

## ФИЗИКА НАШИХ ДНЕЙ

Плазменно-пылевые кристаллы,  
капли и облака

В.Н. Цытович

*Рассматриваются экспериментальные данные и теоретические представления о притяжении пылевых частиц в открытых системах (возникающем несмотря на большие заряды пылевых частиц вплоть до  $10^5 e$ ), пылевых молекулах, возможностях большой энергии связи в плазменно-пылевых кристаллах (100 эВ и выше), эффектах неустойчивости самосжатия (аналогичной гравитационной), пылевых структурах со свободной границей, росте и агломерации пылевых частиц из-за новых механизмов притяжения, появлении дальнего порядка в пылевой плазме. Даются новые оценки для явления шаровой молнии и процессов звездообразования.*

PACS number: 52.90.+z

## Содержание

1. Введение (57).
2. О лабораторных экспериментах (59).
  - 2.1. Плазменно-пылевые кристаллы. 2.2. Пылевые облака в процессах плазменной обработки поверхностей. 2.3. Параметры некоторых космических пылевых структур.
3. Теоретические представления и результаты численного моделирования (72).
  - 3.1. Пылевая плазма как открытая система. 3.2. Не экспоненциальное (не дебаевское) экранирование поля пылевых частиц. 3.3. Силы притяжения между пылевыми частицами из-за непосредственной бомбардировки плазменными частицами. 3.4. Силы притяжения между пылевыми частицами, связанные с кулоновским рассеянием плазменных потоков. 3.5. Притяжение и отталкивание, связанные с потоками нейтральных частиц. 3.6. Пылевые молекулы. 3.7. Пылевой и обычный звук. 3.8. Электростатическая неустойчивость самосжатия пылевых облаков. Упрощенный подход. 3.9. Общая теория электростатической неустойчивости самосжатия и роль диссипативных процессов. 3.10. Звук в нейтральной компоненте и его взаимодействие с пылевым звуком. 3.11. Гравитационно-электростатическая пылевая неустойчивость. 3.12. Поверхностное натяжение. 3.13. Корреляции в пылевой плазме, мягкие моды и проявление эффектов дальнего порядка.
4. О некоторых проблемах пылевых структур (91).
  - 4.1. Как формулировать проблемы пылевых структур?
  - 4.2. Проблемы теории плазменно-пылевых кристаллов. 4.3. О пылевых кристаллах со свободной границей. 4.4. Об агломера-

ции пылевых частиц. 4.5. Новые оценки для объяснения явления шаровой молнии. 4.6. О планетарных кольцах как самоорганизованных плазменно-пылевых системах. 4.7. О процессах звездообразования в межзвездных молекулярно-пылевых облаках.

5. Заключение (98).
- Список литературы (98).

## 1. Введение

Предметом изложения является совершенно новая область исследований, находящаяся в процессе становления. В 1994 г. появились первые сообщения о создании в лабораторной плазме кристаллов из пылевых частиц. Оказалось, что плазменно-пылевые кристаллы можно создавать довольно просто: как инъекцией макрочастиц в плазму, так и при взаимодействии плазмы со стенками камер или в результате химических реакций. Почти одновременно в промышленных установках плазменного травления для создания компьютерных микросхем были обнаружены структуры, сходные с плазменно-пылевыми каплями. Плазменно-пылевые газовые облака широко распространены в космической плазме — планетарные кольца, кометные хвосты, молекулярно-пылевые межзвездные облака — и активно исследуются. Все такие пылевые структуры являются самоорганизованными с большим темпом плазменной диссипации. Таким образом, имеются все основания предположить, что открывается новое направление в науке, естественным названием которого может стать "суперхимия", когда элементарными составляющими связей будут не атомы или молекулы обычного вещества, а макрочастицы пыли, находящейся в плазме. Будущие эксперименты по изучению пылевых структур в условиях микрогравитации смогут дать ответ на многие из обсуждаемых в этом обзоре проблем. Понимание физических механизмов слипания пылевых частиц, наблюдающихся в большинстве промышленных установок по плазменному

В.Н. Цытович. Институт общей физики РАН,  
117942 Москва, ул. Вавилова 38  
Тел. (095) 135-02-47. Факс (095) 135-02-70  
E-mail: tsyt@ewm.gpi.msk.ru

Статья поступила 15 июня 1996 г.

травлению, может иметь важные технологические приложения при устранении препятствий на пути к миниатюризации компьютеров.

Мы не будем повторять результаты, изложенные в экспериментальных работах, а дадим комментарии к этим работам и различные оценки, которые смогут прояснить физические условия экспериментов. В разделе 3 изложено также, почему сравнение с фактически несовершенными численными результатами для сильно коррелированных кулоновских систем, представляется недостаточно обоснованным. В обзоре сделана попытка описать новые физические эффекты для открытых систем и нас будут интересовать в большей степени соотношения между различными параметрами эксперимента, которые могут или не могут соответствовать необходимым условиям проявления этих физических эффектов. Поэтому, исходя из экспериментальных данных, мы постараемся сделать оценки, которые отсутствуют в оригинальных работах. Таким образом, в разделе 2 мы не столько будем излагать конкретные экспериментальные результаты, сколько постараемся составить физическую картину происходящих процессов и описать их. В разделе 3 представлены новые теоретические подходы и идеи. Невольно в экспериментальной части (раздел 2) при проведении некоторых оценок мы используем формулы, приведенные в теоретической части (раздел 3), и ссылаемся как на оригинальные исследования, так и на теоретическую часть. Законность использования хорошо известных теоретических представлений при описании поведения пылевых частиц была недавно подтверждена трехмерным численным моделированием. В разделе 4 мы вновь возвращаемся к оценкам и постановке ряда проблем для будущих исследований.

Необходимо сделать несколько простых утверждений об основных физических процессах, возникающих в плазме при наличии в ней пылевых частиц.

1. Пылевые макрочастицы могут долго сохраняться и даже расти в плазме с электронной температурой от нескольких электронвольт до нескольких десятков электронвольт, которая соответствует большинству экспериментов.

2. Пылевые частицы, по тем или иным причинам появившиеся в плазме, обычно за весьма короткое время (оценку времени см. в разделе 3) приобретают большие заряды, соответствующие так называемому плавающему потенциалу. Рост отрицательного заряда пылинок происходит до тех пор, пока тепловой поток электронов на пылинку не будет уменьшен до теплового ионного потока; это значит, что  $Z_d e^2 / a \approx \beta T_e$ , где  $T_e$  — электронная температура в энергетических единицах,  $a$  — размер пылинки, а  $Z_d$  — заряд пылевой частицы в единицах электронного заряда; численный коэффициент  $\beta$  оказывается во многих случаях близким к 2 и логарифмически зависит от плотности, температуры ионов, их массы и других параметров плазмы; для частиц микронных размеров и водородной плазмы с  $T_e \approx 3eV$  заряд пылинок равен  $Z_d \approx 10^4$ .

3. Коллективное воздействие поля пылинок на процессы, происходящие в плазме, весьма значительно, если заряд пылинок в единице объема  $n_d Z_d$  превосходит заряд свободных электронов в единице объема, т.е.

$$P \equiv \frac{n_d Z_d}{n_e} \geq 1, \quad (1.1)$$

где  $n_d$  — плотность пыли, а  $n_e$  — плотность электронов. Наличие заряда у пыли нужно учитывать не только в основном условии квазинейтральности, но и во всех возмущениях от квазинейтрального состояния, т.е. во всех коллективных модах.

4. Пылевые частицы представляют собой не только дополнительную систему частиц с аномально большими зарядами, но с зарядами, переменными по величине, так как величина заряда зависит от параметров окружающей плазмы и их возмущений.

5. Хотя поле вблизи пылевых частиц нелинейно, так как потенциал порядка температуры, но экранирование этого поля практически (т.е. в его основной части) осуществляется на расстоянии порядка дебаевского радиуса  $d$ , причем для отдельных пылевых частиц имеет место стандартное "сложение" дебаевских радиусов электронов и ионов:

$$\frac{1}{d^2} = \frac{1}{d_e^2} + \frac{1}{d_i^2},$$

где  $d_e = v_{Te} / \omega_{pe}$  — дебаевский радиус электронов, а  $d_i = v_{Ti} / \omega_{pi}$  — дебаевский радиус ионов ( $\omega_{pe,i}$  — плазменные электронные и ионные частоты,  $v_{Te,i}$  — средние электронные и ионные тепловые скорости). Во многих низкотемпературных экспериментах  $d_i \ll d_e$  и, следовательно, экранирование определяется ионным дебаевским радиусом. Как правило, размер пылевых частиц много меньше дебаевского радиуса

$$a \ll d. \quad (1.2)$$

6. Пылевая компонента находится в физических разных условиях в том случае, когда среднее расстояние между пылевыми частицами больше дебаевского радиуса и в случае, когда оно меньше дебаевского радиуса. Наиболее существенным при оценке того, какая из этих двух возможностей реализуется, является вопрос о том, может ли пылевая компонента рассматриваться как дополнительная плазменная компонента (с очень тяжелыми частицами, несущими большие заряды). Для плазменных частиц (электронов и ионов) всегда число частиц в сфере дебаевского радиуса

$$N_{d,e,i} = \frac{4\pi}{3} n_{e,i} d_{e,i}^3 \gg 1,$$

т.е. дебаевские радиусы плазменных частиц перекрываются и среднее расстояние между ними меньше дебаевского радиуса. Причем имеется простая оценка, показывающая, что отношение энергии кулоновского взаимодействия на среднем расстоянии между плазменными частицами к средней кинетической энергии порядка  $1/N_{e,i}^{2/3}$ . Из этого делается обычно вывод о том, что при приближении  $N_d$  к единице взаимодействие и корреляции становятся сильными. Это утверждение, правильное для плазменных частиц, не может быть без анализа перенесено на пылевую компоненту, т.е. нельзя наверняка утверждать, что если среднее расстояние между пылевыми частицами больше дебаевского радиуса, то взаимодействие и корреляции пылевых частиц являются сильными. Для того, чтобы пыль можно было бы рассматривать как плазменную компоненту, необходимо выполнение условия  $N_{d,d} = (4\pi/3)n_d d_d^3 \gg 1$ , где  $d_d = v_{Td} / \omega_{pd}$  ( $\omega_{pd}$  — плазменная частота пыли, а  $v_{Td}$  средняя тепловая скорость пыли) дебаевский пылевой

радиус. В условиях  $N_{d,d} \gg 1$  дебаевский пылевой радиус должен быть "прибавлен" (по выше использованному закону "сложения") в выражение для определения полного дебаевского радиуса:

$$\frac{1}{d^2} = \frac{1}{d_e^2} + \frac{1}{d_i^2} + \frac{1}{d_d^2}.$$

Но в условиях  $N_{d,d} \ll 1$  пылевая компонента не может выступать как дополнительная плазменная компонента, и дебаевский радиус определяется только электронами и ионами. Расстояние между пылевыми частицами может быть и больше радиуса экранирования, но они не обязательно взаимодействуют сильно. Основные взаимодействия пылевых частиц в этом случае становятся некулоновскими (см. раздел 3). Принципиальным является то, что заряженная компонента пылевой плазмы всегда является многокомпонентной, и приближение однокомпонентной плазмы [1], широко используемое для описания сильных корреляций и фазовых переходов в обычном веществе, здесь неприменимо. Условие того, что пылевая компонента в определенном приближении может рассматриваться как дополнительная тяжелая плазменная компонента, а именно,  $(4\pi/3)n_d d^3 \gg 1$ , может быть записано в более практическом виде

$$\sqrt{n_d} \ll 4 \times 10^8 \frac{T_d^{3/2}}{Z_d^3}, \quad (1.3)$$

здесь  $n_d$  измеряется в  $\text{см}^{-3}$ , а  $T_d$  — в эВ. При  $Z_d \approx 10^4$  соотношение (1.3) дает плотность пыли, намного меньше тех, которые используются или измеряются в существующих экспериментах. Тогда  $d_d$  не нужно добавлять в определение полного дебаевского радиуса, и утверждение о том, что корреляции становятся сильными в том случае, когда число частиц в дебаевской сфере приближается к единице, становится неверным (это ясно видно из того, что дебаевский радиус не содержит  $Z_d$ , тогда как взаимодействие содержит  $Z_d \gg 1$ ). Только в тех условиях, когда пыль выступает как дополнительная плазменная компонента, имеет смысл говорить о ее сильных кулоновских корреляциях в той форме, как они исследовались ранее [1] — как сильные корреляции в плазме. Таким образом, необходимо не только различать состояния с большим или малым числом частиц в дебаевской сфере, но и учитывать то, что само определение дебаевского радиуса зависит от того, выступает пыль как дополнительная плазменная компонента или нет. Это намного изменяет оценки условий, когда корреляции могут стать сильными. В том случае, когда расстояние между пылевыми частицами превышает дебаевский радиус и последние не выступают как плазменная компонента (т.е. соотношение (1.3) нарушено), взаимодействие пылевых частиц определяется не непосредственно кулоновскими силами неэкранированных зарядов пылевых частиц. Эти взаимодействия, как будет показано ниже, не сводятся и к "хвосту" экранированного потенциала Юкавы ( $\propto (1/r) \exp(-r/d)$ ), достаточно подробно исследованному [2] для однокомпонентной сильно коррелированной системы [3].

7. Пылевая система всегда является открытой системой, так как потоки плазменных частиц, рекомбинирующих на пыли, и потоки энергии на пылевые частицы должны поддерживаться внешними источниками частиц и энергии. Темп диссипации высок и, следовательно,

высока тенденция к самоорганизации и образованию долго живущих локализованных пылевых структур.

Эти достаточно простые общие положения мы будем учитывать при анализе экспериментальных результатов и данных наблюдений, а также изложении новых теоретических представлений.

## 2. О лабораторных экспериментах

### 2.1. Плазменно-пылевые кристаллы

Самым простым является наблюдение плазменных кристаллов, так как упорядоченное распределение пылевых частиц фиксируется визуально. Обсуждению подлежит, являются ли такие системы сильно коррелированными или нет? Этот вопрос мы обсудим частично в этом разделе и частично после изложения теоретических представлений.

**2.1.1. Об экспериментах группы Института внеземной физики им. М. Планка<sup>1</sup>.** В этих экспериментах впервые в лабораторных условиях были получены плазменно-пылевые кристаллы. Эксперименты были инициированы предложениями Г. Морфилла [4] (Институт внеземной физики им. М. Планка, Гархинг (ФРГ)), проведены в Институте лабораторного моделирования космических процессов в Кельне<sup>2</sup> под руководством Г. Морфилла и Дж. Гори (Университет Иова, США)<sup>3</sup>. Для краткости будем называть эти эксперименты экспериментами группы Института внеземной физики, так как они выполнялись аспирантами Г. Морфилла во время работы Дж. Гори в Гархинге. Первая публикация появилась в материалах конференции [5]. Более подробно эти результаты описаны в [6].

В земных условиях на частицы пыли действует сила тяжести, и введение пыли в предварительно подготовленную плазму может осуществляться инъекцией сверху установки. Такая схема осуществлялась в экспериментах [5, 6], в которых использовался СВЧ разряд в аргонной в низкотемпературной слабо ионизированной плазме в СВЧ поле частоты 13,56 МГц. СВЧ поле производило ионизацию газового аргона (вкладываемая в плазму мощность порядка 0,4 Вт). Разряд осуществлялся между двумя плоскими электродами с отверстием в верхнем электроде для инъекции пылевых частиц. Мы не приводим схему экспериментальной установки, так как она представляет собой стандартный разряд в СВЧ поле. Для оценок важны лишь основные параметры этого разряда. Они типичны для таких разрядов: электронная температура  $T_e \approx 1 \div 3$  эВ, концентрация ионов  $n_i \approx 10^9 \text{ см}^{-3}$  и их температура предполагается близкой к комнатной, хотя непосредственных ее измерений не проводится. Аргументом в пользу такого предположения является быстрый обмен энергией ионов с нейтралами, которые контактируют со стенками газоразрядной камеры. При этих условиях концентрация электронов определяется условием квазинейтральности  $n_e = n_i - n_d Z_d$ , где  $n_d$  — концентрация

<sup>1</sup> Max-Planck Institut für Extraterrestrische Physik, 85740 Garhing, Germany.

<sup>2</sup> DLR, Institut für Raumsimulation, 51140 Köln, Germany.

<sup>3</sup> Department of Astronomy, the University of Iowa, Iowa City, IA 52242, USA.

пыли, а  $Z_d$  — заряд отдельной пылинки в единицах заряда электрона. Наблюдаемая концентрация пыли после ее инжекции составила примерно  $n_d \approx 4 \times 10^4 \text{ см}^{-3}$ , а измеренный заряд пылинок  $Z_d \approx 10^4$ , что дает для концентрации электронов величину  $6 \times 10^8 \text{ см}^{-3}$ , т.е. не сильно отличающуюся от концентрации ионов.

Параметр, который можно оценить сразу — это  $P = n_d Z_d / n_e \approx 0,66$  (см. (1.1)), что указывает на большую роль коллективных эффектов, вносимых пылевой компонентой.

Далее, соотношение (1.3) наверняка не выполняется, дебаевский радиус экранирования электронами равен  $d_e = \sqrt{T_e / 4\pi n_e e^2} \approx 0,043$  см, тогда как дебаевский радиус экранирования ионами равен  $d_i \approx d_e / 10 \approx 0,0043$  см, что соответствует 43 мкм. Полный дебаевский радиус  $d$  в силу невыполнения неравенства (1.3) определяется из вкладов электронов и ионов по соотношению  $1/d^2 = 1/d_e^2 + 1/d_i^2$  и практически совпадает с ионным дебаевским радиусом. Размер инжектируемых пылевых частиц  $a$  составлял  $a \approx 7 \pm 0,2$  мкм, что много меньше радиуса экранирования. Последнее весьма существенно, так как в пределе  $a \ll d$ , как показывают экспериментальные исследования [7] и численное моделирование [8], хорошим описанием взаимодействия плазменных и пылевых частиц является так называемое приближение ограниченных орбит (ПОО) — Orbit Motion Limited approach (OML). Суть его в том, что вне зависимости от распределения потенциала вокруг пылинки (который может иметь сколь угодно сложную нелинейную структуру) только из законов сохранения энергии и импульса (см. раздел 2) можно найти сечения электростатического взаимодействия плазменных частиц (ионов и электронов), считая, что те частицы плазмы, которые имеют такие прицельные параметры, что их траектории касаются пылинки, или меньшие, поглощаются пылинками, а все плазменные частицы с большими прицельными параметрами не поглощаются пылевыми частицами. Описание деталей такого подхода мы оставляем до раздела 3. Здесь же нам при описании экспериментов понадобятся только две оценки: оценка заряда на пылевых частицах и оценка времени зарядки пылевой частицы. Эти оценки нужны для описания общей физической ситуации в обсуждаемом эксперименте. Для приведенных параметров ПОО дает  $Z_d e^2 / a T_e = 2,18$ , что только фиксирует более точно значение численного коэффициента в выражении для заряда пылинок, полученного выше из соображений о плавающем потенциале. При этом результат расчета как раз дает  $Z_d \approx 10^4$ , т.е. то значение, которое приводится в [5, 6]. Характерное время зарядки пылевой  $\tau_{ch}$  частицы дается ПОО в виде  $\nu_{ch} \equiv 1/\tau_{ch} = 3,18 \omega_{pi} a / \sqrt{2\pi} d \approx 1,3 \times 10^6 \text{ с}^{-1}$ . Таким образом, время зарядки чрезвычайно мало, и при инжекции сверху частицы пыли становятся заряженными весьма быстро (максимально возможная скорость пылинок оценивается в несколько  $\text{см с}^{-1}$ ). Падающие заряженные пылевые частицы встречаются у поверхности нижнего электрода электрическое поле, природа которого та же, что и появление заряда у пылевых частиц, а именно, тепловая скорость электронов плазмы много больше тепловой скорости ионов, и они в первую очередь достигают нижнего электрода, заряжая его до тех пор, пока основная часть электронов не будет отражаться и поток электронов не сравнится с потоком ионов. Эта область обычно называется двой-

ным слоем. Отличие от пылевых частиц здесь состоит в том, что электрод плоский или во всяком случае его "радиус кривизны" намного превосходит дебаевский радиус. В таких условиях потенциал нижнего электрода соответствует нелинейному экранированию и примерно в 7 раз больше температуры электронов. Электростатическая сила в двойном слое, действующая на пылевые частицы, направлена вверх и, в принципе, может компенсировать силу тяжести, испытываемую пылевыми частицами, если последние не очень тяжелые. Таким образом, процесс образования пылевого облака у нижнего электрода можно себе представить следующим образом: первые инжектируемые пылевые частицы размещаются в нижнем слое и левитируют в нем, находясь от границ нижнего электрода на расстоянии нескольких дебаевских радиусов. Этот слой как бы служит фундаментом пылевого облака, так как последующие слои "опираются" на этот первый слой и, чем выше слой, тем меньше влияние электрического поля двойного слоя. Экспериментально такая левитация наблюдалась во многих экспериментах. Важно, что помимо гравитации в двойном слое на пылевые частицы еще действует сила увлечения потоком ионов, который неизбежно существует в силу самого существования двойного слоя. Еще раз повторим, что отрицательный заряд на нижнем электроде растет до тех пор, пока поток ионов не сравнится с потоком электронов, приводя к непрерывной рекомбинации плазмы на электродах. Такая же непрерывная рекомбинация плазмы происходит и на пылевых частицах. Постоянная концентрация электронов и ионов в объеме плазмы поддерживается ионизацией СВЧ полем. Поэтому электростатическая сила в двойном слое у нижнего электрода, действующая на пылевые частицы, должна быть способной противостоять сумме сил тяжести и сил увлечения потоком ионов. Двойной электрический слой существует у обоих электродов — у нижнего и верхнего, и в условиях, когда сила увлечения ионным потоком больше силы тяжести, должно наблюдаться два пылевых облака — у верхнего и нижнего электродов. Это действительно имеет место в некоторых экспериментах [9], но не наблюдалось в обсуждаемой работе. Важно, что в [5, 6] пылевые частицы располагались в слоях со строго фиксированным расстоянием между ними, структура выдерживала 18 слоев. Фактически это образование является кристаллической структурой, в которой в каждом слое частицы располагались гексагонально, а по слоям — строго друг под другом, т.е. решетка была гексагональной в плоскостях и кубической между плоскостями.

Среднее расстояние между пылевыми частицами, которое легко находится из приведенного значения плотности пылевых частиц, мы обозначим через  $\delta$ . Получаем  $\delta \approx 250$  мкм, что составляет примерно 6–7 дебаевских радиусов. Стоит обратить внимание на то, что  $\delta$  намного превосходит радиус дебаевского экранирования. Таким образом, в экспериментах реализуется именно та физическая возможность, когда взаимодействие пылевых частиц происходит на расстояниях, намного превосходящих дебаевский радиус экранирования.

Температура пылевых частиц в кристалле  $T_d$ , определяемая экспериментально по броуновскому движению пылевых частиц около положения равновесия, близка к комнатной температуре, т.е. к температуре нейтральных

частиц, с которыми пылевые частицы испытывают частые столкновения.

Добавим здесь несколько замечаний по поводу этих наблюдений. Возникновение регулярной кристаллической структуры является, несомненно, наблюдаемым фактом и обсуждению может подлежать только интерпретация результата. Основной вопрос состоит в том, можно ли для приведенных параметров использовать представления о сильно коррелированных кулоновских системах, и тем более, можно ли использовать приближение однокомпонентной плазмы [1] для оценки перехода в кристаллическое состояние? Отметим, что в [1] используемый подход базируется только на численных расчетах в так называемом приближении однокомпонентной плазмы (ПОП) — One Plasma Component approach (OPC) — методом Монте-Карло при наличии периодических граничных условий, причем дебаевский радиус экранирования меньше или в крайнем случае сравним со средним расстоянием между частицами в кристаллическом состоянии. Поскольку ранее за неимением лучшего проводилось сравнение всех экспериментальных результатов с результатом [1], мы повторим его здесь для того, чтобы проиллюстрировать, почему такая оценка не соответствует той физической ситуации, которая имеет место в эксперименте. Введем, следуя [1], параметр  $\Gamma$  как отношение электростатической энергии чисто кулоновского взаимодействия пылевых частиц (т.е. электростатического взаимодействия без учета дебаевского радиуса) на расстоянии постоянной решетки  $\delta$  (равной среднему расстоянию между пылевыми частицами, которое, как отмечалось, больше дебаевского радиуса) к кинетической энергии пылевых частиц  $T_d$ , т.е. введем  $\Gamma = Z_d^2 e^2 / \delta T_d$ . Согласно численному моделированию методом Монте-Карло [1] переход в кристаллическое состояние происходит при  $\Gamma > \Gamma_{cr} = 170$ . Приведенные параметры эксперимента [5, 6] дают  $\Gamma \approx 2 \times 10^4$ , что заведомо много выше критического значения  $\Gamma_{cr}$ . Именно это вызывает сомнения в возможности применения ПОП [1]. Во-первых, среднее расстояние между пылевыми частицами много больше дебаевского радиуса и если подставлять в  $\Gamma$  не кулоновский потенциал  $Z_d e / \delta$ , а потенциал с учетом дебаевского экранирования, то в  $\Gamma$  появится дополнительный фактор по крайней мере  $10^{-5}$  (если  $\delta = 6d$ ) и  $\Gamma$  окажется малым по сравнению даже с 1. Экранирование пылинок является нелинейным, так как потенциал на поверхности пылинок составляет  $2,1 \times T_e$ , т.е. разложение по параметру  $e\phi / T_e$  недопустимо. Но нелинейность слабо сказывается на оценках, так как возникает только вблизи пылинок, а на таких больших расстояниях, как дебаевский радиус, относительное изменение концентраций плазменных частиц из-за наличия пылевой частицы является малым. Численное моделирование [8] показывает, что экранирование кулоновского поля пылевых частиц с размером меньшим дебаевского радиуса на расстояниях порядка дебаевского радиуса определяется линейным дебаевским радиусом. На расстояниях больших дебаевского радиуса возникают, как оказывается, другие эффекты, обязанные потокам плазменных частиц на пылевые частицы и тесно связанные с открытостью системы пылевой плазмы. Их мы обсудим в разделе 3. Здесь же отметим, что для соответствия численного расчета [1] и экспериментальных результатов [5, 6] нужно либо предположить, что из-за экспериментальной неточности параметры можно

потянуть так, что радиус экранирования будет порядка постоянной решетки, либо предположить, что наличие многих тесно расположенных пылевых частиц видоизменяет их радиус экранирования и нельзя пользоваться его значением для изолированных частиц. Однако эти предположения мало убедительны. Нельзя пройти и мимо других простых взаимодействий, доминирующих для расстояний между пылевыми частицами, больших дебаевского радиуса. Мы обсудим возможности их учета для объяснения экспериментов после изложения соответствующих теоретических представлений. Обсуждаемая ниже простая физическая интерпретация и связанные с ней критерии кажутся более подходящими для условий, когда  $\delta \gg d$ . Подчеркнем еще раз, что результаты [1] получены для однокомпонентной системы и неприменимы в условиях, когда из-за многокомпонентности дебаевский радиус не связан однозначно с силой взаимодействия.

Помимо отмеченных численных результатов в [1] содержится также обзор теоретических работ по переходу в твердое состояние, основанных на выборочном суммировании теории возмущений или обрыве цепочки корреляционных функций. Они, хотя и дают сходные результаты, но единственное их обоснование — это сравнение с результатами численного расчета, и поэтому в сравнениях с данными наблюдений по пылевым кристаллам они вообще не используются. Необходимо сразу отметить: один существенный момент этих аналитических расчетов в приближенных аналитических подходах учитывается обменная энергия взаимодействия, что является естественным в таких квантовых системах, какими являются обычные кристаллы, так как только обменное взаимодействие создает силы притяжения, необходимые для существования кристаллов со свободной границей. В численных же расчетах по методу Монте-Карло в приближении однокомпонентной плазмы проблема притяжения отдельных атомов (ионов), составляющих кристалл, обходится тем, что используются периодические граничные условия. Но тогда это бесконечный кристалл, и вопрос о кристалле со свободными границами не возникает (в ПОП заряд ионов в среднем скомпенсирован подложкой противоположного знака). Для пылевых частиц работают только классические эффекты, и размер боровского радиуса всегда меньше размеров частиц (играет роль и то обстоятельство, что заряд пылевых частиц весьма велик (до  $10^5 e$ )). Естественной проблемой здесь является возможность существования классических механизмов притяжения между одноименно заряженными пылевыми частицами. Ниже показывается, что притяжение пылевых частиц возникает только в силу открытости системы пылевой плазмы и мы обсудим этот вопрос подробно в разделе 3 настоящей статьи. Должны быть прояснены не только возможности притяжения частиц на расстояниях, больших дебаевского радиуса, но и возможность интерпретации имеющихся экспериментов, а также возможность существования пылевых кристаллов со свободной границей. По последней проблеме экспериментальный ответ может быть получен только в условиях микрогравитации или, как говорят, в условиях невесомости (т.е. в космических экспериментах).

В лабораторных экспериментах [5, 6] пылевой кристалл не только поддерживался пристеночным электрическим полем двойного слоя, но экспериментаторы

вынуждены были сделать конфигурацию электродов не совсем плоской с тем, чтобы указанное поле возрастало в поперечном направлении для обеспечения поперечного удержания, и поэтому такие кристаллы не были кристаллами со свободной границей. Здесь уместно сказать о самоорганизации. В наблюдаемом пылевом кристалле поражает строгое постоянство расстояния между пылевыми частицами. Обеспечивается ли оно примерным равенством размеров всех инжектируемых частиц? Дисперсия размеров инжектируемых частиц была сравнительно небольшой:  $\pm 0,2$  мкм при среднем размере 7 мкм. Но заряд частиц не только зависит от размеров частиц (в ПОП он пропорционален размеру  $a$  пылевых частиц), но логарифмически зависит от концентрации и температуры окружающей плазмы. Плазма весьма неоднородна в области существования кристалла. Известно также (см. [10]), что ионизация СВЧ полем весьма неоднородна. Кроме того, параметры плазмы в двойном слое изменчивы, а определенная часть кристалла поддерживается полем двойного слоя и находится в нем и, наконец, сам кристалл не является слабым возмущением для плазмы (напомним, что  $P \approx 1$ ) и меняет ее параметры по-разному в центре и на периферии, где электрические поля сильнее.

Появление такой регулярности в межпылевых расстояниях для частиц, помещенных в различные условия, может поражать, но физически может возникнуть как результат некой самосогласованной подстройки. Вариации заряда пылевых частиц могут достигать величин вплоть до фактора 2, но изменения постоянной решетки в 4 раза не наблюдается. Возможность самоподстройки или самоорганизации возрастает, если постоянная решетки больше радиуса экранирования. Мы увидим в разделе 3, что здесь возникают эффекты, которые более сильно зависят от параметров плазмы (не логарифмически, как для заряда пылевых частиц), и весьма небольшие локальные изменения параметров плазмы могут способствовать процессам самоорганизации. Поэтому в разделе 3 мы достаточно серьезно рассмотрим возможность образования пылевых кристаллов при постоянной решетки, заметно превосходящей радиус экранирования. Эта альтернатива является новой. Однако окончательный ответ о соотношении между постоянной решетки и радиусом экранирования может быть дан только экспериментально. Нет поэтому оснований для того, чтобы считать, что могут быть созданы только кристаллы с большим отношением постоянной решетки к радиусу экранирования; есть возможность реализации и сильно коррелированных кристаллов типа тех, что обсуждались в [1].

**2.1.2. Об экспериментах группы университета Шунгли (Тайвань)<sup>4</sup>.** Публикация [11] появилась почти одновременно, но несколько позже первой публикации института внеземной физики им. М. Планка [5] (более подробная публикация [6], которую мы в основном обсуждали выше, появилась несколько позже работы [11], но приоритет остается за [5]). Эксперименты [11] тоже проводились при разряде в аргоне. В отличие от экспериментов [5, 6], где инжектировались пылевые частицы строго определенного размера, в [11] они были результатом химических реакций, в которых образовывались частицы  $\text{SiO}_2$  путем

рекомбинации молекулярных комплексов с последующим слипанием (агломерацией) пылинок, так как пылевые частицы росли в размере непрерывно. Химические процессы останавливались на определенном среднем размере пылевых частиц порядка микронных размеров, при этом имело место достаточно широкое распределение пылевых частиц по размерам. Это не препятствовало последующему появлению отрицательного заряда на частицах и их собиранию у нижнего электрода. Конфигурация электрического поля соответствовала удержанию отрицательно заряженных пылевых частиц, т.е. наблюдаемое плазменно-пылевое облако не было облаком со свободной границей. Разряд поддерживался СВЧ полем приблизительно той же частоты, что и в [5, 6], а именно 14 МГц, концентрация ионов также составляла примерно ту же величину, что и в [5, 6], а именно,  $10^9 \div 10^{10} \text{ см}^{-3}$ . Несмотря на то, что частицы довольно сильно могли различаться по размерам, наблюдалась четкая кристаллическая структура, сформированная частицами почти одинакового размера порядка 10 мкм. Постоянные решетки, которая соответствовала центрированному кубу, были соответственно 180 и 130 мкм (последняя цифра относится к расстоянию между плоскостями кубической структуры и центрированных частиц: если в одном из слоев частицы расположены по углам квадрата, то в следующем слое — по центру этого квадрата). Домены с такими структурами соседствовали с доменами, имеющими гексагональную упакованную структуру, когда в одном слое частицы располагаются по углам шестиугольника и его центра, а в следующем слое — по углам треугольника. Постоянная решетки в первом слое составляла 160 мкм, а расстояние между слоями — 130 мкм. Оценка радиуса экранирования в [11] не приводится, однако из-за того, что значение плотности несколько выше, чем в [5, 6], мы можем заключить, что дебаевский радиус несколько меньше, но он остается больше размера пылевых частиц; отношение же постоянной решетки к радиусу экранирования еще больше, чем в [5, 6]. В [11] впервые наблюдалось плавление кристалла и отмечено большое увеличение не только теплового движения пылевых частиц, но и флуктуаций коллективных полей. Впрочем, оба типа броуновского движения должны быть связаны между собой. Но в пылевых кристаллах возможен механизм плавления, отличный от обычных кристаллов и связанный с появлением флуктуаций заряда пылевых частиц, который невозможен для обычных атомов и молекул. В экспериментах [11] было продемонстрировано, что при плавлении пылевого кристалла в парной корреляционной функции исчезает дальний порядок, но остается ближний порядок. При уменьшении давления газа уменьшается трение пылевых частиц о нейтральную компоненту и увеличивается температура пыли, так как при потенциале пылинок порядка удвоенной температуры (что дает ПОО) на расстояниях, соответствующих постоянной решетки (что в 15 раз больше размеров пылевых частиц) потенциал примерно в 7,5 раз меньше температуры электронов. Приняв последнюю за 2 эВ (в [11] оценка температуры электронов не приводится), мы получим оценку потенциала в том месте, где должна находиться другая пылевая частица — 3,75 эВ. Если взять минимальную оценку заряда пылевой частицы  $3 \times 10^3 e$ , то энергия взаимодействия была бы  $Z_d \times 3,75 \text{ эВ} \approx 10 \text{ кэВ}$ , но эта оценка имеет место только, если пренебречь дебаевским

<sup>4</sup> National University, Chungli, Taiwan 32054, ROC.

