

ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

Простейшие атомные системы в резонансных лазерных полях

М.Л. Тер-Микаелян

В обзоре изложены вопросы взаимодействия простейших атомных систем (двухуровневая и трехуровневые модели) с лазерным излучением (монохроматические и немонохроматические поля) вблизи резонансных переходов. Изложение проводится на основе уравнения Шрёдингера с учетом радиационного затухания. Столкновительной релаксацией пренебрегается. Рассмотрение проводится вне рамок обычной теории возмущений. Используются различные математические методы (резонансное приближение, точные методы решения, квазиэнергетический метод, адиабатическое приближение и т.д.). Рассмотрены многочисленные физические явления (осцилляции и инвертирования населенностей, самоиндуцированный резонанс, процессы первого порядка по слабому полю, резонансное комбинационное рассеяние, когерентный перенос населенностей и т.д.). Обзор доступен широкому кругу читателей.

PACS numbers: 32.80.-t, 42.50.-p

Содержание

1. Введение (1249).
2. Двухуровневый атом в поле монохроматической волны (1252).
 - 2.1. Резонансное приближение и нестационарные волновые функции.
 - 2.2. Адиабатические волновые функции в резонансном приближении.
 - 2.3. Квазиэнергия, сдвиг атомных уровней и адиабатическое инвертирование населенностей.
 - 2.4. Процессы первого порядка по слабому полю и радиационное затухание адиабатических волновых функций.
 - 2.5. Процессы рассеяния и поглощения в случае мгновенного включения взаимодействия.
 - 2.6. Исследование процессов первого порядка с учетом радиационного затухания в установившемся режиме.
3. Поведение двухуровневого атома в поле светового импульса (1266).
 - 3.1. Связь адиабатических и нестационарных функций.
 - 3.2. Точные решения для конкретных форм импульса.
 - 3.3. "Квазиклассическое" приближение во временном пространстве.
 - 3.4. Адиабатическое взаимодействие светового импульса с двухуровневой системой.
4. Взаимодействие интенсивного излучения с атомом при наличии двух смежных резонансных переходов (1272).
 - 4.1. Классификация различных схем взаимодействия и адиабатические волновые функции трехуровневых атомов в резонансном приближении.
 - 4.2. Самоиндуцированный резонанс и самоиндуцированное адиабатическое инвертирование населенностей.
 - 4.3. Нестационарные волновые функции и двухфотонное поглощение.
 - 4.4. Диэлектрическая проницаемость газа трехуровневых атомов.
 - 4.5. Взаимодействие резонансного излучения с

трехуровневой системой при учете радиационных релаксационных процессов (вырожденная накачка).

5. Электронное комбинационное рассеяние с резонансным усилением (1284).
 - 5.1. Наглядное рассмотрение теории ЭКР.
 - 5.2. Теория резонансного ЭКР в приближении монохроматической накачки с учетом эффекта насыщения и штарковских сдвигов.
 - 5.3. ЭКР в поле двух сильных полей.
 - 5.4. Радиационные процессы при переходах $\Phi_i \leftrightarrow \Phi_j$.
 - 5.5. Когерентный перенос населенностей в поле двух импульсов с временной задержкой.
 - 5.6. Схема V.
6. Заключение (1290).
- Приложение (1291).
- Список литературы (1292).

Посвящается Д. Соросу, организатору Международного научного фонда и Соросовской программы образования в области точных наук (ISSEP)

1. Введение

В обзоре изложены вопросы взаимодействия простейших атомных систем с лазерным излучением, действующим вблизи атомных переходов. Это направление нелинейной оптики особенно интенсивно развивается в последние годы благодаря успехам в усовершенствовании экспериментальной лазерной техники. Оно исследует отдельные атомные системы в лазерных полях, отвлекаясь от вопросов распространения лазерного излучения в макроскопических нелинейных средах, что составляло до последнего времени основное направление нелинейной оптики. Таким образом, уже сейчас можно разделить нелинейную оптику на две части: микроскопическую (нелинейная оптика отдельных атомов и молекул) и макроскопическую. Обзор посвящен изложению некоторых вопросов микроскопической нелинейной оптики.

М.Л. Тер-Микаелян. Институт физических исследований
АН Армении, 378410 Аштарак-2, Армения
Тел. (374) 28-81-50, (885) 28-81-50
Факс (885) 390-68-67
E-mail: root@ipr.arminco.com

Статья поступила 11 ноября 1996 г., после доработки 23 июля 1997 г.

Существенно, что в обзоре не обсуждаются исследования релаксационных процессов с феноменологически вводимыми константами затухания. Учитывается только радиационное затухание атомов в резонансных полях, которое можно вводить достаточно корректно. Это дает возможность распространить результаты, полученные для времен взаимодействия, меньших, чем времена радиационного затухания, на квазистационарные системы.

К сожалению, при изложении материала пришлось опустить много интересных результатов, связанных с "неклассическим светом". Это, с другой стороны, позволило практически во всех разделах использовать только классическое описание электромагнитных полей и соответствующую волновую функцию атома в резонансных полях ("атом + поле")¹. Это делает доступным ознакомление с обзором широкого круга читателей.

В обзоре используются различные математические методы, поскольку вблизи резонансных взаимодействий обычная теория возмущений (без суммирования бесконечного числа фейнмановских диаграмм), используемая в квантовой электродинамике, становится неприменимой.

Достижения последних лет в экспериментальной лазерной технике (новое поколение высокоэффективных лазеров, бездоплеровская спектроскопия, "охлаждение" атомов и т.д.) дают возможность проводить соответствующие эксперименты.

Однако во всех такого рода задачах существуют общие физические положения и результаты, которые будет полезно обсудить, не вдаваясь в математическую сторону вопроса. Поэтому прежде, чем перейти к строгому рассмотрению задачи, обсудим исходя из теории возмущений некоторые общие вопросы поведения атомов в переменных полях на примере двухуровневой системы.

Атомная волновая функция в поле волны находится из уравнения Шрёдингера

$$i\hbar \frac{\partial \Phi}{\partial t} = (\hat{H}_0 + \hat{H}') \Phi. \quad (1.1)$$

Здесь \hat{H}_0 — невозмущенный атомный гамильтониан, потенциал взаимодействия с внешним полем излучения \hat{H}' в дипольном приближении имеет вид

$$\hat{H}' = -\hat{\mathbf{d}} \cdot \hat{\mathbf{E}}, \quad (1.2)$$

где в случае классического описания поля

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \vec{\mathcal{E}} \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - i\omega t) + \text{с.с.}, \quad \vec{\mathcal{E}} = \mathcal{E} \mathbf{e}, \quad (1.3)$$

а $\hat{\mathbf{d}}$ — эрмитов оператор дипольного момента. Поле $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ описывает монохроматическую волну с вектором распространения \mathbf{k} , частотой ω и вектором поляризации \mathbf{e} . Поскольку поле $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ зависит от времени, происходит непрерывный обмен энергией между атомом и полем, и вследствие этого атом не может обладать определенной энергией. Решение уравнения (1.1) при $\hat{H}' = 0$ имеет вид

$$\Psi_m = U_m \exp(-iE_m t), \quad (1.4)$$

где E_m — энергии (частоты) соответствующих уровней, измеряемые в с^{-1} , а U_m — полная система волновых функций эрмитова оператора \hat{H}_0 .

При интегрировании уравнения (1.1) по времени используем начальное условие

$$\Phi_n = \Psi_n \quad \text{при} \quad t = -T, \quad (1.5)$$

которое физически эквивалентно "мгновенному включению" поля \mathbf{E} при $t = -T$.

Если применить обычную процедуру теории возмущений, то волновую функцию в первом приближении теории возмущений можно представить в виде (см., например, [1])

$$\begin{aligned} \Phi_n^{(1)} = & \Psi_n + \sum_{m \neq n} \frac{(\mathbf{d}_{mn} \cdot \vec{\mathcal{E}}^*) \Psi_m}{\hbar(E_{mn} + \omega)} \left\{ \exp[i(E_{mn} + \omega)t] - \right. \\ & \left. - \exp[-i(E_{mn} + \omega)T] \right\} + \\ & + \sum_{m \neq n} \frac{(\mathbf{d}_{mn} \cdot \vec{\mathcal{E}}) \Psi_m}{\hbar(E_{mn} - \omega)} \left\{ \exp[i(E_{mn} - \omega)t] - \right. \\ & \left. - \exp[-i(E_{mn} - \omega)T] \right\}, \end{aligned} \quad (1.6)$$

где через

$$E_{mn} = E_m - E_n \quad (1.6')$$

обозначена разность энергетических уровней атома. Формулу (1.6) можно рассматривать как разложение волновой функции атома в поле (1.3) по полной системе функций оператора \hat{H}_0 . Это означает, что квадрат модуля коэффициента при функции U_m определяет вероятность нахождения атома в состоянии U_m . Как видно из (1.6), коэффициенты при волновых функциях U_m существенным образом зависят от времени, что автоматически приводит к осцилляциям по времени плотности электронов (населенностей) на атомных уровнях. Такого типа функции в дальнейшем будут называться нестационарными. Дипольный момент перехода $m \rightarrow n$, входящий в формулу (1.6), определяется по формуле

$$\mathbf{d}_{nm} = \int U_n^* \hat{\mathbf{d}} U_m dV, \quad \mathbf{d}_{nm}^+ = \mathbf{d}_{mn}^*. \quad (1.7)$$

Средний дипольный момент для невырожденного состояния атома равен нулю, $\mathbf{d}_{mm} = 0$. Последнее заключение автоматически следует из определения (1.7) и закона сохранения четности.

В дальнейшем ограничимся рассмотрением резонансных явлений, для которых частота электромагнитного поля близка к энергии атомного перехода (1.6'). При этом для определенных mn выполняется условие

$$\frac{|\Delta_{mn}|}{\omega} \ll 1, \quad (1.8)$$

где через Δ_{mn} обозначена расстройка резонанса:

$$\Delta_{mn} = E_{mn} - \omega. \quad (1.8')$$

В этом случае первой суммой в выражении (1.6) можно пренебречь, а во второй сумме оставить только член с

¹ Термин "одетый атом" будет использоваться для описания полной системы "атом + квантованное поле".

резонансным знаменателем. Энергетические уровни резонансного перехода будем нумеровать $m = 2$; $n = 1$ и опускать индексы:

$$\mathbf{d}_{21} \rightarrow \mathbf{d}; \quad A_{21} \rightarrow A. \quad (1.7')$$

Как видно из формулы (1.6), примесь "чужих" состояний определяется квадратом величины

$$\alpha = \frac{2|\mathbf{d} \cdot \vec{\mathcal{E}}|}{\hbar|A|}, \quad (1.9)$$

которая является параметром разложения в резонансных условиях. При $\alpha^2 \ll 1$ применима обычная теория возмущений и эта примесь мала. Поскольку

$$\frac{|\mathbf{d}|}{\hbar|E_{21}|} \sim |\mathcal{E}_{\text{атом}}|^{-1},$$

параметр α^2 вдали от резонанса, т.е. при $A \sim E_{21}$, является просто отношением квадрата напряженности падающего на атом поля к квадрату напряженности атомного поля. Это — обычный параметр, используемый при решении задач нелинейной (нерезонансной) оптики. Вблизи резонанса, $|A| \ll E_{21}$, начинает играть роль знаменатель выражения (1.9), что приводит к значительному увеличению α^2 . Увеличивать α^2 можно двумя способами: либо увеличивать интенсивность волны \mathbf{E} , либо приближаться к точному резонансу $\omega \rightarrow E_{21}$. В первом случае (и в отсутствие резонанса) параметр α^2 становится сравнимым с единицей, когда электрическое поле волны становится сравнимым с атомными полями. Решение такого типа задач встречает большие трудности, поскольку все волновые функции атома и уровни энергии будут сильно искажаться в поле волны. Во втором случае, когда осуществляется резонанс, можно считать, что возмущающее поле по своей величине значительно меньше атомных полей, и только два уровня, находящиеся в резонансе с внешним полем, будут сильно перемешиваться. В этом случае увеличение параметра α^2 будет всецело определяться точностью, с которой можно приблизиться к резонансу. В таблице приведены значения параметра α (1.9) для различных интенсивностей лазерного излучения и различных расстройек \tilde{A} при $d = 5 \times 10^{-18}$ CGSE. Обратим внимание, что четвертая строка таблицы дает значение величины

$$2 \left| \frac{\vec{\mathcal{E}} \cdot \mathbf{d}}{\hbar} \right| = 2|V|$$

в см⁻¹. Эта величина в литературе иногда называется частотой Раби и характеризует частоту осцилляций электрона между уровнями под действием сильного поля \mathbf{E} (см., например, [1]). Для сравнения с эксперимен-

тальными данными удобнее пользоваться расстройкой $\tilde{A} = A/2\pi c$, измеряемой в см⁻¹. Ее величина равна $\tilde{A} = \tilde{\nu}_{21} - \tilde{\nu}$, где частота атомного перехода $\tilde{\nu}_{21} = E_{21}/2\pi c$ и частота линии возбуждения $\tilde{\nu} = \omega/2\pi c$ также выражены в см⁻¹. Внутри области, ограниченной жирным контуром, $\alpha > 1$ и обычная теория возмущений неприменима.

Квадрат модуля коэффициента перед Ψ_m определяет вероятность W_{mn} перехода из состояния Ψ_n в состояние Ψ_m за время $t + T$. При $m = 2$, $n = 1$, опуская индексы, имеем

$$W' = \alpha^2 \sin^2 \left[\frac{A(t+T)}{2} \right]. \quad (1.10)$$

При выводе (1.10) мы ограничились только резонансным членом. Вероятность перехода за все время действия возмущения \hat{H}' является осциллирующей функцией времени. Для времен $t + T$, удовлетворяющих условию

$$t + T \gg \frac{2}{|A|}, \quad (1.11)$$

быстроосциллирующий синусоидальный член можно заменить его средним значением. Тогда вероятность перехода равна

$$W' = \frac{\alpha^2}{2}. \quad (1.12)$$

Для промежутков времени, удовлетворяющих условию обратному (1.11), вероятность перехода за время $t + T$ пропорциональна квадрату времени:

$$W' = \frac{\alpha^2 A^2 (t+T)^2}{4}. \quad (1.13)$$

Выражению (1.10) после деления на $t + T \rightarrow \infty$ можно придать обычный вид вероятности поглощения света атомом в единицу времени:

$$W = \frac{W'}{t+T} = \frac{|\mathbf{d} \cdot \vec{\mathcal{E}}|^2}{\hbar^2} 2\pi \delta(E_{21} - \omega), \quad (1.14)$$

откуда следует, что в рамках теории возмущений атом может поглощать энергию пропорционально времени действия возмущения только в точном резонансе. Поскольку в расчетах использовалась теория возмущений, полученные значения для W' должны быть всегда меньше единицы. Тем не менее при $\alpha^2 > 1$ вероятность перехода за время $t + T$ может стать больше единицы. Это говорит о неприменимости теории возмущений.

Для выяснения физической картины влияния процессов включения и выключения электромагнитного излучения на поведение атома необходимо абстрагироваться от приближения монохроматической волны. Электромагнитные поля, обычно используемые при изучении

Таблица. Значения параметра α (1.9)

$I_{\omega\tilde{A}}\delta\omega$, Вт см ⁻²	1	10 ³	10 ⁶	10 ⁹	10 ¹²
$ \mathbf{E} $, Вт см ⁻¹	13,5	$4,3 \times 10^2$	$1,35 \times 10^4$	$4,3 \times 10^5$	$1,35 \times 10^7$
$\tilde{A} = 10^{-3}$ см ⁻¹	2,25	72,4	$2,25 \times 10^3$	$7,24 \times 10^4$	$2,25 \times 10^6$
$\tilde{A} = 1$ см ⁻¹	$2,25 \times 10^{-3}$	$7,24 \times 10^{-2}$	2,25	72,4	$2,25 \times 10^3$
$\tilde{A} = 10$ см ⁻¹	$2,25 \times 10^{-4}$	$7,24 \times 10^{-3}$	$2,25 \times 10^{-1}$	7,24	$2,25 \times 10^2$

резонансного взаимодействия света с атомами, находящимися в кювете, имеют форму импульсов. Длительность таких импульсов, а следовательно, и время взаимодействия, можно варьировать в очень больших пределах: от фемтосекундных (с временной протяженностью порядка 10^{-14} с) до непрерывных во времени источников. Другая схема экспериментов, которая находит сейчас широкое применение, заключается в исследовании взаимодействия атомных пучков, пролетающих со скоростью v через световое поле лазера протяженностью l . В этом случае время взаимодействия $\tau \sim l/v$ также может изменяться в широких пределах. В следующих разделах подробно обсуждаются эти вопросы вне рамок теории возмущений. Однако для наглядного представления физической картины можно и здесь воспользоваться результатами теории возмущений и рассчитать вероятность перехода под действием поля импульса. Для этого вместо выражения (1.3) для монохроматического поля \mathbf{E} воспользуемся следующим выражением:

$$\mathbf{E} = \vec{\mathcal{E}}(t) \exp[i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)] + \text{с.с.}, \quad (1.15)$$

где $\vec{\mathcal{E}}(t)$ — медленно по сравнению с $\exp(-i\omega t)$ изменяющаяся во времени величина, которая определяет форму импульса. Если использовать для $\mathcal{E}(t)$ выражение

$$\mathcal{E}(t) = \mathcal{E}_0 \exp(-\zeta^2 t^2), \quad (1.16)$$

то вероятность перехода из состояния Ψ_1 в состояние Ψ_2 за время $t \rightarrow \infty$ будет определяться соотношением

$$W'(t \rightarrow \infty) = \frac{\pi}{\zeta^2} \left| \frac{\mathbf{d} \cdot \vec{\mathcal{E}}_0}{\hbar} \right|^2 \exp\left(-\frac{\Delta^2}{2\zeta^2}\right). \quad (1.17)$$

При

$$2\zeta^2 \gg \Delta^2 \quad (1.18)$$

вероятность перехода пропорциональна величине

$$\left| \frac{\mathbf{d} \cdot \vec{\mathcal{E}}_0}{\hbar} \right| \frac{1}{\zeta^2}.$$

При выполнении обратного неравенства вероятность перехода экспоненциально мала.

Можно показать, что для любых непрерывных (вместе со своими производными) функций $\mathcal{E}(t)$ будет иметь место экспоненциальная зависимость вероятности перехода типа (1.17). Однако для функций, имеющих разрыв непрерывности, зависимость будет степенной. Например, если выбрать $\mathcal{E}(t) = \mathcal{E}_0 \exp(-\zeta|t|)$, то вероятность перехода будет пропорциональна $|\zeta/\Delta|^2$.

Если обозначить через $\tau \sim 1/\zeta$ характерное время изменения импульса, то при

$$|A|\tau \ll 1 \quad (1.19)$$

будут осуществляться реальные переходы $1 \rightarrow 2$ с реальным заселением верхнего уровня. При обратном неравенстве вероятность таких процессов экспоненциально мала.

Таким образом, уже из простого анализа, основанного на формулах теории возмущений, можно сделать заключение о важности времени взаимодействия и процедуры включения или выключения электромагнитного поля при рассмотрении взаимодействия света с атомом вблизи резонанса. Вне рамок теории возмущений эти

вопросы приобретают еще большее значение (см., например, [2]).

2. Двухуровневый атом в поле монохроматической волны

2.1. Резонансное приближение и нестационарные волновые функции

После приведенных выше наглядных соображений, основанных на обычной теории возмущений, перейдем к более строгому рассмотрению задачи. Пусть частота внешнего электромагнитного поля (1.3) близка к разности энергий двух уровней атома, верхнего $m = 2$ и нижнего $n = 1$, т.е.

$$\frac{|E_{21} - \omega|}{\omega} = \frac{|A|}{\omega} \ll 1. \quad (2.1)$$

Отвлечемся пока от влияния других атомных уровней на рассматриваемый процесс. Тогда задача сведется к взаимодействию электромагнитного поля с двухуровневой системой. Рассмотрение такой задачи поможет вскрыть основные свойства, связанные с резонансным взаимодействием света с атомом.

Под влиянием резонансного взаимодействия, волновые функции двух уровней будут перемешаны. Поскольку для данной задачи они образуют полную систему функций, точное решение можно искать в виде суперпозиции двух состояний атома, описываемых волновыми функциями (1.4):

$$\Phi = a_1(t)\Psi_1 + a_2(t)\Psi_2, \quad |a_1|^2 + |a_2|^2 = 1. \quad (2.2)$$

Функции Ψ_1 и Ψ_2 атома, входящие во все последующие вычисления, будут соответствовать определенным волновым функциям атома, и индексы 1 и 2 описывают всю совокупность индексов атомных функций.

Будем искать решения уравнения Шрёдингера (1.1) в виде (2.2). Оператор взаимодействия (1.2) берется в следующем виде:

$$\hat{H}'(r, t) = -\frac{\hat{\mathbf{d}} \cdot \mathbf{E}}{\hbar}. \quad (2.3)$$

В матричных элементах взаимодействия оставляем только медленноосциллирующие члены:

$$H'_{21} = -\frac{\mathbf{d}_{21} \cdot \vec{\mathcal{E}}}{\hbar} \exp(i\Delta t) = H_{12}^*. \quad (2.4)$$

Введем обозначения для не зависящей от времени части оператора взаимодействия:

$$V = -\frac{\mathbf{d}_{21} \cdot \vec{\mathcal{E}}}{\hbar} = |V| \exp(i\varphi_0 + i\pi), \quad \varphi_0 = \varphi + \varphi_1 - \varphi_2, \quad (2.5)$$

где φ_1 и φ_2 — произвольные фазы волновых функций Ψ_1 и Ψ_2 , φ — постоянная фаза поля \mathbf{E} . Обратим внимание на то, что \mathbf{d}_{21} входит в комбинации с \mathcal{E} , т.е. переход $1 \rightarrow 2$ сопровождается уничтожением фотона; дипольный момент \mathbf{d}_{12} ассоциируется с амплитудой поля \mathcal{E}^* , описывающей рождение фотонов. Напомним, что в аппарате квантовой электродинамики классические амплитуды поля \mathcal{E}^* и \mathcal{E} заменяются на операторы рождения и

поглощения соответственно. В резонансном приближении уравнение Шрёдингера (1.1) принимает вид

$$i\dot{a}_1 = a_2 V^* \exp(-i\Delta t), \quad i\dot{a}_2 = a_1 V \exp(i\Delta t). \quad (2.6)$$

При выводе (2.6) не учитываются быстроосциллирующие слагаемые в правой части (2.3) вида $\exp[i(E_{21} + \omega)t]$, которые после усреднения по "быстрому" времени $t \sim 1/\omega \sim 1/E_{21}$ обращаются в нуль. Эта процедура может быть математически обоснована [3–5]. Резонансное приближение в дальнейшем будет использоваться неоднократно. Оно часто ранее применялось в теории магнитного резонанса [6–9] (приближение вращающегося поля) и в расчетах по лазерным усилителям [10, 11]. Для двухуровневой системы в оптической области частот "приближение вращающегося поля" было впервые применено в работе [12]. Монография [13] посвящена использованию этого метода для решения целого ряда задач для двухуровневого атома. Однако для атомных систем с числом уровней больше двух переход во вращающуюся систему координат, на наш взгляд, нецелесообразен, и проще использовать резонансное приближение без перехода во вращающуюся систему координат (см., например, [5, 14]). Решение уравнений (2.6) будем искать в виде

$$a_1 = C \exp(-i\lambda t), \quad a_2 = C \frac{\lambda}{V^*} \exp[-i(\lambda - \Delta)t]. \quad (2.7)$$

Для величины λ получаем квадратное уравнение

$$\lambda^2 - \lambda\Delta - |V|^2 = 0, \quad (2.8)$$

решение которого запишем в виде

$$\lambda_{1,2} = \frac{\Delta}{2} \mp \sqrt{\frac{\Delta^2}{4} + |V|^2} = \frac{\Delta \mp \Omega}{2}. \quad (2.9)$$

В (2.9) введена величина Ω , которая в дальнейшем будет неоднократно использоваться:

$$\Omega = \sqrt{\Delta^2 + 4|V|^2}. \quad (2.10)$$

Величины α , $|V|$, Δ , $\lambda_{1,2}$ связаны соотношениями

$$\alpha = 2 \left| \frac{V}{\Delta} \right|, \quad \lambda_1 + \lambda_2 = \Delta, \quad \lambda_1 \lambda_2 = -|V|^2. \quad (2.11)$$

В дальнейшем будем часто использовать термин "выключение" взаимодействия. Это будет означать, что рассматриваются решения в пределах малых $|V|$, точнее при

$$|V|^2 \ll \left| \frac{\Delta}{2} \right|^2. \quad (2.12)$$

Эту процедуру нужно понимать условно, так как полученные решения справедливы при постоянных V . В действительности для конкретного рассмотрения поведения решений при выключении взаимодействия необходимо решить задачу о поведении двухуровневой системы в поле с переменным значением $V(t)$. Несмотря на то, что приведенные ниже решения относятся к поведению атома в поле волны с постоянной амплитудой, будем проводить процедуру выключения поля и

сравнивать полученные решения с решениями невозмущенной системы, т.е. при $|V| \rightarrow 0$. Эта процедура устанавливает соответствие между функциями невозмущенного атома и функциями атома в поле волны. Особую осторожность нужно соблюдать при точном резонансе, так как в этом случае система "атом + электромагнитное поле" является вырожденной по энергии системой. На рисунке 1 приведен график зависимостей $\lambda_{1,2}$ от Δ .

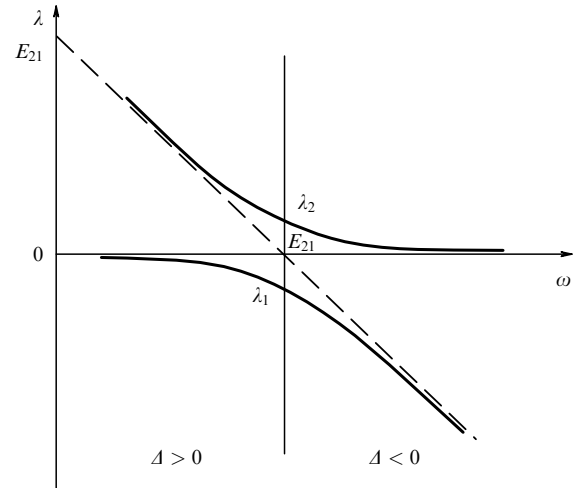


Рис. 1. Зависимость квазиэнергий λ_1 и λ_2 от частоты электромагнитного поля. Асимптоты $\lambda = 0$ и $\lambda = \Delta$ соответствуют невозмущенным состояниям Ψ_1 и Ψ_2 . Если при $t \rightarrow -\infty$ система находилась на левой нижней ветви λ_1 , то при сканировании частоты от $\Delta > 0$ до $\Delta < 0$ и выключении резонансного поля атомная система переходит из состояния Ψ_1 в Ψ_2 (см. (2.9)).

Общее решение уравнения Шрёдингера (1.1) будет произвольной комбинацией указанных двух решений уравнений (2.6):

$$\begin{aligned} \Phi = & D_1 \exp(-i\lambda_1 t) \left[\Psi_1 + \Psi_2 \frac{\lambda_1}{V^*} \exp(i\Delta t) \right] + \\ & + D_2 \exp(-i\lambda_2 t) \left[\Psi_1 + \Psi_2 \frac{\lambda_2}{V^*} \exp(i\Delta t) \right]. \end{aligned} \quad (2.13)$$

Из выражения (2.13) можно выбрать две линейно независимые ортонормированные функции, являющиеся частными решениями уравнения (1.1).

Предположим, что на атом начиная с момента $t = 0$ действует "монохроматический" импульс с прямоугольным передним фронтом.

В действительности, как мы увидим ниже, для рассматриваемого случая необходимо выполнить условия $\tau|\Delta| \ll 1$, где τ — время нарастания импульса. Коэффициенты D_1 и D_2 определяются в этом случае из следующего начального условия:

$$\Phi = \Psi_1 \quad \text{при} \quad t = 0. \quad (2.14)$$

Волновая функция имеет вид (см. [1], где, однако, есть опечатки)

$$\begin{aligned} \Phi'_1 = & \Psi_1 \exp\left(-i \frac{\Delta}{2} t\right) \left(\cos \frac{\Omega t}{2} + \frac{i\Delta}{\Omega} \sin \frac{\Omega t}{2} \right) - \\ & - \Psi_2 \exp\left(i \frac{\Delta}{2} t\right) \frac{2iV}{\Omega} \sin \frac{\Omega t}{2}. \end{aligned} \quad (2.15)$$

Вторую функцию можно выбрать из (2.13), используя начальное условие

$$\Phi = \Psi_2 \quad \text{при} \quad t = 0. \quad (2.16)$$

Тогда

$$\begin{aligned} \Phi'_2 = & -\Psi_1 \exp\left(-i \frac{\Delta}{2} t\right) \frac{2iV^*}{\Omega} \sin \frac{\Omega t}{2} + \\ & + \Psi_2 \exp\left(i \frac{\Delta}{2} t\right) \left(\cos \frac{\Omega t}{2} - \frac{i\Delta}{\Omega} \sin \frac{\Omega t}{2}\right). \end{aligned} \quad (2.17)$$

Легко проверить, что функции Φ'_1 и Φ'_2 в каждый момент времени образуют полную ортонормированную систему функций двухуровневого атома, т.е. подчиняются условиям

$$\int \Phi_i^* \Phi'_k dV = \delta_{ik}. \quad (2.18)$$

Обратим внимание, что при выключении взаимодействия, т.е. при $\alpha \rightarrow 0$

$$\Phi'_1 \rightarrow \Psi_1, \quad \Phi'_2 \rightarrow \Psi_2 \quad (2.19)$$

независимо от знака расстройки Δ . Произвольная постоянная фаза волновой функции Φ'_1 совпадает с произвольной фазой Ψ_1 , а фаза Φ'_2 соответствует фазе Ψ_2 . Состояния (2.16) характеризуются осцилляциями плотности вероятности электронов между двумя состояниями невозмущенного атома. Например, вероятности нахождения электрона на верхнем и нижнем уровнях в состоянии, описываемом функцией (2.15), равны

$$\begin{aligned} n_2(t) &= |a_2(t)|^2 = \frac{\alpha^2}{1 + \alpha^2} \sin^2 \frac{\Omega t}{2}, \\ n_1(t) &= |a_1(t)|^2 = 1 - n_2(t). \end{aligned} \quad (2.20)$$

Обратим внимание на то, что те же самые выражения при замене $1 \rightarrow 2$ и $2 \rightarrow 1$ будут давать населенности нижнего и верхнего уровней в случае второй функции Φ'_2 (2.17).

Перейдем теперь к описанию оптических экспериментов по наблюдению осцилляций населенностей. В первом оптическом эксперименте [15] наблюдались осцилляции населенностей с частотой Раби $2|V|$ в точном однофотонном резонансе $\Delta = 0$. Авторы работы [16] изучали переходные процессы при двухфотонном резонансе в Na на переходе $3S \rightarrow 4D$ (рис. 2). Время включения взаимодействия составляло $t_2 = 14$ нс, что меньше времени жизни $4D$ -уровня, равного приблизительно 50 нс. Таким образом, основные условия безрелаксационного приближения были выполнены. Двухфотонное поглощение происходило в поле двух распространяющихся навстречу друг другу волн со взаимно ортогональными поляризациями, что дало возможность избежать влияния доплер-эффекта. Двухфотонная расстройка $\Delta = 2\omega - (E_D - E_S)$ варьировалась от нуля до 30 МГц. Таким образом, даже для максимальной расстройки $|\tau\Delta| \approx 0,42 < 1$ правомочно использование нестационарных энергетических функций. Наблюдения эффекта проводились с помощью спонтанно излученных фотонов при переходе $4D \rightarrow 3P$. Поскольку при используемых в эксперименте полях величина α была мала, населенность верхнего уровня $4D$ должна осциллировать согласно формуле (2.20) с частотой $\Omega = \Delta$.

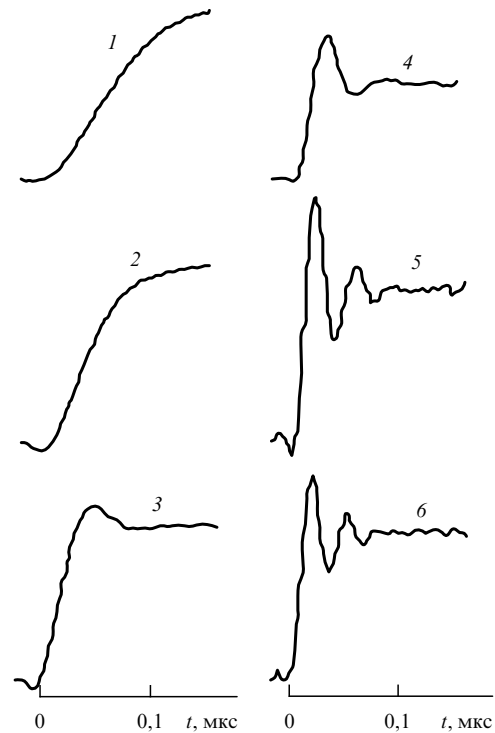


Рис. 2. Осцилляции населенности верхнего уровня в зависимости от времени. Различные кривые соответствуют различным расстройкам резонанса от $\Delta = 0$ (кривая 1) до $\Delta = 30$ МГц (кривая 6). Эксперимент выполнялся для небольших значений интенсивностей, для которых $\Omega \approx \bar{\Delta}$, где $\bar{\Delta}$ — эффективное значение Δ . Амплитуда осцилляций уменьшается из-за спонтанного распада верхнего уровня.

2.2. Адиабатические волновые функции в резонансном приближении

Рассмотрим поведение атома в поле идеальной, т.е. бесконечной в пространстве и времени, плоской, монохроматической, волны. В этом случае мы не можем "от себя" задать состояние атома при $t = t_0$. Волновая функция при $t = t_0$ должна сама собой получаться в результате решения уравнения Шрёдингера без какого-либо включения или выключения взаимодействия. Это нужно понимать в том смысле, что всякое включение или выключение взаимодействия должно происходить настолько медленно (или, как принято говорить, адиабатически), что каждому стационарному состоянию атомной системы без поля можно будет сопоставить одно определенное, соответствующее ему квазистационарное состояние атомной системы, находящейся в электромагнитном поле. В результате адиабатического включения можно избежать реальных переходов между различными невырожденными уровнями и рассматривать процессы, происходящие на фиксированном атомном уровне, возмущенном действием волны.

Для задач рассеяния монохроматической волны света в теории возмущений принято считать [17], что всегда выполняется неравенство

$$(E_{mm} \pm \omega)T \gg 1, \quad (2.21)$$

т.е. все временные промежутки T , характеризующие времена включения и выключения или временную ширину импульса, должны быть значительно больше обратной величины расстройки резонанса. В действительности для монохроматической волны необходимо

принять $T \rightarrow \infty$, что автоматически приводит к выполнению неравенства (2.21). В реальной ситуации значение T всегда ограничено сверху всякого рода эффектами (немонохроматичность импульса, релаксация и затухание атомных уровней, столкновительная и другие виды релаксаций). Поэтому необходимо требовать, чтобы условие (2.21) выполнялось для наименьшего из возможных промежутка T . Только в этом случае постановка задачи будет отвечать рассеянию света на атоме, находящемся в определенном состоянии. В противном случае необходимо решать задачу для конкретного импульса, что очень сужает общность всего рассмотрения. Следовательно, при выполнении условия (2.21) в формуле (1.6) можно опустить быстроосциллирующие члены и переписать ее в следующем виде:

$$\begin{aligned} \Phi_n^{(1)} = & U_n \exp(-iE_n t) + \\ & + \exp(-iE_n t) \sum_{m \neq n} \left[\frac{\mathbf{d}_{mn} \cdot \vec{\mathcal{E}}^*}{\hbar(E_{mn} + \omega)} \exp(i\omega t) + \right. \\ & \left. + \frac{\mathbf{d}_{mn} \cdot \vec{\mathcal{E}}}{\hbar(E_{mn} - \omega)} \exp(-i\omega t) \right] U_m. \end{aligned} \quad (2.22)$$

Однако вблизи резонанса первым слагаемым в сумме (2.22) можно пренебречь, а во втором ограничиться только резонансным членом. В этом случае из формулы (2.22) видно, что примесь m -го состояния в n -й волновой функции, которая определяется квадратом модуля коэффициента перед функцией U_m , не зависит от времени. Следовательно, в отличие от (1.6) здесь не должны наблюдаться осцилляции населенностей уровней со временем. Именно эти волновые функции соответствуют работе Гейзенберга и Крамерса о рассеянии света на атоме [17]. При выключении взаимодействия, т.е. при $\mathbf{E} \rightarrow 0$, функция (2.22) переходит в невозмущенную функцию атома Ψ_n независимо от знака Δ . Функции, имеющие структуру подобную (2.22), будут выбираться для описания поведения атомов в монохроматическом поле излучения в резонансном приближении. Для их определения обратимся к структуре общего решения (2.13). Примем, что при адиабатическом выключении взаимодействия, т.е. при $\alpha \rightarrow 0$ или $\mathbf{E} \rightarrow 0$, искомое решение должно переходить либо в Ψ_1 , либо в Ψ_2 . В нашем распоряжении имеются два произвольных коэффициента D_1 и D_2 , выбор которых определит два линейно независимых решения. Выберем их исходя из следующего условия. Будем считать, что одна из функций, Φ_1 , должна при $\alpha \rightarrow 0$ и $\Delta > 0$ переходить в Ψ_1 , а вторая, Φ_2 , — в Ψ_2 . Учитывая предельные значения для $\lambda_{1,2}$ при $\alpha \ll 1$, легко видеть, что для коэффициентов D_1 и D_2 при $\alpha \rightarrow 0$ имеем две пары решений: $D_1 = 1, D_2 \rightarrow 0$ (быстрее, чем α) и $D'_1 = 0, D'_2 = (\mathbf{E}^* \cdot \mathbf{d})/\hbar\Delta$. Такой выбор означает, что мы используем два решения (2.13): одно с λ_1 , другое с λ_2 . При $\Delta < 0$ и $\alpha \rightarrow 0$ картина изменяется: $\Phi_1 \rightarrow \Psi_2$, а $\Phi_2 \rightarrow \Psi_1$. Таким образом, из (2.13) получаются две функции, которые оказываются ортогональными. Как следует из квантово-электродинамического рассмотрения, эти функции будут собственными функциями эрмитова оператора \hat{H} , описывающего систему "атом + квантованное поле". В этом случае полная система "атом + квантованное поле", которая в литературе получила название "одетый атом" (см., например, [18]), будет обладать вполне определенной энергией, и указанные функции будут описывать стационарное состояние пол-

ной системы в резонансном приближении. Выбранные коэффициенты, которые мы обозначим $D_1 = C_1, D'_2 = C_2$, должны удовлетворять условиям нормировки, что приводит к следующим их значениям, справедливым для произвольных α и Δ :

$$|C_1| = \left(1 + \frac{\lambda_1^2}{|\mathbf{V}|^2}\right)^{-1/2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(1 + \frac{\Delta}{\Omega}\right)^{1/2}, \quad (2.23)$$

$$|C_2| = \left(1 + \frac{\lambda_2^2}{|\mathbf{V}|^2}\right)^{-1/2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(1 - \frac{\Delta}{\Omega}\right)^{1/2}. \quad (2.24)$$

Из (2.13) получим две функции $\Phi_{1,2}$ [4, 5], которые в дальнейшем будем называть адиабатическими:

$$\Phi_1 = C_1 \exp[-i(E_1 + \lambda_1)t] \left\{ U_1 + \frac{\lambda_1}{V^*} U_2 \exp(-i\omega t) \right\}, \quad (2.25)$$

$$\Phi_2 = C_2 \exp[-i(E_1 + \lambda_2)t] \left\{ U_1 + \frac{\lambda_2}{V^*} U_2 \exp(-i\omega t) \right\}. \quad (2.26)$$

Функции Φ_1 и Φ_2 , как и все волновые функции в квантовой механике, определяются с точностью до произвольных фаз. Соотношения (2.23) и (2.24) определяют модули коэффициентов C_1 и C_2 . Фазы C_1 и C_2 остаются неопределенными. Не ограничивая общности, можно считать, что C_1 — действительная величина. Это можно сделать, поскольку волновые функции Ψ_1, Ψ_2 также определены с точностью до произвольных фаз, которые вносят дополнительную неопределенность в выбор фаз $\Phi_{1,2}$. Однако структура выражения (2.25) такова, что произвольные фазы $\varphi_{1,2}$ входят в коэффициент при Ψ_2 таким образом, что фазу φ_1 можно вынести за фигурные скобки и объединить с произвольной фазой коэффициента C_1 . Поэтому, если выбрать коэффициент C_1 действительным, то произвольная фаза Φ_1 будет совпадать с произвольной фазой Ψ_1 (при $\Delta > 0$).

