

ОБОЗРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

Киральные электродинамические объекты

Б.З. Каценеленбаум, Е.Н. Коршунова, А.Н. Сивов, А.Д. Шатров

Приводится обзор ряда новых теоретических результатов в проблеме создания и исследования искусственных сред с пространственной дисперсией и структур, обладающих киральными свойствами в микроволновом диапазоне волн. Результаты получены, в основном, при изучении киральных объектов в виде длинных спиралей малого по сравнению с длиной волны радиуса и решеток из таких спиралей. В этих структурах обнаружены сильные поляризационно-селективные резонансные явления, обуславливающие богатый набор их электродинамических свойств.

PACS numbers: 41.20.Jb, 42.25.Ja, **78.90.+t**, 84.40.Cb

Содержание

1. Введение. Феноменологическая теория (1201).

1.1. Пространственная дисперсия. Материальные уравнения.
1.2. Обобщенная круговая поляризация. 1.3. Киральность как возмущение, снимающее вырождение. Волноводы с киральной средой. 1.4. Тела с электрической и магнитной проводимостью поверхности вдоль одного направления. Инвариантность круговой поляризации.

2. Тонкие цилиндры с винтовой проводимостью поверхности как киральные объекты (1205).

2.1. Свойства направляемых волн. 2.2. Низкочастотные резонансы в одиночных цилиндрах при дифракции плоской волны.

3. Дифракция на решетках из цилиндров с винтовой проводимостью поверхности (1209).

3.1. Решетка из цилиндров с электрической и магнитной проводимостью поверхности. 3.2. Решетка из полых цилиндров с электрической проводимостью поверхности. 3.3. Гиротропные и фильтрующие свойства каскада из двух решеток.

Список литературы (1212).

1. Введение. Феноменологическая теория

Статья содержит обзор некоторых новых результатов, полученных в недавно возникшем направлении в теории и применении искусственных сред с пространственной дисперсией — так называемых киральных сред. Это

направление состоит в исследовании и создании таких сред, которые проявляют киральные свойства не в оптике (оптическая активность), а в радиодиапазоне, на сантиметровых и миллиметровых волнах. Киральность связана со свойствами симметрии элементов, на основе которых создана искусственная среда. Возможности, которыми могут обладать искусственные среды, шире, чем в оптическом диапазоне, где киральность объясняется свойствами молекул, так как элементы искусственных сред могут обладать сложной структурой. В частности, они могут проявлять резонансные свойства, хотя их размеры малы по сравнению с длиной волны.

Искусственные киральные среды могут быть не только "трехмерными"; они могут быть тонкими по сравнению с длиной волны. Новые результаты, приведенные в обзоре, получены, в основном, именно при исследовании киральных объектов в виде длинных спиралей малого радиуса, решеток из них и каскадов таких решеток. Оказалось, что эти объекты обладают богатым набором электродинамических свойств.

В настоящее время несколько научных коллективов проводят теоретические и экспериментальные исследования искусственных киральных сред — в Финляндии, США, Белоруссии, России, Франции, Германии, ЮАР. Начиная с 1993 г. проводятся Международные конференции по этой тематике. Последняя состоялась в России в 1996 г. В обзоре литературы, приведенном в Трудах [1] конференции, указано 109 работ по электродинамике искусственных сред, выполненных только за 1995 г. Наиболее полно эта проблематика освещена в монографии [2].

Введение содержит краткое изложение основ феноменологической теории, а также некоторые основные результаты, в частности — новые (разделы 1.3, 1.4), полученные в рамках этой теории.

1.1. Пространственная дисперсия.

Материальные уравнения

Представление о том, что существует однозначная зависимость между электрической индукцией $\mathbf{D}(\mathbf{r}, t)$ и

Б.З. Каценеленбаум. Институт радиотехники и электроники РАН, 103907 Москва, ул. Моховая 11, Россия

Тел. (095) 203-48-36

Факс (095) 203-84-14

Е.Н. Коршунова, А.Н. Сивов, А.Д. Шатров. Институт радиотехники и электроники РАН,

141120 г. Фрязино, Московская обл., пл. Введенского 1, Россия

Тел. (095) 526-92-66

Факс (095) 203-84-14

Статья поступила 29 мая 1997 г.

напряженностью электрического поля $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ ¹

$$\mathbf{D}(\mathbf{r}, t) = \varepsilon \mathbf{E}(\mathbf{r}, t), \quad (1.1)$$

где коэффициент ε (скаляр или тензор) зависит от свойств среды, требует, как известно, двух уточнений. В общем случае, содержащееся в (1.1) утверждение, что $\mathbf{D}(\mathbf{r}, t)$ определяется только значением $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ в той же точке и в тот же момент времени, не справедливо.

Одно уточнение соотношения (1.1) состоит в том, что $\mathbf{D}(\mathbf{r}, t)$ зависит не только от $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$, но и от временной производной этого вектора. При произвольной зависимости $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ от t равенство (1.1) не справедливо. Однако, если поле меняется во времени по гармоническому закону, т.е. если существуют такие не зависящие от времени векторы $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ и $\mathbf{D}(\mathbf{r})$ ("комплексные амплитуды"), что

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) &= \operatorname{Re}[\mathbf{E}(\mathbf{r}) \exp(i\omega t)], \\ \mathbf{D}(\mathbf{r}, t) &= \operatorname{Re}[\mathbf{D}(\mathbf{r}) \exp(i\omega t)], \end{aligned} \quad (1.2)$$

то соотношение (1.1) между этими векторами справедливо, но ε зависит от частоты, $\varepsilon = \varepsilon(\omega)$. Эта частотная дисперсия может не учитываться, только если фурье-спектр полей (по времени) "достаточно узок", т.е. процесс близок к гармоническому. Далее мы будем рассматривать только гармонические процессы и называть $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ и $\mathbf{D}(\mathbf{r})$ электрическими полем и индукцией соответственно. Точно так же вводятся комплексные амплитуды $\mathbf{H}(\mathbf{r})$ и $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ — магнитное поле и индукция.

Второе уточнение связано с явлением пространственной дисперсии, т.е. с тем, что $\mathbf{D}(\mathbf{r})$ зависит не только от $\mathbf{E}(\mathbf{r})$, но и от пространственных производных этого вектора. В средах, в которых этот эффект существен, формула (1.1) при произвольной зависимости полей от \mathbf{r} не справедлива. Только если поля меняются в пространстве, как в плоской волне (хотя бы локально), то формула (1.1) остается справедливой, при этом ε зависит от направления нормали \mathbf{N} к фронту этой волны:

$$\mathbf{D}(\mathbf{r}) = \varepsilon(\mathbf{N})\mathbf{E}(\mathbf{r}). \quad (1.3)$$

Даже в изотропной среде $\varepsilon(\mathbf{N})$ не скаляр, а тензор.

При произвольной зависимости полей от \mathbf{r} первые пространственные производные от $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ входят в $\mathbf{D}(\mathbf{r})$ только в комбинации $\operatorname{rot} \mathbf{E}(\mathbf{r})$ [3]. Так как $\mathbf{D}(\mathbf{r})$, $\mathbf{E}(\mathbf{r})$, а также $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ и $\mathbf{H}(\mathbf{r})$ для гармонических колебаний в точках, где нет сторонних токов, удовлетворяют однородным уравнениям Максвелла

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = ik\mathbf{D}, \quad \operatorname{rot} \mathbf{E} = -ik\mathbf{B} \quad \left(k = \frac{\omega}{c}\right), \quad (1.4)$$

то связь этих векторов (материальные уравнения) может быть записана в симметричной форме, не содержащей явно производных:

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} - i\kappa \mathbf{H}, \quad \mathbf{B} = \mu \mathbf{H} + i\kappa \mathbf{E}. \quad (1.5)$$

Здесь ε , μ , κ — материальные константы, не зависящие от структуры поля (ср. с (1.3)). В литературе встречаются и другие формы записи материальных уравнений по существу эквивалентные (1.5).

Появление перекрестных членов в (1.5) можно объяснить и не ссылаясь явно на нелокальность зависимости

\mathbf{D} от \mathbf{E} (и соответственно \mathbf{B} от \mathbf{H}). Наличие в \mathbf{D} слагаемого, пропорционального \mathbf{H} , означает, что ток, индуцируемый переменным магнитным полем в киральных элементах, образующих киральную среду, вызывает не только магнитный дипольный момент, но и электрический дипольный момент. Требование взаимности приводит к тому, что переменное электрическое поле индуцирует в таких элементах ток, который создает как электрический, так и магнитный дипольные моменты, т.е. к тому, что не только \mathbf{D} , но и \mathbf{B} содержит слагаемое, пропорциональное \mathbf{E} .

Для непоглощающих сред материальные константы ε , μ , κ — вещественны. Отметим, что в (1.5) коэффициенты при перекрестных членах комплексно сопряжены, иначе среда не будет обладать свойством взаимности.

Будем полагать ε , μ и κ скалярными величинами, т.е. будем рассматривать изотропные киральные среды, представляющие наибольший интерес в радиофизике.

В трех следующих разделах введения рассмотрены некоторые формальные свойства решений однородных уравнений Максвелла, удовлетворяющих материальным уравнениям (1.5).

1.2. Обобщенная круговая поляризация

Естественной электродинамической характеристикой любой однородной среды является структура поля собственных волн, которые могут распространяться в ней вдоль некоторой оси z таким образом, что все их компоненты зависят от z посредством множителя $\exp(-ihz)$. В изотропной неограниченной среде осью z может быть любая прямая.

