так и в спинорной КЭД.

Рассмотрение радиационного сдвига массы электрона в постоянном электрическом поле завершим двумя важными замечаниями [97].

Во-первых, эффективная масса заряженной частицы (как фермиона, так и скалярной частицы) в сильном электрическом поле уменьшается подобно ее эффективной массе $m - \delta m$ в вакууме на малых расстояниях. Зависимость радиационного сдвига массы фермиона от квадрата импульса обрезания Λ^2 в главном логарифмическом приближении определяется формулой [79]

$$\delta m = m \frac{\alpha}{2\pi} \frac{3}{2} \ln \frac{\Lambda^2}{m^2}, \quad (4.49)$$

что совпадает с точностью до знака с зависимостью (4.42) для $\operatorname{Re} \Delta m$.

С подобной аналогией мы уже встречались выше при обсуждении связи КЭД интенсивного поля с поведением КЭД на малых расстояниях.

Во-вторых, поведение АММ электрона при $p_{\perp} \ll m$ также радикально отличается от поведения АММ электрона в постоянном магнитном поле или же в скрещенном поле: АММ сначала убывает с ростом электрического поля, достигает минимума при $E \sim m^2/e$, а затем растет, приближаясь к удвоенному швингеровскому значению при $E \gg m^2/e$. Такое качественно различное поведение сдвига массы в [97] объясняется тем, что эффективная масса отражает динамические свойства заряженной частицы, взаимодействующей с собственным полем, и поэтому зависимости сдвига массы от электрического и магнитного полей существенно различны.

Электрослабые поправки к сдвигу массы и АММ электрона во внешнем электромагнитном поле изучены в [92, 94–96]. Рассмотрим случай постоянного магнитного поля, когда выполнены условия (4.23). В относительно слабом магнитном поле ($\kappa \ll 1$) однопетлевые вклады в реальную часть сдвига массы лептона квадратичны по параметру κ и сильно подавлены по сравнению с электродинамическим вкладом, а вакуумный вклад в АММ заряженного лептона за счет слабых взаимодействий определяется формулой [92]

$$\frac{\Delta \mu^i}{\mu_B} = \frac{g_i^2}{8\pi^2} C_i, \quad i = H, W, Z, \quad (4.50)$$

где коэффициенты C_i в ведущем порядке по малому параметру $\lambda_i = (m_e/M_i)^2$ равны

$$C_H = \left(\frac{m_e}{M_H}\right)^2 \left[\ln\left(\frac{M_H}{m_e}\right)^2 - \frac{7}{12} \right],$$

$$C_W = \frac{10}{3} \left(\frac{m_e}{M_W}\right)^2, \quad C_Z = \frac{2}{3} \left(\frac{m_e}{M_Z}\right)^2. \quad (4.51)$$

В ультраквантовом пределе все вклады пропорциональны $\kappa^{-2/3}$ и имеют место асимптотики [94–96]

$$\begin{aligned}\frac{\Delta\mu^Z}{\mu_B} &= -\frac{11}{3} \frac{1}{2\pi} \frac{G_F M_W^2}{9\sqrt{6}} \frac{\Gamma(1/3)}{(3\kappa)^{2/3}}, \\ \frac{\Delta\mu^W}{\mu_B} &= 11 \frac{1}{2\pi} \frac{G_F M_W^2}{9\sqrt{6}} \frac{\Gamma(1/3)}{(3\kappa)^{2/3}}, \quad \kappa \gg \lambda_i^{2/3}, \\ \frac{\Delta\mu^H}{\mu_B} &= \frac{1}{2\pi} \frac{7G_F m_e^2}{18\sqrt{6}} \frac{\Gamma(1/3)}{(3\kappa)^{2/3}},\end{aligned}\quad (4.52)$$

где $G_F = \sqrt{2}g^2/8M_W^2 \simeq 10^{-5}/m_p^2$ — константа Ферми, а угол Вайнберга для оценок принят равным 30° .

Сравнение (4.52) с асимптотикой (4.27) показывает, что в ультраквантовом случае, когда $\kappa \gg (m_e/M_i)^3$, вклад слабых взаимодействий превосходит электродинамический вклад в АММ электрона:

$$\Delta\mu(\text{КЭД}) : \Delta\mu(W) : \Delta\mu(H^0) = 1 : 12 : 10^{-10}. \quad (4.53)$$

В том же ультраквантовом пределе электрослабые поправки к реальной части сдвига массы электрона растут, как и в КЭД, пропорционально $\kappa^{2/3}$ и также могут превосходить электродинамический вклад (4.29), причем доминирующим снова является W-бозонный вклад.

Заметим, что однопетлевой хиггсовский вклад в АММ лептона подавлен по сравнению со вкладом за счет процессов $e \rightarrow \nu + W \rightarrow e$ и $e \rightarrow e + Z \rightarrow e$ множителем порядка $(m_e/M_H)^2$. Это обстоятельство заложено в самой структуре модели ВСГ — константа взаимодействия электрона со скалярным хиггсовским бозоном H определяется величиной массы электрона и равна $m_e(\sqrt{2}G_F)^{1/2}$, в то время как константа взаимодействия электрона с W- или Z-бозоном имеет порядок величины $g \sim m_W\sqrt{G_F}$. Хиггсовский бозон тем сильнее взаимодействует с другими частицами, чем больше масса этих частиц. Именно поэтому среди различных механизмов рождения хиггсовских бозонов наиболее перспективными считаются процессы совместного рождения хиггсовского бозона с калибровочными бозонами в e^+e^- - и адронных столкновениях [134, 135], причем при условии $M_H \lesssim M_W$ взаимодействие в секторе H-, W- и Z-частиц при высоких энергиях все еще описывается теорией возмущений [136].

В работе [137] вычислен двухпетлевой вклад ($e \rightarrow e + Z + H \rightarrow e$) в АММ электрона в постоянном магнитном поле и проведено сравнение полученных результатов с вкладом в АММ процессов $e \rightarrow e + Z \rightarrow e$ и $e \rightarrow e + H \rightarrow e$.

При $\kappa \ll (M_H + M_Z)^2/m^2$ имеет место соотношение [137]

$$\frac{\Delta\mu(e \rightarrow e + Z + H \rightarrow e)}{\Delta\mu(e \rightarrow e + Z \rightarrow e)} \simeq 0,2\alpha Q(M_Z, M_H) \left(\frac{M_Z}{M_Z + M_H} \right)^4, \quad (4.54)$$

где $Q(M_Z, M_H) \sim 1$ при $M_H \sim M_Z$, а α — постоянная тонкой структуры. В другом предельном случае, когда $\kappa \gg [(M_H + M_Z)/m_e]^3$, вклад процесса $e \rightarrow e + Z + H \rightarrow e$ в АММ лептона убывает пропорционально $\kappa^{-2/3} \ln \kappa$ по динамической переменной κ , в то время как вклад однопетлевых диаграмм с обменом калибровочными бозонами убывает пропорционально $\kappa^{-2/3}$.

Однопетлевой вклад диаграммы с обменом хиггсовским бозоном в АММ лептона при этом сильно подавлен и по сравнению с указанным механизмом.

В ближайшее время планируется увеличить точность измерения АММ мюона в 20 раз [92]. Тогда при сравнении теоретического и экспериментального значений АММ мюона следует учитывать вклад слабых взаимодействий. Это открыло бы еще одну возможность проверки Стандартной модели ВСГ. При дальнейшем увеличении точности измерения АММ мюона на 2–3 порядка при сравнении теории с экспериментом необходимо учитывать также вклад процесса $e \rightarrow e + Z + H \rightarrow e$, который содержит информацию о массе хиггсовского бозона. По крайней мере здесь открывается новая возможность получения ограничений на массу хиггсовского бозона.