Произвольная фаза волновой функции Φ_2 будет определяться произвольной фазой Ψ_2 , если произвольную фазу константы C_2 выразить через произвольную фазу φ_0 следующим образом:

$$C_2 = |C_2| \exp(-i\varphi_0 + i\pi). \quad (2.27)$$

В этом случае

$$C_2 = -\frac{\lambda_1}{V} C_1, \quad (2.27')$$

и формулу (2.26) можно переписать в виде

$$\Phi_2 = C_1 \exp[-i(E_2 - \lambda_1)t] \left[U_2 - \frac{\lambda_1}{V} U_1 \exp(i\omega t) \right]. \quad (2.26')$$

Используя предельные значения $\lambda_{1,2}$ при выключении поля ($E \rightarrow 0$), из (2.25), (2.26') получим

$$\begin{aligned} \Phi_1 &\rightarrow \Psi_1, & \Phi_2 &\rightarrow \Psi_2 & \text{при } \Delta > 0, \\ \Phi_1 &\rightarrow \Psi_2 \exp(i\varphi_0), & \Phi_2 &\rightarrow \Psi_1 \exp(-i\varphi_0) & \text{при } \Delta < 0. \end{aligned} \quad (2.28)$$

Условия (2.28) приводят к некоторому неудобству в пределе теории возмущений при "прохождении" через точку $\Delta = \pm 0$ из-за неоднозначного соответствия индексов Φ_i и Ψ_j . Это является следствием того, что при прохождении точки $\Delta = 0$ происходит адиабатическое инвертирование населенностей, рассмотренное в раз-

деле 2.3. В этом случае система "атом + поле" является вырожденной по энергии и правильные базисные волновые функции в нулевом приближении получим из (2.25), (2.26'), полагая $A = 0$:

$$\begin{aligned}\Phi_1 &= \frac{\exp(i|V|t)}{\sqrt{2}} [\Psi_1 - \Psi_2 \exp(i\varphi_0)], \\ \Phi_2 &= \frac{\exp(-i|V|t)}{\sqrt{2}} [\Psi_2 + \Psi_1 \exp(-i\varphi_0)].\end{aligned}\quad (2.29)$$

При $E \rightarrow 0$ и $\varphi_0 = 0$ функции (2.29) переходят в симметричную и антисимметричную комбинации функций $\Psi_{1,2}$. Функции (2.29) остаются справедливыми при замене $|V|t \rightarrow \int |V| dt$ для произвольной зависимости V от t .

Легко проверить непосредственным вычислением, что функции Φ_1 и Φ_2 образуют полную ортонормированную систему функций двухуровневого атома. Для использования функций (2.25), (2.26') необходимо иметь дело с достаточно монохроматическим светом, для которого фаза φ не "сбивается" за времена характерные для рассматриваемой задачи. Состояния, описываемые адиабатическими функциями (2.25)–(2.26'), будем в дальнейшем называть квазиэнергетическими состояниями атома (см. раздел 2.3) в резонансном приближении.

Примесь функций Ψ_1 и Ψ_2 , образующих состояние Φ_1 (и соответственно Φ_2), определяется модулем квадрата соответствующего коэффициента в разложении Φ_1 по функциям Ψ_1 и Ψ_2 . Например, "населенность" уровня Ψ_1 и уровня Ψ_2 для функции Φ_1 дается выражениями

$$n_1 = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{A}{\Omega} \right), \quad n_2 = 1 - n_1. \quad (2.30)$$

Легко видеть, что примесь функции Ψ_2 в состоянии Φ_2 дается выражением для n_1 ; а примесь функции Ψ_1 в состоянии Φ_2 — выражением для n_2 .

Эксперимент по определению заселенностей n_1 и n_2 был выполнен Гришковским [19] с помощью методики двойного оптического резонанса. В указанной работе использовался ограниченный по времени импульс, а не монохроматическое поле. Однако с некоторыми ограничениями к этому случаю применима формула (2.30). Использовалась трубка длиной 100 см с парами рубидия, через которую распространялись два импульса с круговыми поляризациями. Частота первого импульса имела расстройку резонанса $\tilde{\lambda} = +1$ см⁻¹ для перехода $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{1/2}$ ($2\pi\lambda = 7948$ Å) в атоме рубидия. Второе слабое поле настраивалось либо в резонанс с переходом $5P_{1/2} \rightarrow 6D_{3/2}$ ($2\pi\lambda = 6206$ Å), либо так, чтобы выполнялся точный двухфотонный резонанс для двухфотонного перехода $5S_{1/2} \rightarrow 6D_{3/2}$. В первом случае с помощью пробного поля измерялась реальная заселенность уровня $5P_{1/2}$, которая обычно возникает из-за влияния всякого рода релаксационных процессов и немонохроматичности; во втором случае измерялась "когерентная заселенность", определяемая формулами (2.30). Настройка к резонансу проводилась двойным способом: во-первых, с помощью изменения частоты обоих лазеров на красителях, во-вторых, тонкая подстройка проводилась с помощью магнитного поля. Интенсивность сильного поля в зависимости от времени измерялась во время прохождения через пары рубидия и достигала 500 Вт см⁻² при временной ширине 4 нс и спектральной ширине

0,005 см⁻¹. Ширина линии второго пробного непрерывного лазера была меньше 0,003 см⁻¹. Ширина линии атомного перехода $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{1/2}$ определяется спонтанным временем жизни $\tau_{sp} = 28$ нс и временем столкновения $1/\tau_{sp} = 0,8 \times 10^{-7} \pi N$ (при 140 °C $N = 6 \times 10^{13}$). Пробный импульс не влиял на заселенность уровней, и его интенсивность составляла всего 15 мВт см⁻² в непрерывном режиме. В эксперименте [19] использовался импульс длительностью $\tau \sim 4$ нс, амплитуда которого медленно изменялась со временем. Поэтому можно приближенно описывать все явления, используя приведенные выше формулы, в которых величина $\alpha^2 \propto \mathcal{E}^2(t)$ зависит от времени. В частности, для числа частиц на верхнем уровне при $\alpha^2 \ll 1$ из (2.30) имеем

$$n_2 = \frac{\alpha^2}{4}. \quad (2.30')$$

Эта формула будет определять когерентное возбуждение атома. "Энергия" такого возбуждения, как видно из формулы (2.25), равна $E_1 + \omega$. При этом изменение поляризации атома (т.е. примесь $5P_{1/2}$) будет строго следовать за импульсом и обращаться в нуль после прохождения импульса. Число когерентно возбужденных атомов определялось с помощью поглощения излучения пробного лазера, частота которого подстраивалась таким образом, чтобы осуществлялся точный двухфотонный резонанс. Однако кроме когерентного "заселения" существует еще некогерентное заселение, связанное как с немонохроматичностью импульса, так и с релаксацией. Вероятность поглощения, вызванного немонохроматичностью импульса, была мала. Эксперимент выполнен для значений $\alpha \sim 0,1$, что не позволяет наблюдать нелинейные явления, которые особенно сильно проявляются при $\alpha > 1$. Соответствующие расчеты на основании "метода вращающего поля" проведены в той же работе [19] и эквивалентны резонансному приближению при $\alpha < 1$, использованному в тексте.

2.3. Квазиэнергия, сдвиг атомных уровней и адиабатическое инвертирование населенностей

Введем теперь понятие о квазиэнергии атома в периодическом поле [20, 21]. По аналогии с блоховскими функциями для электрона в пространственно периодическом поле в работах Ритуса [20] и Зельдовича [21] вводятся квазиэнергетические волновые функции атома в переменном по времени периодическом поле вида $\Phi_m = \exp(-iE_m t) \varphi_m(t, r)$, где $\varphi_m(t, r)$ — периодическая по времени функция с периодом равным периоду внешнего возмущения. Разлагая $\varphi_m(t, r)$ в ряд Фурье и подставляя в Φ_m , имеем волновую функцию, введенную в работах [20, 21]:

$$\Phi_m = \sum_{s=-\infty}^{+\infty} \Psi_{sm}(\mathbf{r}) \exp(-iE_m t - is\omega t). \quad (2.31)$$

В зарубежной литературе эти состояния получили название состояний Флоке. Точно так же, как квазиимпульс электрона в периодическом поле определен с точностью до величины $(2\pi/a)s$ (где a — период решетки, а s — целое число), в переменном электромагнитном поле частоты ω энергия определяется с точностью до $s\omega$ и носит название квазиэнергии. В работе [20a] было рассмотрено взаимодействие излучения с атомом в отсутствие резонансов.

Следующий шаг был сделан в работе [4] для резонансных взаимодействий. В резонансном приближении, используемом нами, квазиэнергетические волновые функции становятся предельно простыми и квазиэнергетическое рассмотрение становится весьма эффективным методом решения задач нелинейной резонансной оптики (см., например, [22]).

Обратим внимание на временную зависимость функций (2.25), (2.26'). Выражения содержат члены типа $\exp(\pm i\omega t)$. Если отвлечься от множителей пропорциональных $\exp(\pm i\omega t)$, то экспоненциальная зависимость этих функций от времени определяется множителями $\exp[-i(E_1 + \lambda_1)t]$ и $\exp[-i(E_2 - \lambda_1)t]$, что соответствует структуре стационарных состояний в квантовой механике. Следовательно, величины $E_1 + \lambda_1$ и $E_2 - \lambda_1$ выполняют роль "энергии" в переменном поле.

Рассмотрим случай положительной расстройки, $\Delta > 0$. Волновые функции Φ_1 и Φ_2 при выключении поля переходят соответственно в невозмущенные атомные функции Ψ_1 и Ψ_2 , и уровни квазиэнергии $E_1 + \lambda_1$ и $E_2 - \lambda_1$ переходят в невозмущенные атомные уровни E_1 и E_2 . Следовательно, мы можем ввести величины E'_1 и E'_2 , которые выполняют роль "старых" энергий E_1 и E_2 . В первой функции

$$E'_1 = E_1 + \lambda_1, \quad (2.32)$$

а во второй —

$$E'_2 = E_2 - \lambda_1. \quad (2.32')$$

В дальнейшем будем называть E'_1 и E'_2 приведенными квазиэнергиями или для простоты просто "квазиэнергиями" атома в нижнем и верхнем состояниях. Аналогичным способом рассматривается и случай $\Delta < 0$. В этом случае (поскольку $\Phi_1(\alpha \rightarrow 0) \rightarrow \Psi_2$, $\Phi_2(\alpha \rightarrow 0) \rightarrow \Psi_1$)

$$E'_1 = E_1 + \lambda_2, \quad (2.33)$$

$$E'_2 = E_2 - \lambda_2. \quad (2.33')$$

Как и при $\Delta > 0$, E'_2 соответствует показателю экспоненты перед функцией U_2 в функции Φ_1 , а E'_1 — показателю экспоненты перед функцией U_1 в функции Φ_2 .

Соответствующие графики зависимостей энергетических "уровней" атома в поле от Δ и от α приведены на рис. 3 и на рис. 4 соответственно². Из графиков видно, что с увеличением α система уходит из резонанса.

Для разности квазиэнергий $E'_2 - E'_1$ имеем

$$E'_2 - E'_1 = \begin{cases} \omega + \Omega, & \Delta > 0, \\ \omega - \Omega, & \Delta < 0. \end{cases} \quad (2.34)$$

Из (2.34) и из рис. 2 и 3 видно, что в зависимости от знака Δ атомная система, помещенная в резонансное поле, поглощает различные частоты.

Квазиэнергии E'_1 и E'_2 , определенные формулами (2.32)–(2.33'), терпят разрыв непрерывности при $\Delta \rightarrow \pm 0$. При точном резонансе $\Delta = 0$ в зависимости от того, подходим ли мы к резонансу по частоте ω снизу ($\Delta \rightarrow +0$) или сверху ($\Delta \rightarrow -0$), должны наблюдаться

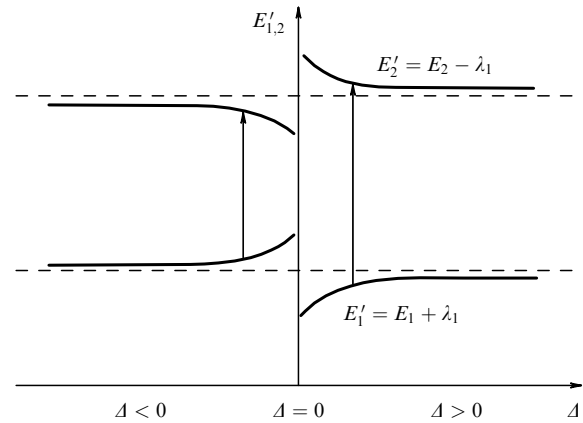


Рис. 3. Зависимость уровней квазиэнергии атома $E'_{1,2}$ от расстройки Δ . Нижняя кривая соответствует квазиэнергии основного состояния атома в поле волны, верхняя кривая — квазиэнергии возбужденного состояния. Стрелками указаны переходы между "уровнями" атома при поглощении и излучении. При $\Delta \rightarrow \pm 0$ уровни квазиэнергии E'_1 и E'_2 расщепляются на два подуровня, расстояние между которыми равно $2|V|$.

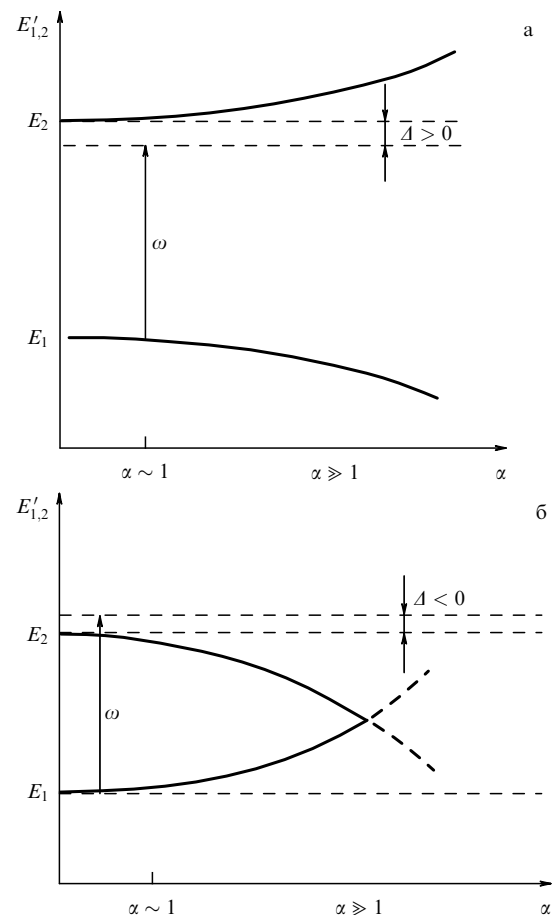


Рис. 4. Зависимости квазиэнергии нижнего E'_1 и верхнего E'_2 состояния атома от величины α при положительных (а) и отрицательных (б) расстройках. (а) Уровни квазиэнергий сближаются с увеличением интенсивности лазерного поля, т.е. происходит увеличение расстройки резонанса, а при очень больших α — инвертирование уровней (штрихи). (б) При увеличении α квазиуровни расходятся, т.е. и в этом случае происходит расстройка резонанса.

² Аналогичные графики, обычно приводимые в литературе, можно построить и для квазиэнергий при мгновенном включении взаимодействия. Они будут комбинацией показанных на рис. 3, 4 графиков в соответствии с формулой (3.3).

различные по частоте две линии поглощения и две линии излучения. Экспериментальные данные, приведенные ниже, подтверждают эти рассуждения. Очевидно, что, если учитывать релаксацию, то расщепление линии поглощения на две линии будет иметь место не точно при $\Delta = 0$, а вблизи точного резонанса до расстояний по шкале частот порядка частот релаксаций. Указанный эффект расщепления можно интерпретировать следующим образом. Например, два радиотехнических контура, колеблющихся с одной и той же частотой, при взаимодействии расстраиваются, и вместо одной частоты колебаний возникают две близкие частоты. Хорошо известно, что два атома водорода связываются в молекуле водорода благодаря расщеплению уровней энергии двух тождественных атомов из-за обменного взаимодействия. Аналогичные явления имеют место и в рассмотренном нами примере. Двум колеблющимся контурам (или двум атомам водорода) будет соответствовать двухуровневая система и электромагнитное колебание частоты ω (фотон). И в этом случае образуется "связанная" система "атом + поле", и могут наблюдаться явления аналогичные явлениям, имеющим место при образовании молекул. Для рассмотрения этого вопроса нужно проквантовать резонансное поле и рассмотреть уровни энергии полной системы "атом + квантованное поле" ("одетый атом"), представленные на рис. 5. Здесь имеется аналогия с проблемой туннелирования частицы, находящейся в потенциале, имеющем две симметричные ямы, разделенные барьером. Исследование этой проблемы можно найти в работах [1, 23] (и в приведенной там литературе).

Сдвиг уровней в поле волны (высокочастотный эффект Штарка) наблюдался экспериментально в радиодиапазоне французскими учеными школы Кастлера для основного состояния атома ртути [24]. В оптическом диапазоне сдвиг уровней в парах калия исследовался группой Бонч-Бруевича для линии поглощения [25, 26], группой Мовсесяна для линии так называемого трехфотонного рассеяния [27] (см. раздел 2.6), а также в работах группы Раутиана [28].

В работах [25, 26] было впервые замечено и объяснено расщепление резонансной линии поглощения на две симметричные относительно E_{21} компоненты при $\Delta \rightarrow \pm 0$ в соответствии с (2.34). Иногда это явление называют эффектом Аутлера – Таунса [29].

Сближение или расхождение уровней (см. рис. 3, 4) будет происходить до тех пор, пока используемое нами резонансное приближение остается в силе, т.е. при $\lambda_1 \ll \omega$, $\lambda_1 \ll E_{21}$. Однако полученные решения останутся в силе и уровни квазиэнергии могут сколь угодно раздвигаться при $\Delta > 0$ или сближаться при $\Delta < 0$ (и, следовательно, пересекаться и даже инвертировать) в случае магнитного дипольного взаимодействия, когда резонансное приближение становится строгим. Это будет происходить, например, в случае дипольного взаимодействия одной определенной циркулярно поляризованной волны (σ^- либо σ^+) с двухуровневой системой с $m = \pm 1/2$, при котором нерезонансные переходы из-за условий для поляризации автоматически обращаются в нуль. В радиодиапазоне это явление наблюдалось ленинградскими физиками и изложено в работах [25, 26].

Затем появилось несколько работ [30–32], в которых проведены более точные измерения сдвига уровней в

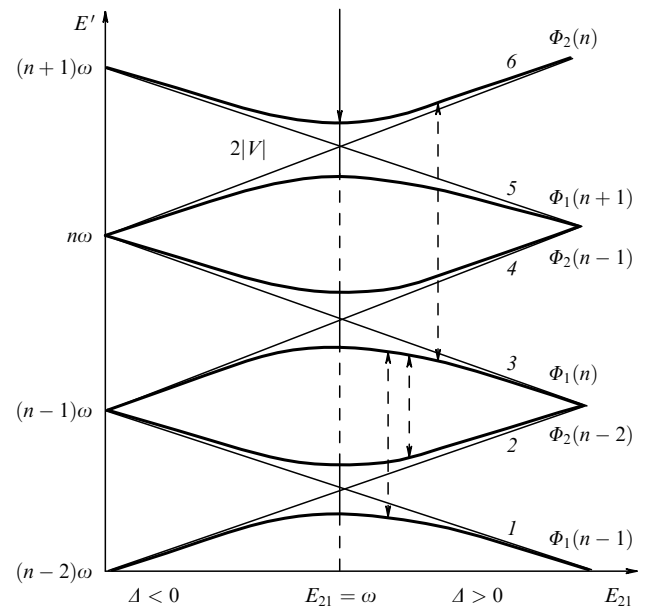


Рис. 5. Зависимость уровней энергии "одетого" атома от E_{21} . Сплошные пересекающиеся прямые 1–6 соответствуют энергиям взаимодействующих систем $E_1^0(n) = -E_{21}/2 + n\omega$, $E_2^0(n) = E_{21}/2 + n\omega$; 1, 3, 5 — атом "внизу", 2, 4, 6 — атом "наверху". Кривые соответствуют энергетическим уровням полной системы с учетом их взаимодействия. Минимальное расстояние между двумя соседними кривыми равно $2|V|$. Штриховые вертикальные линии соответствуют следующим процессам, рассмотренным в разделе 2.4 (справа налево): линия поглощения или излучения $\omega'' = E_{21} - 2\lambda_1$, линия трехфотонного излучения или поглощения $\omega' = 2\omega - E_{21} + 2\lambda_1$, линия излучения или поглощения фотона с частотой ω . Энергия атома отсчитывается от середины уровня: $E_{21}/2$ — атом в "верхнем" состоянии; $-E_{21}/2$ — атом в основном состоянии.

поле интенсивной резонансной волны. В работе [32] авторы измерили сдвиг уровня $3P_{3/2}$ атома натрия в поле импульсного лазера с $2\pi\lambda \approx 569$ нм. Импульс имел временную протяженность $\tau \approx 5$ нс, спектральную ширину $\delta\nu \sim 3-50$ ГГц и направлялся в ячейку длиной 1 м с парами натрия. Пиковая интенсивность достигала $5-10$ МВт см $^{-2}$, плотность атомов натрия составляла 2×10^{12} (10^{-4} Торр). Излучение лазера 569 нм было близко к резонансу $3P_{3/2} \rightarrow 4D_{5/2}$, расстройка составляла $\Delta/2\pi = 15$ ГГц. Сдвиг уровня $3P_{3/2}$ измерялся при помощи поглощения излучения на переходе с помощью другого лазера непрерывного излучения на красителе на длине волны $2\pi\lambda = 569$ нм с интенсивностью меньшей $0,3$ Вт см $^{-2}$. Этот лазер подстраивается с точностью до 11 ГГц и 4 ГГц к невозмущенной разности уровней $3S_{1/2} \rightarrow 3P_{3/2}$. Изменяя эту подстройку, авторы сняли зависимость сдвига уровня энергии $3P_{3/2}$ от интенсивности лазера, которая при малых интенсивностях пропорциональна квадрату напряженности сильного поля, а при больших становится линейной в соответствии с теоретической зависимостью λ_1 от $|V|^2$.

Интересное явление происходит с атомами в поле, если медленно изменять расстройку резонанса, проходя через точку $\Delta = 0$. При рассмотрении вопроса о прохождении через резонанс нужно проявлять особую осторожность. Как видно из формул (2.32)–(2.34) и рис. 3, квазиэнергии E'_1 и E'_2 ("привязанные" к определенным атомным уровням) при выключении поля терпят

разрыв при $\Delta \rightarrow \pm 0$. С другой стороны, если плавно изменять Δ , то волновые функции (2.25), (2.26), а вместе с ними и все входящие в них величины, включая λ_1 и λ_2 , должны изменяться непрерывным образом. Процедуру выключения можно проследить на рис. 1, двигаясь вдоль непрерывных кривых $\lambda_{1,2}$, которые при $E \rightarrow 0$ должны переходить в предельные значения $\lambda = 0$ или $\lambda = \Delta$. Это означает, что при прохождении через точку $\Delta = 0$, чтобы обеспечить непрерывность процесса, атом в поле должен переходить из одного состояния в другое, поглощая или излучая фотон. Это оптическое явление аналогично хорошо известному в магнитном резонансе "180-градусному инвертированию направления спинов" [9]. Рассмотрим начальное состояние, которое при $\lambda_1 \rightarrow 0$ и $\Delta > 0$ совпадает с волновой функцией невозбужденного состояния атома Ψ_1 . Будем уменьшать Δ , проходя через точку $\Delta = 0$ в направлении отрицательных расстройок Δ . Волновая функция Φ_1 при $\Delta < 0$ при выключении взаимодействия после прохождения точки $\Delta = 0$ с точностью до произвольной фазы совпадает с функцией возбужденного состояния атома Ψ_2 . Следовательно, если адиабатически проходить точку резонанса, а затем выключить поле, то можно перевести атом из основного состояния в возбужденное. Такого рода эксперимент в оптическом диапазоне был впервые поставлен в работах [33, 34].

В работе [34] получены четкие экспериментальные результаты по инвертированию населенности молекулы NH_3 при взаимодействии с резонансным световым импульсом. Частота волны оставалась неизменной, а "прохождение через резонанс" осуществлялось изменением частоты атомного перехода в молекуле NH_3 с помощью штарк-эффекта [35]. Инвертирование населенности можно наблюдать, если время распада верхнего уровня T_1 будет значительно больше времени, в течение которого происходит прохождение системы через резонанс. Кроме того, необходимо выполнить еще одно условие, которое обеспечивает адиабатичность процесса:

$$|\mathbf{d} \cdot \vec{\mathcal{E}}|^2 \gg \hbar^2 \left| \frac{d\Delta}{dt} \right|.$$

В магнитном резонансе такое прохождение через резонанс носит название быстрого адиабатического прохождения (ARP). В работе [34] использовалась линия излучения CO_2 -лазера 10,35 мкм, которая на 2,98 ГГц отличается от линии вращательной полосы перехода в молекуле NH_3 . Электрический импульс, создающий штарк-эффект и смещающий частоту атомного перехода, был синхронизирован с максимумом лазерного импульса. Амплитуда электрического поля, создающего штарк-эффект, соответствовала сдвигу атомной частоты 800 МГц. Подстройка к резонансу начиналась с 500 МГц ниже резонансной частоты для определенного вращательного перехода, и скорость ее изменения составляла 4 МГц нс⁻¹. Продолжительность лазерного импульса составляла 5 мкс. Лазерная интенсивность в ячейке составляла 300 Вт см⁻², матричный элемент перехода $d \approx 0,24$ дебая. Автор работы [34] наблюдал четкое инвертирование состояния при прохождении через резонанс в зависимости от величины штарковского сдвига. Поглощение лазерного излучения в зависимости от времени становилось отрицательным, что указывало на инвертирование состояния, т.е. на переход атома в возбужденное состояние. Удалось также измерить

время распада T_1 инвертированного состояния и его зависимость от плотности газа. Величина T_1 оказалась порядка 1 мкс в пределах давлений до 40 мТорр. Не зависящая от плотности часть ($T_1 = 0,75$ мкс) определялась пролетным временем молекул NH_3 через сечение лазерного пучка. Следовательно, $T_1 \Delta \gg 1$ для эффективных значений Δ , и мы с хорошей точностью можем пользоваться адиабатическими волновыми функциями.

Если обратиться к рис. 3, то указанный эксперимент по прохождению точки $\Delta = 0$ будет соответствовать следующему "движению" вдоль кривых, указанных на графике. Предположим, что при $\Delta < 0$ мы "находимся" на левой части нижней кривой, указанной на графике жирной линией. При увеличении частоты, $\Delta \rightarrow -0$, мы продолжаем "двигаться" направо вдоль этой кривой. Поскольку $E'_2(+0) - E'_1(-0) = \hbar\omega$, при прохождении точки $\Delta = 0$ слева направо система переходит, поглощая фотон резонансного излучения, на верхнюю правую ветвь квазиэнергий (см. рис. 3), по которой продолжает двигаться при уменьшении ω и $\Delta > 0$. Таким образом, система перешла с нижнего на верхний уровень, т.е. произошло полное ее инвертирование. Возможно, конечно, и неадиабатическое прохождение резонанса, когда происходит движение на графике (см. рис. 3) только по нижней разрывной кривой, соответствующей нижнему состоянию атома (либо по верхней разрывной кривой, соответствующей верхнему состоянию атома). Неадиабатические прохождения резонанса можно наблюдать при неадиабатическом изменении частоты лазерного поля (или частоты атомного перехода), чтобы в точке $\Delta = \pm 0$ скомпенсировать разрыв квазиэнергий.

Явление адиабатического инвертирования населенностей хорошо изучено для двухуровневой системы как в оптическом, так и в СВЧ-диапазоне. Для его наблюдения в двухуровневой системе необходимо либо сканировать частоту импульса, либо изменять частоту атомного перехода. Это сильно затрудняет эксперимент. Как будет показано в разделе 3, в многоуровневой системе существует аналогичное явление. Однако в противоположность двухуровневой системе трехуровневая система при определенных значениях параметров может сама подстраиваться и приводит к самоиндуцированному инвертированию населенностей.

2.4. Процессы первого порядка по слабому полю и радиационное затухание адиабатических волновых функций

Во всех предыдущих рассуждениях предполагалось, что уровни энергии изолированного атома являются идеально узкими. В действительности всякого рода причины приводят к их уширению. Прежде всего — это так называемая радиационная ширина, которой обладают все возбужденные состояния атома. Обычно в оптическом диапазоне частот для разрешенных электродипольных переходов радиационная ширина порядка 10⁸ с⁻¹ и возрастает примерно пропорционально квадрату частоты вплоть до рентгеновского диапазона частот. Это утверждение следует из формулы для вероятности дипольного излучения "атомных осцилляторов" при переходе $n \rightarrow l$

$$W = \frac{2}{3} \frac{e^2}{\hbar c^3 E_{ln}} |\ddot{x}_{ln}|^2 \approx \frac{1}{3} \frac{e^2}{c^3} \frac{E_{ln}^2}{m}, \quad (2.35)$$

в которой для оценки матричных элементов перехода x_{ln} используется соотношение неопределенностей

$$x_{ln} \sim \frac{\hbar}{p_{ln}} \sim \sqrt{\frac{\hbar}{2mE_{ln}}}. \quad (2.35')$$

Затухание уровней приводит к тому, что систему "атом + поле" уже нельзя описывать волновой функцией, обладающей определенной квазиэнергией. Если ограничиться чисто радиационным затуханием, то кроме фотонов интенсивного резонансного поля частоты ω определенного направления распространения и поляризации необходимо включить в рассмотрение и другие фотоны с волновыми векторами \mathbf{k}' и поляризацией \mathbf{e}' . Эти фотоны появляются в результате спонтанного распада возбужденных уровней атома, и их интенсивность будем считать "слабой". Для описания указанных процессов необходимо перейти к квантованному электромагнитному полю и использовать аппарат квантовой электродинамики, поскольку теория, в которой электромагнитное поле описывается классическим векторным потенциалом, не дает возможности, если не вводить специальных правил, рассчитывать процессы спонтанного излучения. Задача, о которой пойдет речь ниже, отличается от стандартной задачи вычисления ширины уровней изолированных атомов. В действительности необходимо рассчитать ширины квазиэнергетических уровней атома в резонансном поле, т.е. необходимо определить затухание состояний Φ_1 и Φ_2 . До сих пор мы считали, что атом взаимодействует с волной в течение промежутка времени малого по сравнению с временами релаксаций атомных уровней, т.е. пренебрегали затуханием функций Ψ_1 и Ψ_2 . Механизмы релаксационных процессов весьма многообразны, однако еще недостаточно изучены в переменных внешних полях. Мы ограничимся рассмотрением только радиационной ширины в присутствии интенсивного поля. Для времен $\gamma t > 1$, где γ — естественная ширина возбужденного уровня изолированного атома, функции Φ_1 и Φ_2 уже не будут собственными состояниями гамильтониана, так как они будут затухать со временем, $\Gamma^{-1} \sim \gamma^{-1}$. Возможны различные процессы излучения или поглощения фотонов $\omega_{\mathbf{k}'\mathbf{e}'}$, отличных от фотонов резонансного интенсивного поля, приводящие к затуханию квазиэнергетических функций. Для их расчета будет применяться обычная теория возмущений по "слабому" полю (см. рис. 5). Прежде всего — это процесс рассеяния резонансного фотона $\omega_{\mathbf{k}'\mathbf{e}'}$, при котором меняется только направление волнового вектора \mathbf{k} . Это так называемое несмещенное или рэлеевское рассеяние, вероятность которого легко рассчитать, используя стандартную технику теории возмущений и волновые функции (2.25)–(2.26'). Оно дается выражением [4]

$$dW_R = \frac{\alpha^2}{4(1+\alpha^2)} dW_{sp}, \quad (2.36)$$

где dW_{sp} — вероятность спонтанного излучения свободного атома:

$$dW_{sp} = \frac{\omega_{\mathbf{k}'\mathbf{e}'}^3}{2\pi\hbar c^3} |\mathbf{e}'^* \cdot \mathbf{d}^-|^2 dO'. \quad (2.37)$$

Вероятность (2.36) отличается от обычного квантовомеханического выражения для спонтанного излучения

диполя с моментом \mathbf{d}^- тем, что вместо отрицательно-частотной величины дипольного момента \mathbf{d}^- свободного атома в (2.36) использована отрицательно-частотная часть дипольного момента двухуровневого атома в резонансном поле \mathbf{D}_{11}^- . Его легко рассчитать, используя квазиэнергетические волновые функции (2.25)–(2.26'):

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_{11} &= \int \Phi_1^* \mathbf{e} r \Phi_1 dV = \\ &= \mathbf{D}_{11}^- \exp(-i\omega t) + \mathbf{D}_{11}^+ \exp(i\omega t) = -\mathbf{D}_{22}, \\ \mathbf{D}_{11}^- &= -\frac{V}{\Omega} \mathbf{d}^*. \end{aligned} \quad (2.38)$$

Из выражения (2.38) следует, что вероятность рэлеевского рассеяния одинакова для нижнего и верхнего состояния системы "атом + поле".

В работе [36] измерена интенсивность рэлеевского рассеяния в зависимости от интенсивности накачки при различных Δ . Вблизи резонанса ($\Delta = \pm 0,17$ нм, $\alpha \sim 3$) авторы работы [36] обнаружили эффект насыщения (при $\alpha^2 > 1$), что соответствует выражению (2.36). Наблюдение рэлеевского излучения проводилось под прямым углом к направлению распространения лазерного излучения. Эксперимент проводился в парах атомов стронция ($10^{-4} - 10^{-1}$ Торр) с помощью импульсного (5 нс) перестраиваемого лазера на красителе, частота которого подстраивалась к переходу $5s^2 1S_0 \rightarrow 5s5p 1P_1$ (460,73 нм). Результаты этих экспериментов представлены на рис. 6.

Формулу (2.36) можно переписать в более компактном виде, проинтегрировав ее по направлениям излу-

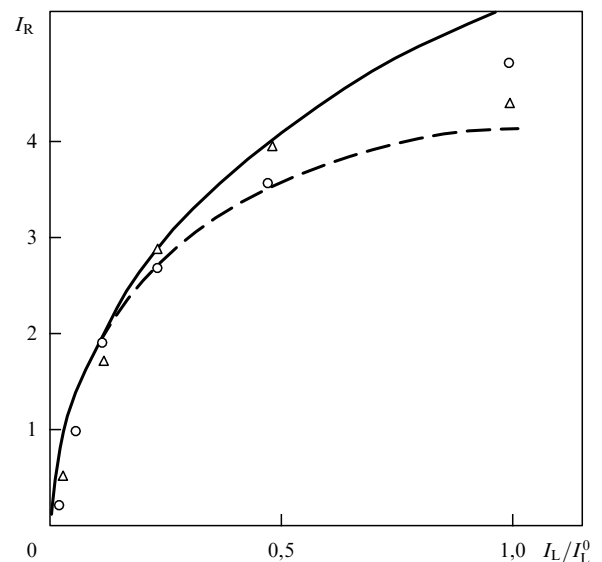


Рис. 6. Зависимость интенсивности рэлеевского рассеяния I_R в относительных единицах от нормированной интенсивности лазера I_L/I_L^0 . Точками обозначены экспериментальные результаты, полученные при высокочастотной (Δ) и низкочастотной (\circ) отстройках на 8 см^{-1} ($0,17 \text{ нм}$) от резонансного перехода. Штриховая линия — теоретически рассчитанная кривая в предположении прямоугольного пространственного профиля лазерного излучения; сплошная кривая — расчет в предположении специального пространственного профиля, который лучше описывает реальное распределение интенсивности излучения лазера в кювете с парами атомов стронция. Отчетливо наблюдается насыщение интенсивности рэлеевского рассеяния при увеличении параметра α^2 [36].

ния и просуммировав по поляризациям:

$$\Gamma_{11} = \sum_{\mathbf{e}'} \int dW_R = \frac{\omega^3 |d|^2}{3\hbar c^3} \frac{\alpha^2}{1 + \alpha^2}. \quad (2.39)$$

Если ввести полную вероятность спонтанного излучения свободного атома для перехода $\Psi_2 \rightarrow \Psi_1$

$$\gamma = \sum_{\mathbf{e}'} \int dW_{sp} = \frac{4}{3} \frac{\omega^3}{\hbar c^3} |d|^2, \quad (2.40)$$

то формула (2.39) примет вид

$$\Gamma_{11} = \frac{\gamma}{4} \frac{\alpha^2}{1 + \alpha^2}. \quad (2.41)$$

Полезно сравнить вероятность (2.36), которая учитывает эффект интенсивного поля, с обычным сечением резонансной флуоресценции (без эффекта интенсивного поля, но с затуханием верхнего уровня) [37]

$$d\sigma_0 = \frac{|\mathbf{e}'^* \cdot \mathbf{d}^*| |\mathbf{e} \cdot \mathbf{d}|^2}{(E_{21} - \omega)^2 + \gamma^2/4} \frac{\omega^4 dO'}{c^4 h^2}. \quad (2.42)$$

Сравнение обоих выражений показывает, что приближение, использованное в настоящем обзоре, будет справедливо, когда можно пренебречь затуханием γ верхнего уровня по сравнению с величиной Ω . Иначе говоря, это означает, что за время жизни атома в верхнем состоянии $1/\gamma$ успевает произойти много осцилляций населенностей между уровнями. При $\alpha \sim 1$, $\omega \sim 10^{15}$ и $\Delta/\omega \sim 10^{-5}$ величина Ω имеет порядок $|\alpha\Delta| \sim 10^{10} \text{ с}^{-1}$, в то время как спонтанная ширина γ обычно порядка 10^8 с^{-1} .