В некиральных средах ($\kappa = 0$) собственными волнами являются, например, две линейно-поляризованные плоские волны:

$$E_x = \exp(-ihz), \quad H_y = \frac{1}{\eta} \exp(-ihz), \quad (1.6a)$$

$$E_y = \exp(-ihz), \quad H_x = -\frac{1}{\eta} \exp(-ihz), \quad (1.6b)$$

где

$$h = kn, \quad n = \sqrt{\varepsilon\mu}, \quad \eta = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}. \quad (1.7)$$

Эти волны имеют одинаковые постоянные распространения h , и любая их линейная комбинация тоже есть собственная волна. Если коэффициенты в этой линейной комбинации комплексны, то такая волна не обязательно будет линейно-поляризованной.

В киральной среде ($\kappa \neq 0$) волны (1.6) не могут существовать отдельно, и лишь две их линейные комбинации являются собственными волнами:

$$\begin{aligned} E_x &= \exp(-ih_+z), & E_y &= -i \exp(-ih_+z), \\ H_x &= \frac{i}{\eta} \exp(-ih_+z), & H_y &= \frac{1}{\eta} \exp(-ih_+z), \end{aligned} \quad (1.8a)$$

$$\begin{aligned} E_x &= \exp(-ih_-z), & E_y &= i \exp(-ih_-z), \\ H_x &= -\frac{i}{\eta} \exp(-ih_-z), & H_y &= \frac{1}{\eta} \exp(-ih_-z). \end{aligned} \quad (1.8b)$$

Постоянные распространения этих волн различны:

$$h_{\pm} = k(n \pm \kappa), \quad (1.9)$$

¹ Используется гауссова система единиц.

причем волна (1.8а) является волной левой круговой поляризации, а волна (1.8б) — волной правой круговой поляризации.

В волнах (1.8) электрическое и магнитное поля связаны соотношениями

$$\mathbf{H}_{\pm} = \pm \frac{i}{\eta} \mathbf{E}_{\pm}. \quad (1.10)$$

В киральной среде любые поля \mathbf{E}_{+} , \mathbf{H}_{+} и \mathbf{E}_{-} , \mathbf{H}_{-} , удовлетворяющие соотношениям (1.10), могут существовать независимо. Их естественно называть полями с обобщенной круговой поляризацией [4] (см. также [5]). Верхний знак в (1.10) соответствует левой круговой поляризации, нижний — правой.

Любое поле \mathbf{E} , \mathbf{H} может быть представлено в виде суммы двух полей с обобщенной круговой поляризацией:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_{+} + \mathbf{E}_{-}, \quad \mathbf{H} = \mathbf{H}_{+} + \mathbf{H}_{-}, \quad (1.11)$$

где

$$\mathbf{E}_{\pm} = \frac{1}{2}(\mathbf{E} \mp i\eta\mathbf{H}), \quad \mathbf{H}_{\pm} = \frac{1}{2}\left(\mathbf{H} \pm \frac{i}{\eta}\mathbf{E}\right). \quad (1.12)$$

Подставляя (1.10) в (1.5), получим

$$\mathbf{D}_{\pm} = \varepsilon_{\pm}\mathbf{E}_{\pm}, \quad \mathbf{B}_{\pm} = \mu_{\pm}\mathbf{H}_{\pm}, \quad (1.13)$$

где

$$\varepsilon_{\pm} = \varepsilon\left(1 \pm \frac{\kappa}{n}\right), \quad \mu_{\pm} = \mu\left(1 \pm \frac{\kappa}{n}\right). \quad (1.14)$$

Таким образом, в киральной среде для полей с обобщенной круговой поляризацией уравнения Максвелла и материальные уравнения имеют такой же вид, как и для некиральной среды, но с эквивалентными материальными параметрами, различными для полей разных круговых поляризаций (см., например, [6]).

Отметим, что согласно (1.10) уравнения Максвелла сводятся к одному уравнению первого порядка:

$$\operatorname{rot} \mathbf{E}_{\pm} = \pm kn_{\pm}\mathbf{E}_{\pm}, \quad (1.15)$$

где

$$n_{\pm} = n \pm \kappa. \quad (1.16)$$

Первое уравнение в (1.13) имеет тот же смысл, что и (1.3), но относится оно не к локально плоским волнам, а к полям со свойством (1.10), и для них величины ε_{\pm} , в отличие от $\varepsilon(\mathbf{N})$, являются функциями точки.

1.3. Киральность как возмущение, снимающее вырождение. Волноводы с киральной средой

Заполнение волновода киральной средой приводит к некоторым новым свойствам собственных волн (см. [1, с. 227], [7]). Здесь мы остановимся только на одном из них, вероятно, наиболее существенном — на влиянии, которое киральность оказывает в случае, если система волн в волноводе с $\kappa = 0$ была вырожденной.

Согласно (1.8), (1.9), в безграничной среде киральность снимает вырождение, существующее между плоскими волнами с различными направлениями линейной поляризации. Этот известный результат можно было бы получить и методом теории возмущений, считая коэффициент κ малым возмущающим параметром. Применять этот приближенный метод к упомянутой задаче, имеющей простое точное решение, разумеется, не имеет смысла. Однако в задаче, рассматриваемой в этом

разделе, точные методы приводят к громоздким численным процедурам, к тому же различным для волноводов различных сечений, а расчеты по методу возмущений элементарны, и результаты применимы к широкому классу волноводов. Изложим здесь только постановку задачи и конечный результат [8].

Рассматривается круглый или квадратный диэлектрический волновод или закрытые волноводы таких же сечений с диэлектрическим заполнением (не обязательно заполняющим все сечение). В таких волноводах, а также во многих других волноводах более сложных сечений, при некиральном заполнении существуют две волны со взаимно перпендикулярными поляризациями и совпадающими постоянными распространения. Именно для таких волноводов переход от некирального заполнения к киральному приводит к заметному эффекту — снятию вырождения. Собственные волны в киральном волноводе приобретают различные постоянные распространения и вполне определенные состояния поляризации.

Запишем постоянные распространения собственных волн в безграничной киральной среде (1.9) в виде

$$h = h_0 \pm \Delta h, \quad (1.17)$$

где $h_0 = kn$ — постоянная распространения в некиральной среде, $\Delta h = k\kappa$.

Метод возмущений приводит к следующему результату: в волноводах тоже происходит симметричное расщепление постоянных распространения, и формула для постоянных распространения обеих волн имеет вид (1.17), где h_0 — постоянная распространения вырожденных волн в некиральном волноводе, а Δh определяется формулой

$$\Delta h = \alpha k\kappa, \quad (1.18)$$

где коэффициент α выражается через поля невозмущенных волн:

$$\alpha = \int (\mathbf{H}^{(1)}, \mathbf{E}^{(2)}) dS. \quad (1.19)$$

Здесь $\mathbf{H}^{(1)}$, $\mathbf{E}^{(2)}$ — поля обеих вырожденных волн в некиральном волноводе, поляризованных взаимно перпендикулярно; они пронормированы таким образом, что переносимая ими мощность равна единице. Интеграл от скалярного произведения в (1.19) берется по площади сечения волновода, заполненной диэлектриком. Поля собственных волн имеют в нулевом порядке по малому параметру κ структуру, аналогичную полям плоских волн круговой поляризации в безграничной среде (1.8).

Для круглого закрытого волновода и H_{n1} -волн $\alpha = 2n/(v^2 - n^2)$, где $J'_n(v) = 0$. Для квадратного волновода и H_{n0} -волн вырождение снимается только для нечетных n , и $\alpha = 8/(\pi n)^2$. Например, для H_{11} -волны $\alpha = 0,84$, для H_{10} -волны $\alpha = 0,81$. Поворот плоскости поляризации в волноводе, заполненном киральной средой, примерно на 0,2 меньше, чем в такой же безграничной среде.

Влияние, которое оказывает внесение малого тела на частоту резонатора и на фазовую скорость в волноводе, рассмотрено соответственно в [9, 10]. В этих работах показано, что если до внесения такого тела в прямоугольном резонаторе или в цилиндрическом волноводе существовали вырожденные колебания или вырожденные волны, то, измерив изменение резонансной частоты

или, соответственно, фазовой скорости, можно определить параметр κ .

Для открытого диэлектрического волновода возможна ситуация, когда одно из значений h в (1.17) станет меньше волнового числа во внешней среде. Тогда соответствующая волна станет вытекающей, а волновод — одномодовым.

1.4. Тела с электрической и магнитной проводимостью поверхности вдоль одного направления. Инвариантность круговой поляризации

При рассеянии круго-поляризованной волны на границе раздела двух киральных сред, вообще говоря, возникают волны обеих круговых поляризаций. Известно, что, например, волна левой круговой поляризации, нормально падая на плоское металлическое зеркало, отражается от него в виде волны правой круговой поляризации. Найдем для этого случая плоской идеально отражающей границы то граничное условие, при котором такое преобразование не происходит. Пусть на плоскую границу $z = 0$ падает лево-круго-поляризованная волна (1.8а). Тогда в отраженной волне компонента E_x на границе должна быть равна $\exp(i\alpha)$, а компонента E_y — отличаться от E_y в падающей волне не только этим фазовым множителем, но еще и знаком. Следовательно, суммарное поле на границе равно $E_x = 1 + \exp(i\alpha)$, $E_y = -i(1 - \exp(i\alpha))$. Отношение этих компонент вещественно, и поэтому полное поле на границе линейно поляризовано и направлено под углом $\alpha/2$ к оси x . Следовательно, перпендикулярная к этому направлению компонента электрического поля равна нулю. Согласно (1.10), в этом направлении и компонента \mathbf{H} должна быть равна нулю. Таким образом, для отсутствия деполаризации на границе должно существовать некоторое направление t , в котором

$$E_t = H_t = 0. \quad (1.20)$$

Этот результат легко распространяется на случай рассеяния волн обобщенной круговой поляризации (1.10) на телах произвольной формы.