экранированием, и лишний раз подчеркивает необходимость его учета при расстояниях между пылевыми частицами, больших дебаевского радиуса. Но если учесть, что дебаевский радиус для этого эксперимента несколько меньше, чем в [5, 6] (примерно в  $2 \div 3$  раза), то энергия взаимодействия окажется слишком малой, для того чтобы критерий  $\Gamma > 170$  [1] соответствовал переходу в кристаллическое состояние. Увеличение кинетической энергии пыли при уменьшении трения о нейтральные частицы (при уменьшении давления нейтрального газа) может быть объяснено только с позиций того, что тепловые флуктуации подавляются трением о нейтральные частицы, а флуктуации заряда или, точнее, взаимодействие с пылевыми частицами является источником таких флуктуаций. Так что понижение энергии такого взаимодействия на  $5 \div 6$  порядков за счет дебаевского экранирования также противоречит наблюдениям. Единственным выходом является более подробный анализ взаимодействий пылевых частиц на расстояниях, превышающих дебаевский радиус, что будет сделано в разделе 3, где будут даны также ссылки на соответствующие работы, в которых было проведено такое рассмотрение.

**2.1.3. Об экспериментах группы Кильского университета (ФРГ)**<sup>5</sup>. Работа [12] посвящена непосредственному экспериментальному определению заряда пылевых частиц в плазменно-пылевом кристалле. Необходимость такого измерения диктуется несколькими обстоятельствами. Во-первых, уже отмечалось, что пылевая компонента, введенная в газовый разряд, не является слабым возмущением ( $P \approx 1$ ) и может сильно изменять профили электрического потенциала в плазме, от которого зависит потенциал пылинок. Во-вторых, имеется общее утверждение о том, что с ростом плотности пыли заряды на пылевых частицах должны уменьшаться как из-за того, что с увеличением плотности пыли в силу условия квазинейтральности уменьшается электронный ток на отдельную пылинку, так и из-за коллективного эффекта экранирования одними пылинками плазменных потоков на другие пылинки. Но имеется и эффект противоположного характера — увеличивается роль быстрых электронов, так как пылевые частицы, в основном, отражают низкоэнергичную часть электронного распределения и отрицательный заряд пылинок обеспечивается высокоэнергичной частью электронного распределения; эффект экранирования одними частицами других сохраняет в большей степени высокоэнергичную компоненту. В пылевом кристалле возможны разнообразные электростатические флуктуации и электростатическая турбулентность. Указание на это дают результаты эксперимента [11], обсуждавшегося в предыдущем разделе. Турбулентность неизбежно приводит к ускорению быстрых электронов. Кроме того, плазменно-пылевой кристалл, как отмечалось, в существующих экспериментах расположен в верхней части двойного электрического слоя, где возможно ускорение электронов. Так или иначе, непосредственное измерение заряда пылевых частиц в кристалле может ответить на вопрос о том, в какую сторону сдвигается равновесие, определяющее заряд пылевых частиц в реальных условиях эксперимента. Схема эксперимента аналогична [5, 6], частота

СВЧ та же, плотность ионов примерно та же  $n_i \approx 2 \times 10^8 \text{ см}^{-3}$ , но относительный вклад пылевой компоненты в условие квазинейтральности не меньше, чем в [5, 6], что связано с меньшей концентрацией пылевых частиц (примерно на порядок, а именно,  $n_d \approx 1,4 \times 10^3 \text{ см}^{-3}$ ). Непосредственно измеренный заряд пылевых частиц оказался в 5 раз большим —  $Z_d \sim 10^5$ , т.е.  $n_d Z_d \approx 1,4 \times 10^8$ . Заряд измерялся по резонансной частоте, определяемой концентрацией ионов в двойном слое. Пылевые частицы инжектировались в плазменный объем и имели размеры 30 мкм — большие, чем в двух выше изложенных экспериментах. Это само по себе должно было увеличить заряд на пылинках в 4, 3 раза по ПОО (при наблюдаемом увеличении в 5 раз); размер дебаевского радиуса был 90 мкм, т.е. в 3 раза больше размера частиц. Наконец, постоянная решетки кристалла была 880 мкм, т.е. превосходила радиус экранирования в рекордную цифру — примерно в 29 раз. Все проблемы, обсуждавшиеся выше в связи с соотношением постоянной решетки и радиуса экранирования, здесь стоят во много раз острее. Мы обсудим их в разделе 3.

**2.1.4. Об экспериментах группы Оксфордского университета (Англия)**<sup>6</sup>. Опубликованы лишь предварительные результаты [13]. Параметры установки весьма схожи с теми, которые описаны выше. Отличительной чертой являлось полное отсутствие контроля за размерами пылинок, так как использовался просто порошок для лазерного принтера. Предположительно он содержит макрочастицы сложной структуры (возможно фрактальной) и довольно разных размеров. Последнее означает, что заряды, получаемые в плазме различными пылевыми частицами, будут совершенно разными, а следовательно, разными ожидаются их взаимодействия друг с другом. Несмотря на это наблюдалась четкая кристаллическая структура. Это, на наш взгляд, свидетельствует о наличии самоорганизационного процесса, в котором локальные изменения окружения плазмы выравнивают взаимодействия пылевых частиц (конечно, при этом такой процесс должен стать энергетически выгодным). Но все же различие в размерах частиц сказывается в том, что при взаимодействии с излучением разные частицы испытывают разное воздействие, и это детектируется экспериментально, т.е. действительно кристалл образован частицами разного размера, что представляет собой довольно интересное явление. В экспериментах группы университета Шунгли размер пылевых частиц тоже не контролировался строго. Однако там проводились измерения размеров частиц, фактически участвовавших в образовании кристалла. Эти размеры оказались более или менее одинаковыми. Можно в этом случае предполагать, что частицы больших размеров выпали из разрядного промежутка, так как сила тяжести для них больше. Такой же естественный отбор размера из условий равновесия электрических и гравитационных сил мог иметь место и в эксперименте группы Оксфордского университета. Однако взаимодействие с лазерным излучением подтверждает то, что кристалл может быть образован частицами разного размера. В этих экспериментах также исследовалось поведение кристалла в поле СВЧ излучения, модулированного низкой частотой, и

<sup>5</sup> Institut für Experimentalphysik, Christian-Albrechts-Universität, 24098 Kiel, Germany.

<sup>6</sup> Department of Engineering, Oxford University, UK.

наблюдались осцилляции кристаллической структуры. Несинхронная осцилляция различных частей кристалла свидетельствует о распространении определенных мод типа звуковых.

**2.1.5. О новых экспериментах группы Института внеземной физики (ФРГ).** Эксперименты [14] нацелены на исследование фазовых переходов в пылевой плазме из кристаллического состояния в состояние полного беспорядка. Так как пылевые кристаллы в условиях земной гравитации имеют выделенное направление (определяемое направлением силы тяжести), то имеются ориентационный и трансляционный порядки. Соответствующие ориентационные и трансляционные парные корреляционные функции, согласно [14], ведут себя по-разному при фазовом переходе. При уменьшении давления нейтрального газа, как отмечалось, увеличивается кинетическая энергия пылевых частиц, которую они предположительно получают от электростатической энергии взаимодействия вследствие уменьшения потерь при столкновении с нейтральными частицами. Наблюдалось, что уменьшение трансляционного порядка может сопровождаться частичным усилением ориентационного порядка, обнаружен рост кристаллических дефектов, которые сопровождался потоком замещений конвекционного типа. Эти исследования являются первыми исследованиями физики процессов самоорганизации в таких открытых системах, каковыми являются плазменно-пылевые структуры. Наибольший интерес представляют исследования [15] поведения небольшого числа пылевых частиц. Одномерные кристаллы невозможны, но внешние потенциальные барьеры можно устроить экспериментально таким образом, чтобы удерживалась цепочка пылинок, на которой можно наблюдать волну типа блоховских волн. Проводились эксперименты с двумя пылевыми частицами, которые приходили в равновесные положения на определенном расстоянии друг от друга, превышающем дебаевский радиус. Это является непрямым доказательством наличия у пылинок отталкивания и притяжения на расстояниях, больших по сравнению с дебаевским радиусом; при этом потенциал должен быть в определенной степени сходным с молекулярным потенциалом (по зависимости потенциала от расстояния: отталкивание на малых расстояниях и притяжение на больших). Такого типа потенциалы могут быть получены при использовании теоретических представлений, изложенных ниже.

**2.1.6. Об экспериментах группы Института высоких температур (Москва, Россия)**<sup>7</sup>. В опытах [16] впервые наблюдалось появление макроскопических упорядоченных структур в плазме с сильно неоднородным распределением электронных температур в стратах тлеющего разряда в неоне. Характерным было то, что структуры образовывались только в областях с большой электронной температурой и концентрацией. Расстояние между пылевыми частицами было порядка 300 мкм, что несколько больше, но близко к значению, полученному в экспериментах Института внеземной физики, однако меньше значения, зарегистрированного в экспериментах Кильского университета. Большой заряд пылевых

частиц,  $Z_d \approx 7 \times 10^5$ , связан, по-видимому, с большим размером пылевых частиц (до 60 мкм, что в 2 раза больше размера частиц в эксперименте Кильского университета). Дебаевский радиус намного меньше среднего расстояния между частицами и близок к размеру частиц, а в некоторых случаях даже несколько меньше размера частиц. Структуры не столь строго упорядочены, как в других экспериментах, что, по-видимому, связано с большими неоднородностями. Структуры наблюдаются в той области страт, в которых электронная концентрация велика и составляет величину порядка  $10^9 \text{ см}^{-3}$ , что близко к значению электронной концентрации в других экспериментах.

## 2.2. Пылевые облака в процессах плазменной обработки поверхностей

Существует множество экспериментов, начиная от нанесения пленок на поверхности образцов и кончая процессами плазменного травления, в частности, для получения компьютерных микросхем. Процессы в различных экспериментах достаточно схожи. Мы подробнее остановимся на процессах плазменного СВЧ травления, представляющих заметный практический интерес. Детальное исследование образования пылевых облаков при травлении началось только с работ [17, 18], где использовалось лазерное рассеяние на пыли в разрядном промежутке для детектирования плазменно-пылевых облаков над образцами, используемыми для плазменного травления. Первые указания о том, что такие облака могут быть в действительности плазменно-пылевыми жидкими каплями, было получено в [19]. Наконец, в [20] было показано, что продукты травления, попадающие в плазменный объем, могут образовывать и слоистые структуры, каждый слой которых представляет собой как бы подобие двумерного плазменно-пылевого кристалла, причем с удалением от образца уменьшается размер пылевых частиц, образующих двумерный кристаллический слой. Таким образом, эти работы касаются проблем плазменно-пылевых кристаллов, но имеют сугубо практические аспекты, так как образование пылевых структур представляет собой естественно возникающее нежелательное загрязнение. Мы обсудим кратко только три серии работ, как имеющие принципиальное значение для процессов взаимодействия низкотемпературной плазмы со стенками газоразрядного промежутка.

**2.2.1. Общий обзор работ по обнаружению пылевых частиц в низкотемпературной плазме и в экспериментах по плазменному травлению.** Обнаружение пылевых частиц в низкотемпературной плазме газового разряда относится к пионерским работам Лэнгмюра 1924 г. [21]. Наиболее подробно исследование пылевых частиц в положительном столбе газового разряда было проведено в [22].

Сейчас установлено, что большинство плазменных разрядов низкого давления содержит сравнительно хорошо удерживаемую разрядом пылевую компоненту. Удержание происходит из-за появления отрицательного заряда у пылевых частиц, стремящихся принять плавающий потенциал, и наличия по той же причине отрицательного заряда у стенок разрядного промежутка. Потенциальный барьер у стенок газоразрядного промежутка для электронов составляет примерно  $T_e$  (в энергетических единицах), а для пылевых частиц с зарядом  $Z_d e$  —  $Z_d T_e$ . Как правило, пылевые частицы достаточно

<sup>7</sup> Научно-исследовательский центр теплофизики импульсных воздействий РАН, 127412 Москва, Россия.



быстро теряют свою кинетическую энергию при столкновениях с нейтральными частицами, которых в низкотемпературной плазме примерно на  $5\div 7$  порядков больше, чем ионизованной компоненты — электронов или ионов. Условие удержания пылинок  $Z_d T_e > T_n \approx T_i$  очень хорошо выполняется в газовых разрядах. Источником пылевых частиц являются частицы, испаряющиеся с поверхности разряда (в любых разрядах, даже не предназначенных для процессов травления), и поэтому темп инжекции пыли сильно зависит от свойств поверхности, ее химического состава, температуры и т.п. Эти параметры могут меняться в течение разряда. Различие между обычным прямоточным разрядом и СВЧ разрядом, используемым в индустрии травления, в смысле поведения пылевых частиц невелико, так как при обычно используемых частотах порядка десятка МГц пылевые частицы не успевают реагировать на быстро меняющееся высокочастотное поле. Стрикционная сила СВЧ поля обычно мала по сравнению с электрической силой, действующей на пылевые частицы.

В процессах травления имеется два источника пылевых частиц. Один источник связан с перенасыщенностью паров продуктов травления в разрядном промежутке, приводящей к появлению сублимационных частиц и капель. Как правило, в химически реагирующих смесях пылевые частицы могут зародиться в результате химических реакций.

Другой источник пылевых частиц — это сам процесс травления. Поясним в самом грубом приближении принцип плазменного травления, используемый в большинстве промышленных установок по созданию компьютерных микросхем. Как уже отмечалось, двойной слой у стенок разрядного промежутка останавливает электроны и ускоряет ионы. Ионы, проходя разность потенциалов порядка температуры электронов, приобретают энергию, сопоставимую с электронной температурой. Образец для травления имеет маску, и ионы, достигающие поверхность образца, обычно должны создавать локальную температуру порядка температуры плавления материала образца. Это неизбежно приводит к инжекции несферических фрагментов травления в плазменный объем. Физика такой инжекции та же, что и наблюдаемая левитация частиц. Будучи заряжены отрицательно, частицы отталкиваются от отрицательно заряженной стенки и преодолевают силу, направленную к поверхности стенки. Эрозия электродов, графитовых или металлических, приводит также к инжекции в плазменный объем макрочастиц. Важным фактом является то, что пылевые частицы быстро растут в размерах. Лазерное рассеяние позволяет детектировать пылевые частицы начиная с  $0,01$  мкм, но практически наиболее распространенной является фиксация частиц начиная с  $0,1$  мкм. В дальнейшем они растут до размеров, которые можно наблюдать невооруженным глазом (до  $10^3$  мкм). Механизм роста скорее всего на первых этапах весьма прост. Это рекомбинация электронов и ионов на пылинках, которая приводит к постоянной депозиции материала. Потоки заряженных частиц плазмы являются необходимым фактором, связанным с равенством нулю полного тока и появлением заряда на пылевых частицах. Тепловой поток ионов согласно ПОО усилен примерно в  $2,1 \times T_e/T_i \approx 10^2$  раз, что обеспечивает наблюдаемый темп роста пылинок на первых стадиях. Процессы травления происходят, как правило,

достаточно длительное время, и временной интервал  $1$  с мал в этих масштабах времени. Наблюдения показали, что уже на интервале  $1$  с наблюдается плотность пылевых частиц до  $10^8$  см $^{-3}$  при размере  $0,1$  мкм. Соотношение между  $n_d Z_d$  и  $n_e$  сдвинуто в сторону пыли по сравнению с обсуждавшимися выше экспериментами по плазменным кристаллам (параметр  $P \approx 10 \div 10^2$ ), поэтому изменение свойств плазмы из-за наличия пыли становится весьма сильным. В этом случае представление о независимом процессе зарядки отдельных пылевых частиц оказывается недостаточно точным. Дальнейший рост пылевых частиц происходит в заметном темпе, но реальное физическое описание таких процессов отсутствует. Известно только, что пылевые частицы продолжают расти и, будучи сначала сферическими, затем образуют сложную фрактальную структуру, напоминающую кочан цветной капусты (рис. 1). Практически все эксперименты указывают на появление таких структур пылевых частиц. Скорее всего происходит слипание (агломерация) пылевых частиц, но уменьшение их заряда не может быть столь большим, чтобы допустить это, если не включаются некие дополнительные механизмы взаимодействия, или же слипание может стать энергетически более выгодным в силу открытости системы (см. раздел 3). До сих пор механизмы агломерации пылевых частиц плохо поняты.

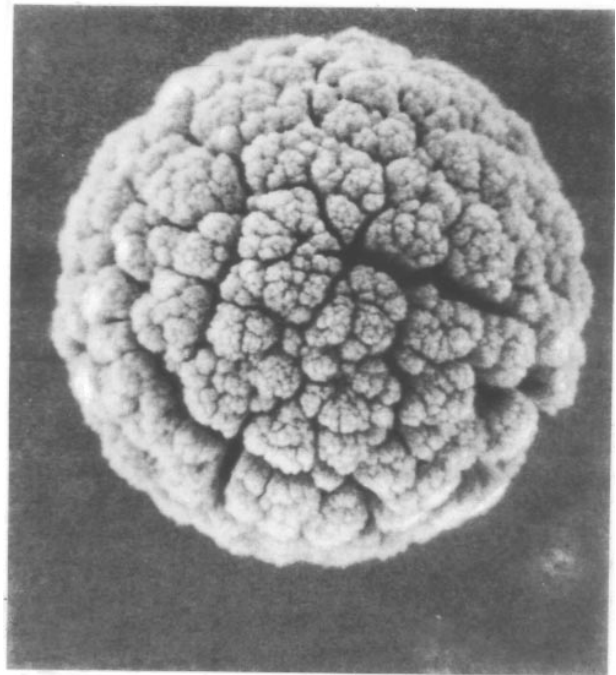


Рис. 1. Фотография пылевой частицы (полученная с помощью сканирующей электронной микрографии низкого напряжения), выросшей в гелиевой плазме с графитовыми электродами при СВЧ разряде  $15$  МГц и давлении  $1$  тор [25].

Мы обсудим возможные механизмы в разделе 3. Здесь же нужно отметить, что в конечном счете агломерация представляет собой основное препятствие при получении качественных компьютерных микросхем и основной источник финансовых затрат при миниатюризации компьютеров будущего. Последние данные по борьбе с этим недугом приведены в материалах конфе-

ренции [23]. В условиях непрерывного роста пылинок и поступления в разрядный промежуток материала для образования новых пылевых частиц концентрация их достигает таких величин, когда коллективные процессы и корреляции распределения частиц становятся существенными. Общая картина больше укладывается в представления о том, что возникающие пылевые облака соответствуют каплям плазменно-пылевой жидкости, но не плазменно-пылевого кристалла, хотя последние результаты показывают, что двумерные кристаллические слои могут возникать. С ростом размеров пылевых частиц растет сила тяжести, так как заряд растет пропорционально размеру пылевых частиц или даже медленнее, чем первая степень размера, если вступают в игру коллективные эффекты, а масса пылевых частиц растет пропорционально кубу их размера и именно поэтому пылевые частицы наибольшего размера выпадают на образец и портят результат травления. Сейчас нет какого-либо глубокого понимания процессов роста пылевых частиц, приводящих к естественному и, казалось бы, неустраняемому загрязнению образцов. Единственный используемый метод избавиться от такого загрязнения сейчас — это простой отбор готовых образцов, что составляет основную стоимость производства.

Стоит обратить внимание на одно качественное физическое отличие пылевых структур, наблюдаемых в экспериментах по травлению, от тех, которые получались в экспериментах по плазменному пылевому кристаллу. Если плотность пылевых частиц  $10^8 \text{ см}^{-3}$ , то среднее расстояние между ними  $\delta = (3/4\pi n)^{1/3} \approx 10 \text{ мкм}$ , тогда как дебаевский радиус составляет примерно 50 мкм, т.е. в отличие от всех экспериментов по плазменным кристаллам расстояние между пылинками меньше радиуса экранирования (при этом критерий (1.3) не выполняется, и это означает, что дебаевский радиус должен быть принят равным ионному дебаевскому радиусу). Конечно, есть эксперименты, когда эти два параметра сравнимы, но, как правило, соотношение между ними противоположно тому, которое имеет место для кристаллов (оценка относится к средним значениям). Основной нерешенный физический вопрос состоит в том, являются ли наблюдаемые пылевые структуры структурами со свободной границей, или они удерживаются внешним амбиполярным потенциалом. В последнем случае можно ожидать, что распределение пылевых частиц будет более или менее однородным, так как удерживающая сила находится около стенок разрядного промежутка. Если же пылевые структуры оторваны от стенок, то коллективные процессы должны создавать механизмы удержания, и плотность пылевых частиц должна уменьшаться по направлению к поверхности пылевых структур. Тогда коллективные процессы должны создавать нечто вроде эффективного поверхностного натяжения. Вопрос состоит в том, имеют ли наблюдаемые пылевые структуры достаточно резкие границы, которые свидетельствовали бы о наличии поверхностного натяжения?

За редкими исключениями, которые мы обсудим ниже, в процессах травления не наблюдается регулярное расположение пылевых частиц, и экспериментаторы склоняются к тому, что результаты наблюдений больше соответствуют жидкой плазменно-пылевой капле. С точки зрения наблюдений структуры похожи на жидкие капли (левитирующие над образцами). Поскольку рас-

стояние между пылевыми частицами меньше дебаевского радиуса, кажется более законным использование результатов численного расчета [1] методом Монте-Карло для сильно коррелированных систем. Однако поправки на характерную для пылевой плазмы многокомпонентность системы до сих пор не проанализированы. Поскольку расстояния между частицами меньше дебаевского радиуса, то электростатические взаимодействия, в основном кулоновские, и соответствуют отталкиванию, но взаимодействие с нейтральными частицами приводит к притяжению (см. ниже). Оно тоже существенно не учтено в [1]. Откладывая оценку притяжения из-за нейтралов, оценим электростатическое отталкивание, проверив выполнимость критерия [1]. По утверждению экспериментаторов, заряд на пылевых частицах при их столь большой плотности меньше того, который дается ПОО и составляет примерно  $Z_d \approx 10^2$ . Тогда параметр  $\Gamma = Z_d^2 e^2 / \delta T_d \approx 50 < 170$ . Обычно считается, что для  $1 \ll \Gamma < 170$  система частиц взаимодействует сильно, но недостаточно для образования кристалла, и состояние соответствует жидкости. С точки зрения этой оценки представление о жидкой капле наиболее адекватно наблюдениям. Основные вопросы состоят в том, является ли эта жидкая капля оторванной от стенок, какова природа поверхностного натяжения (только наличие поверхностного натяжения может образовать каплю) и является ли граница жидкой капли свободной? Все эти вопросы, по-видимому, не могут быть решены без учета сил между пылевыми частицами, связанными с нейтралами (см. ниже).

Последние экспериментальные результаты по пылевым структурам в экспериментах по травлению приведены в [23]. В большинстве случаев плазменно-пылевые облака оказываются оторванными от стенок разрядного промежутка, что указывает на то, что это структуры со свободной границей. Мы ограничимся приведенным здесь кратким обзором и остановимся на некоторых экспериментах, которые проливают свет на принципиальные физические вопросы: имеют ли наблюдаемые структуры достаточно резкие границы, являются ли они жидкими плазменно-пылевыми каплями и когда возникают условия для появления подобия кристаллических структур?

**2.2.2. Об экспериментах группы IBM<sup>8</sup>.** Опыты [17, 18, 24] были первыми, в которых была поставлена проблема естественного загрязнения образцов травления из-за возникновения пылевых структур в процессах травления. Условия промышленного производства схем обычно таковы, что требуют вакуумной чистоты образцов, используемых для процессов травления, и предохранения их от любых пылевых загрязнений. Поэтому производство требует особых помещений, очищенных от любых проникновений пыли, что обычно и осуществляется в виде клинически чистых условий. В [17, 18] внимание было обращено на то, что сам процесс травления приводит к естественному появлению макрочастиц, растущих во времени и портящих в конечном счете качество образцов. Начиная с [17, 18, 24], для определения формы пылевых структур и размеров пылевых частиц стала широко использоваться диагностика пылевой компоненты по лазерному рассеянию. Хотя эта диагно-

<sup>8</sup> IBM Research Division, New York, USA.

стика не является полностью однозначной, но качественные результаты могут быть получены. В [26] был сделан важный вывод о том, что большинство промышленных установок представляют собой ловушки для пылевых частиц. Это заключение возникло из множества безуспешных попыток удалить пылевые структуры из разрядного объема путем отсасывания (типа пылесоса) при помощи специально создаваемых газовых потоков и множеством других методов. Пылинки (макрочастицы) рождаются непрерывно в самом процессе травления, но главное состоит в том, что они хорошо удерживаются над образцами. Возникает существенный вопрос, является ли это удержание эффектом самосогласованного типа, или, иными словами, является ли удержание следствием некой самоорганизации в пылевом облаке? В этом отношении результаты [24] дают подробную визуальную информацию, представленную в виде фильмов обо всем протяжении эксперимента. Качественно установлено, что пылевые частицы самоудерживаются в хорошо локализованных областях и внезапно выпадают в конце процесса травления, приводя к загрязнению образца. Поэтому есть определенные основания полагать, что пылевые структуры носят скорее всего характер пылевых капель или пылевых облаков, которые могут самолокализовываться в определенных частях разрядного промежутка, скоррелированных со структурами образцов. Установлено, что появление таких локализованных облаков является прямым следствием наличия плазмы и не наблюдается в нейтральном газе. Ясно, что помимо обычных сил, действующих в нейтральном газе (обязанных градиентам температуры, увлечению потоком нейтралов, силе тяжести и турбулентности), в плазме включаются все эффекты, связанные с большим зарядом частиц и с самим процессом зарядки, восстанавливающим этот заряд на пылевых частицах. Мы обсудим их в разделе 3. Здесь же продемонстрируем ряд фотографий, указывающих на высокую концентрацию пылевых частиц в виде правильных пылевых структур (пылевых облаков или пылевых капель), обычно связанных с формой и геометрией используемых образцов. На рисунке 2 представлена одна из таких структур [24], напоминающая планетарные кольца. Изображение такой структуры получено путем лазерного рассеяния в

разрядном промежутке над тремя кольцевыми плотно упакованными образцами. Чаще всего наблюдения указывают на наличие заметного разброса пылевых частиц по размерам. Частицы более или менее одинакового размера наблюдаются только для разрядов короткой длительности. В условиях, когда стенки поставляют в разрядный промежуток заметное число пылевых частиц, наблюдается широкое распределение по размерам, тогда как короткие разряды с объемным зарождением и ростом пылевых частиц дают более или менее узкое распределение по размерам. В случае одиночного плоского круглого образца наблюдается два пылевых облака с резкими границами у верхнего и нижнего электродов — соответственно у двух двойных слоев, причем нижнее облако более мощное. Облака имеют форму колец, что указывает на то, что в поперечном направлении (к плоскостям двух электродов, нижний из которых служит образцом травления) действуют коллективные силы. Сходные картинки получены, если нижний электрод содержит много образцов. Наиболее мощные ловушки для пылевых частиц возникают в области между образцами, особенно, если последние довольно тесно расположены. Эта поперечная фокусировка не может быть объяснена вертикальными электрическими или гравитационными силами без привлечения коллективных эффектов. Локализация пылевых облаков наблюдается практически во всех установках по травлению и плазменному покрытию, использующих как СВЧ разряды, так и циклотронный резонанс, магнетронное травление или покрытие и т.п. Отмечается, что несмотря на сильное отталкивание, которое должно иметь место для одноименно заряженных пылевых частиц с большими отрицательными зарядами, пылевые частицы способны собираться в локализованные ловушки, в которых проявляются коллективные эффекты и в которых они ведут себя подобно плазменно-пылевому жидким каплям. Очевидно, что в поперечном к электродам направлении граница этих капель является свободной. Удивительное явление поверхностного натяжения для этих капель требует своего объяснения так же, как то, что такие капли могут удерживаться в поперечном направлении несмотря на большие силы электрического отталкивания между отдельными пылевыми частицами. Эксперименты указывают на то, что форма и размер облаков изменяются при дополнительной инъекции пылевых частиц, что непосредственно указывает на наличие коллективных взаимодействий. Облака локализованы около неоднородностей нижнего электрода или образца, что указывает на наличие исходной электростатической ямы, которая может удерживать отдельные частицы, но это удержание должно быстро исчезать при наличии даже нескольких частиц, если учесть, что они должны сильно отталкиваться друг от друга. Сила, возникающая из-за неоднородности нижнего электрода или образца, приводит к неоднородности двойного слоя у электрода, но, так как разность потенциалов составляет величину порядка электронной температуры, неоднородности могут изменить толщину двойного слоя, может быть, в несколько раз, но не на порядок. Частицы же пыли находятся друг от друга, по крайней мере, на расстоянии  $0,1d$  и должны были бы испытывать силу отталкивания много большую, чем сила, связанная с неоднородностью двойного слоя. В этом — основная загадка наблюдений, которую мы попытаемся обсудить в разделе 3.



**Рис. 2.** Фотография пылевого облака над тесно упакованными тремя кремниевыми образцами травления, находящимися на графитовом электроде, полученная методом растрового изображения лазерного рассеяния.

**2.2.3. Об экспериментах группы Орлеанского университета**<sup>9</sup>. Наиболее подробное изучение динамики роста пылевых частиц на начальных стадиях разряда было проведено в экспериментах [27, 28]. Речь идет о начальных размерах пылевых частиц от 0,01 мкм до 0,05 мкм, когда наблюдается стадия слипания отдельных пылинок. Эта стадия характеризуется уменьшением концентрации пыли и ростом размеров пылинок; этот процесс происходит столь быстро, что новый материал в пылевой составляющей не успевает возникнуть, т.е. полная масса пылевого вещества сохраняется. При размере 0,01 мкм заряд пылинок составляет по ПОО  $Z_d \approx 10^2$ . Это все же большой заряд и его уменьшение могло бы быть связано только с коллективными эффектами, связанными с большой концентрацией пыли. За этой фазой агломерации возникает фаза медленной депозиции материала на пылинках и медленного их роста. Начальная концентрация перед стадией агломерации достигала  $n_d \approx 10^9 \text{ см}^{-3}$  и была сравнима с концентрацией ионов. К концу стадии агломерации концентрация пыли падала до  $n_d \approx 10^8 \text{ см}^{-3}$ , т.е. оставалась еще очень высокой. В дальнейшем при медленном росте размеров пылинок их концентрация слегка росла, оставаясь на уровне  $(1 \div 3) \times 10^8 \text{ см}^{-3}$ . Интересно, что на обеих стадиях размеры частиц еще весьма малы по сравнению с дебаевским радиусом, но межчастичное расстояние может быть сравнимо с ним в фазе перехода от стадии агломерации к стадии постепенного роста при депозиции материала. Существенное наблюдение состоит в уменьшении концентрации электронов при росте размеров пылинок, что может быть объяснено ростом электронного заряда на пылинках. Рост пылевых частиц наблюдался до размеров 0,23 мкм (это не значит, что в последующем не происходит их дальнейший рост) и одновременно измерялось распределение пылевых частиц по скоростям. Последнее соответствовало средней тепловой скорости 0,02 см  $\text{с}^{-1}$ , что позволило оценить параметр  $\Gamma$ , показать, что  $\Gamma > 1$  и утверждать, что наблюдаемые структуры находятся в состоянии плазменно-пылевой жидкости.

**2.2.4. Об экспериментах группы университета штата Айова**<sup>10</sup>. В экспериментах [29] наблюдались пылевые стратифицированные облака в виде горизонтальных слоев подобно кристаллической структуре, но в каждом слое собирались частицы примерно одного, причем наибольшего размера в наинижем слое. Это легко объясняется равновесием между электрической и гравитационной силами. Такие эффекты не столь существенны для частиц меньшего размера, с которыми имели дело предыдущие эксперименты. Время наблюдений в [29] значительно больше, чем в экспериментах, обсуждаемых выше. Частицы нарастали в каждом слое в течение минут, и слои росли в течение часов. В результате появлялись большие частицы, для которых роль гравитационных сил значительна. Рост стратифицированного "кристалла" на определенном этапе прекращался, и потом вся система слоев внезапно коллапсировала — падала на образец. С ростом мощности СВЧ поля число слоев уменьшалось. Распределение частиц по размерам было весьма широким — до 1 мкм. Наблюдения

показали, что слипание пылевых частиц происходило именно в то время, когда они левитировали в плазме, т.е. имели большие отрицательные заряды. Объяснению подлежит, почему большие заряды пылевых частиц не препятствуют их слипанию. Интересным наблюдением является и то, что при постепенном увеличении размеров частиц наступает момент, когда нижний слой наиболее массивных частиц уже не в состоянии левитировать, но при этом падает не только этот слой, а происходит коллапс всей слоистой структуры.

