

ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

Явление циклотронного авторезонанса и его применения

В.П. Милантьев

Обсуждаются физический механизм и общие свойства движения релятивистских заряженных частиц в режиме циклотронного авторезонанса и при нарушении условий этого режима. Рассматривается возможность поддержания режима авторезонанса (синхронизма частицы с волной) различными способами. Отмечаются некоторые приложения авторезонанса.

PACS number: 29.20.Hm

Содержание

1. Введение (3).
 2. Движение заряженной частицы в режиме авторезонанса (4).
 - 2.1. Общие свойства авторезонансного движения частицы.
 - 2.2. Экспериментальное подтверждение явления циклотронного авторезонанса.
 - 2.3. Авторезонанс при наклонном распространении волны.
 - 2.4. Движение заряженной частицы при нарушении условий авторезонанса.
 - 2.5. Влияние излучения на движение частицы в режиме авторезонанса.
 3. Поддержание синхронизма заряженной частицы с замедленной или ускоренной электромагнитной волной (10).
 - 3.1. Поддержание синхронизма в волне с изменяющейся фазовой скоростью.
 - 3.2. Поддержание синхронизма с помощью изменения профиля магнитного поля.
 - 3.3. Поддержание синхронизма с помощью продольного электростатического поля.
 - 3.4. Поддержание синхронизма с помощью электростатического поля, скрещенного с магнитным полем.
 4. Заключение (15).
- Список литературы (16).

1. Введение

Термин "авторезонанс" был впервые введен А.А. Коломенским и А.Н. Лебедевым в 1962 г. [1]. Они и независимо от них В.Я. Давыдовский [2] показали, что существует такой режим движения релятивистской заряженной частицы в поперечной электромагнитной волне, распространяющейся вдоль постоянного магнитного поля, в котором условие циклотронного резонанса частицы с волной

$$\omega - kv_z = \frac{\omega_{c0}}{\gamma} \equiv \omega_c \quad (1)$$

В.П. Милантьев. Российский университет дружбы народов, 117198 Москва, ул. Миклухо-Маклая 6
Тел. (095) 955-08-13
Факс (095) 952-07-45
E-mail: milantiev@udn.msk.su

Статья поступила 13 мая 1996 г., после доработки 2 октября 1996 г.

сохраняется "само собой" во все время движения частицы несмотря на релятивистское изменение массы и продольной скорости. Здесь $\omega_{c0} = eB_0/(m_0c)$ — классическая гирочастота частицы с зарядом e , массой покоя m_0 ; B_0 — магнитное поле, направленное вдоль оси z ; γ — релятивистский фактор; ω, k — частота и волновое число волны; v_z — проекция скорости частицы на направление магнитного поля.

Среди различных вариантов точного решения задачи о движении релятивистской заряженной частицы в плоской поперечной электромагнитной волне, распространяющейся вдоль постоянного магнитного поля [1–5], режим циклотронного авторезонанса является особым, потому что это — чисто релятивистский эффект, строго существующий лишь в случае волны, фазовая скорость которой $v_{ph} = \omega/k$ равна скорости света c [1–3].

Исключительность его проявляется также в том, что при взаимодействии волна — частица в режиме авторезонанса не развивается стохастическая неустойчивость [6], и только в этом режиме частицы могут непрерывно ускоряться или тормозиться в зависимости от начальных условий. При нарушении условий авторезонанса энергия частицы оказывается периодической функцией времени [1, 3].

Термин "авторезонанс" используется и в других физических ситуациях. Так, в 1973 г. Слоун и Драммонд [7] предложили метод ускорения ионов, который они назвали авторезонансным. По этому методу для ускорения ионов используются бегущие волны плотности заряда, которые возбуждаются в релятивистском электронном пучке, распространяющемся в цилиндрически-симметричном проводящем волноводе вдоль сильного продольного магнитного поля. Конкретно используется циклотронная мода, фазовая скорость которой зависит от величины магнитного поля. Адиабатически изменяя величину магнитного поля, можно увеличивать фазовую скорость волны от нуля до релятивистской скорости электронного потока. При этом, как и в обычных линейных ускорителях, необходимо поддерживать синхронизм между скоростью ионов и фазовой скоростью ускоряющей циклотронной волны. В таких условиях энергия электронного пучка автоматически извлекается

как для ускорения ионов, так и для поддержания ускоряющей волны. Разные варианты этого авторезонансного метода ускорения ионов рассматривались во многих работах (см., например, обзоры [8, 9]).

Следует отметить, что существует еще термин "автоускорение", который, однако, никак не связан с явлением циклотронного авторезонанса [10].

Настоящий обзор посвящен проблеме циклотронного авторезонанса, определяемого в соответствии с первыми работами [1–3]. Краткий обзор этой проблемы в связи с задачами ускорения заряженных частиц содержится в работе [11]. Проблемы генерации и усиления электромагнитного излучения, связанные с явлением циклотронного авторезонанса, достаточно подробно освещены в обзорах [12–15].

2. Движение заряженной частицы в режиме авторезонанса

Известно, что в поле плоской электромагнитной волны энергия частицы в среднем не изменяется [16] (если пренебречь слабыми радиационными эффектами). Однако при наличии внешнего постоянного магнитного поля в режиме циклотронного авторезонанса происходит существенное изменение механизма обмена энергией между волной и частицей, так что частица может приобрести значительную энергию [1–3].

2.1. Общие свойства авторезонансного движения частицы

Пренебрегая силой радиационного трения, рассмотрим движение заряженной частицы в поперечной электромагнитной волне $\mathbf{E}, \mathbf{B}$ произвольной эллиптической поляризации, распространяющейся вдоль постоянного магнитного поля $\mathbf{B}_0 = (0, 0, B_0)$:

$$\begin{aligned}\mathbf{E} &= (E_1 \cos \theta, E_2 \sin \theta, 0), \\ \mathbf{B} &= (-NE_2 \sin \theta, NE_1 \cos \theta, 0).\end{aligned}\quad (2)$$

Здесь $N = kc/\omega \equiv \beta_{\text{ph}}^{-1}$ — показатель преломления, $\beta_{\text{ph}} = v_{\text{ph}}/c$. Фаза волны θ , в общем, описывается уравнением

$$\frac{d\theta}{dt} = -\omega + kv_z. \quad (3)$$

Удобно ввести безразмерный импульс частицы $\mathbf{P} = \mathbf{p}/(m_0c)$, безразмерное время $\tau = \omega t$, безразмерные амплитуды волны $\varepsilon_i = eE_i/(m_0c\omega)$; отношение классической гирочастоты к частоте волны $\Omega = eB_0/(m_0c\omega)$.

Существуют различные способы решения уравнений движения частицы в указанных полях [1–5, 17–20]. Целесообразно с самого начала выделить циклотронное вращение частицы с помощью формул

$$P_x = P_{\perp} \cos \theta_c, \quad P_y = P_{\perp} \sin \theta_c, \quad (4)$$

где θ_c — фаза циклотронного вращения.

Тогда уравнения движения частицы представляются в виде

$$\frac{dP_z}{d\tau} = \frac{NP_{\perp}}{2\gamma} [(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) \cos \theta_- + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \cos \theta_+] = N \frac{d\gamma}{d\tau}, \quad (5)$$

$$\frac{dP_{\perp}}{d\tau} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{NP_z}{\gamma}\right) [(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) \cos \theta_- + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \cos \theta_+], \quad (6)$$

$$\begin{aligned}\frac{d\theta_c}{d\tau} &= -\frac{\Omega}{\gamma} + \frac{1}{2P_{\perp}} \left(1 - \frac{NP_z}{\gamma}\right) \times \\ &\times [(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) \sin \theta_- - (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \sin \theta_+],\end{aligned}\quad (7)$$

$$\frac{d\theta}{d\tau} = -1 + \frac{NP_z}{\gamma}. \quad (8)$$

Здесь $\theta_{\pm} \equiv \theta \pm \theta_c$.

Из (5) следует, что в случае постоянного показателя преломления при произвольной поляризации поперечной волны и произвольной ее амплитуде существует точный интеграл движения, найденный впервые в [1, 2, 21]:

$$N\gamma - P_z = Y = \text{const}. \quad (9)$$

Этот интеграл является прямым следствием законов сохранения энергии и импульса в системе частица – фотон. Действительно, изменения энергии ΔE и импульса Δp_z частицы связаны с энергией и импульсом поглощаемого (или испускаемого) фотона соотношениями $\Delta E = \hbar\omega$, $\Delta p_z = \hbar k$. Таким образом, $\Delta E/\Delta p_z = \omega/k$. Отсюда и следует интеграл (9).

Для положительно заряженной частицы точный циклотронный резонанс (1) в постоянном магнитном поле имеет место согласно (7), (8) при выполнении следующего соотношения между частотой волны (с доплеровским сдвигом) и гирочастотой:

$$\gamma - NP_z = \Omega. \quad (10)$$

Условие циклотронного резонанса (10) сохраняется во все время движения частицы, т.е. совпадает с интегралом движения (9) лишь в случае "вакуумной" (световой) волны, когда

$$N = 1, \quad Y = \Omega. \quad (11)$$

Этот режим движения и был назван в [1] авторезонансным. Заметим, что авторы [3] назвали такое движение частицы синхронным.

Физический механизм авторезонанса заключается в следующем: если в начальный момент времени выполнено условие точного резонанса (10), то оно может нарушаться по двум причинам: из-за доплеровского сдвига частоты и релятивистского изменения циклотронной частоты. При $N > 1$ преобладает доплеровский сдвиг, при $N < 1$ преобладает эффект релятивистского изменения массы частицы, и лишь при $N = 1$ эти два конкурирующих эффекта взаимно компенсируют друг друга. В самом деле, с использованием уравнения (5) и интеграла (9) для расстройки

$$\delta = 1 - N \frac{P_z}{\gamma} - \frac{\Omega}{\gamma} \equiv \delta_0 + \delta_D$$

получаем уравнение эволюции

$$\frac{d\delta}{d\tau} = -\frac{1}{\gamma^2} (NY - \Omega) \frac{d\gamma}{d\tau}.$$

Здесь

$$\delta_0 \equiv 1 - N \frac{P_{z0}}{\gamma_0} - \frac{\Omega}{\gamma_0}$$

— начальная расстройка, которая приводит к кинематическому сдвигу фазы, расстройка $\delta_D \equiv -N\Delta V_z - \Delta\Omega/\gamma$, вызванная релятивистским сдвигом циклотронной частоты и изменением аксиальной скорости частицы из-за действия волны, приводит к динамическому сдвигу фазы [13]. Отсюда видно, что при резонансе ($Y = \Omega$) динамический сдвиг остается постоянным только при $N = 1$, и если начальная расстройка отсутствует ($\delta_0 = 0$), то $\delta_D = 0$ во все время движения частицы.

Более глубокая причина существования авторезонанса лишь в случае $N = 1$ состоит в следующем [22]: при фиксированной частоте поля волны поглощение (или излучение) зарядом фотона, очевидно, возможно, если спектр поглощения (или излучения) заряда в магнитном поле является эквидистантным. С использованием законов сохранения энергии и проекции импульса на направление магнитного поля при поглощении (или испускании) фотона и переходе частицы без изменения спина в новое квантовое состояние можно показать [22], что эквидистантный спектр существует только при $N = 1$.