Процесс спонтанного рассеяния различными атомами когерентен, так как выражение (2.38) не зависит от случайных фаз волновых функций различных атомов. Поэтому полное число рассеянных квантов пропорционально квадрату числа атомов, находящихся в объеме порядка λ^3 . В объемах, линейные размеры которых превышают λ , необходимо учитывать интерференцию между различными участками рассеивающего объема, что приводит к взаимной компенсации электрических полей волн, рассеянных различными участками. Поэтому рэлеевское рассеяние в однородной среде в объемах, значительно превышающих λ^3 , обращается в нуль (см., однако, раздел 2.5, где показано, что при мгновенном включении рэлеевское излучение имеет и некогерентную часть).

Перейдем теперь к рассмотрению комбинационного рассеяния на двухуровневой системе "атом + поле". Для этого рассмотрим процесс, при котором происходит переход $\Phi_1 \rightarrow \Phi_2$. Переход $1 \rightarrow 2$ определяется дипольным моментом

$$\mathbf{D}_{21} = e \int \Phi_2^* \mathbf{r} \Phi_1 dV. \quad (2.43)$$

Воспользовавшись квазиэнергетическими функциями, имеем

$$\mathbf{D}_{21} = \mathbf{D}_{21}^- \exp[-i(\omega - \Omega)t] + \mathbf{D}_{21}^+ \exp[i(\omega + \Omega)t]. \quad (2.44)$$

Переход $\Phi_2 \rightarrow \Phi_1$ определяется эрмитово-сопряженной величиной

$$\mathbf{D}_{12} = \mathbf{D}_{21}^*. \quad (2.45)$$

Входящие в (2.44) величины \mathbf{D}_{21}^* и \mathbf{D}_{21}^- равны

$$\mathbf{D}_{21}^+ = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\Delta}{\Omega} \right) \mathbf{d}, \quad (2.46)$$

$$\mathbf{D}_{21}^- = -\frac{1}{2} \left(1 - \frac{\Delta}{\Omega} \right) \mathbf{d}^* \exp(2i\varphi_0), \quad (2.47)$$

где φ_0 определяется выражением (2.5). Из выражения (2.44) следует, что переход $\Phi_1 \rightarrow \Phi_2$ будет сопровождаться излучением фотона с частотой

$$\omega' = \omega - \Omega = 2\omega - E_{21} + 2\lambda_1. \quad (2.48)$$

Как видно из (2.48), при $\Delta > 0$ и $\alpha^2 \ll 1$ излучается фотон с частотой $\omega' \approx 2\omega - E_{21}$. Процесс комбинационного рассеяния, приводящий к излучению с частотой (2.48) при $\Delta > 0$, в дальнейшем будем называть трехфотонным излучением, а соответствующую частоту при $\Delta > 0$ — трехфотонной. При $\Delta < 0$ и $\alpha^2 \ll 1$ (переход $\Psi_2 \rightarrow \Psi_1$!) происходит излучение с резонансной частотой $\omega'' \approx E_{21}$. Этот процесс эквивалентен процессу $\Phi_2 \rightarrow \Phi_1$ при $\Delta > 0$. Процесс $\Phi_1 \rightarrow \Phi_2$ сопровождается поглощением фотона с частотой

$$\omega'' = \omega + \Omega = E_{21} - 2\lambda_1, \quad (2.49)$$

которая при $\Delta > 0$ и $\alpha^2 \rightarrow 0$ близка к резонансной частоте, а при $\Delta < 0$ и $\alpha^2 \rightarrow 0$ к трехфотонной.

В отличие от когерентного рэлеевского рассеяния процессы поглощения и излучения происходят на разных частотах, симметрично расположенных по обе стороны от частоты резонансного поля ω , и, следовательно, вынужденные процессы излучения и поглощения не могут компенсировать друг друга. Поэтому, если в пространстве имеются фотоны частоты ω' , то для перехода $\Phi_1 \rightarrow \Phi_2$ кроме спонтанного излучения этой частоты появляется вынужденное излучение, пропорциональное интенсивности фотонов частоты ω' .

Нужно обратить внимание на зависимость \mathbf{D}_{21}^\pm от "сильного" поля \mathbf{E} . При $\alpha \ll 1$ слагаемое D_{21}^+ , определяющее поглощение фотона с частотой ω'' при $\Delta > 0$ не зависит от внешнего поля \mathbf{E} , в то время как D_{21}^- , ответственное за излучение с частотой ω' , при $\Delta > 0$ пропорционально E^2 . Это означает, что только во втором порядке обычной теории возмущений по резонансному полю \mathbf{E} появляется указанный процесс (рис. 7а).

Простой расчет, основанный на квазиклассической теории излучения, приводит к выражению для вероятности трехфотонного излучения фотона с частотой ω' [4]:

$$\begin{aligned} dW' &= \frac{\omega'^3 |\mathbf{e}'^* \cdot \mathbf{d}^*|^2}{8\pi\hbar c^3 (1 + \alpha^2)} (2 + \alpha^2 - 2\sqrt{1 + \alpha^2} \operatorname{sgn} \Delta) \times \\ &\times \left(1 + \frac{8\pi^3 c^2}{\hbar \omega'^3} I' \right) dO' = \\ &= dW_{sp} \frac{2 + \alpha^2 - 2\sqrt{1 + \alpha^2} \operatorname{sgn} \Delta}{4(1 + \alpha^2)} (n_{\mathbf{k}'\mathbf{e}'} + 1), \end{aligned} \quad (2.50)$$

где $I' = I(\mathbf{k}', \mathbf{e}')$ — спектрально-угловая плотность интенсивности "слабого" излучения на частоте ω' , а dO' — телесный угол для спонтанно излученных фотонов, либо телесный угол в угловом распределении I' для

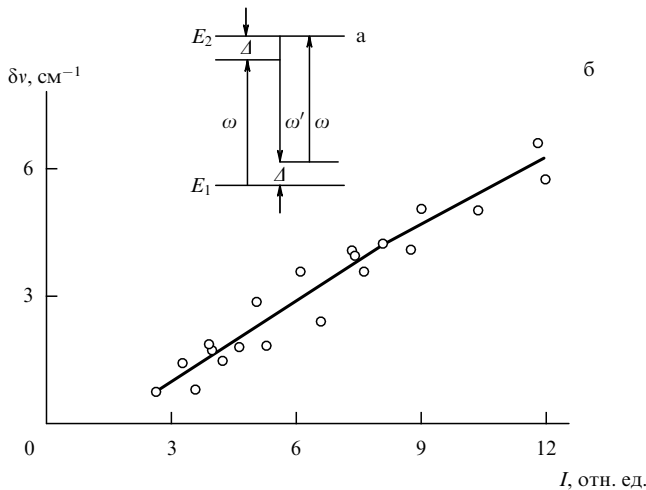


Рис. 7. Схема процесса трехфотонного комбинационного рассеяния в первом исчезающем приближении теории возмущений по полю E , наглядно представленная как последовательность трех процессов: поглощение двух квантов ω из внешнего поля ω , излучение "трехфотонной" частоты ω' и переход системы из начального состояния E_1 в возбужденное состояние E_3 (а). Зависимость смещения линии трехфотонного вынужденного рассеяния $\delta\nu = \lambda_1/\pi$ от интенсивности возбуждающего излучения. Эксперимент проводился при $\Delta \sim 21 \text{ см}^{-1}$, $\delta\nu \sim 6 \text{ см}^{-1}$, $\alpha^2 \sim 0,6$, что соответствует $I \sim 30 \text{ МВт см}^{-2}$. Кривая при $I \rightarrow 0$ должна проходить через начало координат, причина расхождения с экспериментом осталась невыясненной [38] (б).

слагаемого с $n_{\mathbf{k}'\mathbf{e}'}$. Формулу (2.50) также очень просто получить, используя аппарат квантовой электродинамики и стандартную методику вычисления при выборе базисных функций (2.24)–(2.26').

Для больших интенсивностей излучения $\alpha \gg 1$ вероятность излучения фотона "слабого поля" стремится к насыщению, а частота определяется выражением $\omega' = \omega - 2|V|$. При $\alpha \gg 1$ вероятность трехфотонного излучения становится порядка $dW_{\text{sp}}(n_{\mathbf{k}'\mathbf{e}'} + 1)/4$, т.е. по порядку величины равна вероятности излучения свободного атома при $n_{\mathbf{k}'\mathbf{e}'} = 0$.

Вынужденное излучение с частотой ω' (2.48) в оптическом диапазоне впервые наблюдалось экспериментально в работах группы Мовсисяна [38]. Этот процесс им был назван трехфотонным в соответствии с тем, что в процессе (в первом исчезающем порядке по напряженности сильного поля) участвуют три фотона: два фотона поглощаются из падающего пучка и один фотон с частотой ω' излучается. При этом атом переходит из нижнего в верхнее состояние, точнее, из состояния Φ_1 в состояние Φ_2 . Авторы работы [38] измерили также зависимость смещения частоты трехфотонной линии (2.48) от интенсивности излучения. Эта зависимость представлена на рис. 7б. Эксперимент [38] был поставлен при $\alpha \approx 1$ и условии $|\tau\Delta| > 1$, где τ — временная протяженность импульса. Следовательно, для него можно использовать адиабатические приближения. Релаксация уровней была порядка τ и поэтому не сильно влияла на результаты.

Перейдем теперь к вычислению поглощения атома, находящегося в резонансном сильном поле. При переходе $\Phi_1 \rightarrow \Phi_2$ вероятность поглощения кванта \mathbf{k}' , \mathbf{e}'' (2.49) из внешнего пучка определяется следующей фор-

мулой [4]:

$$dW'' = \frac{\pi^2 |\mathbf{e}'' \cdot \mathbf{d}|^2}{c^3 \hbar^2 (1 + \alpha^2)} (2 + \alpha^2 + 2\sqrt{1 + \alpha^2} \operatorname{sgn} \Delta) I'' dO'' = \\ = dW_{\text{sp}} \frac{2 + \alpha^2 + 2\sqrt{1 + \alpha^2} \operatorname{sgn} \Delta}{4(1 + \alpha^2)} n_{\mathbf{k}''\mathbf{e}''}, \quad (2.51)$$

где $I'' = I(\mathbf{k}'', \mathbf{e}'')$ — спектрально-угловая плотность интенсивности пробного поля. Выражение (2.51) при $\alpha \rightarrow 0$ и $\Delta > 0$ переходит в обычный коэффициент резонансного поглощения фотона $\omega'' \approx E_{21}$, $\mathbf{k}'', \mathbf{e}''$. Этот результат легко понять, обратив внимание на то, что по своему смыслу выражение (2.51) характеризует коэффициент поглощения двухуровневой системы, находящейся в поле интенсивной волны. Поэтому, если интенсивность волны устремить к нулю, $\alpha \rightarrow 0$, выражение (2.51) должно приводить к обычной вероятности поглощения фотона слабого поля в приближении теории возмущений. При $\alpha \gg 1$ частота поглощения сдвигается, как и в случае частоты излучения, пропорционально напряженности поля. При больших значениях α система "атом + поле" поглощает фотоны на частотах $\omega'' = \omega + 2|V|$, а при $\alpha^2 \ll 1$ на $\omega'' \approx E_{21}$.

Все перечисленные выше закономерности относились к случаю рассеяния света на системе "атом + поле" при переходе $\Phi_1 \rightarrow \Phi_2$. Аналогичные результаты можно получить при рассеянии света на атоме, находящемся в состоянии Φ_2 . При этом картина оказывается симметричной, т.е. поглощение заменяется на излучение и обратно. Поглощение фотонов с частотой ω' будет определяться выражением (2.50), в котором необходимо заменить множитель $n_{\mathbf{k}'\mathbf{e}'} + 1$ на $n_{\mathbf{k}'\mathbf{e}'}$. Излучение фотонов с частотой ω'' будет определяться выражением (2.51), в котором $n_{\mathbf{k}''\mathbf{e}''}$ необходимо заменить на $n_{\mathbf{k}''\mathbf{e}''} + 1$.

Для полной вероятности излучения фотона с частотой ω' (2.48) при переходе $\Phi_1 \rightarrow \Phi_2$ имеем из (2.50) при $\Delta > 0$

$$\Gamma_{21} = \sum_{\mathbf{e}'} \int \frac{dW_{\text{sp}}}{4} \frac{\alpha^2}{1 + \alpha^2} \frac{\sqrt{1 + \alpha^2} - 1}{\sqrt{1 + \alpha^2} + 1} (n_{\mathbf{k}'\mathbf{e}'} + 1). \quad (2.52)$$

Процесс поглощения фотона с частотой ω'_1 (2.49) и вероятностью dW'' (2.51) приведет к "вынужденной" ширине

$$\Gamma_{21} = \sum_{\mathbf{e}'} \int \frac{dW_{\text{sp}}}{4} \frac{\alpha^2}{1 + \alpha^2} \frac{\sqrt{1 + \alpha^2} + 1}{\sqrt{1 + \alpha^2} - 1} n_{\mathbf{k}''\mathbf{e}''}. \quad (2.53)$$

Если ограничиться случаем $n_{\mathbf{k}'\mathbf{e}'} = n_{\mathbf{k}''\mathbf{e}''} = 0$, то полная ширина квазиуровня, соответствующего функции Φ_1 , будет определяться только спонтанными процессами:

$$\Gamma_1 = \Gamma_{11} + \Gamma_{21} = n_2 \gamma, \quad (2.54)$$

где n_2 — вероятность нахождения электрона в возбужденном состоянии Ψ_2 для волновой функции Φ_1 . Она определяется второй из формул (2.30). Аналогичным образом получим ширину квазиуровня, соответствующего волновой функции Φ_2 :

$$\Gamma_2 = n'_2 \gamma, \quad (2.54')$$

где n'_2 определяется первой из формул (2.30). Результаты (2.54) и (2.54') имеют весьма наглядный смысл. Волно-

вые функции $\Phi_1 \exp(-\Gamma_1 t/2)$ и $\Phi_2 \exp(-\Gamma_2 t/2)$ затухают вследствие затухания возбужденного состояния Ψ_2 , которое с вероятностью n_2 и n'_2 присутствует в состояниях Φ_1 и Φ_2 . Следовательно, спонтанное время жизни состояния $\Phi_{1,2}$ будет порядка времени разрешенного перехода $2 \rightarrow 1$.

Затухание квазиэнергетических функций приведет к тому, что при $t > \gamma^{-1}$ квазиэнергетическая волновая функция, характеризующая двухуровневый атом в интенсивном резонансном поле, будет отличаться от начальной квазиэнергетической волновой функции. При временах, значительно превышающих спонтанное время распада изолированного атома, установится статистическое радиационное равновесие между функциями $\Phi_{1,2}$, и такую систему можно будет описывать комбинированными квазиэнергетическими функциями. Это дает возможность использовать квазиэнергетические функции $\Phi_{1,2}$ и при временах, превышающих времена релаксаций $\Phi_{1,2}$ [39a]. Рассмотренные в разделе 2.4 процессы первого порядка по слабому полю показаны на рис. 5.

Процессы второго порядка по "слабому" полю, которые также приводят к затуханию квазиэнергетических волновых функций, рассмотрены в работе [396]³.

2.5. Процессы рассеяния и поглощения

в случае мгновенного включения взаимодействия

Если исходить из решений (2.15) и (2.17) и вычислить при тех же предположениях поляризацию атома и вслед за этим вероятности излучения и поглощения атома в поле, то мы получим другие результаты. Физически это легко объяснить: в случае мгновенного включения взаимодействия происходят осцилляции населенностей, поэтому во все расчеты входят не переходы между чистыми функциями $\Phi_{1,2}$, а переходы между их линейными комбинациями (см. раздел 3.1).

Простые вычисления приводят к следующему выражению для дипольного момента в состоянии Φ'_1 :

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_{11} = \mathbf{d}^* \frac{(\vec{\mathcal{E}} \cdot \mathbf{d})}{\hbar \Omega} \left\{ \frac{\Delta}{\Omega} \exp(-i\omega t) - \right. \\ \left. - \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta}{\Omega} - 1 \right) \exp[-i(\omega - \Omega)t] - \right. \\ \left. - \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta}{\Omega} + 1 \right) \exp[-i(\omega + \Omega)t] \right\} + \text{c.c.} \end{aligned} \quad (2.55)$$

Выражения для вероятностей спонтанного излучения на частотах ω , $\omega - \Omega$ и $\omega + \Omega$ имеют следующий вид:

$$dW_{\omega, \mathbf{e}'} = \frac{\omega^3}{8\pi\hbar c^3} |\mathbf{d}^* \cdot \mathbf{e}'^*|^2 \frac{\alpha^2}{(1 + \alpha^2)^2} dO', \quad (2.56)$$

$$\begin{aligned} dW_{\omega - \Omega, \mathbf{e}'} = \frac{(\omega - \Omega)^3}{32\pi\hbar c^3} |\mathbf{d}^* \cdot \mathbf{e}'^*|^2 \frac{\alpha^2}{(1 + \alpha^2)^2} \times \\ \times \left[\text{sgn } \Delta - \sqrt{1 + \alpha^2} \right]^2 dO', \end{aligned} \quad (2.57)$$

³ Следует обратить внимание на то, что хотя процессы второго порядка на одном атоме значительно менее вероятны, чем рассмотренные выше процессы первого порядка, тем не менее при распространении в среде процессы второго порядка могут оказаться более существенными из-за условий когерентного их суммирования (параметрические процессы).

$$\begin{aligned} dW_{\omega + \Omega, \mathbf{e}'} = \frac{(\omega + \Omega)^3}{32\pi\hbar c^3} |\mathbf{d}^* \cdot \mathbf{e}'^*|^2 \frac{\alpha^2}{(1 + \alpha^2)^2} \times \\ \times \left[\text{sgn } \Delta + \sqrt{1 + \alpha^2} \right]^2 dO'. \end{aligned} \quad (2.58)$$

Формула (2.56) отличается от аналогичной формулы (2.36), полученной с использованием квазиэнергетических функций, дополнительным множителем $1 + \alpha^2$ в знаменателе, который при $\alpha \geq 1$ приводит к более быстрому подавлению рэлеевского рассеяния.

Приведенные вероятности излучения (2.56)–(2.58) соответствуют когерентным процессам. При таких переходах состояние "атом + поле" в процессе излучения не изменяется и после перехода описывается той же стационарной волновой функцией Φ'_1 . Это означает, что фотоны, излученные различными атомами с определенной частотой (ω или $\omega \pm \Omega$), могут интерферировать друг с другом.

Фотоны с частотами ω и $\omega \pm \Omega$ участвуют не только в указанных когерентных процессах, но могут излучаться и некогерентным образом. Это будет происходить при переходах атома в резонансном поле из начального состояния Φ'_1 в конечное Φ'_2 . При этом возникнет дипольный момент перехода, который в случае нестационарных волновых функций принимает вид

$$\begin{aligned} \mathbf{D}'_{21} = 2 \left(\frac{\vec{\mathcal{E}} \cdot \mathbf{d}}{\hbar \Omega} \right)^2 [\mathbf{d}^* \exp(-i\omega t) + \mathbf{d}^* \exp(i\omega t)] - \\ - \left(\frac{\vec{\mathcal{E}} \cdot \mathbf{d}}{\hbar \Omega} \right)^2 \left\{ \exp[-i(\omega + \Omega)t] + \exp[-i(\omega - \Omega)t] \right\} \mathbf{d}^* + \\ + \frac{\mathbf{d}}{4} \left(1 + \frac{\Delta}{\Omega} \right)^2 \exp[i(\omega + \Omega)t] + \\ + \frac{\mathbf{d}}{4} \left(1 - \frac{\Delta}{\Omega} \right)^2 \exp[i(\omega - \Omega)t]. \end{aligned} \quad (2.59)$$

Первые два члена в выражении (2.59) отвечают спонтанному некогерентному рэлеевскому рассеянию, вероятность которого равна

$$dW_{\omega, \mathbf{e}'} = \frac{\omega^3}{8\pi\hbar c^3} |\mathbf{d}^* \cdot \mathbf{e}'^*|^2 \frac{\alpha^4}{(1 + \alpha^2)^2} dO'. \quad (2.60)$$

Обратим внимание на то, что некогерентное рэлеевское рассеяние должно наблюдаться и в однородной среде [39в]. Суммируя его с когерентным рэлеевским рассеянием (2.56), нетрудно убедиться, что полученное выражение совпадает с формулой (2.36), полученной с помощью квазиэнергетических волновых функций.

Излучение и поглощение фотонов с частотами $\omega \pm \Omega$ определяется последующими слагаемыми выражения (2.59), например, четвертый член соответствует излучению, а шестой — поглощению фотонов с частотой $\omega - \Omega$. В результате их суммирования излучение при переходе $1 \rightarrow 2$ на частоте $\omega - \Omega$ будет определяться следующим выражением:

$$\begin{aligned} dW_{\omega - \Omega, \mathbf{e}'} = \frac{(\omega - \Omega)^3}{32\pi\hbar c^3} \frac{|\mathbf{d}^* \cdot \mathbf{e}'^*|^2}{(1 + \alpha^2)^2} \times \\ \times \left[\alpha^4 (n_{\mathbf{k}'\mathbf{e}'} + 1) - (\text{sgn } \Delta - \sqrt{1 + \alpha^2})^4 n_{\mathbf{k}'\mathbf{e}'} \right] dO'. \end{aligned} \quad (2.61)$$

Слагаемое с $n_{\mathbf{k}'\mathbf{e}'} + 1$ в квадратных скобках учитывает вклад вынужденного и спонтанного излучения, а с множителем $n_{\mathbf{k}'\mathbf{e}'}$ определяет вынужденное поглощение. Аналогичным образом получаем выражение для некогерентного излучения при переходе $1 \rightarrow 2$ фотонов с частотой $\omega + \Omega$:

$$dW_{\omega+\Omega, \mathbf{e}'} = \frac{(\omega + \Omega)^3}{32\pi\hbar c^3} \frac{|\mathbf{d}^* \cdot \mathbf{e}'^*|^2}{(1 + \alpha^2)^2} \times \\ \times \left[\alpha^4 (n_{\mathbf{k}'\mathbf{e}'} + 1) - (\text{sgn } \Delta + \sqrt{1 + \alpha^2})^4 n_{\mathbf{k}'\mathbf{e}'} \right] dO'. \quad (2.62)$$

Полную вероятность излучения фотонов с частотой $\omega - \Omega$ получим, суммируя когерентную и некогерентную части, т.е. формулы (2.57) и (2.61):

$$dW_{\omega-\Omega, \mathbf{e}'} = \frac{(\omega - \Omega)^3}{8\pi\hbar c^3} \frac{|\mathbf{d}^* \cdot \mathbf{e}'^*|^2}{(1 + \alpha^2)^{3/2}} \times \\ \times \left\{ [-2(1 + \alpha^2)^{1/2} + (2 + \alpha^2) \text{sgn } \Delta] n_{\mathbf{k}'\mathbf{e}'} + \right. \\ \left. + \frac{\alpha^2}{2} (\sqrt{1 + \alpha^2} - \text{sgn } \Delta) \right\} dO'. \quad (2.63)$$

Аналогично получаем суммарное излучение фотонов с частотой $\omega + \Omega$:

$$dW_{\omega+\Omega, \mathbf{e}'} = \frac{(\omega + \Omega)^3}{8\pi\hbar c^3} \frac{|\mathbf{d}^* \cdot \mathbf{e}'^*|^2}{(1 + \alpha^2)^{3/2}} \times \\ \times \left\{ [-2(1 + \alpha^2)^{1/2} - (2 + \alpha^2) \text{sgn } \Delta] n_{\mathbf{k}'\mathbf{e}'} + \right. \\ \left. + \frac{\alpha^2}{2} (\sqrt{1 + \alpha^2} + \text{sgn } \Delta) \right\} dO'. \quad (2.64)$$

Отметим, что при $\alpha^2 \ll 1$ вероятность вынужденного излучения фотона $\omega - \Omega$ при $\Delta < 0$ или, что то же самое, $\omega + \Omega$ при $\Delta > 0$ становится отрицательной. Это означает, что происходит поглощение на атомной частоте. В точном резонансе, $\Delta \rightarrow \pm 0$, линия поглощения расщепляется на две линии поглощения $\omega \pm 2|V|$ (см. рис. 3). Вероятность поглощения при $\alpha \ll 1$ совпадает с обычной вероятностью поглощения, рассчитанной для свободного атома в поле слабого сигнала. Существенно отметить, что вероятности вынужденных процессов излучения имеют различные знаки для излучения частот $\omega - \Omega$ и $\omega + \Omega$. Это означает, например, что при $\Delta > 0$ и $\alpha^2 \ll 1$ происходит вынужденное излучение фотона с частотой $\omega - \Omega \approx 2\omega - E_{21}$ и поглощение фотона с частотой $\omega + \Omega \approx E_{21}$. При $\Delta < 0$ картина симметрично меняется. Третьи слагаемые в формулах (2.63) и (2.64) приводят к спонтанному излучению квантов с частотами $\omega \pm \Omega$. Оба этих члена, естественно, положительны.

Мы увидим в разделе 2.6, что экспериментальные исследования, проведенные в многочисленных работах, в общих чертах подтверждают приведенные здесь расчеты с мгновенным включением взаимодействия. Во-первых, это трехпиковая структура спонтанного излучения на частотах ω и $\omega \pm \Omega$ (резонансная флуоресценция), причем вероятности излучения на частотах $\omega \pm \Omega$ одинаковы; во-вторых, пробное поле поглощается в системе "атом + поле" на частотах, симметрично расположенных по обе стороны относительно ω , и в точном

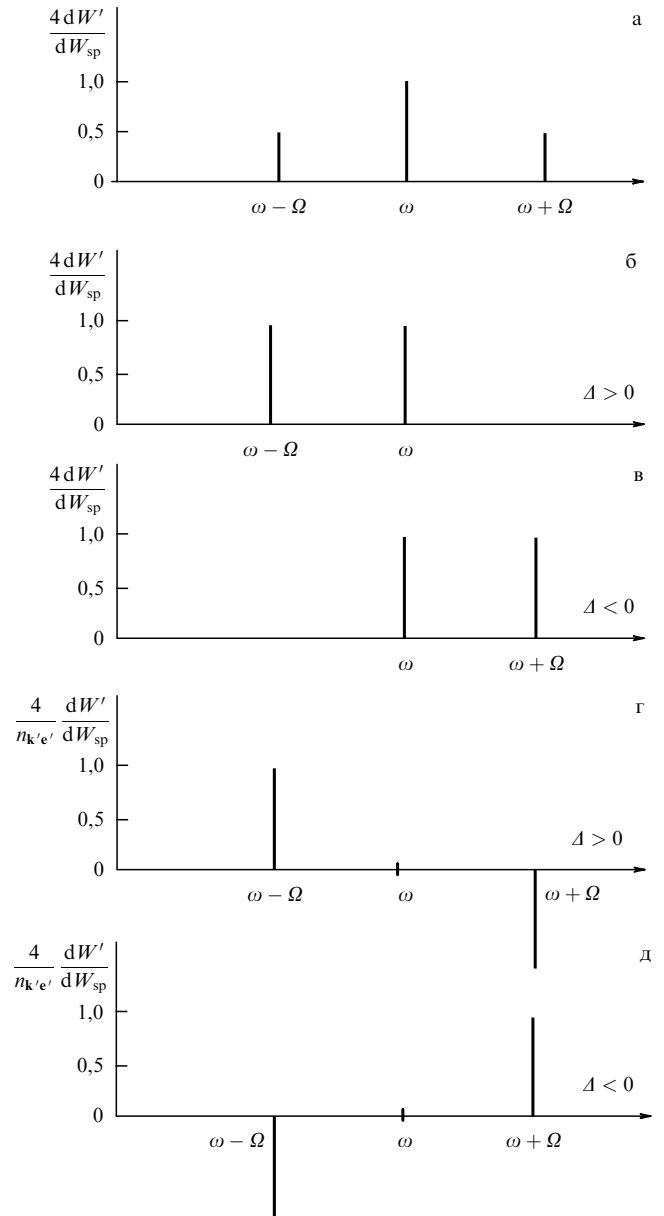


Рис. 8. Вероятности резонансной флуоресценции для мгновенного (а) и адиабатического (б), (в) включений в единицах вероятности спонтанного излучения свободного атома. График (а) описывает также результаты работы [40], проинтегрированные по ширинам линий флуоресценции. Вероятности поглощения "пробного" поля (линии ниже оси абсцисс) и вынужденного излучения "пробного" поля (линии выше оси абсцисс) для $\Delta > 0$ (г) и $\Delta < 0$ (д) при $\alpha^2 \gg 1$ для мгновенного включения взаимодействия сильного резонансного поля с атомом. По оси абсцисс отложена частота пробного поля, по оси ординат — вероятности излучения и поглощения W' в единицах $dW_{\text{sp}} n_{\mathbf{k}'\mathbf{e}'} / 4\alpha$. Результаты работы [43а], приведенные на рис. 9, проинтегрированные по спектру, качественно согласуются с приведенной на рис. 8 картиной. В случае адиабатического включения взаимодействия ординату на двух нижних графиках нужно умножить на α .

резонансе $\Delta \rightarrow \pm 0$ линия поглощения и излучения расщепляются каждая на две линии (рис. 8 и приложение).

2.6. Исследование процессов первого порядка с учетом радиационного затухания в установившемся режиме

В последнее десятилетие было проведено много теоретических и экспериментальных работ по измерению коэф-

фициентов усиления слабого поля атомами в резонансном поле и по изучению рассеяния света вблизи резонанса на двухуровневой системе (резонансная флуоресценция). Эти, на первый взгляд, два различных явления, как мы видели в разделах 2.4 и 2.5, оказались тесно связанными друг с другом. Чтобы сразу прояснить связь между ними, обратим внимание на то, что приводимые в предыдущих разделах формулы для вероятности излучения фотонов с частотами ω и $\omega \pm \Omega$ (см., например, (2.63), (2.64)) содержали различные по физическому смыслу члены. Некоторые члены были пропорциональны интенсивностям рождаемых или поглощаемых фотонов (вынужденные процессы), другие члены от интенсивностей излучаемых или поглощаемых фотонов не зависели (спонтанные процессы). Первый класс экспериментов должен заключаться в измерении вынужденных процессов, происходящих на атоме в резонансном поле и сводится к измерению усиления или поглощению пробного сигнала. Другой класс экспериментов составляет изучение спонтанных процессов распада атома в резонансном поле, т.е. резонансной флуоресценции.

Выполненные к настоящему времени экспериментальные работы в основном (кроме экспериментов, указанных в разделе 2.4) проводились при условиях, когда влиянием радиационного распада верхнего уровня пренебречь нельзя. В этом случае выражения, полученные в предыдущих разделах, не могут быть непосредственно применимы для интерпретации экспериментальных данных.

Исследования резонансной флуоресценции и поглощения пробного поля атомом в резонансном поле в стационарном режиме, т.е. для времен взаимодействия, значительно превышающих время жизни верхнего уровня, рассматривались в большом количестве теоретических и экспериментальных работ [39–58] и вошли в обзоры и учебники. Поэтому мы здесь не будем подробно обсуждать эти вопросы.

Тем не менее с методической точки зрения полезно исследовать возможность применения квазиэнергетических адиабатических функций для получения простого способа описания процессов резонансной флуоресценции в стационарном режиме. Одним из факторов, ограничивающих применение квазиэнергетических состояний для $t > 1/\gamma$, являются релаксационные процессы. Если рассмотреть даже один изолированный атом в сильном поле, то благодаря процессам спонтанного излучения, за время порядка естественного времени жизни свободного атома $1/\gamma$ произойдет переход из исходного квазиэнергетического состояния в основное состояние, как это было описано в разделе 2.4. Очевидно, что возможны и обратные переходы в исходное квазиэнергетическое состояние, сопровождающиеся поглощением фотона соответствующей частоты. Можно ожидать, что в конце концов система "атом + классическое сильное поле" придет к состоянию динамического радиационного равновесия, которое описывается некогерентной смесью квазиэнергетических состояний. Для того чтобы можно было говорить о квазиэнергетическом состоянии в этом равновесном состоянии, необходимо, чтобы уровни, уширенные из-за радиационных процессов, не перекрывались. Другими словами, характерные интервалы между квазиэнергетическими уровнями должны быть значительно больше ширины уровней. Тогда оказывается, что можно использовать квазиэнергетический

подход. Эта программа была выполнена в [39a], где простым способом были получены известные результаты Моллоу [40], а также рассмотрено рассеяние монохроматического импульса.

Приведем здесь результаты некоторых экспериментальных работ, посвященных исследованию процессов взаимодействия сильного поля с двухуровневой системой в установившемся режиме. Интересные результаты такого типа получены в работе [41] по измерению формы линии поглощения двухуровневой системы в сильном радиочастотном поле ленинградской группой физиков. Результаты этих работ сравниваются авторами с расчетом из [42]. Результаты указанных экспериментов хорошо согласуются с положением и смещением линий трехфотонного излучения и линии поглощения. Авторы работ [41] четко наблюдали расщепление линии поглощения при $\Delta = 0$.

Оптические эксперименты по измерению коэффициентов поглощения "атома в поле" и резонансной флуоресценции были выполнены группой Эзекиеля [43–45] на пучках атомов натрия в оптическом диапазоне. На рисунке 9 приведены экспериментальные результаты работы [43a], которые хорошо согласуются с расчетами работы [40]. Эксперимент выполнен на пучке атомов натрия, использовался переход $3^2S_{1/2}(F=2) \rightarrow 3^2P_{1/2}(F'=3)$. Двухуровневая система "приготовлялась" специальным образом с помощью перекачки атомов натрия светом с круговой поляризацией на определенный подуровень $F=2$, $m_F=2$. Далее атомы натрия попадали в область взаимодействия с сильным полем с круговой поляризацией, которое связывало

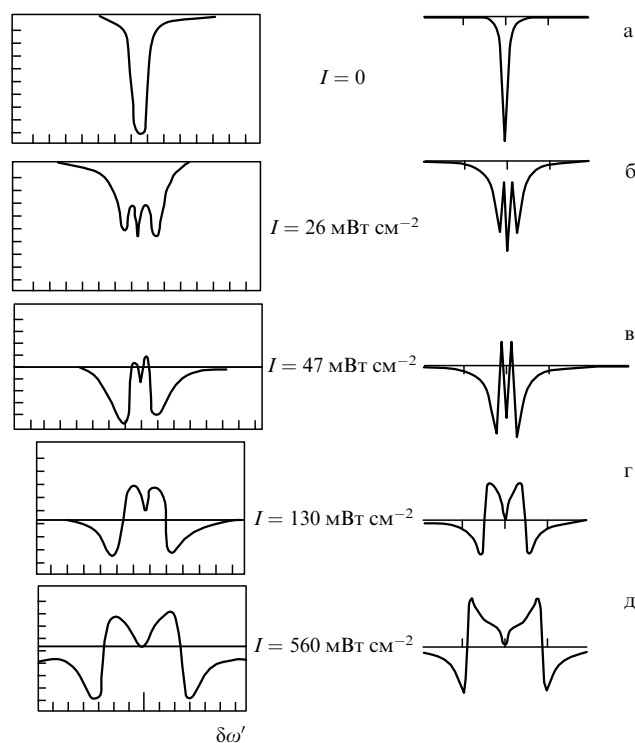


Рис. 9. Контуры линии поглощения слабого сигнала частоты ω' системой "атом + резонансное поле" в зависимости от $\delta\omega' = \omega' - E_{21} = -\Delta$. Кривые соответствуют точному резонансу $\Delta = 0$ и различным интенсивностям накачки от $I = 0$ до $I = 560 \text{ мВт см}^{-2}$. Слева — эксперимент, справа — теоретический расчет. Рисунок взят из работы [43a].

только два определенных уровня $F = 2$, $m_F = 2$ и $F = 3$, $m_F = 3$. Одновременно регистрировалось поглощение или усиление слабого пробного поля, частота которого сканировалась, что позволяло снимать контур линий поглощения и излучения. Световые пучки пробного и интенсивного резонансного поля были взаимно ортогональны и ортогональны направлению движения атомного пучка. Характерные значения экспериментальных параметров были следующие: интенсивность пробного пучка 3 мкВт, интенсивность резонансного излучения могла достигать 560 мВт, резонансная ширина линии перехода $\gamma/2\pi = 11$ МГц, расстройки пробного поля изменялись от нуля до $-\Delta/2\pi \sim 80$ МГц. При максимальных расстройках $\Delta \gg \gamma$ частота Раби Ω_R составляла $2\pi \cdot 60$ МГц. Следовательно, параметр α^2 мог быть значительно больше единицы. Скорость атомов натрия составляла 10^5 см s^{-1} , а длина взаимодействия — порядка миллиметра. Следовательно, время взаимодействия (пролетное время через область интенсивного излучения) порядка 10^{-6} с. Это означает, что в экспериментах с пучками осуществлялся стационарный режим, $\tau\gamma \gg 1$.

Исследование резонансной флуоресценции системы "атом + сильное поле" было начато в работе [46]. В дальнейшем появилось много экспериментальных работ, посвященных измерению спектра резонансной флуоресценции. В работе [44] эксперимент проводился при возбуждении резонансным излучением перехода $^2S_{3/2}(F=2) \rightarrow ^2P_{3/2}(F'=3)$, атомов натрия. Характерные значения α удовлетворяли условию $\alpha^2 \gg 1$, поэтому, как мы уже отмечали, спектр резонансной флуоресценции должен быть симметричным относительно центральной частоты, и площадь под кривыми для излучения фотонов с частотой $\omega \pm \Omega$ должна составлять примерно 1/2 от интенсивности несмещенного рэлеевского рассеяния. Ширина несмещенного рэлеевского рассеяния составляет половину ширины смещенных рассеяний, что следует из теории [40, 39]. В работе [47] приведена серия экспериментальных кривых, представляющих зависимость спектра резонансной флуоресценции от мощности, когда интенсивное поле находится вблизи перехода $^2S_{1/2}(F=2) \rightarrow ^2P_{3/2}(F'=3)$ линии натрия. В тех же работах приведена зависимость спектра флуоресценции от Δ . Интенсивность резонансного поля достигала 1,8 Вт $см^{-2}$ при мощности 35 мВт и диаметре пучка порядка 3 мм. Приведенные в [47] кривые резонансной флуоресценции указывают на симметричное исчезновение или появление при изменении параметра α боковых линий $\omega \pm \Omega$.

По этим вопросам был выполнен большой цикл теоретических исследований [48–61]. В работах [51, 52, 60б, в] рассматривалась корреляция между процессами первого порядка по "слабому полю". В работах [56–59] было указано на существование группировки и антигруппировки фотонов и субпуассоновской статистики в резонансной флуоресценции.