### 2.3. Параметры некоторых космических пылевых структур

Пыль в космической плазме известна издавна как необходимый компонент космического пространства [30, 31]. С развитием космических исследований выяснялась все большая роль пыли в космическом пространстве — от образования звезд и "питания" квазаров до образования планетных систем, планетарных колец и физики кометных хвостов и даже пыли в солнечном ветре, магнитосфере и ионосфере (в последнем случае определенный вклад вносит и загрязнение окружающей среды). На начальных этапах космических исследований роль коллективных эффектов, вносимых пылью, полностью игнорировалась. В дальнейшем изучалась роль коллективных эффектов, связанных с электростатическим отталкиванием пылевых частиц [32–34] и, в частности, это отталкивание использовалось для объяснения толщины пылевых планетарных колец [35, 36]. Влияние пыли на плазменную компоненту исследовалось весьма слабо, хотя параметр  $P$  во многих случаях достаточно велик для того, чтобы такие коллективные процессы стали значительными. При больших значениях параметра  $P$  длина свободного пробега плазменных частиц (порядка  $1/n_d \pi a^2$ ) оказывается сравнимой с размером пылевого облака. Тогда внешние плазменные потоки поглощаются в пылевом облаке, приводя к довольно мощной диссипации, которой нельзя пренебрегать. В разделе 3 мы обсудим новые возможности коллективных взаимодействий, включая коллективную диссипацию, возникающую из-за наличия пыли. Характерным для космических пылевых структур является возможность конкуренции коллективных эффектов притяжения пылевых частиц и гравитационной неустойчивости и большая роль плазменной диссипации из-за больших размеров структур. Роль гравитационных эффектов велика и при определении равновесных форм космических пылевых структур. Плазменная диссипация практически ранее не оценивалась для космических облаков, но этот параметр нам кажется весьма важным, так как сравнение плазменного механизма диссипации с другими механизмами диссипации может дать указание на то, какие взаимодействия могут быть ответственными за самоорганизацию пылевых структур. Мы сконцентрируем внимание в первую очередь на редко обсуждаемом вопросе, а именно, на том, что говорят данные наблюдений о темпах возможных плазменных механизмов диссипации в пылевых облаках и когда такие механизмы доминируют над другими механизмами диссипации. Это может служить критерием процессов самоорганизации, когда основную роль играют плазменные эффекты.

**2.3.1. О пылевых планетарных кольцах.** С 1979-го по 1989 гг. космические аппараты позволили выстроить

<sup>9</sup> CNRS, UFN Sciences, University d'Orleans, France.

<sup>10</sup> Department of Physics and Astronomy, the University of IOWA, Iowa City, IA 52242, USA.

законченную картину пылевых колец четырех планет солнечной системы: Сатурна, Юпитера, Урана и Нептуна [37]. Пылевые кольца в большом числе существуют у всех планет и имеют поразительно сложную структуру, говорящую о мощных процессах самоорганизации в таких объектах. В настоящее время имеется обширная литература по планетарным кольцам, включая монографии [38, 39] и обзоры [40, 41]. Все кольца планет состоят из пылевых частиц с минимальным размером порядка  $0,1 \div 1$  мкм и максимальным размером "пылинок" около 5 м — это уже не пылинки, а целые глыбы. Но в физике имеет смысл говорить только об относительных величинах, одной из которых является отношение размеров пылевых частиц к дебаевскому радиусу (пылевыми частицами мы называем те, размеры которых меньше дебаевского радиуса). По этому критерию все частицы планетарных колец соответствуют пыли. К примеру, плазма в районе Сатурна, более всего славящегося своими кольцами, имеет температуру от 50 эВ до 30 эВ и плотность порядка  $10 \div 3$  см<sup>-3</sup>. В этих условиях дебаевский радиус составляет  $12 \div 30$  м. Таким образом, размер большинства частиц много меньше дебаевского радиуса, и в этом отношении частицы метрового размера выступают так же, как и микронные частицы. На частицы всех размеров действуют как гравитационные, так и электрические силы, но для больших частиц роль гравитационных взаимодействий с центральной планетой и между собой больше, нежели для частиц малых размеров. Это является другим критерием, разделяющим частицы планетарных колец.

В смысле же электрических зарядов частицы всех размеров "равноправны", и возникающий заряд пропорционален их размеру (так, на метровых частицах заряд на 6 порядков больше, чем на микронных). Диссипация плазменных частиц определяется поглощением на частицах пыли из-за ее зарядки, и, хотя метровые частицы могут в основном взаимодействовать гравитационно, диссипация плазмы на них может быть значительной и порядка диссипации на микронных частицах. Имеется возможность того, что поглощение плазмы осуществляется, в основном, либо частицами наибольшего размера, либо частицами наименьшего размера, либо примерно поровну частицами всех размеров. Для ответа на вопрос, какая возможность в действительности реализуется, важным является распределение частиц по размерам, которое хорошо известно только для некоторых планетарных колец [23].

В отличие от всех выше обсуждавшихся плазменно-пылевых систем, которые были более или менее монодисперсными по размерам частиц, т.е. частицы имели либо одинаковые размеры, либо размеры варьировались, но не на много порядков, планетарные кольца являются широкодисперсными по размерам частиц. Чаще всего распределение по размерам является степенным, при этом некоторые из физических характеристик определяются максимальными размерами частиц, а некоторые — минимальными размерами частиц, поэтому наблюдаемые параметры распределения пылевых частиц по размерам имеют важное значение для определения физических параметров планетарных колец. Например, плотность пыли может определяться минимальным размером, масса — максимальным размером, а длина свободного пробега плазменных частиц — в равной степени всеми размерами. Можно ввести спектр распре-

деления частиц по размерам  $n_d(a)$ ,  $n_d = \int n_d(a) da$ , причем наблюдения указывают на то, что такое распределение является степенным с показателем степени 3:  $n_d(a) = 2n_d a_0^2/a^3$ , где  $a_0$  — минимальный размер частиц. Наблюдения позволяют в ряде случаев проследить такое распределение от частиц микронных размеров до частиц метровых размеров. Именно для такого распределения имеют место вышеприведенные оценки о доминировании тех или иных частиц в различных физических характеристиках колец.

Другим характерным свойством планетарных колец является то, что они находятся во внешней почти тепловой плазме, и рекомбинация плазмы на пыли компенсируется внешним плазменным потоком, хотя в определенных случаях возможна и объемная ионизация, в особенности — фотоионизация. В этом смысле большое значение имеет длина свободного пробега плазменных частиц по отношению к поглощению на пыли, которая сильно зависит от распределения пыли по размерам:  $1/\int n_d(a)\pi a^2 da$ .

Приведем в качестве примера данные по наиболее изученным кольцам Сатурна. Кольца, ранее всего исследованные, названы соответственно буквами *A, B, C, D* в порядке уменьшения расстояния до поверхности планеты (соответственно от 136 до 122, от 118 до 92, от 92 до 74 и от 74 до 67 тыс. м). Эти кольца весьма тонкие — порядка 10 или менее метров (во всяком случае для размеров частиц не сильно отличающихся от максимального). Толщина колец почему-то близка к дебаевскому радиусу. Максимальный размер частиц в этих кольцах достигает 3 м. Другие кольца, более удаленные *F, G, E* (соответственно 140, 170 и от 181 до 483 тыс. м от поверхности планеты), довольно толстые (от 100 км для колец *F* и *G* и до 10 тыс. км для кольца *E*). Максимальные размеры пылевых частиц здесь известны хуже, но считается, что они порядка  $0,1 \div 1$  мкм. Если для внутренних колец сплюснутость (отношение толщины к радиусу) порядка  $10^{-6}$ , то для внешних колец —  $10^{-3} \div 10^{-2}$ . Частицы разных размеров имеют распределения с разной толщиной, отсчитываемой от экваториальной плоскости. Гравитационное поле центральной планеты заставляет все частицы в плоскости колец двигаться по кеплеровским орбитам и в вертикальном по отношению к экваториальной плоскости направлении заставляет частицы притягиваться к этой плоскости (гравитационное поле центральной планеты в экваториальной плоскости пропорционально  $z/R^3$ , где  $z$  — высота от экваториальной плоскости, и меняет знак при изменении знака  $z$ ). Противостоит этой силе сила давления, связанного с тепловым движением пылинок, и сила электростатического отталкивания из-за наличия зарядов на пылинках.

Радионаблюдения дают поверхностьную плотность внутренних колец порядка  $5$  г см<sup>-2</sup>. Учитывая, что при наблюдаемом степенном распределении частиц по размерам последняя цифра определяется самыми крупными частицами с размером порядка 5 м. Это дает нормировочный коэффициент для приведенного выше степенного распределения частиц  $n_d a_0^2 \approx 10^{-3}$  см<sup>-1</sup>. При степенном распределении для характеристики числа частиц с заданным размером удобнее всего использовать число частиц с размером, большим  $a$ , а именно,

$$n_a = \int_a n_d(a) da = \frac{n_d a_0^2}{a^2}.$$

Из него получим, что плотность частиц размером 0,3 мкм будет  $10^6 \text{ см}^{-3}$ , а среднее расстояние между ними — 300 мкм, и если в соответствие с ПОО заряд на пылинках  $Z_d \approx 10^4$ , то критерий  $\Gamma = Z_d^2 e^2 / T \delta \gtrsim 1$  заведомо выполнен, и пылевая плазма на первый взгляд находится в состоянии плазменно-пылевой жидкости, а среднее расстояние между пылевыми частицами много меньше дебаевского радиуса.

Размер пылинок 0,3 мкм в этой оценке выбран не произвольно. С ростом размера пылевых частиц их концентрация падает как  $1/a^2$ , но  $Z_d \propto a$ ,  $\Gamma \propto a^{4/3}$ , и с уменьшением размера соответственно уменьшается энергия взаимодействия. Однако для частиц большого размера весьма сильно гравитационное воздействие поля планеты. Оно вызывает движение частиц по кеплеровским орбитам, и от этого поля, казалось бы, можно избавиться, перейдя в систему отсчета вращающуюся вместе с частицами. Но имеются приливные силы или изменение гравитационного поля с расстоянием от экваториальной плоскости. Нужно, чтобы вариации этого поля на среднем расстоянии между пылинками были меньше электростатической энергии взаимодействия для того, чтобы можно было придать определенный смысл оценке параметра  $\Gamma$ . Учтя, что для Сатурна произведение его массы  $M_s$  на гравитационную постоянную  $G$  равно  $4 \times 10^{22} \text{ см}^3 \text{ с}^{-2}$ , а расстояние до внутренних колец — порядка  $(1 \div 2) \times 10^{10} \text{ см}$ , и полагая, что плотность вещества пылинок порядка  $1 \text{ г см}^{-3}$ , можно найти тот размер пылевых частиц, при котором изменения гравитационного взаимодействия на ширине кольца будут сравнимы с электростатическим взаимодействием пылинок. Этот размер оказывается равным примерно 1 мкм. Так как при равной плотности вещества пылинок изменение гравитационного взаимодействия пропорционально их массе и, следовательно,  $a^3$ , то такая зависимость от  $a$  более крутая, чем для электростатического взаимодействия  $\propto a^{4/3}$ . Это означает, что все поведение частиц с размером больше микронного регулируется гравитационными взаимодействиями, а частиц с размером меньше микронного, регулируется электростатическими и другими плазменными (см. ниже) взаимодействиями. Таким образом, частицы меньше микронного размера могут иметь достаточно сильное взаимодействие, чтобы говорить о состоянии типа пылевой жидкости. Однако нет ясности, каков для этого правильный критерий, не использующий ПОО [1]. Надо учесть также, что параметр взаимодействия  $\Gamma$  падает с уменьшением размера частиц и быстро становится меньше единицы (для размеров меньше 0,1 мкм). При большой плотности пыли заряд пылевых частиц мог бы быть много меньше того, который дается ПОО.

Одним из весьма существенных параметров является глубина проникновения электронов и ионов в пылевое облако. Для внутренних колец получим оценку

$$\frac{1}{n_a \pi a^2} = n_d \pi a_0^2 \ln \frac{a_{\max}}{a_{\min}} \approx 3 \text{ м},$$

если  $\ln(a_{\max}/a_{\min}) \sim 1$ , т.е. глубина проникновения сравнима с толщиной колец. Поэтому поток плазменных частиц может обеспечить зарядку пылевых частиц. Но с уменьшением размера частиц ширина пылевого облака, вообще говоря, возрастает из-за того, что они как бы составляют атмосферу над тяжелыми частицами.

Поэтому малые частицы во внутренней части облака могут испытывать недостаток потока плазменных частиц для создания заряда соответствующего ПОО. Мерой уменьшения электронной плотности внутри облака служит отношение  $P = n_d Z_d / n_e$ . При наличии распределения пылевых частиц по размерам эта величина определяется интегралом по распределению частиц, причем нужно учесть, что в ПОО  $Z_d \propto a$ , т.е.

$$P = \int \frac{Z_d}{a} \frac{n_d(a)}{n_e} a da = \frac{Z_d}{a n_e} 2 n_d a_0^2 \int \frac{da}{a^2} = \frac{Z_d}{a} 2 n_d a_0^2 \frac{1}{a_0}$$

и определяется минимальным размером пылевых частиц  $a_0$ . Остальные константы —  $n_d a_0^2 \approx 10^{-3} \text{ см}^{-1}$  и  $Z_d/a = 10^7 T \text{ см}^{-1}$  (если  $T$  измеряется в эВ); при  $T = 10 \text{ эВ}$  имеем  $Z_d/a \approx 10^8 \text{ см}^{-1}$ ; отсюда при  $a = 1 \text{ мкм}$   $n_e = 10 \text{ см}^{-3}$  имеем  $P \approx 10^8$ . Это очень большое число, и все электроны в кольце практически должны находиться на пылевых частицах, если бы длина свободного пробега была меньше толщины кольца. Последнее, как раз, имеет место для микронных частиц, так как толщина колец для их распределения существенно больше десятка метров (т.е. толщины для частиц максимальных размеров). Система внутренних колец Сатурна представляет собой довольно сложную сильно взаимодействующую пылевую структуру со сложной границей, разной для частиц разного размера.

После описания общей физической ситуации в наиболее изученных внутренних кольцах Сатурна используем этот же пример для определения другого важного параметра, показывающего возможность самоорганизации в структуре колец. Он определяется мерой диссипации. Один из типов диссипации — это диссипация плазменных потоков на кольца, приводящая к появлению зарядов у пылевых частиц. Другой тип диссипации связан с гравитационно регулируемым столкновением пылевых частиц и сейчас достаточно хорошо оценен. Для первого же мы приведем оценки впервые, поскольку в литературе они отсутствуют, и далее мы сравним обе оценки.

Опишем плазменный механизм диссипации. Способность структуры к самоорганизации характеризуется количеством энергии, диссипируемой за 1 с. Кольца находятся в потоках плазмы, которые поглощаются на пылевых частицах, причем электроны и ионы рекомбинируют на пыли. Момент количества движения при этом не передается, так как потоки плазмы практически перпендикулярны плоскости кольца, и импульс, передаваемый с одной стороны плоскости кольца, равен по величине и противоположен по знаку импульсу, передаваемому с другой стороны кольца. Рассмотрим, например, самое внешнее из внутренних колец Сатурна — кольцо A — и оценим энергию плазмы, диссипирующую в кольце. Поскольку плазменный поток идет с ионной скоростью (электронный поток заряжает кольцо отрицательно до тех пор, пока поток электронов не сравняется с потоком ионов — так же, как для отдельной пылинки) и, как было показано, длина свободного пробега частиц плазмы сравнима или меньше толщины кольца, а следовательно, весь поток практически поглощается в кольце, то диссипация энергии плазмы в кольце составит

$$\Sigma_{\text{pl}} = \frac{1}{T} \frac{dT}{dt} = \frac{4n_e}{n_d} \frac{v_{Ti} S}{V},$$

где  $S$  — площадь кольца (коэффициент 2 возникает от суммы вкладов электронов и ионов и коэффициент 2 — от суммы вкладов потоков с двух сторон кольца),  $V = Sh$  — объем кольца, а  $h$  — его толщина. Для кольца  $A$  имеем оценку  $S/V = 1/h \approx 2 \times 10^{-3} \text{ см}^{-1}$  и для  $n_e \approx 10 \text{ см}^{-3}$ , и для водородной плазмы при  $T \approx 30 \text{ эВ}$ ,  $v_T \approx 5 \times 10^6 \text{ см с}^{-1}$ , тогда как для кислородной плазмы при той же температуре  $v_T \approx 1,3 \times 10^6 \text{ см с}^{-1}$ , величина  $n_d a_0^2 \approx 10^{-3} \text{ см}^{-1}$  фиксирована, но  $a_0$  точно неизвестно; получаем  $\Sigma_{pl} \approx 10^{11} a_0^2 / h$ . Значение  $h$  для минимальных размеров частиц недостаточно хорошо известно, но если положить  $a_0 \approx 10^{-5} \text{ см}$ , а  $h \approx 10^5 \text{ см}$ , что представляется крайними значениями, делаемыми  $\Sigma_{pl}$  минимальным, получим  $\Sigma_{pl} \approx 10^{-4} \text{ с}^{-1}$ . Конечно, можно получить и более высокие значения этой величины, например, положив  $h \approx 10m = 10^3 \text{ см}$ .

Значение для  $\Sigma_{pl}$  можно сопоставить с величиной  $\Sigma_g$ , обязанной инициированной гравитацией вязкой диссипации при дифференциальном вращении частиц в кольце, которая согласно [37] оценивается как  $\Sigma_g \approx 10^{-5} \text{ с}^{-1}$ . Если  $\Sigma_g$  доминирует, то самоорганизация может быть связана с гравитационными явлениями; в противном случае, который согласно приведенной оценке представляется вполне реальным, самоорганизация может определяться плазменными эффектами. До сих пор на это обстоятельство слабо обращалось внимание и следствия его не изучены.

Для остальных более рыхлых и более удаленных колец Сатурна приведем оценки [24]. Для самого удаленного  $E$ -кольца  $n_d \approx (10^{-3} \div 10^{-4}) \text{ см}^{-3}$  в диапазоне размером  $10^{-4} \text{ см}$ , для этих параметров  $\Gamma \approx 5$ , т.е. если опираться на ПОО, — это плазменно-пылевая жидкость. Основанием для использования ПОО является то, что длина свободного пробега плазменных частиц для зарядки пылевых частиц около  $1/n_d a^2 \approx 10^{10} \text{ м}$ , что больше толщины кольца  $E$ , которая порядка  $10^7 \text{ м}$ . Однако распределение пылевых частиц по размерам фактически неизвестно, и не исключено присутствие частиц большего размера (порядка десятков микрон), когда поглощение порядка 100%; тогда  $\Sigma_{pl} \approx 0,3 \times 10^{-7} \text{ с}^{-1}$ . Для кольца  $G$  плотность пылевых частиц примерно на порядок выше, при этом  $\Gamma$  только в 2 раза меньше, и вывод о том, что пыль находится в фазе плазменно-пылевой жидкости, остается в силе. Глубина проникновения частиц плазмы только на порядок меньше, но толщина кольца на 5 порядков меньше. Для обоих колец  $\Sigma_{pl} \gg \Sigma_g$ , т.е. самоорганизация связана с плазменными процессами. В кольце  $F$  относительная плотность пыли велика  $n_d Z_d \approx 10n_e$ , т.е. электростатическое понижение плотности электронов довольно значительно. Кольца Юпитера и других планет по своим характеристикам ближе к внешним кольцам Сатурна и в них  $Z_d n_d / n_e \approx 10^{-3}$ .

В большинстве удаленных пылевых колец Сатурна, и практически во всех пылевых кольцах других планет, электростатические взаимодействия или тепловое давление пыли определяют структуру и распределение пылевых частиц перпендикулярно плоскости колец (если  $\Gamma > 1$ , то поперечная структура определяется электростатическими силами [37], а если  $\Gamma < 1$ , — то тепловым давлением пыли [41]), что было известно достаточно давно. Мы обращаем внимание на то, что гравитационные эффекты самоорганизации здесь малы, и при наличии дополнительных сил притяжения, зависящих от

плотности пыли, может возникнуть связь структуризации распределений в плоскости колец и распределений в направлении перпендикулярно плоскости колец. То, что легче всего наблюдается и вызывает наибольшее удивление — это сложная иерархическая структура в плоскости колец.

### 2.3.2. О межзвездных молекулярно-пылевых облаках.

Существование межзвездных пылевых облаков было обнаружено еще в 1930 г. [42]. В основном, пыль обнаруживают по рассеянию света звезд, и поэтому этот метод наиболее чувствителен к размерам частиц, сравнимым с длиной волны видимого света:  $0,1 \div 0,01 \text{ мкм}$ . Механизмы образования таких частиц плохо известны, но вполне возможны механизмы, сходные с теми, которые встречаются в лабораторных экспериментах — стадия химического роста с последующей агломерацией (слипанием) и депозицией вещества при появлении заряда на пылинках. Принимается, что на пылевых частицах происходит не только рекомбинация плазменной компоненты, но и образование молекул. Как правило, этот механизм является основным в образовании молекулярного водорода. Молекулярный водород не только способствует росту пылинок, но и, покидая их, образует основную часть молекулярной составляющей молекулярно-пылевых межзвездных облаков. Согласно широко распространенным представлениям, большинство новых звезд образуется в молекулярно-пылевых облаках, в которых ударные волны служат зародышем уплотнений для гравитационного самосжатия. Возникновение облаков связано с тепловой неустойчивостью межзвездной среды [43]. Скорость охлаждения тормозным излучением в оптически неплотной плазме пропорциональна частоте столкновений и, следовательно, квадрату концентрации. Нагрев же происходит космическими лучами и пропорционален первой степени концентрации. Поэтому, если охлаждение начинает доминировать, то оно приводит к дальнейшему росту концентрации и увеличению охлаждения. Межзвездная среда разделяется на области горячей плазмы с температурой до 100 эВ и "выпавших в осадок" холодных облаков. Наличие в них пыли способствует быстрому охлаждению, так как пыль, нагреваясь в процессе столкновений с частицами газа, охлаждается эффективно излучением [44, 45]. Температуры в молекулярно-пылевых облаках весьма низкие — около 10 К; следовательно, заряд пылевых частиц микронного размера согласно ПОО в случае теплового распределения электронов будет  $Z_d \approx 10$ . Однако нет уверенных данных о частицах большего размера, которые могут нести большие заряды. Ионизация в молекулярно-пылевых облаках производится космическими лучами. Как концентрация, так и распределение электронов определяется балансом их рождения космическими лучами и рекомбинацией на пыли. Такое распределение электронов по энергиям вряд ли является тепловым, и тогда при степенном распределении можно ожидать более высоких зарядов у пылевых частиц вплоть до  $Z_d \approx 10^2$ . Частицы пыли могут нести и еще большие заряды, если учесть ионизацию, производимую субкосмическими лучами. Эти лучи имеют энергию, меньшую той, которая фиксируется в качестве максимальной в околоземном пространстве, где уменьшение числа низкоэнергичных частиц связано с их выметанием солнечным ветром. Влияние субкосмических лучей на

процессы ионизации в межзвездных молекулярно-пылевых облаках обсуждалось в [46], и есть основания предполагать, что заряд пылевых частиц в молекулярно-пылевых облаках может быть еще выше. Плотность пыли микронного размера известна недостаточно хорошо, но скорее всего она соответствует  $n_d \approx 10^{-6} \text{ см}^{-3}$ , т.е.  $Z_d n_d \approx (10^{-4} \div 10^{-3}) \text{ см}^{-3}$ , а концентрация электронов  $n_e \approx 10^{-3} \text{ см}^{-3}$ , т.е. заряд на пылинках сравним с зарядом электронов. Для заряда  $Z_d \approx 10$  величина  $\Gamma = Z_d e^2 / T \delta \approx 0,02$ ; при большем заряде  $Z_d \approx 10^2$  величина  $\Gamma \approx 2,3$ . Это дает основание полагать, что мы имеем дело с газовым состоянием плазменно-пылевой системы. Расстояние между пылевыми частицами составляет примерно  $10^2 \text{ см}$ , тогда как дебаевский радиус —  $10^3 \text{ см}$ , что больше среднего расстояния между частицами. Но в приповерхностных областях пылевого облака соотношение между этими величинами может быть обратным. Вопрос об экранировании электронных потоков пылевыми частицами здесь не возникает, так как ионизация является объемной.

### 3. Теоретические представления и результаты численного моделирования

#### 3.1. Пылевая плазма как открытая система

Пылевые частицы поглощают плазменные частицы, играя роль областей, где плазма рекомбинирует. Для существования плазмы при наличии пыли необходимы либо постоянные источники ионизации, либо потоки плазмы из областей, внешних по отношению к пылевым облакам — отсюда, где пыль отсутствует. В лабораторных экспериментах ионизация создается либо внешним постоянным полем, либо СВЧ полем, как во всех экспериментах по травлению и депозиции в плазме. В межзвездных пылевых облаках плазма создается ионизацией космическими и субкосмическими лучами. В планетарных кольцах она поступает из областей солнечного ветра, невозмущенных пылевой компонентой или из околопланетной плазмы. При наличии источника и стока система является открытой и способна к самоорганизации и образованию структур. Сложные структуры планетарных колец могут быть обусловлены как такими плазменными процессами самоорганизации, так и процессами диссипации, связанными с вязкостью при дифференциальном вращении (плазменные процессы скорее всего дают более мелкие структуры, чем эффекты гравитационного типа, обусловленные дифференциальностью вращения). В плазменно-пылевых кристаллах, в основном, существенны только плазменные процессы самоорганизации. Прежде, чем проводить сравнение различных процессов самоорганизации, нужно описать плазменные механизмы диссипации, возникающие при наличии пылевых частиц. Модель, в которой любая из плазменных частиц, попадающая на пылевую частицу, прилипает к ней, и в конечном итоге электроны и ионы рекомбинируют на пылевых частицах, очень широко применяется в исследованиях поведения отдельных пылевых частиц в плазме, возникновения на них электрического заряда и других эффектов. Влияние этого процесса на свойства самой плазмы исследовалось значительно меньше, чем поведения самих пылевых частиц в плазме, хотя пылевая плазма является естественно согласованной системой и учет какого-либо эффекта в

одной из ее компонент и неучет в другой являются признаком непоследовательности и во многих случаях оказываются неверными. Влияние пылевых частиц на плазменную компоненту пылевой плазмы является ключевым моментом в явлениях плазменной диссипации и плазменной самоорганизации. Конечно, возможен случай, когда не все частицы плазмы прилипают при каждом столкновении с пылевыми частицами, тогда можно ввести коэффициент прилипания, что изменяет все результаты на коэффициент порядка единицы и в настоящее время, когда нужно дать хотя бы качественное объяснение явлений, является мало существенным. В особенно широко используемом ПОО [47] делается два предположения:

1) независимо от пространственной структуры потенциала в плазме, любая плазменная частица, первоначально находящаяся далеко от пылевой частицы, может непосредственно попасть на ее поверхность и при этом поглощается пылевой частицей (прилипает к ее поверхности);

2) для сферических пылевых частиц предельный прицельный параметр плазменной частицы, когда она поглощается пылевой частицей, соответствует ее нормальному касанию с пылевой частицей.

Преимущество такого подхода состоит в том, что каким бы сложным не было нелинейное поведение потенциала около пылевой частицы, сечение взаимодействия ее с плазменными частицами может быть найдено просто из законов сохранения энергии и импульса. Обозначим  $p_e^{cr}$  критическое значение прицельного параметра для плазменной частицы  $(e, i)$ , где символы  $e$  и  $i$  используются для электронов и ионов, соответственно. Для критического параметра плазменная частица касается нормально поверхности пылевой частицы. Если  $a$  — радиус пылевой частицы, предполагаемой сферической, то закон сохранения момента количества движения можно записать в виде

$$m_{e,i} v_{e,i} p_{e,i}^{cr} = m_{e,i} v_{e,i}^g a, \quad (3.1)$$

где  $v_{e,i}$  — скорость плазменной частицы вдали от пылевой частицы, а  $v_{e,i}^g$  — ее скорость при столкновении с поверхностью пылевой частицы. Закон сохранения энергии имеет вид

$$\frac{m_{e,i} v_{e,i}^2}{2} = \frac{(m v_{e,i}^g)^2}{2} - e_{e,i} (|\phi_0| + \phi), \quad (3.2)$$

где  $\phi_0 < 0$  — электростатический потенциал на поверхности пылевой частицы,  $\phi$  — потенциал вдали от пылевой частицы,  $e_{e,i}$  — заряд электронов или ионов,  $e_e = -e, e_i > 0, e_i Z_i e > 0$ . Для отдельной частицы, не нарушая общности, можно считать, что потенциал вдали от пылевой частицы равен нулю. Это дает сечения поглощения частиц плазмы из-за неупругих соударений с пылевыми частицами:

$$\sigma_e = \pi (p_e^{cr})^2 = \pi a^2 \left( 1 - \frac{2e|\phi_0|}{m_e v_e^2} \right), \quad (3.3)$$

$$\sigma_i = \pi (p_i^{cr})^2 = \pi a^2 \left( 1 + \frac{2Z_i e |\phi_0|}{m_i v_i^2} \right). \quad (3.4)$$

Такого же порядка величины сечений для упругих столкновений электронов и ионов, соответствующих прицельным параметрам, большим критических. Эти сечения позволяют подсчитать поток электронов  $\psi_e$  и



поток ионов  $\psi_i$ , поглощаемых на пылевых частицах

$$\psi_e = 2\sqrt{2\pi}n_{e,0}v_{Te}a^2 \exp\left(-\frac{e|\phi_0|}{T_e}\right), \quad (3.5)$$

$$\psi_i = 2\sqrt{2\pi}n_{i,0}v_{Ti}a^2 \left(1 + \frac{Z_i e|\phi_0|}{T_i}\right). \quad (3.6)$$

Изменение заряда пылевых частиц определяется балансом этих потоков

$$\frac{dZ_d}{dt} = \psi_e - \sum_i Z_i \psi_i. \quad (3.7)$$

В равновесии для однозарядных ионов  $\psi_i = \psi_e$ , что дает уравнение для потенциала, а тем самым и заряда пылевых частиц

$$\exp\left(-\frac{e|\phi_0|}{T_e}\right) = \frac{v_{Ti}}{v_{Te}} \left(1 + \frac{e|\phi_0|}{T_i}\right) (1 + P), \quad (3.8)$$

где  $P$  — безразмерный параметр, характеризующий относительный электронный заряд на пылевых частицах в условиях равновесия [48]

$$P \equiv \frac{n_d Z_d}{n_{e,0}}, \quad (3.9)$$

причем из условия квазинейтральности  $n_{i,0} = n_{e,0}(1 + P)$ . Заряд  $Z_d$  и потенциал  $\phi_0$  однозначно связаны между собой. Если для оценки использовать вакуумную связь  $eZ_d = a|\phi_0|$  и ввести безразмерную величину, характеризующую заряд пылинки  $z$

$$z \equiv \frac{Z_d e^2}{a T_e}, \quad (3.10)$$

то уравнение (3.8) запишется в виде [49]

$$\exp(-z) = \frac{(1 + P)(\tau + z)}{\sqrt{\tau\mu}}, \quad (3.11)$$

где

$$\tau \equiv \frac{T_i}{T_e}, \quad (3.12)$$

$$\mu \equiv \frac{m_i}{m_e}. \quad (3.13)$$

Многие эксперименты по плазменно-пылевым кристаллам проводятся в инертных газах Ag, Xe, Kr, и отношение (3.13) является довольно большим, но заряд на пылинках зависит от этого отношения только логарифмически. Также для большинства экспериментов по травлению отношение  $\tau$  довольно мало — порядка  $10^{-2}$ . Для водородной плазмы при  $T_e = T_i$  и  $P \ll 1$  имеем решение (3.11):  $z = 2,5$ . Из приведенных соотношений ясно, что потоки определяются ионной тепловой скоростью. Диссипативность системы определяется энергией, диссипируемой на пылевых частицах. Используя сечения (3.3), (3.4) и уравнения (3.11), мы получаем энергию, диссипируемую на отдельной пылевой частице  $\psi^E = \psi_e^E + \psi_i^E$ , где верхний индекс указывает на поток энергии  $E$ , а нижний — на вклады электронов и ионов

$$\psi^E = \sqrt{8\pi} \frac{T_e^2}{T_i} v_{Ti} n_i a^2 (z^2 + 2z + 2\tau z + 2\tau + 2\tau^2). \quad (3.14)$$

По порядку величины при  $T_e \approx T_i$  поток энергии  $\psi^E$  равен ионному тепловому потоку через площадку  $\pi a^2$ . В общем случае эффективная площадка больше  $\pi a^2$  потому, что ионы, притягиваясь к пылинкам, собираются со значительно большей площади, чем геометрическое сечение пылинки. В экспериментах по плазменному травлению  $T_e/T_i \gg 1$ , и отличие энергетического потока от ионного потока значительно. Для планетарных колец и межзвездных пылевых облаков  $T_e \approx T_i$ , и поток энергии составит для водородной плазмы при  $P \ll 1$ :  $\psi^E \approx 31(\pi a^2 T n_i v_{Ti})$ . Если умножить эту величину на  $n_d$ , получим энергию, диссипируемую на пылевых частицах в  $1 \text{ см}^{-3}$  плазмы. В лабораторном эксперименте с объемной ионизацией СВЧ полем эта энергия восполняется СВЧ полем. В работе [44] показано, что потоки (3.5), (3.6), умноженные на  $n_d$ , как раз, в точности соответствуют частоте ионизации внешним СВЧ полем. Таким образом, при наличии энергетического баланса есть полное основание считать пылевую плазму открытой системой, наиболее способной к процессам самоорганизации. Диссипативность системы  $\Sigma_{pl}$  при наличии объемной ионизации в лабораторном эксперименте или в межзвездных пылевых облаках можно в определенном приближении записать в виде отношения диссипируемой энергии в единице объема к энергии единицы объема

$$E = n_n T_n + n_e T_e + n_i T_i + n_d T_d.$$

Мы запишем выражение, которое удобно будет использовать как для лабораторных экспериментов, так и для астрофизических приложений:

$$\Sigma_{pl} = \frac{\psi^E n_d}{E} \approx \omega_{pi} P R \frac{a}{d_i} f(\tau, z), \quad (3.15)$$

где

$$R = \frac{n_i T_i}{n_n T_n + n_e T_e + n_i T_i + n_d T_d}, \quad (3.16)$$

$$f(\tau, z) = \frac{z^2 + 2z + 2\tau z + 2\tau + 2\tau^2}{z\tau}, \quad (3.17)$$

а  $n_n$  и  $T_n$  — соответственно концентрация и температура нейтральной компоненты. В лабораторных экспериментах  $T_n \approx T_i \approx 0,02 \text{ эВ}$ , тогда как  $T_e \sim 1 \text{ эВ}$ , но степень ионизации мала (примерно  $10^{-6}$ ), и энергосодержание нейтральной компоненты доминирует. В межзвездных облаках температуры всех компонент примерно равны, но степень ионизации космическими лучами также мала, и опять доминирует энергосодержание нейтральной компоненты, поэтому в обоих указанных случаях  $R \approx n_i/n_n$ . Для лабораторных экспериментов  $\tau \approx 10^{-2} \ll 1$  и  $f \approx (z + 2)/\tau \approx 400$ ,  $R \approx 10^{-6}$ , но плазменная ионная частота довольно велика (для Ag имеем  $\omega_{pi} \approx 7 \times 10^6 \text{ с}^{-1}$ ), так что  $\Sigma_{pl} \approx 400 a P / d_i \text{ с}^{-1}$ ,  $P \approx 10$ . Эта оценка показывает, что при  $a/d_i \approx 1/10$  процессы самоорганизации могут развиваться за  $10^{-2} \text{ с}$ , тогда как длительность экспериментов намного больше. В межзвездных облаках  $f \approx 7 n_i/n_n \approx 10^{-7}$ ,  $P \approx 10^{-3}$ ,  $\omega_{pi} \approx 43 \text{ с}^{-1}$  и, следовательно, процессы самоорганизации требуют сотни миллионов лет. Если учесть, что звездообразование происходит в областях большого сжатия межзвездных облаков ударными волнами, процессы самоорганизации в плотных частях межзвездных облаков могут

потребовать столько миллионов лет, что является малой величиной по сравнению с характерными временами для межзвездных облаков. В планетарных кольцах основная энергия приходится на электроны, и температуры электронов и ионов примерно равны, так что  $f \approx 7$ ,  $R \approx 1$ , но плотность пыли столь велика, что суммировать поглощение от отдельных частиц становится возможно неправомочным, и приведенные выше оценки диссипативности системы более адекватны реальным условиям. Согласно этим оценкам самоорганизация может развиваться за  $10^4$  с. Нужно отметить, что для плоского слоя нужно учитывать диссипацию слоя как целого, и фактор усиления сечения взаимодействия с ионами перестает работать.

