

ОБОЗРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

Неравновесный газ: проблемы устойчивости

А.И. Осипов, А.В. Уваров

Рассматривается проблема устойчивости плоского слоя неравновесного газа, неравновесное состояние которого поддерживается накачкой в колебательные степени свободы молекул и теплоотводом через стенки. Обсуждаются два подхода к анализу устойчивости газа, основанные на анализе эволюции малых гидродинамических возмущений и на теории теплового взрыва. Подробно проанализированы обобщения задачи Релея–Бенара о конвективной неустойчивости и задачи Семенова–Франк–Каменецкого о тепловом взрыве на случай неравновесного газа. Перечислены некоторые нерешенные задачи физической гидродинамики неравновесного газа.

PACS numbers: 47.20.-k, 51.90.+g

Содержание

1. Введение (639).
 2. Гидродинамическая неустойчивость (640).
 - 2.1. Малые возмущения в равновесном газе. 2.2. Акустические и тепловые возмущения в неравновесном газе. 2.3. Конвективная неустойчивость.
 3. Теория теплового взрыва (644).
 - 3.1. Классические теории теплового взрыва. 3.2. Тепловой взрыв в неравновесном газе.
 4. Заключение (650).
- Список литературы (650).

1. Введение

Гидродинамика как наука о движении жидкости имеет дело с огромным многообразием структур. Практически любое гидродинамическое состояние при изменении внешних условий испытывает структурные превращения. Достаточно упомянуть переход ламинарного течения в турбулентное, возникновение конвекции, тепловой взрыв и т.п. Число приведенных примеров можно легко увеличить. Отметим, что смена режимов носит пороговый характер и происходит при вполне определенных значениях безразмерных параметров, например, чисел Рейнольдса, Релея и т.д. С точки зрения теории фазовых переходов эти параметры являются управляющими, а сама структурная перестройка носит характер неравновесного фазового перехода второго рода.

При изучении проблемы устойчивости возникают две группы вопросов: 1) при каких условиях и как возникает

неустойчивость, 2) какова структура нового устойчивого состояния, пришедшего на смену потерявшему устойчивость старому состоянию. В настоящей работе предполагается обсудить только первую группу вопросов, обращая основное внимание на проблему устойчивости неравновесного газа.

Неравновесный газ отличается от равновесного наличием дополнительных "степеней свободы", связанных с возможностью варьировать неравновесный запас энергии по отдельным степеням свободы. Появление неравновесного запаса энергии открывает новый канал энергообмена, в первую очередь, между поступательными и внутренними степенями свободы, который может угнетать или усиливать механизм возникновения неустойчивости. В связи с этим критические значения параметров, при которых происходит потеря устойчивости, перестают носить "абсолютный" характер и начинают зависеть от скорости релаксационных процессов и от запаса энергии на отдельных степенях свободы, т.е., по существу, от мощности источника, вызывающего неравновесное распределение энергии внутри системы. Задачи такого рода стали представлять интерес лишь в последние годы, когда физики начали работать с большими объемами неравновесного газа, каковыми являются активные среды газовых лазеров, разрядная плазма, химически реагирующие газы и т.д.

Заметим, что неравновесный газ встречается и в естественных условиях. Например, верхние слои атмосферы Земли и других планет, межзвездный газ и т.д.

Сделаем одно замечание. При анализе устойчивости в классической равновесной гидродинамике мы, по существу, также имеем дело с неравновесным газом. Действительно, появление в системе градиентов термодинамических величин (а именно они существенным образом влияют на неустойчивость) автоматически искажает максвелл-больцмановское распределение. Газ становится неравновесным. Однако эта неравновесность мала (функция распределения по скоростям мало отличается от равновесной). Она оказывается существенной лишь при

А.И. Осипов, А.В. Уваров, Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, физический факультет
119899 Москва, Воробьевы горы
Тел. (095) 939-27-41
E-mail: osipov@mol330phys.msu.ru

Статья поступила 23 января 1996 г.

расчете коэффициентов переноса, а сама по себе не играет заметной роли в задачах устойчивости. Для простоты такой слабонервновесный газ в дальнейшем, как это принято, будет называться равновесным.

Впервые вопрос об устойчивости газовых состояний возник в конце XIX в. при анализе, на первый взгляд, совершенно различных явлений: турбулентности и теплового взрыва. В настоящее время стало ясно, что и в том, и в другом случае речь идет о потере устойчивости.

Отметим принципиальную разницу между классической гидродинамической неустойчивостью и тепловым взрывом. В классической гидродинамике анализ устойчивости проводился для равновесных сред, в теории же теплового взрыва анализируется химически неравновесный газ [1, 2]. Химическая неравновесность по формальным признакам во многом аналогична неравновесности по внутренним степеням свободы (например, процесс дезактивации колебательно-возбужденных молекул можно рассматривать как экзотермическую реакцию). В связи с этим теория теплового взрыва в неравновесном газе развивается под сильным влиянием существующей теории теплового взрыва в химически реагирующих средах. Иное положение в теории гидродинамической устойчивости неравновесного газа необходимо принимать во внимание новый канал усиления возмущений, связанный с переходом избыточной энергии внутренних степеней свободы молекул в энергию гидродинамических возмущений.

План обзора таков. В разделе 2 обсуждается гидродинамическая устойчивость газа, т.е. устойчивость по отношению к малым возмущениям как в равновесном случае, так и для газа, неравновесное состояние которого поддерживается внешней накачкой энергии и теплоотводом через границу. В разделе 3 рассматривается классическая теория теплового взрыва в химически реагирующих средах и теория теплового взрыва в колебательно-неравновесном газе.

Следует подчеркнуть, что анализ устойчивости проводится, в первую очередь, на основе упрощенных моделей, позволяющих проанализировать физические механизмы неустойчивости и выявить области параметров среды и диапазон волновых векторов возмущений, которые первыми начинают усиливаться в системе.

2. Гидродинамическая неустойчивость

В данном разделе анализируется подход к проблеме устойчивости, связанный с анализом малых возмущений в линейном приближении. Следует отметить, что все задачи о потере устойчивости в равновесном газе (например, неустойчивости при различных типах течений [3]) могут быть сформулированы и для неравновесного газа, однако в последнем случае большинство таких задач не решено. В связи с этим из равновесных задач гидродинамической устойчивости рассмотрена только одна, связанная с конвективной устойчивостью плоского слоя газа, которая допускает сравнительно простое обобщение на неравновесный случай.

2.1. Малые возмущения в равновесном газе

Теоретическое изучение перехода ламинарного течения в турбулентное, начатое еще в конце XIX в., утвердило в гидродинамике метод исследования потери устойчиво-

сти, основанный на анализе временного поведения малых гидродинамических возмущений. Математическое исследование устойчивости стационарных состояний осуществляется путем линеаризации исходных уравнений по отношению к малым возмущениям. Полученная при этом однородная система линейных дифференциальных уравнений с не зависящими от времени коэффициентами имеет решение типа $\exp(-i\omega t)$. Если среди найденных $\omega = \omega_0 + i\omega_1$ существуют такие, для которых $\omega_1 > 0$, то состояние будет неустойчивым. Такой подход в большинстве случаев приводит к правильным результатам. Однако следует иметь в виду, что он справедлив только в первом порядке теории возмущений. Картина может измениться, если учитывать следующие приближения. Кроме того, в движущейся бесконечной среде возмущения, даже если они возрастают, могут уноситься, а в ограниченной среде следует учитывать отражение от стенок. В линейном приближении произвольное возмущение можно представить в виде суммы отдельных возмущений, каждое из которых удовлетворяет своей системе уравнений. Это так называемое модовое представление, аналогичное представлению малых колебаний в механических системах со многими степенями свободы в виде суперпозиции нормальных колебаний. В модовом представлении задача определения устойчивости сводится к выяснению временной эволюции возмущений каждой моды. Система может быть устойчива по отношению к возмущениям одной моды и неустойчива по отношению к возмущениям другой моды.

В трехмерном случае в равновесном газе можно выделить три моды возмущений: тепловая (энтропийная) мода, звуковая мода и мода, связанная с генерацией и переносом завихренности ($\text{rot } v$) [4]. В неравновесной гидродинамике, по мере увеличения учитываемых кинетических процессов (дополнительных кинетических уравнений) будет, соответственно, возрастать и число мод возмущений. Подчеркнем еще раз, что модовое представление возмущений возможно только в линейном приближении.

Удачным примером успешного применения методики малых гидродинамических возмущений является задача Релея–Бенара о конвективной устойчивости жидкости. Она представляет и самостоятельный интерес, поскольку моделирует большой класс самоорганизующихся систем и допускает сравнительно простое обобщение на случай неравновесного газа.

Возникновение конвективной неустойчивости соответствует неустойчивости по отношению к малым тепловым возмущениям, которые в присутствии силы тяжести преобразуются в конвективные. Действительно, из-за наличия в уравнении движения члена, связанного с силой тяжести, в тепловой моде появляется движение. Подробно вопрос о конвективной устойчивости будет рассмотрен в разделе 2.3.