Поглощение системой "атом + поле" обычно измеряется так называемым методом "накачки и слабого пробного поля". Однако уже в работе [62] были получены первые результаты по поглощению системой "атом + поле" излучения пробного поля, когда его интенсивность сравнивалась по порядку величины с интенсивностью накачки. В работе [63а] авторы получили новые результаты по поглощению и дисперсии в случае двух

сильных полей, которые резко отличаются от результатов измерений со слабым пробным полем. Наконец, в работе [63б] исследовалось взаимодействие двухуровневого атома сразу с тремя когерентными импульсами и изучался процесс параметрического усиления.

3. Поведение двухуровневого атома в поле светового импульса

3.1. Связь адиабатических и нестационарных функций

Выше были рассмотрены волновые функции двухуровневого атома в поле идеальной монохроматической волны, а также "монохроматической" волны с бесконечно резким передним фронтом. Монохроматическая волна является математической идеализацией практически используемых полей. Реальные поля, как правило, характеризуются той или иной степенью немонохроматичности. В нелинейной оптике используются поля, степень немонохроматичности которых колеблется в очень широких пределах от $\delta\omega/\omega \approx 10^{-2}$ (фемтосекундные импульсы) до $\delta\omega/\omega \approx 10^{-12} - 10^{-14}$ (высокостабилизированные газовые лазеры). Всякого рода "включения" электромагнитного поля со временем порядка $1/\Gamma$ или использование световых импульсов с временной протяженностью τ приводят к немонохроматичности светового импульса, величина которого связана с Γ и τ следующими соотношениями:

$$\delta\omega \approx \Gamma, \quad \delta\omega \approx \frac{1}{\tau}. \quad (3.1)$$

В связи с этим полезно рассмотреть поведение двухуровневой системы в поле немонохроматической волны

$$\mathbf{E} = \vec{\mathcal{E}}(t) \exp\{i(\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r} - \omega_0 t)\} + \text{с.с.} \quad (3.2)$$

Очевидно, что немонохроматичность будет приводить к перемешиванию двух состояний Φ_1 и Φ_2 , определяемых выражениями (2.25)–(2.26'). Величина такого перемешивания будет зависеть от того, насколько "гладким" является импульс (3.2). В предельном случае бесконечно быстрого включения (прямоугольный импульс) волновые функции будут определяться нестационарными волновыми функциями (2.15), (2.17).

Определим для них степень перемешивания волновых функций Φ_1 и Φ_2 , входящих в нестационарные функции Φ'_1 и Φ'_2 . Для этого надо нестационарные функции, задаваемые формулами (2.15), (2.17), разложить в ряд по адиабатическим функциям Φ_1 и Φ_2 . Легко проверить, что ответ дается следующими выражениями:

$$\Phi'_1 = C_1\Phi_1 + C_2^*\Phi_2, \quad \Phi'_2 = -C_2\Phi_1 + C_1\Phi_2, \quad (3.3)$$

где $C_{1,2}$ определяются формулами (2.23), (2.24). Из соотношений (3.3), (2.23), (2.24) следует, что при $\alpha \ll 1$ нестационарные и квазиэнергетические волновые функции будут мало отличаться друг от друга. При $\alpha \gg 1$ использование нестационарных функций будет соответствовать сильному перемешиванию квазиэнергетических функций Φ_1 и Φ_2 .

3.2. Точные решения для конкретных форм импульса

Точные методы решения задачи о поведении атома в поле немонохроматической волны и связанные с ними вопросы правильного описания процесса включения и

выключения взаимодействия представляют значительный интерес для выяснения физических вопросов взаимодействия излучения с веществом. К сожалению, эту программу удастся провести для весьма ограниченного числа конкретно задаваемых импульсов. В настоящем разделе будет разобран, на наш взгляд, наиболее близкий к реальной ситуации импульс, в котором задача о поведении атома в поле волны поддается точному анализу. Исследуя эти решения, можно найти условия, при которых справедливы адиабатические и нестационарные функции.

Уравнения (2.6) для определения коэффициентов $a_{1,2}$, определяющих волновую функцию атома в поле волны, сохраняют свой вид и для случая, когда амплитуда волны (1.3) зависит от времени и имеет вид (3.2). Используя приведенный выше метод вывода уравнений (2.6), получим

$$\begin{aligned} i\dot{a}_1 &= a_2 V^*(t) \exp(-i\Delta t), \\ i\dot{a}_2 &= a_1 V(t) \exp(i\Delta t), \end{aligned} \quad (3.4)$$

где

$$V(t) = -\frac{\mathbf{d} \cdot \vec{\mathcal{E}}(t)}{\hbar}. \quad (3.4')$$

Проиллюстрируем влияние характера включения внешнего поля на примере, который поддается точному решению, впервые проведенному в работе [64] (см. также [65]). Пусть амплитуда $\vec{\mathcal{E}}(t)$ медленно меняется со временем по сравнению с экспонентой:

$$\vec{\mathcal{E}}(t) = \frac{\vec{\mathcal{E}}_0}{\exp(-\Gamma t) + 1}. \quad (3.5)$$

Если вместо a_2 ввести

$$b = a_2 \exp(-i\Delta t), \quad (3.6)$$

то уравнения для определения коэффициентов $a_1(t)$ и $b(t)$ искомой функции Φ примут вид

$$i\dot{a}_1 = \frac{V_0}{\exp(-\Gamma t) + 1} b, \quad i\dot{b} = \Delta a_1 + \frac{V_0}{\exp(-\Gamma t) + 1} a_1, \quad (3.7)$$

где

$$V_0 = -\frac{\vec{\mathcal{E}}_0 \cdot \mathbf{d}}{\hbar}. \quad (3.8)$$

При $\Gamma \rightarrow 0$ имеем предельный случай адиабатического включения, а при $\Gamma \rightarrow \infty$ поле включается мгновенно при $t = 0$. Расчет показывает, что в действительности ширина Γ должна сравниваться с величиной расстройки резонанса, так что указанным предельным случаям соответствуют неравенства $\Gamma \ll |\Delta|$ и $\Gamma \gg |\Delta|$. Для решения уравнений (3.7) введем новую величину

$$\chi = -\exp(\Gamma t). \quad (3.9)$$

Исключая из системы уравнений амплитуду b , получаем уравнение для a_1 , которое поддается точному решению. Решение при начальном условии

$$a_1 = 1, \quad a_2 = 0 \quad \text{при} \quad t \rightarrow -\infty \quad (3.10)$$

имеет вид

$$a_1 = (1 - \chi)^{-iV_0/\Gamma} F(\alpha, \beta, \gamma, \chi), \quad (3.11)$$

где $F(\alpha, \beta, \gamma, \chi)$ — гипергеометрическая функция. Аргументы гипергеометрической функции выражаются через константы Γ , Δ , V_0 следующим образом:

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{i}{2\Gamma} \left(\Delta + 2V_0 - \sqrt{\Delta^2 + 4|V_0|^2} \right), \\ \beta &= \frac{i}{2\Gamma} \left(\Delta + 2V_0 + \sqrt{\Delta^2 + 4|V_0|^2} \right), \end{aligned} \quad (3.12)$$

$$\gamma = \frac{i\Delta}{\Gamma}. \quad (3.13)$$

Анализ предельных переходов удобно проводить, воспользовавшись формулой

$$\begin{aligned} F(\alpha, \beta, \gamma, \chi) &= \\ &= \frac{\Gamma(\gamma)\Gamma(\beta - \alpha)}{\Gamma(\beta)\Gamma(\gamma - \beta)} (-\chi)^{-\alpha} F(\alpha, 1 - \gamma + \alpha, 1 - \beta + \alpha, \chi^{-1}) + \\ &+ \frac{\Gamma(\gamma)\Gamma(\alpha - \beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\gamma - \beta)} (-\chi)^{-\beta} F(\beta, 1 - \gamma + \beta, 1 - \alpha + \beta, \chi^{-1}), \end{aligned} \quad (3.14)$$

где $\Gamma(x)$ — гамма-функция.

Рассмотрим вначале случай адиабатического включения. При этом естественно рассмотреть случай установившегося режима $t \gg \Gamma^{-1}$. Тогда

$$a_1 = \frac{\Gamma(\gamma)\Gamma(\beta - \alpha)}{\Gamma(\beta)\Gamma(\gamma - \alpha)} \exp(-i\lambda_1 t) + \frac{\Gamma(\gamma)\Gamma(\alpha - \beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\gamma - \beta)} \exp(-i\lambda_2 t), \quad (3.15)$$

где

$$\lambda_{1,2} = \frac{1}{2} \left(\Delta \mp \sqrt{\Delta^2 + 4|V_0|^2} \right) \quad (3.16)$$

определяется формулой (2.16), в которой $|V|$ нужно заменить на $|V_0|$.

Для простоты предположим, что $\Delta > 0$. При $\Gamma \ll \Delta$ все индексы α , β и γ становятся большими, за исключением, может быть, α в случае $|V_0| \ll |\Delta|$. Но и в этом случае аргументы всех Γ -функций, стоящих перед первой экспонентой в (3.15), велики и для оценки модуля предэкспоненциального множителя можно воспользоваться известной формулой из теории Γ -функций:

$$|\Gamma(iz)|^2 = \Gamma(iz)\Gamma(-iz) = \frac{\pi}{z \sin(\pi z)} \rightarrow \frac{2\pi}{|z|} \exp(-\pi|z|). \quad (3.17)$$

Проведя несложные выкладки, можно убедиться, что множитель перед $\exp(-i\lambda_1 t)$ в (3.15) в точности равен по модулю коэффициенту при Ψ_1 в волновой функции Φ_1 (2.25), тогда как множитель перед $\exp(-i\lambda_2 t)$ экспоненциально мал. Таким образом, если до включения поля атом находился в основном состоянии, то при $\Gamma \ll \Delta$ формируется квазиэнергетическое состояние с волновой функцией Φ_1 .

В другом предельном случае $\Gamma \gg \Delta$ индексы функции $F(\alpha, \beta, \gamma, \chi)$ становятся малыми, и мы снова приходим к представлению (3.15). Теперь, однако, аргументы Γ -

функций малы и надо воспользоваться соотношением

$$\Gamma(z) = \frac{\Gamma(1+z)}{z}. \quad (3.17')$$

В результате получается, что амплитуда a_1 в точности равна коэффициенту при Ψ'_1 в волновой функции (2.15), соответствующей решению уравнения Шрёдингера при мгновенном включении взаимодействия.

Для решения уравнений (3.4) используются различные математические методы. В случае действительных $V(t)$ исключением a_2 система сводится к одному уравнению второго порядка:

$$\ddot{a}_1 + \left(i\Delta - \frac{\dot{V}}{V}\right)\dot{a}_1 + V^2 a_1 = 0. \quad (3.18)$$

Первое известное решение (3.18) для $\Delta \neq 0$ и $V \neq \text{const}$ было найдено еще в работе [66] для колоколообразного импульса $V \approx \text{sech}(\Gamma t/2)$. В работе [67] дано решение в гипергеометрических функциях для двухпараметрического семейства огибающих:

$$V(z) = \frac{\sqrt{z(1-z)}}{\lambda z + \mu},$$

где переменная z связана с t формулой

$$\exp(t) = \frac{z^\mu}{(1-z)^{\lambda+\mu}} \quad (3.19)$$

(здесь λ и μ — действительные параметры). Это семейство содержит предыдущий случай при $\mu = 1/2$, $\lambda = 0$.

Второй двухпараметрический класс $V(t)$, также допускающий решение уравнения (3.18) в гипергеометрических функциях, получен в работе [68]:

$$V(z) = \frac{1}{1+z^2} \frac{dz}{dt}, \quad t = \lambda \arctan z + \mu \ln(1+z^2) \quad (3.20)$$

(λ, μ — произвольные).

Рассмотренный выше интегрируемый случай системы (3.4), когда $E(t)$ имеет форму (3.5), соответствует зависимости $V(t) = \lambda[1 + \tanh(\mu t)]$ для произвольных λ и μ .

Все перечисленные интегрируемые случаи получаются при применении к (3.18) преобразования одно временно зависимого и независимого переменных:

$$a(z) = \frac{U(z)}{\varphi(z)}, \quad \frac{dz}{dt} = \rho(z), \quad (3.21)$$

где φ и ρ — некоторые функции [68]. Это преобразование является наиболее общим преобразованием, переводящим уравнение второго порядка в другое уравнение второго порядка.

Если потребовать, чтобы уравнение, полученное из (3.18), при применении преобразования (3.21) совпадало с некоторым стандартным уравнением с хорошо изученными решениями (например, с гипергеометрическим),

$$U_{zz} + f(z)U_z + g(z)U = 0 \quad (3.22)$$

(индекс z означает дифференцирование по z), то получится система уравнений относительно функций $\varphi(z)$, $\rho(z)$ и $U(z)$, зависящих от $f(z)$ и $g(z)$. Эта система допускает около двадцати явных решений [68], приводя-

щих к двадцати двух- и трехпараметрическим классам огибающих $V(t)$, позволяющих интегрирование (3.18) в специальных функциях, и одному двухпараметрическому классу, допускающему решение (3.20) в квадратурах. Однако эти математические методы не получили применения для решения конкретных задач.

В работе [69а] был использован метод квантовой суперсимметрии для нахождения соотношений между коэффициентами в асимптотическом разложении волновых функций при $x \rightarrow \pm\infty$ для произвольного вида $V(t)$. В работе [69б] этот метод был использован для получения аналитического решения при $V = V_0(\cosh t)^{-1} + W_0 \tanh t$, где V_0, W_0 — произвольные постоянные.

Целый ряд исследований по математическим методам резонансного взаимодействия был проведен в связи с проблемами многофотонной ионизации и изучен в монографии [70].

Круг задач, посвященных исследованию поведения двухуровневого атома при взаимодействии с двумя монохроматическими полями с произвольными амплитудами и частотами близкими к резонансному переходу, довольно широк [71–77].

Простые аналитические решения этой задачи отсутствуют. Только в случае двух симметрично отстоящих (на одинаковом расстоянии, но в разные стороны) от резонанса импульсов, т.е. когда $\Delta_2 = -\Delta_1$, система уравнений имеет точное решение. В этом случае при $V_1 = V_2 = V$ решение можно записать в следующем виде (при $t = 0$, $\Phi_1 = \Psi_1$, $\Phi_2 = \Psi_2$):

$$\begin{aligned} \Phi_1 = & \cos\left(\frac{V}{\Delta} \sin \frac{\Delta t}{2}\right) U_1 + \\ & + i \sin\left(\frac{V}{\Delta} \sin \frac{\Delta t}{2}\right) U_2 \exp[-i(E_2 - E_1)t], \end{aligned} \quad (3.23)$$

$$\begin{aligned} \Phi_2 = & -i \sin\left(\frac{V}{\Delta} \sin \frac{\Delta t}{2}\right) U_1 + \\ & + \cos\left(\frac{V}{\Delta} \sin \frac{\Delta t}{2}\right) U_2 \exp[-i(E_2 - E_1)t]. \end{aligned} \quad (3.24)$$

Решения в бихроматическом поле тесно связаны с решениями о поведении электрона и атомов в поле стоячей волны. Этому вопросу посвящены обзоры [78].

Случай двух полей является наиболее простым примером взаимодействия атомных систем с немонахроматическим полем. Обратим внимание на то, что взаимодействие немонахроматического поля будет зависеть от статистики возмущающего атома излучения. Исследованию этих вопросов посвящено большое число работ (см., например, [79, 80]).

Большой круг задач составляют задачи исследования поведения двухуровневого атома в поле монохроматической волны без использования резонансного приближения. В работе [81] рассмотрено известное в теории линейных уравнений с периодическими коэффициентами уравнение Хилла. Частота падающей на двухуровневую систему волны произвольна. В случае однофотонного резонанса при $\alpha \gg 1$ и при $\Delta \rightarrow -0$ величины λ_1 и λ_2 , входящие в формулы (2.7) и (2.9), определяются выражением

$$\lambda_{1,2} = \pm \frac{2\omega}{\pi} \arcsin\left(\frac{\pi}{2} \sqrt{r_1}\right), \quad (3.25)$$

где r_1 вычисляется из сходящегося по переменной $\alpha\Delta/\omega$ ряда:

$$r_1 = \left(\frac{\alpha\Delta}{2\omega}\right)^2 \left[1 - \left(\frac{\alpha\Delta}{4\omega}\right)^2 \left(\frac{\pi^2}{3} + 1\right) + \dots\right]. \quad (3.26)$$

Если в (3.25) подставить только первый член ряда (3.26), то выражение (3.25) совпадает с использованными нами выражениями (2.9). В случае многофотонного резонанса, т.е. при условии $\omega \approx E_{21}/n$, где $n = 3, 5, 7$, (3.25) сохраняет свой вид. Только величину r_1 в (3.26) необходимо заменить величиной r_n , равной

$$r_n = \left(\frac{\alpha\Delta}{2\omega}\right)^4 \frac{n^2}{n^2 - 1} \left[1 - \left(\frac{\alpha\Delta}{\omega}\right)^2 \frac{3n^2 + 1}{2(n^2 - 1)} + \dots\right]. \quad (3.27)$$

Дальнейшие результаты можно получить, дифференцируя квазиэнергию по параметрам, от которых она зависит [81, 82а]. В работе [82б] рассмотрена задача о генерации гармоник в двухуровневой системе без использования резонансного приближения.

3.3. "Квазиклассическое" приближение во времени пространстве

Уравнения взаимодействия немонохроматического электромагнитного импульса с атомом (3.4) могут быть детально проанализированы вблизи резонанса. Для этого мы воспользуемся широко известным в квантовой механике квазиклассическим приближением, которое применим для исследования задач не в пространстве x, y, z , а в пространстве времени. Амплитуда поля, входящая в выражение для немонохроматического поля (3.4), имеет вид

$$\vec{\mathcal{E}}(x, t) = |\vec{\mathcal{E}}(x, t)| \exp[i\varphi(x, t)]. \quad (3.28)$$

Решение уравнения Шрёдингера (1.1) будем искать в виде разложения по полной системе функций невозмущенного атома (2.2). Уравнения (3.4) для коэффициентов разложения a_1 и a_2 искомой волновой функции Φ для двухуровневой системы можно переписать в следующем виде:

$$i\dot{a}_1 = W^* a_2, \quad i\dot{a}_2 = W a_1, \quad (3.29)$$

где

$$W = V \exp(i\Delta t) = \left| \frac{\mathbf{d} \cdot \vec{\mathcal{E}}}{\hbar} \right| \exp(i\Delta t + i\varphi + i\varphi_1 - i\varphi_2 + i\pi) = \left| \frac{\mathbf{d} \cdot \vec{\mathcal{E}}}{\hbar} \right| \exp[i\varphi_0(x, t)], \quad (3.30)$$

φ_1 и φ_2 — случайные фазы волновых функций атома в нижнем и верхнем состояниях,

$$\varphi_0(x, t) = \Delta t + \varphi + \varphi_1 - \varphi_2 + \pi. \quad (3.31)$$

Из уравнения (3.29) следует уравнение для a_1 :

$$\ddot{a}_1 - \dot{a}_1 \frac{d}{dt} \ln W^* + |W|^2 a_1 = 0. \quad (3.32)$$

Уравнение для a_2 получается из (3.32) при замене W^* на W . Из условия ортонормированности функций $\Phi_{1,2}$

вытекает условие

$$|a_1|^2 + |a_2|^2 = 1. \quad (3.33)$$

Будем искать решение уравнения (3.32) в виде

$$a_1 = \exp\left(\frac{i}{\hbar} S\right) = \exp\left[\frac{i}{\hbar} (S_0 + \hbar S_1 + \hbar^2 S_2 + \dots)\right]. \quad (3.34)$$

Подставляя (3.34) в (3.32), получим

$$\dot{S}_0 = \pm \hbar |W|, \quad (3.35)$$

$$\dot{S}_1 = -\frac{\dot{\varphi}_0}{2}. \quad (3.36)$$

Общее решение уравнения Шрёдингера можно представить в следующем виде [83] (при условии $|\dot{\varphi}_0| \ll 2|W|$):

$$\begin{aligned} \Phi = & C_1 \exp\left\{i \int_{-\infty}^t \left[|W| + \frac{1}{2} \dot{\varphi}_0(t)\right] dt\right\} [\Psi_1 - \exp(i\varphi_0) \Psi_2] + \\ & + C_2 \exp\left\{-i \int_{-\infty}^t \left[|W| - \frac{1}{2} \dot{\varphi}_0(t)\right] dt\right\} [\Psi_1 + \exp(i\varphi_0) \Psi_2]. \end{aligned} \quad (3.37)$$

Из общего решения выберем две функции $\Phi_{1,2}$, подчиняющиеся начальным условиям $\Phi_1 \rightarrow \Psi_1$ при $t \rightarrow -\infty$ и $\Phi_2 \rightarrow \Psi_2$ при $t \rightarrow -\infty$. Ответ при $\varphi_0(-\infty) = 0$ можно представить в виде

$$\begin{aligned} \Phi_1 = & \exp\left(-i \frac{\varphi_0}{2}\right) \Psi_1 \cos\left(\int_{-\infty}^t |W| dt\right) - \\ & - i \exp\left(i \frac{\varphi_0}{2}\right) \Psi_2 \sin\left(\int_{-\infty}^t |W| dt\right), \\ \Phi_2 = & -i \exp\left(-i \frac{\varphi_0}{2}\right) \Psi_1 \sin\left(\int_{-\infty}^t |W| dt\right) + \\ & + \exp\left(i \frac{\varphi_0}{2}\right) \Psi_2 \cos\left(\int_{-\infty}^t |W| dt\right). \end{aligned} \quad (3.38)$$

Легко проверить, что функции (3.38) ортонормированы. Условие применимости квазиклассического приближения $\hbar S_1 \ll S_0$ сводится к условию

$$\left| \int_{-\infty}^t \frac{\dot{\varphi}_0}{2} dt \right| \ll \int_{-\infty}^t |W| dt. \quad (3.39)$$

Если импульс действует в интервале $-t_{\text{eff}} < t < t_{\text{eff}}$, то, используя выражение (3.31), (3.39) можно привести к виду

$$\left| \frac{1}{2} \int_{-t_{\text{eff}}}^{t_{\text{eff}}} \left(\Delta + \frac{\partial \varphi}{\partial t}\right) dt \right| \ll \int_{-t_{\text{eff}}}^{t_{\text{eff}}} |W| dt. \quad (3.40)$$

Следовательно, величина

$$\int_{-t_{\text{eff}}}^{t_{\text{eff}}} |W| dt,$$

которая пропорциональна эффективной частоте Раби, умноженная на время действия импульса $2t_{\text{eff}} \sim \tau$, должна быть значительно больше суммарного изменения фазы как за счет фазы амплитуды поля φ , так и за счет расстройки Δ .

Кроме условия (3.40) необходимо потребовать, чтобы эффекты "накопления" от S_1 за время действия импульса были несущественны:

$$S_1(t) - S_1(-t_{\text{eff}}) \ll \pi. \quad (3.41)$$

Условие (3.41) накладывает ограничения на условия применимости решений (3.37) и будет зависеть от конкретных свойств изменения фазы амплитуды импульса от времени. Например, в случае $\varphi = \text{const}$ условие (3.41) будет означать, что эффектами "накопления" можно пренебречь, если удовлетворяется условие $\tau \ll \pi/\Delta$ и, поскольку $\Delta \ll \omega$, функции (3.38) могут быть использованы для рассмотрения процессов, происходящих за большое число периодов лазерной волны, т.е. для длин, значительно превышающих атомные и даже межатомные расстояния. В случае, когда осуществляется точный резонанс и амплитуда волны имеет не зависящую от времени фазу ($\Delta = 0$, $\varphi = \text{const}$), волновые функции (3.38) становятся точными решениями уравнений (3.29) и могут использоваться для любых промежутков времени.

Функции (3.37), (3.38) в случае мгновенного включения $W(t)$ при $t = t_0$ (при этом нижний предел интегрирования нужно заменить на t_0 и считать, что при $t > t_0$, $|W| = \text{const}$ и $\dot{\varphi}_0 = \Delta + \dot{\varphi} = \text{const}$) переходят в выражения (2.15), (2.17) при условии $|\Delta| < |V|$ и $\dot{\varphi} = 0$. При этом в выражениях (3.37), (3.38) необходимо удерживать поправки порядка S_1 и в предэкспоненциальных множителях, хотя в случае зависимости $|W|$ и $\dot{\varphi}_0$ от времени предэкспоненциальные поправки должны быть опущены, чтобы выполнялось условие нормировки.

Полезно сравнить уравнение (3.32) с уравнением Шрёдингера, для которого квазиклассический метод решения хорошо разработан [1, 84, 85]. Для этого введем вместо a_1 переменную b_1 :

$$b_1(t) = a_1(t) \exp \left[\int^t f(t) dt \right] = a_1(t) W^*, \quad f(t) = \frac{d}{dt} \ln W^*. \quad (3.42)$$

Тогда уравнение (3.32) примет вид

$$\dot{b} + b \left(-\frac{\dot{f}}{2} - \frac{f^2}{4} + |W|^2 \right) = 0. \quad (3.43)$$

Функции (3.37), (3.38), в частности при линейной зависимости фазы поля от времени, могут найти применение при рассмотрении различных задач взаимодействия импульсов света с простейшими атомными системами вблизи резонансных переходов.

Функции (3.38) требуют дальнейших исследований в "точках поворота" [1, 84, 85].

Теперь перейдем к рассмотрению противоположного случая, когда немонохроматичность импульса и расстройка резонанса таковы, что характерные величины задачи являются медленно меняющимися функциями времени.

3.4. Адиабатическое взаимодействие светового импульса с двухуровневой системой

Метод адиабатических возмущений [86] был использован в целом ряде работ [5, 87, 88] для исследования волновых функций атома в произвольном немонохроматическом

поле. Будем считать, что амплитуда $\vec{\mathcal{E}}(t)$, входящая в выражение (3.2), — медленно (по сравнению с экспонентой) меняющаяся функция времени. Тогда ее разложение в интегралы Фурье по частотам

$$\vec{\mathcal{E}}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \vec{\mathcal{E}}(\omega) \exp(-i\omega t) d\omega \quad (3.44)$$

не будет содержать фурье-компонент $\mathcal{E}(\omega')$ для частот сравнимых или больших ω_{eff} . Следовательно,

$$\begin{aligned} \vec{\mathcal{E}}(\omega') &= 0 & \text{при } \omega' > \omega_{\text{eff}}, \\ \vec{\mathcal{E}}(\omega') &\neq 0 & \text{при } \omega' < \omega_{\text{eff}}, \end{aligned} \quad (3.45)$$

где $\omega_{\text{eff}} \approx 1/\tau_{\text{eff}} \ll \omega_0$, а τ_{eff} — временная ширина импульса. В частности, если мы имеем набор монохроматических колебаний с частотами $\omega_0 + \omega_i$ и фазами φ_i , то выражение для $\vec{\mathcal{E}}(\omega')$ будет иметь вид

$$\vec{\mathcal{E}}(\omega') = \sum_i \vec{\mathcal{E}}_i \exp(i\varphi_i) \delta(\omega' - \omega_i), \quad (3.46)$$

где все $\omega_i \ll \omega_{\text{eff}}$. Фазы φ_i могут быть как случайными числами, так и связанными друг с другом набором чисел. В первом случае мы будем иметь дело с независимыми монохроматическими колебаниями, во втором они будут коррелированы. Таким образом, характеристики немонохроматического света определяются функцией $\mathcal{E}(t)$. Задание $\mathcal{E}(t)$ полностью определяет все статистические свойства света, включая и поляризационные свойства, которые будут описываться матрицей плотности, т.е. средней по "быстрому" времени (порядка периода колебаний $\sim 1/\omega_0$) величиной

$$R_{ij} = \overline{\mathcal{E}_i(t) \mathcal{E}_j^*(t)}. \quad (3.47)$$

Рассмотрение поведения атома в поле квазимонохроматической волны с близкими по направлению волновыми векторами проводится аналогичным способом. Для этого необходимо ввести в функцию $\mathcal{E}(t)$ еще медленную зависимость от ρ , где ρ координаты в плоскости перпендикулярной оси x .

Рассмотрим адиабатическое взаимодействие плоской немонохроматической электромагнитной волны, движущейся вдоль оси x , с простейшими атомами. Для иллюстрации выберем двухуровневую модель атома. Волновые функции нижнего и верхнего состояний невозмущенного атома определяются выражениями (1.4). Поле \mathbf{E} дается выражением

$$\mathbf{E}(x, t) = \vec{\mathcal{E}}(x, t) \exp(ik_0 x - i\omega_0 t) + \text{с.с.}, \quad (3.48)$$

где

$$k_0 = \frac{\omega_0}{c}, \quad \vec{\mathcal{E}}(x, t) = \mathbf{e} \mathcal{E}(x, t). \quad (3.48')$$

Медленно меняющаяся амплитуда $\vec{\mathcal{E}}(x, t)$ имеет компоненты поляризации в плоскости перпендикулярной оси x . Если огибающая импульса $\vec{\mathcal{E}}(x, t)$ зависит также от координаты $\rho(y, z)$, то в (3.48) $\vec{\mathcal{E}}(x, t)$ нужно заменить на $\vec{\mathcal{E}}(\rho, x, t)$. В случае, если импульс имеет поперечную структуру, разложение в интеграл по ρ приведет к

появлению компонент с \mathbf{k}_ρ , которые должны удовлетворять условию $k_\rho \ll k_0$. В этом случае мы будем иметь дело с набором плоских волн, распространяющихся под небольшим "углом" к оси x , которые будут определяться поперечной структурой $\vec{\mathcal{E}}(\rho, x, t)$, что было использовано в работе [88] для объяснения конического излучения.

Поскольку двухуровневую систему наиболее просто осуществить, выбирая уровни различной четности, взаимодействующие различным образом с волнами, имеющими круговые поляризации, то взаимодействие, входящее в уравнение Шрёдингера, нужно заменить на

$$\begin{aligned} \mathbf{d} \cdot \mathbf{E} &= d_+ E_+ + d_- E_- = \\ &= (d_+ \mathcal{E}_+ + d_- \mathcal{E}_-) \exp(ik_0 x - i\omega_0 t) + \text{с.с.}, \end{aligned} \quad (3.49)$$

где $d_\pm = d_y + id_z$. Выражение (3.48) после подстановки вместо амплитуды $\vec{\mathcal{E}}(x, t)$ разложения (3.44) можно переписать в виде

$$\mathbf{E}(x, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \vec{\mathcal{E}}_\omega \exp[ik_0 x - i(\omega_0 + \omega)t] d\omega + \text{с.с.} \quad (3.50)$$

Из-за медленности изменения $\mathcal{E}(x, t)$ по сравнению с $\exp(i\omega_0 t)$ в интеграл по ω эффективно вносит вклад интервал частот $-\omega_{\text{eff}} < \omega < \omega_{\text{eff}}$. При $|\omega_{\text{eff}}| < \omega_0$ выражение (3.50) по аналогии с квантовой электродинамикой можно рассматривать как разложение электромагнитного поля импульса по положительным частотам, которые будут соответствовать процессам поглощения фотонов с частотами $(\omega_0 \pm \omega)$, и отрицательным частотам $(-\omega_0 \pm \omega)$, участвующим в процессах излучения.

Решения уравнения можно представить в виде разложения по полной ортонормированной системе функций невозмущенного атома. Уравнения для искомых коэффициентов $a_{1,2}$ имеют вид (3.4).

При выводе уравнений (3.4) в правой части опущены так называемые нерезонансные члены, содержащие экспоненты вида $\exp(E_{21} + \omega_0)$. Поэтому необходимо выполнение условия

$$|\Delta| \ll E_{21} + \omega_0. \quad (3.51)$$

Будем искать решения в виде

$$a_1 = C(t) \exp\left(-i \int^t \lambda dt\right). \quad (3.52)$$

Из первого уравнения (3.4) имеем

$$a_2 = \frac{\lambda}{V^*} \exp(i\Delta t) a_1. \quad (3.53)$$

При получении (3.53) мы пренебрегли членами с \dot{C} , неточность этой операции оценена ниже. Подставляя (3.52) и (3.53) в (3.4), получим стационарное уравнение Шрёдингера:

$$\begin{aligned} \lambda a_1 &= V^* \exp(-i\Delta t) a_2, \\ (\lambda - \Delta) a_2 &= V \exp(i\Delta t) a_1. \end{aligned} \quad (3.54)$$

При получении (3.54) не учитывалась медленная зависимость λ/V^* от времени (оценки см. ниже).

Условие существования ненулевых решений уравнений (3.54) приводит к значениям корней

$$\bar{\lambda}_{1,2} = \frac{\Delta}{2} (1 \mp \sqrt{1 + \alpha^2}). \quad (3.55)$$

Выбор корней $\bar{\lambda}_{1,2}$ в виде (3.55) удобен для изложения вопросов, рассматриваемых в настоящем разделе. При таком выборе сохраняется взаимно однозначное соответствие между функциями $\Phi_{1,2}$ и невозмущенными волновыми функциями атома. Действительно, при выключении поля $\Phi_{1,2} \rightarrow \Psi_{1,2}$ независимо от знака Δ . Хотя корни $\bar{\lambda}_{1,2}$ терпят разрыв при $\Delta \rightarrow \pm 0$, это не является существенным, поскольку везде рассматриваются прозрачные среды и точный резонанс осуществляться не может. Прозрачность среды в линейной оптике означает, что должны быть выполнены два условия:

$$|\Delta| \gg \gamma, \quad (3.56)$$

где γ — ширина верхнего уровня, и

$$\delta\omega \ll |\Delta|, \quad (3.57)$$

где $\delta\omega$ — ширина спектра проходящего через среду излучения.

При учете нелинейных эффектов условие (3.56) несколько видоизменяется, поскольку вместо Δ необходимо использовать $\Delta' = E'_{21} - \omega$, где E'_{21} — разность энергетических уровней с учетом штарковских сдвигов. В адиабатическом приближении $|\Delta'| > |\Delta|$, т.е. система "уходит" из резонанса. Условие (3.57) при учете нелинейных эффектов рассеяния, рассмотренных в разделе 2.4, также изменяется из-за уширений спектра проходящего через среду излучения. Это будет ограничивать линейные размеры системы.

Кроме когерентных процессов типа рэлеевского рассеяния, рассмотренных в разделе 2.4, в нелинейной среде необходимо учитывать истинное поглощение, связанное с переходом атома в возбужденное состояние Φ_2 и излучением трехфотонной частоты $\omega' = \omega - \Delta\sqrt{1 + \alpha^2}$.

Этот процесс является некогерентным и приводит к реальному поглощению проходящего через нелинейную среду излучения с одновременным переходом $\Phi_1 \rightarrow \Phi_2$ и излучением трехфотонной частоты ω . Для произвольных α^2 вероятность процесса дается формулой

$$dW = \frac{dW_{\text{sp}}}{4} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \alpha^2}}\right)^2, \quad (3.58)$$

где dW_{sp} — вероятность спонтанного излучения свободного атома.

Поскольку выполнено условие (3.56), даже для больших α^2 этим поглощением также можно пренебречь, так как

$$\gamma = \int dW_{\text{sp}}.$$

При решении уравнений (3.4) мы пренебрегли членами пропорциональными \dot{C} . Это можно сделать при выполнении условия

$$|\dot{C}| \ll |\bar{\lambda} C|, \quad (3.59)$$

которое легко переписать в виде

$$\left| \frac{1}{|\mathcal{E}|} \frac{\partial |\mathcal{E}|}{\partial t} + \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right| \ll A(1 + \alpha^2). \quad (3.60)$$

Последнее условие следует из условия (3.57).

Учет уширения спектра из-за фазовой самомодуляции при распространении излучения приводит к ограничению линейных размеров среды [88]:

$$l \ll l_{\text{coh}} = \frac{1}{qk_0} \frac{1 + \alpha^2}{\alpha^2} \frac{|A|}{\delta\omega_0}, \quad (3.61)$$

где

$$q = \frac{2\pi N|d|^2}{\hbar A(1 + \alpha^2)^{1/2}}, \quad (3.61')$$

$\delta\omega_0$ — ширина спектра излучения на входе в среду.

Используя (3.52), (3.53), (3.55), получим полную ортонормированную систему волновых функций в основном и возбужденном состояниях в адиабатическом приближении [88]:

$$\Phi_1 = C \exp\left(-i \int^t \bar{\lambda}_1 dt - iE_1 t\right) \times \\ \times \left\{ U_1 + \frac{\bar{\lambda}_1}{V^*} \exp(ik_0 x - i\omega_0 t) U_2 \right\}, \quad (3.62)$$

$$\Phi_2 = C \exp\left(i \int^t \bar{\lambda}_1 dt - iE_2 t\right) \times \\ \times \left\{ U_2 - \frac{\bar{\lambda}_1}{V^*} \exp(-ik_0 x + i\omega_0 t) U_1 \right\}, \quad (3.63)$$

где коэффициент C определяется из условия нормировки:

$$C = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{1 + \alpha^2}} \right)^{1/2}. \quad (3.64)$$

Адиабатические функции (3.62), (3.63) использовались при рассмотрении большого круга вопросов при распространении излучения в среде двухуровневых атомов (см., например, [88]). Заканчивая изложение вопросов о взаимодействии резонансного излучения с двухуровневой моделью, отметим, что большое количество проблем осталось неосвещенным в данном обзоре. Их можно найти в монографиях [89–98].

4. Взаимодействие интенсивного излучения с атомом при наличии двух смежных резонансных переходов

4.1. Классификация различных схем взаимодействия и адиабатические волновые функции трехуровневых атомов в резонансном приближении

В настоящем разделе будут рассмотрены два резонансных перехода, связанных между собой одним общим уровнем. Такие резонансы будем называть смежными. Возбуждающее излучение может состоять из одной, если смежные резонансы близки по частоте (квазиэквидистантные уровни), или двух монохроматических волн, если смежные резонансы значительно различаются по

частоте. В первом случае накачка называется вырожденной, во втором — невырожденной. Системы, схематически представленные на рис. 10, принято называть трехуровневыми системами. В теории парамагнитного усиления трехуровневая система рассматривалась Басовым и Прохоровым [99]. В оптическом диапазоне для стационарного случая (с учетом релаксации) она была рассмотрена Джаваном [100а] (схема представлена на рис. 10б) при расчете комбинационного лазера, а также в работах [100б, в]. В дальнейшем трехуровневая система рассматривалась в большом количестве оригинальных работ, обзоров и монографий, в той или иной степени отраженных в публикациях [5, 89–98, 101–161]. В последние годы в связи с новыми экспериментальными возможностями интерес к изучению трехуровневых систем резко усилился (см. раздел 5). Тем не менее изучение смежных резонансов далеко от завершения. Физические процессы, разыгрывающиеся при взаимодействии двух резонансных полей с трехуровневой системой, значительно многообразнее и богаче по содержанию, чем аналогичные процессы, изучаемые в предыдущих разделах на двухуровневой системе.