Резонансному соотношению между частотами (10) отвечает комбинация фаз θ_- (для электрона резонансной является комбинация фаз θ_+). В случае циркулярно поляризованной волны ($\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon$) уравнения (5)–(8) содержат резонансную фазу, как медленную переменную, и оказываются точными, справедливыми при любой амплитуде волны. В случае же волны произвольной эллиптической поляризации, в частности, линейно поляризованной волны, уравнения движения (5)–(8) содержат не только резонансную расфазировку θ_- , но также нерезонансную комбинацию фаз θ_+ . Если амплитуда волны достаточно мала, то переменные $P_z, \gamma, P_\perp, \theta_-$ являются медленными, тогда как нерезонансная фаза θ_+ должна считаться быстрой переменной, по которой может быть проведено усреднение [23, 24]. Таким образом, набор энергии частиц и характер ее движения зависят от поляризации волны: в авторезонансном режиме (10) при $N = 1$ в случае циркулярно поляризованной волны энергия частицы монотонно возрастает (в ускоряющей фазе), тогда как в волне с линейной поляризацией происходят быстрые осцилляции около нарастающего в среднем значения энергии. При этом согласно (5) скорость возрастания энергии в циркулярно поляризованной волне в два раза выше, чем в случае волны с линейной поляризацией. Это отмечалось в работах [1, 25].

Таким образом, случай волны с круговой поляризацией оказывается наиболее оптимальным. Он допускает точное аналитическое решение [3]. Рассмотрим его подробнее. В авторезонансном режиме из уравнений движения следуют соотношения

$$\begin{aligned} P_z &= \gamma - \Omega, \\ P_\perp^2 &= 2\Omega\gamma - \Omega^2 - 1, \\ P_\perp \sin \theta_- &= P_{\perp 0} \sin \theta_{-0} \equiv \Phi. \end{aligned} \quad (12)$$

Параметр Ω может изменяться в широких пределах: в случае световой волны для электронов он имеет порядок 10^{-5} , а в диапазоне сантиметровых волн может превышать единицу.

Этот параметр согласно (12) определяет минимальное значение энергии $\gamma_{\min} = (1 + \Omega^2)/(2\Omega)$. В этом случае $P_\perp = 0$. Существует также минимальное значение продольного импульса $P_{z\min} = (1 - \Omega^2)/(2\Omega)$. Если

$\Omega = 1$, то минимальная энергия $\gamma_{\min} = 1$, при этом $P_{z\min} = 0$. Если $\Omega^2 > 1$, то $P_{z\min} < 0$. Это означает, что частица влетает навстречу волне, а затем отражается и начинает ускоряться в направлении распространения волны [1].

Используя последнее соотношение (12), можно легко убедиться, что энергия γ удовлетворяет уравнению

$$\left(\frac{d\gamma}{d\tau}\right)^2 + V(\gamma) = 0. \quad (13)$$

В точности такое уравнение было впервые получено в [3], но более сложным образом.

"Потенциал" $V(\gamma)$ определяется формулой

$$V(\gamma) = -\frac{2\Omega\varepsilon^2}{\gamma^2}(\gamma - \Gamma), \quad (14)$$

где

$$\Gamma = \gamma_0 - \frac{P_{\perp 0}^2}{2\Omega} \cos^2 \theta_{-0} \equiv \frac{1 + \Omega^2 + \Phi^2}{2\Omega}. \quad (15)$$

Индексом "0" отмечены начальные значения соответствующих величин.

Уравнение (13) имеет точное решение

$$(\gamma - \Gamma)^{3/2} + 3\Gamma(\gamma - \Gamma)^{1/2} = 3\varepsilon\sqrt{\frac{\Omega}{2}}\tau + \text{const}. \quad (16)$$

Отсюда видно, что набираемая частицей энергия асимптотически растет по закону

$$\gamma \approx \left(3\varepsilon\tau\sqrt{\frac{\Omega}{2}}\right)^{2/3}. \quad (17)$$

Вместе с тем темп ускорения падает с увеличением энергии [11]:

$$\frac{d\gamma}{dZ} = \frac{\varepsilon\sqrt{2\Omega(\gamma - \Gamma)}}{\gamma - \Omega} \approx \varepsilon\sqrt{\frac{2\Omega}{\gamma}}. \quad (18)$$

Здесь $Z = z\omega/c$ — безразмерная длина ускорения. Из (18) следует, что энергия, набираемая частицей на длине Z , определяется формулой, аналогичной (17).

Сопоставление с формулой для энергии, запасаемой частицей в линейном ускорителе $\gamma_L \approx \varepsilon Z$, показывает, что при одной и той же амплитуде волны линейный ускоритель оказывается более эффективным. Однако при $\varepsilon Z < 4,5$ энергия, запасенная частицей при авторезонансе, может превосходить γ_L [25].

Вводя безразмерный радиус-вектор частицы $\mathbf{R} = k\mathbf{r}$, можно убедиться, что в авторезонансном режиме при больших значениях энергии длина ускорения изменяется по закону $Z \approx \tau$, тогда как закон изменения радиуса траектории $R = (X^2 + Y^2)^{1/2}$ определяется асимптотической формулой $R \approx (3/2)\sqrt{2\Omega}(3\varepsilon\sqrt{\Omega/2})^{-1/3}\tau^{2/3}$. Таким образом, траекторией ускоряющейся частицы является раскручивающаяся спираль с растущим шагом.

В работе [1] обсуждался вопрос о допустимых начальных условиях при авторезонансе. Оказалось, что при $|\Omega| > 1$ инжекция частиц в поле волны может быть произведена под любым углом вплоть до $\pi/2$, при этом каждому углу впуска соответствует своя энергия. Если же $\Omega \ll 1$, то угол инжекции α может изменяться лишь в пределах $-\Omega < \alpha < \Omega$.

Для фазы $\theta_- \equiv \psi$ легко получить уравнение

$$\frac{d\psi}{d\tau} = -\frac{\varepsilon\Omega}{\Phi} \frac{\sin^4 \psi}{q + g \sin^2 \psi}, \quad (19)$$

где

$$q \equiv \frac{\Phi^2}{2\Omega}, \quad g \equiv \frac{1 + \Omega^2}{2\Omega}.$$

Точное решение уравнения (19)

$$\cot \psi \left(g + q + \frac{q}{3} \cot^2 \psi \right) \Big|_{\psi_0}^{\psi} = \frac{\varepsilon\Omega}{\Phi} (\tau - \tau_0). \quad (20)$$

Отсюда следует, что начальная ускоряющая фаза $\psi_0 = 0$ не изменяется со временем. Если же $\psi_0 \neq 0$, то при $\tau \rightarrow \infty$ фаза ψ асимптотически стремится к нулю. Таким образом, независимо от начальной фазы на достаточно большом временном интервале все частицы вовлекаются в режим авторезонансного ускорения.

Авторезонанс осуществляется как в бегущей, так и в стоячей волне. Стоячую волну можно считать образованной двумя плоскими циркулярно поляризованными волнами, распространяющимися навстречу друг другу. При некоторых условиях частица попадает в авторезонансный режим с одной из распространяющихся волн, как если бы вторая волна полностью отсутствовала; при этом энергия частицы монотонно возрастает [25].

В режиме авторезонанса возможно не только ускорение, но и торможение частицы в зависимости от ее начальной фазы. Если параметр $\Omega = 1$, то согласно (12)

$$\gamma = 1 + \frac{P_{\perp}^2}{2}. \quad (21)$$

В этом случае происходит полное торможение частицы (арттронный эффект [1, 26]): $\gamma \rightarrow 1$, $P_{\perp}, P_z \rightarrow 0$. Для полного торможения частицы необходимо не только, чтобы параметр $\Omega = 1$, но и чтобы начальная фаза ψ_0 была равна π . Тогда из точного решения следует, что полная остановка частицы происходит на расстоянии

$$L_s = \frac{\sqrt{2}}{3\varepsilon} (\gamma_0 - 1)^{3/2} \equiv \frac{P_{\perp 0}^3}{6\varepsilon}. \quad (22)$$

В этом случае скорость изменения энергии обращается в нуль, и если частица продолжает взаимодействовать с волной, то она попадает в ускоряющую фазу и, следовательно, начинает ускоряться.

Если начальная тормозящая фаза $\psi_0 \neq \pi$, то согласно соотношениям (12) частица не может полностью потерять свою энергию даже при $\Omega = 1$.

Частица, находящаяся в ускоряющей фазе $\psi_0 = 0$, на интервале L_s при $\Omega = 1$ приобретает энергию $\gamma_L = 1 + 2^{2/3}(\gamma_0 - 1)$. Прирост энергии ускоренной частицы $\Delta\gamma_{\text{acc}} = \gamma_L - \gamma_0$ оказывается меньше энергии, которую теряет тормозящаяся частица $\Delta\gamma_{\text{dec}} = \gamma_0 - 1$.

Таким образом, на длине торможения частицы пучка в среднем отдают энергию больше, чем ее получают от волны. Тем самым происходит усиление волны [26].

2.2. Экспериментальное подтверждение явления циклотронного авторезонанса

Первые эксперименты, подтвердившие существование авторезонансного механизма ускорения заряженных частиц, были проведены в работах [25, 27, 28].

Основные трудности заключались в том, что требуемые ВЧ поля большой напряженности можно было создать только в волноводах, в которых однако волны не являются поперечными. Кроме того, трудно возбуждать волны, бегущие вдоль оси волновода, и являющиеся циркулярно поляризованными. Поэтому авторы [27] попытались использовать более простые электромагнитные волны, в частности, волну H_{11} волновода круглого сечения и близкую к ней по структуре волну H_{01} волновода прямоугольного сечения.

Было показано, что интеграл (9), обеспечивающий возможность авторезонанса, имеет место для H -волны, бегущей по z , и не существует для стоячих по z H -волн. Так как в волноводе фазовая скорость волны превышает скорость света, то непрерывное ускорение частицы невозможно. Поэтому была определена эффективная длина ускорения

$$z_{\text{acc}} = \frac{\lambda\beta_{\text{ph}}}{2(\beta_{\text{ph}} - 1)}. \quad (23)$$

При прохождении ВЧ мощности по ускоряющему волноводу наблюдалось рентгеновское излучение. Для волны H_{11} величина $\beta_{\text{ph}} = 2$. Поэтому длина ускорения была равна $z = 3,6$ см. Если длина однородной части соленоида больше 3,6 см, то энергия частиц должна периодически изменяться на длине волновода. Для наблюдения этого эффекта внутренняя стенка волновода была покрыта тонким слоем люминофора. При оптимальном магнитном поле на стенках волновода действительно появлялись светящиеся кольца. Расстояние между ними было $\sim 6-7$ см, т.е. $\sim 2z_{\text{acc}}$.

Кинетическая энергия ускоренных электронов определялась по их прохождению через алюминиевые фольги. Она оказалась ~ 700 кэВ при напряженности электрического поля $3-5$ кВ см $^{-1}$. Эта энергия значительно превосходит энергию, которую могла бы получить частица при данных условиях в случае обычного циклотронного ускорения. Аналогичный эксперимент был реализован в [28], где использовалась волна с $\beta_{\text{ph}} = 1,14$.

Таким образом, проведенные эксперименты доказали возможность авторезонансного ускорения частиц быстрыми волнами при существовании интеграла (9). Отметим, что интеграл (9) имеет место и в реальном ВЧ поле TE -моды. Однако в случае TM -моды такой интеграл существует лишь, когда фазовая скорость волны равна скорости света [15].

В отличие от волноводных структур [27, 28] в экспериментах [25] использовались резонаторы кругового сечения. В резонатор, в котором возбуждалась мода TE_{111} , инжектировался слаботочный пучок электронов низкой энергии. На основе экспериментальных данных подсчитывался параметр $\varepsilon = eE\lambda/(2\pi m_0 c^2)$, с помощью которого оценивалась величина запасенной энергии (см. (17)). Оценка запасенной энергии оказалась в удовлетворительном согласии с экспериментальным значением.