2.2. Акустические и тепловые возмущения в неравновесном газе

В связи с развитием физики газовых лазеров и физики разрядов начиная с середины 60-х годов стал исследоваться вопрос об усилении акустических возмущений [5, 6]. Механизм этого усиления связан с тем, что в акустической волне с изменением температуры меняется и поток энергии из внутренних степеней свободы в поступатель-

ные. Именно этот поток и приводит к усилению волны. Следует, однако, отметить, что длительное время рассматривался только однородный случай. Подробный обзор этих работ приведен в [7]. Однако при исследовании устойчивости системы анализ однородной среды является, по крайней мере, недостаточным. Должна учитываться обратная связь, связанная с конечными размерами системы. Это приводит к необходимости явного рассмотрения граничных условий, причем не только для скоростей и поступательной температуры, но и для внутренней энергии. Существует и другое важное обстоятельство, связанное с тем, что стационарная неравновесная среда принципиально является неоднородной, поскольку теплоотвод из системы осуществляется за счет механизма теплопроводности, т.е. зависит от градиента поступательной температуры и градиента колебательной энергии (колебательной температуры). Причем, чем больше неравновесность, тем больше и неоднородность. Необходимость учета неоднородности отмечалась многими авторами, но работы с учетом этого фактора стали появляться только в самое последнее время [8]. Все сказанное касалось акустических возмущений. Однако оно в полной мере относится и к тепловым модам. В ряде работ (см., например, [9]) было проанализировано поведение тепловых возмущений в однородной системе. Неоднородный случай был рассмотрен в [10] для простейших моделей.

При решении задачи об устойчивости неравновесного газа относительно малых возмущений простейшей моделью с точки зрения геометрии задачи является плоский слой с теплоотводом через стенки. В этом случае основные параметры зависят только от одной декартовой координаты (обозначим ее z). Как уже отмечалось выше, накачка энергии во внутренние степени свободы может осуществляться по весьма сложной кинетической схеме, что значительно увеличивает количество уравнений, кинетические коэффициенты в которых, как правило, неизвестны. Для выяснения общих закономерностей как в однородном, так и в неоднородном случаях в дальнейшем будет рассматриваться колебательно-неравновесный газ и использованы две модели. В одной из них мощность накачки энергии в колебательные степени свободы I считается постоянной. Эта модель простейшим образом учитывает накачку энергии. В другом приближении колебательная энергия единицы массы ε считается постоянной величиной. В [11] обоснование этого приближения для разряда строится на том, что "интенсивное возбуждение колебаний электронами успевает поддерживать стационарное значение T_v " (T_v — колебательная температура). В действительности, если сравнивать характерные времена в разряде [12], то передача энергии от электронов в колебательные степени свободы происходит достаточно быстро и температура T_v для достаточно больших гидродинамических времен будет равна электронной температуре, которая пропорциональна величине E/ρ , где E — напряженность электрического поля, ρ — плотность газа, но совершенно неочевидно, что эта величина является постоянной при наличии возмущения. В более общем случае (без привязки к разряду) условие $\varepsilon = \text{const}$ означает, что при вариации релаксационного члена (например, в виде $(\varepsilon - \varepsilon_{\text{eq}})/\tau$, где $\varepsilon_{\text{eq}}(T)$ — равновесное значение ε для данной поступательной температуры T , τ — время колебательной релаксации) член, включающий в себя ε' ,

должен быть много меньше остальных слагаемых:

$$\left| -\frac{\varepsilon - \varepsilon_{\text{eq}}}{\tau^2} \frac{dT}{dT} T' - \frac{c_v(T) T'}{\tau} \right| \gg \frac{c_v(T_v) T'_v}{\tau}, \quad (1)$$

где c_v — теплоемкость колебательных степеней свободы (при выводе (1) предполагалось, что τ зависит в основном от T). Применительно к разряду в случае, если первый член в левой части (1) много больше второго, неравенство (1) упрощается:

$$\frac{\varepsilon - \varepsilon_{\text{eq}}}{\tau} q \frac{T'}{T} \gg \frac{c_v(T_v) T'_v}{\tau} \left(\frac{E'}{E} - \frac{\rho'}{\rho} \right),$$

где $q = -d \ln \tau / d \ln T > 0$. Если же разряд стабилизируется по току, величина в скобках в правой части оказывается малой из-за сильной зависимости константы ионизации от электронной температуры [13] и условие (1) выполняется.

Разумеется, оба рассмотренных приближения упрощают реальную ситуацию, но они позволяют понять особенности рассматриваемых явлений. Следует отметить, что физическое содержание моделей различно. При $I = \text{const}$ меняется величина T_v и существенную роль играет колебательная теплопроводность. При $\varepsilon = \text{const}$ релаксационное уравнение исчезает и величина ε является параметром задачи, поэтому сравнение результатов, полученных для двух моделей, позволяет оценить влияние источника накачки на те или иные свойства системы.

В работе [8] устойчивость по отношению к акустическим возмущениям неоднородного колебательно-неравновесного газа исследовалась для плоского слоя, на границах которого при $z = \pm L$ (L — полуширина слоя) поддерживается постоянной поступательная температура $T = T_{\text{ст}}$. Рассматривается система уравнений релаксационной гидродинамики, включающая в себя уравнения непрерывности, движения и релаксации:

$$\begin{aligned} \frac{d\rho}{dt} + \rho \operatorname{div} \mathbf{v} &= 0, \\ \rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} + \operatorname{grad} p - \eta \Delta \mathbf{v} - \frac{\eta}{3} \operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{v} &= 0, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{dT}{dt} - \frac{T}{p} \operatorname{div} (\lambda_T \nabla T) - \frac{T}{p} \frac{dp}{dt} - \frac{m}{k_B} \frac{\varepsilon - \varepsilon_{\text{eq}}}{\tau} &= \\ = \frac{\eta}{2} \sum_{i,k} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_k} + \frac{\partial v_k}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ik} \operatorname{div} \mathbf{v} \right)^2, \end{aligned}$$

$$\frac{d\varepsilon}{dt} - \frac{1}{\rho} \operatorname{div} (\lambda_v \nabla T_v) = I - \frac{\varepsilon - \varepsilon_{\text{eq}}}{\tau},$$

где \mathbf{v} , T , p — скорость, температура и давление газа, m — масса молекулы, k_B — постоянная Больцмана, γ — показатель адиабаты без учета колебательных степеней свободы, η , λ_T и λ_v — коэффициенты вязкости, поступательно-вращательной и колебательной теплопроводности. Если линеаризовать систему (2) и ввести обозначение

$$d'(x, y, z, t) = \tilde{a}(z) \exp(i\omega t - ik_x x - ik_y y), \quad (3)$$

где d' — возмущение, то для звуковой моды получим уравнение относительно \tilde{v}_z :

$$\frac{d^2 \tilde{v}_z}{dz^2} + A(z) \frac{d\tilde{v}_z}{dz} + B(z) \tilde{v}_z = 0, \quad (4)$$

где $A(z)$ и $B(z)$ определяются стационарным распределением невозмущенных параметров. В случае твердых стенок

$$\tilde{v}_z(z = \pm L) = 0. \quad (5)$$

Следует отметить, что для определения невозмущенных параметров необходимо поставить граничные условия и для T_v . Эти условия зависят от скорости гетерогенной релаксации на поверхности стенок, причем все возможные варианты ограничены двумя предельными случаями, определяемыми соотношениями скорости подвода энергии и скорости релаксации. Если релаксация на поверхности происходит достаточно быстро, то

$$T_v(z = \pm L) = T_{ст}. \quad (6)$$

Если же скорость релаксации на поверхности мала, то можно считать, что поток колебательной энергии через границу равен нулю и

$$\frac{dT_v}{dz}(z = \pm L) = 0. \quad (7)$$

Результаты расчета для модели $I = \text{const}$ показывают, что коэффициент усиления, т.е. значение ω_1 в выражении $\omega = \omega_0 + i\omega_1$ определяется двумя факторами, каждый из которых вносит свой аддитивный вклад. Первый фактор такой же, как в однородном случае (эффект неравновесности и диссипативные эффекты вязкости и теплопроводности). Единственная разница состоит в интегрировании соответствующего выражения для однородного случая по всей ширине слоя. Второй фактор новый, он связан с влиянием градиентов термодинамических параметров. На рисунке 1 представлены нейтральные кривые ($\omega_1 = 0$) в плоскости "безразмерная интенсивность накачки Y — безразмерное обратное время колебательной релаксации ξ " ($Y = Iq\rho L^2/2\lambda_T T_{ст}$, $\xi = k_B\rho L^2/m\lambda_T\tau_{ст}$, все величины здесь определяются при $z = \pm L$).

Расчеты на рисунке 1 выполнены для граничных условий (7). Отметим, что условие быстрой гетероген-

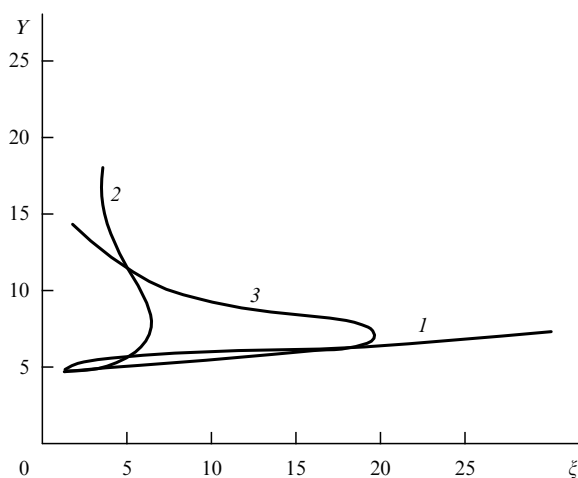


Рис. 1. Нейтральные кривые ($\omega_1 = 0$): 1 — приближение однородного газа; 2 — критическая кривая, при расчете которой не учитывались градиентные добавки; 3 — критическая кривая с учетом градиентных добавок.