Граничные условия (1.20) описывают, например, частую металлическую гофру, канавки которой заполнены материалом с большой диэлектрической проницаемостью и имеют четверть-волновую электрическую глубину. Заметим, что граничные условия (1.20), заданные на поверхности тела любой формы, достаточны для доказательства теоремы о единственности решения уравнений Максвелла. В этом доказательстве используется равенство нулю нормальной компоненты вектора $[\mathbf{E}, \mathbf{H}^*]$, означающее отсутствие плотности потока мощности через границу тела, что имеет место и при граничных условиях (1.20).

Докажем, что граничные условия (1.20) обеспечивают сохранение любой из обобщенных круговых поляризаций (1.10) при рассеянии на теле произвольной формы, помещенном в киральную среду.

Пусть тело ограничено поверхностью S , на которой выполняются граничные условия (1.20), означающие локальную, идеальную электрическую и магнитную проводимость в некотором тангенциальном направлении t . Тело помещено в поле с левой круговой поляризацией $\mathbf{E}_+^0, \mathbf{H}_+^0$. Обозначим рассеянное поле через $\mathbf{E}^s, \mathbf{H}^s$. В дальней зоне оно имеет вид расходящейся сферической волны. Так, например, электрическое поле записывается

следующим образом: $\mathbf{E}^s \simeq \mathbf{F}(\varphi, \theta) \exp(-ikR)/R$, где $\mathbf{F}(\varphi, \theta) = \{F_\varphi(\varphi, \theta), F_\theta(\varphi, \theta)\}$ — векторная диаграмма рассеяния. Граничные условия (1.20) запишутся в виде

$$(\mathbf{E}_+^0 + \mathbf{E}^s)_t = (\mathbf{H}_+^0 + \mathbf{H}^s)_t = 0 \Big|_S. \quad (1.21)$$

Выделим, согласно (1.12), право-круго-поляризованную часть рассеянного поля:

$$\mathbf{E}_-^s = \frac{1}{2}(\mathbf{E}^s + i\eta\mathbf{H}^s). \quad (1.22)$$

Из (1.21) следует, что

$$(\mathbf{E}_-^s)_t = 0 \Big|_S. \quad (1.23)$$

Используя (1.15) с нижним знаком, легко видеть, что в любой точке

$$\operatorname{div}[\mathbf{E}_-^s, \mathbf{E}_-^{s*}] \equiv 0. \quad (1.24)$$

Интегрируя (1.24) по объему, ограниченному бесконечно удаленной сферой S_∞ и поверхностью тела S , получим

$$\int_{S_\infty} [\mathbf{E}_-^s, \mathbf{E}_-^{s*}]_R ds + \int_S [\mathbf{E}_-^s, \mathbf{E}_-^{s*}]_N ds = 0. \quad (1.25)$$

Второе слагаемое в (1.25) равно нулю, согласно (1.23), поэтому равно нулю и первое слагаемое. Компоненты векторной диаграммы рассеяния для полей правой круговой поляризации связаны соотношением $F_\theta^-(\varphi, \theta) = -iF_\varphi^-(\varphi, \theta)$, поэтому из обращения в нуль первого слагаемого в (1.25) следует $F_\theta^- = F_\varphi^- = 0$. Это, как известно, означает тождественное равенство нулю \mathbf{E}_-^s ; следовательно, $\mathbf{E}^s \equiv \mathbf{E}_+^s$, т.е. рассеянное поле сохраняет поляризацию падающего. Аналогично рассматривается случай, когда $\mathbf{E}^0 = \mathbf{E}^0$.

Разумеется, разделение любого поля, согласно (1.11), имеет место и в некиральной среде. Это разделение сохраняется, если в некиральной среде присутствуют тела с граничными условиями (1.20). Поэтому искусственную киральную среду можно создать, расположив часто и хаотически в некиральной среде малые рассеиватели с граничными условиями (1.20).

Микроскопическая теория, приводящая к материальным уравнениям (1.5), в оптике полностью разработана (см., например, [11]). В радиодиапазоне задача определения материальных констант ϵ, μ, κ формулируется иначе, чем в оптике. Эта задача состоит в вычислении коэффициентов поляризуемости малых тел сложной структуры, т.е. в решении задач дифракции. Эти задачи решены лишь для нескольких киральных элементов: для маленьких металлических спиралей [12], разомкнутых колечек с выступающими концами [13], сфер с винтовой электрической проводимостью [14]. В качестве кирального элемента упоминается также лента Мёбиуса [15]; заметим, что для нее может оказаться целесообразным общий метод решения задач дифракции на неориентируемых поверхностях [16].

Обзор работ по вычислению констант в материальном уравнении (1.5) для трехмерных сред и общая постановка этой задачи могли бы быть предметом отдельной статьи и здесь не приводятся. В следующих двух разделах настоящей работы задачи дифракции решаются для киральных элементов в виде тонких длинных спиралей и решеток из них.

2. Тонкие цилиндры с винтовой проводимостью поверхности как киральные объекты

Описываются физические свойства электромагнитных полей, возникающих при дифракции плоских волн на тонких длинных анизотропных цилиндрах с проводимостью вдоль винтовых линий. Такие цилиндры обладают резонансными свойствами, которые тесно связаны с направляемыми волнами.

Рассматриваются цилиндры, обладающие электрической и магнитной проводимостью вдоль винтовых линий и цилиндры только с электрической проводимостью вдоль этих линий.

Модель в виде цилиндра с электрической проводимостью хорошо описывает проволочные спирали (однозаходные и многозаходные), если расстояние между осями соседних проводников много меньше длины волны, а величины зазоров лежат в определенном интервале. Проводники предполагаются тонкими по сравнению с радиусом цилиндра. Адекватность этой модели реальным проволочным спиралям подтверждена экспериментально в [18] и следует, в частности, из теоретических результатов работы [17]. Существенно, что такие объекты при определенных условиях обладают свойством сохранять в рассеянном поле круговую поляризацию того же направления вращения, что и в падающем поле.

Модель рассеивателя в виде цилиндра с электрической и магнитной проводимостью обладает идеальными киральными свойствами, т.е. при всех условиях сохраняется круговая поляризация падающего поля в соответствии с общим результатом раздела 1.4. При этом рассеянные поля существенно различны для волн круговых поляризаций разного направления вращения. Отметим, что математический аппарат для модели со смешанной проводимостью значительно проще.

2.1. Свойства направляемых волн

2.1.1. Волны цилиндра с электрической и магнитной проводимостью вдоль винтовых линий. Пусть на поверхности цилиндра радиуса a (рис. 1) выполняются граничные условия (1.20) идеальной электрической и магнитной проводимости вдоль винтовых линий:

$$E_z \cos \psi + E_\varphi \sin \psi = 0, \quad H_z \cos \psi + H_\varphi \sin \psi = 0, \quad (2.1)$$

где ψ — угол скрутки. Для определенности винтовые линии полагаются правыми ($0 \leq \psi \leq \pi/2$). Условия (2.1) являются односторонними и позволяют независимо рассматривать внешнюю и внутреннюю области цилиндра.

Рассматривается задача о волнах, распространяющихся вне цилиндра ($r > a$) с зависимостью от координат φ и z в виде $\exp(-im\varphi - ihz)$, где h — продольное волновое число. Не ограничивая общности, будем полагать азимутальный индекс $m \geq 0$, так как одновременная замена m и h на $-m$ и $-h$ означает ту же волну, но в системе координат с измененным направлением оси z .

Однородные уравнения Максвелла при граничных условиях (2.1) имеют два типа независимых решений, соответствующих круго-поляризованным волнам (в соответствии с (1.10) при $\epsilon = \mu = 1$)

$$\mathbf{H} = \mp i\mathbf{E}. \quad (2.2)$$

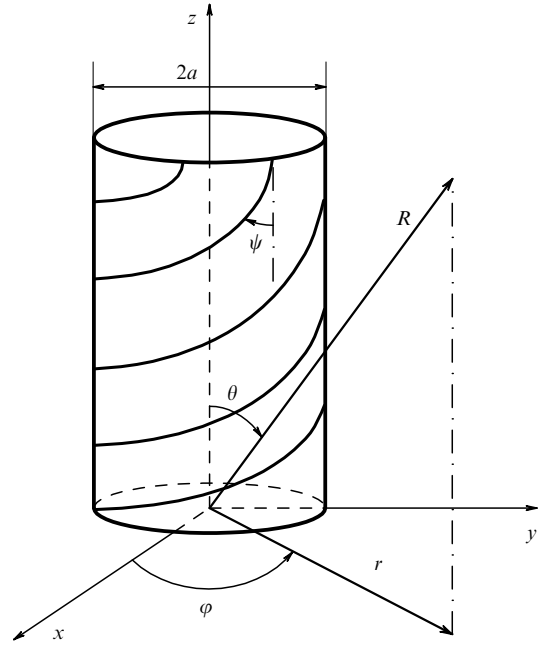


Рис. 1. Цилиндр с проводимостью поверхности вдоль винтовых линий.