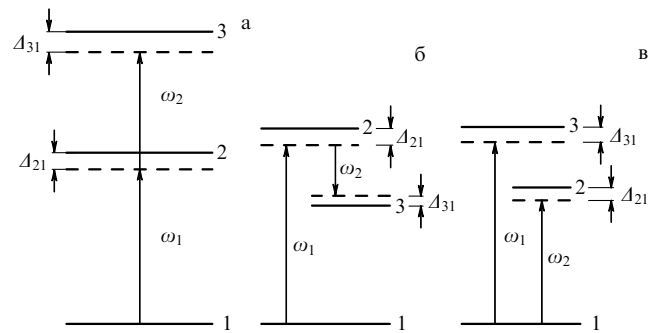


Рис. 10. Трехуровневые системы в поле двух резонансных волн со смежными переходами: (а) при $E_{31} = \omega_1 + \omega_2$ схема соответствует процессу двухфотонного поглощения; (б) при осуществлении точного резонанса $A_{31} = 0$ эта схема описывает процесс электронного комбинационного рассеяния, подробно рассмотренный в следующем разделе; (в) одновременное возбуждение основного уровня двумя электромагнитными волнами с резонансными переходами на два различных уровня. В современной литературе первая схема получила название схемы лестничного типа (\mathcal{E} -типа). Схема (б) носит название схемы Λ -типа, а схема (в) — схемы V -типа.

Нас будет интересовать поведение трехуровневой системы, когда осуществление точных резонансов не является обязательным и реальных ступенчатых переходов может и не происходить. В этом случае при добавлении четвертого уровня изображенные на рис. 10 схемы превращаются в четырехуровневые схемы, рассмотрение которых можно проводить, используя методику, изложенную ниже (см., например, [117]). Здесь, как и в разделе 2, под заселенностью понимается примесь возбужденных состояний к основному состоянию в присутствии резонансных полей.

В оптике подавляющую роль играют дипольные электрические переходы, и мы, как правило, будем приводить результаты вычислений именно для этих переходов. Простой заменой можно сразу перейти к соответствующим формулам для более высокой мультипольности. Приводимые ниже рассуждения и формулы могут одинаково хорошо применяться и к молекулам, и к

атомам, только в последнем случае нужно дополнительно учитывать запреты, которые привносит с собой закон сохранения четности.

Пусть в системе осуществляются два смежных резонанса. Рассмотрим в виде примера схему рис. 10а (простым переобозначением переменных те же выражения можно будет применить к схемам рис. 10б и 10в):

$$|E_{21} - \omega_1| \ll E_{21}, \quad |E_{32} - \omega_2| \ll E_{32}. \quad (4.1)$$

Обратим внимание на то, что существование двух смежных резонансов автоматически приводит к наличию третьего — двухфотонного резонанса:

$$|E_{31} - \omega_1 - \omega_2| \ll E_{31}. \quad (4.2)$$

Волновую функцию трехуровневого атома в резонансном поле ("атом + поле") можно искать в виде разложения по трем взаимно ортогональным нормированным атомным функциям невозмущенного атома:

$$\Phi = a_1 \Psi_1 + a_2 \Psi_2 + a_3 \Psi_3. \quad (4.3)$$

Оператор взаимодействия с полем $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ имеет вид

$$\hat{V} = -\frac{\mathbf{d} \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\hbar} = \hat{V}^{(-)} \exp(-i\omega_1 t) + \hat{V}^{(+)} \exp(-i\omega_1 t) + \hat{W}^{(-)} \exp(-i\omega_2 t) + \hat{W}^{(+)} \exp(i\omega_2 t), \quad (4.4)$$

где

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \vec{\mathcal{E}}_1 \exp(i\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} - i\omega_1 t) + \vec{\mathcal{E}}_2 \exp(i\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} - i\omega_2 t) + \text{с.с.} \quad (4.5)$$

Отрицательно-частотные $\hat{V}^{(-)}$, $\hat{W}^{(-)}$ и положительно-частотные $\hat{V}^{(+)}$ и $\hat{W}^{(+)}$ части оператора взаимодействия \hat{V} будут описывать соответственно процессы поглощения и излучения фотона с частотами ω_1 и ω_2 . Подставляя (4.3) в уравнение Шрёдингера (1.1) и считая, что поле $\vec{\mathcal{E}}_1$ взаимодействует только с переходом $1 \leftrightarrow 2$, а поле $\vec{\mathcal{E}}_2$ — с переходом $2 \leftrightarrow 3$, получим три уравнения для определения коэффициентов $a_i(t)$. В резонансном приближении уравнения принимают вид

$$\begin{aligned} i\dot{a}_1 &= a_2 V_{12}^{(+)} \exp(-iA_{21}t), \\ i\dot{a}_2 &= a_1 V_{21}^{(-)} \exp(iA_{21}t) + a_3 W_{23}^{(+)} \exp(-iA_{32}t), \\ i\dot{a}_3 &= a_2 W_{32}^{(-)} \exp(iA_{32}t), \end{aligned} \quad (4.6)$$

где

$$A_{21} = E_{21} - \omega_1, \quad A_{32} = E_{32} - \omega_2 \quad (4.7)$$

— расстройки резонансов, а через $V_{ik}^{(\pm)}$, $W_{ik}^{(\pm)}$ обозначены матричные элементы оператора взаимодействия. В дипольном приближении имеем

$$V_{21}^{(-)} = -\frac{\mathbf{d}_{21} \cdot \vec{\mathcal{E}}_1}{\hbar}, \quad W_{32}^{(-)} = -\frac{\mathbf{d}_{32} \cdot \vec{\mathcal{E}}_2}{\hbar}. \quad (4.8)$$

Из эрмитовости операторов \hat{V} , \hat{W} следует

$$V_{nm}^{(+)} = [V_{mn}^{(-)}]^*, \quad W_{nm}^{(+)} = [W_{mn}^{(-)}]^*. \quad (4.9)$$

Для упрощения записи введем обозначения

$$\begin{aligned} V_{21}^{(-)} &= V_{21}, \quad V_{12}^{(+)} = V_{12}^*, \\ W_{32}^{(-)} &= V_{32}, \quad W_{23}^{(+)} = V_{23}^*. \end{aligned} \quad (4.10)$$

Обратим внимание на то, что матричные элементы оператора \hat{V} и оператора $\hat{V}^{(-)}$ с отрицательно-частотной частью обозначены одним и тем же символом V_{nm} . Это не должно вызывать недоразумений, поскольку во все последующие вычисления входят матричные элементы либо отрицательно-, либо положительно-частотных частей оператора \hat{V} . Кроме того, в рассматриваемой конкретной схеме, изображенной на рис. 10а, переходы $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$ всегда связаны с поглощением фотонов ω_1 и ω_2 , т.е. с матричными элементами V_{21} и W_{32} , которым всегда соответствует верхний индекс $(-)$. Используя обозначения (4.10), можно верхние индексы (\pm) в дальнейшем опустить и W_{32} переобозначить через V_{32} . Ищем решения в виде

$$\begin{aligned} a_1 &= b_1 \exp(-i\lambda t), \\ a_2 &= b_2 \exp[-i(\lambda - A_{21})t], \\ a_3 &= b_3 \exp[-i(\lambda - A_{31})t] \end{aligned} \quad (4.11)$$

и для медленно меняющихся амплитуд b_i получаем следующую систему алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned} -\lambda b_1 + V_{21}^* b_2 &= 0, \\ V_{21} b_1 - (\lambda - A_{21}) b_2 + V_{32}^* b_3 &= 0, \\ V_{32} b_2 - (\lambda - A_{31}) b_3 &= 0, \end{aligned} \quad (4.12)$$

где

$$A_{31} = A_{21} + A_{32} = E_{31} - \omega_1 - \omega_2 \ll E_{31} \quad (4.13)$$

— расстройка двухфотонного резонанса.

Для существования ненулевых решений определитель уравнений (4.12) должен обратиться в нуль. Соответствующее этому условию уравнение имеет вид

$$\lambda(\lambda - A_{21})(\lambda - A_{31}) - (\lambda - A_{31})|V_{21}|^2 - \lambda|V_{32}|^2 = 0. \quad (4.14)$$

Поскольку матрица системы (4.12) является эрмитовой, уравнение (4.14) имеет три действительных корня: $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$. Подставляя для каждого λ_s найденные решения $b_1^{(s)}, b_2^{(s)}, b_3^{(s)}$ в (4.3), получаем три взаимно ортогональные квазиэнергетические волновые функции Φ_s , $s = 1, 2, 3$. Легко выписать эти функции [5, 101, 102]:

$$\begin{aligned} \Phi_s &= C_s \exp[-i(E_1 + \lambda_s)t] \left\{ U_1 + \frac{\lambda_s}{V_{21}^*} U_2 \exp(-i\omega_1 t) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{V_{32}\lambda_s}{V_{21}^*(\lambda_s - A_{31})} U_3 \exp[-i(\omega_1 + \omega_2)t] \right\}. \end{aligned} \quad (4.15)$$

Коэффициент C_s определяется из условия нормировки с точностью до произвольной фазы:

$$C_s = \left\{ 1 + \frac{\lambda_s^2}{|V_{21}|^2} + \frac{\lambda_s^2}{(\lambda_s - A_{31})^2} \frac{|V_{32}|^2}{|V_{21}|^2} \right\}^{-1/2}. \quad (4.16)$$

Выбор функций (4.15) может быть обоснован, если классическое поле $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ заменить на квантованное и рассмотреть квантово-электродинамическую задачу о нахождении собственных значений энергии и собствен-

ных функций системы "трехуровневый атом + квантованное электромагнитное поле", которую принято называть "одетым" атомом [18].

Функции (4.15), если отвлечься от временных множителей в фигурных скобках, по виду напоминают стационарные волновые функции, в которых роль энергий выполняют величины $E'_s = E_1 + \lambda_s$. Однако из-за множителей, экспоненциально зависящих от ω_1 и ω_2 , квазиэнергии становятся неоднозначными и определяются с точностью до целого кратного ω_1 и ω_2 . Этой неоднозначностью можно воспользоваться для установления связи между значениями квазиэнергий и значениями энергий атомных состояний. Для этого потребуем, чтобы при выключении поля $E(\mathbf{r}, t)$, когда каждая из функций Φ_s должна переходить в одну из атомных функций Ψ_i , "квазиэнергии" совпадали бы с соответствующими энергиями атомных уровней. Для этого необходимо доопределить квазиэнергии, прибавляя к ним целое кратное число ω_1 и ω_2 .

Легко сообразить, что их можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} E'_1 &= E_1 + \lambda_1, & E'_2 &= E_1 + \lambda_2 + \omega_1, \\ E'_3 &= E_1 + \lambda_3 + \omega_2 + \omega_1. \end{aligned} \quad (4.17)$$

Отсюда следует, что если $\lambda_1 \rightarrow 0$, $\lambda_2 \rightarrow A_{21}$, $\lambda_3 \rightarrow A_{31}$, то E'_s стремится соответственно к E_1 , E_2 , E_3 . Если же $\lambda_1 \rightarrow A_{21}$, $\lambda_2 \rightarrow 0$, $\lambda_3 \rightarrow A_{31}$, то $E'_1 \rightarrow E_2$, $E'_2 \rightarrow E_1$ и $E'_3 \rightarrow E_3$. В трехуровневых системах, а также в системах с большим числом уровней удобнее оперировать непосредственно с величинами λ_s , которые и будем в дальнейшем также называть квазиэнергиями. Поскольку $\lambda_i \neq \lambda_j$ при $i \neq j$, то в трехуровневой системе, так же как и в двухуровневой, невозможно пересечение "квазиэнергий".

Корни λ_s кубического уравнения (4.14) в пределе теории возмущений и резонансном приближении при условиях

$$|V_{21}| \ll |A_{21}|, \quad |V_{32}| \ll |A_{32}| \quad (4.18)$$

имеют вид

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \delta_1, \\ \lambda_3 &= A_{21} - \delta_1 + \delta_2, \\ \lambda_2 &= A_{31} - \delta_2, \end{aligned} \quad (4.19)$$

где

$$\delta_1 = -\frac{|V_{21}|^2}{A_{21}}, \quad \delta_2 = -\frac{|V_{32}|^2}{A_{32}}. \quad (4.19')$$

В приближении (4.18) волновые функции (4.15) переходят в волновые функции теории возмущений второго порядка с учетом только резонансных членов, а уровни "квазиэнергии" E'_s (4.17) и (4.19) тождественны обычным выражениям для энергий уровней по теории возмущений второго порядка.

В обратном предельном случае сильных резонансов можно положить все расстройки равными нулю. Тогда из уравнения (4.14) имеем (нумерацию проводим согласно правилу $\lambda_1 < \lambda_2 < \lambda_3$)

$$\lambda_1 = -\sqrt{|V_{21}|^2 + |V_{32}|^2}, \quad \lambda_2 = 0, \quad \lambda_3 = \sqrt{|V_{21}|^2 + |V_{32}|^2}. \quad (4.20)$$

Корни уравнения (4.14) являются непрерывными и однозначными функциями частот ω_1 и ω_2 и напряженностей резонансных полей. Поскольку корни нигде не пересекаются, условие $\lambda_1 < \lambda_2 < \lambda_3$ будет выполняться во всей области их значений. Нумерацию корней (4.20) нужно согласовать с нумерацией корней (4.19). Для этого корни (4.19) нужно также расположить в порядке их возрастания. Это будет зависеть как от знаков A_{ik} , так и от соотношения величин A_{ik} и в каждом случае требует анализа.

Анализ корней кубического уравнения легко можно провести графическими методами. Рассмотрим схему рис. 10а с вырожденной накачкой, $\omega_1 = \omega_2$ и $E_1 = E_2$. В этом случае корни λ_s уравнения (4.14) будут функциями только двух переменных — частоты и амплитуды напряженности поля волны, т.е. представляют собой поверхности в трехмерном пространстве. Рассмотрим сначала зависимость квазиэнергий от частоты электромагнитного поля при некоторой напряженности поля $E \neq 0$. На рисунке 11а, б приведены эти зависимости для двух возможных случаев $E_{21} < E_{32}$ ($E_{31} < 2E_{32}$) и $E_{21} > E_{32}$ ($E_{31} > 2E_{32}$). Проанализируем сначала график, приведенный на рис. 11а. Из этого графика следует, что корни $\lambda_{1,2,3}$ ограничены тремя асимптотами, одна из которых совпадает с осью абсцисс, а две другие прямые пересекают ось абсцисс в точках $\omega = E_{31}$ и $\omega = E_{21}$. Корни λ_s в точках двухфотонного и однофотонного резонансов стремятся к асимптотам при выключении поля, $E \rightarrow 0$, т.е. при выполнении условий (4.18). Уравнения для асимптот даются следующими выражениями:

$$\lambda_i = 0, \quad \lambda_j = A_{21}, \quad \lambda_k = A_{31}. \quad (4.20')$$

Для определенности через λ_1 мы будем обозначать наименьший корень уравнения (4.14), т.е. нижнюю ветвь, а через λ_3 — наибольший корень, т.е. верхнюю ветвь, соответственно, через λ_2 будет обозначаться средняя ветвь⁴.

Допустим, что система находится в каком-то определенном квазиэнергетическом состоянии Φ_s , например, с $\lambda_s = \lambda_1$. Из графика на рис. 11а видно, что при выключении поля атомная система может оказаться в любом из состояний Ψ_i в зависимости от частоты поля. Если $\omega < E_{21}$, то $\Phi_1(\lambda_1) \rightarrow \Psi_1$, при $E_{21} < \omega < E_{32}$ $\Phi_1(\lambda_1) \rightarrow \Psi_2$, а при $\omega > E_{32}$ $\Phi_1(\lambda_1) \rightarrow \Psi_3$. Аналогичным образом при $\omega < E_{21}$ $\Phi_2(\lambda_2) \rightarrow \Psi_2$, при $E_{21} < \omega < E_{31}/2$ $\Phi_2(\lambda_2) \rightarrow \Psi_1$, при $E_{31}/2 < \omega < E_{32}$ $\Phi_2(\lambda_2) \rightarrow \Psi_3$ и при $\omega > E_{32}$ снова $\Phi_2(\lambda_2) \rightarrow \Psi_2$. Для состояния $\Phi_3(\lambda_3)$ имеем $\Phi_3(\lambda_3) \rightarrow \Psi_3$ при $\omega < E_{31}/2$ и $\Phi_3(\lambda_3) \rightarrow \Psi_1$ при $\omega > E_{31}/2$. Таким же образом можно провести соответствие между невозмущенными состояниями Ψ_i и квазиэнергетическими состояниями Φ_s для системы, у которой расположение уровней таково, что $E_{32} < E_{21}$ ($E_{31}/2 < E_{21}$). При этом нужно пользоваться графиком, приведенным на рис. 11б.

⁴ Такой метод нумерации не всегда бывает удобен. Нумерацию корней удобно связывать с требованием, чтобы при выключении полей индекс квазиэнергетической функции совпадал бы с индексом атомной функции Ψ_i , для этого необходимо выбрать нумерацию $\bar{\lambda}_i$ таким образом, чтобы при $E \rightarrow 0$, $\bar{\lambda}_1 \rightarrow 0$, $\bar{\lambda}_2 \rightarrow A_{21}$, $\bar{\lambda}_3 \rightarrow A_{31}$. В этом случае сравнивая с (4.19) при $A_{21} > 0$, $A_{32} > 0$ имеем $\bar{\lambda}_1 = \lambda_1$, $\bar{\lambda}_3 = \lambda_2$, $\bar{\lambda}_2 = \lambda_3$. Однако корни $\bar{\lambda}_i$ как функции частот являются разрывными функциями в точках $A_{21} = 0$ и $A_{32} = 0$.

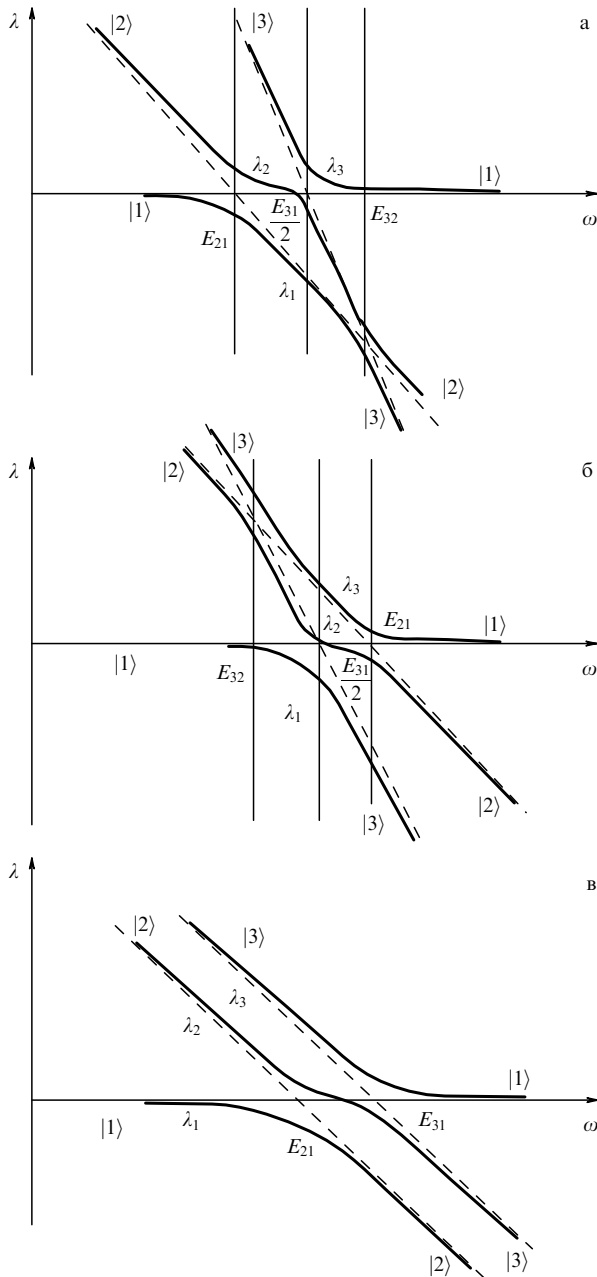


Рис. 11. Зависимости корней кубического уравнения (4.14) от частоты электромагнитного поля для случаев (а) $E_{21} < E_{32}$ и (б) $E_{21} > E_{32}$. Нумерация проведена в соответствии с неравенством $\lambda_1 < \lambda_2 < \lambda_3$. Значения корней λ_i ограничены асимптотами, уравнения которых определяются выражением (4.20'). На рисунке две из них показаны штриховыми линиями, третья асимптота совпадает с осью абсцисс. Асимптоты пересекают ось λ в точках $\lambda = 0$; $\lambda = E_{21}$ и $\lambda = E_{31}/2$. Пересечение асимптот (т.е. квазиэнергий) λ_1 , λ_2 и λ_3 происходит в точках резонанса $\Delta_{21} = 0$ и $\Delta_{31} = 0$, а пересечение λ_2 и λ_3 в точке Δ_{32} . При включении взаимодействия V_{ik} пересечение ликвидируется. (в) Зависимость корней кубического уравнения от ω для взаимодействующей с одним полем системы, изображенной на рис. 10в.

При адиабатическом изменении параметров система будет развиваться по определенной квазиэнергетической поверхности, на которую она попала из начального состояния при включении поля. Однако при выключении поля система может не вернуться в начальное состояние, если при изменении частоты какая-либо из расстройек изменила свой знак. Таким образом, при адиабатическом прохождении резонанса и последую-

щем выключении поля происходит переход в другое состояние. В частности, если вначале система находилась в основном состоянии, то ее можно полностью инвертировать таким способом в возбужденные состояния Ψ_2 или Ψ_3 . Аналогичный эффект обсуждался нами в разделе 2.3 для двухуровневой системы.

В трехуровневой системе, взаимодействующей с резонансными полями, появляется ряд новых эффектов, которые отсутствуют в двухуровневом случае. В частности, из приведенного выше анализа графиков на рис. 11а, б можно сделать интересное заключение: при прохождении последовательно всех резонансов слева направо, что соответствует на графике рис. 11а движению вдоль одной из кривых λ_1 , система при выключении поля возбуждается в состояние Ψ_3 . Предполагается, конечно, что до включения поля система находилась в основном невозмущенном состоянии Ψ_1 .

Аналогичные графики могут быть построены и для других трехуровневых систем, представленных на рис. 10 и взаимодействующих с одним полем. Например, для системы, изображенной на рис. 10в, они представлены на рис. 11в. Из рисунка видно, что при прохождении всех резонансов слева направо (или справа налево) система при выключении поля возбуждается в то состояние, резонанс которого пройден первым. Соответствующее уравнение для корней получается из (4.14) переобозначением индексов.

Рассмотренные особенности могут быть использованы для селективного возбуждения атомов и молекул [5, 103а]. Метод адиабатического инвертирования превосходит по селективности используемые до настоящего времени методы.

Графики, представленные на рис. 11, соответствуют пересечениям квазиэнергетических поверхностей с плоскостью параллельной плоскости $\lambda\omega$. Аналогично можно получить сечения квазиэнергетических поверхностей в плоскости, параллельной $\lambda\mathcal{E}$ и пересекающей ось ω в точке $\omega = \omega_1$ (рис. 12 и 13). Полученные кривые будут описывать зависимость квазиэнергий от напряженности поля волны при определенной частоте поля или, что то же самое, при определенных начальных расстройках резонансов.

Для трехуровневой системы из-за большого количества параметров и их возможных соотношений число таких графиков становится большим и их рассмотрение представляет несомненный интерес для интерпретации лазерных экспериментов с импульсными полями, интенсивность которых может изменяться. Ниже мы остановимся на некоторых примерах.

4.2. Самоиндуцированный резонанс и самоиндуцированное адиабатическое инвертирование населенностей

Одним из интересных предельных случаев, когда можно получить достаточно простые выражения для квазиэнергий, является случай двухфотонного резонанса

$$|\Delta_{31}| \ll |\Delta_{21}|, \quad \Delta_{21} \approx -\Delta_{32}. \quad (4.21)$$

Если кроме (4.21) потребовать выполнения условия

$$|V_{21}| \ll |\Delta_{21}|, \quad |V_{32}| \ll |\Delta_{21}|, \quad (4.22)$$

которое означает, что при рассмотрении однофотонных резонансов можно использовать теорию возмущений, то

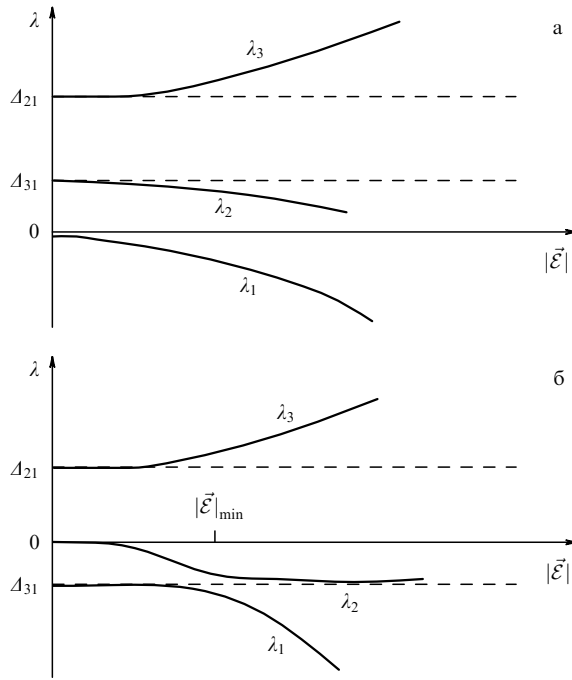


Рис. 12. Зависимости квазиэнергий λ_s от амплитуды $|\vec{E}|$ напряженности поля при условиях (4.21), (4.22) для случая одного поля, когда $|d_{21}| \gg |d_{32}|$ и $A_{21} > 0$. Сближение квазиуровней происходит при $A_{21}A_{31} < 0$. Через $|\vec{E}|_{\min}$ обозначено значение напряженности, при которой происходит максимальное сближение квазиуровней (см. формулу (4.30)). Отметим, что при малых $|\vec{E}|$ для случая, изображенного на графике (а), $\lambda_1 \sim -\delta_2$, в то время как для (б) $\lambda_1 \rightarrow A_{31}$.

корни кубического уравнения (4.14) примут вид

$$\lambda_{1,2} = \frac{1}{2} \left(A_{31} + \delta_1 - \delta_2 \mp \sqrt{\delta^2 - 4\delta_1\delta_2} \right), \quad (4.23)$$

$$\lambda_3 = A_{21} + \delta_2 - \delta_1, \quad (4.24)$$

где введено обозначение

$$\delta = A_{31} - \delta_1 - \delta_2. \quad (4.24')$$

Нумерация корней $\lambda_{1,2}$ выбрана в порядке их возрастания для положительных значений A_{21} и A_{31} . При условиях $A_{31} < 0$ корни $\lambda_{1,2}$ меняются местами.

Графики зависимости квазиэнергий от напряженности поля приведены на рис. 12 для случая вырожденной накачки при условии, что $|d_{21}| > |d_{32}|$ как при положительном, так и при отрицательном значении A_{31} .

Выражения (4.23), когда в них можно пренебречь последним слагаемым под корнем, переходят в соответствующие формулы теории возмущений (4.19) с учетом условия (4.21).

Полезно выписать значения квазиэнергий (4.23) при дополнительном условии

$$|A_{31}| \ll |\delta_1 + \delta_2|. \quad (4.25)$$

Физически это условие означает, что разность штарковских сдвигов первого и третьего атомных уровней превышает двухфотонную расстройку. Разложив соответствующим образом квадратный корень, получаем с

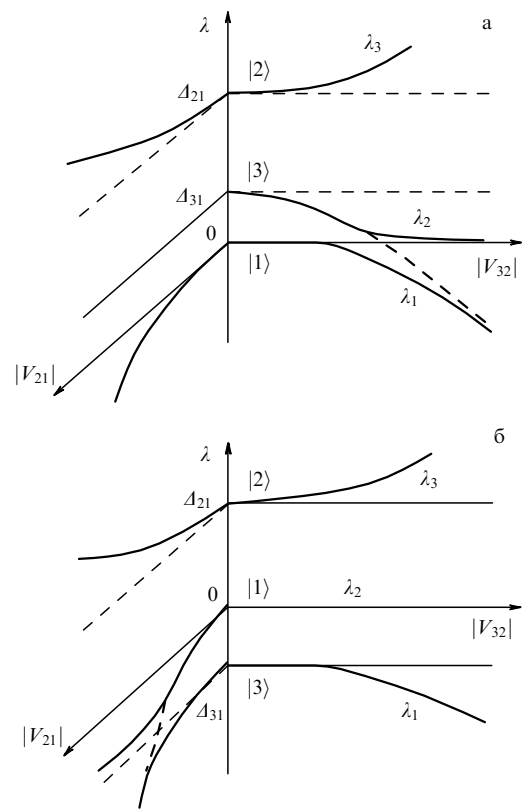


Рис. 13. Зависимости квазиэнергий от $|V_{21}|$ и $|V_{32}|$ в случае двух полей \mathcal{E}_1 и \mathcal{E}_2 . Даны проекции на плоскости $|V_{32}| = 0$ и $|V_{21}| = 0$ при $A_{21} > 0$ и $|A_{21}| \gg |A_{31}|$. (а) Случай двухфотонного резонанса при $A_{31} > 0$. Пересечение квазиуровней λ_2 и λ_1 (штриховая линия) в точке $|V_{32}|_{cr}$ заменяется на отталкивание. Сближение квазиуровней происходит при условии $|V_{32}| \gg |V_{21}|$. Предельные значения квазиэнергий 0, A_{21} , A_{31} при включении обоих полей соответствует невозмущенным атомным состояниям $0 \rightarrow |1\rangle$, $A_{21} \rightarrow |2\rangle$, $A_{31} \rightarrow |3\rangle$. (б) $A_{31} < 0$. Сближение квазиуровней осуществляется при $|V_{21}| \gg |V_{32}|$ (ср. с (4.31)).

точностью до членов пропорциональных A_{31}

$$\lambda_1 = \delta_1 - \delta_2 + \frac{\delta_2}{\delta_2 - \delta_1} A_{31}, \quad (4.26)$$

$$\lambda_2 = \frac{\delta_1}{\delta_1 - \delta_2} A_{31}. \quad (4.27)$$

Из сравнения выражений (4.26), (4.27) с графиками на рис. 12 видно, что при $A_{31} > 0$ ($A_{21} > 0$ и $|d_{21}| > |d_{32}|$) квазиэнергия λ_1 соответствует основному квазиэнергетическому состоянию, т.е. состоянию, которое образуется при адиабатическом включении из невозмущенного состояния Ψ_1 , а λ_2 соответствует состоянию Ψ_3 , т.е. $\Phi_2 \rightarrow \Psi_3$. Если же $A_{31} < 0$ (при $|d_{21}| > |d_{32}|$ и $A_{21} > 0$), то $\Phi_1 \rightarrow \Psi_3$, а $\Phi_2 \rightarrow \Psi_1$. Таким образом, в зависимости от знака двухфотонной расстройки волновая функция квазиэнергетического состояния Φ_1 при выключении поля $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \rightarrow 0$ переходит либо в Ψ_1 , либо в Ψ_3 .

Как уже отмечалось, в трехуровневой системе квазиэнергетические уровни не могут пересекаться. Однако в отличие от двухуровневой системы, где уровни всегда "уходят" из резонанса, в трехуровневой системе они при соответствующем выборе знаков расстроек A_{21} и A_{31} и соотношений дипольных моментов \mathbf{d}_{21} , \mathbf{d}_{32} и интенсивностей полей могут приближаться к резонансу (рис. 12б). Это явление будем называть самоиндуцированным резо-

нансом (САИ). Действительно, используя, например, выражения (4.23), для случая одного возбуждающего поля имеем

$$|\lambda_1 - \lambda_2| = \sqrt{\left[A_{31} + \frac{|d_{21}|^2 - |d_{32}|^2}{A_{21}} |\mathcal{E}|^2 \right]^2 + \frac{4|d_{21}d_{32}|^2}{A_{21}^2} |\mathcal{E}|^4}, \quad (4.28)$$

где d_{21} и d_{32} — проекции дипольных моментов на направление соответствующих полей. При $|\mathcal{E}| = 0$ расстояние между квазиэнергиями равно начальной расстройке $|A_{31}|$. При увеличении интенсивности может происходить как сближение квазиуровней, так и их расталкивание. Выясним, при каких условиях возможен "самоиндуцированный резонанс" на переходе $1 \rightarrow 3$. Из условия

$$\frac{d}{d|\mathcal{E}|^2} |\lambda_1 - \lambda_2| = 0 \quad (4.29)$$

получаем

$$|\lambda_1 - \lambda_2|_{\min} = \frac{2|d_{21}d_{32}|}{|d_{21}|^2 + |d_{32}|^2} |A_{31}| \quad (4.30)$$

при интенсивности поля

$$|\mathcal{E}|_{\min}^2 = \frac{|d_{32}|^2 - |d_{21}|^2}{[|d_{21}|^2 + |d_{32}|^2]^2} A_{21} A_{31}. \quad (4.31)$$

Как видно из (4.30), минимальное расстояние между квазиуровнями пропорционально A_{31} и определяется проекциями матричных элементов переходов на направление поляризации поля. Условие, при котором возможен "самоиндуцированный резонанс", имеет вид

$$[|d_{32}|^2 - |d_{21}|^2] A_{21} A_{31} > 0. \quad (4.31')$$

Если $|d_{21}| > |d_{32}|$, то "самоиндуцированный резонанс" имеет место при $A_{21} A_{31} < 0$, если же $|d_{21}| < |d_{32}|$, то необходимо, чтобы $A_{21} A_{31} > 0$. Из выражения (4.30) видно, что если матричные элементы d_{21} и d_{32} одного порядка, то сильного сближения не происходит и $|\lambda_1 - \lambda_2|_{\min} \cong |A_{31}|$. Если же матричные элементы сильно отличаются друг от друга, то возможно сближение квазиуровней на расстояние, значительно меньшее начальной двухфотонной расстройки $|A_{31}|$.

В случае невырожденной накачки результаты несколько видоизменяются. Исходя из минимизации корней (4.23), необходимо использовать условия

$$\frac{\partial}{\partial |\mathcal{E}_1|^2} |\lambda_1 - \lambda_2| = 0, \quad (4.32)$$

$$\frac{\partial}{\partial |\mathcal{E}_2|^2} |\lambda_1 - \lambda_2| = 0, \quad (4.33)$$

которые дают

$$A_{31} - \delta_1 + \delta_2 = 0 \quad (A_{31} A_{21} > 0), \quad (4.34)$$

$$A_{31} + \delta_1 - \delta_2 = 0 \quad (A_{31} A_{21} < 0). \quad (4.35)$$

При этом расстояние между квазиэнергиями есть

$$|\lambda_1 - \lambda_2| = \sqrt{4\delta_2(\delta_2 - \delta_1)} \quad (4.34')$$

либо

$$|\lambda_1 - \lambda_2| = \sqrt{4\delta_1(\delta_1 - \delta_2)}. \quad (4.35')$$

Приведенные выражения определяют два различных условия, связывающих $|\mathcal{E}_1|^2$ с $|\mathcal{E}_2|^2$ (при прочих постоянных параметрах), при которых осуществляется условный минимум выражения типа (4.28) для случая двух полей. Обратим внимание на то, что условия (4.34) и (4.35) переходят друг в друга при изменении знака A_{21} либо A_{31} . Выражение $|\lambda_1 - \lambda_2|$ для случая двух полей не имеет абсолютного минимума, поскольку равенства (4.34) и (4.35) одновременно не выполняются. При выполнении одного из этих условий происходит сближение квазиуровней.

Легко видеть из выражений (4.30), что расстояние между квазиуровнями в области максимального сближения может стать значительно меньше первоначальной расстройки $|A_{31}|$ и сравниться с ширинами уровней или шириной спектра возбуждающего излучения. В этой области, т.е. при

$$|\lambda_1 - \lambda_2|_{\min} \leq \Gamma_{1,3}, \quad |\lambda_1 - \lambda_2|_{\min} \leq \frac{1}{\tau}, \quad (4.36)$$

происходит реальное пересечение квазиуровней, т.е. осуществляется точный резонанс и перемешивание состояний Φ_1 и Φ_2 . Это приведет к тому, что после прохождения импульса атом может остаться в возбужденном состоянии Ψ_3 . Такая ситуация требует специального рассмотрения.

На рисунке 13 показаны зависимости квазиэнергий λ_s от интенсивностей внешних полей и электрических дипольных моментов переходов $1 \rightarrow 2$ и $2 \rightarrow 3$, т.е. от $|V_{21}|$ и $|V_{32}|$. Показаны проекции на плоскости $|V_{21}| = 0$ и $|V_{32}| = 0$. Рассмотрим кривую, изображенную на рис. 13а. В плоскости $|V_{21}| = 0$ с резонансным полем взаимодействует только атомный переход $3 \rightarrow 2$, а энергия первого уровня не изменяется. Будем изменять взаимодействие атома с полем, т.е. величину $|V_{32}|$. Тогда может оказаться, что при некотором критическом значении $|V_{32}|_{\text{кр}}$ кривая λ_2 пересечет прямую λ_1 или, что то же самое, разность $E'_2 - E'_1$ квазиэнергий станет в точности равна целому кратному ω . Это означает, что система "атом + поле" становится вырожденной по энергии. В этом случае при очень малых значениях $|V_{21}|$ атомные уровни 1 и 3 начнут сильно взаимодействовать и функции Ψ_3 и Ψ_1 полностью перемешаются. Из-за взаимодействия система пересекающихся уровней "отталкивается" и вместо реального пересечения имеет место сближение уровней (антипересечение). Физически это означает, что если до критической точки (при выключении резонансного поля) система находилась в состоянии Ψ_1 , то после ее прохождения она перейдет на ветвь, соответствующую Ψ_3 . Эта ситуация соответствует ситуации адиабатического быстрого инвертирования уровней, подробно рассмотренной в разделе 2.3, когда при точном резонансе уровни энергии системы "атом + поле" расщепляются и система "атом + поле", первоначально находившаяся в состоянии Ψ_1 , "переходит" после прохождения точки резонанса в состояние Ψ_2 , поглотив один резонансный фотон. Разница заключается в том, что в двухуровневом случае "прохождение" резонанса должно быть осуществлено изменением (сканированием) частоты внешнего поля или частоты атомного перехода в процессе взаимо-

действия, тогда как в трехуровневом случае "прохождение" резонанса может осуществляться изменением интенсивности лазерного поля. Это явление будем называть "самоиндуцированным прохождением резонанса". Кроме того, если в трехуровневом случае при выключении внешнего поля система непрерывным образом переходит в первоначальное состояние Ψ_1 , как это видно из рис. 13а, то в двухуровневом случае она останется в состоянии Ψ_2 . Аналогичная ситуация может возникнуть и в плоскости $|V_{32}| = 0$ при попадании уровня E'_3 в точный двойной резонанс с уровнем E'_1 . В обоих случаях волновая функция третьего атомного уровня сильно перемешивается с функцией основного уровня.

В области максимального сближения квазиуровней адиабатичность взаимодействия может нарушиться и развитие системы, вообще говоря, не будет происходить по определенной ветви (поверхности). Вычисление вероятности перехода с одной ветви (поверхности) квазиэнергии на другую ветвь (поверхность) позволит получить критерий адиабатичности взаимодействия лазерного импульса с трехуровневой системой в условиях самоиндуцированного прохождения резонанса.