ной релаксации (6) не дает принципиально нового результата, а только несколько сдвигает критические кривые.

Расчет для модели $\varepsilon = \text{const}$ показывает, что область неустойчивости отсутствует, т.е. способ накачки энергии существенным образом влияет на результат. Основной результат, следующий из рис. 1, состоит в том, что учет пространственной неоднородности значительно сужает область неустойчивых режимов в неравновесном газе.

Анализ тепловой неустойчивости плоского слоя неравновесного газа был проведен в [10]. Было показано, что для случая $\omega = 0$, что соответствует тепловой моде в критическом режиме, тепловые возмущения не приводят к возникновению гидродинамического движения (уравнения для возмущений скорости и давления отделяются от уравнений энергии и релаксации и имеют только нулевые решения). В [10] показано, что неустойчивые режимы возможны для модели $\varepsilon = \text{const}$ при единственном возможном граничном условии (7), для модели $I = \text{const}$ неустойчивость возникает только для граничных условий (6). Подробный анализ результатов [10] дан в следующем разделе.

2.3. Конвективная неустойчивость

В простейшем случае задача Релея–Бенара о конвективной неустойчивости выглядит следующим образом. Исследуется устойчивость горизонтального слоя жидкости, заключенного между двумя параллельными твердыми поверхностями и находящегося в поле сил тяжести. Температура нижней поверхности T_1 выше температуры верхней поверхности T_2 . Задача о конвективной неустойчивости основана на решении уравнений неразрывности, движения и энергии и обычно рассматривается в приближении несжимаемой жидкости. Температурные изменения плотности учитываются только в члене, описывающем воздействие силы тяжести (приближение Буссинеска). В этом приближении уравнения для возмущений имеют вид [14]

$$\begin{aligned} \text{div } \mathbf{v}' &= 0, \\ \rho \frac{\partial \mathbf{v}'}{\partial t} &= -\text{grad } p' + \eta \Delta \mathbf{v}' - \beta T' \mathbf{e} \rho g, \end{aligned} \quad (8)$$

$$\mathbf{v}' \text{ grad } T + \frac{\partial T'}{\partial t} = \chi \Delta T'.$$

Здесь

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p; \quad \chi = \frac{\lambda_T}{c_p \rho},$$

c_p — удельная теплоемкость при постоянном давлении, g — ускорение свободного падения, \mathbf{e} — вектор, направленный вертикально вниз по оси z перпендикулярно ограничивающим систему плоскостям.

Если считать, что все невозмущенные переменные не зависят от времени и от координат x и y , то можно искать решение системы (8) в виде (3). В этом случае для \tilde{v}_z

$$(D^2 - k^2)^3 \tilde{v}_z = -\text{Ra} \frac{k^2 \tilde{v}_z}{(2L)^4}, \quad (9)$$

где $D = d/dz$, L — полуширина слоя, $k^2 = k_x^2 + k_y^2$, $\text{Ra} = -\rho g \beta (2L)^3 \Delta T / (\eta \lambda)$ — число Релея, ΔT — разность

температур на границах. Граничные условия при $z = \pm L$ можно записать в виде

$$\tilde{v}_z = 0; \quad D\tilde{v}_z = 0; \quad (D^2 - k^2)^2 \tilde{v}_z = 0. \quad (10)$$

Аналогичные уравнения можно записать и для $\tilde{T}_z(z)$.

Таким образом, задача свелась к проблеме собственных значений для Ra: при фиксированном значении k^2 ненулевое решение для \tilde{v}_z , удовлетворяющее граничным условиям (10), получается лишь при некоторых частных значениях числа Ra. Наименьшее значение $(Ra)_{кр} = 1708$ при $k = 3, 12(2L)^{-1}$.

Отметим, что приведенный вывод критического числа Релея основан на приближении Буссинеска. Приближение Буссинеска определяется, в первую очередь, не свойствами среды, а теми процессами, которые в этой среде рассматриваются. Например, звуковые волны не описываются этим приближением ни в газах, ни в жидкостях, поскольку как бы ни мала была сжимаемость, ею нельзя пренебречь. Иными словами, малость коэффициентов, которые определяются свойствами среды, еще не гарантирует малости соответствующих членов, которые определяются рассматриваемым процессом. Это можно наглядно продемонстрировать при исследовании границ применимости приближения Буссинеска в газах и жидкостях для тепловой моды в режиме, близком к критическому. По сравнению с широко известными работами [15, 16], где рассматривалась применимость приближения в широком диапазоне параметров, такая привязка позволяет не делать дополнительных предположений о значениях величин (помимо, разумеется, того факта, что режим близок к критическому) и получить простые критерии для ширины слоя. Условие применимости приближения Буссинеска фактически сведется к определению условий, при которых общая система уравнений для возмущений в неподвижной среде

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho'}{\partial t} + \rho \operatorname{div} \mathbf{v}' + \mathbf{v}' \operatorname{grad} \rho &= 0, \\ \rho \frac{\partial v'_i}{\partial t} &= -\frac{\partial p'}{\partial x_i} + \sum_k \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\eta \left(\frac{\partial v'_j}{\partial x_k} + \frac{\partial v'_k}{\partial x_j} - \frac{2}{3} \delta_{ik} \operatorname{div} \mathbf{v}' \right) \right] + \\ &+ \rho' g e_i, \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} c_p \rho \mathbf{v}' \operatorname{grad} T + c_p \rho \frac{\partial T'}{\partial t} + \rho T \left(\frac{\partial S}{\partial p} \right)_T \left(\frac{\partial p'}{\partial t} + \mathbf{v}' \operatorname{grad} p \right) &= \\ = \operatorname{div} (\lambda'_T \nabla T + \lambda_T \nabla T'), \end{aligned}$$

где S — удельная энтропия, сведется к системе уравнений (8).

Такое сведение системы удается осуществить для тепловой моды ($\omega = 0$) при выполнении следующих неравенств:

$$\begin{aligned} \rho' \operatorname{div} \mathbf{v} \gg \mathbf{v}' \operatorname{grad} \rho; \quad \Delta \mathbf{v}' \gg \operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{v}'; \\ \left| \left(\frac{\partial S}{\partial p} \right)_T \rho T \operatorname{grad} p \right| \ll |c_p \rho \operatorname{grad} T|. \end{aligned} \quad (12)$$

Считается также, что $\Delta \rho_{\max} / \rho_{\min} \ll 1$, где $\Delta \rho_{\max}$ — максимальная разность плотностей в рассматриваемом объеме, ρ_{\min} — минимальное значение плотности. Эти

неравенства можно представить в виде

$$\frac{(Ra)_{кр}}{A_2} \ll 1, \quad (k_T p) A_1 \ll 1, \quad (\beta T)^2 \frac{A_1 A_2}{A_3} \ll (Ra)_{кр}. \quad (13)$$

В (13) $k_T = (1/\rho)(\partial \rho / \partial p)_T$ — коэффициент изотермической сжимаемости, $(Ra)_{кр} = 1708$; $A_1 = \rho g(2L)/p$; $A_2 = \rho g(2L)^3 / (\chi \eta)$; $A_3 = c_p \rho T / p$; $\chi = \lambda_T / (c_p \rho)$. Неравенства (13) ограничивают область применимости приближения Буссинеска, в основном, по величине $2L$. В жидкостях — это диапазон $10^{-4} - 0,2$ м, а в газах — $10^{-3} - 0,2$ м. Нижний предел менее критичен к параметрам системы, чем верхний, который определяется, в основном, последним неравенством из (13). Оценки для газов приведены для давления 1 атм. С изменением давления нижний предел L изменяется как $p^{-2/3}$, а верхний — как $p^{-1/4}$.

Отметим, что часто используемый критерий применимости приближения Буссинеска (см., например, [17])

$$\left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \theta \gg \left(\frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_T \Delta p_{\max},$$

основанный на предположении, что изменение плотности происходит, в основном, за счет изменения температуры, а не давления, приводит в случае жидкости к неоправданно малым линейным размерам системы, где возможно описание конвективной неустойчивости с помощью приближения Буссинеска.

Подчеркнем еще раз, что приближение Буссинеска накладывает ограничения, в первую очередь, не на свойства среды, а на рассматриваемый процесс. Как уже отмечалось, конвективная мода — это тепловая мода, в которой за счет силы тяжести возникает движение. Именно для этой моды выполняется приближение Буссинеска, а акустические моды в приближении Буссинеска просто отсутствуют.

Задача Релея–Бенара допускает сравнительно простое обобщение на случай неравновесного газа. В [18] рассматривалась конвективная неустойчивость плоского слоя колебательно-неравновесного газа для модели $\varepsilon = \text{const}$. Эта задача отличается от равновесного случая, рассмотренного выше, во-первых, наличием неравновесного запаса энергии и, во-вторых, немонотонным распределением температуры по оси z .

