

МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ

Особый случай броуновского движения и закон А. Эйнштейна

Т.С. Величина, И.А. Яковлев

PACS number: 05.40.+j

Наблюдение броуновского движения и проверка его основной количественной закономерности — закона Эйнштейна являются обязательными элементами курса молекулярной физики. Однако осуществление того и другого требует всегда значительной подготовительной работы, описанной Ж. Перреном [1]. При этом основное неудобство традиционных наблюдений явления связано с необходимостью иметь для этого всякий раз свежеприготовленный препарат эмульсии. В противном случае начинается слипание и осаждение взвешенных в эмульсии частиц.

Трудность количественных исследований броуновского движения связана еще с трехмерным движением частиц в эмульсии. Вертикальные перемещения частиц не поддаются учету, разрывают последовательность измерения горизонтальных перемещений и, наконец, частицы просто уходят за пределы глубины их возможной фокусировки объективом микроскопа. Не случайно поэтому в мировой литературе по физике не встречается указаний на то, как наблюдать броуновское движение иначе, чем это делал Перрен. Тем более нет рекомендаций, как можно проверить закон Эйнштейна.

Но, как указал нам проф. Г.Г. Леммлейн, для изучения броуновского движения можно применять природный и *всегда готовый для наблюдения объект*, в котором осуществляется двумерное броуновское движение.

В естественных кристаллах минерала берилла ($\text{Be}_3\text{Al}_2\text{Mg}_6\text{O}_{18}$), образовавшихся в отдаленную геологическую эпоху, встречаются жидкие своеобразные включения растворов тех солей, из которых образовался берилл. При кристаллизации берилла капли этого раствора оказались замкнутыми в теле выросшего кристалла. Раствор этот, в свою очередь, расслоился на водный раствор солей и на капли выделившейся из него углекислоты CO_2 . Ввиду того, что теперь углекислота в этих каплях находится при температуре ниже критиче-

ской, она разделяется на две фазы: жидкую и газовую. Газовая фаза образует маленький пузырек, плавающий на поверхности капли углекислоты.

Картина подобного включения в кристалле берилла иллюстрируется на прилагаемой фотографии (рис. 1). Видны составные части, находящиеся внутри включения в кристалле: водный раствор двойной алюминиевой магниевой соли бериллия, жидкая углекислота (1) и газовый пузырек CO_2 (2).

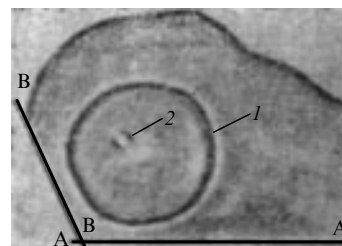


Рис. 1.

Необходимый для работы препарат представляет собой минералогический шлиф кристалла берилла с полированными поверхностями. Внутри описанного выше включения в кристалл легкий пузырек газовой фазы CO_2 всегда прижат архимедовой силой к верхней поверхности шлифа и совершает под ней *вечное двумерное* движение, неподверженное конвекции, которое легко наблюдать в микроскоп, так как пузырек имеет диаметр ~ 1 мкм. Заметим, что один шлиф минерала часто содержит не одно включение жидкой углекислоты, в каждом из которых встречается по своему пузырьку разного размера. Поэтому, перемещая препарат со шлифом на предметном столике микроскопа, легко наблюдать, что маленькие пузырьки газа движутся быстрее, чем крупные. Явление можно показать и в проекции, обеспечив лишь, чтобы нужный при этом более мощный поток света не перегрел препарат выше 31°C .

Количественное исследование закона броуновского движения [2] может осуществляться с тем же кристаллическим препаратом, но требует регистрации последовательных перемещений газового пузырька и их точных измерений. Для регистрации перемещений пузырька

Т.С. Величина, И.А. Яковлев. Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, физический факультет
117234 Москва, Воробьевы горы
Тел. (095) 939-14-30
E-mail: iakovlev@crus272phys.msu.ru

Статья поступила 27 сентября 1996 г.

применяется киносъемка явления через микроскоп. Опыт показывает, что для успешного проведения эксперимента достаточно снять 10 кинокадров.

Обработанный отрезок киноплёнки, зажатый между двумя стеклянными пластинками, помещается на столик обычного спектропроектора. Наблюдаемые на белом листе бумаги изображения включения в кристалле равны по величине изображению на рис. 1. Перемещая поочередно микрометрическими винтами спектропроектора кадры киноплёнки, наносят на бумагу остроотточенным карандашом каждое новое положение газового пузырька, нумеруя эти положения. Смещения положений пузырьков между двумя изображениями, полученными по разным кинокадрам, достигают миллиметров.

Однако необходимо обеспечить регистрацию истинных смещений положений пузырька, обязанных броуновскому движению, а не случайным сдвигам изображений, даваемых перемещающимися кинокадрами. Для этого принимаются специальные меры. Отмечая контрольными линиями на бумаге расположения наиболее характерных геометрических особенностей контуров наблюдаемого включения в кристалл, микроскопическими подачами столика спектропроектора приводят каждое следующее изображение включения на место предшествующего. При этом условии можно регистрировать истинные смещения газового пузырька за время между двумя экспозициями.

