

К 75-ЛЕТИЮ СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ А.Д. САХАРОВА

Электрослабое несохранение барионного числа в ранней Вселенной и в столкновениях частиц при высоких энергиях

В.А. Рубаков, М.Е. Шапошников

Обсуждаются последние результаты исследований по аномальному несохранению барионного числа при высоких температурах и в столкновениях частиц при высоких энергиях. Рассмотрено современное состояние теории космологических фазовых переходов и приложений к электрослабому бариосинтезу, а также электрослабые инстантонные процессы при высоких энергиях.

PACS numbers: 11.15.Kc, 11.30.Fs, 12.15.-y, 95.30.Cq

Содержание

1. Введение (493).
2. Аномальное несохранение фермионных квантовых чисел в электрослабой теории (494).
3. Барионная асимметрия: предварительное обсуждение (497).
4. Скорость сфалеронных переходов при конечных температурах (498).
 - 4.1. Качественное рассмотрение.
 - 4.2. Подход с функциями Грина.
 - 4.3. Связь с формулой типа "потока вероятности".
 - 4.4. Квантовые эффекты в классических вычислениях.
 - 4.5. Скорость сфалеронных переходов в нарушенной фазе.
 - 4.6. Численное моделирование в реальном времени.
 - 4.7. Сильные сфалероны.
 - 4.8. Заключительные замечания.
5. Фазовые переходы в калибровочных теориях (505).
 - 5.1. Равновесное приближение.
 - 5.2. Простые оценки.
 - 5.3. Инфракрасная проблема и факторизация.
 - 5.4. Динамика трехмерной теории.
 - 5.5. Решеточная формулировка.
 - 5.6. Некоторые решеточные результаты.
 - 5.7. Динамика фазового перехода.
6. Выживание первичной барионной асимметрии (517).
7. Электрослабый бариосинтез (518).
 - 7.1. Интенсивность фазового перехода.
 - 7.2. Источники CP-нарушения в электрослабой теории и ее расширениях.
 - 7.3. Электрослабый бариосинтез: как поставить задачу.
 - 7.4. Однородные скалярные поля.
 - 7.5. Асимметрия из взаимодействий фермионов с доменными стенками.
 - 7.6. Интенсивность CP-нарушения и барионная асимметрия.

8. Процессы инстантонного типа в столкновениях частиц при высоких энергиях (525).

8.1. Результаты теории возмущений вокруг инстантона.
8.2. Унитарность. 8.3. От *много* \rightarrow *много* к *мало* \rightarrow *много*.

9. Заключение (533).

Список литературы (534).

1. Введение

В своей знаменитой работе [1] А.Д. Сахаров впервые рассмотрел возможность объяснения зарядовой асимметрии Вселенной в терминах теории частиц. Статья была принята в "Письма в ЖЭТФ" в сентябре 1966 г., спустя два года после открытия нарушения CP-симметрии в распадах K^0 [2] и год спустя после того, как реликтовое микроволновое излучение, предсказанное теорией Большого взрыва [3], было обнаружено экспериментально [4]. Для объяснения барионной асимметрии А.Д. Сахаров предположил несохранение барионного числа. Несколько позднее В.А. Кузьмин опубликовал работу [5], в которой была построена другая модель, приводящая к барионной асимметрии. В этой же работе им было указано на возможность нейтрон-антинейтронных осцилляций. С тех пор идея о том, что барионное число может не сохраняться в Природе, детально разрабатывалась как в контексте генерации барионной асимметрии Вселенной [6–10] (см. также [11–13]), так и в связи с развитием теории, нацеленным на построение единой картины фундаментальных взаимодействий. В середине 70-х годов на первый план выдвинулись теории великого объединения с присущим им нарушением барионного числа [14–17]. Почти тогда же стало ясно [18, 19], что непертурбативные эффекты, связанные с инстантонами [20] и со сложной структурой вакуума в калибровочных теориях [18, 21, 22], приводят к несохранению барионного числа даже в электрослабой теории. Впоследствии было выяснено [23], что похожие эффекты существенны и для объяснения барионной асимметрии.

В.А. Рубаков. Институт ядерных исследований РАН, 117312 Москва, просп. 60-летия Октября 7а, Россия
E-mail: rubakov@ms2.inr.ac.ru

М.Е. Шапошников. Теоретический отдел ЦЕРН, CH-1211 Женева 23, Швейцария
E-mail: mshaposh@nxth04.cern.ch

Статья поступила 31 января 1996 г.