Система уравнений релаксационной гидродинамики при лабораторных значениях полуширины слоя L сводится к уравнению относительно \tilde{v}_z :

$$(D^2 - a^2 - s_0)(D^2 - a^2)^2 \tilde{v}_z = -(Ra_0 + rz) a^2 \tilde{v}_z, \quad (14)$$

где $a = 2Lk$ (рассматриваются возмущения в форме (3)),

$$r = \left(\frac{dR}{dz} \right)_{z=0}; \quad Ra = -\frac{g\rho(2L)^3}{\chi\eta} \frac{d \ln T}{dz} \equiv -\tilde{Ra} \frac{d \ln T}{dz};$$

$$s(z) = \frac{(2L)^2}{\chi} \left(\frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{m}{k_B} \right) \left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_{\text{eq}}}{\tau^2} \frac{d\tau}{dT} + \frac{c_v}{\tau} \right);$$

$$\delta_1 = T_2 - T_1; \quad Ra_0 = -\tilde{Ra} \frac{\delta_1}{T_0}.$$

В уравнении (14) величина z безразмерная и выражается в единицах $2L$. Нижним индексом "0" обозначены значения параметров в центре, при $z = 0$.

Уравнение (14) обобщает соответствующее уравнение (9) на случай неравновесного газа. Появляются новые члены. Первый из них — фактор неравновесности s_0 , учитывающий неравновесный запас колебательной энергии ($\varepsilon - \varepsilon_{\text{eq}}$) и температурную зависимость времени релаксации. Второй член $Ra_0 + rz$ определяется немонотонным распределением параметров по ширине слоя.

Из уравнения (14) видно, что вместо одного критического числа Релея, равного 1708 в равновесном случае, в неравновесном газе появляется поверхность критических $Ra_0(s_0, r)$, отделяющая неустойчивые режимы от устойчивых ($s_0 = (\delta_2 T q + (2L)^2 c_v / (\chi \tau))_0$; $r = (\tilde{Ra} / T_0)(\delta_2 + \delta_1^2 / T_0)$; $\delta_2 = (\varepsilon - \varepsilon_{\text{eq}} / \chi \tau)(2L)^2$; значения δ_1 и δ_2 соответствуют аппроксимации профиля температур квадратичной зависимостью $T = T_0 + \delta_1 z - \delta_2 z^2 / 2$). Критическая поверхность $Ra_0(s_0, r)$ представлена на рис. 2. Область неустойчивости лежит выше этой поверхности. Из рисунка 2 видно, что при $s_0 < 0$ и $r > 0$ значение $(Ra_0)_{\text{кр}}$ уменьшается. Таким образом, неравновесность разворачивает критическое значение $Ra = 1708$ в поверхность критических чисел Ra , причем даже при $T_1 = T_2$ возможно усиление конвективных возмущений.

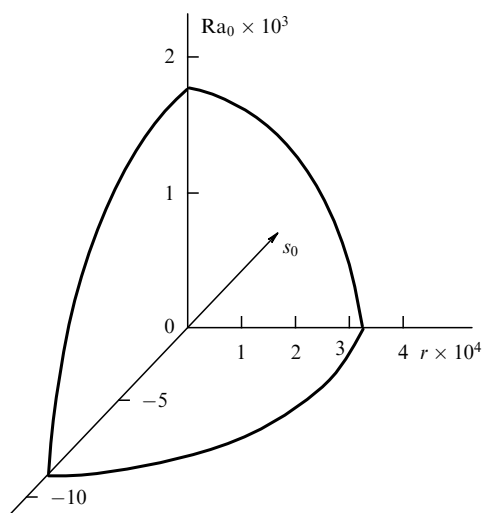


Рис. 2. Поверхность критических чисел $Ra_0(s_0, r)$.

3. Теория теплового взрыва

3.1. Классические теории теплового взрыва

Впервые вопрос о тепловом взрыве возник в конце XIX в. Явление теплового взрыва состоит в резком повышении температуры и давления в замкнутом объеме в условиях, когда выделяемое при экзотермических реакциях тепло не успевает отводиться за счет теплообмена с окружающей средой. Это явление обсуждалось еще Вант-Гоффом, однако детальная количественная теория теплового взрыва была создана лишь к середине XX в., в основном, в работах Семенова и Франк-Каменецкого [1, 2].

Отметим две особенности теории теплового взрыва. В простейшем варианте теории, разработанном Семеновым, рассматривается однородная реакционная смесь,

тепловыделение в которой пропорционально скорости реакции с аррениусовской зависимостью от температуры, т.е. пропорционально $\exp[-E^*/(RT)]$, где E^* — энергия активации. Скорость теплоотвода считается пропорциональной разности температур $\alpha(T - T_{\text{ст}})$, где $T_{\text{ст}}$ — температура окружающей среды, α — коэффициент теплопередачи (в теории Семенова считается, что выравнивание температур внутри системы за счет теплопроводности происходит значительно быстрее, чем теплообмен с окружающей средой, т.е. число Био $Bi = \alpha L / \lambda_T \ll 1$). На рисунке 3 схематически изображена мощность тепловыделения (кривые 1–3) и мощность теплоотвода в окружающую среду (прямая 4), как функции температуры. Если в системе тепловыделение осуществляется по закону 3, а теплообмен — по закону 4, то отвод тепла через стенку не успевает компенсировать выделение тепла в объеме. В этом случае стационарный режим реакции невозможен, возникает тепловой взрыв. Если процесс тепловыделения и теплоотвода соответствует кривой 1 и прямой 4, то возможно существование двух стационарных режимов. Один из этих режимов, соответствующий температуре T_1 , является устойчивым, а второй при T_2 — неустойчивым. В этом можно убедиться непосредственно, если проварьировать температуру и проследить за направлением дальнейшего изменения температуры в процессе эволюции системы. Отметим, что наличие нескольких стационарных режимов не является специфической особенностью теории Семенова. Многообразие стационарных режимов типично для всех задач потери устойчивости. Минимальные значения параметров, при которых возможен тепловой взрыв (условия взрыва), соответствуют линиям 3 и 4 и определяются из условия равенства в точке T скоростей тепловыделения и теплоотвода и их производных.

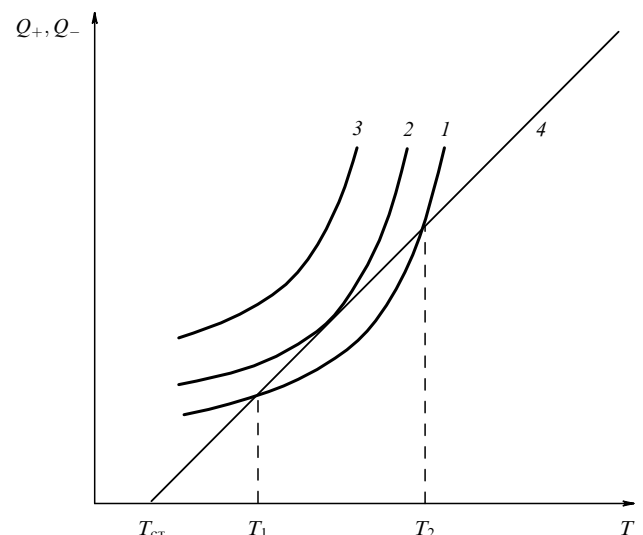


Рис. 3. Зависимость скоростей тепловыделения Q_+ (кривые 1–3) и теплоотвода Q_- (прямая 4) от температуры T .

Вторая особенность теории теплового взрыва состоит в методике аналитического расчета условий взрыва на основе анализа стационарного распределения температуры [2]. Проиллюстрируем эту методику на примере плоского слоя газа, заключенного между двумя

твердыми поверхностями с фиксированными температурами, рассмотренном Франк-Каменецким. Уравнение стационарности в этом случае имеет вид

$$\lambda_T \frac{d^2 T}{dz^2} = -Q(T) \quad (15)$$

с граничными условиями

$$T = T_{\text{ст}} \quad \text{при} \quad z = \pm L, \quad (16)$$

где $2L$ — ширина слоя. Интенсивность объемного источника тепла Франк-Каменецкий выбрал в виде

$$Q = Q_0 \exp(\beta(T - T_{\text{ст}})), \quad (17)$$

который хорошо аппроксимирует аррениусовскую зависимость при малом разогреве ($T - T_{\text{ст}} \ll T_{\text{ст}}$). Анализ уравнений (15) совместно с (16) показывает, что стационарное решение, удовлетворяющее граничным условиям (16), существует только при некоторых значениях входящих в него параметров. В частности, при максимальном значении температуры T_{max} , достигаемом в центре и удовлетворяющем условию $\beta(T_{\text{max}} - T_{\text{ст}}) = 1, 2$, решение (15) – (17) не существует при [2]

$$\beta Q_0 \frac{L^2}{\lambda_T} > 0,88. \quad (18)$$

Исчезновение стационарного решения в теории Франк-Каменецкого отождествляется с тепловым взрывом. Укажем сразу на ограниченность такого подхода. Исчезновение стационарного решения означает, что в исходном уравнении учтены не все процессы. В частности, если объемное энерговыделение связано с химической реакцией, то аппроксимация Q аррениусовской зависимостью или зависимостью (17) справедлива только в начальные моменты времени. В дальнейшем в ходе реакции появляются обратные процессы, которые уменьшают скорость реакции (и энерговыделение) до нуля в предельном случае равновесного состояния (подробнее об этом в следующем разделе).