В заключение этого раздела необходимо сказать о применимости ПОО. Численное 3D-моделирование методом укрупненных частиц [50] показало довольно хорошее согласие с ПОО при  $a \ll d$ . Последнее можно интерпретировать как то, что при трехмерных движениях плазменных частиц сильные нелинейности вблизи пылевых частиц могут не позволить достигнуть поверхности пылевых частиц только очень небольшому числу ионов (электроны распределены практически по Больцману).

Наконец, процессы зарядки пылевых частиц аккумулируют электростатическую энергию  $W_E$  на них. Эта энергия может быть значительной [51]:

$$\frac{W_E}{n_e T_e} \approx Pz. \quad (3.18)$$

Так как  $z \approx 2$ , а в лабораторных экспериментах по травлению и в планетарных кольцах  $P \gg 1$ , то пылевую плазму можно рассматривать как аккумулятор плазменной энергии [46].

### 3.2. Не экспоненциальное (не дебаевское) экранирование поля пылевых частиц

Как следствие открытости системы, поле заряда пылевых частиц не экранируется [52] по обычному закону экспоненциального экранирования (типа потенциала Юкавы) [3]. Стоит отметить, что возможная нелинейность в распределении экранирующих частиц может возникнуть только на малых расстояниях меньших дебаевского радиуса. На расстояниях больших дебаевского радиуса линейное приближение является достаточно хорошим. Не дебаевский спад электростатического потенциала пылевых частиц на расстояниях больше дебаевского радиуса соответствует степенной зависимости от расстояния и создает дополнительное длинно-масштабное отталкивание пылевых частиц. Такое поведение потенциала происходит из-за наличия потоков плазменных частиц на пылевую частицу, т.е. связано с открытостью системы пылевой плазмы.

Для получения конкретного выражения для потенциала пылевой частицы на расстояниях, больших дебаевского радиуса, используем те же законы сохранения момента количества движения и энергии, но для конечного расстояния от поверхности пылевой частицы. Теперь  $v_{e,i}$  — это не скорости электронов и ионов на большом расстоянии от пылевой частицы, а скорости на расстоянии  $r$  от ее центра, через  $\theta$  обозначим угол между вектором скорости электрона или иона в точке  $\mathbf{r}$  и направлением из этой точки на центр пылевой частицы, через  $v_{e,i}^g$  мы по-прежнему будем обозначать скорость электрона или иона, траектория которого касается

поверхности пылевой частицы. Тогда плазменные частицы с моментом количества движения  $vr \sin \theta$ , меньшим, чем критическое значение момента количества движения  $v_{e,i}^g a$ , поглощаются пылевой частицей. Из закона сохранения энергии

$$\frac{m_{e,i} v_{e,i}^2}{2} + e_{e,i} \phi = \frac{m_{e,i} (v_{e,i}^g)^2}{2} - e_{e,i} |\phi_0| \quad (3.19)$$

найдем область углов, в которой плазменные частицы движутся только в сторону пылевой частицы. В области, задаваемой неравенством

$$\sin^2 \theta < \frac{a^2}{r^2} \frac{(v_{e,i}^g)^2}{v_{e,i}^2} = \frac{a^2}{r^2} \left( 1 + \frac{2e_{e,i} (|\phi_0| + \phi)}{m_{e,i} v_{e,i}^2} \right), \quad (3.20)$$

функция распределения плазменных частиц вблизи пылевой частицы будет равна нулю. Так как по предположению  $d \gg a$ , нам достаточно рассмотреть расстояния  $r \gg a$ , где  $|\phi| \ll |\phi_0|$ , когда угловой интервал, в котором отсутствуют плазменные частицы, является относительно узким и определяется, соответственно, неравенствами:

$$1 - \cos \theta > \frac{a^2}{2r^2} \left( 1 - \frac{2e|\phi_0|}{m_e v^2} \right) \quad (3.21)$$

— для электронов и

$$1 - \cos \theta > \frac{a^2}{2r^2} \left( 1 + \frac{2Z_i e |\phi_0|}{m_i v^2} \right) \quad (3.22)$$

— для ионов.

При вычислении распределения плазменных частиц около пылевой частицы мы должны учесть, интегрируя по распределению плазменных частиц, что частицы в интервалах (3.21), (3.22) отсутствуют. Так как нас интересуют большие расстояния, мы можем считать  $|e\phi| \ll T_e, T_i$  и тогда распределение электронов и ионов у пылевой частицы определяется соотношениями:

$$n_e = n_{e,0} \left( 1 + \frac{e\phi}{T_e} \right), \quad (3.23)$$

$$n_i = n_{i,0} \left( 1 - \frac{Z_i e \phi}{T_i} \right) - n_{i,0} \frac{a^2}{r^2 \sqrt{\pi}} \int_0^\infty \exp(-y^2) \times \\ \times \left( y^2 + \frac{eZ_i |\phi_0|}{T_i} \right) dy = n_{i,0} \left( 1 - \frac{e\phi}{T_i} \right) - n_{i,0} \frac{a^2}{4r^2} \times \\ \times \left( 1 + \frac{2eZ_i |\phi_0|}{T_i} \right), \quad (3.24)$$

и первые члены в этих выражениях дают обычное дебаевское экранирование. Мы рассмотрим расстояния  $r \gg d \gg a$ , когда должно выполняться условие квазинейтральности  $n_e = \sum_i Z_i n_i$ , которое дает выражение для потенциала на больших расстояниях от пылевой частицы, намного превышающих дебаевский радиус экранирования:

$$\phi = -|\phi_0| \sum_i \frac{T_e}{2(T_e + T_i)} \left( Z_i + \frac{T_i}{2e|\phi_0|} \right) \frac{a^2}{r^2}. \quad (3.25)$$

Для  $T_i \ll T_e$  и  $|\phi_0| = Z_d e/a$  получаем потенциал, описывающий отталкивание пылевых частиц на расстоя-

ниях, превышающих дебаевский радиус (обозначаемый  $\phi_r$ ) [52] (см. [53, 54]):

$$\phi_r = - \sum_i \frac{Z_d Z_i e a}{2r^2}. \quad (3.26)$$

Этот потенциал не экранирован. Кулоновский экранированный потенциал в этих условиях записывается в виде

$$\phi = - \frac{Z_d e}{r} \exp\left(-\frac{r}{d}\right). \quad (3.27)$$

Таким образом, неэкранированный потенциал (3.26) на далеких расстояниях преобладает над экранированным кулоновским потенциалом при

$$r \gg d \ln \frac{d}{a}. \quad (3.28)$$

Потенциал (3.26) приводит к силам отталкивания пылевых частиц  $F_r$ , медленно спадающих с расстоянием между пылевыми частицами. Он работает на расстояниях, заметно превышающих радиус дебаевского экранирования

$$\mathbf{F}_r = - \frac{\partial U_r}{\partial \mathbf{r}}, \quad (3.29)$$

где

$$U_r = -Z_d e \phi_r = \eta_r \frac{Z_d^2 e^2 a}{2r^2}, \quad (3.30)$$

причем коэффициент  $\eta_r$  равен [52]

$$\eta_r = \frac{e|\phi_0|}{T_e} \left( \frac{aT_e}{Z_d e^2} \right) \frac{T_e}{T_e + T_i} \left( Z_i + \frac{T_i}{2e|\phi_0|} \right) \approx Z_i. \quad (3.31)$$

Приближенное равенство в (3.31) получено в пределе  $T_e \gg T_i$ .

### 3.3. Силы притяжения между пылевыми частицами из-за непосредственной бомбардировки плазменными частицами

Каждая из пылевых частиц создает радиальные потоки плазменных частиц в направлении к ее центру. При наличии двух достаточно близко расположенных частиц каждая из них подвержена воздействию потоков, направленных на другую частицу [55] (см. [56]). Такие потоки в силу непрерывности существуют и за пределами дебаевского радиуса. Это создает дополнительную силу притяжения между пылевыми частицами, связанную с непосредственной бомбардировкой плазменными потоками. Заметим, что в случае сферических пылевых частиц и для изотропного распределения плазменных частиц суммарная передача импульса от плазменных частиц к пылевому равна нулю. Но уже было показано, что пылевая частица сама создает анизотропию в распределении плазменных частиц в своей окрестности и в определенном интервале углов нет плазменных частиц, движущихся от пылевой частицы. Отсюда при наличии двух пылевых частиц, например, каждая из них будет испытывать силу бомбардировки плазменными частицами со стороны, противоположной направлению на другую пылевую частицу, в силу отсутствия бомбардировки со стороны другой пылевой частицы.

Для того, чтобы найти эту силу, можно инвертировать проблему и вычислить силу бомбардировки, считая,

что плазменный поток существует только от другой пылевой частицы в том же угловом интервале, в котором он отсутствует, так как вычисленная таким образом сила бомбардировки будет равна по величине и противоположна по знаку интересующей нас силе. Угловой раствор определяется (3.22), если  $r \gg a$ . Силу притяжения мы будем рассматривать для  $r \gg d$ , так как в противоположном случае сила притяжения мала по сравнению с кулоновской силой. Поэтому выражением (3.22) заведомо можно пользоваться в силу  $d \gg a$ . Каждая из взаимодействующих частиц подвержена при таком рассмотрении воздействию потока плазменных частиц в угловом интервале (3.22), исходящего от другой пылевой частицы. В силу  $r \gg a$  этот поток в месте нахождения другой частицы почти плоский. Ионы этого потока передают пылевой частице значительно больший импульс, чем электроны (см. ниже). Сечение взаимодействия определяется соотношением (3.4), ионный поток определяется скоростью  $v_i$  вдали от пылевой частицы, на которую действует поток, но передаваемый импульс определяется скоростью на поверхности пылинки, испытывающей силу бомбардировки, которая согласно приведенным выше законам сохранения больше, чем  $v_i$ , на фактор  $(1 + 2Z_i e |\phi_0| / m_i v_i^2)$  — при столкновении ионы увеличивают свой импульс из-за притяжения к отрицательно заряженной пылинке. Силу бомбардировки, обозначаемую  $F_b$ , найдем интегрированием по всему ионному распределению в пределах указанного углового конуса, предполагая, что распределение ионов является тепловым [52]:

$$\mathbf{F}_b = - \frac{\mathbf{r}}{r^3} 2\sqrt{\pi} a^4 T_i n_{i,0} \int_{y_{\min}}^{\infty} \left( 1 + \frac{Z_i e |\phi_0|}{T_i y^2} \right)^{5/2} \times \exp(-y^2) y^4 dy. \quad (3.32)$$

Приближение, использованное при написании этого выражения, предполагало малость раствора углового конуса, которое означает

$$\frac{a^2}{r^2} \left( 1 + \frac{Z_i e |\phi_0|}{T_i y^2} \right) \ll 1 \quad (3.33)$$

и дает оценку минимального значения величины  $y$  в выражении (3.32)

$$y_{\min} = \frac{a}{r} \sqrt{\frac{Z_i e |\phi_0|}{T_i}}. \quad (3.34)$$

Так как  $y_{\min}$  входит только в окончательный результат под знаком логарифма, его точное значение не столь существенно.

Аналогичным путем можно получить силу бомбардировки электронами, которая отличается от (3.22) подстановкой  $(-e)$  вместо  $Z_i e$ ,  $T_e$  вместо  $T_i$  и  $e|\phi_0|/T_e$  вместо  $y_{\min}$ . Последняя подстановка наиболее важна для оценки величины эффекта. Она означает, что в силу закона сохранения энергии только очень быстрые электроны участвуют в передаче импульса пылевой частице. Это приводит к появлению малого множителя  $\exp(-e|\phi_0|/T_e)$ , который имеет порядок  $v_{Ti}/v_{Te}$ . Другой малый фактор, существенный только при  $T_e \gg T_i$  (что имеет место в большинстве лабораторных экспериментов), равен  $T_i^2/T_e^2$  и его появление связано с тем, что из

уравнения для равновесного заряда пылевых частиц величина  $e|\phi_0|/T_e \sim 1$  даже при  $T_e \gg T_i$ . Таким образом, силой бомбардировки электронами можно практически всегда пренебречь. Дополнительное отталкивание пылевых частиц на больших расстояниях и дополнительное притяжение имеют одну и ту же физическую основу, связанную с потоками, определяющими диссипацию и открытость системы. Выражение для силы бомбардировки находится в хорошем согласии с результатами численного 3D-моделирования методом крупных частиц [47]. Можно сравнить приведенный аналитический результат с феноменологическим [49], в котором сила оценивается по давлению плазмы на пылевую частицу со стороны, противоположной другой частице. Для сравнения удобно записать полученный выше аналитический результат в виде

$$\mathbf{F}_b = -\frac{\partial U_b}{\partial \mathbf{r}}, \quad (3.35)$$

где  $U_b$  — эффективный потенциал, определяющий силу бомбардировки:

$$U_b = -\eta_b \frac{a^2 Z_d^2 e^2}{d_i^2 r}; \quad (3.36)$$

$$\eta_b = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \left( \frac{aT_i}{Z_d e^2 Z_i} \right)^2 \int_{y_{\min}}^{\infty} \left( 1 + \frac{Z_i e |\phi_0|}{T_i y^2} \right)^{5/2} y^4 \exp(-y^2) dy. \quad (3.37)$$

Феноменологический подход [56] к оценке силы бомбардировки сводится к подсчету силы давления ионов на эффективную поверхность, с которой ионы собираются на пылинку, равную  $4\pi a^2$ . Мы сделаем небольшую, но в численном отношении существенную для сравнения с экспериментами поправку, увеличив сечение на множитель  $(1 + Z_i e |\phi_0| / T_i)$ , учитывающий увеличение сечения из-за притяжения ионов. Умножив результат на телесный угол, под которым поверхность пылинки видна другой пылинкой, получим силу

$$\mathbf{F}_f = -\eta_f 4\pi a^2 n_{0,i} T_i \frac{a^2 \mathbf{r}}{r^3} \left( 1 + \frac{Z_i |\phi_0| e}{T_i} \right)^2, \quad (3.38)$$

где  $\eta_f$  — феноменологический подгоночный коэффициент. Выражение (3.38) можно записать в форме, соответствующей (3.36) с заменой  $\eta_b$  на  $\eta_{b,f}$ :

$$\eta_{b,f} = \eta_f \left( 1 + \frac{Z_i |\phi_0| e}{T_i} \right)^2 \left( \frac{aT_i}{Z_d e^2 Z_i} \right)^2. \quad (3.39)$$

В пределе  $T_e \gg T_i$  нужно учесть, что  $e|\phi_0| \sim T_e$ , и тогда, для  $|\phi_0| = eZ_d/a$ , имеем  $\eta_{b,f} = \eta_f$ .

Из (3.36), (3.37) видно, что по абсолютной величине потенциал силы бомбардировки содержит малый параметр  $a^2/d_i^2$  по сравнению с кулоновским неэкранированным потенциалом  $Z_d^2 e^2/r$ , но силы притяжения, так же как и силы отталкивания из-за не дебаевского спада потенциала, не экранируются, тогда как кулоновское взаимодействие экранируется. Существенно, что выражение (3.36) содержит ионный дебаевский радиус (при используемой здесь нормировке). Ионный дебаевский радиус много меньше электронного дебаевского радиуса во всех лабораторных экспериментах. Наличие  $d_i^2$  в знаменателе сил притяжения делает их достаточно

большими в реальных экспериментах. Кроме того, при  $T_e \gg T_i$  возникает еще один большой множитель из коэффициента  $\eta_b$ :

$$\eta_b \approx \frac{1}{2} \sqrt{\frac{Z_i T_e}{T_i}} \sqrt{\frac{T_e}{\pi e |\phi_0|}} \ln 0,86 \left( \frac{r}{a} \sqrt{\frac{T_e}{e |\phi_0|}} \sqrt{\frac{T_i}{Z_i T_e}} \right), \quad (3.40)$$

$\eta_b \gg 1$ , так как  $e|\phi_0|/T_e \sim 1$ .

Впервые возможность существования сил притяжения между пылевыми частицами была отмечена в [57].

#### 3.4. Силы притяжения между пылевыми частицами, связанные с кулоновским рассеянием плазменных потоков

На наличие сил притяжения между пылевыми частицами обращено внимание в [52]. Потоки плазменных частиц на пылевые частицы приводят также к передаче импульса в том случае, когда плазменные частицы непосредственно не попадают на пылевые частицы, а передают импульс в практически упругих кулоновских столкновениях, пролетая на некотором расстоянии от пылевой частицы. Для отдельной пылевой частицы, конечно, полный передаваемый импульс равен нулю (при изотропном распределении плазменных частиц), но при наличии другой пылевой частицы передача импульса имеет место. Как и в случае прямой бомбардировки плазменными частицами, рассмотренном выше, сила, обязанная кулоновскому рассеянию, может быть найдена путем обращения проблемы. Здесь можно рассмотреть импульс, передаваемый плазменными частицами, испущенными одной из взаимодействующих частиц и кулоновски рассеянными полем другой пылевой частицы. При этом работает тот же угловой интервал (3.21). Отличие от импульса, получаемого при непосредственном ударе, состоит только в величине прицельного параметра, который должен быть больше того, при котором плазменные частицы могут попасть на поверхность пылевой частицы. Так как на больших расстояниях поток, создаваемый одной частицей, почти плоскопараллельный, то для величины импульса, переданного при столкновении, можно использовать известное выражение для изменения импульса иона при кулоновском столкновении с прицельным параметром  $p$ :

$$\frac{2m_i v}{1 + p^2 v^4 m_i^2 / (Z_d^2 e^4 Z_i^2)}. \quad (3.41)$$

Умножив это выражение на ионный поток  $n_{0,i} v$  и проинтегрировав его по углам распределения ионов в интервале (3.21), а также по прицельным параметрам и скоростям ионов, предполагая их распределение далеко от пылевых частиц тепловым, мы получим соответствующую силу, обязанную кулоновскому рассеянию плазменных потоков. Обозначив ее через  $\mathbf{F}_c$ , имеем

$$\mathbf{F}_c = -\frac{\mathbf{r}}{r} \int 2\pi p dp \frac{2m_i v^2 n_{0,i}}{1 + p^2 v^4 m_i^2 / (Z_d^2 e^4 Z_i^2)} \frac{a^2}{2r^2} \left( 1 + \frac{2Z_i e |\phi_0|}{m_i v^2} \right) \times \exp\left(-\frac{v^2}{2v_{Ti}^2}\right) \frac{v^2 dv}{\sqrt{2\pi} v_{Ti}^3} \quad (3.42)$$

или

$$\mathbf{F}_c = -\frac{\partial U_c}{\partial \mathbf{r}}, \quad (3.43)$$

где  $U_c$  — потенциал этой силы притяжения в форме (3.36) с заменой  $\eta_b$  на  $\eta_c$ :

$$\eta_c = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \left( 1 + \frac{2Z_i e |\phi_0|}{y^2 T_i} \right) \ln A \exp(-y^2) dy, \quad (3.44)$$

где

$$A = \frac{d^2 + Z_d^2 e^4 Z_i^2 / (4T_i^2 y^4)}{a^2 (1 + Z_i e |\phi_0| / T_i) + Z_d^2 e^4 Z_i^2 / (4T_i^2 y^4)}. \quad (3.45)$$

При интегрировании по прицельным параметрам мы считали, что при минимальном значении прицельного параметра ион начинает пролетать мимо пылевой частицы, а максимальное значение прицельного параметра равно дебаевскому радиусу.

В пределе  $T_e \gg T_i$  значение  $A \sim 1$  только для  $a \ll 4d_i T_i / T_e$ . В этих условиях сила, обязанная кулоновскому рассеянию больше силы непосредственной бомбардировки пылевых частиц примерно в  $\sqrt{T_e / T_i}$  раз, как это следует из сравнения выражений для  $\eta_b$  и  $\eta_c$ . В области параметров  $a < d_i (T_i / T_e)^{3/4}$  кулоновское рассеяние все еще доминирует, но для больших размеров пылевых частиц определяющей является сила непосредственной бомбардировки. Для  $T_e$  порядка  $T_i$  обе рассмотренные силы притяжения имеют одинаковый порядок величины.

### 3.5. Притяжение и отталкивание, связанные с потоками нейтральных частиц

Потоки энергии нейтральных частиц возникают только в том случае, если попадая на поверхность пылинки они покидают ее с тепловым распределением, соответствующим температуре поверхности, не совпадающей с температурой нейтральной компоненты. Если температура поверхности ниже температуры нейтралов, то энергия нейтральных частиц плазмы, достигающих поверхности пылинки, меньше энергии частиц, покидающих ее [58]. Но пылинки могут покидать и частицы, появляющиеся в результате рекомбинации плазменных электронов и ионов на поверхности пылинки. Поэтому поток нейтральных частиц, покидающих пылинку, оказывается несколько большим, чем падающий поток, но увеличение энергетического потока является весьма малым, если степень ионизации плазмы мала, что имеет место в большинстве экспериментов по плазменно-пылевым кристаллам и плазменному травлению. В большинстве низкотемпературных экспериментов число нейтральных частиц примерно на 5 порядков больше числа заряженных частиц, сечение же заряженных частиц только в  $3(T_e / T_i)^{3/2} \approx 3 \times 10^3$  раз больше сечения для нейтральных частиц.

Используя те же аргументы, что и для бомбардировки ионами, получим следующее выражение для потенциала притяжения, связанного с потоками нейтралов:

$$\mathbf{F}_n = -\frac{\partial U_n}{\partial \mathbf{r}}, \quad (3.46)$$

где

$$U_n = -n_n T_n \frac{1}{2r} \pi a^4 \left( 1 - \sqrt{\frac{T_{ds}}{T_n}} \right), \quad (3.47)$$

а  $n_n$  — концентрация нейтралов,  $T_n$  — температура нейтралов и  $T_{ds}$  — температура поверхности пылевых

частиц. Притяжение возникает при  $T_{ds} < T_n$ . Выражение (3.47) может быть переписано в форме, удобной для сравнения с другими силами:

$$U_n = -\eta_n \frac{a^2 Z_d^2 e^2}{d_i^2 r}, \quad (3.48)$$

где

$$\eta_n = \frac{1}{8z^2} \frac{T_n T_i}{T_e^2} \frac{n_n}{n_i} \left( 1 - \sqrt{\frac{T_{ds}}{T_n}} \right). \quad (3.49)$$

С учетом всех этих факторов коэффициент притяжения пылевых частиц  $\eta_n$  содержит при  $T_n \approx T_i$  температурный фактор  $(T_i / T_e)^2$ , тогда как для не слишком малых размеров пылевых частиц (см. выше) коэффициенты  $\eta_b$  и  $\eta_c$  содержат температурный фактор  $T_e / T_i$ . Эти все факторы конкурируют с большим отношением  $n_n / n_i$  в выражении (3.49). В лабораторных экспериментах по плазменно-пылевым кристаллам и плазменному травлению  $T_i / T_e \approx 10^{-2}$ , а степень ионизации не менее  $10^{-6} \div 10^{-7}$ , так что при сравнении этих сил температурные факторы перекрывают эффект, связанный с малой степенью ионизации, а в силу того, что  $1/8z^2 \ll 1$ , то силой, происходящей от нейтралов, для этих экспериментов можно пренебречь вне зависимости от ее знака. Однако запас здесь только в один порядок, и если ионизация неоднородна и возможна ионизационная неустойчивость, когда области с относительно большой степенью ионизации чередуются с областями с меньшей степенью ионизации, то локально могут существовать области, в которых притяжение пылинок из-за бомбардировки нейтралами преобладает над притяжением из-за бомбардировки и кулоновского рассеяния заряженных компонент плазмы. Для межзвездных молекулярно-пылевых облаков темп выравнивания температур достаточно быстрый, но температура поверхности пылинок может быть ниже температуры нейтральных частиц из-за того, что пылинки охлаждаются излучательно. Так как температура нейтрального газа принимается равной примерно 10 К, а температура поверхности пылинки не может быть меньше температуры трехградусного излучения, то разница между температурой нейтралов и температурой поверхности пылинок не может быть больше нескольких градусов. Но важно, что температура пылинок всегда меньше температуры нейтралов, и сила взаимодействия соответствует притяжению. Так как, с другой стороны, температуры электронов и ионов почти равны, а степень ионизации порядка  $10^{-7}$ , то притяжение, связанное с бомбардировкой нейтралами, является доминирующим. В последнем случае силы притяжения также связаны с открытостью системы, так как разность температур поверхности пылинок и нейтралов создается свободно покидающим систему излучением.

### 3.6. Пылевые молекулы

Численное моделирование [55] показало, что при  $T_e = T_i$  в пылевой плазме образование молекулы из двух отрицательно заряженных пылевых частиц вполне реально. Оказалось, что с ростом отношения  $T_e / T_i$  имеются возможности увеличения энергии связи даже при фиксированном значении  $T_e$ . Большинство плазменно-пылевых экспериментов выполнены при температуре электронов несколько электронвольт и  $T_e / T_i \approx 10^2$ , т.е. оказы-

ваются, что эти условия могут соответствовать наиболее оптимальным для формирования пылевых молекул и более сложных образований. Пылевую молекулу можно рассматривать как элементарный "кирпич" плазменно-пылевого кристалла. Приведенные выше аналитические выражения для сил притяжения и отталкивания для расстояний, превышающих дебаевский радиус, позволяют дать оценку энергии связи пылевых молекул в условиях, соответствующих лабораторным экспериментам. На рисунке 3 приведены коэффициенты  $\eta_r$ ,  $\eta_b$  и  $\eta_c$  как функции отношения температур  $T_i/T_e$  в области  $10^{-2} < T_i/T_e < 10^{-1}$ . Пренебрежем силами притяжения, создаваемыми нейтралами [52]. Тогда радиус пылевой молекулы  $r_m$  может быть оценен по минимуму полного потенциала  $U = U_r + U_b + U_c$ :

$$r_m = \frac{\eta_r}{(\eta_b + \eta_c)} \frac{d_i^2}{a} \approx \frac{d_i^2}{a} \sqrt{\frac{T_i}{T_e}}. \quad (3.50)$$

Приближенное равенство записано для  $T_e \gg T_i$ .

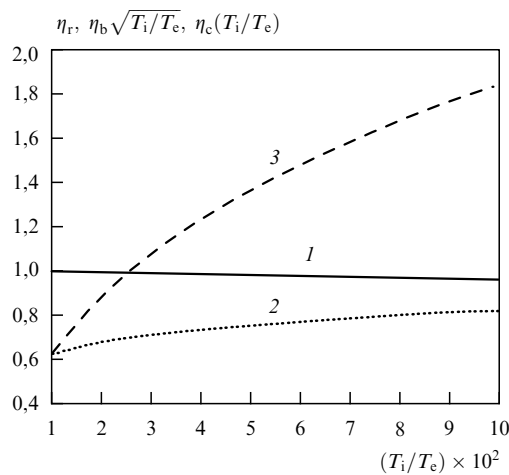


Рис. 3. Зависимость коэффициентов  $\eta_r$ ,  $\eta_b$  и  $\eta_c$  от температурного отношения  $T_i/T_e$  в области  $10^{-2} < T_i/T_e < 10^{-1}$ : 1 — соответствует  $\eta_r$ , 2 —  $\eta_b$ , 3 —  $\eta_c$ .

На рисунке 4 показана зависимость  $r_m$  от температурного отношения для того же интервала  $10^{-2} < T_i/T_e < 10^{-1}$ .

Энергию связи молекулы  $U_m$  можно оценить как значение  $U$  при  $r = r_m$ :

$$U_m = \frac{Z_d^2 e^2 a}{2r_m^2} = \frac{Z_d^2 e^2 a^4}{2a d_i^4} \frac{(\eta_b + \eta_c)^2}{\eta_r} \approx \frac{T_e Z_d a^4}{T_i d_i^4}. \quad (3.51)$$

Приближенное равенство записано при  $T_e \gg T_i$ .

На рисунке 5 приведена зависимость  $U_m$  от температурного отношения в интервале  $10^{-2} < T_i/T_e < 10^{-1}$ .

Для типичного плазменного эксперимента  $T_e \approx 2$  эВ,  $a/d_i \approx 1/10$ ,  $Z_d \approx 10^4$ , энергия связи может достигать значений 100 эВ и более. Она сильно зависит от отношения  $(a/d_i)^4$ . Но в большинстве экспериментов  $a/d_i \geq 1/10$ , так что фактор  $a^4/d_i^4 > 10^{-4}$ . Полученная оценка энергии связи достаточно высока и грубо должна быть порядка энергии связи в пылевом кристалле, если считать, что, в основном, существенны парные взаимодействия пылевых частиц. Последнее частично подтверждается экспе-

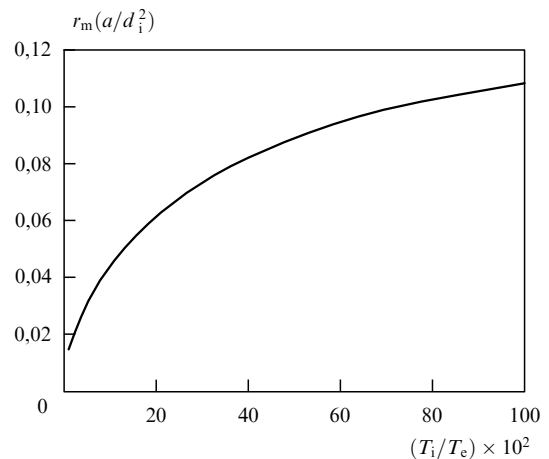


Рис. 4. Зависимость радиуса пылевой молекулы  $r_m$  от отношения температур  $T_i/T_e$  в области  $10^{-2} < T_i/T_e < 10^0$ .

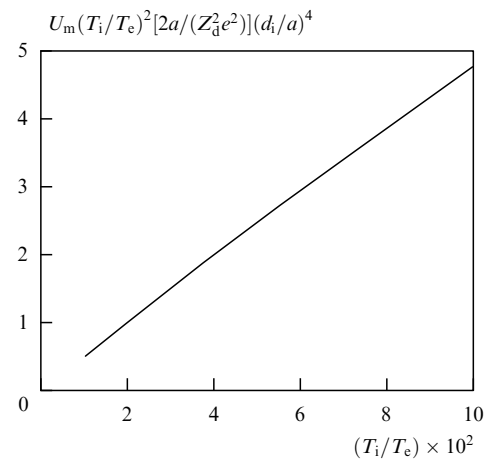


Рис. 5. Зависимость энергии связи пылевой молекулы  $U_m$  от температурного отношения  $T_i/T_e$  в области  $10^{-2} < T_i/T_e < 10^{-1}$ .

риментом по плавлению пылевых кристаллов, в которых наблюдалась после плавления температура пылевых частиц близкая к 40 эВ при начальной температуре пылевых частиц (до образования кристаллической структуры) 0,02 эВ (комнатная температура). Вообще, энергия  $Z_d T_e$  порядка десятков или сотен кэВ является типичной максимальной энергией при тесном сближении двух пылевых частиц, так как  $Z_d e^2 \sim a T_e$ , а энергия взаимодействия на расстоянии  $a$  порядка  $Z_d^2 e^2 / a \approx Z_d T_e$ . Молекула образуется на расстоянии порядка  $d_i^2 / a \gg a$  и энергия связи на 4 порядка меньше, чем  $Z_d T_e$ , что давало бы энергию порядка 1 эВ. Но в (3.51) имеется дополнительный фактор  $T_e/T_i \approx 10^2$ , происхождение которого тоже прозрачно и связано с тем, что ионы собираются с площади, значительно большей геометрического сечения пылинки, так как они притягиваются к ней. Это и дает оценку энергии молекулярной связи и кристаллической связи порядка 100 эВ, находящуюся в качественном согласии с экспериментальными данными.