Верхний знак в (2.2) и далее соответствует правой круговой поляризации, нижний — левой. Дисперсионные уравнения для поперечного волнового числа $g = g' + ig'' = \sqrt{k^2 - h^2}$ для симметричных ($m = 0$) и несимметричных ($m \geq 1$) волн имеют вид [19]

$$\frac{gaH_0^{(2)}(ga)}{H_1^{(2)}(ga)} = \pm vka, \quad (2.3)$$

$$h = \pm k - \frac{mv/a}{1 \pm vka [H_{m-1}^{(2)}(ga)/gaH_m^{(2)}(ga)]}, \quad (2.4)$$

где $v = \tan \psi$.

Для левой круговой поляризации при любых углах скрутки уравнение (2.3) имеет решение, соответствующее медленной волне ($g' = 0, g'' < 0$). Симметричная волна правой круговой поляризации является вытекающей ($g'' > 0$). Для цилиндров малого радиуса ($ka \ll 1$) ее радиационные потери оказываются малыми ($g'' \ll g', 0 < g' < k$).

Несимметричные волны при отсутствии скрутки ($v = 0$) являются ТЕМ-модами ($E_z = H_z = 0, h = \pm k$). При этом электрическое поле волн записывается в виде

$$E_\varphi = \left(\frac{a}{r}\right)^{m+1} \exp(-im\varphi \mp ikz), \\ E_r = \mp iE_\varphi, \quad m \geq 1. \quad (2.5)$$

Из (2.5) следует, что при $m \geq 1$ волна правой круговой поляризации может распространяться только в положительном направлении оси z , а волна левой круговой поляризации — в отрицательном. При малых углах скрутки ($v \ll 1$) из уравнения (2.4) в старшем порядке по v следует явное выражение для продольного волнового числа:

$$h = \pm k - m \frac{v}{a}. \quad (2.6)$$

Из формулы (2.6) видно, что волны правой круговой поляризации являются быстрыми ($|h| < k$), а левой — медленными ($|h| > k$). Формула (2.6) для быстрых волн дает приближенное значение лишь для вещественной части $h = h' + ih''$. Чтобы найти h'' надо учесть более высокие порядки по v в (2.4). Для малых ka , используя метод возмущения, из (2.4) можно получить явное выражение для радиационных потерь вытекающей волны. Например, при $m = 1$ имеем

$$h' = k - \frac{v}{a}, \quad h'' = -\frac{\pi k v^2}{2}. \quad (2.7)$$

Важной особенностью рассматриваемого волновода является существование в нем как прямых, так и обратных волн, т.е. волн, у которых фазовая и групповая скорости имеют одинаковые или противоположные знаки соответственно. При этом с изменением параметров волновода возможен переход от волн одного типа к волнам другого. Как следует из (2.7), для волны с азимутальным индексом $m = 1$ этот переход происходит при $ka = v$.

2.1.2. Волны полого цилиндра с электрической проводимостью поверхности вдоль винтовых линий [20]. Опишем свойства волн анизотропного цилиндра, на поверхности которого выполняются двусторонние граничные условия Владимирского:

$$\begin{aligned} E_z^+ &= E_z^-, & E_\varphi^+ &= E_\varphi^-, & E_z \cos \psi + E_\varphi \sin \psi &= 0, \\ (H_z^+ - H_z^-) \cos \psi + (H_\varphi^+ - H_\varphi^-) \sin \psi &= 0. \end{aligned} \quad (2.8)$$

Знаки "плюс" и "минус" соответствуют различным сторонам цилиндрической поверхности. Дисперсионное уравнение для волн в таком цилиндре удобно записать в виде

$$\begin{aligned} \left(h + k + m \frac{v}{a} \right) \left(h - k + m \frac{v}{a} \right) = \\ = v^2 k^2 \frac{J_{m-1}(ga)H_{m-1}^{(2)}(ga) + J_{m+1}(ga)H_{m+1}^{(2)}(ga)}{2J_m(ga)H_m^{(2)}(ga)}. \end{aligned} \quad (2.9)$$

Соответствующие медленные волны подробно исследованы в [21]. Обсудим свойства вытекающих и медленных волн при условиях

$$v \ll 1, \quad ka \ll 1. \quad (2.10)$$

Эти свойства весьма близки к рассмотренным в разделе 2.1.1.

В отличие от (2.3) дисперсионное уравнение (2.9) при $m = 0$ не имеет решения, отвечающего слабовытекающей волне. Для несимметричных волн ($m \geq 1$) при условиях (2.10) правая часть (2.9) мала и для продольного волнового числа справедливы формулы (2.6).

При $v = 0$ несимметричные волны являются ТЕМ-модами, поля которых вне цилиндра описываются теми же формулами (2.5), а поля внутри даются выражениями

$$E_\varphi = \left(\frac{r}{a} \right)^{m-1} \exp(-im\varphi \mp ikz), \quad E_r = \pm iE_\varphi. \quad (2.11)$$

Отметим, что согласно (2.5), (2.11) каждая волна имеет внутри и вне цилиндра противоположное направление вращения поляризации. Внутри цилиндра основная мода ($m = 1$) представляет собой плоскую волну.

Если $v \neq 0$, то при выполнении условий (2.10) с хорошей степенью точности волны остаются кругополяризованными.

Методом возмущения из уравнения (2.9) получаются формулы для вещественной и мнимой частей постоянной распространения. Они отличаются от формул (2.7) только тем, что затухание в рассматриваемом случае полого цилиндра в два раза меньше, поскольку продольный поток мощности оказывается в два раза больше из-за наличия внутренней области.

2.1.3. Волны цилиндра с магнитоэлектрическим заполнением и электрической проводимостью поверхности [22]. Рассмотрим свойства направляемых цилиндром волн при условиях $ka\sqrt{\varepsilon\mu} \ll 1$, $v \ll 1$, где ε и μ — диэлектрическая и магнитная проницаемости цилиндра. Не выписывая громоздкого дисперсионного уравнения [22], которое получается при использовании граничных условий (2.8), приведем его решение:

$$h = \pm k \sqrt{\frac{\mu(\varepsilon + 1)}{\mu + 1}} - m \frac{v}{a} \quad (m \geq 1). \quad (2.12)$$

Отметим, что низшие моды ($m = 1$) внутри цилиндра представляют собой в старшем порядке по ka однородные плоские кругополяризованные волны:

$$\begin{aligned} E_\varphi &= \exp(-i\varphi - ihz), & H_\varphi &= \pm \frac{i}{\eta} E_\varphi, \\ E_r &= iE_\varphi, & H_r &= \pm \frac{i}{\eta} E_r, \end{aligned} \quad (2.13)$$

где величина η , играющая роль волнового сопротивления, равна

$$\eta = \sqrt{\frac{\mu(\mu + 1)}{\varepsilon + 1}}. \quad (2.14)$$

Верхние и нижние знаки в (2.13), (2.12) соответствуют друг другу. Причем нижние знаки всегда соответствуют медленной волне, а для верхних знаков волна становится вытекающей, если значение v/ka , характеризующее величину скрутки, лежит в интервале

$$\sqrt{\frac{\mu(\varepsilon + 1)}{\mu + 1}} - 1 < \frac{v}{ka} < \sqrt{\frac{\mu(\varepsilon + 1)}{\mu + 1}} + 1. \quad (2.15)$$

В отличие от внутренних полей, внешние поля излучения эллиптически поляризованы с коэффициентом эллиптичности, изменяющимся от -1 до $+1$, если v/ka лежит в интервале (2.15). При величине скрутки

$$\frac{v}{ka} = \frac{\varepsilon\mu - 1}{\sqrt{\mu(\varepsilon + 1)(\mu + 1)}} \quad (2.16)$$

поле излучения становится линейно-поляризованным и высвечивается под углом θ к оси z , равном

$$\theta = \arccos \sqrt{\frac{\mu + 1}{\mu(\varepsilon + 1)}}. \quad (2.17)$$

Основным свойством двух низших мод ($m = 1$) является то, что внутри цилиндра они представляют собой однородные кругополяризованные плоские волны разного направления вращения с различными

постоянными распространения. Как известно, таким свойством обладают волны в бесконечных однородных киральных средах, которые описываются материальными уравнениями (1.5). Эквивалентные параметры таких сред $\tilde{\epsilon}$, $\tilde{\mu}$, $\tilde{\chi}$ (диэлектрическая и магнитная проницаемость, а также коэффициент киральности) получаются из сравнения формул (2.12)–(2.14) с формулами (1.7)–(1.9) для полей в бесконечной киральной среде:

$$\tilde{\epsilon} = \frac{\epsilon + 1}{\mu + 1}, \quad \tilde{\mu} = \mu, \quad \tilde{\chi} = -\frac{\nu}{ka}. \quad (2.18)$$

Таким образом, рассмотренные волноведущие структуры обладают ярко выраженными киральными свойствами — направляемые ими круго-поляризованные волны противоположных знаков вращения поляризации принципиально различны. В отличие от волноводов, заполненных киральной средой (см. раздел 1.3), это различие здесь обязано винтовой проводимости поверхности.

2.2. Низкочастотные резонансы в одиночных цилиндрах при дифракции плоской волны

В задачах дифракции на цилиндрах с винтовой проводимостью поверхности имеют место резонансные явления, происходящие при низких частотах ($ka \ll 1$). Эти эффекты проявляются, в частности, в резком увеличении поперечника рассеяния и тесно связаны со слабобегущими волнами, описанными в разделе 2.1. Принципиальной особенностью рассматриваемых объектов является то, что эти резонансы возникают только при определенном знаке вращения плоскости поляризации падающей волны. Ниже будут описаны резонансные эффекты в цилиндрах всех трех рассмотренных выше типов.