Обратим внимание на одно важное обстоятельство. Теория теплового взрыва Семенова в одном пункте существенно отличается от теории Франк-Каменецкого. В теории Семенова процесс теплопередачи лимитируется внешним теплоотводом ($Bi = \alpha L / \lambda_T \ll 1$), в теории Франк-Каменецкого — теплопроводностью ($Bi \gg 1$). Тем самым у Франк-Каменецкого в явном виде учтен градиент температуры. Влияние градиента температуры на устойчивость газа можно оценить, если воспользоваться (18). В соответствии с (18) $Q_0 / \lambda_T = \text{const}$, поэтому с уменьшением λ_T , что соответствует увеличению среднего градиента температуры, Q_0 уменьшается. Можно также сравнить критические значения подводимых энергий, при которых происходит тепловой взрыв, в двух предельных случаях: в схеме Семенова $Q_{0S} = \alpha / (\beta L e)$, $Bi \ll 1$ и Франк-Каменецкого $Q_{0F} = 0,88 \lambda_T / (\beta L^2)$, $Bi \gg 1$. В обоих случаях средние температуры при взрыве примерно равны, хотя отношение $Q_{0S} / Q_{0F} \gg 1$. Таким образом, с увеличением среднего градиента температуры предел устойчивости неравновесного газа понижается.

3.2. Тепловой взрыв в неравновесном газе

Теория теплового взрыва, развиваемая с конца 20-х годов нашего столетия, получила новый импульс в 70-х годах в связи с успехами лазерной физики. Работа [19] —

одна из первых, в которой обращено внимание на тепловую неустойчивость неравновесного газа в активных средах газовых лазеров.

Современная теория теплового взрыва развивается по следующим направлениям.

1. Теория не ограничивается рассмотрением подвода тепла только за счет химических реакций. Источниками тепла могут быть лазерная или электронная накачки энергии. Они создают неравновесный запас колебательной энергии, переходящий в дальнейшем на поступательные степени свободы, т.е. в тепло.

2. Задача о тепловом взрыве формулируется на основе зависящего от времени уравнения энергии, учитывающего все основные процессы (например, как прямые, так и обратные реакции). При таком подходе само понятие теплового взрыва исчезает. Вместо этого на отдельных временных интервалах может наблюдаться резкий рост температуры, который может рассматриваться как тепловой взрыв. Такой подход использовался и при изучении химических реакций взрывного типа. Однако в неравновесном газе появляется новый фактор, связанный с колебательной теплопроводностью. При этом меняется механизм теплового взрыва. Если в теории Семенова [1] тепловой взрыв возникает в результате преобладания тепловыделения над теплоотводом, то в неравновесном газе тепловой взрыв может быть связан с перераспределением потоков энергии по поступательным и колебательным степеням свободы.

3. Рассматривается общая постановка задачи об устойчивости системы по отношению к возмущениям всех мод, при этом тепловой взрыв трактуется как проявление неустойчивости только по одной (тепловой) моде. Таким образом, вопрос об устойчивости системы сводится к решению проблемы очередности, т.е. к выяснению вопроса о том, возмущения какой моды раньше всех дестабилизируют систему.

Рассмотрим эти направления на отдельных примерах, поскольку полную теорию теплового взрыва еще предстоит разработать.

Как уже указывалось, одной из первых работ в этой области стала работа Елецкого и Старостина [19]. В ней рассмотрен молекулярный газ в стационарном разряде с охлаждаемыми стенками. Исходной является система стационарных уравнений, описывающая баланс колебательной и поступательной энергии в газе с однородным распределением параметров:

$$Q^* \frac{h\omega}{m} = \frac{\varepsilon - \varepsilon_{\text{eq}}(T)}{\tau} + \frac{\varepsilon - \varepsilon_{\text{eq}}(T_{\text{ст}})}{\tau_d} + \frac{\varepsilon}{\tau_r}, \quad (19)$$

$$\frac{Xm}{h\omega} \frac{\varepsilon - \varepsilon_{\text{eq}}(T)}{\tau} + \alpha_1 Q^* = \frac{T - T_{\text{ст}}}{\tau_d} \frac{k_B}{h\omega},$$

где $h\omega$ — колебательный квант, Q^* — мощность накачки электронной энергии ($Q^* = \text{const}$), α_1 — доля энергии электронов, расходуемая на прямой нагрев газа ($\alpha_1 \ll 1$), X — доля молекул; τ_d, τ_r — соответственно, характерное время диффузии и время радиационной дезактивации. В предположении $\tau / \tau_d \gg 1$ и $\varepsilon \gg \varepsilon_{\text{eq}}$ система (19) сводится к уравнению

$$k_B \frac{T - T_{\text{ст}}}{h\omega} \frac{\tau}{\tau_d} = \frac{Q^* X}{1/\tau + 1/\tau_d + 1/\tau_r}. \quad (20)$$

Если считать, что $\tau \sim \exp(\sigma T^{-1/3})$ и использовать преобразование Франк-Каменецкого [2]

$$\exp(-\sigma T^{-1/3}) = \exp(-\sigma T_{\text{ст}}^{-1/3}) \exp(b\theta), \quad (21)$$

где $\theta = (T - T_{\text{ст}})/T_{\text{ст}}$, $b = \sigma T_{\text{ст}}^{-1/3}/3$, то (16) можно записать в виде

$$\theta = \kappa \exp(b\theta), \quad (22)$$

где $\kappa = Xh\omega\tau_d^* Q^* \tau_d / (k_B T_{\text{ст}} \tau_{\text{ст}})$, $\tau_d^* = \tau_r \tau_d / (\tau_r + \tau_d)$, $\tau_{\text{ст}} = \tau(T_{\text{ст}})$. Уравнение (22), как показано Франк-Каменецким [2], при $\kappa > 1/(be)$ не имеет решения, что интерпретируется как возникновение теплового взрыва.

Таким образом, в [19] воспроизведена схема расчета теплового взрыва по Семенову, но с другим источником тепловыделения. Основным результат [19] состоит в доказательстве невозможности создания большого разрыва между колебательными и поступательными температурами в разряде. Сильная температурная зависимость времени колебательной релаксации τ (аналог обратной связи) ограничивает реальную энергетическую емкость колебательных степеней свободы при любом способе накачки, приближая ее в пределе больших накачек энергии к равновесному значению.

Практические применения обнаруженного в [19] режима неустойчивости, обсуждаются в [20], где показано, что развитие тепловой неустойчивости сопровождается значительным увеличением перепада температур между осью и стенками разрядной трубки, что приводит к сжатию разряда. Дальнейшее развитие теория тепловой неустойчивости колебательно-возбужденного молекулярного газа получила в [21], где в постановке Семенова, т.е. в однородной системе, рассмотрена задача о тепловом взрыве в газе с избыточным запасом колебательной энергии молекул. В отличие от [19] в [21] учитывалось изменение запаса колебательной энергии в процессе релаксации, что привело к более сложной зависимости скорости тепловыделения от температуры, чем в первоначальной схеме Семенова. Если, как это обычно делается в схеме Семенова, приравнять скорости тепловыделения и теплоотвода, то можно обнаружить существование нескольких стационарных состояний, в числе которых обязательно будет неустойчивое. Одно из устойчивых состояний предсказано в [19] и соответствует конечной разности колебательной и поступательной температур. Второе устойчивое состояние, наблюдаемое при высоких интенсивностях накачки, соответствует примерному равенству колебательной и поступательной температур.

Дальнейшее развитие теории тепловой неустойчивости связано с конкретизацией источника подвода энергии в систему. В [21] рассматривалась устойчивость первоначально неравновесного газа без внешнего источника энергии. В [19] источником колебательной энергии являлась электронная накачка. В [22–27] подвод энергии осуществлялся путем оптической накачки резонансным излучением. В [28] система нагревалась за счет фотодиссоциации молекул. Многочисленные физические эффекты, сопровождающие появление неустойчивости в системе, подробно исследованы в [26, 29–31]. Так, в [31] анализируется эффект взрывного поглощения излучения CO_2 -лазера в атмосфере, заключающийся в резком увеличении поглощения из-за сильного саморазогрева в

канале лазерного луча. В [30] изучен автоколебательный режим, сопровождающийся периодическим просветлением или почернением среды (см. также [32, 33]). Возможные практические применения эффекта взрывного поглощения анализируются в [26].

Все перечисленные результаты относятся к изучению неустойчивости в однородной среде с числом Био $\text{Bi} \ll 1$ (постановка Семенова). Учет неоднородности распределения параметров и ее влияние на возникновение теплового взрыва в неравновесном газе впервые был проведен в [21]. Постановка задачи в [21] такова. Рассматривается плоский слой колебательно-неравновесного газа с граничными условиями на стенках ($z = \pm L$) $T = T_{\text{ст}}$ и $\varepsilon = 0$. Уравнения стационарного баланса поступательной и колебательной энергии имеют вид

$$\frac{\varepsilon - \varepsilon_{\text{eq}}(T)}{c\tau} + \frac{\lambda_T}{c\rho} \frac{d^2 T}{dz^2} = 0, \quad (23)$$

$$\frac{\varepsilon - \varepsilon_{\text{eq}}(T)}{\tau} + D \frac{d^2 \varepsilon}{dz^2} + I = 0,$$

где c — теплоемкость единицы массы поступательно-вращательных степеней свободы, D — коэффициент диффузии колебательно-возбужденных частиц, который считается равным $\lambda_T/(c\rho)$. В приближении

$$\frac{\varepsilon - \varepsilon_{\text{eq}}(T)}{I\tau} \sim \frac{L^2}{2D\tau} \ll 1, \quad \varepsilon \gg \varepsilon_{\text{eq}} \quad (24)$$

с учетом (17) авторы [21] свели систему (23) к одному уравнению

$$\frac{d^2 \theta}{dz'^2} = -\tilde{\delta}(1 - z'^2) \exp \theta, \quad (25)$$

где

$$\theta = \frac{\sigma}{3T_{\text{ст}}^{4/3}}(T - T_{\text{ст}}), \quad z' = \frac{z}{2L}, \quad \tilde{\delta} = \frac{L^2 \sigma I}{6T_{\text{ст}}^{4/3} D^2 c \tau_{\text{ст}}}. \quad (26)$$

Уравнение (25) аналогично уравнению Франк-Каменецкого. Оно имеет решения при $\tilde{\delta} \leq \tilde{\delta}^* = 1,02$. Отсутствие решения при $\tilde{\delta} > \tilde{\delta}^*$ интерпретируется как возникновение теплового взрыва. Параметры взрыва определяются из условия $\tilde{\delta}^* = 1,02$ и $\theta_{\text{max}} = 1,15$.