Радиационный сдвиг массы как ДН, так и МН в произвольном постоянном внешнем электромагнитном поле рассмотрен в работах [98, 138–141]. В соответствии с общими принципами теории (СР- и СРТ-инвариантностью модели ВСГ электрослабых взаимодействий) у МН, тождественного своей античастице, отсутствуют АММ и АЭМ. Поэтому мы более подробно обсудим динамическую природу сдвига массы ДН. В случае, когда в специальной системе отсчета нейтрино движется вдоль направления $\mathbf{E} \uparrow \uparrow \mathbf{H}$, поведение АММ массивного ДН в слабых полях ($\varepsilon, \eta \ll 1$) описывается формулой [98, 11]

$$\mu_\nu = \mu_\nu^0 \left[1 + \frac{4}{9} (\eta^2 - \varepsilon^2) \frac{\ln \lambda}{\lambda^2} \right], \quad (4.55)$$

где $\mu_\nu^0 = 3eG_F/8\pi^2\sqrt{2} \simeq 3 \times 10^{-19} m_\nu\mu_0/1 \text{ эВ}$ — статический АММ нейтрино с массой m_ν , а параметр $\lambda = (M_W/m_e)^2$.

В чисто магнитном поле ($\varepsilon = 0$) АММ нейтрино квадратично растет с ростом напряженности магнитного поля, но с малым численным множителем. При приближении H к "критическому полю" $H_0^W = M_W^2/e \simeq 10^{24} \text{ Гс}$ АММ логарифмически расходится [98, 11]:

$$\mu_\nu \simeq \mu_\nu^0 \frac{2}{3} \lambda \ln \frac{H_0}{H_0^W - H}. \quad (4.56)$$

Эта расходимость обусловлена неустойчивостью в рамках теории возмущений W-бозонного вакуума в полях $H \geq H_0^W$ вследствие появления тахионной моды в спектре энергии W-бозона [142].

В области больших поперечных импульсов нейтрино ($p_3 = 0, p_\perp \gg M_W$) и относительно слабых полей ($\varepsilon, \eta \ll 1$) АММ нейтрино существенно зависит от динамического параметра

$$\kappa = \frac{1}{mH_0} \sqrt{-(F^{\mu\nu}p_\nu)^2},$$

где p_ν — 4-импульс нейтрино, и имеет следующие асимптотики [98, 11]:

$$\frac{\mu_\nu}{\mu_\nu^0} = \begin{cases} 1 + \frac{4}{3} \kappa^2 \frac{\ln \lambda}{\lambda^2}, & \kappa \ll \lambda, \\ \frac{3^{5/6} \Gamma^4(1/3)}{20\pi} \frac{\lambda}{\kappa^{2/3}}, & \kappa \gg \lambda^{3/2}. \end{cases} \quad (4.57)$$

В отличие от монотонного убывания АММ электрона в КЭД (см. (4.27)), АММ нейтрино согласно (4.57)

сначала возрастает, а затем убывает по тому же закону ($\sim \kappa^{-2/3}$), что и для электрона. Отметим, что электрослабые вклады в АММ электрона, обусловленные виртуальными W- и Z-бозонами, зависят от динамического параметра κ качественно так же, как $\mu_v = \mu_v(\kappa)$.

В том же квазиклассическом приближении ($p_\perp \gg M_W$, $\varepsilon, \eta \ll 1$) для АЭМ нейтрино справедливы следующие асимптотики [11]:

$$\frac{d_v}{\mu_v^0} = \begin{cases} \frac{2}{9} \frac{\varepsilon \eta}{\lambda} \left[1 + 2 \left(\frac{\kappa}{\lambda} \right)^2 \right], & \kappa \ll \lambda, \\ -\frac{2}{9} \varepsilon \eta \frac{\lambda}{\kappa^2} \left(\ln \frac{\kappa}{\sqrt{3}} - C \right), & \kappa \gg \lambda^{3/2}. \end{cases} \quad (4.58)$$

Законы изменения с ростом κ АЭМ нейтрино (4.58) и электрона [97] совпадают с точностью до знака при $\kappa \gg 1$ и существенно отличаются при $\kappa \ll 1$, когда АЭМ электрона пропорционален $\ln \kappa^{-1}$.

В работах [98, 138, 139] детально изучена и мнимая часть амплитуды упругого рассеяния нейтрино в постоянном внешнем поле. Заметим, что распад свободного нейтрино ($\varepsilon = \eta = 0$) $\nu_e \rightarrow e^- + W^+$, очевидно, запрещен законом сохранения 4-импульса. В чисто магнитном поле ($\varepsilon = 0$, $\eta \neq 0$) процесс имеет порог: энергия нейтрино $E_\nu > m_e + M_W$, причем в особом случае $\mathbf{p} \uparrow \uparrow \mathbf{H}$ вероятность распада $w = 0$. В присутствии электрического поля порога нет и $\text{Im} \Delta m_\nu \neq 0$ при любых $\varepsilon \geq m_\nu$. Например, в случае распада нейтрино с нулевым поперечным импульсом ($p_\perp = 0$) в слабом электрическом поле ($\varepsilon \ll 1$, $\eta = 0$) асимптотика вероятности распада имеет вид [98]

$$w = \frac{g^2}{(4\pi)^2} \frac{m_\nu^2}{E_\nu} \frac{\varepsilon}{\lambda^2} \exp\left(-\frac{\pi}{\varepsilon}\right), \quad (4.59)$$

причем экспоненциальная зависимость вероятности (4.59) от напряженности поля та же, что и в выражении для вероятности рождения e^+e^- -пар слабым электрическим полем в вакууме (см. (4.48)).

В заключение этого раздела остановимся на некоторых физических эффектах, обусловленных наличием АММ у массивного ДН. С учетом радиационных эффектов энергия нейтрино в постоянном магнитном поле в линейном по $\mu_v^0 H$ приближении определяется формулой [140, 11]

$$E = E_0 \left(1 - \zeta \mu_v^0 H \frac{E_\perp}{E_0^2} \right), \quad (4.60)$$

где

$$E_0^2 = m_\nu^2 + \mathbf{p}^2, \quad E_\perp^2 = m_\nu^2 + p_\perp^2, \quad (4.61)$$

а спиновое число $\zeta = \pm 1$ задает ориентацию спина частицы вдоль или против направления поля \mathbf{H} .

Рассмотрим сначала электромагнитное излучение нейтрино, движущегося в магнитном поле. Из законов сохранения энергии и импульса при излучении фотона с 4-импульсом $k^\mu = (\omega, \mathbf{k})$ и (4.60), (4.61) следует, что в линейном приближении по $\mu_v^0 H$ частота излучения определяется выражением [140]

$$\omega = 2\mu_v^0 H \frac{(1 - v_z^2)^{1/2}}{1 - v \cos \psi} \delta_{\zeta, -1} \delta_{\zeta', 1}, \quad (4.62)$$

где v_z — продольная компонента скорости нейтрино, угол излучения $\psi = (\mathbf{k}, \mathbf{p})$.

Следовательно, излучение возможно только при перевороте спина нейтрино: $\zeta = -1 (\mu_v \uparrow \downarrow \mathbf{H}) \rightarrow \zeta' = +1 (\mu_v \uparrow \uparrow \mathbf{H})$. Заметим, что переворот спина имеет место и при излучении нейтрона [143], а формулы для полной вероятности и мощности электромагнитного излучения АММ нейтрино, движущегося в магнитном поле, в низшем порядке по $\mu_v^0 H$ совпадают с соответствующими формулами работы [143] при замене в них $\mu_n \rightarrow \mu_v^0$.

Для астрофизических приложений представляет интерес вопрос о перевороте спиральности нейтрино при его движении в магнитном поле [144].