2.2.1. Рассеяние на цилиндре с электрической и магнитной проводимостью вдоль винтовых линий [23]. На цилиндр под углом θ к его оси ($0 < \theta < \pi/2$) падает плоская круго-поляризованная волна:

$$E_z^0 = \pm iH_z^0 = \exp(-ihz - igx), \quad (2.19)$$

где $h = k \cos \theta$, $g = k \sin \theta$. Задача рассеяния сводится к двумерной скалярной для функции $u(r, \varphi)$, которая связана с компонентой E_z формулой

$$E_z = u \exp(-ihz). \quad (2.20)$$

Функция u удовлетворяет уравнению Гельмгольца и представляется в виде двух слагаемых, соответствующих падающему и рассеянному полям:

$$u = \exp(-igr \cos \varphi) + u^s(r, \varphi),$$

где u^s имеет асимптотику с диаграммой рассеяния $\Phi(\varphi)$:

$$u^s \simeq \Phi(\varphi) \frac{\exp(-igr)}{\sqrt{gr}}. \quad (2.21)$$

Рассеянное поле всюду представляется в виде

$$u^s = \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_m H_m^{(2)}(gr) \exp(-im\varphi). \quad (2.22)$$

Из удовлетворения граничным условиям смешанной проводимости (2.1) получаются явные выражения для коэффициентов A_m . При $ka \ll 1$ эти коэффициенты почти всегда малы и лишь при возбуждении волной правой

круговой поляризации они резко возрастают в резонансе и становятся равными

$$A_m = -(-i)^m. \quad (2.23)$$

Для нулевой гармоники ($m = 0$) резонансная частота определяется из уравнения

$$\left(\ln \frac{\gamma ka \sin \theta}{2} \right) ka \sin^2 \theta + \nu = 0, \quad \gamma = 1,781. \quad (2.24)$$

Для остальных гармоник получаются явные выражения для резонансных частот:

$$ka = \frac{mv}{1 - \cos \theta}, \quad m > 0, \quad (2.25)$$

$$ka = -\frac{mv}{1 + \cos \theta}, \quad m < 0. \quad (2.26)$$

Вне резонанса рассеянное поле мало ($|\Phi(\varphi)| \ll 1$). На резонансной частоте диаграмма рассеяния, определяемая доминирующим членом в (2.22), дается выражением

$$\Phi(\varphi) = -\sqrt{\frac{2}{\pi}} \exp\left(\frac{i\pi}{4} - im\varphi\right). \quad (2.27)$$

Отметим связь резонансов в задаче рассеяния с направляемыми цилиндром вытекающими волнами. Выражения для коэффициентов разложения A_m рассеянного поля имеют резонансные знаменатели, зависящие от угла падения θ . Если приравнять к нулю эти знаменатели, допуская комплексные углы θ , то получаются дисперсионные уравнения (2.3), (2.4) для направляемых волн. При этом резонансные частоты (2.25) соответствуют прямым волнам, а (2.26) — обратным. Обратим также внимание на то, что при некоторых углах θ происходит совмещение резонансов на гармониках с различными азимутальными индексами. Например, при нормальном падении ($\theta = \pi/2$), согласно (2.25), (2.26), на частотах

$$ka = |m|\nu \quad (2.28)$$

наступает резонанс для гармоник с противоположными по знаку азимутальными индексами. При этом диаграмма рассеяния имеет вид

$$\Phi(\varphi) = -2\sqrt{\frac{2}{\pi}} \exp\left(\frac{i\pi}{4}\right) \cos m\varphi. \quad (2.29)$$

Если же $\theta = \arccos(1/3)$, то на частоте

$$ka = \frac{3\nu}{2} \quad (2.30)$$

резонируют гармоники с $m = 1$ и $m = -2$. Соответствующая диаграмма рассеяния определяется формулой

$$\Phi(\varphi) = -2\sqrt{\frac{2}{\pi}} \exp\left(\frac{i\pi}{4} + \frac{i\varphi}{2}\right) \cos \frac{3\varphi}{2}. \quad (2.31)$$

В этом случае отсутствует обратное рассеяние ($\Phi(\pi) = 0$).

2.2.2. Рассеяние на поломом цилиндре с винтовой электрической проводимостью [24, 25]. Задача рассеяния круго-поляризованных плоских волн на поломом цилиндре с граничными условиями (2.8) не сводится к скалярной,

как в разделе 2.2.1, так как происходит деполяризация, т.е. в рассеянном поле присутствуют волны обеих круговых поляризааций. Решение задачи получено разложением двух продольных компонент электромагнитного поля E_z и H_z внутри и вне цилиндра по цилиндрическим функциям с азимутальными множителями $\exp(-im\varphi)$. При этом коэффициенты разложения рассеянного поля получаются в явном виде.

Сходство свойств вытекающих волн цилиндра со смешанной проводимостью и полого цилиндра с электрической проводимостью поверхности приводит к похожим резонансным явлениям в соответствующих задачах дифракции. На рисунке 2 изображена зависимость полного поперечника рассеяния σ_s круго-поляризованных волн от частоты при нормальном падении ($\theta = \pi/2$) на цилиндр с углом скрутки $\psi = 18^\circ$. Сплошная кривая имеет резонансный характер и соответствует возбуждению волной правой круговой поляризации. Плавная штриховая кривая соответствует возбуждению волной левой круговой поляризации. Положение резонансов хорошо описывается формулами (2.28) для резонансных частот цилиндра со смешанной проводимостью.

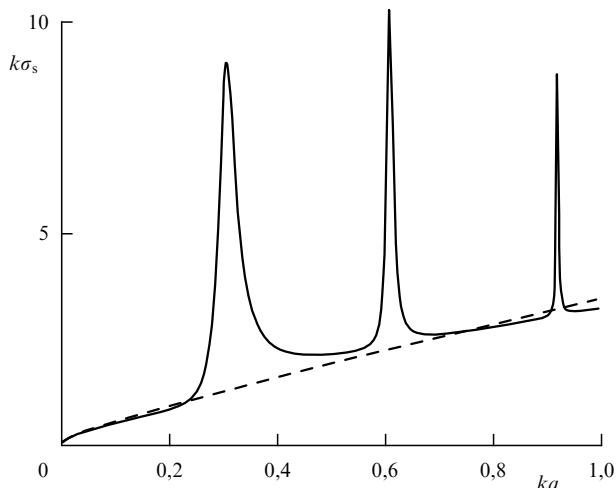


Рис. 2. Зависимость полного поперечника рассеяния от частоты.

Отметим, что в резонансе, даже при $ka \rightarrow 0$ (при этом, согласно (2.28), $\psi \rightarrow 0$), наблюдается конечное возмущение полной рассеянной мощности: $\sigma_s \rightarrow 4\lambda/\pi$.

При основном резонансе ($m=1$) электрическое и магнитное поля внутри цилиндра параллельны, однородны по сечению и направлены перпендикулярно оси цилиндра и направлению распространения падающей волны. При возбуждении плоской право-круго-поляризованной волной единичной амплитуды в старшем порядке эти поля равны

$$E_y^+ = -iH_x^+ = \frac{4}{\pi(ka)^2}. \quad (2.32)$$

Вне цилиндра, в статической близости от него поля описываются формулами

$$E_x^- = iH_x^- = -\frac{4 \sin 2\varphi}{\pi(kr)^2}, \quad E_y^- = iH_y^- = \frac{4 \cos 2\varphi}{\pi(kr)^2}. \quad (2.33)$$

Как следует из (2.32), (2.33), в условиях резонанса запасенная реактивная мощность одинакова во внутренней и внешней областях. На рисунке 3 изображены

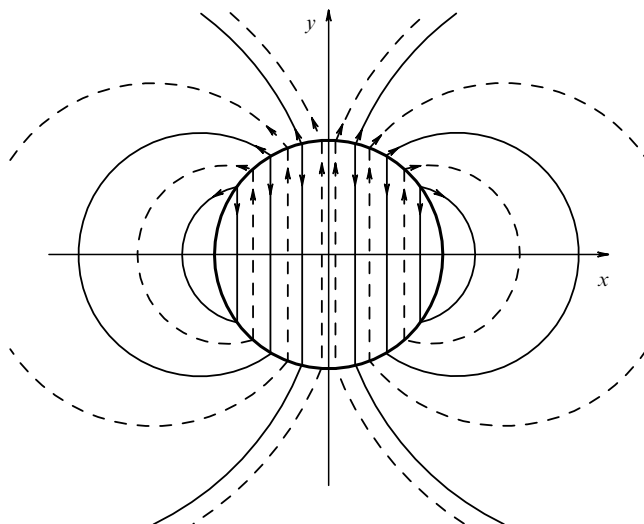


Рис. 3. Электрические (сплошные кривые) и магнитные (штриховые кривые) силовые линии при низкочастотном резонансе.

электрические и магнитные силовые линии полей (2.32), (2.33). Поля вне цилиндра можно интерпретировать как поля, созданные бесконечной системой электрических и магнитных диполей, расположенных на оси z и ориентированных в направлении y . Описанный низкочастотный резонанс принципиально отличается от широко известного резонанса Гельмгольца (см., например, [26]) необычной структурой поля и высокой добротностью.

2.2.3. Рассеяние на магнитоэлектрическом цилиндре с винтовой электрической проводимостью поверхности [27].