### 3.7. Пылевой и обычный звук

Силы притяжения в пылевой плазме аналогичны силам гравитации в смысле зависимости силы притяжения от расстояния, но они, во-первых, при пренебрежении

притяжением из-за бомбардировки нейтралами начинают эффективно работать только с определенных расстояний порядка размера пылевых молекул, т.е. порядка  $d^2/a$ , действуют только на пылевую компоненту плазмы (гравитационные силы действуют на все частицы) и прекращают свое действие, начиная с таких больших расстояний, при которых другие пылевые частицы не "перехватят" полностью потоки между двумя частицами, т.е. нарушится приближение парности взаимодействий (в этих условиях притяжение не исчезнет, но будет описываться другими соотношениями). В принципе, в астрофизических проблемах все типы притяжения между частицами — гравитационное, электростатическое и обаянное бомбардировке нейтралами (два последних связаны с открытостью системы и потоками плазменных и нейтральных частиц) — должны учитываться совместно. Известно, что гравитационная неустойчивость возникает, если этому не препятствует тепловое движение, приводящее к звуковым возмущениям. Классическое уравнение для гравитационной неустойчивости Джинса в случае пылевой плазмы, содержащей нейтралы, ионы, электроны и пылевые частицы, имеет вид

$$\omega^2 = k^2 v_s^2 - 4\pi G(n_n m_n + n_i m_i + n_e m_e + n_d m_d). \quad (3.52)$$

Здесь для полноты мы включили в массу единицы объема плазмы все ее составляющие (вклад электронов, естественно, мал). В (3.52)  $G = 6,67 \times 10^{-8}$  ед. СГСЕ — гравитационная константа,  $v_s$  — скорость обычного звука. Вследствие того, что скорость обычного звука довольно велика, критическое значение волнового числа  $k_{cr} = 2\pi/L_{cr}$ , определяющего длину Джинса  $L_{cr}$ , достаточно мало и, следовательно, размер, с которого может развиваться неустойчивость, достаточно велик. По существующему убеждению [44, 45] звезды образуются при прохождении интенсивных ударных волн сжатия в молекулярно-пылевых облаках из-за джинсовской гравитационной неустойчивости. Как правило, доминирующей в правой части (3.52) является пылевая компонента, т.е.  $n_d m_d$  дает наибольший вклад.

Поскольку существует дополнительное притяжение пылевых частиц, нужно наряду с гравитацией учесть и дополнительную эффективную гравитацию, обязанную потокам плазменных и нейтральных частиц на пылевые частицы. Это сделать относительно просто, но основная проблема состоит в том, что в пылевой плазме возникает другая звуковая ветвь — пылевой звук [59–62], имеющий намного меньшую звуковую скорость, и тогда нужно выяснить, какую из этих скоростей будет содержать уравнение для неустойчивости и как вообще обе скорости будут входить в это уравнение. Скорость пылевого звука обычно на много порядков меньше скорости обычного звука. Если, например, в (3.52) подставить скорость пылевого звука, то критический размер, с которого начинается неустойчивость, будет значительно меньшим. В первую очередь мы должны выяснить, как ведет себя система, когда гравитация несущественна и работают только пылевой звук и притяжение, обязанное открытости системы и описанное выше, а потом описать, как эта неустойчивость переплетается с гравитационной неустойчивостью. Первый подход необходим для понимания образования плазменно-пылевых кристаллов, жидких капель и облаков в лабораторных

экспериментах, а более общий подход необходим для разнообразных астрофизических приложений.

В первую очередь нужно описать, что такое пылевой звук. Известно, что обычный звук может быть столкновительным ( $\omega \gg v_i$ ), и тогда он называется ионным звуком и существует только при  $T_e \gg T_i$ ; его скорость равна

$$v_s = \sqrt{\frac{Z_i T_e (1 + P)}{m_i}} \quad (3.53)$$

и может быть столкновительным ( $\omega \ll v_i$ ), тогда он существует при любом соотношении  $T_e$  и  $T_i$ ; его скорость равна  $\sqrt{(5T_i + 3T_e)/3m_i}$ . Спектр ионного звука можно получить, считая, что электронная поляризуемость соответствует дебаевскому экранированию ( $\epsilon^e - 1 \approx \omega_{pe}^2/k^2 v_{Te}^2$  — квазистатическое следование электронов за изменением потенциала в волне), а ионная поляризуемость соответствует свободному движению ионов по инерции ( $\epsilon^i - 1 \approx -\omega_{pi}^2/\omega^2$ ). Вклад пыли в ионный звук пренебрежимо мал, если плазменная пылевая частота  $\omega_{pd}$ , как это обычно имеет место, много меньше плазменной ионной частоты. В этом случае  $v_s = v_{Te} \omega_{pi}/\omega_{pe}$ , и условие квазинейтральности невозмущенного состояния  $n_{i,0} = n_{e,0}(1 + P)$  определяет в (3.53) зависимость скорости обычного ионного звука от безразмерной концентрации пыли  $P$ . Наличием этой зависимости только и отличается ионный звук в пылевой плазме от ионного звука в отсутствие пыли.

Для пылевого звука как электронная, так и ионная поляризуемость соответствуют дебаевскому экранированию, а пылевая поляризуемость соответствует свободному движению пыли в поле волны:

$$\epsilon_{\omega,k}^d = 1 - \frac{\omega_{pd}^2}{\omega^2}, \quad \omega_{pd}^2 = 4\pi \frac{Z_d^2 e^2 n_d}{m_d}. \quad (3.54)$$

Тогда условие квазинейтральности в волне совместно с условием квазинейтральности невозмущенного состояния дает

$$\omega^2 = k^2 v_{ds,1}^2, \quad (3.55)$$

где  $v_{ds,1}$  — скорость пылевого звука, равная [60, 61]

$$v_{ds,1}^2 = \omega_{pd}^2 \frac{d_e^2 d_i^2}{d_e^2 + d_i^2} = \sqrt{\frac{P Z_d T_e}{m_d}} \frac{\tau}{\tau + 1 + P}. \quad (3.56)$$

Этот пылевой звук будем называть коротковолновым и приписывать индекс 1 его скорости. Существует также другой длинноволновый пылевой звук, который мы опишем ниже.

При  $\tau = T_i/T_e \ll 1$  скорость пылевого звука определяется соотношением

$$v_{sd} = \sqrt{\frac{P Z_d T_i}{m_d (1 + P)}}. \quad (3.57)$$

Вывод предполагает  $v_{sd} \gg v_{Td} = \sqrt{T_d/m_d}$  или

$$T_d \ll P Z_d T_i \frac{1}{1 + P}. \quad (3.58)$$

В силу того, что в реальных условиях  $Z_d$  — весьма большое число, условие (3.58) относительно легко

выполняется даже при  $T_d = T_i$ . Но при малых значениях плотности пыли  $P$  соотношение (3.58) может быть нарушено. Оно выполняется во всех лабораторных экспериментах по пылевым кристаллам и плазменному травлению, в планетарных кольцах, но на пределе — в молекулярно-пылевых межзвездных облаках. Хотя при оптимальных  $Z_d \sim 10^2$ ,  $P \sim 10^{-2} \div 10^{-1}$  соотношение (3.58) в межзвездных облаках выполняется. Впрочем, в последнем случае наиболее правильной оценкой будет сравнение  $v_{Td}$  не с  $v_{sd,1}$ , а с  $v_{sd,2}$  — скоростью длинноволнового пылевого звука. Разделение пылевого звука на длинноволновый и коротковолновый определяется длиной свободного пробега плазменных частиц относительно столкновений с пылевыми частицами. Скорость длинноволнового пылевого звука при  $P \ll 1$  не зависит от  $P$  и в соответствующий критерий типа (3.58) параметр  $P$  не входит, но условие  $PZ_d > 1$  сохраняется (см. ниже). В принципе, от него можно отказаться, но тогда частоты обычных столкновений плазменных частиц между собой и частоты столкновений плазменных частиц с пылевыми будут одного порядка величины и само описание значительно усложняется.

Прежде всего мы рассмотрим длинноволновый пылевой звук в условиях, когда взаимодействием с нейтралами можно пренебречь [59]. Для описания длинноволнового пылевого звука нужно более подробно разобраться с более общим вопросом об описании столкновений плазменных и пылевых частиц, определяющих длину свободного пробега плазменных частиц в столкновениях с пылевыми частицами. Покажем, почему указанная длина свободного пробега обычно много меньше длины свободного пробега относительно столкновений плазменных частиц между собой. Обратимся к тем сечениям взаимодействия плазменных частиц с пылевыми (3.3), (3.4), которые описывают непосредственные удары плазменных частиц, попадающих на пылевые частицы, добавив к ним процессы упругого кулоновского столкновения плазменных частиц с пылевыми, которые, как мы уже выяснили, того же порядка величины, что и сечения непосредственного удара. Частоты, описывающие исчезновение плазменных частиц из-за процессов рекомбинации на пыли, определяются только сечениями (3.3), (3.4), но в передаче импульса играют роль и упругие столкновения. Грубой оценкой порядка величины таких частот будет  $Pv_{ch}$ , где  $v_{ch}$  — частота, определяющая темп появления заряда на пылевых частицах. Уравнение для динамического изменения заряда пылевых частиц (3.7) можно использовать для нахождения частот зарядки, характеризующих времена релаксации зарядов к равновесным значениям при малых отклонениях от равновесных значений. Положим,  $Z_d = Z_d^{eq} + \delta Z_d$ ;  $\delta Z_d/Z_d^{eq} \ll 1$ . Тогда

$$\frac{d\delta Z_d}{dt} = \frac{\partial(\psi_e - \sum_i Z_i \psi_i)}{\partial Z_d} \delta Z_d = -v_{ch} \delta Z_d. \quad (3.59)$$

Это уравнение при использовании уравнения для равновесного заряда (3.8) дает

$$v_{ch} = \frac{\omega_{pi} a}{\sqrt{2\pi d_i}} (1 + \tau + z). \quad (3.60)$$

Если считать  $\tau, z \sim 1$ , то имеет место следующая важная оценка  $v_{ch} \approx v_i Z_d$ , где  $v_i$  — частота ион-ионных столкновений. Так как обычно  $Z_d \gg 1$ , то частота,

связанная с процессами зарядки, много больше частоты ион-ионных столкновений. Частота же, показывающая скорость исчезновения плазменных частиц из-за рекомбинации на пылевых частицах, определяется теми же сечениями (3.3), (3.4) и должна быть пропорциональна плотности пылевых частиц. Единственным безразмерным параметром, линейно зависящим от плотности пылевых частиц, является параметр  $P$ , и частота должна быть оценена, как  $v_{ch} P \approx v_i Z_d P$ . Точные расчеты подтверждают обе эти оценки.

Точное соотношение между  $v_{ch}$  (3.60) и  $v_i$  имеет вид

$$v_{ch} = v_i Z_d \frac{3\tau(1 + \tau + z)}{2z \ln A}. \quad (3.61)$$

Для лабораторных экспериментов по плазменно-пылевым кристаллам и плазменному травлению  $\tau \sim 10^{-2}$ , но  $Z_d \sim 10^4 \div 10^5$  и  $v_{ch}$  превосходит  $v_i$  примерно на два порядка, в планетарных кольцах это уже более четырех порядков и, наконец, в межзвездных облаках около одного-двух порядков. Важно, что во всех случаях частота зарядки намного превосходит частоту парных ион-ионных столкновений. Из тех же сечений (3.3), (3.4) получим для возмущения уравнений непрерывности электронов и ионов

$$(-i\omega + \bar{v}_{e,i}) \frac{\delta n_{e,i}}{n_{e,i}} + i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{u}_{e,i}) = -\bar{v}_{e,i} \frac{\delta n_d}{n_d} - \delta \bar{v}_{e,i}, \quad (3.62)$$

где  $\bar{v}$  — эффективная частота рекомбинации электронов и ионов на пылевых частицах,  $\mathbf{u}_{e,i}$  — направленная скорость электронов и ионов. Уравнение (3.62) получается интегрированием кинетического уравнения с сечениями (3.3), (3.4) по максвелловскому распределению, смещенному на скорость  $\mathbf{u}_{e,i}$ , малую по сравнению со средней тепловой скоростью. В первом члене правой части (3.62) можно подставить равновесное значение заряда пылевых частиц, тогда как во втором нужно учесть первый член разложения по  $\delta Z_d/Z_d$ , так что возмущения плотности зависят от возмущений заряда. Получаем

$$\bar{v}_e = v_{ch} \frac{P}{z} \frac{(\tau + z)}{(1 + \tau + z)}, \quad \bar{v}_i = \frac{\bar{v}_e}{1 + P}. \quad (3.63)$$

Эти соотношения подтверждают сделанную выше оценку о том, что частота рекомбинации отличается от частоты зарядки примерно на множитель  $P$ , но точное выражение содержит множители порядка единицы, зависящие от отношения температур и равновесного заряда. Наконец, мы получаем и зависимость последнего члена в уравнениях непрерывности для электронов и ионов от отношения  $\delta Z_d/Z_d$ :

$$\delta \bar{v}_e = -z \frac{\delta Z_d}{Z_d} \bar{v}_e, \quad \delta \bar{v}_i = \frac{z}{\tau + z} \bar{v}_i \frac{\delta Z_d}{Z_d}. \quad (3.64)$$

Соотношение между  $\bar{v}_i$  и  $\bar{v}_e$  имеет простой смысл равенства потоков электронов и ионов для равновесного заряда и может быть переписано в виде

$$n_{e,0} \bar{v}_e = n_{i,0} \bar{v}_i. \quad (3.65)$$

Аналогичным образом получаются и возмущения уравнений импульса электронов и ионов:

$$(-i\omega + \tilde{v}_{e,i}) \mathbf{u}_{e,i} = -v_{Te,i}^2 \mathbf{i} \mathbf{k} \frac{\delta n_{e,i}}{n_{e,i}} + \frac{e_{e,i}}{m_{e,i}} \frac{\mathbf{k}}{k} E, \quad (3.66)$$



где

$$\tilde{v}_e = v_{ch} \frac{P(\tau + z)}{z(1 + \tau + z)} \left( 4 + z + \frac{2z^2}{3} \exp z \ln \frac{d}{a} \right), \quad (3.67)$$

$$\tilde{v}_i = v_{ch} \frac{P}{(1 + P)z(1 + \tau + z)} \left( z + \frac{4}{3} \tau + \frac{2z^2}{3\tau} \ln \frac{d}{a} \right). \quad (3.68)$$

В отличие от уравнений непрерывности, уравнения (3.67), (3.68) содержат не только сечения непосредственного попадания плазменных частиц на пылевые, но и описывают передачу импульса от плазменных частиц к пылевым при кулоновских столкновениях — это те члены, которые содержат кулоновский логарифм, принятый здесь равным  $\ln(d/a)$ . Они были получены при использовании интегралов столкновений Ландау. Здесь следует обратить внимание на два обстоятельства. Первое — при  $\tau, z \sim 1$  вклад кулоновских столкновений для ионов того же порядка, что и столкновений, которые связаны с зарядкой пылевых частиц, т.е.  $\tilde{v}_i \sim \tilde{v}_e$  и  $\tilde{v}_i$  имеют, в общем, тот же порядок величины. То, что кулоновские столкновения имеют тот же порядок можно получить из простых оценок:

$$r_{eff} \approx \frac{Z_d^2 e^2}{T}, \quad \sigma_{cul} \approx \pi r_{eff}^2 \approx \frac{\pi Z_d^2 e^4}{T^2} \approx \pi \alpha^2 z^2,$$

причем  $z \sim 1$ . Единственной спецификой здесь является то, что в уравнении непрерывности эффективные электронные столкновения сильно подавлены наличием фактора  $\exp(-z)$ , который выравнивает электронные и ионные потоки для равновесия заряда. В эффективных столкновениях, связанных с передачей импульса, этого уже нет, и в  $\tilde{v}_e$  содержится поэтому  $\exp z \approx v_{Te}/v_{Ti} \gg 1$ , и для этой частоты кулоновские столкновения доминируют. Для большинства лабораторных экспериментов, где  $\tau \approx 10^{-2}$ , кулоновские столкновения доминируют и в  $\tilde{v}_i$  (это обычная зависимость  $1/T_i^{3/2}$ ; дополнительное  $1/T_i^{1/2}$  входит в  $v_{ch}$ ).

Полученные уравнения для возмущений концентрации плазменных частиц можно использовать для получения дисперсионных соотношений для пылевого звука. Вся эта процедура выявляет физический параметр, который обуславливает изменение скорости пылевого звука при переходе к более низким частотам. Физически ситуация проста: есть эффективные частоты, а следовательно, есть длина свободного пробега относительно этих столкновений и связанное с ней волновое число, и если длина волны больше этой длины свободного пробега или волновое число меньше того, которое определяется этой длиной свободного пробега, то можно ожидать изменения свойств пылевого звука.

Так фактически и происходит, но вопрос, который требует ответа, это, в какой комбинации входят приведенные частоты  $\tilde{v}_{e,i}$  и  $\tilde{v}_{e,i}$  в определение длин свободного пробега? Поскольку, как было выяснено, эти частоты существенно отличаются друг от друга, вопрос этот представляется существенным. Мы сразу дадим ответ на этот вопрос, а потом уже приведем точное дисперсионное уравнение для откликов электронов и ионов на электростатические возмущения для произвольного соотношения между длиной волны и эффективной длиной свободного пробега. Ответ заключается в том, что эффективная длина свободного пробега определяется "средними геометрическими" частотами, а именно, для

электронов она определяется как  $v_e^{eff} = \sqrt{\tilde{v}_e \tilde{v}_e}$ , а для ионов — как  $v_i^{eff} = \sqrt{\tilde{v}_i \tilde{v}_i}$ . Это делает целесообразным введение волновых чисел, измеренных в соответствующих длинах свободного пробега:

$$\kappa_e = \frac{kv_{Te}}{v_e^{eff}}, \quad \kappa_i = \frac{kv_{Ti}}{v_i^{eff}}. \quad (3.69)$$

Тогда приведенные выше уравнения непрерывности и уравнения движения плазменных частиц при наличии столкновений с пылевыми частицами приводят к следующему выражению для диэлектрической проницаемости плазмы  $\epsilon_{\omega,k}$  для электростатических возмущений [59]:

$$\epsilon_{\omega,k} = A(k^2) + (\epsilon_{\omega,k}^d - 1) B(k^2). \quad (3.70)$$

Здесь отклик пылевой компоненты  $(\epsilon_{\omega,k}^d - 1)$  оставлен произвольным, что удобно в дальнейшем для учета роли различных эффектов, в том числе связанных с обсуждавшимся притяжением пылевых частиц. Коэффициенты  $A$  и  $B$  зависят от  $k^2$  только в пределе  $\omega \ll \tilde{v}_{e,i}, \tilde{v}_{e,i}$ , но справедливы при произвольном соотношении длин волн и длин свободного пробега:

$$A(k^2) = 1 + \Omega_e^2 \frac{A_e(k^2)}{N(k^2)} + \Omega_i^2 \frac{A_i(k^2)}{N(k^2)},$$

$$B(k^2) = 1 + \frac{\kappa_e^2(1 + P) - \kappa_i^2}{PN(k^2)}, \quad (3.71)$$

$$A_e(k^2) = \left[ \kappa_i^2 + \frac{\tau + z}{1 + \tau + z} + \frac{1 + P}{1 + \tau + z} \right],$$

$$A_i(k^2) = \left[ \kappa_e^2 + \frac{1}{1 + \tau + z} + \frac{\tau + z}{(1 + \tau + z)(1 + P)} \right],$$

$$N(k^2) = \left[ \frac{\kappa_e^2(\tau + z)}{1 + \tau + z} + \frac{\kappa_i^2}{1 + \tau + z} + \kappa_i^2 k_e^2 \right]. \quad (3.72)$$

При получении этих соотношений мы использовали уравнение для зарядки пыли (3.7) с неравновесными потоками плазменных частиц с тем, чтобы выразить относительное изменение заряда пылинок в волне  $\delta Z_d/Z_d$  через относительное изменение концентрации плазменных частиц и пыли.

Обсудим границы применимости полученных соотношений. Отсутствие зависимости коэффициентов  $A$  и  $B$  от частоты является следствием сделанного предположения о малости частот, и при необходимости зависимость от частоты может быть восстановлена путем добавления к соответствующим частотам столкновений  $v_{ch}, \tilde{v}_{e,i}, \tilde{v}_{e,i}$  величины  $(-i\omega)$ . Для частоты  $\tilde{v}_e$ , как самой большой, это может быть существенно только для электронных мод. Учет же  $(-i\omega)$  в  $\tilde{v}_i$  соответствует учету инерции ионов и существен для получения обычного звука. Для пылевого звука все указанные члены малы и описывают весьма слабое затухание пылевого звука.

Другое существенное ограничение при выводе дисперсионного соотношения состояло в пренебрежении парными столкновениями частиц. Условие применимости этого предположения

$$Z_d P \gg 1 \quad (3.73)$$

уже отмечалось выше. Это как раз условие того, что скорость пылевого звука существенно превосходила

тепловую скорость пылевых частиц, определяемую температурой ионов.

Положив в (3.70)  $(\epsilon_{\omega,k}^d - 1) \approx -\omega_{pd}^2/\omega^2$ , т.е. учтя только инерцию пылевых частиц, мы получим уже описанную звуковую ветвь (3.55), (3.56) при  $\kappa_{e,i} \gg 1$ , т.е. при длинах волн много меньших эффективных длин свободного пробега плазменных частиц при столкновении с пылевыми частицами. Полное дисперсионное уравнение описывает постепенный переход к противоположным неравенствам, причем возможны промежуточные области волновых чисел, когда длины волн меньше длин свободного пробега ионов, но больше длин свободного пробега электронов. Мы приведем результат для скорости пылевого звука в условиях самых малых частот, когда длины волн больше длины свободного пробега электронов и ионов

$$v_{sd,2}^2 = \frac{Z_d T_e}{m_d} \frac{P(\tau + z) + (1 + P)(1 + \tau + z)}{\tau + z + 1 + P}. \quad (3.74)$$

Различие (3.74) и (3.56) особенно велико при  $\tau \ll 1$ , когда скорость пылевого звука определяется температурой электронов, а не ионов. Также при  $P \rightarrow 0$  скорость длинноволнового пылевого звука не стремится к нулю, как это имеет место для (3.56), но надо иметь в виду, что эффективная частота столкновений пропорциональна  $P$  и, следовательно, соотношение (3.74) имеет место при волновых числах, меньших критических волновых чисел, пропорциональных  $P$ .

Обратим внимание на то, что наличие параметра  $P$  в скорости пылевого звука качественно отличает его от обычного звука (при  $P \ll 1$ , когда его скорость не зависит от  $P$ ), если иметь в виду возникновение нелинейностей и переход пылевых звуковых волн в ударные волны. Если в обычных звуковых нелинейных волнах в областях сгущения плотности и повышения температуры скорость звука увеличивается, и эти области начинают опережать другие области, а укручения приводят к ударным волнам, то для пылевого звука в областях сгущений может происходить изменение не только температуры ионов, но и плотности пыли, и дальнейшая эволюция зависит от темпа передачи импульса от пыли к ионам и остальных динамических процессов, связывающих пыль с плазменными компонентами.

Так же, как обычный звук может быть неустойчив относительно гравитационных возмущений, пылевой звук неустойчив относительно эффектов притяжения пылевых частиц, обсуждавшихся подробно выше. Но существенное различие состоит в том, что скорость пылевого звука весьма мала и поэтому критические размеры, когда начинается неустойчивость сжатия, много меньше тех, которые имеют место для гравитационных возмущений. Зависимость сил притяжения пылевых частиц от расстояния та же, что и для гравитационных сил, и здесь имеется довольно хорошая аналогия. Мы обсудим как случай, когда гравитационные самосжатия не играют роли и все эффекты определяются притяжением пылевых частиц, так и случай, когда гравитационное самосжатие конкурирует с самосжатием из-за притяжения пылевых частиц. Первый случай имеет отношение к формированию лабораторных пылевых облаков, капель и в конечном счете кристаллов, а второй случай имеет отношение к астрофизическим приложениям, включая планетарные кольца и межзвездные облака.

### 3.8. Электростатическая неустойчивость самосжатия пылевых облаков. Упрощенный подход

Мы будем использовать эффекты притяжения и отталкивания, найденные выше в приближении парных взаимодействий, и будем интересоваться большими расстояниями и малыми  $k$ , когда  $k \ll 1/d$ , т.е. будем рассматривать область волновых чисел, где в отсутствие притяжения и отталкивания пылевых частиц возникает пылевой звук. Область применимости пылевого звука будет, таким образом, ограничена со стороны малых значений волновых чисел, где пылевой звук трансформируется в неустойчивость самосжатия. Мы определим критическое значение волнового числа, для которого возникает такой переход. Считая выполненным условие  $k \ll 1/d$ , мы будем учитывать недебаевское экранирование и связанные с ним эффекты отталкивания пылевых частиц, которые конкурируют с эффектами их притяжения. Уравнения движения пылевых частиц могут быть тогда записаны в виде

$$\begin{aligned} -i\omega m_d (\mathbf{k} \cdot \delta \mathbf{v}_{d,k}) &= (\mathbf{k} \cdot \mathbf{F}_k) - Z_d e (\mathbf{k} \cdot \mathbf{E}_k) = \\ &= -i\pi^2 \eta_r Z_d^2 e^2 \delta n_{d,k} k a + 4\pi i (\eta_b + \eta_c) \times \\ &\times Z_d^2 e^2 \frac{a^2}{d_1^2} \delta n_{d,k} - Z_d e (\mathbf{k} \cdot \mathbf{E}_k), \quad (3.75) \end{aligned}$$

где  $\delta \mathbf{v}_{d,k}$  — фурье-компонента возмущения скорости пылевых частиц, а  $\delta n_{d,k}$  — фурье-компонента возмущения плотности пылевых частиц. Используя уравнение непрерывности  $(\mathbf{k} \cdot \delta \mathbf{v}_{d,k}) = \omega \delta n_{d,k} / n_d$ , мы найдем отклик пыли в форме

$$\epsilon_{\omega,k}^d = 1 - \frac{\omega_{pd}^2}{\omega^2 - (\pi/4) \eta_r \omega_{pd}^2 k a + (\eta_b + \eta_c) \omega_{pd}^2 a^2 / d_1^2}. \quad (3.76)$$

Для волновых чисел, когда в отсутствие сил притяжения и отталкивания между пылевыми частицами, пылевой звук соответствует низкочастотной области, т.е. пылевому звуку со скоростью  $v_{sd,2}$ , учет притяжения и отталкивания дает уравнение, сходное с уравнением для гравитационной неустойчивости:

$$\omega^2 = k^2 v_{sd,2}^2 + \frac{\pi}{4} \eta_r \omega_{pd}^2 k a - (\eta_b + \eta_c) \omega_{pd}^2 \frac{a^2}{d_1^2}. \quad (3.77)$$

Легко написать и соответствующее уравнение для коротковолнового пылевого звука и вообще при произвольном соотношении между длиной свободного пробега и длиной волны. Результаты численного расчета для этого общего случая представлены в следующем разделе. Здесь же мы ограничимся качественным рассмотрением. Запишем уравнение (3.77) в другом виде [63]:

$$\omega^2 = k^2 v_{sd,2}^2 + 2\eta_r \eta_{se} \omega_{pd} k v_{sd,2} \frac{a}{d_1} - (\eta_b + \eta_c) \omega_{pd}^2 \frac{a^2}{d_1^2}, \quad (3.78)$$

где

$$\eta_{se} = \frac{\pi}{8} \sqrt{\frac{\tau P}{1 + P} \frac{\tau + z + 1 + P}{P(\tau + z) + (1 + P)(1 + \tau + P)}}. \quad (3.79)$$

Положив в уравнении (3.79)  $\omega = 0$ , мы найдем значение критического волнового числа  $k_{cr}$ , определяющего размер возмущений  $L_{cr} = 2\pi/k_{cr}$ , которые становятся

неустойчивыми при  $L > L_{cr}$ . Этот размер аналогичен размеру Джинса для гравитационной неустойчивости

$$k_{cr} = \frac{\omega_{pd}}{v_{sd,2}} \frac{a}{d_i} \left( \sqrt{\eta_r^2 \eta_{se}^2 + \eta_b + \eta_c - \eta_r \eta_{se}} \right). \quad (3.80)$$

Это критическое значение волнового числа может быть написано в другой форме, если использовать конкретное выражение для скорости длинноволнового пылевого звука

$$k_{cr} = \frac{1}{d_i} \frac{a}{d_i} A_{cr}, \quad (3.81)$$

где

$$A_{cr} = \sqrt{\frac{P\tau(1+z+P+\tau)}{(1+P)[P(\tau+z)+(1+P)(1+\tau+z)]}} \times \left( \sqrt{\eta_r^2 \eta_{se}^2 + \eta_b + \eta_c - \eta_r \eta_{se}} \right). \quad (3.82)$$

Для справедливости этого соотношения необходимо, чтобы длина волны, соответствующая критическому значению волнового числа, была больше длины свободного пробега

$$k \ll \frac{1}{d_i} \frac{a}{d_i} A_{se}, \quad (3.83)$$

где

$$A_{se} = \frac{P(\tau+z)}{\sqrt{2\pi(1+P)z}} \sqrt{\tau(4+z) + \frac{2z^2\tau^{3/2}\sqrt{\mu}}{3(\tau+z)(1+P)}} \ln \frac{d}{a}, \quad (3.84)$$

и  $\mu = m_i/m_e$ , т.е.  $k_{cr}$  определяет порог неустойчивости только при

$$G_{se} = \frac{A_{cr}}{A_{se}} < 1. \quad (3.85)$$

В противоположном случае вся ветвь второго пылевого звука становится неустойчивой, и для определения порога нужно использовать записанное выше общее дисперсионное соотношение. Для  $P = 0,1; 0,01$  критическое значение волнового числа больше возможного минимального его значения, соответствующего второму пылевому звуку — тогда неустойчивость развивается во всей ветви второго пылевого звука. Поэтому в астрофизической плазме при  $P < 0,1$  неустойчивость развивается всегда (более точные результаты могут быть получены при решении общего дисперсионного уравнения). Для лабораторных экспериментов критическое значение длины волны всегда меньше размеров установки, т.е. самосжатие пылевых облаков должно хорошо наблюдаться. Инкремент неустойчивости легче всего написать при  $k \gg k_{cr}$ , при этом инкремент неустойчивости достигает максимального значения (так же, как и для гравитационной неустойчивости) [63]

$$\gamma_{max} \equiv \text{Im } \omega_{max} = \omega_{pd} \frac{a}{d_i} \sqrt{\eta_b + \eta_c}. \quad (3.86)$$

На рисунке 6 приведена зависимость максимального инкремента неустойчивости как функция отношения температур ионов и электронов для водорода и кремния (однократная ионизация). Из этого примера видно, что с

уменьшением отношения температур электронов и ионов максимальный инкремент резко возрастает, так как нормировка содержит фактор  $\tau^{-3/2}$ . Результаты, представленные в левой части этого рисунка, соответствуют условиям, близким к лабораторным экспериментам по плазменному пылевому кристаллу и плазменному травлению, тогда как результаты в правой части рисунка соответствуют астрофизическим условиям, где часто температуры электронов и ионов равны. Максимальный инкремент неустойчивости имеет следующую зависимость от параметров плазмы

$$\gamma_{max} \propto a \sqrt{\frac{n_d n_e}{T_i^{3/2}}}, \quad (3.87)$$

поэтому в экспериментах по плазменному травлению инкремент растет во времени с ростом размеров пылевых частиц; характерное время развития неустойчивости короче времени эксперимента и имеет порядок величины  $10^{-3}$  с или  $10^{-2}$  с. Это, по-видимому, объясняет появление компактных и устойчивых пылевых облаков во всех экспериментах по плазменному травлению. При необходимости легко учесть притяжение от бомбардировки нейтралами, добавив в сумму коэффициентов  $\eta$  член с  $\eta_n$ .

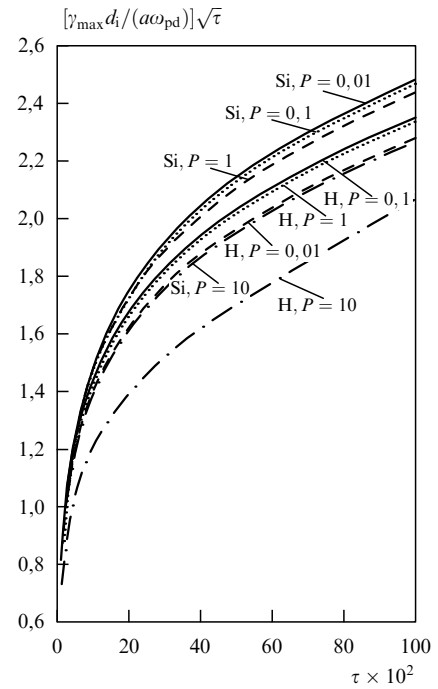


Рис. 6. Зависимость максимального инкремента электростатической неустойчивости самосжатия пылевой плазмы от отношения температур  $\tau = T_i/T_e$  и плотности пыли  $P = n_d Z_d / n_e$  для водородной плазмы (кривые, помеченные H) и для кремниевой плазмы, содержащей однократно ионизованные ионы кремния (кривые, помеченные Si).