Оператор спиральности

$$h = \frac{(\Sigma \mathbf{p})}{|\mathbf{p}|} \quad (4.63)$$

не является интегралом движения, так как не коммутирует с гамильтонианом для стационарных состояний нейтрино, который следует из уравнения Дирака — Швингера (4.13) и в случае слабого магнитного поля имеет вид

$$\hat{H} = \hat{H}_D + \hat{V}, \quad \hat{H}_D = \alpha \mathbf{p} + \gamma^0 m_\nu, \quad \hat{V} = -\mu_v^0 H \gamma^0 \hat{\mu}_3 (1 + \gamma^5), \quad (4.64)$$

где $\hat{\mu}_3 = \gamma^0 (E \Sigma_3 + \gamma^5 p_z) / m_\nu$ — оператор поперечной поляризации [8, 145].

Среднее значение оператора (4.63) с течением времени изменяется по закону [140]

$$\langle h \rangle = - \left[1 - \frac{\sin^2 \theta}{1 - v^2 \cos^2 \theta} (1 - \cos \omega_H t) \right], \quad (4.65)$$

$$\omega_H = 2\mu_v^0 H (1 - v^2 \cos^2 \theta)^{1/2},$$

где θ — угол между импульсом нейтрино и магнитным полем \mathbf{H} , и предполагается также, что при $t = 0$ нейтрино было левым, т.е. $\langle h(t=0) \rangle = -1$.

Из (4.65) следует, что при движении нейтрино в направлении, перпендикулярном полю ($\theta = \pi/2$), за время $\tau = \pi / 2\mu_v^0 H$ левое нейтрино превращается в правое.

Этот эффект переворота спиральности нейтрино может иметь важное значение в процессе образования нейтронной звезды, обладающей сильным магнитным полем $H \sim 10^{13}$ Гс: половина образующихся в процессе гравитационного коллапса левых нейтрино может перейти в правые, практически не взаимодействующие с веществом стерильные состояния, что, в свою очередь, приводит к уменьшению наблюдаемого нейтринного импульса [144]. Этот же эффект предполагалось использовать для возможного объяснения проблемы солнечных нейтрино, однако величина АММ нейтрино оказалась слишком малой. При движении нейтрино вдоль поля \mathbf{H} ($\theta = 0$) спиральность сохраняется, совпадая с поляризацией вдоль \mathbf{H} , которая задается оператором $\hat{\mu}_3$.

4.3. Аномальные магнитные моменты фермионов, движущихся в среде при конечной температуре и ненулевом химическом потенциале во внешнем магнитном поле

Динамическая природа сдвига энергии и АММ электрона в КЭД при конечной температуре во внешнем

магнитном поле исследована в [33, 125, 127–129]. В [33] взаимодействие фермионов с нагретым вакуумом описывается в однопетлевом приближении на основе массового оператора, составленного из временных функций Грина, а массовый оператор электрона при конечной температуре в технике температурных функций Грина рассмотрен в [128] в рамках двумерного приближения КЭД. В представлении реального времени сдвиг энергии электрона в электрон-позитронной плазме, находящейся в состоянии термодинамического равновесия при температуре T во внешнем магнитном поле $\mathbf{H} \uparrow \uparrow Oz$, представляется в виде [33]

$$\Delta E_n(H, T, \mu) = \Delta E_n(H, T = \mu = 0) + \Delta E_n^B(H, T) + \Delta E_n^F(H, T, \mu) + \Delta E_n^{F-B}(H, T, \mu), \quad (4.66)$$

где $\Delta E_n(H, T = \mu = 0)$ — рассмотренный выше радиационный сдвиг энергии электрона во внешнем магнитном поле при $T = \mu = 0$; $\Delta E_n^B(H, T)$ — сдвиг энергии электрона за счет взаимодействия с равновесным излучением; $\Delta E_n^F(H, T, \mu)$ — температурный сдвиг энергии электрона за счет обменного взаимодействия с электронами и позитронами плазмы; интерференционный член $\Delta E_n^{F-B}(H, T, \mu)$ является чисто мнимой величиной и дает вклад только в мнимую часть (4.66).

Для полноты изложения следует отметить, что конкретные вычисления вклада эффектов конечных температуры и плотности в сдвиг энергии электрона, как и в случае распространения фотона в электрон-позитронной плазме [63], реально проводятся в системе покоя среды, а АММ электрона, как и в случае вакуума (см., например, [9, 11]), определяется из той части сдвига энергии $\text{Re } \Delta E_n$, которая явно зависит от ориентации спина электрона, т.е.

$$\text{Re } \Delta E_n(\zeta) = -\zeta H \Delta \mu. \quad (4.67)$$

Рассмотрим сначала реальную часть температурного сдвига энергии электрона в зарядово-симметричном случае и в предельном случае относительно низких температур ($T \ll m$), когда доминирующим в (4.66) является слагаемое $\Delta E_n^B(H, T)$.

Сдвиг массы основного состояния электрона определяется формулой [33]

$$\text{Re } [\Delta E_0^B] = \pi \alpha m \left(\frac{T}{m} \right)^2 \left\{ \frac{1}{3} + \frac{2\pi}{9} \frac{T}{m} b + \frac{16}{3} b^2 F(b) - \frac{16}{15} \pi \frac{T}{m} b^3 [13F(b) - 48F(2b) + 3bF'(b)] \right\}, \quad (4.68)$$

где $F(b)$ выражается через Ψ -функцию Эйлера:

$$F(b) = \frac{1}{2} [\ln b - \text{Re } \Psi(ib)], \quad b = \frac{a}{2\pi}, \quad (4.69)$$

и введен параметр $a = eH/mT$, определяющий относительное влияние магнитного поля и температуры на сдвиг массы электрона и равный отношению циклотронной частоты eH/m к температуре T .

Из (4.68) следует, что в сильном магнитном поле, когда $eH \gg mT$, температурная поправка к массе электрона в 3 раза меньше соответствующей величины в

свободном случае [33]:

$$\begin{aligned} \text{Re } [\Delta E_0^B] &= \\ &= \begin{cases} \pi \alpha m \left(\frac{T}{m} \right)^2 \left[\frac{1}{3} + \frac{2\pi}{9} \frac{T}{m} b + \frac{8}{3} b^2 (\ln b + C) \right], & b \ll 1; \\ \frac{1}{9} \pi \alpha m \left(\frac{T}{m} \right)^2, & b \gg 1. \end{cases} \end{aligned} \quad (4.70)$$

Для возбужденных состояний электрона в постоянном магнитном поле, когда $nT \ll E_n$ (n — главное квантовое число), температурная поправка к АММ электрона имеет асимптотики

$$\begin{aligned} \Delta \mu_n(H, T) &= \\ &= \begin{cases} \frac{2\pi^2}{15} \alpha m \left(\frac{T}{E_n} \right)^3 \frac{1}{H} \left[\frac{5}{6} \kappa + \frac{\kappa^3}{2} (35 \ln \kappa + 13 \ln 2 + 35C - 2) + 2\pi n \frac{T}{E_n} \kappa^2 \right], & \kappa \ll 1; \\ -\frac{4\pi^2}{225} \frac{\alpha m}{H \kappa} \left(\frac{T}{E_n} \right)^3, & \kappa \gg 1, \end{cases} \end{aligned} \quad (4.71)$$

где параметр $\kappa = eH/\pi E_n T$.

Обратим внимание на то, что температурный вклад в АММ электрона, как и в случае $T = \mu = 0$, с увеличением напряженности магнитного поля меняет знак, а полевой вклад в сдвиг массы электрона при ненулевой температуре является знакопеременной функцией параметров a и T/m при условии $eH \ll mT$.

В работе [128] показано, что в сверхсильном магнитном поле при выполнении условий

$$eH \gg Tm, \quad T \gg m \quad (4.72)$$

температурная поправка к массе электрона также имеет отрицательный знак и определяется асимптотикой

$$\text{Re } [\Delta m^B] \simeq -\frac{\alpha m}{4\pi} \ln^2 \left(\frac{H}{H_0} \right), \quad (4.73)$$

которая с точностью до общего знака совпадает с асимптотикой (4.30).