Магнитоэлектрическое заполнение приводит к тому, что даже в резонансе при облучении круго-поляризованной волной рассеянное поле имеет эллиптическую поляризацию. Кроме того, при неидеальном диэлектрике появляются тепловые потери. Рассмотрим, например, нормальное падение на цилиндр эллиптически-поляризованных плоских волн единичной амплитуды. Для материалов с малыми диэлектрическими потерями ($\varepsilon = \varepsilon' - i\varepsilon''$, $\varepsilon'' \ll \varepsilon'$) из формулы (2.12) следует выражение для резонансных частот:

$$ka = |m| \sqrt{\frac{\mu + 1}{\mu(\varepsilon' + 1)}} v. \quad (2.34)$$

При условиях $ka\sqrt{\varepsilon'\mu} \ll 1$, $v \ll 1$ выражение для добротности основного резонанса имеет вид

$$Q = \frac{2(\varepsilon' + 1)}{\pi v^2 (2 + \varepsilon' + 1/\mu) + 2\varepsilon''(\varepsilon' + 1)}. \quad (2.35)$$

Влияние поляризационного состояния падающей волны на величины рассеянной и поглощенной мощности состоит в следующем. Максимальное рассеяние и поглощение происходит на резонансной частоте (2.34) при облучении волной с правым вращением и коэффициентом эллиптичности, равным

$$K = \sqrt{\frac{\mu + 1}{\mu(\varepsilon' + 1)}} \quad (\sqrt{\varepsilon'\mu} > 1). \quad (2.36)$$

При этом большая ось эллипса направлена вдоль оси z . Волна левого вращения с тем же коэффициентом эллиптичности, но с повернутыми на 90° осями поляризационного эллипса, не возбуждает резонанса, что приводит к слабому взаимодействию с цилиндром.

В резонансе диаграммы рассеяния компонент E_z и $E_\varphi = H_z$ пропорциональны $\cos \varphi$ (ср. с (2.29)), при этом дальнейшее электрическое поле имеет правое вращение с тем же коэффициентом эллиптичности (2.36).

Поглощенная в резонансе мощность не является монотонной функцией ε'' . Максимального значения она достигает при

$$\varepsilon'' = \frac{\pi(1 + 2\mu + \varepsilon'\mu)}{2\mu(1 + \varepsilon')} v^2. \quad (2.37)$$

При этом значении ε'' добротность резонанса падает в два раза по сравнению с отсутствием диэлектрических потерь. В условиях (2.37) и для упомянутого поляризационного состояния падающей волны (2.36) сечение поглощения σ_a равно сечению рассеяния σ_s :

$$\sigma_a = \sigma_s = \frac{\lambda}{\pi}. \quad (2.38)$$

При отсутствии диэлектрических потерь ($\varepsilon'' = 0$) максимальное сечение рассеяния в четыре раза больше, чем по (2.38), и совпадает с σ_s для полого цилиндра (см. раздел 2.2.2).

На рисунках 4, 5 изображены зависимости от частоты сечения поглощения и рассеяния для цилиндра с $v = 0,2$, $\varepsilon' = 2$, $\mu = 1$ при различных значениях ε'' . Из рисунков видно, что в отличие от σ_a сечение рассеяния σ_s монотонно зависит от ε'' .

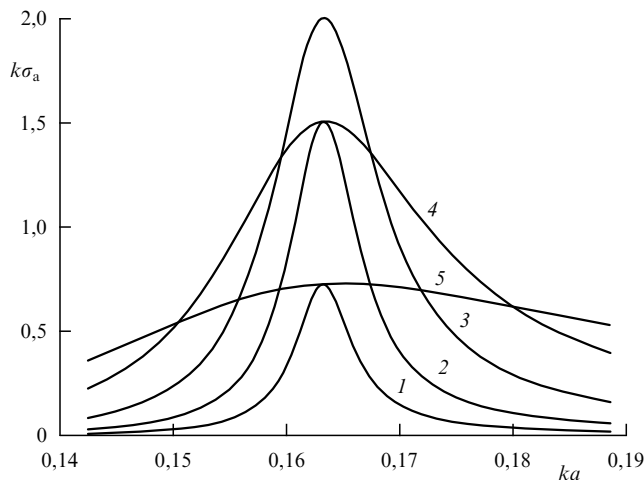


Рис. 4. Зависимость сечения поглощения от частоты при $v = 0,2$, $\varepsilon' = 2$, $\mu = 1$ для различных значений ε'' : 1 — $\varepsilon'' = 0,012$; 2 — $\varepsilon'' = 0,035$; 3 — $\varepsilon'' = 0,105$; 4 — $\varepsilon'' = 0,314$; 5 — $\varepsilon'' = 0,942$.

3. Дифракция на решетках из цилиндров с винтовой проводимостью поверхности

Вначале излагаются результаты исследования задачи о нормальном падении плоских волн на одиночные решетки, образованные круговыми цилиндрами с проводимостью вдоль винтовых линий (рис. 6). Рассматриваются решетки двух типов: из цилиндров со смешанной проводимостью (граничные условия (2.1)) и из полых

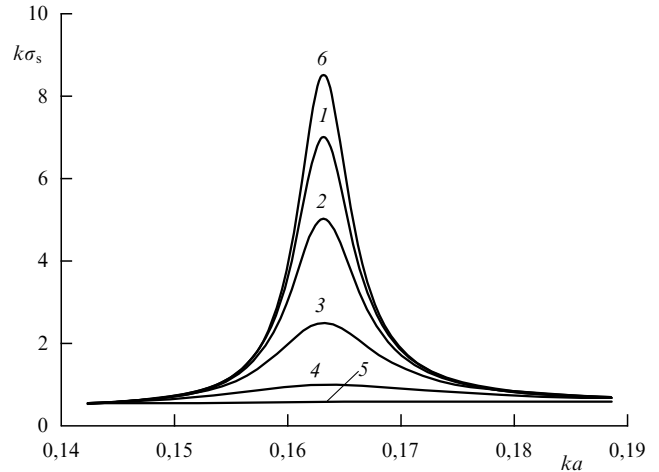


Рис. 5. Зависимость сечения рассеяния от частоты при $v = 0,2$, $\varepsilon' = 2$, $\mu = 1$ для различных значений ε'' : 1 — $\varepsilon'' = 0,012$; 2 — $\varepsilon'' = 0,035$; 3 — $\varepsilon'' = 0,105$; 4 — $\varepsilon'' = 0,314$; 5 — $\varepsilon'' = 0,942$; 6 — $\varepsilon'' = 0$.

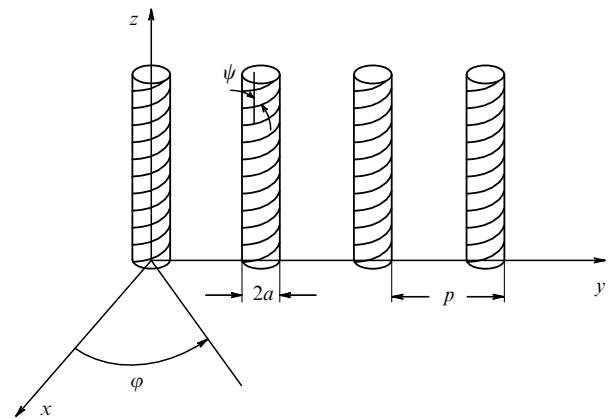


Рис. 6. Общий вид решетки из цилиндров с винтовой проводимостью поверхности.

цилиндров с электрической проводимостью поверхности (условия (2.8)). Период решетки p предполагается меньшим длины волны λ , что обеспечивает отсутствие боковых лепестков. Решетки характеризуются тремя параметрами: углом скрутки винтовых линий проводимости ψ , коэффициентом заполнения $q = 2a/p$ и нормированным периодом $s = p/\lambda$. Величины q и s лежат в интервале $(0, 1)$.

В конце раздела описываются фильтрующие и гиротропные свойства каскада из двух решеток.

3.1. Решетка из цилиндров с электрической и магнитной проводимостью поверхности

Задача о нормальном падении плоских круго-поляризованных волн на решетку из цилиндров со смешанной проводимостью сводится к нахождению скалярной функции $u(x, y) = E_z$, удовлетворяющей однородному уравнению Гельмгольца

$$\Delta u + k^2 u = 0 \quad (3.1)$$

и граничному условию третьего рода на поверхности каждого цилиндра

$$v \frac{\partial u}{\partial (kr)} \pm u = 0, \quad (3.2)$$

где r — локальная радиальная координата. Верхний и нижний знаки относятся к задачам о правой и левой круговой поляризации соответственно. Вдали от решетки ($|x| \gg p$) функция u имеет вид

$$\begin{aligned} u &= \exp(-ikx) + R \exp(ikx) & (x < 0), \\ u &= T \exp(-ikx) & (x > 0), \end{aligned} \quad (3.3)$$

где R и T — искомые коэффициенты отражения и прохождения. В [28] для коэффициентов разложения в ряд Фурье функции u на поверхности цилиндра получена бесконечная система линейных алгебраических уравнений. Величины R и T выражаются через эти коэффициенты по простым формулам.

При возбуждении волной правой круговой поляризации в решетке проявляются эффекты, связанные с низкочастотными резонансами, происходящими в отдельно взятом цилиндре. Условия этих резонансов выражаются формулами (2.24)–(2.26) при $\theta = \pi/2$. В окрестностях резонансов происходят резкие изменения R и T . На рисунке 7 изображены модули коэффициентов прохождения правой круго-поляризованной (сплошная линия) и левой круго-поляризованной (штриховая кривая) волн в функции от s для решетки с параметрами $q = 0,04$, $\psi = 5^\circ$. На резонансе $m = 0$ происходит полное отражение, а в окрестности резонанса $m = 1$ имеет место как полное отражение, так и полное прохождение. Левая круго-поляризованная волна имеет почти полное прохождение во всем диапазоне изменения s , поэтому такая решетка, например, в точке нулевого резонанса является эффективным поляризационным фильтром.