### 3.9. Общая теория электростатической неустойчивости самосжатия и роль диссипативных процессов

Мы видели, что неустойчивость самосжатия может быть настолько сильной, что пороговые значения длин волн могут оказаться меньше длины свободного пробега плазменных частиц (электронов или ионов) относительно взаимодействия с пылевыми частицами. При

этом длины свободного пробега электронов и ионов, в общем, разные и, хотя эффективная длина свободного пробега электронов в  $(m_e/m_i)^{1/4}$  меньше (напомним, что только длина свободного пробега относительно потери импульса содержит корень квадратный из отношения масс, а эффективная частота, определяющая длину свободного пробега, содержит корень квадратный из этой частоты и частоты, определяющей потерю электронов на пыли, которая не содержит отношения массы электронов), но эксперименты проводились в достаточно тяжелых газах, и отношение масс конкурирует с отношением температур, которое в силу тех же обстоятельств содержит  $(T_i/T_e)^{3/4}$ , т.е. фактор порядка 1/30 из отношения масс конкурирует с фактором 1/300 из отношения температур. Это показывает, что область волновых чисел, когда длина волны больше длины свободного пробега электронов, но меньше длины свободного пробега ионов, достаточно узка и предельные аналитические результаты плохо применимы. Для нахождения порогов нужно иметь точные соотношения, когда критическое волновое число могло бы совпадать с длинами свободного пробега. Поэтому мы прибегнем к численным расчетам, позволяющим решать алгебраическое трансцендентное уравнение для равновесного заряда и дисперсионное уравнение при любых соотношениях длин волн и длин свободного пробега. Удобно при этом использовать другую нормировку как волновых чисел, так и частот. Частоты мы будем нормировать на  $\omega_{pd}a/d_i$  — характерный инкремент неустойчивости, а волновые числа — на  $a/d_i^2$  — характерный размер пылевой молекулы или, как мы предполагаем, также характерный размер решетки плазменного пылевого кристалла. Для этой нормировки, если опустить коэффициенты порядка единицы (при  $P, z \approx 1$ ), пылевой звук описывается  $\omega_{ds}(k) = kd/d_i$ . Как и ранее, мы ограничиваемся условием  $a \ll d_i$ . Рассмотрим здесь также мнимые части в дисперсионных соотношениях [64], так как требуется, строго говоря, показать, что диссипативные процессы не запрещают развитие неустойчивости. Проблема состоит также в том, что в открытой системе, которой является пылевая плазма, нет доказательства того, что диссипативные процессы не могут привести к дополнительной неустойчивости, так как знак процесса (а именно, затухание, а не раскачка), фиксирован в замкнутых равновесных системах. Пылевая плазма характерна тем, что диссипативные процессы играют большую роль, и это проявляется в том, что длина пробега плазменных частиц относительно столкновений с пылевыми частицами чаще всего меньше длины свободного пробега относительно парных столкновений, и мы можем использовать новый тип гидродинамики, когда пренебрегается парными столкновениями и учитываются только столкновения с пылевыми частицами. Эта новая гидродинамика была использована при получении дисперсионных соотношений. Вопрос состоит в том, почему диссипативные процессы разрешают развитие неустойчивости? Общий ответ на этот вопрос относительно прост: так же, как и в обычной гидродинамике, относительное затухание мод определяется отношением частоты моды к частоте столкновений. Частота моды мала потому, что скорость пылевого звука очень мала, частота же столкновений, наоборот, очень высока. Поэтому оказывается, что диссипативные процессы очень слабо сказываются на развитии неустойчивости

самосжатия. Мы подтвердим это утверждение непосредственными численными расчетами и покажем, что в большинстве случаев, за исключением больших значений параметра  $P$ , диссипативные процессы дают очень слабое затухание пылевого звука в той области, где он не подавлен аperiodической неустойчивостью сжатия. В области же неустойчивости самосжатия все диссипативные процессы очень малы. Все же при больших значениях  $P$  может возникать неустойчивость и в области существования пылевого звука, но ее инкремент весьма мал (если его сравнивать с аperiodической неустойчивостью самосжатия). Условие  $\omega/v_{ch}$  в принятых безразмерных переменных можно записать как

$$\mu_d \ll \frac{a}{d_i}, \quad P \gg 1, \quad \mu \ll \frac{Pa}{d_i}, \quad P \ll 1, \quad (3.88)$$

где

$$\mu_d = \frac{v_{sd}}{v_{Ti}} \frac{d_i}{d}. \quad (3.89)$$

Для типичных лабораторных экспериментов ( $T_e \approx 1$  эВ,  $\tau \approx 10^{-2}$ ,  $n_{0,e} \approx 3 \times 10^9$  см $^{-3}$ ,  $P \approx 1$ ) затухание будет не слабым только при  $a < 10^{-6}$  см, что соответствует наименьшим размерам частиц в существующих экспериментах. Кроме того, большинство параметров пылевой плазмы, как мы видели, определяется максимальным размером пылевых частиц. Это дает основание рассматривать в дисперсионном уравнении диссипативные процессы по теории возмущений. Дисперсионное уравнение  $\epsilon_{\omega,k} = 0$  без учета диссипативных членов в общем случае произвольных соотношений между длиной свободного пробега и длиной волны имеет в принятых безразмерных переменных вид

$$\alpha(k) = \beta(k) \frac{k^2}{[\omega(k)]^2 - (\pi/4)\eta_r k + \eta_c + \eta_b}, \quad (3.90)$$

где

$$\alpha(k) = \frac{k^2(1 + \tau + P)}{\eta_i(1 + P)} + \frac{(\tau + z + P)\tau + \eta_e}{(1 + P)(1 + \tau + z)}, \quad (3.91)$$

$$\beta(k) = \frac{k^2}{\eta_i} + \frac{P(\tau + z) + (1 + P)(1 + \tau + z)}{P(1 + \tau + P)} + \eta_e \left( \frac{1}{1 + \tau z} - \frac{1}{P} \right), \quad (3.92)$$

$$\eta_i = \frac{P^2(1 + z)}{2\pi z^2(1 + P)^2} \left( z + \frac{4}{3}\tau + \frac{2z^2}{3\tau} \ln \frac{d}{a} \right), \quad (3.93)$$

$$\eta_e = (\tau + z)(1 + P)^2 \frac{\tau}{m} \frac{4 + z + 2z^2 \ln(d/a) \sqrt{m\tau} / [3(\tau + z)]}{z + 4\tau/3 + (2z^2/3\tau) \ln(d/a)}. \quad (3.94)$$

В случае, когда решение уравнения (3.90) комплексно, возникает аperiodическая неустойчивость самосжатия. Диссипативные процессы дают следующие малые поправки

$$\omega = \omega(k) - i\mu_d \Gamma(k), \quad (3.95)$$

где  $\omega(k)$  удовлетворяет уравнению (3.90), а

$$\Gamma(k) = k^2 \frac{\alpha'(k)\beta(k) - \beta'(k)\alpha(k)}{2[\alpha(k)]^2}, \quad (3.96)$$

$$\alpha'(k) = \frac{k^2(1 + \tau + P)}{\eta_i(1 + P)} \left( \frac{1}{\tilde{\zeta}_i} + \frac{1}{\tilde{\zeta}_i} \right) + \frac{1 + \tau + P + z}{(1 + P)(1 + \tau + z)} \left[ \frac{\tau}{\zeta_{ch}} + \eta_e \left( \frac{1}{\zeta_{ch}} + \frac{1}{\tilde{\zeta}_i} + \frac{1}{\tilde{\zeta}_i} - \frac{1}{\tilde{\zeta}_e} - \frac{1}{\tilde{\zeta}_e} \right) \right], \quad (3.97)$$

$$\beta'(k) = \frac{k^2}{\eta_i} \left( \frac{1}{\tilde{\zeta}_i} + \frac{1}{\tilde{\zeta}_i} \right) + \frac{P(\tau + z) + (1 + P)(1 + \tau + z)}{(1 + \tau + z)P} \frac{1}{\zeta_{ch}} \times \frac{\eta_e}{1 + \tau + z} \left( \frac{1}{\tilde{\zeta}_i} + \frac{1}{\tilde{\zeta}_i} - \frac{1}{\tilde{\zeta}_e} - \frac{1}{\tilde{\zeta}_e} + \frac{1}{\zeta_{ch}} \right) - \frac{\eta_e}{P} \left( \frac{1}{\tilde{\zeta}_i} + \frac{1}{\tilde{\zeta}_i} - \frac{1}{\tilde{\zeta}_e} - \frac{1}{\tilde{\zeta}_e} \right) \quad (3.98)$$

и

$$\{\tilde{\zeta}_{e,i}, \tilde{\zeta}_{e,i}, \zeta_{ch}\} = \frac{d_i}{a} \frac{1}{\omega_{pi}} \{\tilde{\eta}_{e,i}, \tilde{\eta}_{e,i}, \eta_{ch}\}. \quad (3.99)$$

Выражения для  $\alpha'(k)$  и  $\beta'(k)$  содержат отрицательные и положительные вклады, и заранее нельзя ответить на вопрос о знаке мнимой части поправок, которая могла бы дать неустойчивость в отсутствие аperiodической неустойчивости самосжатия. Природа этой дополнительной неустойчивости в высвобождении электростатической энергии, аккумулированной на пылевых частицах, за счет положительной обратной связи, приводящей к уменьшению заряда на пылевых частицах.

Мы приведем результаты численных расчетов [64] в широкой области параметров

$$10^{-2} \leq P \leq 10, \quad 10^{-2} \leq \tau \leq 10^3$$

для водородной и отчасти кремниевой плазмы. Эти значения параметров охватывают как параметры лабораторной плазмы, так и астрофизической. В области весьма малых значений  $\tau$ , а именно, для  $10^{-2} < \tau < 10^{-1}$ , представляющих интерес для лабораторных экспериментов, результаты оказываются весьма чувствительными к конкретным значениям параметров  $\tau$  и  $P$ , и мы дадим эти результаты более подробно. На рисунке 7 приведены результаты расчета критических волновых чисел  $k_{cr}$  для различных значений плотности пыли  $P$ , как функции температурного отношения  $\tau$  для водорода и кремния. Критическое значение волнового числа слабо меняется в широкой области изменения параметра  $\tau$ , но резко падает в области  $\tau < 10^{-1}$ , оно уменьшается также с ростом  $P$ . Длинноволновый пылевой звук сохраняется только для  $P > 1 \div 10$  и  $\tau$  близким к  $10^{-2}$ . В противном случае неустойчивость имеет столь большие критические волновые числа, что они попадают в области, где длины волн сравнимы с длиной свободного пробега. Но существование достаточно плоского спектра, соответствующего переходу от длинноволнового пылевого звука к коротковолновому пылевому звуку, отчетливо видно на рис. 8. На рисунке 9 дана зависимость инкремента неустойчивости самосжатия от отношения волнового

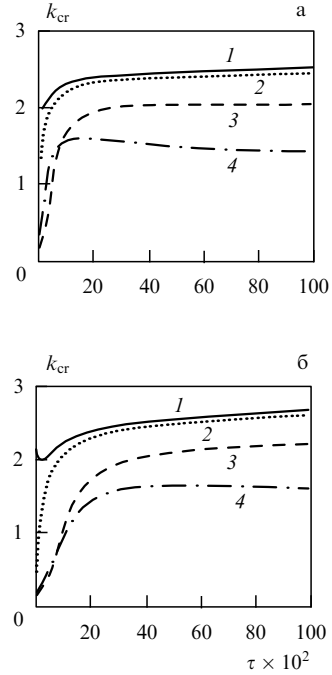


Рис. 7. Критические значения  $k_{cr}$  для водородной (а) и кремниевой (б) плазмы как функция температурного отношения  $\tau$  в интервале  $10^{-2} < \tau < 10^0$ : 1 —  $P = 0,01$ ; 2 —  $P = 0,1$ ; 3 —  $P = 1$ ; 4 —  $P = 10$ . Аналогичные результаты были получены для аргона.

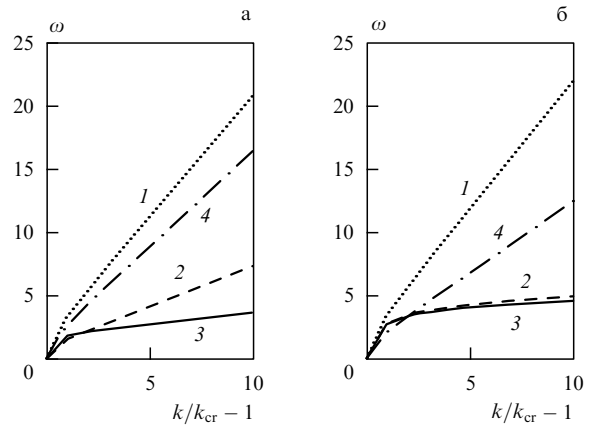
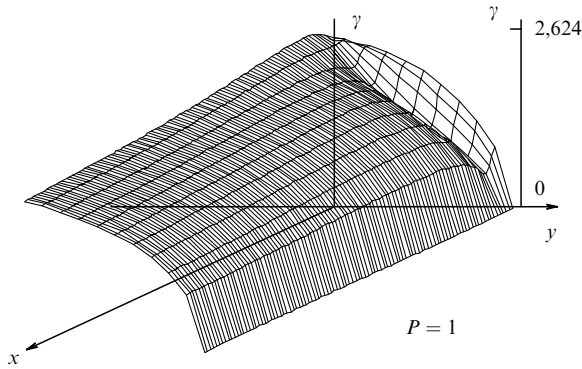
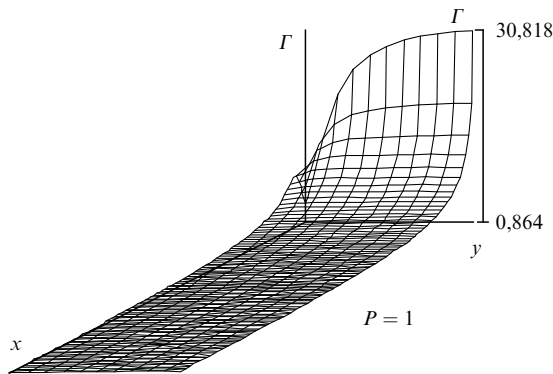


Рис. 8. Зависимость частоты волны от волнового числа для  $k > k_{cr}$ ; (а) водородная плазма, (б) кремниевая;  $x = 0$  соответствует  $k = k_{cr}$ . Для всех кривых  $\tau = 10^{-2}$ ; 1 соответствует  $P = 0,01$ ; 2 —  $P = 0,1$ ; 3 —  $P = 1$ ; 4 —  $P = 10$ . Аналогичные результаты были получены для аргона.

числа к его критическому значению и от температурного отношения. На рисунке 10 дана зависимость коэффициента поглощения от температурного отношения и волнового числа, из которой видно, что относительное поглощение резко возрастает при малых температурных отношениях, но в силу малости коэффициента  $\mu_d$  поглощение не может остановить развитие неустойчивости даже при малых  $\tau$ ; так как все величины здесь определяются максимальным размером пылевых частиц, то оценки показывают, что неустойчивость не развивается, если максимальный размер пылевых частиц не больше  $10^{-2}$  мкм. Но это соответствует самым первым стадиям



**Рис. 9.** Зависимость инкремента неустойчивости самосжатия от волнового числа для  $k < k_{cr}$ . По оси  $x$  параметр  $\tau$  изменяется от  $10^{-2}$  до  $10^0$ , а по оси  $y$  параметр  $k/k_{cr}$  — от 0 до 1. Плазма водородная. Аналогичные результаты были получены для аргона и кремния.



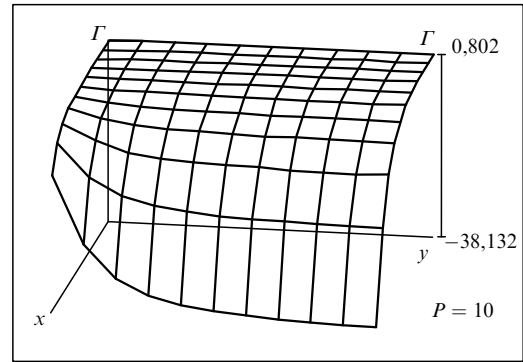
**Рис. 10.** Зависимость коэффициента поглощения  $\Gamma$  от волнового числа (ось  $y$ ), изменяющегося от  $k_{cr}$  до  $10k_{cr}$  и температурного отношения  $\tau$  (ось  $x$ ), изменяющегося от 0,01 до 1. Плазма водородная,  $P = 1$ . Аналогичные результаты были получены для аргона и кремния.

разрядов, используемых в процессах травления (этот размер находится на грани чувствительности используемых методов для детектирования пылевых частиц). Возникновение отрицательных значений коэффициента поглощения, т.е. развитие неустойчивости при волновых числах, больших критических, наблюдалось только при больших плотностях пыли ( $P > 10$ , рис. 11)

В целом, эти исследования показывают, что неустойчивость электростатического самосжатия легко развивается в самом широком диапазоне параметров пылевой плазмы. Этому не могут помешать диссипативные процессы, которые к тому же при больших значениях плотности пыли могут изменить знак, давая раскачку пылевого звука.

### 3.10. Звук в нейтральной компоненте и его взаимодействие с пылевым звуком

Выше мы обсуждали наличие двух типов звуковых волн — обычного и пылевого. При наличии большого числа нейтралов обычный звук распространяется, в основном, в нейтральной компоненте; при частоте, меньшей частоты столкновений нейтралов и ионов, относитель-



**Рис. 11.** Иллюстрация возникновения отрицательных значений коэффициента поглощения. Коэффициент поглощения как функция температурного отношения  $\tau$  (ось  $x$ ), изменяющегося от 1 до 10, и волнового числа  $k$ , изменяющегося от 0 до  $k_{cr}$  (ось  $y$ ). Плазма водородная,  $P = 10$ . Аналогичные результаты были получены для аргона и кремния.

ные вариации плотности нейтралов и ионов выравниваются, и поэтому в звуковых возмущениях обычного звука ионы и нейтралы смещаются совместно. Сами скорости звука в нейтральной и в плазменной компонентах не сильно отличаются друг от друга. Возникающая от взаимодействия нейтралов и ионов скорость обычного звука отличается от ее значений без такого взаимодействия только коэффициентом порядка единицы.

Другая ситуация возникает при взаимодействии пылевого звука и обычного звука из-за столкновений нейтралов с пылью. Во-первых, сечение таких столкновений зависит от размеров пылинок, и, во-вторых, скорость пылевого звука сильно отличается от скорости обычного звука в нейтралах. Обсудим вопрос, как эти два звука — обычный и пылевой — "перемешиваются" при наличии взаимодействия между ними из-за обмена импульсом между нейтралами и пылевыми частицами [58].

Запишем уравнение движения нейтралов, учтя только силу давления ( $-\partial n_n T_n / \partial \mathbf{r}$ ), которая для компонент Фурье возмущений соответствует

$$-ik v_{s,n}^2 \left( \frac{\delta n_n}{n_n} \right) m_n n_n, \quad v_{s,n} = \sqrt{\frac{T_n}{m_n}},$$

а также силу трения между нейтралами и пылью:  $n_n m_n v_n (\mathbf{v}_n - \mathbf{n}_d)$ . Используя уравнение непрерывности, получим

$$\omega^2 n_n m_n \frac{\delta n_n}{n_n} + n_n m_n v_n \left( \frac{\delta n_n}{n_n} - \frac{\delta n_d}{n_d} \right) = k^2 v_{s,n}^2 \frac{\delta n_n}{n_n} n_n m_n. \quad (3.100)$$

Конечно, в этом уравнении можно сократить на  $n_n m_n$ , но мы сохраним этот множитель для того, чтобы из аналогичного уравнения для пылевой компоненты было видно сохранение импульса при столкновениях пыли с нейтралами. Последнее уравнение имеет вид

$$\omega^2 n_d m_d \frac{\delta n_d}{n_d} + n_n m_n v_n \left( \frac{\delta n_d}{n_d} - \frac{\delta n_n}{n_n} \right) = k^2 v_{s,d}^2 \frac{\delta n_d}{n_d} n_d m_d. \quad (3.101)$$

Из уравнений (3.100), (3.101) следует дисперсионное уравнение, которое связывает две звуковые ветви

$$(\omega^2 - k^2 v_{s,n}^2)(\omega^2 - k^2 v_{s,d}^2) + i\omega v_n \times \\ \times \left[ (\omega^2 - k^2 v_{s,d}^2) + \frac{n_n m_n}{n_d m_d} (\omega^2 - k^2 v_{s,n}^2) \right] = 0. \quad (3.102)$$

Слабо затухающие волны существуют лишь в двух случаях, а именно:

1) когда в первом приближении можно пренебречь мнимой частью в уравнении (3.102), и тогда существует две ветви, в определенном приближении независимые и затухающие из-за наличия мнимой части;

2) когда в первом приближении можно пренебречь действительной частью в (3.102), частота колебаний много больше частоты столкновений  $v_n$ , и возникает одна ветвь

$$\omega^2 = k^2 \left( v_{s,n}^2 \frac{n_n m_n}{n_n m_n + n_d m_d} + v_{s,d}^2 \frac{n_d m_d}{n_d m_d + n_n m_n} \right) \equiv k^2 v_{s,nd}^2. \quad (3.103)$$

Этот звук может быть назван звуком в нейтральном газе, "нагруженным" пылью, или пылевым звуком, "нагруженным" нейтралами (отметим, что термин "нагруженный" звук не нужно путать с часто употребляемым термином "тяжелый" звук — звук с учетом гравитации, см. раздел 3.11). В случае, когда доминирует первый член, скорость звука в нейтральном газе уменьшится в отношении массовой плотности нейтральной компоненты к полной массовой плотности, включая пылевую компоненту. В лабораторных экспериментах по плазменному травлению вначале массовая плотность пыли при наблюдаемой плотности порядка  $10^8 \text{ см}^{-3}$  примерно на порядок меньше массовой плотности нейтралов, но в последующих стадиях это соотношение меняется в обратную сторону. В межзвездных облаках максимальные размеры пылевых частиц плохо известны, но по существующей сейчас оценке можно судить, что плотность массы пылевой компоненты примерно на порядок больше, чем нейтральной компоненты. В экспериментах по пылевым кристаллам плотность массы пылевой компоненты,  $10^{-2} \text{ г см}^{-3}$ , намного превосходит плотность массы нейтральной компоненты,  $10^{-8} \text{ г см}^{-3}$ .

Можно оценить вклад нейтральной компоненты в скорость низкочастотного пылевого звука с частотами, меньшими  $v_n$ , в условиях экспериментов по плазменно-пылевому кристаллу. При  $n_d m_d \gg n_n m_n$ , используя соотношение (3.57), получим

$$v_{s,nd}^2 = \frac{T_i P}{m_d} \left( \frac{Z_d}{1+P} + N \frac{T_n}{Z_d T_i} \right), \quad (3.104)$$

где  $N = n_n/n_e$  — величина, обратная степени ионизации. В экспериментах по плазменным кристаллам, как правило  $Z_d^2 > 10^8 \div 10^9$ , тогда как степень ионизации не менее  $10^{-6} \div 10^{-7}$ , т.е. второй член (3.104), описывающий вклад нейтралов, является малым. Сходный результат дает такая же оценка для экспериментов по плазменному травлению. Влияние нейтралов на скорость пылевого звука может быть существенным в молекулярно-пылевых облаках и в случае больших (например, атмосферных) давлений (оценки, касающиеся проблемы шаровой молнии, см. в разделе 4.5). Длительное суще-

ствование таких облаков, их самосжатие, роль гравитации и механизмов притяжения пылинок при условиях, когда массовая плотность пыли порядка массовой плотности нейтралов, обсуждается в следующих разделах.

### 3.11. Гравитационно-электростатическая пылевая неустойчивость

Обмен импульсом между нейтралами и пылью (описываемый частотой  $v_n$ ) играет существенную роль в условиях, когда учитывается не только электростатическое притяжение пылинок и притяжение из-за бомбардировки нейтралами, но учитывается также и гравитационное притяжение как пылинок между собой, так и с нейтралами, вместе, естественно, с гравитационным притяжением самих нейтралов [58]. Поэтому мы рассмотрим обобщение дисперсионного уравнения для взаимодействия обычного звука в нейтральном газе и пылевого звука, учтя не только трение нейтральных частиц о пылевые, но и гравитационное взаимодействие всех компонентов системы вместе с эффектом притяжения пылевых частиц. Речь идет об обобщении уравнения (3.102). Дисперсионное уравнение имеет тогда следующий вид

$$\left( \omega^2 - k^2 v_{s,d}^2 + (\eta_b + \eta_c + \eta_n) \omega_{pd}^2 \frac{a^2}{d_1^2} \right) (\omega^2 - k^2 v_s^2) + \\ + 4\pi G m_n n_n \left( \omega^2 - k^2 v_{s,d}^2 + (\eta_b + \eta_c + \eta_n) \omega_{pd}^2 \frac{a^2}{d_1^2} \right) + \\ + 4\pi G n_d m_d (\omega^2 - k^2 v_s^2) + i\omega v_n \frac{(n_n m_n + n_d m_d)}{n_d m_d} \times \\ \times \left( \omega^2 - k^2 v_{s,dn}^2 + (\eta_b + \eta_c + \eta_n) \omega_{pd}^2 \frac{a^2}{d_1^2} \right) \times \\ \times \frac{n_d m_d}{(n_n m_n + n_d m_d)} + 4\pi G (n_n m_n + n_d m_d) = 0. \quad (3.105)$$

Выше мы обсуждали только слабозатухающие моды и приравнивали нулю либо действительную часть дисперсионного соотношения (когда частота столкновений мала), либо его мнимую часть (когда частота столкновений велика). Промежуточный случай, когда  $\omega$  порядка частоты столкновений был мало интересен. Теперь же может возникать неустойчивость, и решения уравнения комплексны, при этом они могут быть и неустойчивыми в промежуточном случае, когда частоты столкновений не малы и не велики. В случае малых частот имеем

$$(\omega^2 - k^2 v_{s,d}^2)(\omega^2 - k^2 v_s^2) + 4\pi G m_n n_n (\omega^2 - k^2 v_{s,d}^2) + \\ + 4\pi G n_d m_d (\omega^2 - k^2 v_s^2) = 0. \quad (3.106)$$

При  $k v_s \gg 4\pi G n_d m_d$ ,  $4\pi G n_n m_n$ , т.е. в условиях, когда обычная гравитационная неустойчивость не должна развиваться, мы получим два приближенных решения уравнения (3.106)

$$\omega^2 = k^2 v_s^2, \quad (3.107)$$

$$\omega^2 = k^2 v_{s,d}^2 - 4\pi G n_d m_d - (\eta_b + \eta_c + \eta_n) \omega_{pd}^2 \frac{a^2}{d_1^2}. \quad (3.108)$$

Решение (3.107) представляет устойчивую звуковую ветвь, а (3.108) описывает гравитационную неустойчивость пылевого звука и имеет критические размеры,

намного меньшие размера Джинса:  $k_{cr} = \sqrt{4\pi G n_d m_d} / v_{sd}$ . Конечно, в обеих ветвях имеются возмущения плотности как пылевого, так и нейтрального компонента, так что гравитационная неустойчивость меняется здесь коренным образом. При увеличении  $kv_s$  меняются обе ветви, однако одна из них, которая в пределе соответствует (3.107), остается устойчивой, тогда как другая — соответствующая в пределе (3.108) — остается неустойчивой. При  $kv_s \ll 4\pi G n_d m_d$ ,  $4\pi G n_n m_n$  эта неустойчивая ветвь трансформируется в привычное выражение для неустойчивости Джинса:

$$\omega^2 = -4\pi G(n_n m_n + n_d m_d),$$

в котором фигурирует суммарная плотность массы пыли и нейтралов. Таким образом, начиная с порога, где гравитационная неустойчивость определяется только плотностью массы пыли, инкремент нарастает до тех пор, пока он не будет определяться суммарной плотностью массы. Кроме того, возникает другая ветвь, которая всегда устойчива. При учете новых механизмов притяжения уравнение (3.108) содержит при дополнительном условии

$$kv_s \gg \sqrt{\eta_b + \eta_c + \eta_n} \frac{\omega_{pd} a}{d_i},$$

в правой части члены, описывающие притяжение пылинок

$$(\eta_b + \eta_c + \eta_n) \frac{\omega_{pd}^2 a^2}{d_i^2},$$

и вблизи порога оба фактора неустойчивости самосжатия суммируются. Максимальный инкремент  $\gamma_{max}$  определяется, однако, более сложной комбинацией двух эффектов:

$$\begin{aligned} \gamma_{max}^2 = & \frac{1}{2} (\eta_b + \eta_c + \eta_n) \omega_{pd}^2 \frac{a^2}{d_i^2} + 2\pi G(n_n m_n + n_d m_d) \pm \\ & \pm \frac{1}{2} \left\{ \left[ (\eta_b + \eta_c + \eta_n) \omega_{pd}^2 \frac{a^2}{d_i^2} + 4\pi G(n_n m_n + n_d m_d) \right]^2 + \right. \\ & \left. + 4\pi G n_n m_n (\eta_b + \eta_c + \eta_n) \omega_{pd}^2 \frac{a^2}{d_i^2} \right\}^{1/2}. \end{aligned} \quad (3.109)$$

Рассмотрим теперь случай, когда столкновения нейтралов и пыли велики. Тогда обе ветви объединяются в одну

$$\begin{aligned} \omega^2 = & k^2 v_{s,dn}^2 - (\eta_b + \eta_c + \eta_n) \omega_{pd}^2 \frac{a^2}{d_i^2} \frac{n_d m_d}{(n_n m_n + n_d m_d)} - \\ & - 4\pi G(n_n m_n + n_d m_d), \end{aligned} \quad (3.110)$$

в которую входит комбинированная скорость звука (3.103), которая в лабораторных экспериментах, как было показано, близка к скорости пылевого звука, но в астрофизических условиях в зависимости от параметров может быть близка как к скорости пылевого звука, так и к скорости обычного звука.

### 3.12. Поверхностное натяжение

Притяжение между пылевыми частицами должно приводить к новому явлению — поверхностному натяжению в пылевом облаке. Коэффициент поверхностного натя-

жения  $\alpha$ , как известно [65], соответствует работе, которую нужно совершить для увеличения единицы поверхности, и соответственно может быть оценен как энергия единицы поверхности. Если обозначить через  $h$  толщину поверхностного слоя, то можно написать оценку

$$\alpha = U_m n_d h. \quad (3.111)$$

Оценка величины  $h$  представляет довольно сложную задачу и в первую очередь недостаточно ясно, что называть поверхностным слоем. Структуры пылевых облаков плохо исследованы экспериментально, и, по видимому, структуру поверхности могут определять различные процессы. Поэтому мы сделаем лишь некоторые оценки и обратим внимание на качественные следствия наличия поверхностного натяжения. Во-первых, при наличии поверхностного натяжения возможно существование пылевых кристаллов со свободной границей. Они должны иметь сферическую форму. Численное моделирование [48] подтверждает этот вывод. Во-вторых, при наличии поверхностного натяжения границы пылевых облаков могут быть достаточно резкими. Резкие границы наблюдаются во всех экспериментах по плазменному травлению, также резкими являются границы планетарных пылевых колец. Отметим, что теоретически задачи структуры переходного слоя как самосогласованные нелинейные задачи до сих пор не ставились и не решались. Очевидно, что имеется различие в условиях, когда ионизация является объемной (как в случае плазменного травления или межзвездных пылевых облаков), и в условиях, когда плазма в пылевом облаке возникает из-за его облучения извне (например, в планетарных кольцах). В первом случае разумной оценкой  $h$  было бы несколько межчастичных расстояний, например  $h \approx 10(3/4\pi n_d)^{1/3}$ . По такой оценке для пылевых облаков в лабораторных экспериментах по плазменному травлению  $h \approx 10^{-2}$  см и при  $U_m \approx 100$  эВ и  $n_d \approx 10^8$  см $^{-3}$  получим довольно большую величину поверхностного натяжения  $\alpha \approx 10^{-4}$  эрг см $^{-2}$ , что примерно на 6 порядков меньше поверхностного натяжения воды (но плотность нейтралов в разряде примерно на 7 порядков ниже плотности воды). Для планетарных колец их толщина оказывается порядка длины пробега плазменных частиц, т.е. с точки зрения поверхностного натяжения пылевые кольца представляют собой тонкие пленки наименьшей возможной толщины. Сама по себе эта оценка представляется довольно интересной. Поверхностное натяжение должно приводить к пространственному ограничению области, занятой пылевыми облаками. Такая пространственная локализация является одним из признаков самоорганизации пылевых структур.

### 3.13. Корреляции в пылевой плазме, мягкие моды и проявление эффектов дальнего порядка

Наличие притяжения между пылевыми частицами ставит вопрос о возможном дальнем порядке в парной корреляционной функции. Мы не будем рассматривать случай пылевой жидкости или пылевого кристалла, а обсудим более простой вопрос об изменении парной корреляционной функции в пылевой плазме, когда кинетическая энергия пыли намного превосходит потенциальную энергию и, в частности, энергию притяжения пылевых частиц, связанную с открытостью системы. При этом



будем рассматривать случай, когда частота столкновений плазменных частиц с пылью велика. Физически это будет означать, что обратное время корреляций мало по сравнению с частотой столкновений плазменных частиц с пылью (последняя, как отмечалось, в  $Z_d$  раз больше частоты ион-ионных столкновений). Притяжение в пылевой плазме является следствием открытости системы и не имеет ничего общего с притяжением в обычном веществе, которое носит химическую природу и в конечном счете связано с обменным взаимодействием. Квантовое взаимодействие вступает в игру только на близких расстояниях. Нужно сильное взаимодействие для сближения частиц и перекрытия их волновых функций. В рамках классического подхода парная корреляционная функция  $g(r)$  в плазме в отсутствие пыли не имеет минимумов или максимумов и плавно падает с расстоянием между частицами, повторяя ход дебаевски экранированного потенциала:  $g(r) \propto (1/r) \exp(-r/d)$ . Только при значительном сближении частиц сильное их взаимодействие может создать максимумы и минимумы в парной корреляционной функции в плазме без пыли. При наличии пыли меняется характер взаимодействия частиц, и между пылевыми частицами возникают дополнительные силы притяжения и отталкивания. Поэтому парная корреляционная функция даже в газовом состоянии, когда кинетическая энергия пыли много больше потенциальной энергии взаимодействия пылинок, должна быть отличной от той, которая соответствует экранированному кулоновскому взаимодействию в отсутствие пыли. Более того, можно ожидать появления признаков дальнего порядка в виде максимумов и минимумов корреляционной функции, хотя большая кинетическая энергия пыли не позволяет переход в жидкое или кристаллическое состояние. Наличие такого эффекта могло бы служить признаком того, что пылевая плазма при достаточной плотности пыли способна совершать фазовые переходы. Это представляется естественным в силу большей ее способности к самоорганизации.

Здесь и в дальнейшем при определении парной корреляционной функции мы будем считать, что при  $r \rightarrow \infty$  она стремится к нулю (это замечание сделано потому, что в [1, 2] используют и другое определение:  $g(r) \rightarrow 1$  при  $r \rightarrow \infty$ ; очевидно, что они отличаются друг от друга только слагаемым 1). Приведенная выше корреляционная функция в плазме в отсутствие пыли получается методом слабых корреляций. Но она соответствует первому исчезающему приближению по корреляциям, когда исходным считается отсутствие корреляций. При этом корреляционная функция повторяет потенциал парного взаимодействия частиц. Если бы при таком подходе корреляционная функция содержала бы максимумы и минимумы, мы могли бы говорить о более вероятном расположении частиц на определенном расстоянии, но при этом кинетическая энергия частиц была бы больше возможной энергии связи, и структура не наблюдалась бы, так как частицы в основной массе свободно бы входили и выходили из потенциальных ям. Как всегда, теоретические результаты, полученные при использовании некоего малого параметра, справедливы по порядку величины и в том случае, когда этот параметр близок к единице. Поэтому, если бы теория слабых корреляций в пылевой плазме приводила бы к неким корреляциям с максимумами и минимумами, указываю-

щим на тенденцию к дальнему порядку, то можно было бы ожидать появления дальнего порядка и образование кристаллических или жидких структур в условиях, когда взаимодействие становится порядка кинетической энергии. В этом случае образование кристаллических структур было бы связано не с сильными корреляциями, а с корреляциями порядка единицы. Возможно, обобщения теории слабых корреляций (как то обрастание корреляций поляризационной шубой или ренормировка корреляций) могли бы служить хорошей качественной оценкой появления дальнего порядка в системе с корреляциями порядка единицы. Но этого нет в плазме в отсутствие пыли и мы знаем, что образование кристаллов в таких системах требует сильных корреляций, когда энергия взаимодействия в сотню раз превышает кинетическую энергию. Изменение характера взаимодействий пылевых частиц из-за открытости системы и появления сил притяжения дают основания для надежды на то, что в пылевой плазме ситуация в корне может измениться и возможно, что для образования пылевых кристаллов совсем не нужно наличие сильных корреляций между пылевыми частицами. Во всяком случае, на начальном этапе исследований надо понять характер поведения парных корреляционных функций в пылевой плазме в предположении о слабых корреляциях. Изложение этого материала и посвящен настоящий раздел [66].