В предельном случае, когда $eH \ll mT$, приведенные выше результаты согласуются с результатами работ [105–107], а температурный вклад в гиромангнитное отношение определяется формулой

$$a_T^e = -\frac{2\pi\alpha}{9} \left(\frac{T}{m} \right)^2. \quad (4.74)$$

При $T = 300$ К отсюда следует $a_T^e \simeq 1,3 \times 10^{-15}$, а при $T = 6000$ К имеем $a_T^e \simeq 5 \times 10^{-13}$.

Следует особо подчеркнуть, что понятие сильного поля при изучении физических эффектов при конечной температуре и ненулевом химическом потенциале существенно отличается от соответствующего понятия в вакууме. Действительно, в вакууме роль квантовых эффектов при распространении, например, электрона или фотона становится особенно важной, когда напряженность внешнего поля в системе покоя электрона или в системе, где фотон имеет энергию порядка mc^2 , оказывается сравнимой с $H_0 = m^2 c^3 / e\hbar \simeq 4,41 \times 10^{13}$ Гс. В то

же время, как это следует из приведенных выше формул (4.68)–(4.71), уже при $H \sim mT/e = H_0 T/m \ll H_0$ все известные для свободного случая расчеты сдвига массы и АММ электрона [105–111] несправедливы и для получения правильного физического результата необходим точный учет влияния внешнего поля. В качестве примера укажем, что при комнатной температуре $T = 300$ К существенно динамическая природа сдвига массы и АММ электрона проявляются в магнитных полях с напряженностью $H \gtrsim 10^6$ Гс, что даже меньше напряженности импульсных магнитных полей $H \sim 10^7$ Гс, получаемых в лабораторных условиях.

Отмеченное обстоятельство всегда надо иметь в виду при анализе роли эффектов конечных температуры и плотности в астрофизике [146, 147], в явлениях, возникающих при прохождении частиц высокой энергии через кристаллы, напряженности внутренних электрических полей которых $\lesssim 10^{-4} H_0$ и значительно превосходят обычные лабораторные значения [22], в процессах, сопровождающих столкновения тяжелых ионов [148, 149], и в других областях физики. Например, в современных моделях нейтронных звезд [150] кора звезды (толщиной порядка 0,1 ее радиуса) представляется в виде кристаллической решетки ионов, "погруженной" в сильно вырожденный газ релятивистских электронов: плотность электронов $n_e \lesssim 10^{38}$ см $^{-3}$, температура $T \sim 10^6 \div 10^9$ К, а напряженность магнитного поля $H \sim 10^{12} \div 10^{14}$ Гс.

В пределе полностью вырожденного электронного газа сдвиг массы электрона определяется вторым слагаемым в (4.66). Будем также считать выполненным условие (3.61), которое эквивалентно следующему ограничению на концентрацию электронов:

$$n_e < \frac{\sqrt{2}}{\pi^2} m^3 \left(\frac{H}{H_0} \right)^{3/2}. \quad (4.75)$$

Отсюда для $H \sim (10^{-6} \div 10^2) H_0$ следует, что при $n_e < 10^{19} \div 10^{31}$ см $^{-3}$ может быть заполнен электронами только основной уровень.

В этих условиях сдвиг массы основного состояния электрона ($n = 0, p_3 = 0$) определяется формулой [127]

$$\Delta m = \frac{\alpha}{\pi} m \int_0^{\mu/m-1} dt \frac{(t+1) \exp(bt)}{\sqrt{t(t+1)}} \text{Ei}(-bt), \quad (4.76)$$

где параметр $b = H_0/H$, $\text{Ei}(-x)$ — интегральная показательная функция. Аналогичная поправка к массе электрона в свободном случае имеет вид [110, 127]

$$\begin{aligned} \Delta m(H=0, T=0, \mu \neq 0) = & \frac{\alpha}{2\pi} m \left[\sqrt{\left(\frac{\mu}{m} \right)^2 - 1} \left(\frac{\mu}{m} - 2 \right) - \right. \\ & \left. - 3 \ln \left(\frac{\mu}{m} + \sqrt{\left(\frac{\mu}{m} \right)^2 - 1} \right) \right], \end{aligned} \quad (4.77)$$

где химический потенциал μ связан с плотностью электронного газа соотношением

$$\frac{\mu}{m} = \left[1 + \left(\frac{3\pi^2 n_e}{m^3} \right)^{2/3} \right]^{1/2}. \quad (4.78)$$

Сравнивая (4.76) и (4.77), мы видим, что в "сверхсильном" магнитном поле ($2eH \gg \mu^2 - m^2$) вклад эффек-

тов конечной плотности в сдвиг массы электрона значительно превосходит (4.77):

$$R = \frac{\Delta m_{(4.76)}}{\Delta m_{(4.77)}} \simeq -\frac{1}{2} \ln \left[\left(\frac{\mu}{m} - 1 \right) \frac{H_0}{H} \right] \frac{1}{\sqrt{\mu/m - 1}} \gg 1. \quad (4.79)$$

В свободном случае однопетлевая поправка к АММ электрона в полностью вырожденном электронном газе меняет знак с ростом химического потенциала [108, 111]:

$$\delta a_e^\mu = \begin{cases} \frac{16\alpha}{3\pi} \frac{(3\pi^2 n_e)^{1/3}}{m_e}, & \frac{\mu}{m} - 1 \ll 1; \\ -\frac{1}{3} \frac{\alpha}{\pi} \left(\frac{\mu}{m} \right)^2, & \mu \gg m. \end{cases} \quad (4.80)$$

Отрицательный знак вклада эффектов конечной плотности в АММ электрона имеет место и в сильном магнитном поле, когда справедливо условие (4.75) [127].

Учитывая, что в последнее время широко обсуждается вопрос о влиянии эффектов конечной температуры на вероятности различных физических процессов [108, 151, 152], а также соответствия (2.23) и (2.24) между мнимыми частями диаграмм собственной энергии [34–36, 153], рассмотрим общую структуру мнимой части (4.66).

В работе [129] показано, что величину $\text{Im} \Delta E_n$ (см. (4.66)) можно представить в виде суммы трех слагаемых, имеющих следующий физический смысл. Первое слагаемое соответствует вероятности синхротронного излучения электрона с энергией E_n ($e^- \rightarrow e'^- + \gamma$) в магнитном поле со статистическим весом $(1 + n_B) \times (1 - n_F)$ минус вероятность обратного процесса $e'^- + \gamma \rightarrow e^-$ с весом $n_B n_F$. Второе слагаемое соответствует разности вероятности возбуждения начального электрона за счет поглощения фотона ($e^- + \gamma \rightarrow e'^-$) со статистическим весом $n_B(1 - n_F)$ и вероятности обратного ему процесса $e'^- \rightarrow e^- + \gamma$ с весом $n_F(1 + n_B)$. Третье слагаемое соответствует разности вероятности процесса однофотонной аннигиляции начального электрона с позитроном плазмы ($e^- + e^{+l} \rightarrow \gamma$) с весом $n_F(1 + n_B)$ и обратного ему процесса рождения фотоном электрон-позитронной пары с весом $n_B(1 - n_F)$.

В результате мнимая часть величины ΔE_n в представлении реального времени, а точнее, диагонального матричного элемента массового оператора из временных функций Грина, определяется формулой:

$$\text{Im} \Delta E_n = -\frac{1}{2} (\Gamma_d - \Gamma_i), \quad (4.81)$$

где Γ_d — сумма вероятностей (вместе со своими статистическими весами) тех процессов, за счет которых электрон с энергией E_n переходит в другие состояния, а Γ_i — сумма вероятностей всех обратных процессов.