Рассмотрим волновую функцию квазиэнергетического состояния Φ_1 вблизи двухфотонного резонанса. Примесь второй и третьей атомных функций в функции Φ_1 будет приводить к следующим "населенностям" атомных уровней:

$$\begin{aligned} n_1 &= C_1^2, \\ n_2 &= |a_2^{(1)}|^2 = C_1^2 \frac{\lambda_1^2}{|V_{21}|^2}, \\ n_3 &= |a_3^{(1)}|^2 = C_1^2 \frac{\lambda_1^2}{|\lambda_1 - \Delta_{31}|^2} \left| \frac{V_{32}}{V_{21}} \right|^2. \end{aligned} \quad (4.37)$$

При выключении поля $\lambda_1 \rightarrow 0$ (при $\Delta_{31} > 0$) и поэтому Φ_1 переходит в основное состояние атома (см. (4.23) и рис. 12а). Если λ_1 при $\Delta_{31} \rightarrow +0$ и конечных значениях $|\mathcal{E}|$ остается конечной величиной, то отношение населенностей третьего атомного уровня к первому равно

$$\frac{n_3}{n_1} = \left| \frac{V_{32}}{V_{21}} \right|^2 \quad \text{при} \quad \Delta_{31} \rightarrow +0. \quad (4.38)$$

Когда $\Delta_{31} \rightarrow -0$ (при $\Delta_{21} > 0$ и $|d_{21}| > |d_{32}|$), то согласно анализу, приведенному выше, и рис. 12б, основному атомному состоянию будет соответствовать волновая функция Φ_2 . Следовательно, квазиэнергия основного состояния есть λ_2 , и из (4.27) видно, что она также стремится к нулю при $\Delta_{31} \rightarrow -0$. Населенности в состоянии Φ_1 даются выражением (4.32), в которых λ_1 необходимо заменить на квазиэнергию основного состояния λ_2 . Используя (4.27), имеем

$$\frac{n_3}{n_1} = \left| \frac{V_{21}}{V_{32}} \right|^2 \quad \text{при} \quad \Delta_{31} \rightarrow -0. \quad (4.39)$$

Таким образом, при любом соотношении между параметрами взаимодействия V_{21} и V_{32} , кроме случая их равенства, соответствующим выбором знака произведения $\Delta_{21}\Delta_{31}$ и соотношения дипольных моментов можно получить инверсию населенностей между первым и третьим атомными уровнями $n_3 > n_1$ при условии (4.31').

Близкие результаты для самоиндуцированного инвертирования получаются и в случае невырожденной накачки.

Условия для населенностей (4.37) сохраняют свой вид и для невырожденной накачки. Однако подробный анализ провести значительно сложнее, чем в случае вырожденной накачки, поскольку имеются два свободных параметра: $E_1(\mathbf{r}, t)$ и $E_2(\mathbf{r}, t)$. Тем не менее можно вывести условие, при котором $n_3 \geq n_1$, т.е. достигается самоиндуцированная перенаселенность.

Из уравнений (4.37) следует, что самоиндуцированная перенаселенность $n_3 \geq n_1$ наступает при

$$\lambda_1^2 \geq (\lambda_1 - \Delta_{31})^2 \left| \frac{V_{21}}{V_{32}} \right|^2. \quad (4.40)$$

Условие (4.40) является необходимым и достаточным условием для появления самоиндуцированной перенаселенности

На рисунке 14 представлены населенности уровней для системы, находящейся в состоянии Φ_1 , для вырожденной накачки.

На возможность инвертирования трехуровневой системы адиабатическим импульсом впервые было указано в [5], где приведены выражения для относительной перенаселенности n_3/n_1 для случая сильного поля при $\Delta_{31} \rightarrow \pm 0$. Инвертирование в условиях двухфотонного резонанса рассматривалось также в работах [101, 104, 105]. Авторы работы [104] по аналогии с адиабатическим инвертированием в магнитном резонансе использовали термин "самоиндуцированное адиабатическое быстрое прохождение". В последующих работах исследована вероятность самоиндуцированного инвертирования [106–108] в зависимости от формы импульса и от задержки по времени между двумя импульсами [103а].

В работе [121а] самоиндуцированный резонанс впервые использовался для наблюдения нестационарных явлений. На молекулах NH_3 авторам удалось наблюдать оптическую нутацию, т.е. осцилляцию населенностей и затухание свободной поляризации на переходе с уровня $(0^-, 4, 4)$ на уровень $(2^-, 4, 4)$, разность энергий которых близка к сумме энергий двух лазерных фотонов линий излучения P_{34} и P_{18} генератора на CO_2 . При измерении коэффициента поглощения, проходящего через пары слабого излучения с частотой ω_1 в зависимости от времени прохождения мощного импульса второго лазера, наблюдались резкие колебания коэффициента поглощения. Это явление имеет следующее объяснение. При прохождении переднего фронта мощного импульса, система входит в двухфотонный резонанс, в результате нарушается адиабатичность взаимодействия и в поглощении слабого поля проявляются колебания населенностей уровней — оптическая нутация непрерывно (гладко) переходит в затухание свободной поляризации. Аналогичный сигнал появляется и на заднем фронте импульса. Этот эксперимент аналогичен эксперименту по наблюдению осцилляций населенностей, о котором упоминалось в разделе 2. Однако самоиндуцированное адиабатическое инвертирование еще никем не наблюдалось. Влияние самоиндуцированного резонанса на возбуждение и ионизацию трехуровневых систем было рассмотрено в работах [109–112]. В работах [113–115] обсуждалось влияние САИ, связанное с возможностью селективного возбуждения атомов. Явление САИ использовано в работе [116] для расчета намагничивания атомов щелоч-

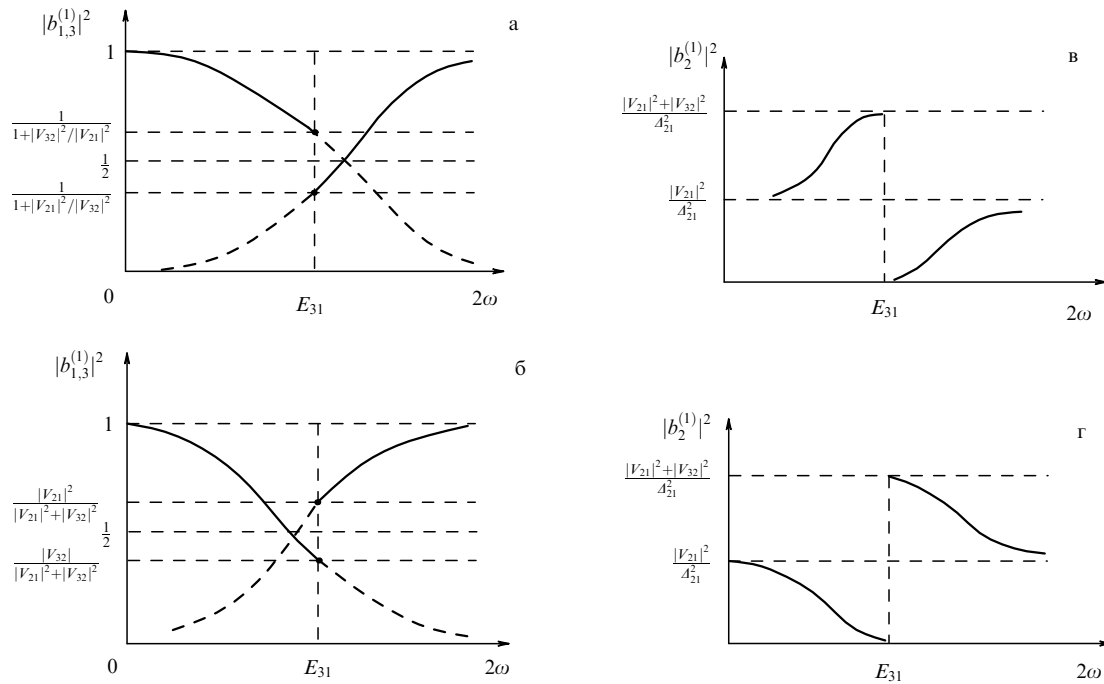


Рис. 14. Зависимости населенностей атомных уровней системы, находящейся в состоянии Φ_1 , от 2ω (вырожденная накачка) в случае $|V_{12}| > |V_{23}|$. Населенности первого (сплошные кривые) и третьего (штриховые кривые) уровней в случаях $\Delta_{21} > 0$ (а) и $\Delta_{21} < 0$ (б). Населенности второго уровня в случаях $\Delta_{21} > 0$ (в) и $\Delta_{21} < 0$ (г).

ных металлов и в работах [117, 118] — для расчета четырехуровневого атома и генерации третьей гармоники. Явление САИ играет важную роль при исследовании диэлектрической постоянной трехуровневой системы [119]. Большинство из указанных работ выполнено либо для монохроматических полей накачки, либо для лазерных импульсов с определенным законом их включения.

В работе [103а] было показано, что взаимодействие двух разнесенных по времени лазерных импульсов с трехуровневой системой лестничного Ξ -типа в условиях САИ приводит к селективному возбуждению.

В последнее время интерес к этим проблемам значительно возрос (см., например, [103б] и раздел 5). В работе [103в] впервые наблюдался селективный перенос населенностей при адиабатическом прохождении двух лазерных импульсов с медленно изменяющимися частотами для подстройки к резонансам (chirped pulses). Работа проводилась на парах Rb по схеме рис. 10а.

4.3. Нестационарные волновые функции и двухфотонное поглощение

Волновые функции Φ_s (4.15) образуют полную ортонормированную систему функций трехуровневого атома, находящегося в резонансных монохроматических полях. Функции (4.15) не являются стационарными решениями уравнения Шрёдингера для атома в классическом поле, поскольку атом в переменном поле не обладает определенной энергией. Однако, если рассмотреть более общую систему, включив в нее и квантованное электромагнитное поле, то после квантования электромагнитного поля функции типа (4.15) становятся стационарными функциями более полной квантовомеханической системы "атом + квантованное поле" ("одетый" атом) [18].

Волновые функции (4.15) можно использовать при медленном (адиабатическом) включении взаимодействия. Если обозначить длительность импульсов через τ (величиной τ мы будем характеризовать также и время нарастания и спада импульсов), то для адиабатического включения необходимо (но не всегда достаточно) выполнение следующего неравенства:

$$\tau^{-1} < \Delta_{ij}. \quad (4.41)$$

В случае быстрого включения поля, т.е. когда условия (4.41) не выполняются, волновая функция системы в общем случае может быть представлена в виде суперпозиции базисных функций (4.15):

$$\Phi'_l = \sum R_s^{(l)} \Phi_s, \quad (4.42)$$

где коэффициенты $R_s^{(l)}$ определяются из начальных условий. Пусть до включения поля атом находился в основном состоянии, т.е.

$$\Phi'_l(t=0) = \Psi_1. \quad (4.42')$$

Тогда для определения коэффициентов $R_s^{(1)}$ из (4.15) и (4.42') получим

$$\sum R_s^{(1)} = 1, \quad \sum R_s^{(1)} \lambda_s = 0, \quad \sum \frac{\lambda_s}{\lambda_s - \Delta_{31}} R_s^{(1)} = 0. \quad (4.43)$$

Коэффициенты C_s функций (4.15) включены в определение R_s . Аналогично можно получить коэффициенты $R_s^{(2,3)}$, соответствующие волновым функциям $\Phi'_{2,3}$, которые при $t=0$ обращаются в Ψ_2 и в Ψ_3 .

Решения типа (4.42) соответствуют следующей постановке задачи — нахождению волновой функции атома в

поле движущихся "монохроматических" импульсов с крутыми передними фронтами и возмущающих атом, начиная с момента $t = 0$. Быстрое включение означает также, что в спектре излучения присутствуют все частоты $\omega \leq \tau^{-1}$, где τ — временной интервал, на котором происходит нарастание и спад амплитуды "прямоугольных" импульсов до конечной величины. Наличие частот порядка $\omega_1 \pm \Delta_{21}$ и $\omega_2 \pm \Delta_{32}$ в спектре импульса приводит к реальным переходам и осцилляциям плотности населенности уровней.

Рассматриваемая трехуровневая система, когда выполнены условия (4.18), может быть сведена к обобщенной двухуровневой системе с одним промежуточным уровнем, если предположить, что в последней выполняются и условия (4.2). Поэтому все результаты, изложенные в предыдущих разделах обзора, автоматически переносятся на трехуровневую систему, когда эффекты, связанные с однофотонными резонансами можно рассматривать по теории возмущений. Простые решения можно получить и в других предельных случаях.

Рассмотрим, например, точный двухфотонный резонанс, когда $\Delta_{31} = 0$. Используя разложение (4.42) для волновой функции атома, находящегося до включения взаимодействия в основном состоянии Ψ_1 , получаем (частное сообщение М. Саркисяна, 1984 г.)

$$\begin{aligned} \Phi'_1 = & [1 + |q|^2]^{-1} \times \\ & \times \left\{ |q|^2 + \left[\cos \frac{\Omega_1 t}{2} + \frac{i\Delta}{\Omega} \sin \frac{\Omega_1 t}{2} \right] \exp\left(-i \frac{\Delta t}{2}\right) \right\} U_1 - \\ & - \frac{i\Omega_1}{2V_{21}^*} \left[1 - \frac{\Delta^2}{\Omega_1^2} \right] \sin \frac{\Omega_1 t}{2} \exp\left[-i\left(\omega_1 + \frac{\Delta}{2}\right)t\right] U_2 + \\ & + q \left\{ -1 + \left[\cos \frac{\Omega_1 t}{2} + \frac{i\Delta}{\Omega_1} \sin \frac{\Omega_1 t}{2} \right] \exp\left(-i \frac{\Delta t}{2}\right) \right\} \times \\ & \times \exp[-i(\omega_1 + \omega_2)t] U_3, \end{aligned} \quad (4.44)$$

где

$$\begin{aligned} \Omega_1 = & 2\sqrt{\frac{\Delta^2}{4} + |V_{21}|^2 + |V_{32}|^2}, \\ \Delta = & \Delta_{21}, \quad q = \frac{V_{32}^*}{V_{21}^*}. \end{aligned} \quad (4.45)$$

Для населенностей атомных уровней из (4.44) имеем

$$\begin{aligned} n_1(t) = & \frac{1}{(1 + |q|^2)^2} \left\{ |q|^4 + \cos^2 \frac{\Omega_1 t}{2} + \frac{\Delta^2}{\Omega_1^2} \sin^2 \frac{\Omega_1 t}{2} + \right. \\ & \left. + 2|q|^2 \left[\cos \frac{\Omega_1 t}{2} \cos \frac{\Delta t}{2} + \frac{\Delta^2}{\Omega_1^2} \sin \frac{\Omega_1 t}{2} \sin \frac{\Delta t}{2} \right] \right\}, \\ n_2(t) = & \frac{4|V_{21}|^2}{\Omega_1^2} \sin^2 \frac{\Omega_1 t}{2}, \\ n_3(t) = & \frac{|q|^2}{(1 + |q|^2)^2} \left\{ 1 + \cos^2 \frac{\Omega_1 t}{2} + \frac{\Delta^2}{\Omega_1^2} \sin^2 \frac{\Omega_1 t}{2} - \right. \\ & \left. - 2 \left[\cos \frac{\Omega_1 t}{2} \cos \frac{\Delta t}{2} + \frac{\Delta^2}{\Omega_1^2} \sin \frac{\Omega_1 t}{2} \sin \frac{\Delta t}{2} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (4.46)$$

При точном однофотонном резонансе, когда и $\Delta_{21} = 0$, выражения для населенностей уровней предельно упро-

щаются:

$$\begin{aligned} n_1(t) = & (1 + |q|^2)^{-2} \left(|q|^2 + \cos \frac{\Omega_0 t}{2} \right)^2, \\ n_2(t) = & (1 + |q|^2)^{-1} \sin^2 \frac{\Omega_0 t}{2}, \\ n_3(t) = & |q|^2 (1 + |q|^2)^{-2} \left(1 - \cos \frac{\Omega_0 t}{2} \right)^2, \end{aligned} \quad (4.47)$$

где

$$\Omega_0 = 2\sqrt{|V_{21}|^2 + |V_{32}|^2}. \quad (4.48)$$

Этот случай соответствует каскадному возбуждению уровней.

В обратном предельном случае, когда промежуточная расстройка велика, т.е. когда параметр интенсивности $\Omega_0/|\Delta| \ll 1$, для заселенности третьего уровня из (4.31) получаем

$$n_3(t) = \frac{4|q|^2}{(1 + |q|^2)^2} \sin \frac{\Omega_0^2 t}{4\Delta}. \quad (4.49)$$

Здесь мы имеем чисто двухфотонное возбуждение, рассмотренное впервые в работах [121б–г]. В этом случае населенность $n_2(t)$ второго уровня мала и электрон, в основном, осциллирует между уровнями 1 и 3 с относительно малой частотой Ω_0/Δ . Следует отметить, что рассмотренные в работе [121б] явления усиления процессов вблизи двухфотонных резонансов в последнее время вызывают большой интерес исследователей и подвергаются экспериментальной проверке (см., например, [121д]). На изложении этих вопросов мы предполагаем остановиться в готовящемся обзоре для журнала *Progress in Optics*.

Исследуя выражения для населенностей (4.46), можно легко получить условия, при которых трехуровневая система, взаимодействующая с лазерным импульсом конечной длительности не возбуждается, т.е. после прохождения импульса атом остается в основном состоянии. Это так называемые импульсы самоиндуцированной прозрачности — "СИП-импульсы" (см., например, [120]). Легко можно получить также условия, при которых осуществляется максимальное возбуждение атомных уровней.

Для случая каскадного возбуждения, когда оба перехода $1 \rightarrow 2$ и $2 \rightarrow 3$ находятся в точном резонансе с полем, задача решается при произвольной форме $\mathcal{E}(t)$ огибающей обоих импульсов ($\mathcal{E}(t)$ — проекция $\vec{\mathcal{E}}(t)$ на \mathbf{d}) (частное сообщение М. Саркисяна, 1984 г.).

Из уравнений (4.6) при $\Delta_{21} = \Delta_{31} = 0$ и начальных условиях $a_1 \rightarrow 1$, $a_2 \rightarrow 0$, $a_3 \rightarrow 0$ при $t_0 \rightarrow -\infty$ для вероятностей нахождения системы на каждом из уровней в произвольный момент времени t имеем

$$\begin{aligned} n_1(t) = & (1 + |q|^2)^{-2} \{ |q|^2 + \cos \theta(t) \}^2, \\ n_2(t) = & (1 + |q|^2)^{-1} \sin^2 \theta(t), \\ n_3(t) = & (1 + |q|^2)^{-2} [1 - \cos \theta(t)]^2, \end{aligned} \quad (4.50)$$

где

$$\theta(t) = |d_{21}|(1 + |q|^2)^{1/2} \int_{-\infty}^t \mathcal{E}(t') dt'. \quad (4.51)$$

Эти выражения являются обобщениями формул (4.47). Из формул (4.50) видно, что после прохождения импульса ($t \rightarrow \infty$) система остается в первоначальном состоянии, если выполняется условие $\theta(\infty) = 2\pi n$. Отсюда, в частности, следует, что максимальная заселенность уровня 2 равна $(1 + |q|^2)^{-1}$ и стремится к единице при $|q| \rightarrow 0$ (двухуровневая система). Заселенность уровня 3 максимальна при данном $|q|$, если $\theta(\infty) = (2n + 1)\pi$, и равна $4|q|^2(1 + |q|^2)^{-2}$, при этом уровень 3 оказывается полностью заселенным, если выполняется условие $|q| = 1$.

При отличной от нуля промежуточной расстройке Δ_{21} система уравнений (4.6) не имеет аналитических решений при произвольном виде $E(t)$. Однако основные закономерности можно эффективно проследить, подобрав конкретную функцию $\mathcal{E}(t)$, для которой система уравнений (4.6) допускает точное решение. Плодотворность такого подхода для двухуровневой системы показана в разделе 3.2.

Осцилляции населенностей при двухфотонном возбуждении исследовались в работах [121].

Работа [122а] стимулировала большое количество экспериментальных исследований по бездоплеровскому двухфотонному поглощению. Уже в первых экспериментах, выполненных на парах натрия [123–125], было получено чрезвычайно высокое разрешение. Указанные эксперименты можно трактовать на основе обобщенной двухуровневой системы. Двухфотонное поглощение изучалось также в работах [126–128]. В противоположность предыдущим экспериментам в указанных работах осуществлялся строгий промежуточный резонанс, что значительно увеличивало вероятность процессов и требовало для их интерпретации привлечения трехуровневой модели со смежными резонансами. В первой работе [126] эксперимент проводился с помощью двух лазеров, частоты которых подстраивались к переходам $3S_{1/2} \rightarrow 3P_{1/2}$ ($2\pi n = 5895,9 \text{ \AA}$) и $3P_{1/2} \rightarrow 4D_{3/2}$ ($2\pi n = 5682 \text{ \AA}$). Несмотря на то, что промежуточный уровень попадал в точный резонанс, авторы использовали приближенные формулы, полученные по теории возмущений. Сравнение экспериментальных данных с результатами расчетов по теории возмущений позволило определить сверхтонкую структуру уровней. Во второй из указанных работ [127] исследован переход $3S \rightarrow 4F$ через промежуточный резонансный уровень $3P_{1/2}$. Электрический дипольный переход $3P_{1/2} \rightarrow 4F$ запрещен по четности, поэтому отношения вероятности двухфотонного поглощения для перехода $3S \rightarrow 4F$ к соответствующей вероятности в электрически-дипольно разрешенном переходе $3S \rightarrow 4D$ составляло 10^{-7} . Авторы измерили сверхтонкую структуру состояния $4F$.

В последующей работе тех же авторов [128] использовалась техника расчета, эквивалентная приведенной выше. Получено прекрасное согласие с экспериментальными данными. В цитируемой работе осуществлялся предельный случай, когда энергетический сдвиг уровней в поле волны при однофотонном резонансе значительно превышал сверхтонкую структуру промежуточного уровня энергии. Обратим внимание на то, что, согласно [128], наличие резонансного промежуточного уровня увеличивает вероятность двухфотонного поглощения примерно в 10 раз по сравнению с вероятностью двухфотонного поглощения при отсутствии резонансного промежуточного уровня. Уникальные возможности бездо-

плеровской спектроскопии использовались для наблюдения двухфотонного перехода $1 \rightarrow 2$ в водороде и дейтерии [129, 130]. Авторам удалось измерить изотопический сдвиг перехода с точностью 10^{-4} , равный $670,933 \pm 0,056 \text{ ГГц}$, и лэмбовский сдвиг основного $1S$ -состояния, равный $8,20 \pm 0,010 \text{ ГГц}$ для H и $8,25 \pm 0,11 \text{ ГГц}$ для D , что находится в хорошем согласии с современными теоретическими значениями.

4.4. Диэлектрическая проницаемость газа трехуровневых атомов

В настоящем разделе рассматривается только действительная часть диэлектрической проницаемости. Что касается мнимой ее части, то в настоящее время этот вопрос остается открытым. Если пренебречь влиянием столкновительных ширин и движением атома, то для определения мнимой части диэлектрической проницаемости, обусловленной радиационными процессами, нужно рассчитать вероятности всех некогерентных процессов $\Phi_i \rightarrow \Phi_j$ ($i \neq j$), которые определяют затухание начальной волновой функции (ср. с разделами 2.4 и 4.5).

Отметим также, что хотя в реальном атоме уровни энергии вырождены по направлениям полного момента, однако трехуровневая модель всегда может быть реализована выбором соответствующих поляризаций света.

Для вычисления действительной части диэлектрической проницаемости разреженного газа трехуровневых атомов необходимо вычислить поляризацию атома в квазиэнергетическом состоянии Φ_s , т.е. величину

$$\mathbf{D}_{ss} = \langle \Phi_s^* | \mathbf{d} | \Phi_s \rangle. \quad (4.52)$$

В условиях двухфотонного резонанса функция Φ_s определяется формулой (4.15). Учитывая, что

$$\mathbf{D}_{ss}(\omega_1, \omega_2) = \chi_1^{(s)}(\omega_1) \mathbf{E}_1 + \chi_2^{(s)}(\omega_2) \mathbf{E}_2, \quad (4.53)$$

получаем из (4.52) выражения для нелинейных поляризуемостей в состоянии s , $\chi_1^{(s)}(\omega = \omega_1)$ и $\chi_2^{(s)}(\omega = \omega_2)$.

В выражениях для нелинейных поляризуемостей входят квазиэнергии, являющиеся корнями кубического уравнения. Использование формул Кардано делает эти выражения слишком громоздкими, поэтому в общем случае проще всего обратиться к численным расчетам. Однако в рассмотренных выше случаях, когда значения квазиэнергий λ_s даются простыми аналитическими выражениями, можно получить довольно простые выражения и для поляризуемостей $\chi_{1,2}^{(s)}$.

Допустим, что для рассматриваемой системы выполнено условие двухфотонного резонанса (4.21) и что однофотонные резонансы слабо выражены. Тогда, используя результаты раздела 4.3, получаем [119]

$$\begin{aligned} \chi_1^{(1,3)} &= \\ &= -\frac{|d_{12}|^2}{2\hbar\Delta_{21}} \left\{ 1 \pm \frac{\text{sgn}(\Delta_{31}\Delta_{21})[\Delta_{21}\Delta_{31} + |V_{12}|^2 + |V_{32}|^2]}{\sqrt{(\Delta_{21}\delta)^2 + |2V_{21}V_{32}|^2}} \right\}, \end{aligned} \quad (4.54)$$

$$\begin{aligned} \chi_2^{(1,3)} &= \\ &= -\frac{|d_{23}|^2}{2\hbar\Delta_{21}} \left\{ 1 \pm \frac{\text{sgn}(\Delta_{31}\Delta_{21})[\Delta_{21}\Delta_{31} - |V_{12}|^2 - |V_{32}|^2]}{\sqrt{(\Delta_{21}\delta)^2 + |2V_{21}V_{32}|^2}} \right\}. \end{aligned} \quad (4.55)$$

В случае вырожденной накачки поляризуемость атома $\chi(\omega)$ равна сумме $\chi_1 + \chi_2$ (в которой необходимо положить $E_1 = E_2 = E$, $\omega_1 = \omega_2 = \omega$), и ее выражение совпадает с выражением, полученным в [131].

Если все атомы среды находятся в определенном квазиэнергетическом состоянии, то диэлектрическая проницаемость среды в случае вырожденной накачки будет $\varepsilon = 1 + 4\pi N\chi^{(s)}$, где N — число атомов, находящихся в состоянии s .

В случае невырожденной накачки среда характеризуется двумя диэлектрическими постоянными $\varepsilon_1(\omega = \omega_1) = 1 + 4\pi N\chi_1^{(s)}$, $\varepsilon_2(\omega = \omega_2) = 1 + 4\pi N\chi_2^{(s)}$.

Отметим, что для монохроматических полей в случае выполнения условий (4.34) или (4.35) (в зависимости от знака произведения $A_{21}A_{31}$) $\chi_1(\omega_1)$ или $\chi_2(\omega_2)$ становятся линейными по полю и соответствующие диэлектрические проницаемости для частоты ω_1 или ω_2 не зависят от интенсивности полей.

Таким образом, изменяя интенсивность поля на одном из переходов, можно добиться просветления среды на смежном переходе.

На рисунке 15 приведена зависимость диэлектрических проницаемостей ε_1 и ε_2 от $\omega_1 + \omega_2$ в окрестности точки $\omega_1 + \omega_2 = E_{31}$. В данной области изменения частот однофотонная расстройка A_{21} практически не изменяется и ее можно считать постоянной. Для обеих величин ε_1 и ε_2 в некоторой области изменения частот характерна аномальная дисперсия, причем эта область ограничена с одной стороны точками $|A_{21}A_{31}| = |V_{12}|^2 + |V_{32}|^2$ (точки условных минимумов (4.34) и (4.35) для расстояния между квазиэнергиями), а с другой — точкой двухфотонного резонанса.

Объяснение аномальной дисперсии в этой области можно получить из анализа динамики населенностей атомных уровней [119]. При малых полях с увеличением напряженности E_1 населенности первого уровня уменьшаются, т.е. система переходит в возбужденное состояние (поляризуется), виртуально поглощая фотоны из внешнего поля. Однако при дальнейшем увеличении интенсивности поля начиная с $|V_{12}|^2 = |A_{21}A_{31}| - |V_{32}|^2$ происходит обратный процесс — система переходит на нижний уровень. Таким образом, населенности атомных уровней немонотонно зависят от интенсивности поля, и существует область, где увеличение напряженности поля ведет к уменьшению поляризации среды. Подобное нетривиальное поведение населенностей атомных уровней свойственно только многоуровневым системам и не имеет аналогии при рассмотрении обычной двухуровневой модели. Другой предельный случай сильных резонансов, когда $|A_{31}| \ll |V_{ik}|$, а A_{21} может принимать произвольные значения, был также рассмотрен в [119].

4.5. Взаимодействие резонансного излучения с трехуровневой системой при учете радиационных релаксационных процессов (вырожденная накачка)

До сих пор мы рассматривали взаимодействие атома с лазерным полем при временах меньших времен релаксаций. Интересно выяснить, как изменятся населенности уровней трехуровневого атома при учете радиационных релаксационных процессов [132].

Волновую функцию трехуровневой системы в поле резонансной волны с учетом спонтанных переходов $\Phi_i \leftrightarrow \Phi_j$ можно разложить по полной системе волновых

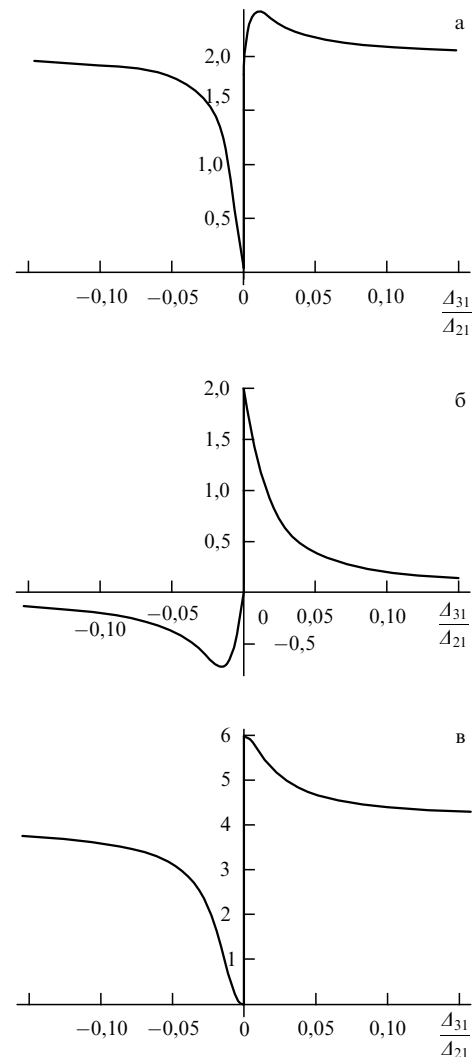


Рис. 15. Зависимости диэлектрической проницаемости газа трехуровневых атомов от безразмерного параметра A_{31}/A_{21} при следующих значениях параметров: $A_{21} > 0$, $|V_{12}|^2/A_{21}^2 = |V_{32}|^2/A_{21}^2 = 0,05$. На оси ординат отложены:

$$(a) \frac{\varepsilon(\omega_1) - 1}{2\pi} \frac{\hbar A_{21}}{|d_{32}|^2}; \quad (б) \frac{\varepsilon(\omega_2) - 1}{2\pi} \frac{\hbar A_{21}}{|d_{32}|^2}; \quad (в) \frac{\varepsilon(\omega) - 1}{2\pi} \frac{\hbar A_{21}}{|d_{12}|^2 + |d_{32}|^2},$$

вырожденная накачка.

функций трехуровневого атома:

$$\Psi(t) = \sum_{m=1}^3 A_m(t) \Phi_m, \quad (4.56)$$

где $A_m(t)$ — амплитуды населенностей адиабатических функций "атом + поле". Рассмотрим случай, когда расстройки резонансов $|A_{21}|$, $|A_{31}|$, $|A_{32}|$ много больше радиационных ширин атомных уровней γ_2 и γ_3 (ширина γ_1 основного состояния равна нулю). В этом случае непосредственным поглощением фотонов из внешнего поля накачки можно пренебречь и изменение населенностей $A_m(t)$ квазиэнергетических состояний (КЭС) будет определяться только некогерентными процессами спонтанного излучения, происходящими при переходах $\Phi_i \leftrightarrow \Phi_j$.

Для рассматриваемой трехуровневой системы уравнения для населенностей имеют вид

$$\begin{aligned}\dot{N}_1 &= -(W_{21} + W_{31})N_1 + W_{12}N_2 + W_{13}N_3, \\ \dot{N}_2 &= W_{21}N_1 - (W_{12} + W_{32})N_2 + W_{23}N_3, \\ \dot{N}_3 &= W_{31}N_1 + W_{32}N_2 - (W_{13} + W_{32})N_3,\end{aligned}\quad (4.57)$$

где W_{ij} — усредненные по времени вероятности спонтанных переходов $\Phi_i \rightarrow \Phi_j$. Переходы с $i = j$ не изменяют населенностей и их не нужно учитывать при написании балансных уравнений.

Вясним физический смысл населенностей N_m при быстром адиабатическом выключении поля. Поскольку характерное время изменения N_m порядка $\gamma_{2,3}^{-1}$, то при быстром $\delta t \ll \gamma_{2,3}^{-1}$, но адиабатическом выключении поля волновые функции Φ_m переходят в свои невозмущенные функции $U_m \exp(-iE_m t)$. В этом случае N_m определяют населенности уровней свободного атома.

В резонансном приближении ($i, j = 1, 2, 3$)

$$W_{ji} = \gamma_2 |b_2^{(i)} b_1^{*(j)}|^2 + \gamma_3 |b_3^{(i)} b_2^{*(j)}|^2, \quad (4.58)$$

где $b_i^{(m)}$ — амплитуды атомных волновых функций U_i в квазиэнергетическом состоянии Φ_m (см. (4.15)). Переходы $\Phi_i \rightarrow \Phi_j$ происходят с излучением фотонов с частотами $\omega' = \omega + \lambda_i - \lambda_j$. В низшем порядке теории возмущений диаграммы процессов рассеяния приведены на рис. 16.

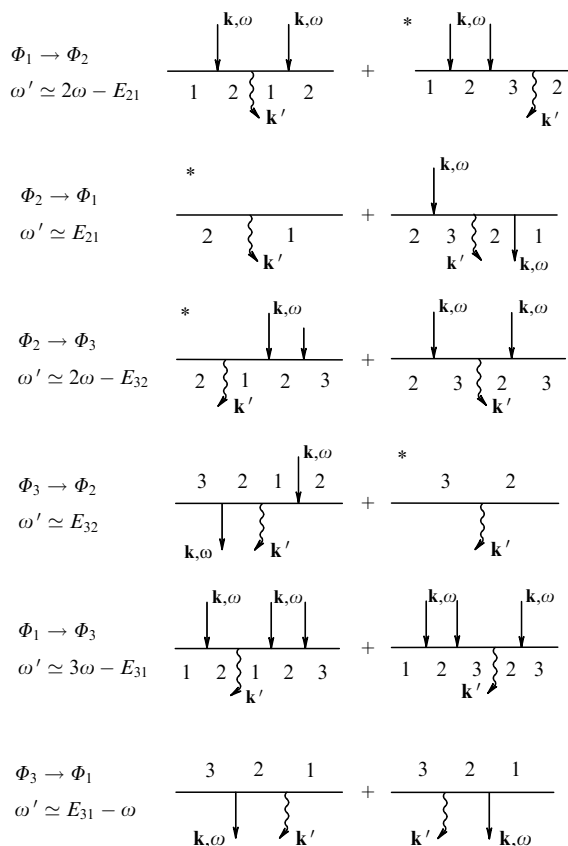


Рис. 16. Диаграммы процессов рассеяния, происходящих при переходах между различными квазиэнергетическими состояниями, приводящие к затуханию адиабатических функций. Волнистой линией изображены фотоны рассеянного поля.

Используя выражения для населенностей и значения $b_i^{(m)}$, можно легко вычислить средние населенности атомных уровней в поле волны.

Для этого необходимо подставить в (4.57) функции (4.58) и усреднить квадраты модулей коэффициентов при функциях U_i за времена $t \gg (\lambda_m - \lambda_{m'})^{-1}$. Для средних значений населенностей \bar{n}_i атомных уровней получаем

$$\bar{n}_i = \sum_{m=1}^3 N_m |b_i^{(m)}|^2. \quad (4.59)$$

При быстром неадиабатическом (мгновенном) выключении поля \bar{n}_i описывает вероятность нахождения свободного атома в состоянии с волновой функцией $U_i \exp(-iE_i t)$.

Приведем также выражение для полной вероятности излучения системы "трехуровневый атом + поле накачки" в единицу времени:

$$W = \gamma_2 \sum_{m=1}^3 N_m |b_2^{(m)}|^2 + \gamma_3 \sum_{m=1}^3 N_m |b_3^{(m)}|^2. \quad (4.60)$$

В этом выражении первое слагаемое дает вероятность излучения на переходе $2 \rightarrow 1$, а второе на переходе $3 \rightarrow 2$. Другими словами, W есть полная вероятность спонтанного излучения поля накачки на трехуровневом атоме.

Нас будут интересовать стационарные решения уравнений (4.57). Ясно, что в общем случае они довольно громоздки и малоинформативны, поскольку зависимости от параметров взаимодействия (расстроек, напряженности поля, матричных элементов) выражаются через квазиэнергии, которые являются корнями кубического уравнения (4.14). Поэтому рассмотрим два частных случая, когда выражения для W_{ij} и, следовательно, для N_m существенно упрощаются.

а) Рассмотрим сначала случай сильного поля (или малых расстроек), когда выполняются условия $|V_{21}|, |V_{32}| \gg |A_{21}|, |A_{31}|$. Используя соответствующие значения $b_i^{(m)}$ для вероятностей спонтанных переходов $\Phi_i \rightarrow \Phi_j$, при $A_{21}A_{31} > 0$ получаем

$$\begin{aligned}W_{21} &= W_{12} = \frac{\gamma_2^2 + \gamma_3^2}{4(\gamma_2 + \gamma_3)}, \\ W_{32} &= W_{23} = W_{31} = W_{13} = \frac{\gamma_2 \gamma_3}{2(\gamma_2 + \gamma_3)}.\end{aligned}\quad (4.61)$$

Решая уравнение (4.41) совместно с условием нормировки, для стационарных населенностей КЭС получаем (тот же результат получается, когда $A_{21}A_{31} < 0$)

$$N_1 = N_2 = N_3 = \frac{1}{3}, \quad (4.62)$$

т.е. в условиях сильного взаимодействия атомы равномерно распределены по всем трем КЭС. Отметим, что средние населенности атомных уровней \bar{n}_i равны друг другу. Полная вероятность рассеяния в этом случае равна

$$W = \frac{\gamma_2 + \gamma_3}{3}. \quad (4.63)$$

б) Рассмотрим теперь более интересный случай двухфотонного резонанса, когда $|A_{31}|, |V_{21}|, |V_{32}| \ll |A_{21}|$. В этом случае в резонансном приближении полем перемешиваются атомные уровни 1 и 3 и вероятности

переходов W_{ji} имеют вид (соответствующие диаграммы процессов на рис. 16 отмечены звездочками)

$$\begin{aligned} W_{21} &= \gamma_3 |b_3^{(1)}|^2, & W_{32} &= \gamma_2 |b_1^{(3)}|^2, \\ W_{12} &= \gamma_2 |b_1^{(1)}|^2, & W_{23} &= \gamma_3 |b_3^{(3)}|^2, \\ W_{31} &= W_{13} = 0, \end{aligned} \quad (4.64)$$

где $|b_1^{(1)}|^2 = |b_3^{(3)}|^2 = n_1$ и $|b_3^{(1)}|^2 = |b_1^{(3)}|^2 = n_3$ даются выражениями (4.37).