Основной вывод из полученных результатов авторы [25] видят в том, что значительное ускорение частиц может быть достигнуто в условиях, отличных от идеализированной ситуации авторезонансного режима. Это связано с тем, что реальное ВЧ поле в волноводе или в резонаторе часто с достаточной точностью может быть аппроксимировано полем плоской волны.

В дальнейшем возможность авторезонансного ускорения частиц исследовалась экспериментально в работах [29–31]. Исследования показали, что характер ускорения частиц в бегущей волне (волновод) и стоячей волне (резонатор) существенно отличается друг от друга. При авторезонансном ускорении в резонаторе энергия ускоренного пучка сосредоточена, в основном, в поперечной компоненте скорости, тогда как в схеме с бегущей волной большая часть энергии запасается в аксиальной компоненте скорости. Из [29] следует, что авторезонансный микроволновый ускоритель, использующий резонатор, является весьма эффективным для получения релятивистских вращающихся электронных пучков, которые могут быть использованы, в частности, как источник когерентного излучения [32, 33]. При изучении взаимодействия электронного пучка с бегущей волной в волновом [30, 31] отмечалось противоречие авторезонансного механизма ускорения: с одной стороны, увеличение напряженности электрического поля волны приводит к росту темпа ускорения, а с другой стороны, — к нарушению режима устойчивого ускорения. Это требует подбора оптимальных параметров.

Существуют также предложения о лазерном ускорении электронов и создании авторезонансного лазерного ускорителя (АЛУ) с высоким темпом ускорения [34–38]. Физический механизм ускорения в схеме АЛУ, в принципе, таков же, как и в схеме микроволнового ускорителя. Однако имеются различия:

лазерное излучение обладает гораздо большей интенсивностью, чем микроволны. Это влияет на темп ускорения;

источник лазерного излучения является внешним по отношению к области ускорения, что сказывается на эффективности передачи энергии от волны к частице и устраняет трудности, связанные с пробоем и пр.;

лазерное излучение распространяется в виде пучков, что приводит к специфике взаимодействия волна–частица.

Явление циклотронного авторезонанса используется также для создания высокоэффективных генераторов электромагнитного излучения в миллиметровом и субмиллиметровом диапазонах [12–15]. В работах [39] содержатся первые сообщения о реализации приборов такого типа — мазера на циклотронном авторезонансе (МЦАР). В дальнейшем различные схемы МЦАР — генераторов и усилителей обсуждались многими авторами [40].

2.3. Авторезонанс при наклонном распространении волны

Из релятивистских уравнений движения частицы в общем случае плоской волны, распространяющейся под углом к постоянному магнитному полю, следует точный интеграл [5, 41]

$$N\gamma - \mathbf{P} + i[\boldsymbol{\varepsilon} \exp(i\theta) - \boldsymbol{\varepsilon}^* \exp(-i\theta)] + [\boldsymbol{\rho}\boldsymbol{\Omega}] \equiv \mathbf{Y} = \text{const}. \quad (24)$$

Здесь и далее используются безразмерные переменные и параметры $\mathbf{N} = \mathbf{k}c/\omega$, $\boldsymbol{\rho} = \mathbf{r}\omega/c$, $\boldsymbol{\Omega} = e\mathbf{B}_0/(m_0c\omega)$, $\boldsymbol{\varepsilon} = e\mathbf{E}/(m_0c\omega)$. Обычно в рассматриваемых условиях вводят дрейфовые переменные для частицы [41]. Однако более целесообразно выделить циклотронное вращение частицы с помощью (4) и использовать преобразование

фазы волны θ к новой фазе ψ по формуле [42]

$$\psi = \theta + \mu \sin(\psi_c - \phi), \quad (25)$$

где $\mu = N_{\perp}P_{\perp}/\Omega$, $N_{\perp} = (N_x^2 + N_y^2)^{1/2}$, $\tan \phi = N_y/N_x$, $\psi_c \equiv \theta_c$. В этом случае уравнения движения частицы имеют довольно громоздкий вид. В различных условиях они рассматривались во многих работах [41–45]. Нас будет интересовать особый тип движения частицы, связанный с существованием интеграла (24).

В области резонанса на s -й гармонике гирочастоты разность частот

$$\Delta_s \equiv \frac{1}{\gamma}(-\gamma + N_z P_z + s\Omega) \quad (26)$$

оказывается малой. Тогда соответствующая комбинация фаз $\psi_{rs} \equiv \psi - s\psi_c$ является медленной, или полубыстрой переменной. Это значит, что при достаточно малых амплитудах волны система уравнений движения может быть усреднена по всем быстрым фазам кроме резонансной фазы. При этом необходимо предполагать, что отдельные резонансы не перекрываются между собой.

Из усредненной системы в области s -го резонанса следует приближенный интеграл [44, 45],

$$N_z \gamma - P_z + i[\varepsilon_z \exp(i\psi_{rs}) - \varepsilon_z^* \exp(-i\psi_{rs})] J_s(\mu) = Y = \text{const} + O(\varepsilon^2). \quad (27)$$

Здесь $J_s(\mu)$ — функция Бесселя. Условие резонанса $\Delta_s \approx 0$ может быть совместимо с интегралом (27), если

$$N_z = 1, \quad Y = s\Omega, \quad (28)$$

причем $|\varepsilon_z J_s| \ll 1$. Таким образом, интеграл (27) при условиях (28) обеспечивает своеобразный авторезонансный, или точнее говоря, синхронный режим движения частицы. При достижении больших значений энергии ($\mu \gg 1$) разность $\gamma - P_z$ согласно (27) стремится к постоянной величине $\gamma - P_z \rightarrow s\Omega$.

Следовательно, по мере увеличения энергии частицы условие циклотронного резонанса выполняется с возрастающей точностью, и синхронный режим переходит в авторезонанс. Отметим, что одно из условий авторезонанса $N_z = 1$ при наклонном распространении электромагнитной волны было указано в [22].

В синхронном режиме возможно не только ускорение, но и торможение частицы с полной потерей энергии. Это следует из приближенной формулы (при $s \neq 0$)

$$\gamma = \frac{1}{2s\Omega} \left\{ P_{\perp}^2 + 1 + (s\Omega)^2 + \frac{iJ_s}{s\Omega} [\varepsilon_z \exp(i\psi_{rs}) - \text{к.с.}] \times \right. \\ \left. \times (P_{\perp}^2 + 1 - s^2\Omega^2) \right\} + O(\varepsilon^2). \quad (29)$$

Здесь к.с. — комплексное сопряжение. Отсюда видно, что при $s\Omega = 1$ частица может полностью отдать свою энергию волне.

В частном случае $N_y = 0$ ($\Phi = 0$), $\varepsilon_x = \varepsilon_1/2$, $\varepsilon_y = -i\varepsilon_2/2$, $\varepsilon_z = \varepsilon_3/2$ из усредненных уравнений можно получить интеграл

$$G_s \sin \psi_{rs} = Q_s \equiv \text{const}, \quad (30)$$

обобщающий интеграл (12). Здесь

$$G_s \equiv \frac{\varepsilon_3 P_z N_\perp}{\Omega} J_s(\mu) + \varepsilon_1 s J_s(\mu) + \varepsilon_2 \mu J'_s(\mu), \quad J'_s \equiv \frac{dJ_s}{d\mu}. \quad (31)$$

Как и в случае продольного распространения поперечной волны, существует уравнение для энергии вида (13), где

$$V(\gamma) = -\left(\frac{\Omega}{\gamma N_\perp}\right)^2 [G_s^2(\gamma) - Q^2]. \quad (32)$$

Из этого уравнения следует, что при больших значениях энергии темп ускорения независимо от порядка резонанса падает по закону $\gamma^{-1/4}$. Отметим для сравнения, что в случае авторезонанса в поперечной вакуумной волне, распространяющейся вдоль магнитного поля, темп ускорения падает по закону $\gamma^{-1/2}$.

Выше была рассмотрена возможность синхронного движения частицы при резонансах на гирочастоте и ее гармониках. Между тем уравнения движения допускают также возможность синхронного режима движения частицы в поперечной волне при черенковском резонансе ($s = 0$). В этом случае ультрарелятивистские частицы, движущиеся под малыми питч-углами, могут неограниченно ускоряться. Это следует из формулы

$$\sqrt{\gamma^2 - Q^2} - \sqrt{\gamma_0^2 - Q^2} \approx \varepsilon_3 \tau, \quad (33)$$

где

$$\gamma_0 = \gamma|_{\tau=0}, \quad \gamma \sin \psi \approx \frac{1 + P_\perp^2}{2\varepsilon_3} \equiv Q = \text{const}. \quad (34)$$

Рассмотренный синхронный режим движения частицы существует не только в поперечной, но и в продольной волне, распространяющейся под углом к магнитному полю [45], причем неограниченное ускорение частицы возможно и в чисто продольной волне, распространяющейся со скоростью света, без наложения внешнего магнитного поля [46].

2.4. Движение заряженной частицы при нарушении условий авторезонанса

Авторезонанс невозможен, если нарушено хотя бы одно из условий (11): $N = 1$, но $Y \neq \Omega$, или $N \neq 1$. В любом из этих случаев имеется расстройка частоты и возникают биения, приводящие, в частности, к осцилляциям энергии [1, 3].

Качественная картина осцилляций энергии заключается в следующем: допустим, что в начальный момент соблюдено условие точного резонанса (10) и скорость частицы (с положительным знаком) параллельна вектору напряженности электрического поля. В этом случае энергия частицы возрастает. Из-за расстройки резонанса угол между скоростью частицы и напряженностью поля изменяется и может стать тупым. Тогда частица теряет свою энергию, пока угол опять не станет острым, и энергия частицы будет снова возрастать. Это и приводит к периодичности энергии.

Можно оценить величину максимальной энергии, которую приобретает частица до срыва резонанса, когда угол между поперечной скоростью частицы и

вектором напряженности электрического поля становится тупым. Удобно вместо безразмерного времени τ ввести безразмерный интервал s по формуле $ds = d\tau/\gamma$. Если в начальный момент выполнено условие резонанса $\gamma_0 - NP_{z0} = \Omega$, то постоянная Y в (9) определяется как

$$Y = \Omega + \gamma_0(N^2 - 1). \quad (35)$$

Расстройка резонанса происходит из-за того, что разность $\gamma - NP_z$ не является интегралом движения. Для оценок можно считать $\theta_- \equiv \psi \approx 0$. Тогда отклонение разности $\gamma - NP_z$ от начального значения Ω описывается уравнением

$$\frac{d}{ds}(\gamma - NP_z) \approx \varepsilon P_\perp(1 - N^2), \quad (36)$$

при этом $P_\perp \approx \varepsilon \Omega s$. Следовательно, изменение фазы

$$\Delta\psi = \frac{\varepsilon^2 \Omega s^3 |1 - N^2|}{6}. \quad (37)$$

Расстройка резонанса происходит при $\Delta\psi \approx 1$. Отсюда находим $s_{\max}$. Учитывая интеграл (9), получаем искомую оценку

$$\gamma_{\max} \approx \left(\frac{3\varepsilon}{|1 - N^2|}\right)^{2/3} \left(\frac{\Omega}{2}\right)^{1/3}. \quad (38)$$

Рассмотрим далее соотношение

$$P_\perp^2 = \gamma^2(1 - N^2) + 2NY\gamma - 1 - Y^2. \quad (39)$$

Величина $P_\perp^2$ как функция γ , представляет собой параболу, вершина которой имеет координаты

$$\gamma_z = \frac{NY}{N^2 - 1}, \quad P_{\perp z}^2 = \frac{1 - N^2 + Y^2}{N^2 - 1}. \quad (40)$$

Таким образом, характер зависимости $P_\perp^2(\gamma)$ существенно различается в случае $N < 1$ (сверхсветовые волны) и $N > 1$ (досветовые волны) (рис. 1). При $N < 1$ $\gamma_{\min} = (-NY + \sqrt{1 - N^2 + Y^2})/(1 - N^2)$. При $N > 1$ $\gamma_{\min}^{\max} = (NY \pm \sqrt{1 - N^2 + Y^2})/(N^2 - 1)$.