Метод температурных функций Грина с последующим аналитическим продолжением к запаздывающему массовому оператору приводит к результату

$$\text{Im} \Delta E_n^R = -\frac{1}{2} (\Gamma_d + \Gamma_i). \quad (4.82)$$

Подчеркнем, что именно мнимая часть запаздывающего массового оператора имеет непосредственный физический смысл: величина $(\Gamma_d - \Sigma \Gamma_i)^{-1}$, где $\Sigma = -1$ в

фермионном случае и $\Sigma = +1$ в бозонном случае, определяет время релаксации системы в случае малых отклонений от равновесного состояния [129, 153].

Для основного состояния электрона ($n = 0, p_3 = 0$) и при низких температурах ($T \ll m$) в зарядово-симметричном случае из (4.82) с точностью до экспоненциально подавленных по параметру $\exp(-m/T)$ членов следует [129]

$$\text{Im } \Delta E_0 = -\frac{4}{3} \alpha m \left(\frac{T}{m}\right)^2 \left(\frac{eH}{mT}\right)^2 \left[\exp\left(\frac{eH}{mT}\right) - 1 \right]^{-1}. \quad (4.83)$$

Этот результат соответствует индуцированному дипольному переходу $n = 0 \rightarrow n' = 1$ в магнитном поле за счет поглощения фотона с частотой, равной циклотронной частоте $\omega = eH/m$. Из формулы (4.83) видно, что вероятность возбуждения электрона из основного состояния за счет однофотонного поглощения при $H = 0$, как и следовало ожидать, равна нулю. Это не согласуется с соответствующим результатом работы [154].

Перейдем далее к обсуждению динамической природы сдвига энергии и АММ массивного дираковского нейтрино в электрон-позитронной плазме в постоянном магнитном поле [130].

Как уже отмечалось выше, вакуумный АММ ДН с массой m_ν в стандартной модели электрослабых взаимодействий определяется выражением

$$\mu_\nu^0 = \frac{3eG_F m_\nu}{8\pi^2 \sqrt{2}} \simeq 3 \times 10^{-19} \frac{m_\nu}{1 \text{ эВ}} \mu_B, \quad (4.84)$$

а в магнитных полях с напряженностью $H \ll M_W^2/e \simeq 10^{24}$ Гс полевой вклад в АММ нейтрино мал по сравнению с его статическим значением (4.84). В расширенных схемах электрослабого взаимодействия магнитный момент нейтрино пропорционален массе не нейтрино, а заряженного лептона и может достигать значений $\mu_\nu \sim 10^{-13} \mu_B$ [144, 155, 156]. Значительный интерес к "вопросу о совместимости" [155] малой массы и большого магнитного момента нейтрино связан, в частности, с упоминавшейся выше проблемой солнечных нейтрино, одним из возможных объяснений которой является гипотеза о резонансном усилении нейтринных осцилляций в веществе Солнца совместно с эффектом переворота спиральности нейтрино. Для объяснения проблемы солнечных нейтрино в рамках последней гипотезы требуется, чтобы магнитный момент нейтрино имел величину $\mu_\nu \gtrsim (10^{-11} \div 10^{-10}) \mu_B$. Поскольку МН не обладает собственным магнитным моментом, то при относительно большом значении магнитного момента ДН в принципе можно было бы различить МН и ДН по их электромагнитным свойствам.

Хотя наиболее привлекательным объяснением проблемы солнечных нейтрино [157] в настоящее время следует, по-видимому, признать эффект Михеева–Смирнова–Вольфенштейна резонансных нейтринных осцилляций в неоднородной среде [158–160], изучение электромагнитного взаимодействия нейтрино, и особенно в экстремальных астрофизических условиях, представляет несомненный интерес.

Электромагнитная вершина ДН в бесстолкновительном изотропном электронном газе (плазма с неподвижными ионами), а также в e^-e^+ -плазме рассматривалась

во многих работах (см., например, [113–116, 119]). Эта же задача для случая классической нерелятивистской магнитоактивной плазмы рассмотрена в [112].

В работе [112] отмечается, что в отличие от вакуума движущееся МН излучает в диспергирующей среде электромагнитные волны, как и ДН, т.е. электромагнитные характеристики МН и ДН в среде совпадают, а индуцированный магнитный момент не приводит к изменению спиральности нейтрино.

Описание различных эффектов взаимодействия нейтрино в диспергирующих средах (см., например, [112]) в интенсивных внешних полях на основе вычисленной в указанных работах электромагнитной вершины становится некорректным, и необходим учет динамической природы соответствующих физических величин.

Это направление исследований было начато в недавней работе [130], где рассмотрен вклад слабого заряженного тока в сдвиг энергии и АММ ДН, движущегося в электрон-позитронной плазме при конечной температуре ($T \ll M_W$) в постоянном магнитном поле.

Здесь мы обсудим случай, когда релятивистское нейтрино движется в полностью вырожденном электронном газе перпендикулярно к направлению магнитного поля.

При выполнении условий

$$H \ll \frac{M_W^2}{e} \simeq 10^{24} \text{ Гс}, \quad M_W \ll E_\nu \ll \frac{M_W^2}{\mu}, \quad (4.85)$$

где μ — химический потенциал электронного газа, вклад эффектов конечной плотности в АММ нейтрино имеет асимптотики [112, 130]

$$\Delta\mu_\nu = \begin{cases} -\frac{16}{3} \frac{(3\pi^2 n_e)^{1/3}}{m_\nu} \mu_\nu^0, & 2eH \ll \mu^2 - m^2; \\ \frac{32\pi^2}{3} \frac{n_e}{m_\nu M_W^2} \left(\frac{E_\nu}{M_W}\right)^2 \mu_\nu^0, & 2eH \gg \mu^2 - m^2. \end{cases} \quad (4.86)$$

Отсюда следует, что индуцированный ММ нейтрино в плотной электронной среде может существенно превосходить его статическое значение (4.84) в случае как относительно сильного, так и слабых полей, причем с увеличением напряженности магнитного поля, будучи отрицательным в случае слабых полей, индуцированный ММ возрастает с увеличением поля и становится положительным.

Например, для относительно сильных полей при

$$n_e \approx \frac{1}{2} \pi^{-2} \left(\frac{H}{H_0}\right)^{3/2} m^3, \quad H = H_0 \quad \text{и} \quad E_\nu \simeq 10^3 M_W$$

из (4.86) имеем

$$\Delta\mu_\nu = 10\mu_\nu^0,$$

а в случае слабых полей при $n_e = (10^{24} \div 10^{38}) \text{ см}^{-3}$ из (4.86) следует, что

$$\Delta\mu_\nu \approx (50 \div 5 \times 10^4) \mu_\nu^0.$$

Таким образом, вопрос о "совместимости" малой массы и большого магнитного момента нейтрино в данной задаче получает утвердительный ответ и для этого не требуется выхода за рамки Стандартной модели ВСГ электрослабых взаимодействий. Это обусловлено тем, что АММ нейтрино оказывается прямо пропорциональным плотности среды, а не массе нейт-

рино, как это имеет место для вакуумной части индуцированного ММ. Заметим, что такое же поведение характерно и для вклада эффектов конечной плотности в АММ электрона (см. (4.80)). При изучении характера осцилляций для пучка нейтрино в веществе может оказаться важным и проведенное в [130] обобщение известной формулы Вольфенштейна [158, 160] на случай сильного внешнего поля.

5. Заключение

В настоящем обзоре рассмотрены различные физические эффекты, связанные с распространением фотонов и лептонов во внешних электромагнитных полях при конечной температуре и ненулевой плотности вещества.

Прежде всего представлены основные методы, применяемые при исследовании динамики фермионов и бозонов в рамках конечнотемпературной КТП при наличии внешних полей. В частности, были выяснены общие соотношения между запаздывающей, опережающей и временной функциями Грина в КТП, что позволило подвести итог недавней дискуссии в литературе о связи между реальной и мнимой частями собственнo-энергетических диаграмм.