Отметим, что уравнение (25) выходит за пределы точности используемого приближения (24). Более строгий вывод (25) и обсуждение условий его применимости содержатся в [10] и будут рассмотрены в дальнейшем.

Наиболее подробный анализ теплового взрыва в плоском слое неравновесного газа содержится в [10]. Постановка задачи аналогична рассмотренной в предыдущем разделе. Исследуются стационарные уравнения баланса для поступательной и колебательной энергий при граничных условиях (6) и (7) для двух моделей накачки энергии $I = \text{const}$ и $\varepsilon = \text{const}$.

На рисунке 4 приведена зависимость безразмерной величины $\bar{\varepsilon} = m\varepsilon/(k_B T_{\text{ст}})$ от температуры в центре слоя T_{max} ($\varepsilon(z) = \text{const}$ является параметром задачи) для O_2 и N_2 при различных давлениях. Кривая 3 с точкой перегиба соответствует границе тепловой неустойчивости. Из рис. 4 видно, что одному и тому же значению $\bar{\varepsilon}$ соответствуют три разных стационарных состояния a , b и c , два из которых (a и c) устойчивы, а одно (b) — неустойчивое.

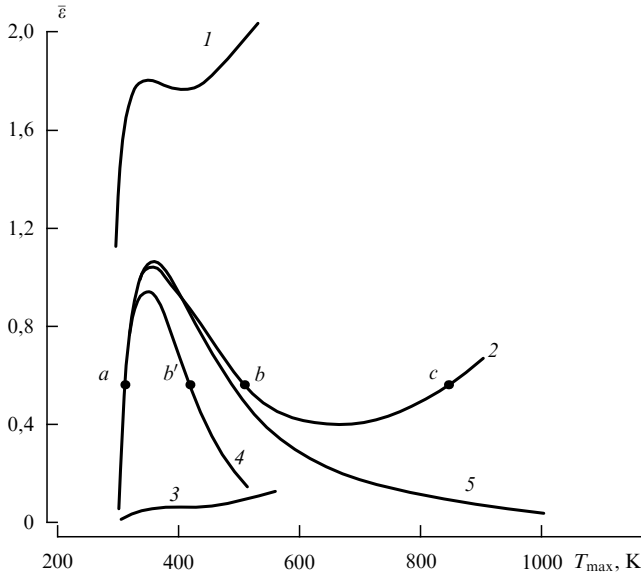


Рис. 4. Зависимость $\bar{\varepsilon}(T_{\max})$ ($\bar{\varepsilon} = m\varepsilon/(k_B T_{\text{ст}})$): 1 — N_2 при $p_* = 3,5 \times 10^5$ Па; 2 — O_2 при $p_* = 2000$ Па; 3 — O_2 при $p_* = 7950$ Па (граница тепловой неустойчивости); 4 — расчет кривой 2 по теории Франк-Каменецкого; 5 — расчет кривой 2 без учета обратных процессов.

Действительно, в области, где $d\varepsilon/dT_{\max} < 0$, приращение $\delta\varepsilon > 0$ приводит к уменьшению среднего градиента температуры. Как следствие, происходит уменьшение теплового потока через границу и дальнейшее увеличение $\delta\varepsilon$. Параметры первых двух режимов (a и b) можно найти, если воспользоваться подходом Франк-Каменецкого. В этом случае необходимо принять, что

$$\varepsilon \gg \varepsilon_{\text{eq}}, \tag{27}$$

а зависимость τ от температуры аппроксимировать выражением

$$\tau = \tau_0 \exp [b(T - T_0)].$$

Тогда уравнение энергии из (19) сводится к известному уравнению Франк-Каменецкого

$$\frac{d^2\theta}{dz^2} = -\delta \exp \theta, \tag{28}$$

где

$$\delta = \frac{mp\varepsilon(2L)^2 b}{k_B T_{\text{ст}} \tau_{\text{ст}} \lambda_T}, \quad z' = \frac{z}{2L}, \quad \theta = b(T - T_{\text{ст}}).$$

Уравнение (28) при заданном ε имеет два корня, которые соответствуют устойчивому (точка a) и неустойчивому (точка b') состояниям. Устойчивое состояние c в подходе Франк-Каменецкого получить нельзя, поскольку был отброшен член $\varepsilon_{\text{eq}}/\tau$, обеспечивающий появление восходящей ветви от точки минимума на рис. 4. Точка максимума (граница устойчивости) определяется из условия исчезновения решения (28) и соответствует

$$\delta = 0,88; \quad T_{\max} = T_{\text{ст}} + \frac{1,2}{b}. \tag{29}$$

Минимальное значение τ , при котором происходит потеря устойчивости, можно оценить из (29), если положить $\varepsilon \sim \varepsilon_{\text{eq}}(T_{\max})$, а для τ воспользоваться выражением, следующим из теории SSH. Граничная кривая, отделяющая устойчивую область от области, где возможен тепловой взрыв, определяется соотношением

$$\exp\left(-\frac{h\omega}{k_B T_{\text{ст}}}\right) = 0,88 \frac{k_B T_{\text{ст}}}{h\omega} \frac{\lambda_T T_{\text{ст}}}{pL^2 b}. \tag{30}$$

Расчеты показывают, что тепловая неустойчивость в колебательно-неравновесном газе при $\varepsilon = \text{const}$ возможна только в случае молекул с большими колебательными квантами и с большими временами релаксации. Область неустойчивости можно определить и по методу малых гидродинамических возмущений. Если искать возмущение гидродинамических величин в виде (3), то для тепловой моды ($\omega = 0, v' = 0, \varepsilon = \text{const}$) остаются только два уравнения: уравнение для невозмущенной температуры

$$\frac{d^2 T}{dz^2} = \Phi(T, \rho) \tag{31}$$

и уравнение для возмущенной температуры

$$\frac{d^2 T'}{dz^2} = \frac{\partial \Phi}{\partial T} T', \tag{32}$$

где $\Phi = (-mp/k_B T)(\varepsilon - \varepsilon_{\text{eq}}/\tau\lambda_T)$. При выводе (32) пренебрегалось зависимостью Φ от ρ , как более слабой.

На рисунке 5 в безразмерных координатах $\varepsilon/\varepsilon_{\text{eq}}$ и

$$\zeta = \frac{mp_* \varepsilon_{\text{eq}}(T_{\text{ст}}) L^2}{\tau_{\text{ст}} k_B \lambda_T T_{\text{ст}}^2}$$

(здесь p_* — давление при нулевой накачке) изображены нейтральные кривые, ограничивающие область неустой-

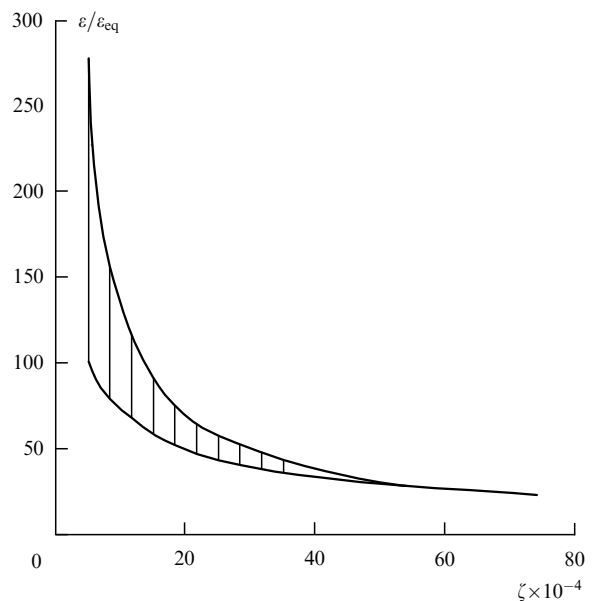


Рис. 5. Область неустойчивых решений (заштрихованная часть) на плоскости "безразмерная колебательная энергия $\varepsilon/\varepsilon_{\text{eq}}$ — безразмерное обратное время релаксации ζ ".

чивости. Кривые получены в результате численного решения уравнений (31), (32) для O_2 при разных давлениях. При одном и том же ζ кривые на рис. 5 ограничивают область, соответствующую неустойчивому режиму. На рисунке 4 эта область соответствует расположению нисходящей ветви от максимального до минимального значения ε на кривой 2.