Из приведенных графиков видно, что в случае сверхсветовой волны энергия частицы может принимать сколь угодно большие значения, тогда как в случае досветовой волны энергия частицы зажата в пределах от $\gamma_{\min}$ до $\gamma_{\max}$. При этом с увеличением N область допустимых значений энергии сужается.

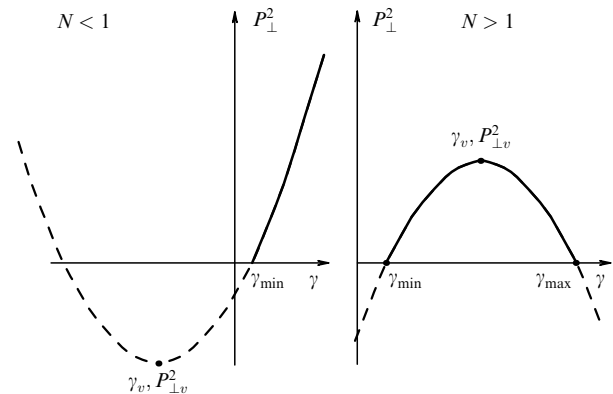


Рис. 1. Зависимость $P_\perp^2(\gamma)$ (штриховые линии — нефизические области парабол).

Если постоянная $Y = N$, то минимальное значение энергии в обоих случаях отвечает покоящейся частице: $\gamma_{\min}^* = 1$. При этом максимальное значение энергии частицы в досветовой волне равно $\gamma_{\max}^* = (N^2 + 1)/(N^2 - 1)$.

Из системы (5)–(8) легко получить

$$d(P_{\perp} \sin \theta) - \frac{\Omega - \gamma + NP_z}{2\epsilon Y} dP_{\perp}^2 = 0. \quad (41)$$

Отсюда в авторезонансном режиме ($N = 1$, $Y = \Omega$) следует интеграл (12). При $N = 1$, но начальной расстройке резонанса ($Y \neq \Omega$) имеем интеграл

$$P_{\perp} \sin \theta - \frac{\Omega - Y}{2\epsilon Y} P_{\perp}^2 = \text{const}. \quad (42)$$

Вследствие расстройки частоты возникают биения. Максимальная величина поперечного импульса $P_{\perp \max} = 2\epsilon Y/|\Omega - Y|$. Она стремится к бесконечности с уменьшением расстройки.

Если $N \neq 1$, то из (41) следует интеграл

$$\epsilon P_{\perp} \sin \theta + \frac{\gamma}{2} [(1 - N^2)\gamma + 2(NY - \Omega)] = W = \text{const}. \quad (43)$$

Совместно с (39) этот интеграл определяет семейство фазовых траекторий на плоскости (γ, θ) .

С использованием (43) можно получить уравнение для энергии

$$\gamma^2 \dot{\gamma}^2 = \epsilon^2 [\gamma^2(1 - N^2) + 2NY\gamma - 1 - Y^2] - \left\{ W - \frac{\gamma}{2} [(1 - N^2)\gamma + 2(NY - \Omega)] \right\}^2, \quad (44)$$

где $\dot{\gamma} \equiv (d\gamma/d\tau)$. Впервые уравнение такого типа было получено в [3].

Интегрирование этого уравнения в общем виде может быть проведено до конца [3]. Решение представляет собой комбинацию эллиптических функций и некоторых элементарных функций. Однако анализ его является довольно сложным. Поэтому чаще всего пользуются численными методами решения задачи. Достаточно подробный анализ движения частицы в замедленной или ускоренной волне содержится в [1, 3, 11, 18].

При взаимодействии частицы, имеющей начальную нулевую поперечную скорость, с замедленной волной знак изменения энергии зависит от отношения начальной продольной скорости частицы v_{z0} к фазовой скорости волны v_{ph} согласно черенковскому механизму [18]. Если $v_{z0} > v_{ph}$, то частица, обгоняя волну, теряет энергию. При $v_{z0} < v_{ph}$ частица, подгоняемая волной, набирает энергию. Если $v_{z0} = v_{ph}$, то энергия частицы не изменяется, так как в этом случае сила электрического поля волны в точности компенсируется магнитной силой Лоренца.

Заметим, что система (38)–(41) допускает равновесное решение

$$\theta_s = \pm \frac{\pi}{2}, \quad \Omega - \gamma_s + NP_{zs} = \pm \frac{\epsilon}{P_{\perp s}} (\gamma_s - NP_{zs}). \quad (45)$$

В работе [47] была рассмотрена устойчивость равновесного состояния по отношению к малым отклонениям от него. Было показано, что энергия устойчивых равновесных состояний неограниченно возрастает при $N \rightarrow 1$.

2.5. Влияние излучения

на движение частицы в режиме авторезонанса

Резонансное движение частицы с учетом силы радиационного трения рассматривалось в работах [11, 48, 49]. Было показано, что реакция излучения ставит принципиальный предел механизму авторезонансного ускорения, хотя этот предел может быть достаточно высоким.

Пользуясь известным выражением для силы радиационного трения [16], уравнения движения частицы в поле электромагнитной волны круговой поляризации (при $N = 1$), распространяющейся вдоль магнитного поля, запишем в виде

$$\frac{dP_z}{ds} = \epsilon P_{\perp} \cos \psi - \mu \Omega^2 P_z P_{\perp}^2, \quad (46)$$

$$\frac{d\gamma}{ds} = \epsilon P_{\perp} \cos \psi - \mu \Omega^2 \gamma P_{\perp}^2, \quad (47)$$

$$\frac{dP_{\perp}}{ds} = \epsilon(\gamma - P_z) \cos \psi - \mu P_{\perp} \Omega^2 (\gamma^2 - P_z^2), \quad (48)$$

$$\frac{d\psi}{ds} = \Omega - \gamma + P_z - \frac{\epsilon}{P_{\perp}} (\gamma - P_z) \sin \psi. \quad (49)$$

Здесь использованы прежние обозначения безразмерных переменных и параметров. Параметр $\mu = 2e^2\omega/(3m_0c^3) \equiv 4\pi r_0/(3\lambda) \ll 1$, где $r_0 = e^2/(m_0c^2)$ — классический радиус электрона.

В выписанных уравнениях отброшены малые члены порядка $\mu\epsilon$ и выше. Отсюда следует, что радиационное трение слабо влияет на изменение переменных P_z , γ , $P_{\perp}$, но приводит к расстройке резонанса и изменению резонансной фазы ψ . Это вызывается отклонением разности $\gamma - P_z$ от постоянного значения Ω .

Из (46), (47) получаем

$$\frac{d}{ds} (\gamma - P_z) \approx -\mu \Omega^2 P_{\perp}^2 (\gamma - P_z). \quad (50)$$

При полном пренебрежении излучением величина $\gamma - P_z$ остается постоянной, т.е. имеет место авторезонанс. При $\mu \neq 0$ частица может выйти из резонанса с волной. Если набег фазы $\Delta\psi \ll 1$, то резонанс еще сохраняется. Если же $\Delta\psi \approx 1$, то синхронизм частицы с волной нарушается. Из выписанных уравнений следует, что изменение фазы вследствие излучения

$$\Delta\psi \approx \frac{\mu\epsilon^2\Omega^5 s^4}{12}. \quad (51)$$

Максимально допустимая величина энергии, набираемой частицей до расстройки резонанса, определяется соотношением

$$\gamma_{\max} \approx \frac{P_{\perp \max}^2}{2\Omega} = \frac{\epsilon}{\Omega} \sqrt{\frac{3}{\mu\Omega}}. \quad (52)$$

Такая оценка была получена в указанных выше работах. Видно, что максимально допустимая энергия при авторезонансе не зависит от энергии, с которой начинается ускорение частицы. Для примера рассмотрим условия $E/B_0 = 10^{-2}$, $B_0 = 300$ кГс. Тогда $\gamma_{\max} \approx 3 \times 10^3$.

Таким образом, учет радиационного трения приводит к принципиальному ограничению максимальной энергии, достигаемой частицей при авторезонансном ускорении. Однако этот предел может быть полностью устранен или сильно подавлен с помощью продольного электростатического поля $E_z(Z)$ [50]. В этом случае в

уравнениях (46), (47) появляются дополнительные члены, соответственно, $\varepsilon_0 f \gamma$ и $\varepsilon_0 f P_z$, где

$$\varepsilon_0 = \frac{eE_0}{m_0 c \omega}, \quad f(Z) = \frac{E_z(Z)}{E_0}. \quad (53)$$

Тогда вместо (50) получаем уравнение

$$\frac{d}{ds}(\gamma - P_z) = -(\gamma - P_z)(\mu\Omega^2 P_\perp^2 - \varepsilon_0 f). \quad (54)$$

Отсюда видно, что радиационные потери при авторезонансе полностью подавляются, если

$$\varepsilon_0 f(Z) = \mu\Omega^2 P_\perp^2 = \mu\varepsilon^2 \Omega^4 s^2 \approx \mu(6\varepsilon)^{2/3} \Omega^{7/3} Z^{2/3}. \quad (55)$$

Заметим, что по такому же закону изменяется энергия частицы в режиме авторезонанса на длине ускорения Z .

Если электрическое поле постоянно ($f = 1$), то легко получить оценку для набегу фазы

$$\Delta\psi \approx \Omega \left(\frac{\mu\Omega^4 \varepsilon^2 s^4}{12} - \frac{\varepsilon_0 s^2}{2} \right), \quad (56)$$

а также для максимально достижимой энергии

$$\gamma_{\max} \approx \frac{P_{\perp \max}^2}{2\Omega} \approx \frac{3\varepsilon_0}{2\mu\Omega^3} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{4\mu\varepsilon^2 \Omega^3}{3\varepsilon_0^2}} \right). \quad (57)$$

Это значительно выше предела (52), устанавливаемого радиационными потерями. Например, при $E_0/B_0 = 10^{-4}$, $B_0 = 300$ кГц, $\lambda = 10$ см имеем $\gamma_{\max} \approx 3 \times 10^4$.

Заметим, что электростатическое поле может привести к увеличению расстройки резонанса, если изменить его направление. В этом случае эффективное ускорение частицы оказывается невозможным.

Подчеркнем в заключение этого раздела, что авторезонансное движение заряженной частицы в чистом виде осуществляется лишь в идеализированном случае плоской волны, распространяющейся вдоль постоянного магнитного поля со скоростью света в вакууме. Всякие отклонения от требуемых условий приводят к срыву синхронизма частицы с волной и нарушению режима авторезонанса. Поэтому естественны поиски электромагнитных структур, в которых волны распространяются со скоростью света. Рассматривались различные варианты таких структур, например, мультипольные поля [11], *ТЕМ*-волна в коаксиальном волноводе [51] и др. В этих условиях возможно авторезонансное движение частицы как в режиме ускорения, так и торможения.