Мы представили различные способы описания термодинамических свойств в КТП как путем вычисления функций Грина, так и расчетом термодинамического потенциала с применением метода реального и мнимого времени.

Далее эти методы использованы для описания различных радиационных эффектов в электрон-позитронной плазме. Исследован поляризационный оператор фотона и дисперсия фотона во внешнем поле. Представлен расчет радиационного сдвига массы фотона в магнитном поле, скрещенном поле и в поле электромагнитной волны. Это дает возможность получить показатели преломления различных мод электромагнитных волн при их распространении во внешнем поле, а также описать векторы поляризации собственных мод.

Проанализирован эффект поворота плоскости линейной поляризации волны в поле циркулярно-поляризованной волны.

Показано, что во внешнем поле возможен распад фотона на электрон-позитронные пары, и выяснены пороги рождения электрон-позитронных пар фотоном в магнитном поле.

Наконец, учтен вклад конечной температуры в поляризационный оператор фотона в магнитном поле, исследован дебаевский радиус экранирования как функция температуры и напряженности магнитного поля.

Во второй половине обзора исследованы различные эффекты, возникающие при распространении фермионов во внешних полях в среде при конечной температуре. В частности, наряду с вкладом фотонов в массовый оператор электрона исследованы вклады переносчиков слабых взаимодействий W - и Z -бозонов, а также хиггсовских частиц, мнимая часть массового оператора рассмотрена с точки зрения возможности радиационных переходов электронов во внешнем поле.

Указано, что наряду с аномальным магнитным моментом у электрона во внешнем поле может существовать и аномальный электрический момент. Его значение анализируется с точки зрения возможности наруше-

ния СР-инвариантности и соответствующей экспериментальной ситуации и возможных моделей такого нарушения.

Учтен также вклад конечных температуры и плотности.

Радиационный сдвиг массы и аномальный момент электрона исследованы как функции внешнего магнитного поля, напряженности электромагнитной волны, а также при их одновременном включении, что важно в связи с анализом опытов по измерению аномального магнитного момента электрона с помощью спин-резонансного метода Раби. Приведено сравнение расчетов вклада магнитного поля и электромагнитной волны в аномальный магнитный момент с радиационными поправками третьего и четвертого порядков по постоянной тонкой структуры, что показывает доступность полевых вкладов для экспериментального исследования в современных условиях.

Особое внимание уделено анализу вкладов в сдвиг массы электрона в электрическом поле как в квантовой, так и в классической областях. Исследовано совместное влияние сильного магнитного поля и горячей плотной среды на радиационный сдвиг энергии и аномальный магнитный момент электрона.

Здесь же решен принципиальный вопрос о соотношении реальной и мнимой частей запаздывающего массового оператора электрона при конечной температуре, причем показано, что мнимая часть имеет конкретный физический смысл, связанный с возможными переходами электрона.

Специальный раздел посвящен изучению электромагнитных свойств нейтрино. В частности, проанализирован аномальный магнитный момент нейтрино как функция напряженностей электрического и магнитного полей, а также энергии нейтрино. Продемонстрировано возникновение аномального электрического момента нейтрино в комбинации электрического и магнитного полей. Представлены результаты расчетов распада нейтрино и излучение фотонов в электрическом и магнитном полях. Особое внимание уделено перевороту спиральности нейтрино и возможным астрофизическим приложениям этого эффекта в связи с солнечными нейтрино и с нейтрино сверхновых.

Нетривиальные результаты получаются, если учесть роль среды в формировании аномального момента нейтрино и радиационного сдвига его массы. Так, среда существенно дополняет влияние магнитного поля, и в сильном поле радиационная поправка к массе нейтрино в среде существенно превосходит ее значение, найденное в отсутствие поля.

Впервые продемонстрировано, что в плотной электронной среде аномальный магнитный момент нейтрино существенно превосходит его статическое значение в отсутствие поля и среды. Тем самым вопрос о совместности малой массы нейтрино и сравнительно большого значения его магнитного момента может найти положительное решение без выхода за рамки Стандартной модели. Получено также обобщение формулы Вольфенштейна для нейтрино в среде на случай сильного магнитного поля.

Рассмотренные эффекты были исследованы с помощью универсальных методов КТП во внешних полях при конечных температуре и плотности среды. В дальнейшем возможно их применение при исследовании фазовых

переходов в адронной среде и кварк-глюонной плазме, фазовых переходов и воздействия на их ход внешних полей в единой теории слабых и электромагнитных взаимодействий, при исследовании рождения новых частиц в рамках расширенных моделей взаимодействия элементарных частиц в экстремальных условиях сильных полей при конечной температуре и в плотной среде и т.д. Часть из весьма широкого круга вопросов будет рассмотрена нами в дальнейших публикациях.

Авторы благодарят А.Е. Григорука и К.Г. Левченко за большую помощь при подготовке к печати текста настоящего обзора.