Закончив обработку всех кадров, приступают к измерению расстояний между пронумерованными изображениями пузырька в разных комбинациях. Расстояния можно определять как отрезки между иглами раздвижного циркуля, совмещаемыми с изображениями пузырьков. Затем используется шкала миллиметровой линейки.

Отметим, что измеренные в нашем случае значительные перемещения газового пузырька связаны с аномально большим значением коэффициента диффузии $D \sim 1/(r\eta)$, где r — радиус газового пузырька в жидкости, η — вязкость CO_2 . Весьма существенны не только микронные размеры r , но особо малая величина η вблизи критической температуры CO_2 . Очевидно, что с водой или спиртом при комнатной температуре описанный опыт успеха иметь не может.

Чтобы избежать каких-либо недоразумений в последующей обработке результатов, приводим здесь в качестве примера два столбца таблицы обработки измерений через один или два интервала времени фиксации результатов измерений. Промежутки времени τ между экспозициями смежных кадров условно приняты равными единице.

$\tau = 1$			$\tau = 2$		
Сочетание точек	Δs	$(\Delta s)^2$	Сочетание точек	Δs	$(\Delta s)^2$
1–2	Δs_{12}	$(\Delta s_{12})^2$	1–3	Δs_{13}	$(\Delta s_{13})^2$
2–3	Δs_{23}	$(\Delta s_{23})^2$	2–4	Δs_{24}	$(\Delta s_{24})^2$
3–4	Δs_{34}	$(\Delta s_{34})^2$	3–5	Δs_{35}	$(\Delta s_{35})^2$
4–5	Δs_{45}	$(\Delta s_{45})^2$	4–6	Δs_{46}	$(\Delta s_{46})^2$
...	...	...	...	...	...
$(n-1) - n$	$\Delta s_{n-1,n}$	$(\Delta s_{n-1,n})^2$	$(n-2) - n$	...	...
$\sum (\Delta s)^2 =$			$\sum (\Delta s)^2 =$		
$\overline{(\Delta s)^2}_{\tau=1} = \frac{\sum (\Delta s)^2}{n-1} =$			$\overline{(\Delta s)^2}_{\tau=2} = \frac{\sum (\Delta s)^2}{n-2} =$		

Заключительным этапом обработки результатов измерений является наглядная форма проверки закона Эйнштейна для двумерного движения: $(\Delta s)^2 = 4Dt$, где t — время. Для этого на миллиметровой бумаге строится прямоугольная система координат, на оси абсцисс которой откладываются промежутки времени $n\tau$, а на оси ординат значения $(\Delta s_{ik})^2$ в подходящем масштабе. Если все нанесенные таким образом на координатную плоскость точки могут быть соединены прямой линией, проходящей через начало координат, то закон Эйнштейна удовлетворен. Высокое качество эксперимента при выполнении киносъемки движений пузырька и, главное, соответствие условий его движения предпосылкам, положенным в основу теоретического рассмотрения вопроса Эйнштейном, обеспечивают с погрешностью не более 10 % соблюдение его закона.

Надо отметить, что однажды снятая кинолента может неограниченно долго служить для ее количественного использования. Поэтому учебное упражнение может при недостатке киноаппаратуры сводиться лишь к индивидуальным натурным наблюдениям броуновского движения газового пузырька и к последующей обработке ранее полученной киноплёнки.

Следует отметить также, что полученные результаты могут позволить определить коэффициент диффузии пузырька в жидкой углекислоте. В свое время С.И. Вавилов [3] ставил эти вопросы, указывая, что двумерное броуновское движение может быть использовано для определения коэффициентов вязкости и диффузии. По предложению С.И. Вавилова в совместной работе А.Н. Колмогорова и М.А. Леонтовича [4] была решена задача о вычислении так называемой *средней броуновской площади*. Но математические сложности применения сделанных авторами [4] расчетов, хотя и соответствуют постановке описанных экспериментов, лишают нас возможности входить здесь подробнее в результаты экспериментального решения и этой задачи.

Все связанное с наблюдением и количественной проверкой закона броуновского движения в описанных условиях было реализовано Т.С. Величкиной, а затем апробировано в течение ряда лет в физическом практикуме МГУ [5]. Наконец, в заключение можно заметить, что успех наблюдения броуновского движения в естественном минералогическом препарате стимулирует создание аналогичного искусственного стеклянного препарата с пузырьком CO_2 , но ценой, конечно, утраты возможности наблюдения броуновского движения, продолжавшегося миллионы лет.

Список литературы

1. Perrin J *Les Atomes* (Paris: Paris Univ, 1948)
2. Эйнштейн А *Собрание научных трудов*. Т. 3. *К теории броуновского движения* с. 118. *Теоретические замечания о броуновском движении* с. 149. *Элементарная теория броуновского движения* с. 155 (М.: Наука, 1965)
3. Вавилов С И *Собрание сочинений*. Т. 1 (М.: Изд-во АН СССР, 1956) с. 320, 330
4. Леонтович М А, Колмогоров А Н *К вычислению средней броуновской площади*, в кн. Леонтович М А *Избранные труды* (М.: Наука, 1985) (первоначально опубликовано в *Phys. Zs. (SU)* 4 1 (1933))
5. *Физический практикум. Механика и молекулярная физика* (Под ред. В И Ивероновой) (М.: Наука, 1967)