3. Поддержание синхронизма заряженной частицы с замедленной или ускоренной электромагнитной волной

В случае замедленной ($N > 1$) или ускоренной ($N < 1$) электромагнитной волны, распространяющейся вдоль постоянного магнитного поля, начальное условие циклотронного резонанса не может "само собой" сохраняться во все время движения частицы. Тогда возникает вопрос о возможности принудительного поддержания синхронизма частицы с волной таким образом, чтобы начальное резонансное условие сохранялось как можно дольше. Этого можно добиться изменением фазовой скорости или других параметров волны, специальным профилированием ведущего магнитного поля или

какими-нибудь внешними воздействиями (например, наложением электростатического поля). Иногда такое движение частицы с изменяющимися параметрами также называют авторезонансным, хотя более целесообразно называть его синхронным, поскольку в этих условиях синхронизм частицы с волной поддерживается не автоматически, а принудительно.

3.1. Поддержание синхронизма в волне с изменяющейся фазовой скоростью

Если фазовая скорость волны (показатель преломления) изменяется произвольно, то интеграл типа (9) не существует, и синхронизм частицы с волной, вообще говоря, невозможен. Однако если показатель преломления изменяется определенным образом вдоль направления распространения волны, то можно добиться, чтобы начальное условие резонанса сохранялось во все время движения частицы

$$\gamma_0 - N_0 P_{z0} = \gamma - N(Z) P_z = \Omega. \quad (58)$$

Таким образом, основная задача состоит в нахождении зависимости $N(Z)$ при условии (58). Различные варианты этой задачи рассматривались в [47, 52–54].

В случае циркулярно поляризованной волны при выполнении соотношения (58) имеем

$$P_z \frac{dN}{dZ} = \frac{1}{N} (1 - N^2) \frac{dP_z}{dZ}. \quad (59)$$

Отсюда следует, что показатель преломления остается постоянным только при $N = 1$. Если же $N \neq 1$, то для поддержания синхронизма (58) необходимо, чтобы N и P_z согласно (59) были связаны соотношением

$$P_z \sqrt{|1 - N^2|} = P_{z0} \sqrt{|1 - N_0^2|} \equiv G = \text{const}. \quad (60)$$

Если $N \rightarrow 1$, то $P_z, \gamma \rightarrow \infty$. Этот особый случай соответствует авторезонансному режиму движения частицы.

Отметим, что величина $|1 - N^2|^{-1/2} \equiv \beta_{\text{ph}} |1 - \beta_{\text{ph}}^2|^{-1/2}$ может рассматриваться как своего рода "импульс" волны. Поэтому соотношение (60) показывает, что в рассматриваемом режиме продольный импульс частицы должен быть пропорциональным "импульсу" волны. В частности, при $G = 1$ они равны друг другу.

Другой вариант обсуждался в [52], где вместо требования (58) предполагалось, что продольная скорость частицы равна изменяющейся фазовой скорости волны.

Как и при $N = \text{const}$, можно получить уравнение для энергии. Для этого надо воспользоваться интегралами (ср. с [47])

$$P_\perp \sin \psi = \Phi \sqrt{2\Omega} = \text{const}, \quad (61)$$

$$\gamma - \frac{P_\perp^2}{2\Omega} = I = \text{const}, \quad (62)$$

а также соотношением

$$N = \frac{\gamma - \Omega}{\sqrt{(\gamma - \Omega)^2 \pm G^2}}. \quad (63)$$

Необходимо отметить, что постоянные интегрирования G, I и параметр Ω жестко связаны между собой

$$I \rightarrow I_\pm = \frac{1 + \Omega^2 \pm G^2}{2\Omega}. \quad (64)$$

Здесь и далее верхний знак отвечает быстрой волне, а нижний — медленной.

В результате получаем искомое уравнение вида (13), (14), в котором отсутствует явная зависимость от N . При этом постоянная Γ заменяется на $a_{\pm} = I_{\pm} + \Phi^2$. Из точного решения следует, что при $N \rightarrow 1$ энергия частицы растет по закону авторезонансного ускорения, причем в рассматриваемый режим ускорения вовлекаются частицы с начальной энергией $\gamma_0 \geq a_{\pm}$.

Для нахождения явной зависимости $N(Z)$ имеем уравнение (для частиц в ускоряющей фазе)

$$\frac{dN}{dZ} = \frac{\varepsilon(1 - N^2)}{P_z^2} \sqrt{2\Omega(\gamma - a_{\pm})}. \quad (65)$$

Отсюда следует, что в синхронном режиме ускорения в быстрой волне показатель преломления должен возрастать, а в замедленной волне — убывать в направлении распространения волны. Однако в явном виде решение $N(Z)$, даже в частных случаях, оказывается довольно сложным [53, 54] и поэтому мало пригодным для приложений. На практике может быть полезной линейная аппроксимация

$$N(Z) = N_0 + \alpha(Z - Z_0). \quad (66)$$

Считая, что аппроксимация (66) справедлива на длине ускорения L , получаем оценку для расстройки фазы

$$\Delta\psi \approx \varepsilon^2 \Omega \frac{s^3}{6} (1 - N_0^2 - \alpha L N_0), \quad (67)$$

причем должно быть $\alpha L/N_0 \ll 1$. Здесь s — безразмерный интервал. Если

$$|\alpha L N_0 \approx |1 - N_0^2|, \quad (68)$$

то синхронный режим сохраняется на всей длине ускорения, которая определяется этим соотношением. Если условие (68) не выполняется, то набег фазы может быть большим. Тогда происходит срыв синхронного режима, и максимальная энергия, набираемая частицей на длине L , оценивается соотношением

$$\gamma_{\max} \approx \left(\frac{3\varepsilon}{1 - N_0^2 - \alpha L N_0} \sqrt{\frac{\Omega}{2}} \right)^{2/3}. \quad (69)$$

Это может быть выше предельной энергии ускоряемой частицы в случае невакуумной волны с постоянной фазовой скоростью (38).

Отметим, что помимо режима ускорения возможен режим синхронного торможения частицы. Только в этом случае показатель преломления для медленной волны должен возрастать, а для быстрой волны — убывать в направлении распространения волны.

3.2. Поддержание синхронизма

с помощью изменения профиля магнитного поля

Первые указания о возможности поддержания синхронизма частицы с невакуумной волной с помощью специального профилирования внешнего магнитного поля содержатся в [55]. Затем этот вопрос обсуждался в ряде других работ [25, 56–60]. В частности, в [57] был определен профиль неоднородного магнитного поля, обеспечивающего авторезонансное ускорение частицы ТЕ-волной круговой поляризации при дополнительных

условиях: а) радиус циклотронного вращения частицы должен быть постоянным, т.е. движение частицы должно происходить по поверхности цилиндра, б) частица в каждый момент времени находится в фазе с волной и получает от нее энергию. При этих условиях были найдены два режима ускорения: 1) увеличение энергии частицы связано, в основном, с увеличением поперечного импульса, при этом шаг спирали уменьшается (в этом режиме требуются сильные магнитные поля); 2) энергия увеличивается, в основном, за счет увеличения продольного импульса. Тогда шаг спиральной траектории возрастает, и необходима большая, чем в первом режиме, длина ускорения.

Можно, однако, найти профиль неоднородного магнитного поля без дополнительных требований на траекторию частицы [58].

Если магнитное поле достаточно сильное, так что выполняются условия дрейфовой теории [23, 24], то в нулевом приближении можно пренебречь градиентным и центробежным дрейфами. Тогда усредненные уравнения движения электрона в поле поперечной быстрой или медленной волны принимают вид [58]:

$$\begin{aligned} \frac{dP_{\parallel}}{ds} &= \frac{P_{\perp}^2}{2} \nabla \cdot \mathbf{e}_1 - \varepsilon N P_{\perp} \cos \psi = \frac{P_{\perp}^2}{2} \nabla \cdot \mathbf{e}_1 + N \frac{d\gamma}{ds}, \\ \frac{dP_{\perp}}{ds} &= -\frac{P_{\parallel} P_{\perp}}{2} \nabla \cdot \mathbf{e}_1 - \varepsilon (\gamma - N P_{\parallel}) \cos \psi, \\ \frac{d\psi}{ds} &= \Omega - \gamma + N P_{\parallel} + \frac{\varepsilon}{P_{\perp}} (\gamma - N P_{\parallel}) \sin \psi, \\ \frac{d\mathbf{R}}{ds} &= \mathbf{e}_1 P_{\parallel}. \end{aligned} \quad (70)$$

Здесь импульс частицы $\mathbf{P} = P_{\parallel} \mathbf{e}_1 + P_{\perp} (\mathbf{e}_2 \cos \theta_c + \mathbf{e}_3 \sin \theta_c)$; $\mathbf{e}_1 = \Omega/\Omega$, $\mathbf{e}_2$, $\mathbf{e}_3$ — базисная тройка единичных векторов, связанных с силовой линией внешнего магнитного поля, при этом

$$P_{\parallel} \nabla \cdot \mathbf{e}_1 = -\frac{P_{\parallel}}{\Omega} \mathbf{e}_1 \cdot \nabla \Omega = -\frac{1}{\Omega} \frac{d\Omega}{ds}. \quad (71)$$

При указанных предположениях можно считать, что

$$\Omega = \Omega(R_{\parallel}), \quad (72)$$

где $R_{\parallel} \equiv \mathbf{R} \cdot \mathbf{e}_1 \approx Z$. Потребуем далее, чтобы начальное условие циклотронного резонанса (при $N = \text{const}$) сохранялось во все время движения частицы:

$$\gamma - N P_{\parallel} = \Omega(Z). \quad (73)$$

Тогда искомый профиль $\Omega = \Omega(Z)$ будет определяться самими уравнениями движения (70). При условии (73) из системы (70) следуют интегралы, аналогичные (61), (62). С их использованием получаем формулу

$$(N^2 - 1) P_{\parallel}^2 = 1 - 2I\Omega(Z) + \Omega^2(Z). \quad (74)$$

Зависимость $P_{\parallel}^2(\Omega)$ при $N > 1$ представлена на рис. 2. Вершина параболы имеет координаты $\Omega_s = I$, $P_{\parallel s}^2 = (1 - I^2)/(N^2 - 1)$. В случае $I \leq 1$ ускорение частицы происходит в возрастающем магнитном поле при $\Omega \geq I$. В случае $I > 1$ ускорение возможно лишь при $\Omega \geq \Omega_2 \equiv I + \sqrt{I^2 - 1}$.

Для быстрой волны ($N < 1$) зависимость $P_{\parallel}^2(\Omega)$ изображена на рис. 3. В этом случае при $I \leq 1$ физических решений не существует. При $I > 1$ оказывается возмож-

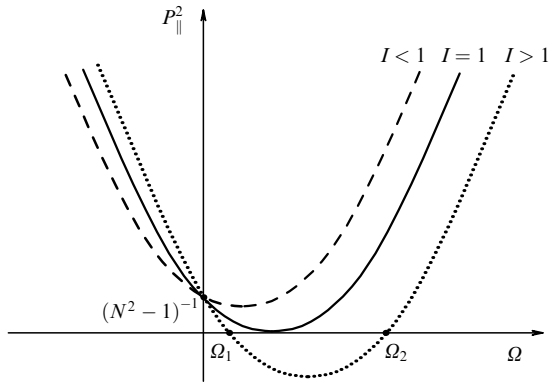


Рис. 2. Зависимость $P_{\parallel}^2(\Omega)$ при $N > 1$.