Список литературы

1. Heisenberg W, Euler H Z. *Phys.* **98** 714 (1936)
2. Schwinger J *Phys. Rev.* **82** 664 (1951)
3. Ицксон К, Зюбер Ж Б *Квантовая теория поля* Т. 1 (М.: Мир, 1984)
4. Соколов А А, Клепиков Н П, Тернов И М *ЖЭТФ* **24** 249 (1953)
5. Schwinger J *Proc. Nat. Acad. Sci. USA* **40** 132 (1954)
6. Клепиков Н П *ЖЭТФ* **26** 19 (1954)
7. Sokolov A A, Ternov I M *Synchrotron Radiation* (Berlin: Akademie Verlag, New York: Pergamon Press, 1968)
8. Соколов А А, Тернов И М *Релятивистский электрон* (М.: Наука, 1983)
9. Ритус В И *Труды ФИАН* **111** 5 (1979); Никишов А И *Труды ФИАН* **111** 152 (1979)
10. Тернов И М, Халилов В Р, Родионов В Н *Взаимодействие заряженных частиц с сильным электромагнитным полем* (М.: Изд-во МГУ, 1982)
11. Тернов И М, Жуковский В Ч, Борисов А В *Квантовые процессы в сильном внешнем поле* (М.: Изд-во МГУ, 1989)
12. Kirzhnits D A, Linde A D *Phys. Lett. B* **42** 471 (1972); Киржниц Д А, Линде А Д *ЖЭТФ* **67** 1263 (1974); Linde A D *Phys. Lett. B* **62** 435 (1976)
13. Weinberg S *Phys. Rev. D* **9** 3357 (1974)
14. Гриб А А, Мамаев С Г, Мостепаненко В М *Вакуумные квантовые эффекты в сильных полях* (М.: Энергоатомиздат, 1988)
15. Гитман Д М, Фрадкин Е С, Шварцман Ш Н *Квантовая электродинамика с нестабильным вакуумом* (М.: Наука, 1991)
16. Furry W H *Phys. Rev.* **81** 822 (1951)
17. Багров В Г, Гитман Д М, Шварцман Ш М *ЖЭТФ* **68** 392 (1975); *ЯФ* **23** 394 (1976)
18. Никишов А И, в сб. *Проблемы теоретической физики. Памяти И.Е. Тамма* (М.: Наука, 1972) с. 299
19. Багров В Г и др. *Точные решения релятивистских волновых уравнений* (Новосибирск: Наука, 1982)
20. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Теория поля* (М.: Наука, 1988)
21. Никишов А И, Ритус В И *ЖЭТФ* **46** 776 (1964)
22. Байер В Н, Катков В М, Страховенко В М *Электромагнитные процессы при высокой энергии в ориентированных монокристаллах* (Новосибирск: Наука, 1989); *УФН* **159** 455 (1989)
23. Бонч-Бруевич В Л, Тябликов С В *Метод функций Грина в статистической физике* (М.: Физматгиз, 1961)
24. Абрикосов А А, Горьков Л П, Дзялошинский И Е *Методы квантовой теории поля в статистической физике* (М.: Физматгиз, 1962)
25. Фрадкин Е С *Труды ФИАН* **29** 7 (1965)
26. Matsubara T *Prog. Theor. Phys.* **14** 351 (1955)
27. Martin P, Schwinger J *Phys. Rev.* **115** 1342 (1959)
28. Тютин И В, Препринт ФИАН № 39 (М., 1975)
29. Bernard C W *Phys. Rev. D* **9** 3312 (1974)
30. Dolan L, Jackiw R *Phys. Rev. D* **9** 3320 (1974)
31. Умэдзава Х, Мацумото Х, Татики М *Термополевая динамика и конденсированные состояния* (М.: Мир, 1985)
32. Гаврилов С П, Гитман Д Н, Фрадкин Е С *Труды ФИАН* **193** 208 (1989)
33. Тернов И М и др. *ЯФ* **43** 764 (1986)
34. Kobes R L, Semenoff G W *Nucl. Phys B* **260** 714 (1985); *B* **272** 329 (1986)
35. Fujimoto Y, Morikawa M *Phys. Rev. D* **33** 590 (1986)
36. Jackiw R, Nair V P, Columbia Preprint CU-TP-594 (1993)
37. Келдыш Л В *ЖЭТФ* **47** 1515 (1964)
38. Лифшиц Е М, Питаевский Л П *Физическая кинетика* (М.: Наука, 1979)
39. Лифшиц Е М, Питаевский Л П *Статистическая физика* Т. 9. Ч. 2 (М.: Наука, 1978)
40. Landsman N P, van Weert Ch G *Phys. Rep.* **145** 141 (1987)
41. Кабо А, Шабад А Е *Труды ФИАН* **192** 153 (1988)
42. Ахизер И А, Пелетминский С В *ЖЭТФ* **38** 1829 (1960)
43. Freedman B A, MacLerran L D *Phys. Rev. D* **16** 1130 (1977)
44. Ритус В И *ЖЭТФ* **69** 1517 (1975)
45. Ритус В И *ЖЭТФ* **73** 807 (1977)
46. Ритус В И *Труды ФИАН* **168** 5 (1986)
47. Жуковский В Ч, Шония Т Л, Эминов П А *ЖЭТФ* **107** 299 (1995)
48. Belyaev V M, Eletsky V L Z. *Phys. C* **45** 355 (1990)
49. Belyaev V M *Phys. Lett. B* **241** 91 (1990)
50. Скалзуб В В, Чуб И В *ЯФ* **57** 344 (1994)
51. Соколов А А и др. *Калибровочные поля* (М.: Изд-во МГУ, 1986)
52. Elmfors P, Persson D, Skagerstam B S *Phys. Rev. Lett.* **71** 480 (1993)
53. Жуковский В Ч, Вшивцев А С, Эминов П А *ЯФ* **58** 1274 (1995)
54. Ландау Л Д *ЖЭТФ* **16** 574 (1946)
55. Гриб А А *Проблема неинвариантности вакуума в квантовой теории поля* (М.: Атомиздат, 1978)
56. Bordag M, Henning D, Robaschik D, Preprint KMV-№TZ-89-16 (Berlin, 1989); Мостепаненко В М, Трунов Н Н *Эффект Казимира и его приложения* (М.: Энергоатомиздат, 1990)
57. Берестецкий В Б *Проблемы физики элементарных частиц* (М.: Наука, 1979)
58. Ритус В И, Препринт ФИАН № 20 (М., 1971)
59. Ritus V I *Ann. Phys.* **69** 555 (1972)
60. Баталин И А, Шабад А Е, Препринт ФИАН № 166 (М., 1968); *ЖЭТФ* **60** 894 (1971)
61. Нарожный В Б *ЖЭТФ* **55** 714 (1968)
62. Shabad A E *Ann. Phys.* **90** 166 (1975)
63. Шабад А Е *Труды ФИАН* **192** 5 (1988)
64. Ритус В И *ЖЭТФ* **57** 2176 (1969)
65. Perez Rojas H, Shabad A E *Ann. Phys.* **138** 1 (1982)
66. Агранович В М, Гинзбург В Л *Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии и теория экситонов* (М.: Наука, 1979)
67. Shabad A E, Usov V V *Astrophys. and Space Sci.* **102** 327 (1984)
68. Коровина Л И, Шабад А Е *ЖЭТФ* **67** 1032 (1974)
69. Скобелев В В *Изв. вузов. Сер. Физ.* **10** 142 (1975)
70. Лобанов А Е, Халилов В Р *ЖЭТФ* **77** 548 (1979)
71. Лобанов А Е, Родионов В Н, Халилов В Р *ЯФ* **32** 174 (1980)
72. Борисов А В, Жуковский В Ч, Книжников М Ю *ЯФ* **39** 1504 (1984); Аверин А В, Жуковский В Ч *Изв. вузов. Сер. Физ.* **5** 13 (1990)
73. Борисов А В, Жуковский В Ч, Книжников М Ю *Изв. вузов. Сер. Физ.* **5** 84 (1986); Борисов А В Дис. ... докт. физ.-мат. наук (М.: Изд-во МГУ, 1990)
74. Халилов В Р, Линьков В Ю *ЯФ* **50** 1384 (1989)
75. Байер В Н, Катков В М, Фадин В С *Излучение релятивистских электронов* (М.: Атомиздат, 1973)
76. Зельдович Я Б *ЖЭТФ* **51** 1492 (1966)
77. Ритус В И *ЖЭТФ* **51** 1544 (1966)
78. Родионов В Н, Тернов И М, Халилов В Р *ЖЭТФ* **71** 871 (1976)
79. Берестецкий В Б, Лифшиц Е М, Питаевский Л П *Квантовая электродинамика* (М.: Наука, 1989)
80. Гинзбург В Л, Рухадзе А А *Волны в магнитоактивной плазме* (М.: Наука, 1975)
81. Гинзбург В Л *Теоретическая физика и астрофизика* (М.: Наука, 1987)
82. Вшивцев А С и др., Препринт НИИЯФ МГУ-89-21/98 (М., 1989)
83. Вшивцев А С, Жуковский В Ч, Магницкий Б В *ДАН СССР* **314** 175 (1990)
84. Schwinger J *Phys. Rev.* **73** 416 (1948)
85. Gupta S *Nature* **163** 686 (1949)
86. Newton R *Phys. Rev.* **96** 523 (1954)
87. Тернов И М и др. *ЖЭТФ* **55** 2273 (1968); *ДАН СССР* **183** 810 (1968)