В [1] А.Д. Сахаров пишет: "Возникновение C -асимметрии по нашей гипотезе является следствием нарушения CP -инвариантности при нестационарных процессах расширения горячей Вселенной на сверхплотной стадии, которое проявляется в эффекте различия парциальных вероятностей зарядово-сопряженных реакций". Сегодня это короткое утверждение формулируется как три необходимых условия Сахарова для возникновения барионной асимметрии из первоначально зарядово-симметричного состояния горячей Вселенной:

- 1) несохранение барионного числа;
- 2) нарушение C - и CP -инвариантности;
- 3) отклонение от теплового равновесия.

Все три условия вполне понятны.

1) Если бы барионное число сохранялось и первоначальный барионный заряд Вселенной был бы равен нулю, то сейчас Вселенная была бы симметричной, а не асимметричной¹. Гипотеза о несохранении барионного числа была революционной в то время. Сегодня она кажется вполне естественной для теоретика; с другой стороны, в отсутствие положительных результатов экспериментов по поиску B -нарушения, барионная асимметрия Вселенной — единственное наблюдаемое свидетельство в ее пользу.

2) Если бы C - или CP -симметрия сохранялись, то скорость реакций с участием частиц была бы такой же, как и с участием античастиц. Если бы первоначальное состояние Вселенной было C - или CP -симметричным, никакая зарядовая асимметрия не возникла бы². На более формальном уровне это следует из того, что если начальная матрица плотности системы ρ_0 коммутирует с операциями C - или CP -сопряжения, а гамильтониан системы C - или CP -инвариантен, то матрица плотности в произвольный момент времени $\rho(t)$ также C - или CP -инвариантна, так что среднее от любого C - или CP -нечетного оператора равно нулю.

3) Тепловое равновесие означает, что система стационарна (нет никакой временной зависимости). Следовательно, если первоначально барионное число равно нулю, то оно равно нулю всегда.

Ясно, что объяснение возникновения барионной асимметрии требует развития многих областей теоретической физики, таких как теория поля при конечных температурах и неравновесная статистическая механика, теория фазовых переходов, построение моделей взаимодействий частиц, изучение пертурбативных и непертурбативных эффектов, ведущих к B -нарушению.

Полный обзор различных теорий бариосинтеза (существуют многочисленные публикации на эту тему [11–13, 24–28]) не является целью данной работы. Вместо этого мы рассмотрим специфический непертурбативный механизм несохранения барионного числа,

связанный с треугольной аномалией. Такой выбор отчасти объясняется личными пристрастиями авторов. Кроме того, аномальное несохранение фермионного числа — это общее явление для теорий с киральными фермионами, которое присутствует, например, в стандартной теории электрослабых взаимодействий. Данный механизм может привести к бариосинтезу на масштабе электрослабых взаимодействий. Возможность того, что барионная асимметрия может быть связана с физикой доступных энергий, в последнее время привлекает много внимания и служит сильной мотивацией для развития теории поля при высоких температурах, теории фазовых переходов, неравновесной статистической механики.

Тот факт, что барионное число интенсивно нарушается в электрослабых взаимодействиях при высоких температурах [23] (см. также [29, 8, 30]) и при других экстремальных условиях [31–34], естественно подводит к вопросу о возможности наблюдаемого несохранения барионного числа в столкновениях частиц при высоких энергиях. В последние годы эта проблема вызывает заметный интерес в связи с получением первых, поначалу обнадеживающих, количественных результатов [35, 36]. Несмотря на заметное развитие теоретических методов, проблема до сих пор не решена до конца; существующие результаты указывают на то, что процессы с электрослабым B -нарушением происходят на ненаблюдаемо низком уровне даже при очень высоких энергиях.

В разделе 2 мы введем необходимые понятия и обсудим механизм аномального несохранения фермионных квантовых чисел, а также соответствующие бозонные классические решения (инстантоны и сфалероны). Раздел 3 содержит предварительное обсуждение электрослабых процессов с нарушением барионного числа в ранней Вселенной. Несохраниение фермионных квантовых чисел при высоких температурах рассматривается в разделе 4. В разделе 5 мы обсудим новые результаты в теории космологических фазовых переходов. В разделе 6 мы кратко обратимся к вопросу о первичной барионной асимметрии. Обсуждение различных механизмов электрослабого бариосинтеза содержится в разделе 7. Электрослабое несохранение барионного числа в столкновениях частиц высоких энергий рассматривается в разделе 8. Раздел 9 содержит заключительные замечания.