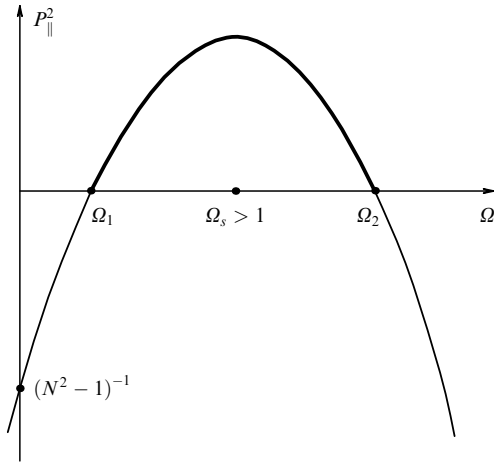


Рис. 3. Зависимость $P_{\parallel}^2(\Omega)$ при $N < 1$.

ным ограниченный рост $P_{\parallel}^2$ от 0 до $(I^2 - 1)/(1 - N^2)$ с увеличением магнитного поля от $\Omega_1 = I - \sqrt{I^2 - 1}$ до $\Omega_s = I$. При дальнейшем увеличении магнитного поля от $\Omega_s = I$ до Ω_2 частица возвращается в исходное состояние. Таким образом, в случае быстрой волны происходит периодическое изменение продольного импульса частицы при возможном возрастании магнитного поля в весьма ограниченном интервале, при этом с увеличением начального значения $P_{\parallel}^2$ интервал возможного изменения магнитного поля сужается. При $P_{\parallel 0}^2 = I$ этот интервал схлопывается, и продольный импульс частицы вовсе не меняется.

Из системы (70) с учетом полученных интегралов можно найти формальное уравнение для энергии:

$$\left(\frac{d\gamma}{dZ}\right)^2 = \frac{2\varepsilon^2\Omega(\gamma - I - \Phi^2)N^2}{(\gamma - \Omega)^2}, \quad (75)$$

при этом необходимо использовать соотношение $\Omega = \Omega(\gamma)$, которое следует из уравнения

$$\Omega^2 - 2\Omega[\gamma(1 - N^2) + IN^2] + \gamma^2(1 - N^2) + N^2 = 0.$$

Однако получить аналитическое решение уравнения (75), как и системы (70), довольно сложно. Поэтому используются численные методы [58]. Результаты численного решения представлены на рис. 4. Видно, что рассматриваемый режим движения электрона действительно имеет резонансный характер. При этом, начиная с некоторого расстояния, динамические переменные

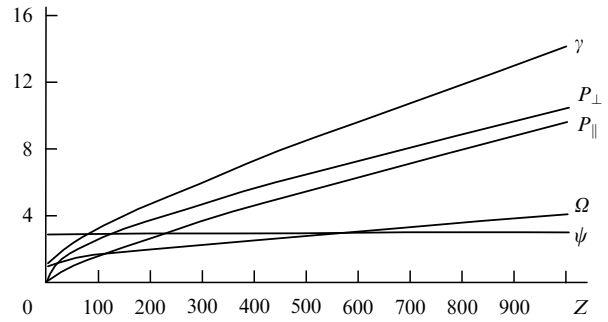


Рис. 4. Авторезонанс в синхронизирующем магнитном поле ($\Omega(0) = 1$, $P_{\parallel} = 0,02$, $P_{\perp} = 0,205$, $\gamma(0) = 1,02$, $\psi(0) = \pi$, $\beta_{ph} = 0,95$, $\varepsilon = 0,01$).

частицы, а также ведущее магнитное поле возрастают примерно по линейному закону. Начальная расфазировка $\psi_0 = \pi$ оказывается устойчивой: при начальной расфазировке в ускоряющем интервале $\pi/2$, $3\pi/2$ резонансная разность фаз стремится к π [58]. Другими словами, происходит фазовая бунчировка частиц, и в режим синхронного ускорения вовлекаются все частицы, имеющие начальную расфазировку в ускоряющем интервале.

При численном решении магнитное поле исключалось с помощью резонансного условия (73). Тогда зависимость $\Omega(Z)$ определяется по графику. Однако профиль магнитного поля может быть найден и аналитически с помощью уравнения (для частиц в ускоряющей фазе)

$$[\gamma(1 - N^2) - \Omega + IN^2] \frac{d\Omega}{dZ} = \varepsilon N(N^2 - 1) \sqrt{2\Omega(\gamma - I - \Phi^2)}, \quad (76)$$

при этом необходимо использовать зависимость $\gamma = \gamma\{\Omega\}$. Решение уравнения (76) возможно, однако оно является настолько сложным, что вряд ли может быть реализовано на практике. Поэтому естественно рассматривать простые профили магнитного поля, например, линейную зависимость типа

$$\Omega(Z) = \Omega_0[1 + \alpha(Z - Z_0)]. \quad (77)$$

Ясно, что в этом случае синхронизм не может сохраняться во все время движения частицы. Вместе с тем, существует расстояние, на котором движение частицы имеет характер синхронного режима, и частица набирает значительную энергию (рис. 5).

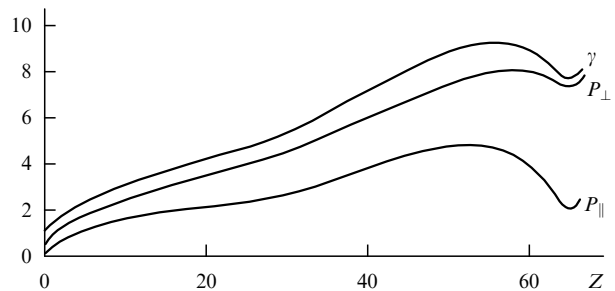


Рис. 5. Синхронный режим в линейно неоднородном магнитном поле ($\Omega(0) = 1$, $P_{\parallel}(0) = 0,02$, $P_{\perp}(0) = 0,205$, $\gamma(0) = 1,02$, $\psi(0) = \pi$, $\beta_{ph} = 0,95$, $\varepsilon = 0,1$, $\alpha = 0,05$).

С помощью оценки расстройки резонанса по сдвигу фазы можно найти оптимальную величину градиента магнитного поля, при котором частица набирает максимальную энергию

$$\alpha_{\text{opt}} = \frac{A\varepsilon^2(1 - N^2)^2}{N\Omega_0}. \quad (78)$$

Параметр $A \approx 5 \times 10^2$ найден эмпирически из анализа численных результатов.

Отметим, что для последовательного нахождения профиля магнитного поля, обеспечивающего поддержание синхронизма частицы с волной, необходим явный учет поперечных компонент поля и дрейфового движения частицы. В упрощенном варианте такая задача рассматривалась в [59]. На основе численного решения были определены скейлинги при циклотронном лазерном ускорении электронов: максимальная длина ускорения kz_m в зависимости от величины ускоряющего поля изменяется по закону ε^{-1} , а от фазовой скорости — по закону $(\beta_{\text{ph}} - 1)^{-\nu}$, где $\nu \approx 0,6$. Изменение энергии ускоряемой частицы определяется соотношением $(\gamma_f - \gamma_i)/(\gamma_i - 1) \approx (\beta_{\text{ph}} - 1)^{-\mu}$, где $\mu \approx 0,5$, γ_i , γ_f — начальная и конечная энергии частицы, соответственно.

Несколько иная постановка задачи о нахождении синхронизирующего магнитного поля рассматривалась в [61]. Была предложена упрощенная модельная система, в которой частица движется в плоскости, перпендикулярной синхронизирующему магнитному полю. Искомое поле, по предположению, также изменяется только в этой плоскости. Рассматривался случай плоско-поляризованной волны, распространяющейся вдоль магнитного поля. Это поле определялось по заданной траектории, на которой электрическое поле волны совершает в среднем положительную работу над частицей. Оказалось, что искомое поле является периодическим в направлении распространения волны.

В дальнейшем идея об использовании периодического магнитного поля для синхронизации частицы с волной (ондулятор, виглер) применялась в различных задачах ускорения заряженных частиц и генерации электромагнитного излучения [62–64].

3.3. Поддержание синхронизма с помощью продольного электростатического поля

Влияние электростатического поля, ориентированного в направлении ведущего магнитного поля, на резонансное взаимодействие частицы с поперечной электромагнитной волной при $N \neq 1$ обсуждалось в работах [65–67]. В частности, в [67] рассматривалась возможность управления с помощью электростатического поля вынужденным излучением неизохронных осцилляторов. Необходимый для поддержания синхронизма профиль электростатического поля в неявном виде найден в [66]. В работе [65] путем численного решения было показано, что под влиянием электростатического поля существуют два типа набора энергии частицей в волне с $N \neq 1$: возрастание энергии с осцилляциями, и ее монотонный рост с последующими затухающими колебаниями.

Движение частицы в волне с круговой поляризацией описывается уравнениями (5)–(8), дополненными членами, вызванными электростатическим полем (см. раздел 2.4). Потребуем, чтобы начальное условие резонанса выполнялось во все время движения частицы. Для этого необходимо подобрать электростатическое поле таким

образом, чтобы оно компенсировало сдвиг фазы, возникающий при $N \neq 1$. В этом случае из уравнений движения следуют соотношения:

$$\varepsilon_0 f(Z) = -\frac{1}{\Omega} \frac{d}{ds} (N\gamma - P_z) = \frac{\varepsilon(N^2 - 1)P_z \cos \psi}{P_z - N\gamma}. \quad (79)$$

Отсюда в неявной форме определяется искомое электростатическое поле [66].

Из (79) следует, что существует особый случай $P_z - N\gamma = 0$, в котором электростатическое поле не определено. Это возможно лишь при $N < 1$ при предельном значении энергии $\gamma_{\text{lim}} = \Omega/(1 - N^2)$ [66]. Исключая этот случай, введем электростатический потенциал $U(Z)$, так что $f(Z) = -dU/dZ$, причем $f(Z)P_z = -dU/ds$.

В синхронном режиме можно получить отдельные уравнения для определения как потенциала, так и энергии. Чтобы найти эти уравнения, выпишем интегралы уравнений движения частицы:

$$P_z \sin \psi = \Phi = \text{const}, \quad (80)$$

$$\gamma - \frac{P_z^2}{2\Omega} + \varepsilon_0 U(Z) = \Gamma = \text{const}, \quad (81)$$

$$(1 - N^2)P_z^2 + 2\varepsilon_0 \Omega U(Z) = I = \text{const}. \quad (82)$$

Выполняется также релятивистское соотношение

$$(N^2 - 1)\gamma^2 + 2\Omega\gamma = NP_z^2 + N^2 + \Omega^2. \quad (83)$$

Из (82) следует, что частицы ведут себя по разному в быстрой и медленной волне: с увеличением потенциала при $\varepsilon_0 > 0$ частица в медленной волне ускоряется, а в быстрой — тормозится, и наоборот.

С помощью полученных соотношений можно найти уравнение для определения энергии частицы (в ускоряющей фазе):

$$\frac{\gamma(\gamma + q) d\gamma}{\sqrt{(N^2 - 1)(\gamma + q)^2 - a}} = \varepsilon q N d\tau, \quad (84)$$

где

$$a = \frac{N^2}{N^2 - 1} [N^2 + \Omega^2 - 1 + (N^2 - 1)\Phi^2], \quad q \equiv \frac{\Omega}{N^2 - 1}. \quad (85)$$

Отсюда следует, что темп ускорения в медленной волне падает с увеличением энергии быстрее, чем в авторезонансном режиме в вакуумной волне: $d\gamma/d\tau \approx 1/\gamma$.