88. Тернов И М, Дорофеев О Ф *ЭЧАЯ* **25** 5 (1994)
89. Arzt C, Einhorn M B, Wudka J *Phys. Rev. D* **49** 1370 (1994)
90. Вшивцев А С, Потапов Р А, Тернов И М *ЖЭТФ* **105** 1108 (1994)
91. Эминов П А *ЯФ* **51** 542 (1990); Студеникин А И, Тернов И М, Препринт № 13 (М.: Физ. фак. МГУ, 1990)
92. Студеникин А И *ЭЧАЯ* **21** 605 (1990)
93. Ритус В И *Письма в ЖЭТФ* **12** 416 (1970)
94. Борисов А В и др. *Вестн. МГУ. Сер. Физ. Астрон.* **4** 11 (1987)
95. Халилов В Р и др. *ЯФ* **48** 1067 (1988); *ЯФ* **44** 1527 (1986)
96. Аверин А В, Борисов А В *Изв. вузов. Сер. Физ.* **5** 75 (1988)
97. Ритус В И *Труды ФИАН* **168** 52 (1986)
98. Борисов А В и др. *ЯФ* **41** 743 (1985)
99. Ландау Л Д *ЖЭТФ* **32** 405 (1957)
100. Зельдович Я Б *ЖЭТФ* **33** 1488 (1957)
101. Wener B, Mahiko S *Rev. Mod. Phys.* **63** 313 (1990)
102. Hernandez J J et al. *Phys. Lett. B* **239** 1 (1990)
103. Kinoshita T *Phys. Rev. D* **47** 5013 (1993)
104. Двоглазов В В, Тютхтев Ю Н, Фаустов Р Н *ЭЧАЯ* **25** 144 (1994)
105. Fujimoto Y, Hyany Yec J *Phys. Lett. B* **114** 359 (1982)
106. Donoghue J, Holstein B, Robinett R *Ann. Phys.* **164** 233 (1985)
107. Johansson A, Peresutti G, Skagerstam B *Nucl. Phys. B* **278** 324 (1986)
108. Samina S Masood *Phys. Rev. D* **44** 3943 (1991); **47** 648 (1993)
109. Levinson E, Boal D *Phys. Rev. D* **35** 1861 (1985)
110. Toimela T *Nucl. Phys. B* **273** 719 (1986)
111. Elmfors P, Skagerstam B *Z. Phys. C* **49** 251 (1991)
112. Ораевский В Н, Семикоз В Б, Смородинский Я А *ЭЧАЯ* **25** 312 (1994)
113. Nieves J F *Phys. Rev. D* **40** 866 (1989)
114. D'Olivo J C, Nieves J F *Phys. Rev. D* **40** 3679 (1990)
115. Kuo T K, Pantaleone J *Phys. Lett. B* **246** 144 (1990)
116. Guinti C, Kim C W, Lam W P *Phys. Rev. D* **43** 164 (1991)
117. Grasso D, Kolb E W *Phys. Rev. D* **48** 3522 (1993)
118. Erdas A, Kim C W, Lee J A *Phys. Rev. D* **48** 3901 (1993)
119. Samina S Masood *Phys. Rev. D* **48** 3250 (1993)
120. Nieves J F, Pal P B *Phys. Rev. D* **49** 1398 (1994)
121. D'Olivo J C, Nieves J F, Torres M *Phys. Rev. D* **46** 1172 (1992)
122. Калашников О К, Климов В В *ЯФ* **31** 1357 (1980)
123. Климов В В *ЯФ* **33** 1734 (1981)
124. Weldon A *Phys. Rev. D* **26** 2789 (1982); *Physica A* **158** 167 (1989)
125. Жуковский В Ч, Мидодашвили П Г, Эминов П А *Вестн. МГУ. Сер. Физ. Астрон.* **3** 8 (1985)
126. Жуковский В Ч, Курилин А В, Эминов П А *Изв. вузов. Сер. Физ.* **12** 3 (1987)
127. Жуковский В Ч, Шония Т Л, Эминов П А *ЯФ* **57** 1437 (1994)
128. Вшивцев А С, Лоскутов Ю М, Скобелев В В *ТМФ* **84** 372 (1991)
129. Жуковский В Ч, Мидодашвили П Г, Эминов П А *ЖЭТФ* **106** 929 (1994)
130. Жуковский В Ч, Шония Т Л, Эминов П А *ЖЭТФ* **104** 3269 (1993)
131. Байер В Н, Катков В М, Страховенко В М *ЯФ* **24** 379 (1976)
132. Барышевский В Г, Грубич А О *ЯФ* **44** 1114 (1986)
133. Ритус В И *ЖЭТФ* **75** 1560 (1978)
134. Glashow S L, Nanopoulos D V *Phys. Rev. D* **18** 1724 (1978)
135. Ансельм А А, Уральцев Н Г, Хозе В А *УФН* **145** 185 (1985)
136. Окунь Л Б *Лептоны и кварки* (М.: Наука, 1990)
137. Эминов П А *ЖЭТФ* **98** 34 (1990)
138. Борисов А В, Жуковский В Ч, Тернов А И *ЯФ* **46** 564 (1987)
139. Жуковский В Ч, Курилин А В *ЯФ* **48** 179 (1988)
140. Борисов А В, Жуковский В Ч, Тернов А И *Изв. вузов. Сер. Физ.* **3** 64 (1988)
141. Борисов А В, Жуковский В Ч, Тернов А И *ДАН СССР* **308** 841 (1989)
142. Skalozub V V, Vanyashin V S *Fortschr. Phys.* **40** 739 (1992)
143. Тернов И М, Багров В Г, Хапаев А М *ЖЭТФ* **48** 921 (1965)
144. Fujikawa K, Shrock R E *Phys. Rev. Lett.* **45** 963 (1980)
145. Тернов И М *ЭЧАЯ* **17** 884 (1986)
146. Heckler A F *Phys. Rev. D* **49** 611 (1994)
147. Vachaspati T *Phys. Lett. B* **265** 258 (1991); Olesen P *Phys. Lett. B* **281** 300 (1992)
148. Покотилловский Ю Н *ЭЧАЯ* **24** 5 (1993)
149. Singh C P *Int. J. Mod. Phys. A* **7** 7185 (1992)
150. Шапиро С Л, Тьюкольский С А *Черные дыры, белые карлики и нейтронные звезды* (М.: Мир, 1985)
151. Varma S *Phys. Rev. D* **46** 3640 (1992); Ashida N et al. *Phys. Rev. D* **45** 2066 (1992)
152. Земцов Ю К, Старостин А Н *ЖЭТФ* **103** 3345 (1993)
153. Keil W *Phys. Rev. D* **40** 1176 (1989)
154. Cox P H, Hellman W S, Yildiz A *Ann. Phys.* **154** 211 (1984)
155. Волошин М Б, Высоцкий М И, Окунь Л Б *ЖЭТФ* **91** 754 (1986); Волошин М Б *ЯФ* **48** 804 (1988)
156. Fukugita M, Yanagida T *Phys. Rev. Lett.* **58** 1807 (1987)
157. Particle Data Group: Barnett R M et al. *Phys. Rev. D* **54** 1 (1996)
158. Боум Ф, Фогель П *Физика массивных нейтрино* (М.: Мир, 1990)
159. Михеев С П, Смирнов А Ю *ЯФ* **42** 1441 (1985)
160. Wolfenstein L *Phys. Rev. D* **17** 2369 (1978)

Photons and leptons in external fields at finite temperature and density

A.V. Borisov, V.Ch. Zhukovskii

M.V. Lomonosov Moscow State University, Physics Department,

Vorob'evy Gory, 119899 Moscow, Russia

Tel. (7-095) 939-31 77

E-mail: zhukovsk@th180.phys.msu.su

A.S. Vshivtsev

Moscow State Institute of Radio Engineering, Electronics and Automation (Technical University),

prosp. Vernadskogo 78, 117454 Moscow, Russia

Tel. (7-095) 433-03 55

E-mail: alexandr@vvas.msk.ru

P.A. Ėminov

Moscow State Institute of Electronics and Mathematics (Technical University),

Bol'shoi Trekhsyayatel'skii per. 3/12, 109028 Moscow, Russia

Tel. (7-095) 235-20 22

Theoretical aspects of the propagation of photons, electrons, and neutrinos in external electromagnetic fields at finite temperature and density are considered. The photon polarisation operator and the radiative mass shifts and anomalous magnetic moments of the electron and the massive neutrino are investigated based on the finite temperature quantum field theory with the use of exact solutions of the relativistic equations of motion for particles in external fields of various configurations. The present approach permits using model results as reference ones for experimental data as well as presenting a wider choice of interpretations for the results obtained.

PACS numbers: **05.30.-d**, **11.10.-z**, **12.15.Lk**, **13.15.+g**

Bibliography — 160 references

Received 11 March 1996, revised 22 October 1996