Во втором частном случае $I = \text{const}$ необходимо учитывать оба релаксационных уравнения. Если выбрать граничные условия на стенках в виде (6), то при $I = \text{const}$ возможно ветвление профилей температуры $T(z)$ и $T_v(z)$, поскольку не фиксированы

$$\left. \frac{dT}{dz} \right|_{z=\pm L} \quad \text{и} \quad \left. \frac{dT_v}{dz} \right|_{z=\pm L},$$

а фиксирован только полный поток энергии

$$-\lambda_T \left. \frac{dT}{dz} \right|_{z=\pm L} - \lambda_v \left. \frac{dT_v}{dz} \right|_{z=\pm L}.$$

Численный расчет зависимости \bar{I} от T_{max} представлен на рис. 6. Значения параметров на кривых 1 и 2 такие же, как и при расчете кривых 1 и 2 на рис. 4.

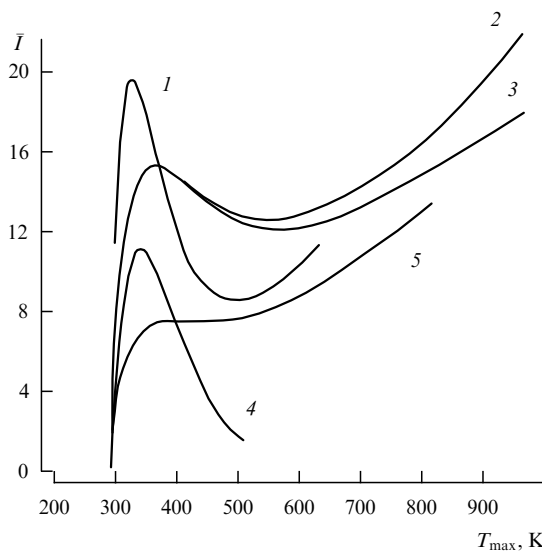


Рис. 6. Зависимость $\bar{I}(T_{\text{max}})$ ($\bar{I} = \text{Imp}_* L^2 / \lambda_v k_B T_{\text{ст}}^2$): 1 — N_2 при $p_* = 10^5$ Па; 2 — O_2 при $p_* = 1000$ Па; 3 — расчет кривой 2 без учета обратных процессов; 4 — расчет кривой 2 по теории Франк-Каменецкого; 5 — O_2 при $p_* = 3000$ Па (граница тепловой неустойчивости).

Форма кривых на рис. 6 совпадает с рис. 4, однако физика процесса в этом случае несколько иная. Действительно, кривая 3 на рис. 6 соответствует случаю, когда обратными процессами можно пренебречь. Эта кривая содержит два экстремума, причем в обоих точках экстремума в противоположность случаю $\varepsilon = \text{const}$, $\varepsilon \gg \varepsilon_{\text{eq}}$ ($T_v \gg T$), поэтому появление минимумов на кривых 1, 2 нельзя объяснить влиянием обратных процессов, т. е. влиянием ε_{eq} . На рисунке 7 представлены потоки колебательной и поступательной энергий на стенку. Видно, что до очень больших значений мощности накачки

$$q_v = \lambda_v \left. \frac{dT_v}{dz} \right|_{z=\pm L} \gg q_T = \lambda_T \left. \frac{dT}{dz} \right|_{z=\pm L}.$$

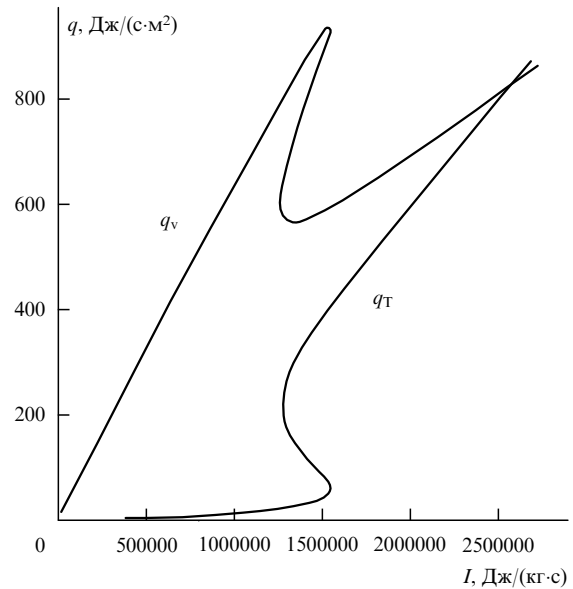


Рис. 7. Зависимость тепловых потоков на стенке от мощности накачки I для O_2 при $p_* = 900$ Па, $T_{\text{ст}} = 300$ К.

Появление максимума на кривой $I = \bar{I}(T_{\text{max}})$ (см. рис. 6) можно описать аналитически. Два уравнения баланса для поступательной и колебательной энергий можно свести к уравнению

$$\frac{d^2 T}{dz^2} = \frac{\rho^2 c_v I}{2\lambda_T \lambda_v \tau_{\text{ст}}} (L^2 - z^2), \quad (33)$$

если предположить, что

$$\varepsilon \gg \varepsilon_{\text{eq}}, \quad T - T_{\text{ст}} \ll T_{\text{ст}} \quad \text{и} \quad \varepsilon = c_v T_v. \quad (34)$$

Уравнение (33) совпадает с уравнением (25), полученным в [21], если D заменить на $\lambda_v / (c_v \rho)$, а τ представить в виде $\tau = \tau_0 \exp(b(T - T_{\text{ст}}))$. Решения уравнения (25) существуют лишь при $\tilde{\delta} \leq 1,02$. Точность аппроксимации (33) истинной зависимости $I = \bar{I}(T_{\text{max}})$ иллюстрируется на рис. 6.

Анализ (33) показывает, что неустойчивость возможна, если выполняется условие

$$\lambda_v \frac{1,02 \tau_{\text{ст}} k_B}{mpL^2 bc_v} > 1. \quad (35)$$

Как и в случае $\varepsilon = \text{const}$, (35) выполняется только для газов с большим временем релаксации. Таким образом, тепловая неустойчивость в колебательно-неравновесных газах возможна лишь при больших временах колебательной релаксации и больших колебательных квантах в тех молекулярных модах, которые определяют скорость колебательной релаксации.

На основе результатов, полученных в [8, 10] можно установить, в какой из мод возмущений неустойчивость наступает раньше. В [8, 10] показано, что пределы устойчивости и сам механизм возникновения неустойчивости сильно зависят от источника накачки. Действительно, для модели $\varepsilon = \text{const}$ акустические моды всегда устойчивы, а тепловая неустойчивость возможна. В случае $I = \text{const}$ при граничных условиях (7) тепловая

неустойчивость отсутствует, хотя акустические возмущения могут усиливаться. Эти примеры показывают, что заранее не известно, возмущения какой моды будут усиливаться первыми, поэтому необходим анализ устойчивости по всем модам. Приведенные примеры демонстрируют ограниченность подхода теории теплового взрыва для анализа устойчивости газовой системы, поскольку устойчивость по тепловой моде еще не гарантирует устойчивости по отношению к другим модам возмущений.

Второе направление в теории теплового взрыва связано с изучением временной развертки теплового взрыва. Оно проведено в [28], где рассматривалось развитие во времени процесса фотодиссоциации молекул, при котором средняя кинетическая энергия образующихся атомов больше тепловой энергии окружающих частиц. Система зависящих от времени уравнений баланса для поступательной и колебательной энергии решалась численно, при этом варьировалась мощность накачки энергии, а распределение параметров в системе считалось однородным ($Bi \ll 1$). В зависимости от значения мощности накачки возможны несколько режимов. При малых мощностях накачки I скорость тепловыделения внутри системы сравнима со скоростью теплоотвода и с течением времени система плавно выходит на стационарный режим, в котором газовая температура T растет с увеличением I (см. кривую 1 на рис. 8). При дальнейшем увеличении I , в особенности после достижения порогового значения, скорость выделения тепла и температура газа резко возрастают, что приводит к резкому ускорению скорости фотодиссоциации и, как следствие, к лавинообразному росту газовой температуры. Возникает тепловой взрыв, в результате которого система переходит в новый стационарный режим, являющийся устойчивым (см. кривую 2 на рис. 8).

Отметим одну важную особенность во временном поведении параметров в процессе теплового взрыва. В ходе теплового взрыва температура переходит через максимум, т.е. температура "перехлестывает" свое последующее стационарное значение. Аналогичный эффект наблюдается и при тепловом взрыве в химически реагирующей системе [34].

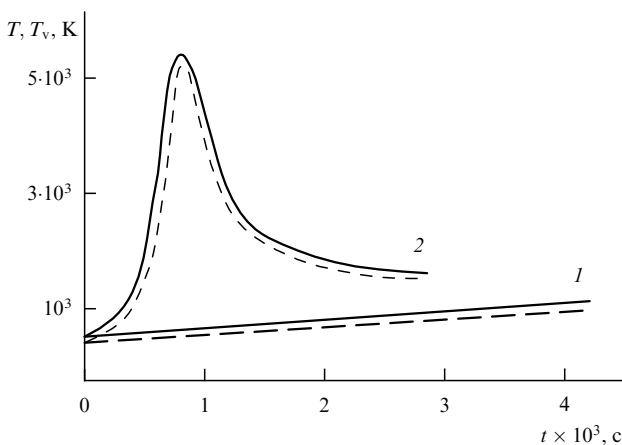


Рис. 8. Зависимость поступательной T (сплошная линия) и колебательной T_v (штриховая) температур от времени при $H = 20$ (1) и $H = 70$ (2) (H — безразмерная интенсивность накачки).