Существует точное решение уравнения (84) (при $N > 1$):

$$\left[\xi \sqrt{\xi^2 - a} + \left(a - \frac{\Omega}{\sqrt{N^2 - 1}} \right) \text{arccosh} \frac{\xi}{\sqrt{a}} \right] \Big|_0^\tau = 2\varepsilon \tau \Omega N \sqrt{N^2 - 1}, \quad (86)$$

где $\xi \equiv (\gamma + q)\sqrt{N^2 - 1}$. Из (79) следует также уравнение для определения потенциала электростатического поля, с помощью которого поддерживается синхронный режим движения частицы в ускоряющей фазе:

$$\varepsilon_0 \frac{dU}{dZ} = \frac{\varepsilon \sqrt{P_z^2(N^2 - 1) + 2N\Omega P_z + \Omega^2 - \Phi^2}}{P_z + Nq}. \quad (87)$$

Здесь P_z должно быть выражено через U с помощью интеграла (82). Отсюда, в принципе, можно определить $U(Z)$. Однако получающаяся зависимость является довольно сложной, которая вряд ли может быть реализована на эксперименте. Поэтому естественно рассматривать более простую, например, линейную зависимость вида $U(Z) = 1 + \alpha Z$, что отвечает постоянному электростатическому полю. Этот случай достаточно подробно изучен в [65].

Ясно, что постоянное электростатическое поле не может обеспечить длительное сохранение синхронизма частицы с волной. Как и в предыдущих разделах, можно оценить максимальную энергию, набираемую частицей до срыва резонанса:

$$\gamma_{\max} \approx \varepsilon_0 \alpha N |q| s_{\max} + |q| [\varepsilon^2 (1 - N^2) + (\varepsilon_0 \alpha)^2] \frac{s_{\max}^2}{2}, \quad (88)$$

где

$$s_{\max} \approx \left\{ \frac{6}{\Omega [\varepsilon^2 (1 - N^2) + (\varepsilon_0 \alpha)^2]} \right\}^{1/3}. \quad (89)$$

При отсутствии электростатического поля эта оценка совпадает с (37), и энергия частицы осциллирует со временем. Пока поле мало, оно слабо влияет на характер изменения энергии — энергия осциллирует и в среднем возрастает. Существует значение поля $\varepsilon_0 \alpha_{\text{opt}}$, при котором происходит значительный рост энергии до срыва резонанса. При превышении этого значения срыв резонанса происходит раньше, и частица не успевает набрать достаточной энергии. Можно оценить оптимальную величину градиента электростатического поля

$$\varepsilon_0 \alpha_{\text{opt}} = \frac{A}{N} \left(\frac{\varepsilon^2 |1 - N^2|}{\sqrt{N}} \right)^{2/3}, \quad (90)$$

где эмпирическая постоянная $A \approx 1,2$ найдена с помощью численного эксперимента [65].

3.4. Поддержание синхронизма с помощью электростатического поля, скрещенного с магнитным полем

Под влиянием электростатического поля, скрещенного с постоянным магнитным полем, существенно изменяется характер резонансного взаимодействия волна — частица, что приводит к ряду физических эффектов. В частности, оказывается возможным механизм черенковского поглощения поперечной электромагнитной волны, распространяющейся вдоль постоянного магнитного поля, и этот механизм может быть сравнимым с механизмом циклотронного поглощения [68]. Обнаруживается также своеобразный авторезонанс нерелятивистской заряженной частицы в поле плазменной волны, распространяющейся под углом к внешнему магнитному полю [69]. Этот эффект целиком обусловлен слабонеоднородным электрическим полем, скрещенным с магнитным полем.

Далее рассмотрим возможность поддержания синхронного режима движения заряженной частицы в невакуумной волне с учетом электрического дрейфа. Будем считать, что постоянное электрическое поле E_0 направлено вдоль оси y , а магнитное B_0 — вдоль оси z .

Для выделения циклотронного вращения частицы необходимо перейти в систему отсчета Σ' , движущуюся со скоростью электрического дрейфа $V_E = cE_0/B_0$ вдоль оси x . Тогда для компонент 4-вектора скорости в этой

системе $w^i = (w^0, w^1, w^2, w^3)$ следуют ковариантные уравнения [70], из которых после сглаживания по быстрым фазам можно получить упрощенную систему уравнений движения частицы в области циклотронного резонанса:

$$\frac{dw^0}{ds} = \frac{w_{\perp}}{2} (\varepsilon_1 + \varepsilon_2 \Gamma) \cos \psi, \quad (91)$$

$$\frac{dw_{\perp}}{ds} = \frac{1}{2} [\varepsilon_1 (w^0 - N \Gamma w^3) + \varepsilon_2 \Gamma (w^0 - N w^3)] \cos \psi, \quad (92)$$

$$\frac{dw^3}{ds} = \frac{N w_{\perp}}{2} (\varepsilon_1 \Gamma + \varepsilon_2) \cos \psi, \quad (93)$$

$$\frac{d\psi}{ds} = \frac{1}{\Gamma \Omega} \left[\Omega - \Gamma^2 \left(w^0 - \frac{N}{\Gamma} w^3 \right) \right] - \frac{\sin \psi}{2 w_{\perp}} [\varepsilon_1 (w^0 - N \Gamma w^3) + \varepsilon_2 (\Gamma w^0 - N w^3)]. \quad (94)$$

Здесь $\Gamma = (1 - V^2)^{-1/2}$; $V = V_E/c$; $\varepsilon_i = E_i/B_0$, $ds = d\tau/\gamma$ — безразмерный интервал. Выписанные уравнения имеют интеграл

$$w^0 - \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 \Gamma}{N(\varepsilon_1 \Gamma + \varepsilon_2)} w^3 = I = \text{const}. \quad (95)$$

Точный циклотронный резонанс определяется соотношением:

$$\Gamma^2 \left(w^0 - \frac{N}{\Gamma} w^3 \right) = \Omega. \quad (96)$$

Отсюда следует, что условие циклотронного резонанса будет сохраняться во все время движения частицы, если величина $w^0 - (N/\Gamma) w^3 \equiv Y$ является интегралом движения. Таким образом, условие циклотронного резонанса (96) будет интегралом движения, если выполнено соотношение

$$\frac{N}{\Gamma} = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 \Gamma}{N(\varepsilon_1 \Gamma + \varepsilon_2)}, \quad (97)$$

при этом $I = Y = \Omega/\Gamma^2$.

Отсюда видно, что рассматриваемый синхронный режим движения частицы существенно зависит от поляризации волны. В общем случае волны с произвольной эллиптической поляризацией синхронизм частицы с волной будет сохраняться, если скрещенное электростатическое поле определяется равенством

$$\Gamma = \frac{\varepsilon_1 (N^2 - 1) + \sqrt{\varepsilon_1^2 (N^2 - 1)^2 + 4 N^2 \varepsilon_2^2}}{2 \varepsilon_2}. \quad (98)$$

Для волны с круговой поляризацией ($\varepsilon_1 = \varepsilon_2$) синхронный режим возможен при условии

$$\Gamma = N^2. \quad (99)$$

В случае поперечной волны с линейной поляризацией имеются две возможности:

$$1) \quad \varepsilon_1 \equiv \varepsilon \neq 0, \quad \varepsilon_2 = 0. \quad (100)$$

Тогда согласно (97) показатель преломления должен быть равен единице. Таким образом, в случае вакуумной волны существует режим авторезонанса и в движущейся системе отсчета, если волна поляризована в направлении электрического дрейфа;

$$2) \quad \varepsilon_1 = 0, \quad \varepsilon_2 \equiv \varepsilon \neq 0. \quad (101)$$

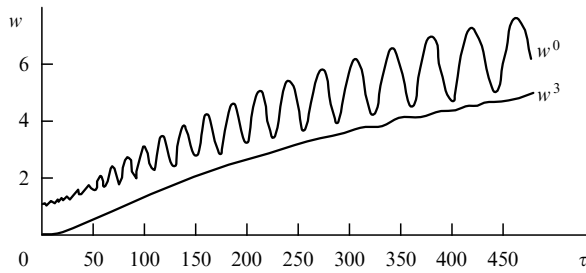


Рис. 6. Зависимость энергии частицы от времени в лабораторной системе ($N = 1,1$, $\varepsilon = 0,05$, $V = 0,42$, $\psi_0 = 0$).

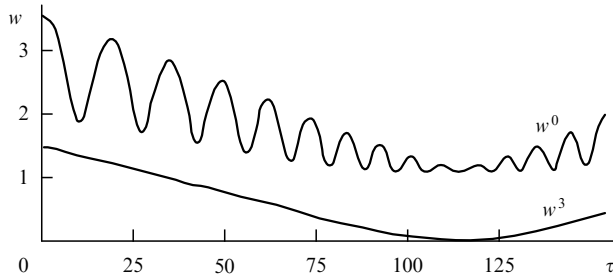


Рис. 7. Режим торможения частицы в замедленной волне ($N = 1,1$, $\varepsilon = 0,05$, $V = 0,42$, $\psi_0 = \pi$).

Из (97) следует, что в волне, поляризованной в направлении электростатического поля, синхронный режим возможен лишь в замедленной волне при условии

$$\Gamma = N > 1. \quad (102)$$

Расчеты различных вариантов показывают, что движение при условии (101) является оптимальным. В этом случае можно найти уравнение для энергии

$$w^0 \frac{dw^0}{d\tau'} = \frac{\varepsilon\Omega}{2N} \sqrt{2Yw^0 - a^2}, \quad (103)$$

где τ' — безразмерное время в движущейся системе, $a^2 = 1 + Y^2 + \Phi^2$. Отсюда следует, что в рассматриваемом случае темп ускорения падает по такому же закону, как и в авторезонансном режиме в вакуумной волне.

Точное решение уравнения (103) аналогично (16).

Для достаточно ускоренных частиц их энергия в движущейся системе растет по закону

$$w^0 \approx \left(\frac{3\varepsilon Y\Omega\tau'}{N\sqrt{2}} \right)^{2/3}. \quad (104)$$

В лабораторной системе энергия, в среднем набираемая частицей, оказывается в $\Gamma = N$ раз больше, чем в системе, движущейся со скоростью электрического дрейфа. На рисунке 6 представлена зависимость энергии частицы от времени в лабораторной системе. Видно, что хотя энергия испытывает осцилляции, однако в среднем она растет, как в авторезонансном режиме.

Отметим, что помимо режима ускорения частиц в замедленной волне возможен также режим их торможения и индуцированного излучения [71]. Это показано на рис. 7.

4. Заключение

Рассмотренное выше одночастичное приближение предполагает, что энергия ускоряющего поля значительно превосходит энергию, приобретаемую частицей. Это

позволяет не учитывать обратного влияния ускоряемого тока на поле. В противном случае необходимо самосогласованное описание взаимодействия частиц с волной. В работе [72] в самосогласованной модели холодного пучка рассматривалось авторезонансное ускорение пучка частиц при предположении, что плотность пучка постоянна, а продольная скорость зависит только от времени. Было показано, что в начале процесса ускорения происходит быстрый рост энергии, а затем темп ускорения падает (как и в одночастичном приближении). Максимальная энергия частиц пучка определяется законами сохранения энергии и импульса в системе волна – пучок. Самосогласованная теория взаимодействия релятивистского электронного пучка с электромагнитной волной в авторезонансном режиме развивалась также в работе [73], но в рамках кинетического подхода.

Если пучок заряженных частиц распространяется в плотной плазме, то задача становится довольно сложной из-за разнообразия возможных эффектов. Однако, как показано в [74], существуют условия, при которых определяющим является эффект направленного движения частиц, и за время ускорения пучок не успевает заметно нагреться. В таких условиях кулоновские соударения частиц пучка с частицами плазмы приводят к нарушению фазового синхронизма пучка с волной и ограничению роста его энергии. Это аналогично действию радиационного трения на авторезонансное движение частиц.