При построении теории слабых корреляций мы будем исходить из подхода Климонтовича [67], предполагая, что дискретность нужно учитывать только для пылевых частиц, а флуктуации плазменных частиц, будучи значительно более мелкомасштабными, следуют за флуктуациями пылевых частиц в соответствии с линейными гидродинамическими соотношениями, использованными в предыдущих разделах для получения дисперсионных соотношений.

Основанием для такого подхода является то, что пылевая компонента, как состоящая из значительно более крупных частиц, чем плазменные частицы, должна проявлять большую степень дискретности, и ее флуктуации более значительны. С другой стороны, если мы интересуемся только достаточно крупномасштабными флуктуациями (заметно превышающими дебаевский радиус), то можно провести усреднение по мелкомасштабным флуктуациям и использовать записанные выше гидродинамические соотношения, которые дают только крупномасштабные движения плазменных частиц, следующих в своих флуктуациях за пылевыми частицами.

Согласно стандартным методам [68, 69], мы введем функцию распределения пылевых частиц  $f_p^d(\mathbf{r}, t)$ , нормированную согласно

$$n_d(\mathbf{r}, t) = \int f_p^d(\mathbf{r}, t) \frac{d^3p}{(2\pi)^3},$$

введем функцию распределения, усредненную по флуктуациям  $\Phi_p^d(\mathbf{r}, t)$ , где усредненная по флуктуациям концентрация пылевых частиц равна

$$N_d = \int \Phi_p^d(\mathbf{r}) \frac{d^3p}{(2\pi)^3};$$

введем также и флуктуации этих величин как отклонения от величин, усредненных по флуктуациям  $\delta f_p^d(\mathbf{r}, t)$  и  $\delta n^d(\mathbf{r}, t)$ . Корреляционную функцию  $S(\mathbf{k}, \omega)$  для стацио-

нарной и однородной пылевой плазмы определим соотношением для компонент Фурье вариаций плотности:

$$\langle \delta n_{\mathbf{k},\omega}^d \delta n_{\mathbf{k}',\omega'}^d \rangle = \frac{1}{(2\pi)^3} N_d S_n^d(\mathbf{k}, \omega) \delta(\mathbf{k} + \mathbf{k}') \delta(\omega + \omega'). \quad (3.111)$$

Для некоррелированных частиц мы используем обозначение  $S_n^{d,(0)}(\mathbf{k}, \omega)$  и нормировку

$$\int_{-\infty}^{+\infty} S_n^{d,(0)}(\mathbf{k}, \omega) d\omega = 1. \quad (3.112)$$

Тогда парная корреляционная функция, стремящаяся к нулю при  $r \rightarrow 1$ , будет определяться соотношением

$$g_n^d(r) = \left( \int_{-\infty}^{+\infty} S_n^d(\mathbf{k}, \omega) d\omega - 1 \right) \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) d^3k. \quad (3.113)$$

Используя стандартные методы, изложенные в [67], обобщим их, включив дополнительно рассчитанные выше силы отталкивания и притяжения пылевых частиц. При записи выражений мы не будем здесь использовать нормировки, которые использовались выше. Имеем

$$S_n^d(\mathbf{k}, \omega) = \frac{S^{d,(0)}(\mathbf{k}, \omega)}{|\epsilon_{\mathbf{k},\omega}^{\text{eff}}|^2} \Gamma_{\mathbf{k},\omega}, \quad (3.114)$$

где

$$\frac{1}{\epsilon_{\mathbf{k},\omega}^{\text{eff}}} = \frac{1}{\epsilon_{\mathbf{k},\omega}} + \frac{\pi}{4} \eta_r k a - \frac{a^2}{d_i^2} (\eta_b + \eta_c + \eta_n) \quad (3.115)$$

и

$$\Gamma_{\mathbf{k},\omega} = \frac{|1 + \epsilon_{\mathbf{k},\omega}^{\text{eff}} - \epsilon_{\mathbf{k},\omega}^d|^2}{|1 + (\epsilon_{\mathbf{k},\omega}^d)[(\pi/4)\eta_r k a - (a^2/d_i^2)(\eta_b + \eta_c + \eta_n)]|^2}. \quad (3.116)$$

Здесь  $\epsilon_{\mathbf{k},\omega}^d$  — общее кинетическое выражение для диэлектрической проницаемости пылевой компоненты с учетом только сил со стороны электрического поля, но без учета дополнительных сил притяжения и отталкивания. Величина  $\epsilon_{\mathbf{k},\omega}$  в (3.115) соответствует полной диэлектрической проницаемости с учетом вкладов электронов, ионов и пыли с тем обобщением, что вместо простейшего отклика для пыли в виде, использовавшемся выше, входит ее полная диэлектрическая проницаемость  $\epsilon_{\mathbf{k},\omega}^d$ . В пределе однокомпонентной плазмы, т.е. в данном случае при учете только пылевой компоненты при отсутствии дополнительных сил притяжения и отталкивания, мы получим результат, приведенный в [1]:  $\epsilon^{\text{eff}} = \epsilon^{d,E}$  и  $\Gamma_{\mathbf{k},\omega} = 1$ . Для использованного выше подхода  $\epsilon^{\text{eff}} \sim d_i^2/a^2 \gg 1$  (если для простоты пренебречь вкладом нейтралов в притяжение пылинок). Действительно, последние два члена в выражении (3.104) для  $1/\epsilon^{\text{eff}}$  после введения использованной в предыдущем разделе нормировки имеют порядок  $a^2/d_i^2$  и в той же нормировке

$$\epsilon_{\mathbf{k},\omega} = 1 + \frac{1}{(\bar{k})^2 N(\bar{k})} \frac{d_i^2}{a^2} \left( \alpha(\bar{k}) + \beta(\bar{k}) \times \frac{\bar{k}^2 (\epsilon_{\mathbf{k},\omega}^{d,E} - 1)}{1 + (\epsilon_{\mathbf{k},\omega}^{d,E} - 1)[(\pi/4)\eta_r \bar{k} - \eta_c - \eta_b - \eta_n]} \right), \quad (3.117)$$

где

$$N(k) = \frac{\tau + z}{1 + \tau + z} + \frac{\bar{k}^2}{\eta_i}. \quad (3.118)$$

Считая  $\epsilon^{\text{eff}} \gg \epsilon^d - 1$ , получим

$$S^d(\mathbf{k}, \omega) - S^{d,0}(\mathbf{k}, \omega) \approx -S^{d,0}(\mathbf{k}, \omega) \frac{2\text{Re}[\epsilon_{\mathbf{k},\omega}^{\text{eff}} (\epsilon_{\mathbf{k},\omega}^d - 1)]}{|\epsilon_{\mathbf{k},\omega}^{\text{eff}}|^2}. \quad (3.119)$$

Для диэлектрической проницаемости пыли можно использовать стандартное кинетическое приближение, которое при введенной нормировке волновых чисел и частот запишется в виде ( $\bar{k} = kd_i^2/a$ )

$$\epsilon_{\mathbf{k},\omega}^d = 1 + \frac{1}{\bar{k}^2 \tau_d^2} W\left(\frac{\bar{\omega}}{\bar{k}\sqrt{2}\tau_d}\right), \quad (3.120)$$

где

$$\tau_d = \sqrt{\frac{(1+P) T_d}{P Z^d T_i}}, \quad (3.121)$$

$$W(x) = 1 - 2x \exp(-y^2) \int_0^x \exp(t^2) + i\sqrt{\pi} x \exp(-x^2). \quad (3.122)$$

Тогда парная корреляционная функция запишется в виде суммы двух слагаемых, первое из которых повторяет потенциальную кривую пылевых молекул  $g^m(r)$ , а второе описывает дополнительные корреляции дальнего порядка  $g^l(r)$  [67]:

$$g^d(r) = g^m(r) + g^l(r), \quad (3.123)$$

$$g^m = \frac{\pi^2 a^5}{d_i^8 \tau_d^2} \left[ \frac{1}{2\rho^2} \eta_r - \frac{1}{\rho} (\eta_b + \eta_c + \eta_n) \right], \quad (3.124)$$

$$g^l(r) = \frac{4\pi a^5}{d_i^8 \tau_d^2 \rho} \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} \int_0^\infty \sin(\bar{k}\rho) \frac{d\bar{k}}{\bar{k}} \int_0^\infty \exp(-x^2) dx \times \\ \times \text{Re} \left\{ W^*(x) N(\bar{k}) \left[ \alpha(\bar{k}) + \beta(\bar{k}) \times \frac{\bar{k}^2 W(x)}{\tau_d^2 \bar{k}^2 + W(x)(\pi \bar{k} \eta_r / 4 - \eta_b - \eta_c)} \right]^{-1} \right\}, \quad (3.125)$$

$$\rho = \frac{ra}{d_i^2}. \quad (3.126)$$

Молекулярная корреляционная функция имеет экстремум при  $\rho \sim 1$ , т.е. на расстоянии, соответствующем радиусу пылевой молекулы. Часть корреляционной функции  $g^l$  имеет несколько максимумов и минимумов с убывающей амплитудой, характерной для корреляционных функций, описывающих дальний порядок.

В теории вигнеровской кристаллизации начало процесса связывается с возникновением мягкой моды волн зарядовой плотности, что в  $g^l$  соответствует нулю знаменателя подынтегрального выражения в корреляционной функции или

$$\epsilon_{\mathbf{k},0} = 0. \quad (3.127)$$

Этот резонанс в корреляционной функции, однако, можно проинтегрировать, так как при этом и числитель

обращается в нуль. В определенных условиях — при низких значениях температуры пыли — резонанс, связанный с мягкой модой зарядовой волны плотности, может давать наибольший вклад в корреляционную функцию. В  $g^l$  это соответствует  $x = 0$ , когда  $W(x) = 1$  и, следовательно,

$$\alpha(\bar{k}_{cr}) + \beta(\bar{k}_{cr}) \frac{\bar{k}_{cr}^2}{\tau_d^2 \bar{k}_{cr}^2 + (\pi/4)\eta_r - \eta_b - \eta_c} = 0. \quad (3.128)$$

Наличие полюсов в знаменателе корреляционной функции или поля частицы сразу дает периодическую зависимость от расстояния, т.е. дальний порядок. В замкнутых системах уравнение (3.127) не имеет решений. Поэтому существование таких решений есть свойство открытых систем. Заметим, что функция  $W(x)$  всегда имеет мнимую часть за исключением  $x = 0$ , и резонанс волн зарядовой плотности всегда регуляризован при конечной температуре пылевой компоненты. Можно вычислить  $g^l$ , предполагая, что резонанс, связанный с мягкой модой, вносит основной вклад в  $g^l$ . Для этого разложим знаменатель  $g^l$  по малым параметрам  $\bar{k} - \bar{k}_{cr}$  и  $x^2$ , подставляя во все коэффициенты разложения, за исключением  $\sin \bar{k}\rho$ , в качестве  $\bar{k}$ , его значение в резонансе  $\bar{k} = \bar{k}_{cr}$ :

$$g^l = -\frac{\zeta}{\rho} \int_0^\infty \sin \bar{k}\rho \int_0^{x_{max}} dx \frac{\bar{k} - \bar{k}_{cr} - 2\gamma x^2}{(\bar{k} - \bar{k}_{cr} - 2\gamma x^2)^2 + \pi\gamma^2 x^2}, \quad (3.129)$$

где

$$\begin{aligned} \zeta &= \frac{4\pi a^5}{d_1^8 \tau_d^2} N(\bar{k}_{cr}) \bar{k}_{cr} \times \\ &\times \left\{ \frac{\partial}{\partial \bar{k}} \left[ \alpha(\bar{k}) + \beta(\bar{k}) \frac{\bar{k}^2}{\tau_d^2 \bar{k}^2 + (\pi/4)\bar{k}\eta_r - \eta_b - \eta_c} \right] \right\}_{\bar{k}=\bar{k}_{cr}}^{-1}, \quad (3.130) \\ \gamma &= \left\{ \frac{\alpha(\bar{k}) \tau_d^2 \bar{k}^2}{\tau_d^2 \bar{k}^2 + (\pi/4)\bar{k}\eta_r - \eta_b - \eta_c} \times \right. \\ &\times \left. \left[ \frac{\partial}{\partial \bar{k}} \left( \alpha(\bar{k}) + \beta(\bar{k}) \frac{\bar{k}^2}{\tau_d^2 \bar{k}^2 + (\pi/4)\bar{k}\eta_r - \eta_b - \eta_c} \right) \right] \right\}_{\bar{k}=\bar{k}_{cr}}^{-1}. \quad (3.131) \end{aligned}$$

Приближенную зависимость корреляционной функции  $g^l$  от расстояния можно получить при  $\tau_d \ll 1$ , когда  $1/\gamma \gg 1$  и, следовательно, при  $\rho \sim 1$  можно использовать неравенство  $\rho \ll 1/\gamma$  для получения приближенных аналитических выражений для зависимости парной корреляционной функции от расстояния. Имеем

$$\begin{aligned} g^l(r) &\approx \frac{\zeta \pi}{8\sqrt{\gamma} \rho^{3/2}} \sin \left[ \left( \bar{k}_{cr} - \frac{\pi}{4} \right) \rho \right] + \\ &+ \frac{\zeta \pi}{8\sqrt{\gamma} \rho^{3/2}} \cos \left[ \left( \bar{k}_{cr} - \frac{\pi}{4} \right) \rho \right] \frac{2}{\pi} \left( 0,577 + \ln \frac{8}{\pi\gamma\rho} \right). \quad (3.132) \end{aligned}$$

Этот результат получен при  $\tau_d \ll 1$ , когда есть резонанс мягкой моды; при этом, как видно из (3.132),  $g^l \propto 1/\sqrt{\gamma} \propto 1/\tau_d$ , а  $\zeta$  имеет тот же порядок, что и коэффициент при корреляционной функции  $g^m$ , описывающей пылевой молекулярный потенциал. Корреляционная функция  $g^l$ , как видно из (3.132), описывает корреляции дальнего порядка с чередующимися максимумами и минимумами и падающей амплитудой. Таким

образом, корреляции дальнего порядка становятся доминирующими при условии  $\tau_d \ll 1$ . Об образовании кристаллических структур здесь не идет речь, так как исходно предполагалось, что кинетическая энергия частиц велика настолько, что можно пользоваться теорией возмущений. Легко видеть, что для этого необходимо, чтобы амплитуда осцилляций частиц в поле сил  $F$  (включающих отталкивание и притяжение пылевых частиц), равная  $F/v_d\omega$ , была много меньше "фазовой" скорости  $\omega/k$ , определенной по характерной частоте и характерному волновому числу, фигурирующим в фурье-разложении корреляционной функции (в данном случае, как легко усмотреть,  $\omega/k \gg v_{Td}$ ). Указанный критерий сводится к соотношению  $\delta n_d/N_d \ll 1$ , т.е. флуктуации плотности пыли должны быть относительно малыми, что является довольно естественным условием. Конечно, для образования дальнего порядка, связанного с кристаллической структурой, надо, чтобы флуктуации плотности были порядка единицы, но, как обычно, эффекты, получаемые при разложении по малому параметру, справедливы по порядку величины и том случае, когда "малый" параметр достигает значений порядка единицы. Во всяком случае, здесь не видно необходимости того, чтобы кинетическая энергия на два порядка превышала потенциальную для образования кристаллического состояния, как это имеет место в обычных кристаллах. Эти оценки носят, конечно, достаточно предварительный характер. Они также легко обобщаются при включении притяжения из-за бомбардировки нейтралами, но, повторяем, последние взаимодействия малы в существующих сейчас экспериментах.

## 4. О некоторых проблемах пылевых структур

### 4.1. Как формулировать проблемы пылевых структур?

По-видимому, пылевые структуры смогут стать хорошим "полигоном" исследования процессов самоорганизации, в первую очередь потому, что легко образуется равновесное состояние при очень большом темпе диссипации. Темп диссипации является критерием способности к самоорганизации, однако помимо большого темпа диссипации энергии и частиц нужно иметь и достаточные источники энергии и вещества, чтобы их компенсировать и чтобы могли образовываться стационарные самоорганизованные диссипативные структуры. Обсужденные выше эксперименты, несомненно, показывают, что такие квазиравновесные самоорганизованные состояния действительно могут образовываться. "Питания" таких структур достаточно для их длительного существования. Поэтому, в первую очередь, формулировка физических вопросов по уже созданным структурам должна быть направлена на изучение тех аспектов, которые приводят к отличию диссипативных структур от обычных структур, реализующих минимум свободной энергии, таких как обычные кристаллы, обычные жидкости и другие структуры — "живые" структуры значительно более разнообразны, чем "мертвые". С этой точки зрения уже полученные структуры пылевой плазмы должны быть тщательно проанализированы — их нестандартные свойства могут быть исследованы, но для этого предстоит довольно большая работа с использованием конкретной геометрии и новых механизмов, обусловленных

открытостью системы. Но, по-видимому, особый акцент должен быть сделан в исследовании нелинейностей в таких системах, так как они являются необходимым элементом любых диссипативных структур. Описанные выше неустойчивости самосжатия являются только начальным линейным процессом образования структур. Нелинейности возникают как в пылевой компоненте, так и в плазменной; открытость системы и учет нелинейностей зарядки пылевых частиц изменит ранее известные нелинейности. Все эти процессы ранее не учитывались. Нам кажется, что уже накопился достаточный материал, на основе которого можно ставить такие вопросы как для будущих экспериментов, так и для развития теоретических представлений.

В этом плане трудно пройти мимо старой проблемы шаровой молнии, для которой по наиболее вероятным гипотезам пыль и нейтралы играют исключительную роль. Здесь мы можем попытаться дать только некоторые предварительные оценки того, какую роль могут сыграть новые представления о взаимодействиях в открытых пылевых системах, изложенные выше, и какие дополнения к уже имеющимся моделям они могут внести. Трудно также пройти мимо старой проблемы образования звезд в молекулярно-пылевых межзвездных облаках — процесса, в котором согласно существующим представлениям основную роль играет гравитационное притяжение пыли и нейтралов. Мы можем попытаться дать некоторые предварительные оценки роли новых механизмов притяжения для самосжатия и фрагментации молекулярно-пылевых облаков. Интересно, что такие, казалось бы, не связанные вопросы, как проблема шаровой молнии и проблема образования звезд могут иметь общие физические основы.

#### 4.2. Проблемы теории плазменно-пылевых кристаллов

Уже говорилось о том, что возникновение дальнего порядка в пылевой плазме указывает на то, что в пылевой плазме переход в кристаллическое состояние может возникнуть проще, чем в обычной материи, и не потребуют сверхсильных корреляций. Пока что эти соображения являются только наводящими. Слабые корреляции описаны для расстояний порядка  $d_i^2/a \gg a$ , и можно предполагать, что постоянная решетки будет того же порядка  $d_i^2/a$ , что не противоречит всем имеющимся экспериментам. Экстраполируя уже приведенные результаты по слабым корреляциям на случай корреляций порядка единицы, можно предположить, что в пылевой системе возможны по крайней мере четыре состояния.

Условие того, что в пылевой плазме маловероятно образование пылевых молекул  $T_d \gg U_m$ , где  $U_m$  порядка энергии образования пылевой молекулы,

$$U_m \approx \frac{T_e^2}{T_i} Z_d \frac{a^4}{d_i^4}, \quad (4.1)$$

может быть записано через введенную выше безразмерную температуру пыли  $\tau_d$  как

$$\tau_d \gg \frac{1}{\tau} \sqrt{\frac{P}{1+P}} \frac{a^2}{d_i^2}. \quad (4.2)$$

Состояние, соответствующее выполнению этого неравенства, можно характеризовать как пылевой атомар-

ный газ. При неравенстве, противоположном (4.2), это будет уже молекулярный пылевой газ. Это второе состояние может отвечать  $\tau_d \gg 1$ , когда доминируют молекулярные корреляции. Для этого необходимо

$$\tau \ll \frac{a^2}{d_i^2} \sqrt{\frac{P}{1+P}}. \quad (4.3)$$

При

$$\frac{a}{d_i} \ll \tau_d \ll 1 \quad (4.4)$$

доминируют дальние корреляции, но они все еще являются слабыми. Наконец, четвертое состояние, когда корреляции будут сильными (или средними), соответствует выполнению обратного неравенства:

$$\tau_d \ll \frac{a}{d_i}. \quad (4.5)$$

В приведенных оценках существенным было наличие малого параметра  $a/d_i$ , который отсутствовал в кулоновских системах. Все проведенные оценки могут рассматриваться тоже как дополнительные наводящие соображения, но представляется, что теория плазменно-пылевых кристаллов может быть значительно более простой, нежели теория обычных кристаллов, именно благодаря наличию новых малых параметров. Во всяком случае, сейчас опираться только на теории сильно коррелированных кулоновских систем при анализе экспериментов по плазменно-пылевым кристаллам представляется достаточно рискованным. Ясно, что построение подробной и адекватной теории будет достаточно трудоемкой проблемой, но изложенные соображения показывают, что учет новой физики, открытости системы и связанных с этим сил притяжения должно составить необходимый элемент такой теории. Ее создание — более легкая задача, чем до сих пор не созданная теория сильно коррелированных систем.

В проблемах самоорганизации часто используют вариационные принципы [72, 73], которые в диссипативной системе описывают минимум одной из величин (сохраняющейся при отсутствии диссипации) при сохранении другой величины (сохраняющейся при отсутствии диссипации) (первая из них более "диссипативна"). Множество примеров такого рода приведено в [72]; в [72] используется вариационный принцип, в котором ищется минимум энергии при сохранении тока для объяснения самоорганизации в токамаках. Какой вариационный принцип можно предложить для пылевой плазмы и плазменно-пылевых кристаллов? В [57] показано, что при сближении двух пылевых частиц в плазме заряды каждой из них уменьшаются и электростатическая энергия, связанная с зарядами пылевых частиц, падает. Это происходит из-за сохранения потенциала на каждой из частиц, который, будучи плавающим потенциалом, в основной части определяется электронной температурой. По-видимому, можно было бы сформулировать вариационный принцип в виде минимума энергии при постоянстве потенциала на каждой из пылевых частиц.

#### 4.3. О пылевых кристаллах со свободной границей

Численное моделирование [1], где получен критерий  $\Gamma > 170$  для сильно коррелированных кулоновских систем, соответствует периодическим граничным усло-

виям и не может отвечать на вопрос о возможности существования кристаллов со свободной границей. Кристаллы со свободной границей могут действительно образовываться при наличии притяжения пылевых частиц из-за открытости пылевых систем. Доказательство этого утверждения получено в численном 3D-моделировании [70] распределения частиц, использующем законы притяжения и отталкивания, полученные выше для открытых пылевых систем. Но эти результаты являются лишь первым указанием на возможность образования из первоначально случайно расположенных пылевых частиц кристаллических структур со сферической свободной границей. Более общее решение вопроса может дать полное численное моделирование, когда не задается определенный закон взаимодействия частиц, а он сам возникает в системе. В такой более полной постановке задачи предположение о парности взаимодействия, использованное в [70], естественно, не будет фигурировать. Если число частиц достаточно для проявления непарности взаимодействия, то результаты должны зависеть от отношения размера кристалла к длине свободного пробега плазменных частиц при их взаимодействии с пылевыми частицами и от способа создания и инжекции плазменных частиц (поверхностного или объемного), а также при поверхностной инжекции от соотношения размера кристалла и толщины двойного слоя, который обычно составляет  $(5 \div 7)d$ . Последнее связано с тем, что при внешней инжекции плазмы кристалл, как целое, заряжается отрицательно по отношению к окружающей плазме и перестает допускать электроны во внутренние части кристалла в случае, когда его размер больше ширины поверхностного слоя; внутренняя часть пылевой структуры будет тогда содержать слабо заряженные пылевые частицы. С экспериментальной точки зрения все до сих пор созданные пылевые кристаллы не являются кристаллами со свободной границей, так как частично нижние кристаллические слои находятся в двойном пристеночном слое и удержанию в поперечном слое направления способствует яма СВЧ потенциала. Экспериментально плазменно-пылевые кристаллы со свободной границей могут быть созданы в условиях невесомости или микрогравитации. Только такие эксперименты могут служить лучшей проверкой теории плазменно-пылевых кристаллов со свободной границей.

#### 4.4. Об агломерации пылевых частиц

Явление роста и агломерации пылевых частиц в плазме является хорошо установленным экспериментально и плохо понятным явлением. Во многих технологических процессах желательно, если не избавиться от него, то хотя бы уменьшить его темп. Поэтому следует в первую очередь понять, каким образом процесс агломерации может идти при неизбежном наличии больших зарядов пылевых частиц, приводящих к их отталкиванию. Для правильной формулировки проблемы агломерации нужен анализ возможных сил притяжения. Выше особое внимание уделялось силам притяжения для расстояний, больших дебаевского радиуса. Электростатические силы притяжения, действительно, заметны только на таких расстояниях, но силы бомбардировки нейтралами могут быть на расстояниях, меньших дебаевского радиуса, большими сил электростатического отталкивания, даже в условиях, когда на больших расстояниях соотношение

между ними противоположное. Приведенное выше сравнение сил притяжения из-за бомбардировки нейтралами с силами электростатического притяжения относилось к расстояниям, большому дебаевского радиуса. В основном, такое сравнение представляет интерес для экспериментов по плазменно-пылевому кристаллу, когда расстояние между пылевыми частицами много больше дебаевского радиуса и электростатическое притяжение содержит фактор  $(T_e/T_i)^{3/2}$ , увеличивающий электростатическое притяжение примерно на три порядка, так как  $T_e/T_i \sim 10^2$ . В экспериментах по плазменному травлению, где процессы агломерации наблюдаются наиболее ярко (и представляют наибольшее препятствие для производства чистых образцов), среднее расстояние между пылевыми частицами много меньше дебаевского радиуса и сравнение сил притяжения из-за бомбардировки нейтралами должно проводиться с силами незранированного кулоновского отталкивания. Обратим внимание здесь на то, что при выводе соответствующих уравнений мы учитывали все силы, в частности силы кулоновского отталкивания (приводящие к обычному плазменному вкладу отклика пыли в диэлектрическую проницаемость  $-\omega_{pd}^2/\Omega^2$ ) и силы притяжения, включая силу притяжения из-за бомбардировки нейтралами; при этом дисперсионное уравнение и результаты его решения справедливы как в случае, когда расстояние между пылевыми частицами больше дебаевского радиуса, так и в противоположном случае. Покажем, что при расстоянии между пылевыми частицами меньше дебаевского радиуса роль эффектов из-за притяжения нейтралами заметно возрастает. При этом силы притяжения и электростатического отталкивания имеют одинаковую зависимость от расстояния ( $\propto 1/r^2$ ) и, если притяжение доминирует при некотором расстоянии, меньшем дебаевского радиуса, но много большего размера пылевых частиц, то оно будет доминировать вплоть до соприкосновения (агломерации) пылевых частиц (на малых расстояниях заметным становится дипольное притяжение частиц). Критерий доминирования сил притяжения на расстояниях, меньших дебаевского радиуса, может быть легко получен сравнением кулоновского отталкивания пылинок и притяжения из-за бомбардировки нейтралами, описываемого формулами (3.46), (3.47):

$$\frac{n_n}{n_i} > 8z^2 \frac{d_i^2}{a^2} \left( \frac{T_e}{T_i T_n} \right). \quad (4.6)$$

Согласно этой формуле, хотя и содержащей  $d_i/a$ , но справедливой как при  $d_i/a \ll 1$ , так и при  $d_i/a \gg 1$  (последнее следует из того, что ни сила электростатического отталкивания, ни сила притяжения из-за бомбардировки нейтралами от  $d_i$  не зависят). При  $d_i/a \approx 1$  для доминирования притяжения достаточно степени ионизации  $n_n/n_i > 3 \times 10^5$ , если  $z \approx 2$ . В экспериментах  $n_n/n_i \approx 10^6$  и критерий выполняется. Но в эксперименте наблюдалась и агломерация при размерах пылинок, много меньших дебаевского радиуса (иногда агломерация наблюдается начиная с размеров пылинок, в 100 раз меньших дебаевского радиуса). Вопрос состоит в том, в какой мере при столь больших плотностях пыли  $n_d \approx (10^9 \div 10^8) \text{ см}^{-3}$  можно использовать оценку ПОО для  $z \approx 3$ ? В действительности, при таких плотностях электронов будет не хватать для достижения равновесных зарядов на пылинках, и падение концентрации электронов в областях большой концентрации пыли,

действительно, наблюдается экспериментально. Если тогда значение  $z$  в (4.6) значительно меньше того, что принималось в вышеприведенной оценке, то агломерация возможна и при меньших размерах. До сих пор предположение о том, что нейтралы могут играть заметную роль в процессах агломерации не выдвигалось. Единственная существующая гипотеза состояла в том, что по каким-то причинам заряды на пылинках малы, и флуктуации заряда позволяют пылинкам иметь как малые положительные, так и малые отрицательные заряды; часть пылинок при этом (те, которые имеют противоположные знаки зарядов) притягивается и агломерирует. Проблема в целом довольно сложна, но возможность агломерации из-за воздействия нейтралов является новой и требует пристального анализа.

Вопрос, который стоит в связи с этим обсудить — это вопрос о том, когда температура поверхности пылинок меньше температуры нейтралов, так как только в этом случае сила бомбардировки нейтралами носит характер силы притяжения между пылинками. Охлаждение поверхности пылинок происходит излучательно (с единицы поверхности уносится энергия, равная  $\sigma T^4$ , где  $\sigma$  — постоянная Стефана–Больцмана), а нагрев осуществляется потоком нейтралов (на единицу поверхности поступает поток энергии  $n_n v_{T_n} T_n$ ) и, следовательно, для того, чтобы поверхность пылинок охлаждалась, необходимо

$$n_n v_{T_n} T_n < \sigma T_{ds}^4 < \sigma T_n. \quad (4.7)$$

Последнее неравенство в (4.7) следует из условия притяжения  $T_{ds} < T_n$ . Условие (4.7) может быть записано в форме, удобной для практических приложений

$$n_{n,15} < 18\sqrt{A} T_{n,273}^{5/2}, \quad (4.8)$$

где  $n_{n,15}$  — концентрация нейтралов в единицах  $10^{15} \text{ см}^{-3}$ , а  $T_{n,273}$  — температура нейтралов в градусах (в единицах комнатной температуры 273 К),  $A$  — атомный вес нейтралов. В стандартных экспериментах по травлению  $n_{n,15} \approx 1$  и  $T_{n,273} \approx 1$  условие (4.8) выполнено, и сила бомбардировки нейтралами является силой притяжения; это дает основу для приведенной гипотезы о природе агломерации частиц.

#### 4.5. Новые оценки для объяснения явления шаровой молнии

Относительно шаровой молнии существует больше теорий и гипотез, чем непосредственных наблюдений. Изложенное выше содержит новые физические представления, ранее не использовавшиеся для этой проблемы. Поэтому мы не можем пройти мимо возможности сделать несколько предварительных оценок. Очевидный вопрос состоит в том, возможно ли возникновение условий для образования самоорганизованной сферической пылевой структуры в воздухе при атмосферном давлении? Желательно при этом использовать простейшие и естественные предположения, избегая необычных гипотез. Будем при этом использовать колоссальную работу, уже проведенную ранее по отбору наиболее вероятных предположений [71]. Мы не настаиваем на том, что приводимые ниже оценки соответствуют наилучшему использованию возможностей, открываемых недавним развитием физики плазменно-пылевых структур, и приводим эти оценки в качестве примера такого использования. В действительности мы дадим

дополнительные оценки к тем, что уже сделаны и достаточно подробно изложены в [71] (к моменту написания обзора [71] изложенные выше новые соображения в области пылевой плазмы не были известны).

Что требует объяснения? Это

- 1) длительность явления, а следовательно, и источник энергии;
- 2) сферическая форма, а следовательно, и существование поверхностного натяжения;
- 3) электрическая активность и отличие полной энергии от энергии, приводящей к электрической активности.

То, что пыль может быть наиболее выжой компонентой в области наблюдаемого явления принято сейчас как наиболее вероятная гипотеза [71]. Наличие пыли в воздухе в условиях, предшествующих явлению шаровой молнии, является установленным фактом. Наличие свечения, несомненно, указывает на наличие плазмы (возможно, неоднородной в виде горячих точек [71]), средняя концентрация плазмы оценивается в [71], как  $10^{12} \text{ см}^{-3}$ . Концентрация нейтралов составляет  $2 \times 10^{19} \text{ см}^{-3}$ , т.е. степень ионизации весьма мала:  $0,5 \times 10^{-7}$ . Пыль может аккумулировать электростатическую энергию, о чем мы говорили выше. Но достаточно ли этой энергии для объяснения явления? Другая проблема состоит в том, что рекомбинация плазмы на пыли представляет собой довольно быстрый процесс, возможно, более быстрый, чем рекомбинация в объеме. При любом объяснении, использующем пыль, необходимо найти источник ионизации для сохранения плазмы и объяснить, почему процессы рекомбинации на пыли происходят не так быстро, как это предполагалось. Проблема рекомбинации была камнем преткновения любых попыток связать полную энергию шаровой молнии с энергией плазмы или с энергией на пыли (см. [71]). Но наличие плазмы является экспериментальным фактом.

В [71] подробно разрабатывается гипотеза о том что пыль образует некий каркас из фрактальных нитей (типа пористого аэрогеля), каждая из которых представляет собой плотно сцепленные пылевые частицы размером  $10^{-7}$  см. Это согласно [71] представляет собой сильно пористый каркас, занимающий весь объем шаровой молнии. Энергия берется из перегруппировки частей каркаса при его более плотной упаковке и, по сути, является энергией молекулярного сцепления. При всей разработанности этой модели она содержит несколько моментов, которые не удовлетворяют требованиям эстетического порядка и требованиям простоты объяснения, хотя прямых возражений не имеется. Первое, что кажется не очень удовлетворительным — это попытка объяснения поверхностного натяжения, которая дает слишком малую величину по сравнению с наблюдаемой, обеспечивающей сферическую форму молнии, и ряд других наблюдаемых явлений. Для объяснения поверхностного натяжения в [71] приходится привлекать пересоединение концов фрактальных нитей, что при всей сложности модели приводит к еще большему ее усложнению (однако возражений, кроме эстетических, против этого нет).