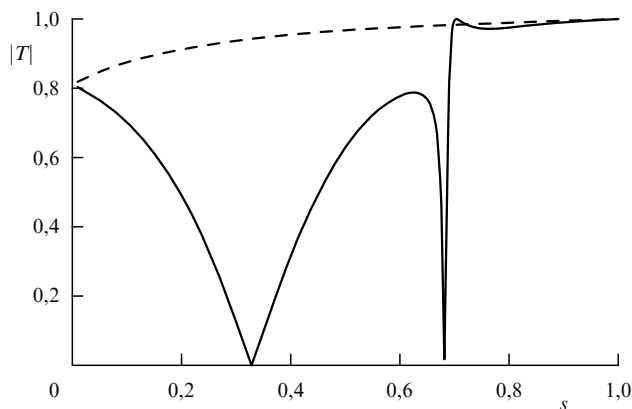


Рис. 7. Зависимость модулей коэффициентов прохождения от частоты для волн правой (сплошная кривая) и левой (штриховая кривая) круговых поляризации при $q = 0,04$, $\psi = 5^\circ$.

3.2. Решетка из полых цилиндров с электрической проводимостью поверхности

В этом случае задача дифракции не сводится к скалярной, как в предыдущем разделе. В решетках из полых цилиндров с винтовой электрической проводимостью возникают сложные поляризационные явления и они могут служить в качестве преобразователей поляризации различных типов. Подробно математический аппарат расчета таких решеток изложен в [29]. Матричные коэффициенты отражения и прохождения выражаются через коэффициенты Фурье-разложения поверхностного тока на цилиндре. Эти коэффициенты удовлетворяют

бесконечной системе линейных алгебраических уравнений. Опишем обнаруженные электродинамические свойства рассматриваемых решеток.

3.2.1. Полупрозрачные экраны для волн круговых поляризации. В [30, 31] исследовано возбуждение решетки круго-поляризованными волнами. Установлена связь между тремя параметрами решетки ψ , q , s , при которой прошедшее и отраженное поля круго-поляризованы и сохраняют направление вращения падающей волны. Для такого класса решеток зависимость q и s от ψ изображена на рис. 8. Амплитуды и фазы коэффициентов прохождения $|t_{r,1}|$ и $\beta_{r,1}$ для волн правой и левой круговых поляризации изображены на рис. 9, 10 как функции угла скрутки ψ . Из рисунков 8, 9 следует, что при $\psi = 55^\circ$, $q = 0,87$, $s = 0,38$ решетка полностью отражает волну левой круговой поляризации и частично пропускает волну правой круговой поляризации.

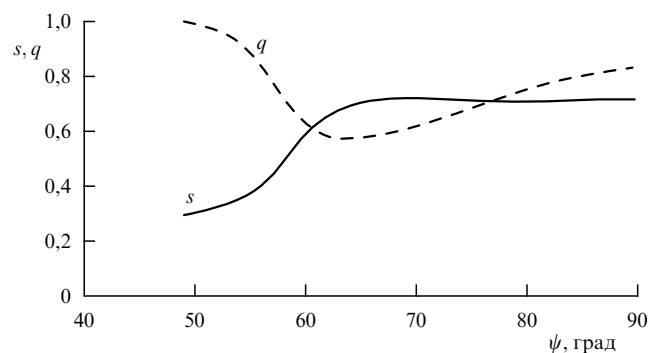


Рис. 8. Зависимость параметров q и s от угла скрутки ψ .

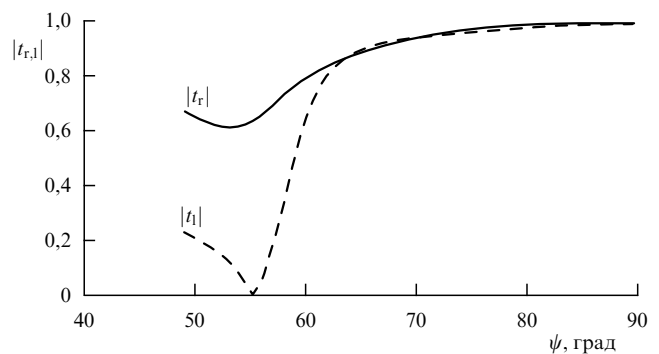


Рис. 9. Зависимость модулей амплитуды коэффициентов прохождения от ψ для волн правой ($|t_r|$) и левой ($|t_l|$) круговых поляризации.

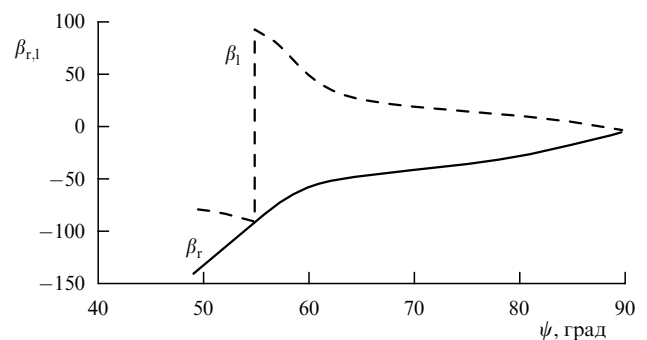


Рис. 10. Зависимость фаз коэффициентов прохождения от ψ для волн правой (β_r) и левой (β_l) круговых поляризации.

3.2.2. Преобразователи поляризации — делители мощности. Параметры решетки можно подобрать так, что падающая на нее линейно-поляризованная волна $E_y = \cos \theta \exp(-ikx)$, $E_z = \sin \theta \exp(-ikx)$ преобразуется в пару круго-поляризованных волн, причем прошедшее и отраженное поля имеют противоположные направления вращения поляризации. В [31] найдена связь между четырьмя параметрами θ , ψ , q , s , обеспечивающая такое преобразование. При этом возможны два класса решеток, соответствующих случаям, когда прошедшее поле имеет либо правую, либо левую круговую поляризацию.

3.2.3. Эффект частотно-поляризационной модуляции. Решетка с параметрами $\psi = 15^\circ$, $q = 0,34$ при $s = 0,23$ преобразует круго-поляризованные волны в линейно-поляризованные [32–34]. Причем при возбуждении волной правой круговой поляризации электрический вектор в прошедшей волне направлен вдоль осей цилиндров, а в отраженной — поперек. При возбуждении волной левой круговой поляризации электрический вектор в прошедшей волне направлен поперек осей цилиндров, а в отраженной — вдоль. Существенно, что для такой решетки в достаточно широкой полосе частот прошедшее и отраженное поля остаются почти линейно-поляризованными (коэффициент эллиптичности не превышает 0,05). При этом в случае возбуждения волной правой круговой поляризации при небольшом изменении частоты вблизи резонансной происходят значительные повороты в противоположных направлениях электрических векторов в прошедшем и отраженном полях. Этот эффект иллюстрирует рис. 11. При возбуждении волной левой круговой поляризации ориентация электрического вектора в прошедшем и отраженном полях сохраняется практически неизменной. Прошедшая и отраженная мощности для обеих поляризаций в диапазоне, приведенном на рис. 11, слабо изменяются и равны примерно 0,5.

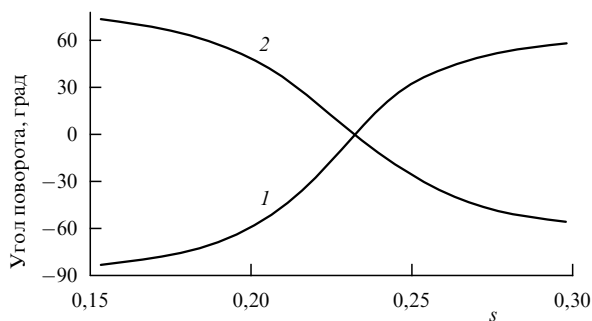


Рис. 11. Углы поворота векторов электрического поля в прошедшей (кривая 1) и в отраженной (кривая 2) волнах как функции частоты.

3.2.4. Эффект поворота на 90° вектора электрического поля в прошедшей волне. В [35] исследовано возбуждение решетки линейно-поляризованными волнами, углы θ между электрическим вектором и осью y составляют $\pm 45^\circ$. Определен класс решеток, для которого прошедшее и отраженное поля линейно-поляризованы, причем электрический вектор в прошедшей волне оказывается повернутым на угол 90° , а электрический вектор отраженной волны сохраняет ориентацию падающего поля. Существенно, что при $\psi = 51^\circ$ и $\psi = 63^\circ$ имеет место эффект полного прохождения для случая, когда

$\theta = -45^\circ$. При ортогональной поляризации ($\theta = 45^\circ$) для некоторых ψ наступают эффекты полного отражения.

3.3. Гиротропные и фильтрующие свойства каскада из двух решеток

По сравнению с рассмотренными одиночными решетками каскады решеток приобретают новые физические свойства. Здесь обсуждаются два новых свойства на примере каскада двух решеток из полых цилиндров с винтовой электрической проводимостью. Они состоят в возможности идеальной фильтрации волн круговой поляризации и в возможности вращения на любой заданный угол вектора электрического поля без потерь на отражение и при произвольной ориентации электрического вектора в падающей волне (в отличие от эффекта, описанного в разделе 3.2.4).

3.3.1. Идеальная фильтрация волн круговой поляризации.