Ускорение частиц в режиме авторезонанса возможно также в среде с инверсной населенностью энергетических уровней, в которой генерируется поперечная волна [75].

В проблемах генерации электромагнитного излучения механизм авторезонанса способствует повышению эффективности взаимодействия релятивистского электронного пучка не только с отдельной волной, но также с комбинационной волной в устройствах, которые называются убитронами и скаттронами [76, 77].

Отметим некоторые проявления авторезонансного механизма в астрофизических условиях. Проведенные в [78] расчеты на основе уравнения (13) показали, что в условиях высокоширотной (65 градусов) магнитосферной плазмы на высоте 1000–2000 км электроны в авторезонансном режиме могут набирать значительную энергию за очень короткое время и высыпаться в авроральной зоне, вызывая некоторые авроральные и геомагнитные явления. При возникновении мощного когерентного излучения и сильного магнитного поля, связанных, например, с пульсарами или квазарами, такой механизм может приводить к ускорению космических лучей. В работе [79] была рассмотрена возможность одновременного ускорения пучков электронов и позитронов с помощью интенсивной линейно поляризованной поперечной волны, распространяющейся вдоль постоянного магнитного поля. В таких условиях электроны и позитроны "сами выбирают свою" циркулярно поляризованную составляющую, в поле которой осуществляется авторезонанс, и частицы набирают значительную энергию. Этот механизм может иметь место, например, в магнитосфере пульсара, которая представляет собой замагниченную электронно-позитронную плазму [80].

Наряду с регулярным механизмом авторезонанса обсуждался также механизм стохастического авторезонансного ускорения заряженных частиц [81, 82]. В этих условиях может происходить значительное увеличение средней кинетической энергии частиц.

В связи с активными экспериментами в Космосе возникают новые задачи о распространении мощных электромагнитных импульсов в плазме вдоль сильного

магнитного поля [83, 84]. В работе [84] было показано, что в авторезонансном режиме такие импульсы являются продольно-поперечными и имеют вид солитонов со "встроенным" ленгмюровским колебанием.

Список литературы

1. Коломенский А А, Лебедев А Н *ДАН СССР* **145** 1251 (1962); *ЖЭТФ* **44** 261 (1963)
2. Давыдовский В Я *ЖЭТФ* **43** 886 (1962)
3. Roberts C S, Buchsbaum S J *Phys. Rev.* **135** 381 (1964)
4. Lutomirski R F, Sudan R N *Phys. Rev.* **147** 156 (1966)
5. Woolley M L *Plasma Phys.* **12** 779 (1970); **13** 1141 (1971)
6. Буц В А и др. *Физ. плазмы* **20** 794 (1994)
7. Sloan M L, Drummond W E *Phys. Rev. Lett.* **31** 1234 (1973)
8. Гапанович В Г, Коломенский А А *Изв. вузов. Физика* **22** (10) 59 (1979)
9. Файнберг Я Б *Физ. плазмы* **13** 607 (1987)
10. Казанский Л Н, Кислицев А В, Лебедев А Н *Атомная энергия* **30** 27 (1971)
11. Воронин В С, Коломенский А А, Лебедев А Н *Труды ФИАН* **69** 95 (1973)
12. Братман В Л и др., в кн. *Релятивистская высокочастотная электроника* (Под ред. А В Гапонова) (Горький: ИПФ, 1979) с. 157
13. Bratman V L et al. *Int. J. Electronics* **51** 541 (1981)
14. Братман В Л, Денисов Г Г, Офицеров М М, в кн. *Релятивистская высокочастотная электроника* (Под ред. А В Гапонова) (Горький: ИПФ, 1983) с.127
15. Fliflet A W *Int. J. Electronics* **61** 1049 (1986)
16. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Теория поля* (М.: Наука, 1973)
17. Файнберг Я Б, Курилко В И *ЖТФ* **29** 939 (1959)
18. Schram D C *Physica* **37** 617 (1967)
19. Orefice A *Nuovo Cimento B* **63** 638 (1969)
20. Милантьев В П *Изв. вузов. Физика* **20** (8) 63 (1977); **25** (4) 10 (1982)
21. Гилинский И А *ДАН СССР* **134** 1055 (1960)
22. Гилинский И А, Рязанцев К А *Изв. вузов. Радиофизика* **7** 838 (1964)
23. Боголюбов Н Н, Митропольский Ю А *Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний* (М.: Наука, 1974)
24. Морозов А И, Соловьев Л С, в сб. *Вопросы теории плазмы* Вып. 2 (Под ред. М А Леонтовича) (М.: Госатомиздат, 1963) с. 177
25. Jory H R, Trivelpiece A W *J. Appl. Phys.* **39** 3053 (1968)
26. Андреев Ю А, Давыдовский В Я *ЖТФ* **45** 3 (1975)
27. Воробьев А А и др. *Атомная энергия* **22** 3 (1967)
28. Ишков А П *Изв. вузов. Физика* (2) 136 (1970)
29. McDermott D B, Furuno D S, Luhmann N C (Jr) *J. Appl. Phys.* **58** 4501 (1985)
30. Shpitalnik R et al. *J. Appl. Phys.* **70** 1101 (1991)
31. Протасевич Е Т *ЖТФ* **65** 133 (1995)
32. Панасюк В С, Хромченко В Б *ЖТФ* **55** 747 (1985)
33. Andreev V V, Umnov A M *Physica Scripta* **43** 490 (1991); in *Strong Microwaves in Plasmas* Vol. 1 (Ed. A G Litvak) (Nizhni Novgorod: IAP, 1994) p. 376
34. Colson W B, Ride S K *Appl. Phys.* **20** 61 (1979)
35. Sprangle P, Vlahos L, Tang C M *IEEE Trans. Nucl. Sci.* **30** 3177 (1983)
36. Loeb A, Friedland L *Phys. Rev. A* **33** 1828 (1986)
37. Loeb A, Friedland L *Phys. Lett. A* **129** 329 (1988)
38. Loeb A, Eliezer S *Phys. Rev. Lett.* **56** 2252 (1986)
39. Ботвинник И Е и др. *Письма в ЖЭТФ* **35** 418 (1982); Ботвинник И Е и др. *Письма в ЖТФ* **8** 1386 (1982)
40. Di Rienzo A C et al. *Phys. Fluids B* **3** 1755 (1991); Alberti S et al. *Phys. Rev. Lett.* **71** 2018 (1993); Bratman V L, Denisov G G *Int. J. Electronics* **72** 969 (1992); Pendergast K D et al. *Int. J. Electronics* **72** 983 (1992)
41. Киценко А Б, Панкратов И М, Степанов К Н *ЖТФ* **45** 912 (1975)
42. Милантьев В П *ЖЭТФ* **85** 132 (1983)
43. Карпман В И, Лундин Б Ф *Физ. плазмы* **5** 486 (1979)
44. Киценко А Б *Физ. плазмы* **9** 800 (1983)
45. Милантьев В П *ЖТФ* **66** 134 (1996)
46. Милантьев В П *Письма в ЖТФ* **21** 1 (1995)
47. Давыдовский В Я, Уколов А С *Изв. вузов. Физика* (11) 79 (1974)
48. Воронин В С, Коломенский А А *ЖЭТФ* **47** 1528 (1964)
49. Красовицкий В Б, Курилко В И *Изв. вузов. Радиофизика* **7** 1193 (1964)
50. Милантьев В П *Изв. вузов. Радиофизика* **39** 458 (1996)
51. Андреев Ю А и др. *ЖТФ* **62** 138 (1992)
52. Бонч-Осмоловский А Г *ЖТФ* **35** 1757 (1965)
53. Гилинский И А *Изв. вузов. Радиофизика* **9** 407 (1966)
54. Милантьев В П *ЖТФ* **47** 2026 (1977)
55. Коломенский А А, Лебедев А Н *Тр. междунар. конф. по ускорителям* (М.: Атомиздат, 1964) с. 1030
56. Воронин В С, Кононов В К *ЖТФ* **40** 160 (1970)
57. Диденко А Н, Кононов В К *Атомная энергия* **30** 50 (1971)
58. Милантьев В П, Мирошников А Г *ЖТФ* **53** 3 (1983)
59. Chen C *Phys. Fluids B* **3** 2933 (1991)
60. Friedland L *Phys. Plasmas* **1** 421 (1994); Нейштадт А И, Тимофеев А В *ЖЭТФ* **93** 1706 (1987)
61. Коломенский А А, Лебедев А Н *ЖЭТФ* **50** 1101 (1966)
62. Motz H *Contemp. Phys.* **20** 547 (1979)
63. Варфоломеев А А, Лачин Ю Ю *ЖТФ* **56** 2122 (1986)
64. *Laser Handbook* Vol. 6 (Eds W Colson, C Pellegrini, A Renieri) (Amsterdam: North Holland, 1990)
65. Schram D C, Beukema G P *Physica* **42** 277 (1969)
66. Андреев Ю А и др. *Изв. вузов. Физика* **23** (11) 96 (1980)
67. Курин А Ф *Радиотехника и электроника* **28** 1148 (1983)
68. Карнилович С П, Милантьев В П *ЖЭТФ* **95** 537 (1989)
69. Киценко А Б *Письма в ЖЭТФ* **35** 504 (1982)
70. Милантьев В П *ЖТФ* **64** 166 (1994)
71. Милантьев В П, Савельев О А *Вестник РУДН. Сер. Физика* **3** (1) 196 (1995)
72. Красовицкий В Б *Атомная энергия* **28** 434 (1970)
73. Блиох Ю П, Любарский М Г, Онищенко И Н *Физ. плазмы* **6** 114 (1980)
74. Красовицкий В Б, Раздорский В Г *ЖТФ* **54** 700 (1984)
75. Красовицкий В Б *ЖЭТФ* **57** 1760 (1969)
76. Ginzburg N S, Tokman M D *Opt. Commun.* **43** 137 (1982)
77. Гинзбург Н С, Новожилова Ю В *ЖТФ* **63** 110 (1993)
78. Nath O, Singh R N *Int. J. Electronics* **31** 249 (1971); *Plasma Phys.* **13** 1027 (1971)
79. Loeb A, Friedland L, Eliezer S *Phys. Rev. A* **35** 1692 (1987); *IEEE Trans. Plasma Sci.* **15** 238 (1987)
80. Бескин В С, Гуревич А В, Истомин Я Н *УФН* **150** 257 (1979)
81. Давыдовский В Я *ЖЭТФ* **54** 1264 (1968)
82. Davidovsky V Ya *Phys. Lett. A* **147** 226 (1990)
83. Friedland L *Phys. Plasmas* **2** 1393 (1995)
84. Красовицкий В Б, Прудских В В *Физ. плазмы* **20** 564 (1994)

Cyclotron autoresonance and its applications

V.P. Milant'ev

Peoples' Friendship University of Russia,
ul. Miklukho-Maklaya 6, 117198 Moscow, Russia
Tel. (7-095) 955-08 13. Fax (7-095) 952-07 45
E-mail: milantiev@udn.msk.su

The physical mechanism and general properties of the motion of relativistic charged particles in the cyclotron autoresonance regime are discussed. The motion of particles out of the autoresonance is analyzed. Various methods of maintaining the regime are discussed. Applications of the autoresonance are considered.

PACS number: 29.20.Hm

Bibliography — 84 references

Received 13 May 1996, revised 2 October 1996