В стационарном режиме из уравнений (4.57) получаем

$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{n_1^2}{1 + (q+2)n_1 n_2}, & N_2 &= \frac{qn_1 n_2}{1 + (q+2)n_1 n_3}, \\ N_3 &= \frac{n_3^2}{1 + (q+2)n_1 n_3}, \end{aligned} \quad (4.65)$$

где

$$q = \frac{\gamma_3}{\gamma_2}. \quad (4.66)$$

Легко показать, что, подобрав соответствующим образом параметры взаимодействия, можно реализовать инверсию на любом из переходов между квазиэнергетическими состояниями, а при выключении поля — и на атомных переходах $2 \rightarrow 1$ или $3 \rightarrow 2$.

Используя выражения (4.65), вычислим средние значения населенностей атомных уровней в поле волны. Из (4.59) получаем

$$\begin{aligned} \bar{n}_1 &= \frac{1 - 3n_1 n_3}{1 + (q+2)n_1 n_3}, & \bar{n}_2 &= \frac{qn_1 n_3}{1 + (q+2)n_1 n_3}, \\ \bar{n}_3 &= \frac{n_1 n_3}{1 + (q+2)n_1 n_3}. \end{aligned} \quad (4.67)$$

При произвольных соотношениях между параметрами взаимодействия населенности N_m и \bar{n}_i могут быть получены численными методами.

Используя выражения для \bar{n}_i (4.67) и значения $n_{1,3}$ (4.37), вычислим полную вероятность рассеяния в единицу времени [132]. Расчет дает

$$W = \frac{2\gamma_3 d^2 |\mathcal{E}|^4}{(1 + g|\mathcal{E}|^2)^2 + (q+2)d^2 |\mathcal{E}|^4}, \quad (4.68)$$

где

$$g = \frac{d_{21}^2 - d_{32}^2}{\hbar^2 A_{21} A_{31}}, \quad d = \frac{d_{21} d_{32}}{\hbar^2 A_{21} A_{31}}. \quad (4.69)$$

Сразу же отметим, что зависимость вероятности рассеяния существенно зависит от знака g . Максимум вероятности рассеяния достигается в критической точке, при $g < 0$, которая определяется из уравнения $1 + g|\mathcal{E}_0|^2 = 0$, и составляет

$$W_{\max} = \frac{2\gamma_2 \gamma_3}{2\gamma_2 + \gamma_3}, \quad (4.70)$$

т.е. величина W_{\max} ограничена наименьшей из скоростей распада. При увеличении интенсивности поля вероят-

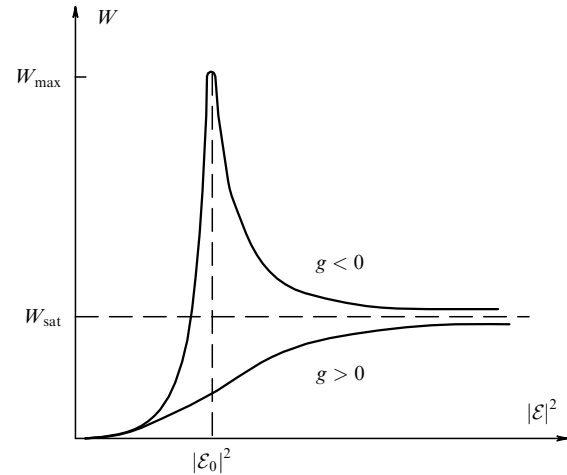


Рис. 17. Зависимости полной вероятности рассеяния от интенсивности накачки для случаев $g < 0$ и $g > 0$.

ность рассеяния уменьшается и при $|g||\mathcal{E}_0|^2 \gg 1$ выходит на насыщение:

$$W_{\text{sat}} = \frac{2\gamma_2 \gamma_3}{\gamma_2^2 + 2\gamma_3^2}. \quad (4.71)$$

На рисунке 17 приведены графики зависимости вероятности рассеяния от интенсивности накачки. При $g > 0$ вероятность рассеяния всегда меньше, чем при $g < 0$. Асимметрию относительно изменения знака g (или знака Δ_{31}) можно характеризовать радиационной селективностью [132]

$$S = \frac{W(g < 0)}{W(g > 0)} = 1 + \frac{4|g||\mathcal{E}|^2}{(1 - |g||\mathcal{E}|^2)^2 + (q+2)d^2 |\mathcal{E}|^4}. \quad (4.72)$$

Резкое увеличение вероятности рассеяния в критической точке непосредственно связано с нетривиальным поведением населенностей уровней трехуровневой системы в поле резонансного излучения, а именно, с явлением самоиндуцированного резонанса. В критической точке $|\mathcal{E}_0|^2$ при $g < 0$ происходит наибольшее сближение квазиэнергий и выравнивание населенностей n_1 и n_3 .

Рассмотренное явление может быть использовано для селективного воздействия на атомы. Асимметрия относительно изменения знака g или, что то же самое, знака двухфотонной расстройки Δ_{31} , позволяет, выбирая частоту накачки так, чтобы частота 2ω попадала в промежуток изотопического сдвига, селективно воздействовать только на атомы, для которых $g < 0$. Полученные результаты легко могут быть распространены на трехуровневые системы (см. рис. 10), взаимодействующие с двумя различными резонансными полями.

5. Электронное комбинационное рассеяние с резонансным усилением

5.1. Наглядное рассмотрение теории ЭКР

После создания первых лазеров экспериментальные исследования комбинационного рассеяния получили значительное развитие. Появилась новая область тео-

рии, так называемое вынужденное комбинационное рассеяние (ВКР), изложенная в монографиях и обзорах [94–96, 98]. Мы не будем затрагивать здесь эти традиционные вопросы и остановимся только на новом направлении в комбинационном рассеянии, связанном с изучением комбинационного рассеяния на электронных переходах. Оно начало интенсивно развиваться после появления первых работ, выполненных независимо советскими и американскими физиками [134–136], в которых было впервые обнаружено вынужденное комбинационное рассеяние на электронных переходах (ВЭКР) в атомах.

В связи с этим возникла необходимость пересмотра основных теоретических представлений в этой области, которые с момента появления известной работы Крамерса–Гейзенберга [17] практически не претерпели существенных изменений. Исходя из простых наглядных представлений проанализируем, какие изменения следует ввести в теорию комбинационного рассеяния [17]. Волновые функции трехуровневой системы в резонансном поле, действующем на переходе $1 \rightarrow 2$ с расстройкой $\Delta_{21} = \Delta$, в рамках теории возмущений имеют вид (см. раздел 4.1 и рис. 106)

$$\begin{aligned}\Phi_1 &\approx U_1 \exp(-iE_1 t) - C_2^* U_2 \exp[-i(E_1 + \omega)t], \\ \Phi_2 &\approx U_2 \exp(-iE_2 t) + C_2 U_1 \exp[-i(E_2 - \omega)t], \\ \Phi_3 &\approx \Psi_3 = U_3 \exp(-iE_3 t).\end{aligned}\quad (5.1)$$

Функции (5.1) при

$$|C_2| = \left| \frac{\mathbf{d} \cdot \vec{\mathcal{E}}}{\hbar \Delta} \right| \ll 1$$

приводят к известному выражению для вероятности комбинационного рассеяния (КР), полученному в работе [17], если в нем ограничиться основным резонансным членом. Однако параметр C_2 при достаточной близости к резонансу или при полях большой интенсивности может принимать значения порядка или больше единицы, что говорит о неприменимости теории возмущений. Кроме того, в лазерных полях необходимо учитывать высокочастотный эффект Штарка. Следовательно, теория ЭКР должна быть распространена и на этот случай [5].

Второе изменение, которое нужно ввести в теорию Крамерса–Гейзенберга, заключается в замене взаимодействия с монохроматической волной на взаимодействие с ограниченным в пространстве квазимонохроматическим импульсом. Вне рамок теории возмущений учет влияния на ЭКР процесса включения взаимодействия атома с электромагнитной волной является, как мы уже указывали в разделе 4.1, сложной проблемой. Функции (5.1), соответствующие работе [17], эквивалентны адиабатическим волновым функциям при $\alpha \ll 1$, подробно рассмотренным в разделе 4.1.

Однако во всех экспериментах по ЭКР взаимодействие включается в какой-то момент времени $t = t_0$, т.е. тогда, когда ограниченный во времени лазерный импульс достигает атома, либо когда пучок движущихся атомов попадает в зону действия лазерного поля. Чтобы учесть это обстоятельство, необходимо выписать волновые функции атома в поле лазерного импульса с учетом начальных условий. Например, в случае бесконечно

быстрого включения поля при $t = t_0$ искомые волновые функции в пределе теории возмущений при $t > t_0$ имеют вид

$$\begin{aligned}\Phi_1 &= \Psi_1 - C_2^* \Psi_2 [\exp(it\Delta) - \exp(it_0\Delta)], \\ \Phi_2 &= \Psi_2 + C_2 \Psi_1 [\exp(-it\Delta) - \exp(-it_0\Delta)], \\ \Phi_3 &= \Psi_3.\end{aligned}\quad (5.2)$$

При $t \leq t_0$ волновые функции Φ_i определяются невозмущенными атомными функциями Ψ_i и начальными условиями. При $(t - t_0)|\Delta| \rightarrow \infty$ можно отбросить быстроосциллирующие члены и система функций (5.2) переходит в (5.1). Из выражений (5.2) видно, что характерным параметром, определяющим зависимость волновых функций от начальных условий, является величина $|(t_0 - t)\Delta|$. Для импульса конечной протяженности по времени взаимодействие осуществляется в интервале времен τ , который характеризует временную ширину импульса. Таким образом, параметром, определяющим выбор между адиабатическими (5.1) и нестационарными (5.2) функциями, является величина $|\Delta\tau|$. Следовательно, в теорию Крамерса–Гейзенберга необходимо ввести изменения, связанные с процессом включения взаимодействия, а также с формой импульса (см., например, [5, 137–141]). Эта проблема оказывается тесно связанной с релаксацией системы, поскольку, если эффективные промежутки времени значительно больше, чем времена релаксации, то система "забывает" о начальных условиях.

При $\tau|\Delta| \gg 1$ можно воспользоваться функциями (5.1) и рассчитать электрический дипольный момент атома в электромагнитном поле для перехода $1 \rightarrow 3$:

$$\mathbf{D}_{31} = \int \Psi_3^* \mathbf{e} r \Phi_1 dV = -C_2^* \mathbf{d}_{32} \exp[-i(E_3 - E_1 - \omega)t].\quad (5.3)$$

Из выражения (5.3) следует, что атом в поле обладает переменным моментом, который будет излучать кванты с частотой

$$\omega_s = \omega - E_{31}.\quad (5.4)$$

Аналогичные рассуждения с использованием функций (5.2) показывают, что при $|\tau\Delta| < 1$ кроме фотонов с частотой (5.4) будут излучаться и фотоны, частота которых равна

$$\omega_p = E_2 - E_3,\quad (5.5)$$

т.е. в спектре комбинационного рассеяния должна появиться резонансная линия, соответствующая переходу $2 \rightarrow 3$. При $\Delta \rightarrow 0$ эти две различные линии совпадают. Появление резонансной линии связано с реальным заселением верхнего уровня за счет включения взаимодействия.

Кроме указанных выше причин теория ЭКР должна быть улучшена в случае, когда на переходе $2 \rightarrow 3$ действует второе сильное поле и атом находится в поле двух сильных резонансных волн [142]. Еще более важным с прикладной точки зрения оказывается случай, когда оба действующих импульса разнесены во времени [103а, 143].

5.2. Теория резонансного ЭКР в приближении монохроматической накачки с учетом эффекта насыщения и штарковских сдвигов

Под действием поля накачки атом поляризуется. Дипольный момент атома в поле дается выражением

$$\mathbf{D}_{3k} = e \int \Psi_3^* \mathbf{r} \Phi_k dV \quad (k = 1, 2). \quad (5.6)$$

Учитывая, что $\mathbf{d}_{31} = 0$, и используя адиабатические волновые функции атома в поле лазерного излучения, действующего на переходе $1 \rightarrow 2$, определяем дипольный момент:

$$\mathbf{D}_{31} = \left| \frac{\sqrt{1 + \alpha^2} - 1}{2\sqrt{1 + \alpha^2}} \right|^{1/2} \exp[-i(\omega - E_{31} + \lambda_1)t] \mathbf{d}_{32}, \quad (5.7)$$

где α и λ_1 даются формулами, приведенными в разделе 2.3. В дальнейшем для простоты в настоящем разделе будут использоваться функции, соответствующие при выключении поля привязыванию функции $\Phi_{1,2}$ к волновым функциям атома $\Psi_{1,2}$, $\Phi_{1,2} \rightarrow \Psi_{1,2}$, т.е. используются разрывные $\bar{\lambda}_i$ ($\bar{\lambda}_i = \lambda_i$ при $\Delta > 0$ и $\lambda_{1,2} \rightarrow \lambda_{2,1}$ при $\Delta < 0$).

Дипольный момент \mathbf{D}_{31}^- приводит к комбинационному излучению частоты ω_s :

$$\omega_s = \omega - E_{31} + \lambda_1. \quad (5.8)$$

Величины α и λ_1 , входящие в (5.7), для монохроматической волны от времени не зависят. В эксперименте обычно используются ограниченные во времени импульсы. Будем предполагать, что временная ширина импульса меньше всех времен релаксаций, обозначаемых через Γ^{-1} :

$$\tau \Gamma \ll 1. \quad (5.8')$$

Ограниченность импульса во времени приводит к тому, что в действительности мы имеем дело с квазимонохроматической волной. Если спектральная ширина импульса $\delta\omega \sim 1/\tau$ значительно меньше расстройки резонанса Δ , то выражение (5.7) можно использовать и для ограниченного во времени светового импульса в виде "стола". Вся разница с идеальной монохроматической волной сводится к тому, что при вычислении рассеянной энергии необходимо учитывать ширину импульса τ , т.е. считать, что амплитуда поляризации в выражении (5.7) отлична от нуля в интервале времени τ . Мы будем пренебрегать здесь всеми эффектами, связанными с передним и задним фронтом импульса, считая, что вклад их в интенсивность рассеянного излучения пренебрежимо мал. Более строгое рассмотрение сделанных пренебрежений приводилось в цитированных выше работах. В частности, влияние формы импульса на процессы ЭКР рассмотрены в [138–141]. Расчеты показывают [138–141], что учет формы импульса приводит к целому ряду интересных явлений, которые еще не подвергались экспериментальной проверке.

Вероятность дипольного излучения фотона с частотой ω_s и поляризацией \mathbf{e}_s вычисляется по обычной формуле для дипольного момента \mathbf{D}_{31} излучения и дается выражением [5]

$$dW_s = \frac{\omega_s^3 (\sqrt{1 + \alpha^2} - 1)}{4\pi \hbar c^3 \sqrt{1 + \alpha^2}} |\mathbf{e}_s^* \cdot \mathbf{d}_{23}|^2 (1 + n_s) dO. \quad (5.9)$$

Фактор усиления

$$1 + n_s = 1 + \frac{8\pi^3 c^2}{\hbar \omega_s^3} I_s(\omega_s, O_s)$$

учитывает одновременно как спонтанное, так и вынужденное комбинационное рассеяние. В зависимости от этого под dO_s нужно понимать либо телесный угол спонтанно рассеянного фотона, либо телесный угол углового распределения вынуждающего процесс излучения. Входящая в (5.9) величина $I_s(\omega_s, O_s)$ есть спектрально-угловая плотность интенсивности в направлении телесного угла dO . При $\alpha \ll 1$ выражение (5.9) переходит в выражение, полученное в [17] для трехуровневого атома.

При $\alpha \gg 1$ вероятность комбинационного рассеяния (5.9) принимает вид

$$dW_s = \frac{\omega_s^3}{4\pi \hbar c^3} |\mathbf{e}_s^* \cdot \mathbf{d}_{23}|^2 (n_s + 1) dO_s; \quad \alpha \gg 1. \quad (5.9')$$

Выражение (5.9') при $n_s = 0$ после интегрирования по телесному углу и суммирования по поляризациям легко представить в виде $W_s = \gamma_{23} |C_2|^2$, где γ_{23} — вероятность спонтанного перехода $2 \rightarrow 3$ (при $\alpha = 0$), а C_2 — коэффициент в волновой функции Φ_1 при $\Delta > 0$. Следовательно, при насыщении перехода $1 \rightarrow 2$, когда $|C_2|^2 = 1/2$, $W_s = \gamma_{23}/2$. К сожалению, выражение (5.9) до сих пор не подвергалось экспериментальной проверке.

Формула (5.9') описывает эффект насыщения в комбинационном рассеянии. В этом предельном случае уровень 2 заселяется одинаково с уровнем 1, и дальнейшее увеличение интенсивности падающего на атом излучения не приводит к увеличению числа рассеянных квантов.

Если интенсивность рассеянного излучения становится сравнимой с интенсивностью возбуждающего излучения, то применение теории возмущений по рассеянному полю некорректно. Поэтому представляет интерес исследование поведения атома в двух резонирующих интенсивных полях без применения теории возмущений по обоим полям [142] (см. также обзор [137]).

5.3. ЭКР в поле двух сильных полей

В предыдущем разделе предполагалось, что комбинационное рассеяние вызывается полем "накачки", резонансно взаимодействующим с переходом $1 \rightarrow 2$. Влиянием электромагнитного поля комбинационных фотонов на атомную систему пренебрегалось. Учету этого влияния посвящен настоящий раздел. Дело в том, что система "атом + поле накачки + поле комбинационных фотонов" является вырожденной по энергии, поскольку электрон, находящийся на основном уровне, поглотив один фотон "накачки" ω_1 и испустив один комбинационный фотон ω_s , переходит в стационарное состояние на третий уровень. Этому процессу соответствует следующий закон сохранения:

$$E_1 + \omega_1 - \omega_s = E_3, \quad A_{31} = 0, \quad A_{21} = -A_{32} = \Delta. \quad (5.10)$$

Этим состояниям соответствуют две волновые функции полной системы "атом + поле накачки + поле комбинационных фотонов", отвечающие одной и той же энергии. Строго говоря, волновые функции, не учиты-

вающие вырождения, являются неверными. Правильные функции нулевого приближения должны быть линейной комбинацией выписанных выше выражений для $\Phi_{1,2}$ и Φ_3 [142].

Зная волновые функции (4.15) для схемы рис. 10а, можно найти волновые функции, описывающие процесс комбинационного рассеяния в поле двух волн, соответствующий схеме рис. 10б. Для этого в выражении V_{32} в формулах (4.15) необходимо заменить \mathcal{E}_2 на \mathcal{E}_2^* , поскольку поглощение в схеме рис. 10а соответствует излучению в схеме рис. 10б, и изменить знак у величины ω_2 , заменив ее на $-\omega_2$. В настоящем разделе в отличие от нумерации, принятой в (4.15), удобнее пользоваться другой нумерацией. Для этого необходимо в индексах квазиэнергий и волновых функций в разделе 4.2 провести замену $2 \leftrightarrow 3$. В этом случае при выключении полей ($\Delta > 0$) $\Phi_1 \rightarrow \Psi_1$, $\Phi_2 \rightarrow \Psi_2$, $\Phi_3 \rightarrow \Psi_3$ уравнения (4.14) при $\Delta_{31} = 0$ имеют решения

$$\lambda_3 = 0, \quad \lambda_{2,1} = \frac{\Delta}{2} \pm \sqrt{\frac{\Delta^2}{4} + |V_{21}|^2 + |V_{32}|^2}. \quad (5.11)$$

Коэффициент при функции Ψ_3 в квазиэнергетической функции Φ_3 (4.15) является неопределенным при $\lambda_3 \rightarrow 0$ и $\Delta_{31} \rightarrow 0$. Для раскрытия неопределенности следует обратиться к кубическому уравнению (4.14). Легко заметить, что из (4.14) следует тождество

$$\frac{\lambda}{\lambda - \Delta_{31}} = \frac{\lambda(\lambda - \Delta_{21}) - |V_{21}|^2}{|V_{32}|^2},$$

которое для $\Delta_{31} = 0$ и $\lambda = \lambda_3 = 0$ приводит к равенству

$$\frac{\lambda_3}{\lambda_3 - \Delta_{31}} = - \left| \frac{V_{12}}{V_{23}} \right|^2. \quad (5.12)$$

Следовательно, адиабатические функции Φ_i для схемы рис. 10б имеют следующий вид [142]:

$$\Phi_{1,2} = \frac{\alpha_1}{\sqrt{2p(p \mp 1)}} \left\{ \Psi_1 + \frac{\mathbf{d}_{32} \cdot \vec{\mathcal{E}}_2^*}{\mathbf{d}_{12} \cdot \vec{\mathcal{E}}_1^*} \Psi_3 + \frac{\hbar \Delta (1 \mp p)}{2(\mathbf{d}_{12} \cdot \vec{\mathcal{E}}_1^*)} \Psi_2 \exp(i\Delta t) \right\} \exp \left[i \frac{\Delta}{2} (\pm p - 1)t \right], \quad (5.13)$$

$$\Phi_3 = \frac{\alpha_2}{\sqrt{\alpha_1^2 + \alpha_2^2}} \left\{ \Psi_1 - \frac{\mathbf{d}_{21} \cdot \vec{\mathcal{E}}_1}{\mathbf{d}_{23} \cdot \vec{\mathcal{E}}_2} \Psi_3 \right\}, \quad (5.14)$$

где введены обозначения

$$\alpha_1 = \frac{2}{\hbar} \left| \frac{\mathbf{d}_{21} \cdot \vec{\mathcal{E}}_1}{\Delta} \right|, \quad \alpha_2 = \frac{2}{\hbar} \left| \frac{\mathbf{d}_{23} \cdot \vec{\mathcal{E}}_2}{\Delta} \right|, \quad (5.15)$$

$$p = (1 + \alpha_1^2 + \alpha_2^2)^{1/2}. \quad (5.16)$$

Волновые функции (5.13), (5.14) выбраны таким образом, что при выключении полей (вначале поля $\vec{\mathcal{E}}_2$, а затем $\vec{\mathcal{E}}_1$) и при $\Delta > 0$ функции $\Phi_{1,2,3}$ переходили бы соответственно в функции $\Psi_{1,2,3}$. Для отрицательных расстройек при выключении полей имеет место предельный переход $\Phi_{1,2} \rightarrow \Psi_{2,1}$, $\Phi_3 \rightarrow \Psi_3$. Детальный анализ решений кубического уравнения показывает, что соот-

ветствие волновых функций Φ_1, Φ_2, Φ_3 состояниям 1, 2, 3 свободного атома зависит от порядка выключения полей. Например, если выключать сначала $\vec{\mathcal{E}}_1 \rightarrow 0$, а потом $\vec{\mathcal{E}}_2 \rightarrow 0$, то при $\Delta > 0$ $\Phi_1 \rightarrow \Psi_3$, $\Phi_2 \rightarrow \Psi_2$, $\Phi_3 \rightarrow \Psi_1$.

Отметим, что выражения для волновых функций (5.13), (5.14) даны для случая, когда электромагнитные поля \mathcal{E}_1 и \mathcal{E}_2 описываются классическим образом, и поэтому разные слагаемые, входящие в фигурные скобки указанных выражений, соответствуют различным энергиям атома. Однако, если переписать их для квантованных полей $\vec{\mathcal{E}}_1$ и $\vec{\mathcal{E}}_2$, то выражение

$$\Psi_1 - \frac{\mathbf{d}_{21} \cdot \vec{\mathcal{E}}_1}{\mathbf{d}_{23} \cdot \vec{\mathcal{E}}_2^*} \Psi_3 \quad (5.17)$$

перейдет в выражение

$$\Psi_1 |n_1, n_2, \dots\rangle - \frac{\mathbf{d}_{21} \cdot \vec{\mathcal{E}}_1}{\mathbf{d}_{23} \cdot \vec{\mathcal{E}}_2^*} \Psi_3 |n_1 - 1, n_2 + 1, \dots\rangle \quad (5.17')$$

с одной и той же энергией в обоих слагаемых.

Вырождение по энергиям двух состояний означает, что при расчетах каких-либо эффектов оба состояния должны учитываться в волновых функциях $\Phi_{1,2}$ и Φ_3 в виде суперпозиции, что наглядно видно из структуры формул (5.13), (5.14). Следовательно, вид указанных функций дает возможность утверждать, что после квантования волновых полей $\vec{\mathcal{E}}_1$ и $\vec{\mathcal{E}}_2$ полная волновая функция системы "атом + поле" обладает определенной энергией, и уже с самого начала мы имеем дело с состояниями $\Phi_{1,2}$ и Φ_3 , в которых учитывается вырождение по полной энергии.

Отметим, что волновые функции (5.13)–(5.15) получены в предположении адиабатичности взаимодействия атома с внешним полем. Поэтому корректное использование этих функций возможно только при достаточно большой интенсивности внешнего поля, когда расстояние между квазиэнергетическими термами значительно больше всех ширин, обусловленных как ширинами атомных уровней, так и немонохроматичностью полей, в частности, должны выполняться условия

$$|\lambda_i - \lambda_j| \gg \delta\omega_{1,2} \quad \text{при } i \neq j, \quad (5.18)$$

$\delta\omega_{1,2}$ — соответствующие ширины. Только в этом случае можно считать взаимодействие адиабатическим и пренебрегать неадиабатическими переходами между состояниями i, j . При включении (выключении) одного из полей второе поле должно быть достаточно сильным, чтобы выполнялись условия (5.18), обеспечивающие адиабатичность взаимодействия и на этом этапе. В этом случае функции Φ_j , описывающие состояние системы "атом в поле двух волн", будут однозначно привязаны к волновым функциям системы "атом в поле одной волны".

Функции (5.13), (5.14) широко используются в последние годы. Однако их обычно получают, используя так называемое приближение вращающего поля (RWA) в других обозначениях. Для сравнения результатов работ [137, 142] с результатами [144–147] введем угловые переменные θ и φ . Используя формулы

$$\sin \theta = \frac{\alpha_1}{\sqrt{\alpha_1^2 + \alpha_2^2}}, \quad \sin \varphi = \sqrt{\frac{p+1}{2p}}, \quad (5.15')$$

в новых обозначениях соотношения (5.13), (5.14) можно записать в более удобном виде:

$$\begin{aligned}\Phi_1 &= \exp(-i\lambda_1 t) \left[\sin \varphi (\Psi_1 \sin \theta + \Psi_3 \cos \theta \exp(i\varphi'_0)) - \right. \\ &\quad \left. - \Psi_2 \cos \varphi \exp[i(\varphi''_0 + \Delta t)] \right], \\ \Phi_2 &= \exp(-i\lambda_1 t) \left[\cos \varphi (\Psi_1 \sin \theta - \Psi_3 \cos \theta \exp(i\varphi'_0)) + \right. \\ &\quad \left. + \Psi_2 \sin \varphi \exp[i(\varphi''_0 + \Delta t)] \operatorname{sgn} \Delta \right],\end{aligned}\quad (5.13')$$

$$\Phi_3 = \Psi_1 \cos \theta - \Psi_3 \sin \theta \exp(i\varphi'_0), \quad (5.14')$$

где

$$\varphi'_0 = \varphi_1 - \varphi_3 + \varphi' - \varphi'', \quad \varphi''_0 = \varphi_1 - \varphi_2 + \varphi', \quad (5.14'')$$

φ' и φ'' — постоянные фазы полей \mathcal{E}_1 и \mathcal{E}_2 , $\varphi_{1,2,3}$ — случайные фазы атомных функций $\Psi_{1,2,3}$ (2.5). Их необходимо удерживать при рассмотрении когерентных эффектов. При $\mathcal{E}_2 \rightarrow 0$ и $\Delta \rightarrow 0$ (5.13) совпадают с функциями (2.25), (2.26), т.е. являются симметричной и антисимметричной комбинацией Ψ_1 и Ψ_2 . Обратим внимание на то, что функции Ψ_1 и Ψ_3 входят в (5.13), (5.14) в определенных комбинациях, что является следствием вырождения системы "трехуровневый атом + излучение" по энергии.

В последние годы состояния (5.14'), введенные в [142, 146, 147] и получившие название "плененные состояния" (trapping states), широко исследуются и используются в различных физических процессах⁵. Например, их применяют для создания лазеров без инверсии⁶ [148, 149], лазерного охлаждения атомов [150–152], когерентного переноса атомных населенностей [143–145, 152–156а] и атомной интерферометрии [156б, в]. Указанным проблемам посвящены обзоры [157, 158] и специальный выпуск JOSA 36 (1989). Поэтому мы не будем здесь на них останавливаться и перейдем к вопросам, мало освещенным в литературе.

5.4. Радиационные процессы при переходах $\Phi_i \leftrightarrow \Phi_j$

Рассмотрим теперь излучение и поглощение системы при переходах между различными состояниями Φ_1 , Φ_2 , Φ_3 . Вычисленный с помощью волновых функций (5.13) и (5.14) спонтанный дипольный момент перехода $\Phi_1 \rightarrow \Phi_3$

имеет вид

$$\begin{aligned}\mathbf{D}_{31} &= C_1 C_2^* \exp(-i\lambda_1 t) \left[\mathbf{d}_{12} \frac{\lambda_1}{V_{12}} \exp(-i\omega_1 t) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{\lambda_1 \mathbf{d}_{31}}{V_{23}^*} \exp[i(E_{31} - \omega_1)t] \right].\end{aligned}\quad (5.19)$$

Как видно из формулы (5.19), во время перехода $\Phi_1 \rightarrow \Phi_3$ системой излучаются частоты

$$\omega'_1 = \omega_1 + \lambda, \quad (5.20)$$

$$\omega'_2 = \omega_2 + \lambda. \quad (5.21)$$

Вероятности излучения фотонов с частотами ω'_1 и ω'_2 определяются следующими выражениями [142]:

$$dW'_1 = \frac{\omega'^3_1 \alpha^2_1 (p-1)}{4\pi\hbar c^3 (\alpha^2_1 + \alpha^2_2)p} |\mathbf{e}^*_{1'} \cdot \mathbf{d}_{12}|^2 (n'_1 + 1) dO'_1, \quad (5.22)$$

$$dW'_2 = \frac{\omega'^3_2 \alpha^2_1 (p-1)}{4\pi\hbar c^3 (\alpha^2_1 + \alpha^2_2)p} |\mathbf{e}^*_{2'} \cdot \mathbf{d}_{32}|^2 (n'_2 + 1) dO'_2. \quad (5.23)$$

Излучение частоты ω'_2 с вероятностью (5.23) соответствует комбинационному рассеянию Стокса в сильных полях \mathcal{E}_1 и \mathcal{E}_2 , когда из поля \mathcal{E}_1 поглощается фотон ω_1 , излучается фотон ω'_2 и система переходит в состояние Φ_3 . При $\alpha^2_2 \ll 1$ вероятность (5.23) переходит в выражение (5.9) предыдущего раздела и описывает ЭКР с учетом эффекта насыщения.

Процесс излучения частоты ω'_1 (5.20) с вероятностью, определяемой формулой (5.22), несколько необычен и исчезает при $|\mathcal{E}_2| \rightarrow 0$. В результате взаимодействия с полями \mathcal{E}_1 и \mathcal{E}_2 (поглощение фотона ω_1 и излучение фотона ω'_2) атомные функции Ψ_1 и Ψ_3 сильно перемешаны и образуют новые стационарные состояния $\Phi_{1,2}$ и Φ_3 . Поэтому при переходе $\Phi_1 \rightarrow \Phi_3$ за счет реальной заселенности уровня 3 (в результате указанного выше процесса) из поля \mathcal{E}_2 поглощается фотон ω_2 и излучается фотон ω'_1 .

При переходе $3 \rightarrow 1$ излучаются и поглощаются фотоны с частотами, сдвинутыми относительно (5.20) и (5.21) на величину $(p-1)\Delta$. Вследствие этого процессы испускания и поглощения происходят на разных частотах и друг друга не компенсируют.

Аналогичным способом обобщаются и другие вероятности переходов, рассмотренные в предыдущем разделе. Однако в случае двух сильных полей появляются новые каналы рассеяния. В частности, легко видеть, что волновые функции (5.13), (5.14) приводят к когерентному рассеянию фотонов с частотами ω_1 и ω_2 . Для расчета необходимо вычислить поляризацию в состоянии Φ_1 . Легко видеть, что дипольный момент в состоянии Φ_1 равен

$$\mathbf{D}_{11} = C_1^2 \left[\frac{\lambda_1}{V_{12}} \mathbf{d}_{12} \exp(-i\omega_1 t) + \frac{\lambda_1 V_{32}}{|V_{12}|^2} \mathbf{d}_{32} \exp(-i\omega_2 t) + \text{с.с.} \right], \quad (5.24)$$

где

$$C_1^2 = \frac{|V_{12}|^2}{|V_{12}|^2 + \lambda_1^2 + |V_{32}|^2}. \quad (5.25)$$

⁵ Легко интерпретировать физическую природу "плененных" состояний, если обратиться к уравнениям (4.6) в случае точного резонанса $A_{31} = 0$ ($A_{21} = -A_{32}$). Полагая для простоты $V_{21} = W_{32} = V$ и вводя вместо амплитуд a_1 и a_3 их комбинации $b_{1,3} = (a_1 \pm a_3)/\sqrt{2}$, уравнения (4.6) можно переписать в виде $i\dot{b}_1 = \sqrt{2}V^*a_2$, $i\dot{b}_3 = 0$, $i\dot{a}_2 = \sqrt{2}Vb_1$. Из уравнений следует, что состояние системы, соответствующее амплитуде b_3 , не изменяется в процессе взаимодействия. Легко также найти соответствующие волновые функции системы, используя, например, методику, изложенную в разделе 3.3.

⁶ Вопрос об усилении без инверсии населенностей имеет большую историю [48, 5, 27, 43б, 50б, 51]. В работе [27] экспериментально исследовано усиление так называемого трехфотонного излучения при его прохождении через газовые среды, состоящие из двухуровневых атомов, находящихся в сильном резонансном поле. При этом было показано [39б], что причиной усиления без инверсии населенностей являются процессы двухфотонного излучения, вынужденного по одному фотонному полю и спонтанного по другому. В последнее время этот вопрос вновь обсуждался в работе [161], авторы которой, по-видимому, не знакомы с указанными выше публикациями и предлагают аналогичную интерпретацию процессов усиления без инверсии.

Первое слагаемое в дипольном моменте \mathbf{D}_{11} приводит к излучению фотонов с частотой ω_1 , второе — к излучению фотонов с частотой ω_2 . Комплексно-сопряженные слагаемые в выражении приводят к поглощению тех же самых фотонов с той же вероятностью. Поэтому остаются только спонтанные процессы излучения фотонов ω_1 и ω_2 , которые соответствуют процессам рассеяния фотонов ω_1 и ω_2 рэлеевского типа. Указанные процессы когерентного рассеяния в поле двух волн с частотами ω_1 и ω_2 на трехуровневой системе подробно не анализировались и экспериментально не исследовались.

Подчеркнем в заключение, что в зависимости от соотношения между полями \mathcal{E}_1 и \mathcal{E}_2 и матричными элементами \mathbf{d}_{21} и \mathbf{d}_{23} для различных значений расстройек соответствие между индексами квазиэнергетических функций Φ_i и атомных волновых функций Ψ_i будет различным. Это приводит к множеству каналов реакций между атомными волновыми функциями, которые нетрудно классифицировать для всех переходов $\Phi_1 \rightarrow \Phi_j$, $i = 1, 2$, $j = 1, 2$.

5.5. Когерентный перенос населенностей в поле двух импульсов с временной задержкой

В последнее время рассмотрение населенностей уровней в поле волн в трехуровневых системах вызывает большой интерес исследователей. Мы уже упоминали об этих работах для лестничных схем Э. В настоящем разделе мы рассмотрим Λ -систему, когда осуществляется точный однофотонный резонанс $\Lambda \rightarrow 0$. Тогда волновые функции (5.13') и (5.14') можно записать в следующем виде:

$$\Phi_1(t) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\Psi_1 \sin \theta + \Psi_2 + \Psi_3 \cos \theta) \exp(-i\lambda_1 t), \quad (5.26)$$

$$\Phi_2(t) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\Psi_1 \sin \theta - \Psi_2 + \Psi_3 \cos \theta) \exp(-i\lambda_2 t), \quad (5.27)$$

$$\Phi_3(t) = \Psi_1 \cos \theta - \Psi_3 \sin \theta. \quad (5.28)$$

Состояния (5.28), как мы уже отмечали, обладают замечательными свойствами и известны в литературе, как "плененные состояния". Используя эти состояния, можно когерентно эффективно перенести атомные населенности из одного атомного состояния Ψ_1 в Ψ_3 . Действительно, если атом находится в состоянии Ψ_1 до включения лазерных полей и взаимодействие с полем Стокса $\mathcal{E}_2 = \mathcal{E}_s$ включается и выключается раньше, чем накачка $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_p$, то, как видно из выражения (5.15'), θ меняется от нуля до $\pi/2$. Легко видеть, что в этом случае атом переходит из состояния Ψ_1 в Ψ_3 . Для осуществления этого перехода необходимо, чтобы в течение взаимодействия атом всегда оставался в этом "trapping state". Это возможно, если выполняется следующее условие:

$$\dot{\theta} \ll \sqrt{\alpha_1^2 + \alpha_1'^2}. \quad (5.29)$$

Это явление, известное как STIRAP (Stimulated Raman Adiabatic Passage), впервые предсказано в работе [143] и было экспериментально обнаружено в работе [144a]. На рисунке 18, взятом из работы [153], представлены результаты экспериментов по переносу населенности из основного состояния молекулы Na_2 в возбужденное. Из рисунка 18а видно, что эффективный перенос

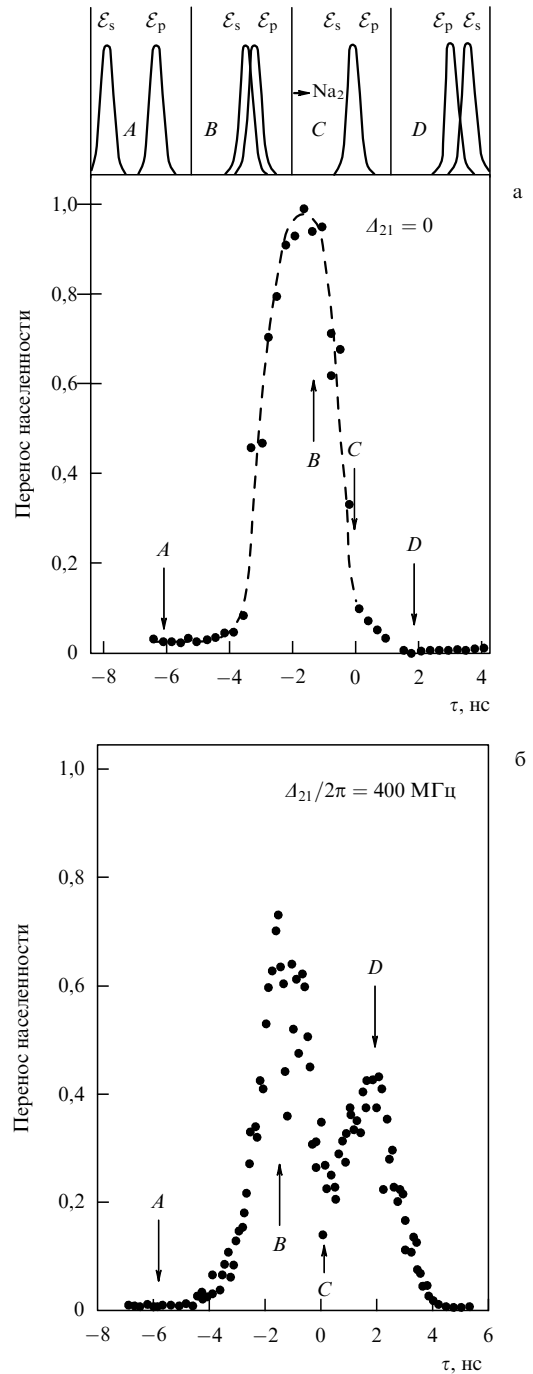


Рис. 18. Результаты эксперимента [153] по переносу населенности с основного на возбужденный уровень в зависимости от временной задержки между полями \mathcal{E}_s и \mathcal{E}_p . Из рисунка (а) видно, что эффективный перенос населенности осуществляется только в случае, когда \mathcal{E}_s включается и выключается раньше, чем \mathcal{E}_p . Эксперимент проведен с молекулярными пучками Na_2 , которые взаимодействуют с пространственно разнесенными непрерывными лазерами при условии точного резонанса $\Delta_{21} = 0$. (б) Результаты эксперимента с большой промежуточной расстройкой.