На рисунке 9 представлена зависимость производства энтропии от времени в процессе теплового взрыва. Видно, что производство энтропии в момент взрыва резко возрастает, а затем принимает стационарное значение, превосходящее соответствующее значение до взрыва. Отметим одно важное обстоятельство. На рисунке 10 изображено производство энтропии σ в стационарном состоянии как функция безразмерной накачки энергии H ($H = 2\pi\Sigma\tau_{ct}I/(h\bar{\omega})$, Σ и $\bar{\omega}$ — соответственно, сечение поглощения и частота лазерного излучения). Помимо роста σ , из рис. 10 следует общий вывод — величина σ в новой структуре оказывается меньше производства энтропии, которое могло бы быть в системе, если бы не было структурной перестройки (теплового взрыва). Этот результат согласуется с принципом минимума производства энтропии в процессе самоорганизации, введенным в [35].

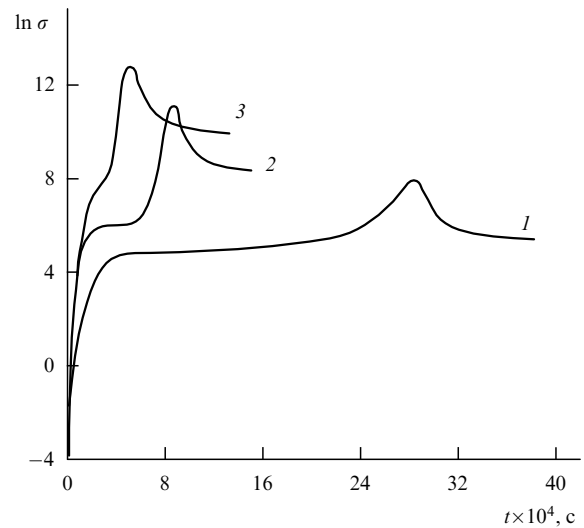


Рис. 9. Зависимость производства энтропии от времени при $H = 30$ (1), $H = 70$ (2) и $H = 250$ (3).

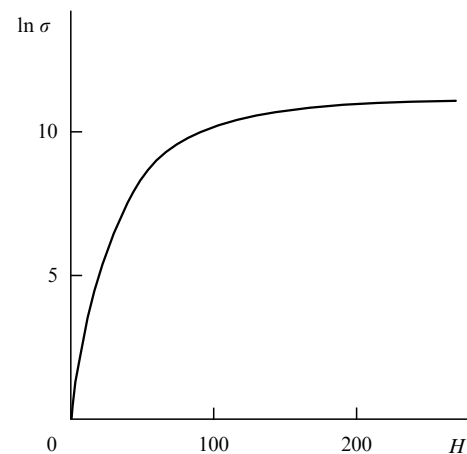


Рис. 10. Зависимость производства энтропии от безразмерной интенсивности накачки H .

4. Заключение

Неравновесный газ представляет собой особое состояние вещества со своими специфическими физико-химическими и гидродинамическими свойствами. Рассмотренные в этом обзоре вопросы устойчивости неравновесного газа составляют лишь часть большой проблемы, связанной с разработкой гидродинамики неравновесного газа. Гидродинамика неравновесного газа — это новая область физико-химической гидродинамики, в которой, по существу, сделаны лишь первые шаги. Образно говоря, она вся покрыта "белыми пятнами" нерешенных проблем. Даже если ограничиться только одной проблемой устойчивости, то и здесь их достаточно много. Перечислим лишь некоторые. Фактически основные закономерности потери устойчивости в неравновесном газе выяснены только на примере задачи Бенара и теплового взрыва. Задачи Рейнольдса о переходе ламинарного течения в турбулентное, Лина об устойчивости течения между двумя параллельными плоскостями, Релея–Тейлора об устойчивости вращательного движения между двумя вращающимися цилиндрами и т.д. еще ждут своего обобщения на случай неравновесного газа. Более того, не исследовано состояние, в которое переходит неравновесный газ после первой точки бифуркации (например, при значениях чисел Рейнольдса или Релея выше критических). А ведь за первой бифуркацией может следовать вторая, третья и т.д. Как, например, в эффекте Бенара, когда при дальнейшем увеличении числа Релея гексагональная структура течения начинает размываться и происходит переход к турбулентной конвекции.

За пределами проблем устойчивости неравновесной гидродинамики остается еще большой круг вопросов. Например, распространение гидродинамических возмущений в неравновесном газе. Здесь решены только простейшие задачи, связанные с возмущением в первоначально равновесных, но релаксирующих средах (неравновесность возникает вследствие гидродинамического воздействия) и в изначально неравновесном газе. Нерешенные задачи в этой области относятся к режимам распространения сильных ударных волн, когда волна теряет устойчивость. Отдельного рассмотрения заслуживают также вопросы обтекания неравновесным газом твердых поверхностей с различной степенью каталитичности, т.е. с учетом протекающих на поверхности реакций.

Перечень нерешенных проблем непрерывно пополняется, поскольку "постоянные поставщики" — газоди-

намика спускаемых аппаратов и физика газовых лазеров — все время ставят новые задачи.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект N 95-01- 00354а).

Список литературы

1. Семенов Н Н *Современное учение о скоростях газовых химических реакций* (М.–Л.: Гос. изд., 1929)
2. Франк-Каменецкий Д А *Диффузия и теплопередача в химической кинетике* 2-е изд. доп. (М.: Наука, 1967)
3. *Гидродинамические неустойчивости и переход к турбулентности* (под ред. Х Суинни и Дж Голлаба) (М.: Мир, 1984)
4. Зарембо Л К, Красильников В А *Введение в нелинейную акустику* (М.: Наука, 1966)
5. Цендин Л Д *ЖТФ* **35** 1972 (1965)
6. Ingard U *Phys. Rev.* **145** 41 (1966)
7. Осипов А И, Уваров А В *УФН* **162** (11) 1 (1992)
8. Кольцова Е В, Осипов А И, Уваров А В *Акустический ж.* **40** 969 (1994)
9. Haas R A *Phys. Rev. A* **8** (2) 1017 (1973)
10. Кулага Е В, Осипов А И, Уваров А В, Юнис С М Препринт физич. ф-та МГУ № 16/1995 (М., 1995)
11. Коган Е Я, Мальнев В Н *ЖТФ* **47** 653 (1977)
12. Райзер Ю П *Физика газового разряда* (М.: Наука, 1987)
13. Александров Н Л и др. *Физика плазмы* **16** 862 (1990)
14. Гершуни Г З, Жуховицкий Е М, Непомнящий А А *Устойчивость конвективных течений* (М.: Наука, 1989)
15. Perez Cordon R, Velarde M G *J. Phys.* **36** 591 (1975)
16. Velarde M G, Perez Cordon R *J. Phys.* **37** 177 (1976)
17. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Гидродинамика* (М.: Наука, 1986)
18. Уваров А В, Осипов А И, Пилипюк С А, Соколов А И *Хим. физика* **13** 217 (1994)
19. Елецкий А В, Старостин А Н *Физика плазмы* **2** 838 (1976)
20. Елецкий А В, Рахимов А Т *Химия плазмы* (М.: Атомиздат, 1977) вып. 4, с. 123
21. Марголин А Д, Шмелев В М *Физика горения и взрыва* **1** 52 (1978)
22. Марголин А Д, Шмелев В М *Хим. физика* **1** 679 (1982)
23. Шмелев В М, Марголин А Д Там же **2** 1480 (1983)
24. Шмелев В М, Марголин А Д Там же **4** 873 (1985)
25. Ораевский А Н, Проценко И Е *Квантовая электроника* **12** 2290 (1985)
26. Ораевский А Н, Проценко И Е *Тр. ФИАН* **187** 144 (1988)
27. Шмелев В М, Марголин А Д *Хим. физика* **6** 609 (1987)
28. Баклашова В Е, Гордиец Б Ф, Осипов А И *Вестн. моск. ун-та, Сер. физ. астрон.* **34** 57 (1993)
29. Шмелев В М *Хим. физика* **8** 1203 (1989)
30. Шмелев В М, Евтюхин А В, Марголин А Д Там же 318
31. Шмелев В М, Захаров В И, Нестеренко А И *Оптика атмосфер* **2** 597 (1989)
32. Новобранцев И В, Старостин А Н *ПМТФ* (2) 164 (1974)
33. Новобранцев И В, Старостин А Н *Теплофизика высоких температур* **13** 24 (1975)
34. *Химическая кинетика и цепные реакции* (М.: Наука, 1966)
35. Климонтович Ю Л *Турбулентное движение и структура хаоса. Новый подход к статистической теории открытых систем* (М.: Наука, 1990)

Stability problems in a non-equilibrium gas

A.I. Osipov, A.V. Uvarov

M.V. Lomonosov State University, Physics Department,

Vorob'evy gory, 119899 Moscow, Russia

Tel. (7-095) 939-27 41

E-mail: osipov@mol330.msu.su uvarov@mol330.msu.su

We consider the stability problem for a flat gas layer whose non-equilibrium state is maintained by pumping energy into the vibrational degrees of freedom of molecules and by heat transfer through the walls. We discuss two approaches to the study of gas stability, which consider the evolution of small hydrodynamic perturbations, and thermal explosion. We have studied in detail the Rayleigh–Benard problem of convection instability and the Semenov–Frank–Kamenetskiĭ problem of thermal explosion, and generalised them to the case of a non-equilibrium gas. We have outlined some unsolved problems of the physical hydrodynamics of a non-equilibrium gas.

PACS numbers: 47.20.–k, 51.90.+r

Bibliography — 35 references

Received 23 January 1996