Но идея о роли пыли столь проста, что ее хочется сохранить в будущих моделях. Пыль, действительно имеется в воздухе, но размеры ее другие. Фактически не выпадают из объема пылинки размером меньше микрона. Здесь возникает второй вопрос к модели [71]. В [71] предполагается, что только частицы размером

$10^{-7}$  см создают сферическую пылевую структуру, называемую шаровой молнией. Можно задать вопрос, куда девались все остальные частицы с большими размерами, и каков процесс сепарации частиц по размерам? Более естественным было бы предположение о наличии частиц всех размеров — от микронных и меньше.

Покажем, однако (отвлекаясь от проблемы рекомбинации), что если всю энергию шаровой молнии связать с электростатической энергией на пылинках, то мы автоматически приходим к тому, что размеры частиц должны быть не более 2 нм (ниже мы покажем, от какого предположения надо отказаться для того, чтобы можно было допустить наличие пылевых частиц всех размеров, меньших микронных). Действительно, из условия плаваемости молнии мы приходим к соотношению  $n_d m_d < n_n m_n$ , а, приписав всю энергию электростатической энергии на пылинках, мы имеем

$$Z_d^2 e^2 \frac{n_d}{a} \approx 2Z_d T_e n_d \approx 3 \times 10^{17} \text{ эрг}$$

для полной энергии 10 кДж. Так как  $Z_d \approx 3 \times 10^7 a$  при  $T_e \approx 1$  эВ, то получим  $a < 2 \times 10^{-7}$  см, т.е. близко к тому, что использовано в [71]. При таком размере, так же как и в [71], плотность пыли будет экстремально большой (чтобы не нарушить условие  $n_d m_d < n_n m_n$ ) — около  $10^{15}$  см $^{-3}$  при относительно небольшом заряде на каждой пылинке  $Z_d \approx 3 \div 10$ . Примерно такое же число пылинок имеется и в [71], только они расположены в нитьевой каркас. Все это недостаточно элегантно и недостаточно просто. При такой плотности плазмы дебаевский радиус составит  $10^{-4}$  см, а среднее расстояние между пылинками будет  $0,6 \times 10^{-5}$  см, т.е. меньше дебаевского радиуса, и силы притяжения из-за бомбардировки нейтралами приведут к агломерации, плотность пыли станет меньше, электростатическая энергия упадет, и мы получим противоречие с исходными предположениями. Возможно, что образование каркаса предотвратит последующую агломерацию, и мы приблизимся к модели [71], но большая начальная плотность пыли останется необъясненной. С другой стороны, притяжение необходимо для объяснения поверхностного натяжения и сферической формы.

Следовательно, можно сохранить пылевую гипотезу, но желательно отказаться от предположения, что энергия аккумулирована в виде электростатической энергии пыли и считать, что пылинки отделены друг от друга. Кстати, в [71] — это химическая энергия нитьевого каркаса (предположение о химической природе запасенной энергии сделано также в [74]). Электростатическая энергия, аккумулированная на пылинках, по-видимому, не намного больше кинетической энергии плазмы, которая легко оценивается

$$4\pi R^3 \frac{n_e T_e}{3} \approx 3 \times 10^4 \text{ см}^3 \times \\ \times 10^{12} \text{ см}^{-3} \times 1,6 \times 10^{-12} \text{ эрг} \approx \frac{1}{200} \text{ Дж},$$

тогда как средняя энергия молнии 10 кДж [71].

Самым простым и естественным предположением является то, что имеется широкое распределение пылевых частиц по размерам и что их максимальный размер несколько меньше того, который приводит к выпадению пыли, и может поддерживаться небольшими воздушными потоками, т.е. меньше или порядка микрона.

Положим, например,  $a_{\max} \approx 0,3 \times 10^{-4}$  см = 0,3 мкм. Другим естественным предположением является то, что полный заряд на пылинках не больше заряда электронов, т.е.  $n_d Z_d \approx n_e$ . Для размера  $a \approx 0,3 \times 10^{-4}$  см имеем  $Z_d \approx 10^3$  и, следовательно,  $n_d \approx 10^9$  см $^{-3}$ . Тогда  $n_d m_d \approx (1/3)10^{-3}$  г см $^{-3}$ , что меньше, но близко к плотности воздуха (левитация пылевого шара возможна). Припишем энергию кинетической энергии пыли, движущейся в турбулентном ультразвуковом поле со скоростью, близкой к скорости звука, не сильно измененной нагрузкой пылью (в вышеприведенной оценке  $n_d m_d \approx (1/3)n_n m_n$ ). Мы использовали термин ультразвук потому, что, как будет видно, частоты звука получатся достаточно высокими, а также использовали термин нагрузка пылью в соответствии с тем, что скорость звука при наличии пыли уменьшается как раз при  $n_d m_d \sim n_n m_n$ . Тогда энергия пыли в шаре диаметром 10 см будет  $4\pi R^3 n_d m_d v_s^2 / 6 \approx 30$  кДж, а это, как раз, то, что нужно объяснить. Надо при этом иметь в виду, что  $v_s$  — это максимальная турбулентная скорость. Наблюдаемая энергия для "средней" шаровой молнии порядка 7 кДж. Так что энергетически это предположение проходит. Но насколько физически обоснованно считать, что звуковая турбулентность может приводить к тому, что случайные скорости пыли будут порядка звуковой скорости? В первую очередь пыль должна увлекаться нейтралами, а для этого необходимо, чтобы частота звуковых волн была меньше частоты столкновений пыли с нейтралами. Тогда любая энергия воздушного движения (это движение нейтралов) может передаваться пыли, т.е. любая энергия механического движения воздуха может служить источником развития шаровой молнии. Энергия может быть аккумулирована в виде звуковых волн, и шар может питаться извне звуковыми волнами. Проблема энергетического источника трансформируется в проблему нагрева электронов и ионизации нагретыми электронами. Мы можем оценить два механизма нагрева: при поглощении звуковых волн и ускорение Ферми. Последний механизм интересен тем, что непосредственно обусловлен пылевой компонентой.

Пылевые частицы, обладая большими зарядами и отражая большинство падающих на них электронов, являются идеальными объектами, производящими фермиевское ускорение электронов. В свою очередь ускоренные электроны имеют большее сечение ионизации и производят вторичные электроны, которые способны поддерживать заряд на пылевых частицах. Конечно, при этом энергия черпается из заряда пылевых частиц, но возникает вопрос о том, насколько может из-за этого эффекта замедлиться процесс рекомбинации плазменных частиц на пылевых. Общеизвестную формулу фермиевского ускорения можно записать для средней энергии электронов  $T_e$ :

$$\frac{1}{T_e} \frac{dT_e}{dt} \approx \frac{u^2}{v_{Te} L}. \quad (4.9)$$

Если вместо  $L$  подставить среднее расстояние между пылевыми частицами  $[(3/4)\pi n_d]^{1/3}$  и если пыль увлекается турбулентными движениями газа (нейтралов), то  $u^2$  можно рассматривать как средний квадрат турбулентной скорости. Частота передачи импульса от нейтралов к пыли определяется  $v_n \approx n_d v_{Tn} \pi a^2$ . Вплоть до этих частот звуковая турбулентность в нейтральном газе будет увлекать пыль. Скорость пыли в сильной звуковой

турбулентности (рассматриваемой как совокупность слабых ударных волн) порядка звуковой скорости и  $u^2 \approx v_s^2$ ; следует считать также  $L \approx v_s/v_n$ . Тогда

$$\frac{1}{T_e} \frac{dT_e}{dt} \approx \frac{v_s}{v_{Te}} v_n \quad (4.10)$$

и для приведенных параметров  $v_n \approx 3 \times 10^5 \text{ с}^{-1}$ , и темп нагрева согласно (3.129) составит  $2 \times 10^3 \text{ с}^{-1}$ ; нагретые электроны производят термическую ионизацию достаточную для противостояния рекомбинации. Рекомбинация свободных электронов и ионов в объеме при атмосферном давлении происходит за  $10^{-3} \text{ с}$  (см. [71]). С другой стороны, рекомбинация происходит дополнительно на пыли. Расстояния между пылинками здесь порядка  $10^{-3} \text{ см}$ , что больше длины свободного пробега ионов — порядка  $10^{-4} \text{ см}$ . Тогда получим, что даже при уменьшении темпа рекомбинации на пыли в 10 раз, характерное время убыли заряда (определяемое (3.60)) даже будучи увеличено в 10 раз будет меньше  $0,3 \times 10^{-5} \text{ с}$ , т.е. не хватает фактора 300.

Другая возможность состоит в нагреве звуковыми колебаниями. Чем больше частота, тем больше их затухание. Для характерной длины волны порядка нескольких сантиметров характерное время диффузионного нагрева электронов составит  $10^{-6} \text{ с}$ , что достаточно быстро.

Оценим выигрыш энергии при самосжатии пылевого шара и величину поверхностного натяжения. Заметим, что для принятых параметров среднее расстояние между частицами больше дебаевского радиуса и притяжение или отталкивание из-за бомбардировки нейтралами не очень эффективно, но при других предположениях может стать эффективным. Кроме того, соотношение (4.8) может быть не выполнено, и нейтралы инициируют дополнительное отталкивание. Если же частицы окажутся на расстоянии, меньшим дебаевского радиуса, то все силы будут соответствовать отталкиванию; причем согласно (4.6) кулоновское отталкивание доминирует. Такая ситуация препятствует агломерации пыли. Темп прироста энергии определяется поэтому молекулярной энергией:

$$U_m \frac{n_d}{n_e} \frac{d(\ln R)}{dt} \approx 10^3 \frac{d(\ln R)}{dt}.$$

При  $d(\ln R)/dt \approx 1$  он невелик. Но поверхностное натяжение составит величину порядка  $30 \text{ эрг см}^{-2}$  при разумной толщине поверхности  $0,3 \text{ см}$ . Подчеркнем, однако, что для существования шаровой структуры совсем не нужно, чтобы силы притяжения, обеспечивающие поверхностное натяжение, работали только в поверхностном слое. В случае, когда они работают во всем объеме, тоже обеспечивается шаровая структура (как это имеет место для звезд). Поэтому требуется только, чтобы ширина поверхностного слоя была меньше радиуса шара, что выполняется так, что даже, если притяжение окажется на порядок меньшим, шаровая структура должна возникать. Таким образом, притяжение может быть использовано для объяснения шаровой формы пылевой структуры и ее самосжатие не может быть источником энергии.

Единственный источник энергии в такой модели — это механическая энергия звуковых колебаний, которые либо захвачены изначально в объеме, либо непрерывно захватываются в объем шара. Такой захват не только

возможен, но скорее всего должен происходить. Для захвата есть все основания, так как скорость звука в объеме шаровой молнии меньше скорости звука вне ее, если  $n_d m_d \approx n_n m_n$ , из чего мы и исходили. При этом захват является естественным явлением полного внутреннего отражения. Этот эффект возникает только для частот, меньших частоты столкновений нейтралов с пылью. Имеем оценку  $v_n \approx n_d v_{Tn} \pi a^2 \approx 3 \times 10^5 \text{ с}$ . Эта частота соответствует частоте ультразвуковых колебаний, существование которых является вполне реальной возможностью, а именно, они затухают наиболее сильно, доставляя энергию.

Можно рассмотреть и подкачку энергии извне. Для существования такой самоорганизованной шаровой структуры необходимо, чтобы она находилась во внешнем поле ультразвуковых колебаний, которые поддерживают непрерывно происходящую диссипацию энергии на пыли. Подсчитаем эту диссипацию, исходя из формулы  $4\pi R^3 \psi_E n_d / 3$ , где  $\psi_E$  — энергия, диссипируемая на отдельной пылинке, определяемая соотношением (3.14). Диссипируемая энергия будет равна либо первоначальной энергии, запасенной в виде кинетической энергии пыли в поле захваченных звуковых волн, либо энергии внешнего потока звуковых волн на поверхность шаровой молнии. Согласно принятым цифрам энергия, диссипируемая на пыли, равна  $3 \text{ кДж с}^{-1}$ , т.е. если, как было оценено, запас энергии был  $10 \text{ кДж}$ , то время существования будет порядка  $3 \text{ с}$ , что грубо соответствует наблюдениям. Приравняв же диссипируемую энергию внешнему потоку звуковых волн, т.е. предполагая, что структура находится во внешнем поле ультразвуковых волн, мы получим амплитуду звуковых волн, которые могут обеспечить квазистационарные условия:  $v^2/v_s^2 \approx 10^{-3}$ , где  $v$  — скорость осциллирующих нейтралов в поле звуковой волны. Как видно из этой оценки, амплитуда звуковых волн должна быть разумно малой. Возможность дополнительной подкачки энергии соответствует многим наблюдениям (см. [71]).

Мы сможем оценить размер структуры, разделив частоту ультразвука  $\nu = v_n \approx 3 \times 10^5 \text{ с}^{-1}$  на скорость звука,  $3 \times 10^4 \text{ см с}^{-1}$ , и получим размер  $10 \text{ см}$  — порядка наблюдаемого. В структуре давление нейтралов  $n_n T_n \approx 3 \times 10^5 \text{ эрг см}^{-3}$  должно компенсироваться энергией самосжатия пылевой компоненты  $n_d T_e^3 Z_d a^4 / (T_i^2 a_i^4) \approx 10^5 \text{ эрг см}^{-3}$ , что действительно имеет место, учитывая сильную зависимость последней величины от конкретного значения используемых параметров.

Наконец, мы можем оценить инкремент неустойчивости самосжатия как

$$\gamma \approx 2\omega_{pd} \frac{a}{d_i} \sqrt{\frac{T_e}{T_i}} \approx 3 \times 10^5 \text{ с}^{-1},$$

что соответствует по порядку величины частотам, фигурирующим в задаче. Наконец, расстояние между пылевыми частицами порядка  $10^{-3} \text{ см}$  как раз в  $3d_i/a$  раз больше дебаевского радиуса, т.е. соответствует размеру несколько большему размеру пылевой молекулы, что должно иметь место для того, чтобы притяжение работало.

Итак, проведенные грубые оценки показывают, что естественные предположения без привлечения каких бы то ни было необычных процессов приводят к разумной модели. Пылевая компонента, требуемая для объяснения явления, обладает стандартными свойствами. Нет также



проблем с энергетикой при подпитке ультразвуковыми колебаниями. Важны открывающиеся новые возможности для понимания пылевых структур и для интерпретации явления шаровой молнии без привлечения каких бы то ни было необычных процессов. Конечно, все указанные оценки могут служить лишь постановкой задачи отыскания более адекватной модели. Важны здесь не столько конкретные оценки, которые могут быть изменены при изменении принимаемых параметров, сколько новый спектр возможностей, открывшихся при более полном понимании проблем плазменно-пылевых структур.

#### 4.6. О планетарных кольцах как самоорганизованных плазменно-пылевых системах

Считается, что самоорганизация во внутренних кольцах Сатурна определяется гравитационными процессами и процессами диссипации, связанными со столкновениями рыхлых крупных частиц внутренних колец. Выше мы привели аргументы в пользу того, что самоорганизация внешних колец, состоящих из более мелких частиц с максимальным размером порядка микронов, определяется плазменными процессами. Но требует объяснения и то, что во внутренних кольцах, также содержащих мелкие частицы, плазменная диссипация больше диссипации из-за столкновений частиц с гравитационно определяемыми траекториями.

Отметим, что для планетарных колец диссипация на пыли должна компенсироваться тепловым потоком плазмы в направлении перпендикулярном плоскости кольца. Используя соотношение (3.14) и наблюдаемое значение плотности пылевых частиц во внутренних кольцах Сатурна  $n_d(a) \approx 10^{-3}/(a [\text{см}])^3 \text{ см}^{-4}$  для теплового потока  $n_i T v_{Ti}$ , получим для ширины кольца величину, близкую к нескольким метрам, т.е. удивительно близкую к наблюдаемой толщине. Однако гравитационные силы в значительно большей степени определяют движение частиц в плоскости кольца, так как основная масса сосредоточена в самых больших частицах. При распределении пылевых частиц по размерам пропорционально  $1/a^3$  концентрация пылевых частиц определяется наименьшим размером, а масса — наибольшим размером и, наконец, плазменная диссипация определяется частицами всех размеров примерно в одинаковой степени.

Хотя соотношение между дебаевским радиусом и средним расстоянием между пылевыми частицами является разным для внутренних и внешних колец Сатурна, неустойчивость самосжатия может проявляться при любом соотношении между дебаевским радиусом и средним расстоянием между пылевыми частицами. Плазменные эффекты самоорганизации, по-видимому, могут проявляться как в кольцах с большим максимальным размером частиц, так и в кольцах с малым максимальным размером пылевых частиц. До сих пор только электростатическое отталкивание использовалось для определения поперечной структуры колец с малыми размерами частиц, и только столкновения учитывались для определения распределения частиц в плоскости колец для колец с большими размерами пылевых частиц. В последнем случае [37] находилось дисперсионное уравнение с учетом самогравитации и диссипативных процессов, характерных для столкновений больших рыхлых частиц.

Имеется возможность сформулировать проблему определения распределения пылевых частиц в плоскости кольца и в направлении, перпендикулярном этой плоскости, учитывая новые силы притяжения, определяемые электростатическими и плазменными процессами, и самогравитацию.

Заметим, что выше мы смогли поставить такую задачу для первоначально однородного распределения, здесь же невозмущенное распределение неоднородно в направлении, перпендикулярном плоскости кольца. Это распределение определяется балансом гравитационного сжатия к экваториальной плоскости и силами отталкивания и притяжения — электростатической и бомбардировочной природы. Ранее учитывались только электростатические силы [38, 39]. После того, как такое более полное равновесие будет описано, проблема будет состоять в отыскании возмущений этого равновесия с учетом плазменных диссипативных процессов (столкновений плазменных частиц с пылью, которые были описаны подробно выше). Эта задача аналогична той, которая рассматривалась выше, но исходное состояние будет сугубо неоднородным (в виде кольца). Хотя такая задача и может быть сформулирована, ее решение потребует использования численных методов. Отличие от ранее используемых схем состоит в связи, возникающей между возмущениями в плоскости кольца и в направлении, перпендикулярном этой плоскости, и разделение возмущений на те, которые развиваются только в плоскости кольца и только в направлении, перпендикулярном этой плоскости, невозможно. Наличие такой связи видно из того, что возмущения, связанные с коллективными силами притяжения и отталкивания зависят от возмущений плотности, которые не разделяют движения на поперечные и продольные. Волновые векторы возмущений в направлении, перпендикулярном к плоскости кольца, и волновые векторы в плоскости кольца связываются этим дисперсионным соотношением. Структуризация в этих двух направлениях будет взаимосвязанной.

Что касается самогравитации, то здесь нужно учитывать серьезное понижение порога из-за наличия пылевого звука. Проиллюстрируем это на примере возмущений в плоскости кольца. При наличии дифференциального вращения дисперсионное уравнение в плоскости кольца, как известно, модифицируется добавлением члена, учитывающего дифференциальность вращения. Учитывая в качестве скорости звука скорость пылевого звука, получим следующую модификацию известного дисперсионного соотношения в плоскости кольца, в котором пренебрегается диссипативными процессами и учитывается только самогравитация пыли (см. [44, 45]):

$$\omega^2 = k_r^2 v_{sd}^2 + \frac{1}{R^3} \frac{d(R^4 \Omega^2)}{dr} - 2\pi G n_d m_d h |k|. \quad (4.11)$$

В последнем члене (4.11) возникновение фактора  $h|k|/2$  (где  $h$  — толщина диска) связано с тем, что задача плоская и рассматриваются длины волн, много большие толщины диска, первый член содержит только радиальную компоненту волнового вектора  $k_r$ , а второй член правой части (4.11) описывает дифференциальность вращения с угловой скоростью  $\Omega$ . Неустойчивость отсутствует, если

$$\frac{1}{R^3} \frac{d(R^4 \Omega)}{dr} > \frac{\pi G n_d m_d h}{v_{sd}^2}. \quad (4.12)$$

Этот критерий значительно более жесткий, чем обычный критерий, в который входит скорость обычного звука, много большей скорости пылевого звука. В планетарных кольцах может выполняться критерий, противоположный (4.12). В том случае, когда такое неравенство выполняется с большим запасом, неустойчивыми будут все возмущения в диапазоне

$$\frac{1}{R^3} \frac{d(R^4 \Omega^2)}{dr} \frac{1}{2\pi G h n_d m_d} < k < \frac{2\pi G h n_d m_d}{v_{sd}^2} \quad (4.13)$$

с максимальным инкрементом

$$\gamma_{\max} = \frac{\pi G h n_d m_d}{v_{sd}}. \quad (4.14)$$

Эти соотношения мы привели для иллюстрации возможного изменения характера воздействия гравитационных эффектов при наличии пыли даже на структуру колец в их плоскости. Полная задача требует учета всех диссипативных процессов, включая плазменные, и учета взаимосвязи продольных и поперечных структур. В достаточно полном объеме ее решение потребует довольно больших усилий.

#### 4.7. О процессах звездообразования

##### в межзвездных молекулярно-пылевых облаках

В межзвездных облаках согласно существующим представлениям [44, 45] образование звезд происходит при прохождении ударной волны, создающей начальное уплотнение для гравитационного самосжатия. Обсудим роль пыли в этом процессе. С точки зрения изложенного выше, следует оценить возможность агломерации пылевых частиц, изменения звуковой скорости из-за наличия пыли, роль самосжатия из-за бомбардировки нейтралами и заряженной компонентой и возможное изменение порога самосжатия.

Мы приведем здесь только основные оценки. Во-первых, отметим, что  $n_n/n_i \approx 10^7$ ,  $T_e \approx T_i$ , и среднее расстояние между пылевыми частицами меньше дебаевского радиуса; критерий агломерации для микронных частиц,  $10^7 > 10^{15}$ , явно не выполняется, а критерий (4.8) того, что силы бомбардировки со стороны нейтралов являются силами притяжения ( $10^{-11} < 10^{-3}$ ) явно выполняется. Эта оценка касается равновесного состояния и указывает на то, что однородное равновесное состояние, из которого может развиваться неустойчивость, существует. Во-вторых, легко оценить, что время развития неустойчивости много больше времени обмена импульсом при столкновении нейтралов с пылью, но при определении порога, когда частота возмущения мала, нужно пользоваться дисперсионным уравнением (3.110), а максимальные инкременты получаются из (3.107) или (3.110). В-третьих, в дисперсионном соотношении (3.110), описывающем возмущения от равновесного состояния, учтены все силы как электростатические, так и бомбардировочные, и в силу  $n_n/n_i \approx 10^7 > 8z^2 \approx 32$  бомбардировочное притяжение со стороны нейтралов доминирует. В-четвертых, отношение гравитационного взаимодействия к притяжению, связанному с бомбардировкой нейтралами, согласно приведенным выше формулам, составляет  $8\pi G m_d^2 / (n_n T a^4)$ , что для микронных размеров пылевых частиц составит  $0,5 \times 10^{-2}$ . При наличии

степенного распределения пылевых частиц по размерам  $n_d(a) \propto 1/a^3$  в отношении гравитационных взаимодействий к притяжению из-за бомбардировки нейтралами вместо  $a$  войдет среднее геометрическое из минимального и максимального размеров, что в общем не изменяет основной вывод о доминировании притяжения из-за бомбардировки нейтралами. Это обстоятельство не учитывается в современной концепции звездообразования. В-пятых, согласно принятым сейчас данным,  $n_d m_d$  в молекулярно-пылевых облаках примерно на порядок превосходит  $n_n m_n$ . Это, согласно (3.110), существенно снижает порог размеров, начиная с которых возникает неустойчивость самосжатия, примерно в 20 раз, и увеличивает инкремент неустойчивости примерно на порядок. Но здесь имеется вопрос о применимости приближения парности взаимодействия для притяжения из-за бомбардировки нейтралами. Очевидно, что столкновения нейтралов между собой не могут изменить сток энергии на пылинки, в силу непрерывности потока энергии нейтралов на каждую нейтральную частицу. Эффекты самосжатия из-за бомбардировки нейтралами могут обеспечить неоднородности достаточно малого масштаба, их порог ниже и инкремент больше, тогда как неустойчивости большего масштаба могут развиваться медленнее и определяться гравитационными неустойчивостями. Эти оценки служат только основой для постановки задачи о более подробном рассмотрении процессов самосжатия молекулярных межзвездных облаков и звездообразования.

## 5. Заключение

Целью обзора является привлечение внимания к довольно быстрому прогрессу в исследовании пылевых структур только за последние два года. Оценки приведены для иллюстрации и для того, чтобы читателю легче было провести свои собственные оценки в этой бурно развивающейся области.

Пылевые структуры представляются одними из простейших реальных объектов для изучения процессов самоорганизации и, тем самым, для решения более общих проблем физики. Возможность самоорганизации и хранения информации в космосе при помощи таких структур является совершенно открытым вопросом (это соответствовало бы совершенно иным формам самоорганизации). Открывается еще неизведанная область исследования возможности естественного образования плазменно-пылевых кристаллов в космосе. Космические исследования по росту плазменно-пылевых кристаллов в условиях микрогравитации, по-видимому, дело не столь отдаленного будущего. Они могут пролить свет на природу процессов кристаллизации и специфические взаимодействия в открытых системах, обсуждавшихся в настоящем обзоре. В будущем проблемы миниатюризации компьютерных схем и их создания при помощи плазменной обработки поверхностей должны стать центральными в промышленных приложениях физики плазменно-пылевых структур.

## Список литературы

1. Ishimaru S *Phys. Rep.* **34** 1 (1982)
2. Ишимару К *Основные принципы физики плазмы* (М.: Наука, 1977)
3. Robbins M O, Kremer K, Grest G S *J. Chem. Phys.* **88** 3286 (1988)

4. Morfill G E "Plasma Crystal" Preprint Max Planck Institute for Extraterrestrial Physics (Germany: Garching, 1994)
5. Morfill G E "Physics of Colloidal Plasmas", in *Proc. XX Int. Conf. on Phen. in Ionized Gases*, 1994
6. Thomas H, Morfill G et al. *Phys. Rev. Lett.* **73** 652 (1994)
7. Allen J *Physica Scripta* **45** 497 (1992)
8. Ходатаев Я К и др. *Физика плазмы* **27** 125 (1996)
9. Watanabe Y, Shiratani M *Plasma Sources Sci. Technol.* **3** 286 (1994)<sup>11</sup>
10. Boeuf L P *Phys. Rev. A* **46** 7910 (1992)
11. Chu J H, Lin I *Physica A* **205** 183 (1994)
12. Melzer A Trottenberg T, Piel A *Phys. Lett. A* **191** 301 (1994)
13. Allen J et al. *Proc. Ann. Plasma Phys. Conf.* (Scotland: Pearth, 1996)
14. Thomas H M, Morfill G E *Nature* **379** 806 (1996)
15. Morfill G E *Proc. Ann. Plasma Phys. Conf.* (Scotland: Pearth, 1996)
16. Фортвов В Е и др. Препринт НИЦТИВ РАН (М.: 127412, 1996); Fortov V E, Nefedov A F *Phys. Lett. A* **218** 89 (1996)
17. Selwyn G, Heidenrih J E, Haller K *Appl. Phys. Lett.* **57** 1867 (1990)
18. Selwyn G et al. *J. Vac. Sci. Technol.* **18** 1726 (1990)
19. Bouchoule A et al. *J. Appl. Phys.* **70** 1991 (1991)
20. Praburam G, Goree J *J. Vac. Sci. Technol. A* **12** 3137 (1994)
21. Langmuir I, Found G, Ditter A *Science* **60** 392 (1924)
22. Emeleus K G, Breslin A *Int. J. Electron.* **29** 1 (1970)
23. *Plasma Sources Sci. Technol.* **3** 235 (1994)<sup>11</sup>
24. Selwyn G S *Plasma Sources Sci. Technol.* **3** 340 (1994)<sup>11</sup>
25. Garscadden A et al. *Plasma Sources Sci. Technol.* **3** 239 (1994)<sup>11</sup>
26. Kamata N et al. *Plasma Sources Sci. Technol.* **3** 310 (1994)<sup>11</sup>
27. Boufendi L, Bouchoule A *Plasma Sources Sci. Technol.* **3** 262 (1994)<sup>11</sup>
28. Bouchoule A, Boufendi L *Plasma Sources Sci. Technol.* **3** 292 (1994)<sup>11</sup>
29. Goree J "Charging of Particles in Plasma" Preprint Univ. Iowa (USA: Iowa, 1994)
30. Drane B T, Salpeter E E *Astroph. J.* **231** 77 (1979)
31. Spitzer L *Physical Processes in the Interstellar Medium* (New York: Wiley and Sons, 1978)
32. Havnes O, Morfill G E, Goertz C K *J. Geophys. Res.* **89** 10999 (1984)
33. Havnes O, Morfill G E *Adv. Space Res.* **4** 85 (1984)
34. Aslaksen T K, Havnes O *J. Geophys. Res.* **97** 19175 (1992)
35. Melanso F, Havnes O *J. Geophys. Res.* **96** 5837 (1991)
36. Havnes O, Aaneses T K, Melanso F *J. Geophys. Res.* **95** 6581 (1990)
37. Горькавый Н Н, Фридман А М *Физика планетных колец* (М.: Наука, 1994)
38. Fridman A M *Dynamics of astrophysical disc.* (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1990)
39. Горькавый Н Н, Фридман А М *УФН* **160** 169 (1990)
40. *Planetary Rings* (Ed. A Brahic) (France, Toulouse: Copadues, 1984)
41. *Planetary Rings* (Ed. R Greenberg) (Tucson, Ariz.: Univ. Ariz. Press, 1984)
42. Каплан С А *Межзвездная среда и происхождение звезд* (М.: Знание, 1977)
43. Пикельнер С Б *Астрон. журн.* **44** 915 (1967)
44. Каплан С А, Пикельнер С Б *Физика межзвездной среды* (М.: ГРФМЛ, 1979)
45. Kaplan S A, Pikel'ner S B *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* **12** 113 (1974)
46. Пикельнер С Б, Цытович В Н *Астрон. журн.* **10** 12 (1972)
47. Barnes M S et al. *Phys. Rev. Lett.* **68** 313 (1992)
48. Havnes O *Adv. Space Res.* **13** (10)153 (1993)
49. Wilson G R *J. Geophys. Res.* **93** 12771 (1988)
50. Khodataev Ya K et al. *J. Plasma Phys.* **49** 224 (1996)
51. Tsytoich V N, Havnes O *Comm. Plasma Phys. Contr. Fusion* **15** 267 (1993)
52. Tsytoich V N, Khodataev Ya K, Bingham R *Comm. Plasma Phys. Contr. Fusion* **17** 221 (1996)
53. Питаевский Л П *ЖЭТФ* **43** 27 (1966)
54. Bernstein I B, Rabinowitz I N *Phys. Fluids* **2** 112 (1959)
55. Ходатаев Я К и др. *Физика плазмы* **27** 125 (1996)
56. Игнатов А М *Физика плазмы* **27** 323 (1996)
57. Tsytoich V N *Comm. Plasma Phys. Contr. Fusion* **15** 349 (1994)
58. Morfill G, Khodataev Ya K, Tsytoich V N *Comm. Plasma Phys. Contr. Fusion* **17** 342 (1996)
59. Resendes D P, Bingham R, Tsytoich V N *J. Plasma Phys.* **49** 458 (1996)
60. Резендис Д П, Цытович В Н *Физика плазмы* **27** 34 (1996)
61. Melandso F, Aslaksen T, Havnes O, Preprint the Auroral Observatory IMR, N-9037 (Norway: University of Tromso, 1996)
62. Shukla P K, Yu M Y, Bharuthram R *J. Geophys. Res.* **96** 343 (1991)
63. Tsytoich V N, Khodataev Ya K, Bingham R *Comm. Plasma Phys. Contr. Fusion* **17** 32 (1996)
64. Цытович В Н, Морфилл Г, Ходатаев Я К *Астрон. журн.* **32** 23 (1996)
65. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Статистическая физика* (М.: Наука, 1964)
66. Цытович В Н, Бингхам Р, Резендис Д, де Анжелис У *Физика плазмы* **27** 24 (1996)
67. Климонтович Ю Л *Статистическая теория неравновесных процессов в плазме* (М.: Изд-во МГУ, 1964)
68. Цытович В Н *УФН* **159** 337 (1989)
69. Tsytoich V N *Lectures on Nonlinear Plasma Kinetics* (Berlin, New York: Springer-Verlag, 1995)
70. Khodataev Ya K et al. *Phys. Rev.* **263** 1652 (1996)
71. Smirnov B M *Phys. Rep.* **224** 151 (1993)
72. Hasegawa A *Adv. Phys.* **34** 1 (1985)
73. Kadomtsev B B *Comm. Plasma Phys. Contr. Fusion* **11** 153 (1987), **34** 1931 (1992)
74. Kadomtsev B B *Comm. Plasma Phys. Contr. Fusion* **13** 277 (1990)

<sup>11</sup> *Proc. of NATO Advanced Research Workshop on Formation, Transport, and Consequences of Particles in Plasmas* (Chateau de Bonas, Castera-Verduzan, France).

### Dust plasma crystals, drops, and clouds

V.N. Tsytoich

General Physics Institute, Russian Academy of Sciences,  
ul. Vavilova, 117942 Moscow, Russia  
Tel. (7-095) 135-02 47. Fax (7-095) 135-02 70  
E-mail: tsyt@ewm.gpi.msk.su

The experimental and theoretical aspects of the dust particle phenomenon are discussed. The subjects include dust particle attraction in open systems (in spite of charges of up to  $10^5 e$  on individual particles); dust molecule formation; large (100 eV and higher) values of the dust-plasma crystal binding energy; self-contraction instabilities (similar to and operating together with gravitational instability in cosmic structures); free boundary dust-plasma crystals; new dust attraction mechanisms; the growth and agglomeration of dust particles; and the development of long order in dust plasmas. New estimates for understanding the fireball phenomenon and star production are given.

PACS number: **52.90. + z**

Bibliography — 74 references

Received 15 June 1996