Каскад представляет собой две одинаковые решетки, расположенные на расстоянии d в параллельных плоскостях. Цилиндры обеих решеток одинаково ориентированы. Предполагается $d > p$, что исключает взаимодействие решеток на нераспространяющихся гармониках. Как следует из рис. 8, 9, решетка с параметрами $\psi = 55^\circ$, $q = 0,87$, $s = 0,38$ полностью отражает волну левой круговой поляризации и частично пропускает волну правой круговой поляризации. Так как фаза коэффициента отражения для последней равна нулю, то две одинаковые решетки с упомянутыми параметрами, разнесенные на расстояние $d = n\lambda/2$ ($n = 1, 2, 3$), образуют проходной резонатор для волны правой круговой поляризации, который ее полностью пропустит. При этом волна левой круговой поляризации нацело отражается.

3.3.2. Искусственная гиротропная структура на основе двух решеток.

Решетки находятся в параллельных плоскостях и развернуты друг относительно друга на угол, равный 2γ . Теория такой структуры развита в [36], из нее, в частности, следует возможность получения упомянутого гиротропного эффекта за счет подбора параметров структуры. На рисунках 12, 13 приведены частотные характеристики структуры, поворачивающей вектор

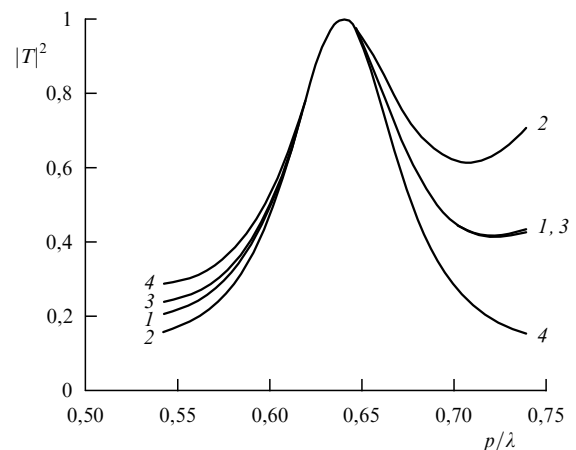


Рис. 12. Зависимость прошедшей мощности от частоты при различных углах ориентации вектора электрического поля в падающей волне: 1 — $\vartheta = -90^\circ$; 2 — $\vartheta = -45^\circ$; 3 — $\vartheta = 0^\circ$; 4 — $\vartheta = 45^\circ$.

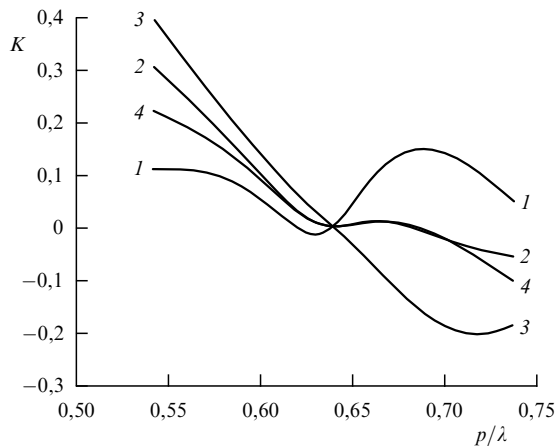


Рис. 13. Зависимость коэффициента эллиптичности прошедшей волны от частоты при различных углах ориентации вектора электрического поля в падающей волне: 1 — $\vartheta = -90^\circ$; 2 — $\vartheta = -45^\circ$; 3 — $\vartheta = 0^\circ$; 4 — $\vartheta = 45^\circ$.

электрического поля на 90° . Каскад имеет параметры: $\psi = 61,6^\circ$, $q = 0,59$, $d = 1,9p$, $2\gamma = 45^\circ$. На рисунке 12 представлена зависимость прошедшей мощности от нормированной частоты при различных ориентациях вектора электрического поля в падающей волне. На рисунке 13 изображены соответствующие коэффициенты эллиптичности прошедшей волны. Как видно из рисунков, на резонансной частоте $s = 0,64$ структура имеет идеальные гиротропные свойства, т.е. без энергетических потерь преобразует волну линейной поляризации с любой ориентацией вектора электрического поля в линейно-поляризованную волну с повернутым на 90° вектором электрического поля.

Список литературы

1. *Advances in Complex Electromagnetic Materials* (Eds A Priou, S Tretyakov, A Vinogradov) (Dordrecht, Boston, London: Kluwer Academic Publ., 1997)
2. Lindell I et al. *Electromagnetic Waves in Chiral and Bi-isotropic Media* (Artech House, 1994)
3. Федоров Ф И *Теория гиротропии* (Минск, 1976)
4. Bohren G F *Chem. Rev. Lett.* **29** (3) 458 (1974)
5. *Электродинамика антенн с полупрозрачными поверхностями. Методы конструктивного синтеза* (Под ред. Б З Каценеленбаума и А Н Сивова) (М.: Наука, 1989)
6. Lindell I V, Viitanen A J *IEEE Trans. AP-40* (1) 91 (1992)
7. Kamenetskiy E O *IEEE Trans. МТТ-44* (3) 465 (1996)
8. Каценеленбаум Б З *Радиотехн. и электрон.* **38** (10) 2186 (1992)
9. Tretyakov S A, Viitanen A J *Microwave and Opt. Technol. Lett.* **5** (4) 174 (1992)
10. Tretyakov S A, Viitanen A J *IEEE Trans. МТТ-43* (1) 222 (1995)
11. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Электродинамика сплошных сред* (М.: Наука, 1982)
12. Bahr A J, Clausing K R *IEEE Trans. AP-42* (12) 1592 (1994); Mariotte F, Tretyakov S A, Sauviac B *IEEE Antennas and Propagation Magazine* **38** (2) 22 (1996)
13. Tretyakov S A et al. *IEEE Trans. AP-44* (7) 1006 (1996)
14. Шевченко В В *Радиотехн. и электрон.* **40** (12) 1777 (1995); Kostin M V, Shevchenko V V, in *Advances in Complex Electromagnetic Materials* (Eds A Priou, S Tretyakov, A Vinogradov) (Dordrecht, Boston, London: Kluwer Academic Publ., 1997)
15. Jaggard D et al. *IEEE Trans. AP-37* (11) 1447 (1989)
16. Еремин Ю А, Зимнов М Х, Каценеленбаум Б З *Радиотехн. и электрон.* **40** (7) 1017 (1995)
17. Casey J P, Bansal R *Radio Science* **23** (6) 1141 (1988)
18. Зубов А С и др. *Радиотехн. и электрон.* **41** (12) 1434 (1996)
19. Коршунова Е Н, Сивов А Н, Шатров А Д *Радиотехн. и электрон.* **42** (1) 28 (1997)
20. Shatrov A D, Sivov A N, Chuprin A D *Electron. Lett.* **30** (19) 1558 (1994)
21. Вайнштейн Л А *Электромагнитные волны* (М.: Радио и связь, 1988)
22. Прибытько М П, Шатров А Д *Радиотехн. и электрон.* **42** (12) (1997)
23. Коршунова Е Н и др. *Зарубежн. радиоэлектр.* (8) 44 (1997)
24. Сивов А Н, Чуприн А Д, Шатров А Д *Радиотехн. и электрон.* **39** (10) 1534 (1994)
25. Chuprin A D, Shatrov A D, Sivov A N, in *Proc. of 24 European Microwave Conference* (Cannes, 5–8 September, 1994)
26. Носич А И, Шестопалов В П *ДАН СССР* **234** (1) 53 (1977)
27. Прибытько М П, Шатров А Д *Радиотехн. и электрон.* **42** (1) 23 (1997)
28. Коршунова Е Н, Сивов А Н, Шатров А Д *Радиотехн. и электрон.* **41** (8) 911 (1996)
29. Sivov A N, Chuprin A D, Shatrov A D *Electromagnetic Waves and Electronic Systems* **1** (1) 79 (1996)
30. Chuprin A D, Shatrov A D, Sivov A N, in *Proc. of Inter. Conference on Chiral Bi-isotropic and Bi-anisotropic Media* (Penn. St. University, 11–14 October, 1995)
31. Сивов А Н, Чуприн А Д, Шатров А Д *Радиотехн. и электрон.* **41** (5) 539 (1996)
32. Сивов А Н, Чуприн А Д, Шатров А Д *Радиотехн. и электрон.* **41** (8) 918 (1996)
33. Сивов А Н, Чуприн А Д, Шатров А Д *Письма в ЖТФ* **22** (1) 74 (1996)
34. Chuprin A D, Shatrov A D, Sivov A N, in *Proc. of 11 Inter. Microwave Conference MICON-96* (Warsaw, 27–30 May, 1996)
35. Chuprin A et al., in *Proc. Inter. Conference ММЕТ-96* (Lviv, 10–13 September, 1996)
36. Коршунова Е Н, Сивов А Н, Шатров А Д *Радиотехн. и электрон.* **42** (11) (1997)

Chiral electromagnetic objects

B.Z. Katsenelenbaum

Institute of Radio Engineering and Electronics, Russian Academy of Sciences, ul. Mokhovaya 11, 103907 Moscow, Russia
Tel. (7-095) 203-48 36. Fax (7-095) 203-84 14

E.N. Korshunova, A.N. Sivov, A.D. Shatrov

Institute of Radio Engineering and Electronics, Russian Academy of Sciences, pl. Vvedenskogo 1, 141120 Fryazino, Moscow Region, Russia
Tel. (7-095) 526-92 66. Fax (7-095) 203-84 14

A review is presented of some recent theoretical results in the research and development work on artificial spatially dispersive media and on structures possessing chiral properties in the microwave range. The results discussed are mainly obtained for chiral objects taken in the form of long helices of small radius to wavelength ratio, and of lattices of such helices. These structures display strong polarisation-selective resonance effects which give rise to a rich variety of electrodynamic properties.