населенности при $\Delta = 0$ происходит только в случае, если стоксова компонента включается и выключается раньше. Эксперимент, результаты которого представлены на рис. 18б, проводился при большой промежуточной расстройке Δ , т.е. при условии $\alpha_1 \alpha_2 / \Delta \leq 1$. В этом случае исследуемая Λ -система соответствует двухуровневой системе с учетом штарковских сдвигов [103а, 104].

Поэтому порядок включения и не имеет принципиального значения, поскольку адиабатичность процесса взаимодействия обеспечивается существованием расстройки Δ . На рисунке 18б видно появление второго максимума по возбуждению молекул Na_2 даже в случае, когда поле включается раньше.

Поэтому интересно рассмотреть противоположную ситуацию, когда на атомную систему действует сначала накачка \mathcal{E}_p , а потом \mathcal{E}_s при условии адиабатичности (5.29). Условию (5.29) можно придать наглядную форму

$$\sqrt{\mathcal{E}_p^2 d_{21}^2 + \mathcal{E}_s^2 d_{32}^2} T \gg 1, \quad (5.29')$$

где T — время взаимодействия импульсов с атомом, а время задержки $\tau \leq T$.

В работе [159] получены точные решения для взаимодействия двух лазерных импульсов с временной задержкой 2τ с трехуровневой A -системой в случае, когда осуществляются точные резонансы с переходами $1 \rightarrow 2$ и $2 \rightarrow 3$. При $\tau > 0$, где τ — временная задержка между импульсами (рис. 19), т.е. когда \mathcal{E}_s включается раньше, чем \mathcal{E}_p , следуют результаты, приведенные в работе [144а]. В случае $\tau < 0$ получено простое аналитическое решение, при котором наблюдаются осцилляции населенностей возбужденных уровней. Частота осцилляций определяется эффективной площадью двух импульсов и временной задержкой τ между ними. После взаимодействия, т.е. при $t \rightarrow \infty$, имеем следующие атомные населенности:

$$n_1 = 0, \quad n_2 = \sin^2 \beta, \quad n_3 = \cos^2 \beta, \quad (5.30)$$

где

$$\beta = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} [\alpha_1^2 + \alpha_2^2]^{1/2} dt. \quad (5.31)$$

Величина β зависит от интенсивностей и задержки между импульсами τ . Если $\beta = 2\pi n$, атом переходит в состояние Ψ_3 , а при $\beta = \pi(n + 1/2)$ — в состояние Ψ_2 , т.е. должны наблюдаться осцилляции населенностей состояний 2 и 3 в зависимости от τ . Поскольку в расчетах не учитывался спонтанный распад, решение (5.30) будет справедливо при $T \ll t_{sp}$. Поэтому для экспериментального наблюдения указанного эффекта необходимо, чтобы кроме условия (5.29) выполнялось условие $T \ll t_{sp}$. Например, если $T \leq 10^{-9}$ с, то $\mathcal{E} \geq 10^3$ В см $^{-1}$. Осцилляции населенностей в состоянии Ψ_3 были экспериментально обнаружены в работе [145а], однако для

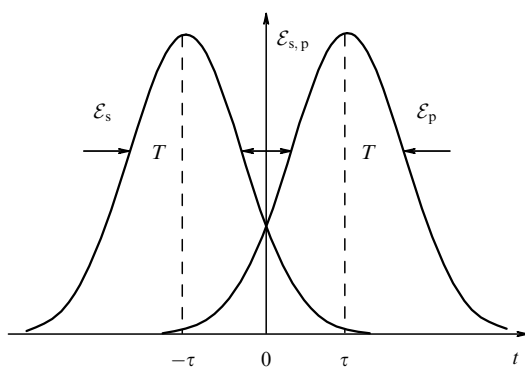


Рис. 19. Временные формы и задержки \mathcal{E}_p и \mathcal{E}_s .

подтверждения справедливости выражений (5.30) требуется проведение более детальных измерений.

5.6. Схема V

Схема, представленная на рис. 10в (V -система), не требует отдельного рассмотрения. Волновые функции системы "атом типа V в двух полях, близких к резонансу с переходами $1 \rightarrow 2$ и $1 \rightarrow 3$ ", получаются из выражений для Φ_s (4.15) переобозначениями индексов $1 \leftrightarrow 2$ и заменой $\omega_1 \rightarrow -\omega_1$. Тогда вместо (4.15) имеем [160]

$$\Phi_s = C'_s \exp[-i(E_1 + \lambda_s + A_{21})t] \times \left\{ U_1 + \frac{V_{21}}{\lambda_s} \exp(-i\omega_1 t) U_2 + \frac{V_{31}}{\lambda_s - A_{32}} \exp(-i\omega_2 t) U_3 \right\} \quad (5.32)$$

с нормировочным множителем C'_s , равным

$$C'_s = \left\{ 1 + \frac{|V_{21}|^2}{\lambda_s^2} + \frac{|V_{31}|^2}{(\lambda_s - A_{32})^2} \right\}^{-1/2}. \quad (5.33)$$

Величины λ_s удовлетворяют уравнению (4.14) с вышеуказанными заменами. Тогда (4.14) примет вид

$$\lambda(\lambda + A_{21})(\lambda - A_{32}) - (\lambda - A_{32})|V_{21}|^2 - \lambda|V_{31}|^2 = 0, \quad (5.34)$$

где $A_{32} = E_3 - E_2 + \omega_1 - \omega_2$, $A_{21} = E_2 - E_1 + \omega_1$.

В случае точных резонансов $A_{21} = A_{32} = 0$ функцию (5.32) можно представить в следующем виде:

$$\Phi_3 = \Psi_2 \cos \theta - \Psi_3 \sin \theta, \quad (5.35)$$

$$\Phi_{1,2} = \frac{\exp(\pm i\lambda t)}{\sqrt{2}} [\Psi_2 \sin \theta \pm \Psi_1 + \Psi_3 \cos \theta], \quad (5.36)$$

где

$$\lambda = \frac{2}{\hbar} \sqrt{|\mathbf{d}_{12} \cdot \vec{\mathcal{E}}_1|^2 + |\mathbf{d}_{13} \cdot \vec{\mathcal{E}}_2|^2}, \quad (5.37)$$

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{|\mathbf{d}_{12} \cdot \vec{\mathcal{E}}_1|}{|\mathbf{d}_{13} \cdot \vec{\mathcal{E}}_2|}. \quad (5.38)$$

Таким образом, большинство результатов, полученных для A -систем, можно без труда перенести на V -системы. Однако, поскольку для V -системы "плененное" состояние (5.35) соответствует комбинации двух атомных функций, находящихся на верхних уровнях, то из-за их радиационного распада будет нарушаться когерентность. Благодаря этому нарушению когерентности легко объяснить так называемый парадокс Зенона [162, 163].

6. Заключение

Обзор был написан для привлечения внимания физиков, не только уже интенсивно работающих в области взаимодействия излучения с атомами, но и для тех, кто только вступает в эту интересную и многообещающую область. На протяжении всего обзора я старался показать, что изучение "чистых" явлений (пренебрежение столкновениями, движением атомов и другими релаксационными явлениями) вблизи резонансных переходов может иметь исключительно важное значение для решения фундаментальных и прикладных проблем. Послед-

ние успехи в "охлаждении" атомов, а также проведение экспериментов с "газом" примесных атомов в твердых телах при сверхнизких температурах дадут возможность проводить эксперименты, в которых влиянием релаксационных процессов можно пренебречь, и значительно продвинуться в получении новых физических результатов. Единственная релаксация, которой нельзя избежать, это само радиационное затухание, которое всегда будет присутствовать в экспериментах по взаимодействию излучения с веществом. В связи с этим в обзоре было уделено внимание так называемым "процессам первого порядка по слабому полю", которые и будут определять затухание и релаксацию волновых функций "атомов в резонансных сильных полях".

Я хочу также отметить, что при современном росте потока информации и углублении узкой специализации ученых все труднее становится следить за публикациями. Мне, например, при написании обзора пришлось целый ряд новых публикаций связать с результатами, полученными в этой области примерно 15–20 лет тому назад. В связи с этим я хотел бы поблагодарить всех участников традиционных узких совещаний в Аштараке по "Резонансному взаимодействию лазерного излучения с веществом", которые в разные годы начиная с 70-х годов участвовали в дискуссиях и обсуждениях изложенных в обзоре вопросов.

К сожалению, многие вопросы остались неосвещенными в обзоре. Это прежде всего вопросы, для которых необходимо использовать квантованное электромагнитное поле. Из вопросов, которые можно "понять" на языке классических представлений электромагнитных полей и которые пришлось опустить, — это вопросы, связанные с поведением четырехуровневых систем в резонансных полях, с исследованиями системы "атом + поле" во внешних постоянных полях, с поляризационными явлениями, с переходами в непрерывный спектр, ионизационными процессами и др. Я надеюсь в дальнейшем восполнить этот пробел.

За последний год в микроскопической нелинейной оптике получено большое количество новых результатов. Перечислим наиболее существенные достижения, которые помогут читателям обзора ориентироваться в тенденциях развития этой области.

1. Эксперименты по исследованию резонансной флуоресценции проводятся уже на отдельных ионах, захваченных в "ловушки" и охлажденных до сверхнизких температур. В работе [164], используя гетеродинный метод измерения спектра, достигнута точность измерения в несколько герц. Разделены и исследованы классические и квантовые (антигруппировка) характеристики резонансной флуоресценции.

2. Получили большое развитие работы по созданию лазера на одном атоме. В целом ряде публикаций (см., например, [165] и цитируемую там литературу) приводятся результаты теоретических и экспериментальных исследований в этой области.

3. Интенсивно развивается новое направление, которое возникло на стыке квантовой оптики и теории информации (квантовые компьютеры). Особенно много публикаций появляется в последние годы (см., например, [166] и цитируемую там литературу). В этой области могут быть достигнуты важные практические результаты, которые в настоящее время представляются иллюзорными.

При написании обзора мне неоценимую помощь оказали Г. Григорян, Р. Унанян и в подготовке рукописи к печати — В. Никогосян, Е. Пашаян, которым я выражаю глубокую благодарность.

Работа частично финансировалась Министерством образования и науки Республики Армения в рамках темы N 96-772 и Соросовской программой образования в области точных наук (ISSEP, грант № 170 е.р.).

Приложение

При рассмотрении процессов первого порядка в разделах 2.5, 2.6 мы пренебрегали затуханием верхнего уровня, т.е. считали, что выполняется условие $2|\mathbf{d} \cdot \vec{\mathcal{E}}| \gg \hbar\Gamma$. Поэтому для сравнения приведенных в разделах 2.5, 2.6 результатов с результатами работ [40, 43а] необходимо и в последних рассмотреть аналогичный предел при $\Gamma \rightarrow 0$ и $\alpha^2 \gg 1$. Вначале сравним выражения для резонансной флуоресценции.

Используя формулу

$$\lim_{(\omega' - \omega)^2 - \Gamma^2} \Gamma = \pi \delta(\omega' - \omega),$$

получим из работы [40] выражение для спектрального распределения резонансной флуоресценции при $\alpha^2 \gg 1$:

$$g(\omega') = \frac{\pi}{2\alpha^2} \delta(\omega' - \omega) + \frac{\pi}{2} \delta(\omega' - \omega) + \frac{\pi}{4} \delta(\omega' - \omega + \Omega) + \frac{\pi}{4} \delta(\omega' - \omega - \Omega). \quad (\text{П.1})$$

Первые два слагаемых в приведенном выражении соответствуют когерентной и некогерентной частям несмещенного (рэлеевского рассеяния). Соответствующие этому пределу вероятности излучения, полученные в [40], полностью совпадают с выражениями (2.56), (2.60) для мгновенного включения взаимодействия. При адиабатическом включении взаимодействия несмещенное рассеяние полностью когерентно в противоположность мгновенному включению, где при $\alpha^2 \gg 1$ оно полностью некогерентно и его вероятность равна сумме вероятностей, определяемых выражениями (2.56), (2.60). Это легко понять, учитывая, что $\mathbf{D}_{11} = -\mathbf{D}_{22}$ и при $\alpha \gg 1$

$$\Phi' = \frac{1}{\sqrt{2}} (\Psi_1 + \Psi_2).$$

Следующие два слагаемых для спектрального распределения на боковых частотах $\omega \pm \Omega$ выражения (П.1) и соответствующие выражения работы [40] полностью совпадают при $\Gamma \rightarrow 0$ и $\alpha^2 > 1$ с выражениями (2.61) и (2.62) (если из них выделить спонтанные части, т.е. положить $n_{ke} = 0$). При адиабатическом включении взаимодействия появляется только одна боковая линия в резонансной флуоресценции ($\omega' = \omega - \Omega$ при $\Delta > 0$ и $\omega' = \omega + \Omega$ при $\Delta < 0$) соответственно слева или справа от частоты сильного резонансного поля.

Аналогичным способом проводится сравнение результатов работы [43а] с приведенными в разделах 2.4 и 2.5 выражениями для вынужденного процесса поглощения и излучения системы "атом + резонансное поле". При $\alpha^2 \gg 1$ из (2.61) и (2.62) следуют выражения для вынужденного излучения ($dW > 0$) и вынужденного

поглощения ($dW < 0$) соответственно на частотах $\omega \pm \Omega$:

$$dW_{\omega \mp \Omega} = \frac{\pm(\omega \mp \Omega)^2}{8\pi\hbar c^3 \alpha} |\mathbf{d} \cdot \mathbf{e}^*|_{\mathbf{k}'\mathbf{e}'}^* \operatorname{sgn} \Delta dO'. \quad (\text{П.2})$$

При адиабатическом включении взаимодействия выражение (П.2) нужно разделить на α .

Список литературы

- Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Квантовая механика* (М.: Наука, 1980)
- Шифф Л Н *Квантовая механика* (М.: ИЛ, 1959)
- а) Боголюбов Н Н, Митропольский Ю А *Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний* (М.: Физматгиз, 1958)
б) Sen-Cupta *Indian J. Phys.* **8** 127 (1970); *J. Phys. A: Gen. Phys.* **3** 618 (1970); *Rev. BOUM. Phys.* **15** 1003 (1970)
- Тер-Микаелян М Л, Меликян А О *ЖЭТФ* **58** 281 (1970)
- Тер-Микаелян М Л Препринт ИФИ АН Армении № 74 (Ереван, 1974)
- Rabi I I *Phys. Rev.* **51** 632 (1937)
- Shwinger I, Karplus R *Phys. Rev.* **51** 648 (1937)
- Bloch F, Siegert A J *Phys. Rev.* **57** 522 (1940)
- Абрагам А *Ядерный магнетизм* (М.: ИЛ, 1963)
- Микаелян А Л, Тер-Микаелян М Л *Уч. зап. ЕГУ. Сер. Физ.* (2) 1 (1966); Mikaelian A L, Ter-Mikaelian M L *Prog. in Opt.* **7** 233 (1969)
- Микаелян А Л, Тер-Микаелян М Л, Турков Ю Г *Оптические генераторы на твердом теле* (М.: Сов. радио, 1967)
- Feynman R, Vernon F, Hellwarth R J. *Appl. Phys.* **28** 49 (1957)
- Аллен Л, Эберли Д *Оптический резонанс и двухуровневые атомы* (М.: Мир, 1978)
- Делоне Н Б, Крайнов В П *Атом в сильном световом поле* (М.: Энергоатомиздат, 1984)
- Hocker G B, Tang C L *Phys. Rev. Lett.* **21** 591 (1968)
- Bassini M et al. *Opt. Com.* **21** 263 (1977)
- Kramers N A, Heisenberg W Z. *Phys.* **31** 691 (1925)
- Cohen-Tannoudji C *Optical Pumping and interaction of Atoms with the Electromagnetic field* (Ecole d'ate de physique theorique de Cargese, France, 1967)
- Gryshkovsky D *Phys. Rev. A* **14** 802 (1976)
- а) Ритус В И *ЖЭТФ* **51** 1544 (1966)
б) Никишов А И, Ритус В И *ЖЭТФ* **46** 776 (1964)
- Зельдович Я Б *УФН* **110** 139 (1973); *ЖЭТФ* **51** 1492 (1966)
- Меликян А О, Тер-Микаелян М Л *Изв. АН СССР. Сер. Физ.* **46** 1004 (1982)
- Bavli R, Metiu N *Phys. Rev. Lett.* **69** 1986 (1992)
- Kastler A *Phys. Today* **20** (9) 34 (1967); *JOSA* **47** 460 (1957)
- Александров Е Б и др. *Письма в ЖЭТФ* **3** 53 (1966)
- Бонч-Бруевич А М, Ходовой В А, Чигирь Н А *ЖЭТФ* **67** 2069 (1974)
- Арутюнян В М и др. *ЖЭТФ* **60** 62 (1971)
- Кирич Ю М и др. *Письма в ЖЭТФ* **9** 7 (1969)
- Autler S H, Townes C H *Phys. Rev.* **100** 703 (1955)
- а) Schabert A, Keil R, Toschek P *Opt. Com.* **13** 265 (1975)
б) Bradley D J, Gale G M, Smith P D J. *Phys. B* **3** 11 (1970)
- Liao P F, Bjorkholm J E *Phys. Rev. Lett.* **34** 1540 (1975)
- Liao P E, Bjorkholm J E *Opt. Com.* **16** 392 (1976)
- Treacy E, De-Maria A J *Phys. Lett. A* **29** 369 (1969)
- Loy M M T *Phys. Rev. Lett.* **32** 814 (1974); **47** 473 (1978)
- Brewer R G, Shoemaker R L *Phys. Rev. Lett.* **28** 1430 (1972)
- Carlsten J L, Szoke A, Raymer V G *Phys. Rev. A* **15** 1029 (1977)
- Weiskopf V Z. *Phys.* **85** 451 (1933)
- Бадалян Н Н, Ирадян В А, Мовсесян М Е *Письма в ЖЭТФ* **8** 518 (1968)
- а) Kryzhanovsky B V, Melikyan A O *Opt. Com.* **29** 164 (1979); Крыжановский Б В, Меликян А О *КЭ* **11** 126 (1984); Крыжановский Б В, Меликян А О *ЖЭТФ* **79** 2063 (1980)
б) Крючков Г Ю и др. *ЖЭТФ* **88** 226 (1985)
в) Тер-Микаелян М Л *Изв. АН Армении. Сер. Физ.* **33** 2 (1997); Ter-Mikaelian M L *J. Contemp. Phys. Armenia* **33** 15 (1997)
- Mollow B R *Phys. Rev.* **188** 1969 (1969); *Phys. Rev. A* **12** 1919 (1975)
- Александров Е Б, Бонч-Бруевич А М, Чигирь Н А *Письма в ЖЭТФ* **8** 102 (1973)
- Апанасевич Н А *Докл. АН БССР* **12** 878 (1968); *Опт. и спектроск.* **16** 709 (1964)
- а) Wu F et al. *Phys. Rev. Lett.* **38** 1077 (1977)
б) Mollow B R *Phys. Rev. A* **5** 2217 (1972)
- Grove R, Wu F, Ezekiel S *Phys. Rev. A* **15** 227 (1977)
- Grove R, Wu F, Ezekiel S *Phys. Lett.* **35** 1426 (1975)
- Shuda F, Stroud C, Hercher M J. *Phys. B* **7** L 198 (1974)
- Walther H et al. *Z. Phys. A* **278** 205 (1976)
- Раутиан С Г, Собельман И И *ЖЭТФ* **41** 456 (1961)
- Морозов В А *Опт. и спектр.* **26** 9 (1969)
- а) Stroud C R *Phys. Rev. A* **3** 1044 (1971)
б) Haroche B R, Hartmann F *Phys. Rev. A* **6** 1280 (1972)
- Cohen-Tannoudji C, Reynaud S J. *Phys. B* **10** 345, 365 (1977)
- Aspect A et al. *Phys. Rev. Lett.* **45** 617 (1980)
- Бакланов Е Б *ЖЭТФ* **65** 5 (1973)
- Рубин П Л, Соколовский Р И *ЖЭТФ* **56** 362 (1969)
- Раутиан С Г *Труды ФИАН* **43** (1968)
- а) Mandel L *Opt. Lett.* **4** 205 (1979); *JOSA* **10** 51 (1979)
б) Garmichael H, Walls D J. *Phys. B* **9** L 43 (1976)
в) Kimble H, Mandel L *Phys. Rev. A* **13** 2123 (1976); **15** 698 (1977)
- Huang C, Mandel L *Phys. Rev. A* **18** 644 (1978)
- Dagenais M, Mandel L *Phys. Rev. A* **18** 2217 (1978)
- а) Kimble H, Dagenais M, Mandel L *Phys. Rev. A* **18** 201 (1978)
б) Diedrich F, Walter H *Phys. Rev. Lett.* **58** 203 (1987)
в) Short R, Mandel L *Phys. Rev. Lett.* **51** 384 (1983)
г) Schubert M et al. *Phys. Rev. Lett.* **68** 3016 (1992)
- а) Крыжановский Б В, Меликян А О *КЭ* **11** 126 (1984)
б) Крючков Г Ю, Тер-Микаелян М Л *ДАН СССР* **286** (3) 621 (1986)
в) Apanasevich P A, Kilin S J J. *Phys. B* **12** L83 1977
- Гореславский С П, Крайнов В П *Опт. и спектр.* **47** 825 (1979)
- Бонч-Бруевич А М, Варганян Т А, Чигирь Н А *ЖЭТФ* **50** 901 (1979)
- а) Manson N B, Wei C, Martin J P D *Phys. Rev. Lett.* **76** 3943 (1996)
б) Маныкин Э А и др. *Письма в ЖЭТФ* **56** 74 (1992)
- Меликян А О *Докл. АН Арм. ССР* **51** 214 (1970)
- Гореславский С П, Яковлев В П *Изв. АН СССР. Сер. Физ.* **37** 2211 (1973)
- Rosen N, Zener C *Phys. Rev.* **40** 50 (1932)
- Bambini A, Berman P R *Phys. Rev. A* **23** 2496 (1981)
- Carroll C E, Hioe F T J. *Phys. A: Math. Gen.* **19** 3579 (1986)
- а) Унанян Р *ЖЭТФ* **101** 1463 (1992)
б) Kelner S R et al. *Laser Phys.* **3** 623 (1993)
- Рапопорт Л П, Зон Б А, Манаков Н Л *Теория многофотонных процессов в атомах* (М.: Атомиздат, 1978)
- Бакаев Д С и др. *ЖЭТФ* **83** 1297 (1982)
- Chang C S, Stehle P *Phys. Rev. A* **4** 641 (1971)
- Гореславский С П, Крайнов В П *ЖЭТФ* **76** 26 (1979)
- Swain S *Phys. Rev. A* **5** 1587 (1972)
- Cuccione R A, Gush H P *Phys. Rev. A* **10** 1474 (1974)
- Proznits D, Wildman D W, George E V *Phys. Rev. A* **16** 1165 (1977)
- а) Agarval C S, Nayak N *JOSA B* **1** 164 (1984)
б) Agarval C S et al. *JOSA B* **8** 1163 (1991)
в) Jakov M et al. *Phys. Rev. Lett.* **78** 1 (1996)
г) Stalgies Y et al. *Europhys. Lett.* **35** (4) 259 (1996)
- а) Казанцев А П *УФН* **124** 113 (1978)
б) Balykin V L, Lethokov V S *Phys. Today* **42** (4) 23 (1989)
- Пржибельский С Г *Опт. и спектроск.* **35** 715 (1973); **42** 17 (1977)
- Крючков Г Ю *ЖЭТФ* **83** 1992 (1982)
- Меликян А О *ЖЭТФ* **68** 1228 (1975)
- а) Меликян А О, Саакян С П *Докл. АН Арм. ССР* **59** 241 (1974)
б) Krainov V P, Mulyukov Z S *Laser Phys.* **4** 544 (1994)
- Тер-Микаелян М Л *Изв. АН Армении. Сер. Физ.* **32** (3) 125 (1997); Ter-Mikaelian M L *J. Contemp. Phys. Armenia* **32** (3) 5 (1997)
- Коварский В А и др. *Неадиабатические переходы в сильном электромагнитном поле* (Кишинев: Штиинца, 1980)
- а) Коварский В А, Перельман Н Ф, Авербух И Ш *Многочастотные процессы* (М.: Энергоатомиздат, 1985)
б) Дыхне А М *ЖЭТФ* **41** 1324 (1961)
- Born N, Fock V Z. *Phys.* **51** 165 (1928)

87. Меликян А О, Саакян С П Препринт ИФИ АН Армении N 76-16 (Ереван, 1977)
88. Ter-Mikaelian M L, Grigorian G G *Laser Phys.* **5** 1171 (1995); *Opt. Com.* **119** 56 (1995)
89. Апанасевич П А *Основы теории взаимодействия света с веществом* (Минск: Наука и техника, 1977)
90. Бахрамов А С, Тартаковский Р Х, Хабибулаев П К *Нелинейные резонансные процессы и преобразования частоты в газах* (Ташкент: Фан, 1981)
91. Александров Е Б, Хвостенко Г И, Чайка М П *Интерференция атомных состояний* (М.: Наука, 1991)
92. а) Килин С Я *Квантовая оптика, поля и их детектирование* (Минск: Наука и техника, 1990)
б) Клышко Д Н *Фотоны и нелинейная оптика* (М.: Наука, 1980)
93. а) Летохов В С, Чеботаев В П *Принципы нелинейной лазерной спектроскопии* (М.: Наука, 1975)
б) Раутиан С Г, Смирнов Г И, Шалагин А М *Нелинейные резонансы в спектрах атомов и молекул* (Новосибирск: Наука, 1979)
в) Попов А К *Введение в нелинейную спектроскопию* (Новосибирск: Наука, 1979)
г) Маныкин Э А, Самарцев В В *Оптическая эхо-спектроскопия* (М.: Наука, 1984)
д) Shore B W *The Theory of Coherent Atomic Excitation* (New York: Wiley, 1990)
е) Cohen-Tannoudji C, Dupon-Roc J, Grynberg G *Atom-Photon Interaction* (New York: Wiley, 1992)
94. Шен И Р *Принципы нелинейной оптики* (М.: Наука, 1989)
95. Бломберген Н УФН **97** 307 (1969); *Нелинейная оптика* (М.: Мир, 1966)
96. Ахманов С А, Хохлов Р В *Проблемы нелинейной оптики* (М.: АН СССР, Инст. научн. инф., 1964)
97. а) Бутылкин В С и др. *Резонансные взаимодействия света с веществом* (М.: Наука, 1977)
б) Акулин В М, Карлов Н В *Интенсивные резонансные взаимодействия в квантовой электронике* (М.: Наука, 1987)
в) Коротеев Н И УФН **152** 493 (1987)
г) Ахманов С А, Выслоух В А, Чиркин А С *Оптика фемтосекундных лазерных импульсов* (М.: Наука, 1988)
98. Пантел Р, Путхов Г *Основы квантовой электроники* (М.: Мир, 1972)
99. Басов Н Г, Прохоров А М ЖЭТФ **28** 249 (1955)
100. а) Javan A, in *Proc. of the Intern. School of Physics Enrico Fermi Course XXX** (New York, 1964) p. 284; *Phys. Rev.* **107** 1579 (1970)
б) Haensch T, Toschek P E *Z. Phys.* **236** 213 (1970)
в) Бетеров И М, Чеботаев В П *Письма в ЖЭТФ* **9** 216 (1969)
101. Тер-Микаелян М Л, Саркисян М А Препринт ИФИ-75-26 (Ереван, 1975)
102. Глушко Б А, Чалтыкян В О Препринт ИФИ-75-25 (Ереван, 1975); *Изв. АН Арм. ССР. Сер. Физ.* **13** 260 (1978)
103. а) Саркисян М А, Тер-Микаелян М Л *Изв. АН СССР. Сер. Физ.* **42** 2574 (1978)
б) Band Y B, Magnes O *Phys. Rev. A* **50** 584 (1993)
в) Broers B et al. *Phys. Rev. Lett.* **69** 2062 (1992)
104. Grishkovsky M, Loy M T *Phys. Rev. A* **12** 1117, 2514 (1975)
105. Саркисян М А Докл. АН Арм. ССР **15** (1) 23 (1977)
106. Kroll N M, Watson K M *Phys. Rev. A* **13** 1018 (1976)
107. Lau A M F *Phys. Rev. A* **13** 139 (1976)
108. Lau A M F *Phys. Rev. A* **14** 279 (1976)
109. Зон Б А ЖЭТФ **75** 834 (1981)
110. а) Федоров М В ЖЭТФ **77** 2200 (1979)
б) Газазян А Д, Саркисян М А Препринт ИФИ 80-93 (Аштарак, 1980)
111. Gazazian A D, Sarkissian M A *Phys. Lett. A* **78** 153 (1980)
112. Зон Б А, Кацнельсон Б Г ЖЭТФ **80** 474 (1981)
113. Кузьмин М В, Сазонов В Н ЖЭТФ **79** 1759 (1980)
114. Кузьмин М В, Сазонов В Н ЖЭТФ **83** 50 (1982)
115. Кузьмин М В КЭ **8** (1) 20 (1981)
116. Меликян А О, Саакян С Г, Саркисян М А КЭ **12** 1446 (1985)
117. Ter-Mikaelian M L, Sarkissian M A, in *Proc. 6-th Int. Conf. on Atomic Physics* (Riga: Zinatne (1978) p. 462; Тер-Микаелян М Л, Саркисян М А Препринт ИФИ-78-75 (Ереван, 1978)
118. Меликян А О, Саакян С Г ЖЭТФ **76** 1530 (1979)
119. Григорян Г Г, Тер-Микаелян М Л, Меликджанов Д Д *Опт. и спектр.* **67** 998 (1989)
120. Беленов Е М, Полуэктов И А ЖЭТФ **56** 1407 (1969)
121. а) Loy M T *Phys. Rev. Lett.* **36** 802, 1454 (1976)
б) Маныкин Э А, Афанасьев А М ЖЭТФ **48** 931 (1965)
в) Маныкин Э А, в сб. *Прохождение излучения через вещество* (М.: Атомиздат, 1968) с. 72
г) Маныкин Э А, Афанасьев А М ЖЭТФ **52** 1246 (1976)
д) Chen Ge, Yi Yian Vin, Elliot D S *Phys. Rev. Lett.* **64** 507 (1990)
122. а) Василенко Л С, Чеботаев В П, Шишаев А В *Письма в ЖЭТФ* **12** 161 (1970)
б) Beterov I M, Chebotaev V P *Progr. Quantum. Electronics* **3** 1 (1974)
123. Biraben F, Cognac B, Grynberg G *Phys. Rev. Lett.* **32** 643 (1974)
124. Levenson M D, Blombergen N *Phys. Rev. Lett.* **32** 645 (1974)
125. Hänsch T W et al. *Opt. Com.* **11** 50 (1974)
126. Bjorkholm J E, Liao P F *Phys. Rev. Lett.* **33** 128 (1974)
127. Bjorkholm J E, Liao P F *Phys. Rev. A* **14** 751 (1976)
128. Bjorkholm J E, Liao P F *Phys. Rev. Lett.* **36** 1543 (1976); *Opt. Com.* **21** 132 (1977)
129. Hänsch T W et al. *Phys. Rev. Lett.* **34** 307 (1975)
130. Lee S A, Wallenstein R, Hänsch T W *Phys. Rev. Lett.* **35** 1262 (1975)
131. Gryshkovsky D, Loy M M, Liao P F *Phys. Rev. A* **12** 2514 (1975)
132. Sarkissian M A, in *Proc. 2-nd Int. Conf. of Trends in Quant. Electr.* (Bucharest, 1985); *Revue Roumaine de Phys.* **32** 189 (1987)
133. Аникин В И и др. КЭ **3** 330 (1976)
134. Бадалян Н Н, Ирадян В А, Мовсесян М Е *Письма в ЖЭТФ* **6** 631 (1967)
135. Rokni M, Yatsiv S *Phys. Lett. A* **24** 277 (1967)
136. а) Sorokin P P et al. *Appl. Phys. Lett.* **10** 44 (1967)
б) Gray H R, Whitley R M, Stroud C R *Opt. Lett.* **3** 218 (1978)
в) Gray H R, Stroud C R *Opt. Com.* **25** 359 (1979)
г) Сапонджян С О, Саркисян Д Г КЭ **10** 1614 (1983)
д) Сапонджян С О, Саркисян Д Г, Торосян Г А КЭ **12** 963 (1985)
137. Тер-Микаелян М Л Препринт ИФИ 82-102 (Ереван, 1982); Ter-Mikaelian M L, in *Proc. Inter. Conf. and School "Lasers and Applications"* (Bucharest, 1982) p. 453
138. Крыжановский Б В *Опт. и спектр.* **55** 1024 (1983)
139. Крыжановский Б В, Сулханян Р В, Тер-Микаелян М Л *Изв. АН Арм. ССР. Сер. Физ.* **18** 83 (1983)
140. Крыжановский Б В, Меликян А О КЭ **11** 126 (1984)
141. Крыжановский Б В, Меликян А О КЭ **136** 734 (1986)
142. Тер-Микаелян М Л, Мовсесян Р Е Препринт ИФИ 23-75 (Ереван, 1975)
143. Oreg J, Hioe F T, Eberly J H *Phys. Rev. A* **29** 690 (1984)
144. а) Goubatz U et al. *Chem. Phys. Lett.* **149** 463 (1988)
б) Kulinski J R et al. *Phys. Rev. A* **40** 6741 (1989)
145. а) Schieman S et al. *Phys. Rev. Lett.* **71** 3637 (1993)
б) Glushko B, Kryzhanovsky B *Phys. Rev. A* **46** 2823 (1992)
в) Vitanov N V, Stenholm S *Phys. Rev. A* **55** 648 (1997)
146. а) Azetta G et al. *Nouvo Cim. B* **36** 5 (1976)
б) Arimindo E, Orriols G *Nouvo Cim. Lett.* **17** 333 (1976)
147. Gray H R, Whitley R W, Stroud C R *Opt. Lett.* **3** 218 (1978)
148. Кочаровская О А, Ханин А Я *Письма в ЖЭТФ* **48** 581 (1988)
149. Scally M, Zhu S Y, Gavrielides A *Phys. Rev. Lett.* **62** 2813 (1989)
150. а) Aspect A et al. *Phys. Rev. Lett.* **61** 826 (1988)
б) Lawall J et al. *Phys. Rev. Lett.* **73** 1915 (1994)
151. Esslinger T et al. *Phys. Rev. Lett.* **76** 2432 (1996)
152. Газазян А Д, Унанян Р Г ЖЭТФ **108** 1917 (1995)
153. Goubatz U et al. *J. Chem. Phys.* **92** 5363 (1990)
154. Laine T A, Stenholm S *Phys. Rev. A* **53** 2501 (1996)
155. Bergmann K, Martin J, Shore B W, in *Coherence and Quantum Optics VII* (Eds J H Eberly, L Mandel, E Wolf) (Plenum Pup. Corp., 1995)
156. а) Shore B W et al. *Phys. Rev. A* **53** 566, 583 (1995)
б) Mart P, Zoller, Hall J L *Phys. Rev. A* **44** 4118 (1991)
в) Pillet P et al. *Phys. Rev. A* **48** 845 (1993)
157. Aspect A et al. *JOSA* **36** 2112 (1989)
158. Агапьев Б Д и др. УФН **163** 1 (1993)
159. Ter-Mikaelian M L, Unanyan R G *Laser Phys.* **6** 380 (1996)
160. Мовсесян Р Е, Чалтыкян В О Докл. АН Армении **LI** 33 (1971)
161. Sellin P B et al. *Phys. Rev. Lett.* **78** 1432 (1997)
162. Itano W N et al. *Phys. Rev. A* **41** 2295 (1990)

163. Халфин Л А *УФН* **160** 185 (1990)
164. Hoefts J T et al. *Opt. Commun.* **133** 179 (1997)

165. Meyer G M, Loeffler M, Walther *Phys. Rev. A* **56** 56 (1997)
166. Maitre X, Haroche S *Phys. Rev. Lett.* **79** 769 (1997)

Simplest atomic systems in resonant laser fields

M.L. Ter-Mikaelyan

Institute for Physical Research
Armenian Academy of Sciences
378410 Ashtarak-2, Armenia
Tel. (374) 28-81 50; (852) 28-81 50
Fax (885) 390-68 67
E-mail: root@ipr.arminco.com

The interaction of simplest, two- and three-level atomic systems with mono- and nonmonochromatic laser radiation near resonant transitions is discussed nonperturbatively based on the Schrödinger equation with radiation attenuation and no collisional relaxation. The mathematical schemes employed include the resonant approximation, exact methods, the quasi-energy method, adiabatic approximation, etc. A large number of physical phenomena, such as oscillating and inverted population, self-induced resonances, processes of first order in the field, Raman scattering, coherent population transfer, etc. are considered. The review is intended for a broad readership.

PACS numbers: **32.80.-t**, **42.50.-p**

Bibliography — 166 references

Received 11 November 1996, revised 23 July 1997