2. Аномальное несохранение фермионных квантовых чисел в электрослабой теории

Рассмотрим непертурбативное несохранение фермионных квантовых чисел в контексте модели с калибровочной группой $SU(2)$ и безмассовыми левыми фермионными дублетами $\psi_L^{(i)}$, $i = 1, \dots, n_L$. Отсутствие глобальной аномалии [37] требует, чтобы n_L было четным. Добавим еще хиггсовский дублет ϕ , полностью нарушающий $SU(2)$ -симметрию. В таком виде теория представляет собой упрощенный вариант электрослабого сектора минимальной стандартной модели. Все характерные черты стандартной модели присутствуют в этой упрощенной теории; позднее мы обсудим незначительные усложнения, связанные с калибровочной симметрией $U(1)_Y$, правыми фермионами и юкавскими взаимодействиями, приводящими к массам фермионов. Заметим, что упрощенная теория — это стандартная модель в

¹ Конечно, в этом аргументе есть пробел, который был известен А.Д. Сахарову. Вселенная может быть симметричной в целом, но локально несимметричной, с достаточно большими размерами барионных кластеров (скажем, порядка размера видимой части Вселенной). Инфляционные модели расширения Вселенной вместе со специфическими моделями взаимодействий частиц могут обеспечить механизм возникновения локальной асимметрии без нарушения закона сохранения барионного числа [12].

² Снова отметим, что существуют экзотические механизмы, связанные с инфляционной стадией развития Вселенной, в которых отсутствует C - или CP -нарушение, Вселенная в целом зарядово-симметрична, но ее видимая часть — нет (см. [12]).

приближении, где $\sin \theta_W$ и все массы фермионов равны нулю. Для трех поколений кварков и лептонов имеем $n_L = 12$ и

$$\psi_L^{(i)} = \{q_L^{f,\alpha}, l_L^f\}, \quad (2.1)$$

где $f = 1, 2, 3$ — номер поколения и $\alpha = 1, 2, 3$ нумерует цвет кварков.

На классическом уровне существует n_L сохраняющихся глобальных $U(1)$ -токов

$$J_\mu^{(i)} = \bar{\psi}_L^{(i)} \gamma^\mu \psi_L^{(i)},$$

которые соответствуют сохранению числа фермионов каждого типа. На квантовом уровне эти токи не сохраняются из-за треугольной аномалии [38–40]

$$\partial_\mu J_\mu^{(i)} = \frac{1}{32\pi^2} \text{tr}(F_{\mu\nu} \tilde{F}_{\mu\nu}). \quad (2.2)$$

Следовательно, ожидается, что фермионные числа $N_F^{(i)} = \int d^3x J_0^{(i)}$ не сохраняются в процессах, где калибровочное поле эволюционирует так, что

$$N[A] = \frac{1}{32\pi^2} \int d^4x \text{tr}(F_{\mu\nu} \tilde{F}_{\mu\nu}) \neq 0, \quad (2.3)$$

а именно,

$$\Delta N_F^{(i)} = N[A], \quad i = 1, \dots, n_L. \quad (2.4)$$

Из (2.3) видно, что в теориях со слабой связью мы имеем дело с сильными полями: поле $F_{\mu\nu} = (g/2i)\tau^a F_{\mu\nu}^a$ должно быть порядка единицы, и $A_\mu^a = O(g^{-1})$. Таким образом, естественно, что во многих случаях возможно квазиклассическое описание бозонных полей.

Равенство (2.4) может рассматриваться как правило отбора: фермионное число меняется одинаковым образом для всех типов фермионов. В терминах (2.1) это означает, в частности, что

$$\Delta N_e = \Delta N_\mu = \Delta N_\tau = N[A],$$

$$\Delta B = \frac{1}{3} \times 3 \times 3 \times N[A], \quad (2.5)$$

где множитель $1/3$ возникает из-за барионного числа кварка, в то время как множитель 3×3 связан с цветом и числом поколений. Иначе говоря, изменения барионного и лептонных чисел связаны между собой

$$\Delta N_e = \Delta N_\mu = \Delta N_\tau = \frac{1}{3} \Delta B,$$

причем $(B - L)$ сохраняется, тогда как $(B + L)$ нарушается.

Конфигурации калибровочного поля с ненулевым топологическим числом (2.3) удобно анализировать в калибровке $A_0 = 0$. В этой калибровке существует дискретный набор классических вакуумов — чисто калибровочных конфигураций:

$$A_i = \omega \partial_i \omega^{-1}, \quad \phi = \omega \phi_0,$$

где $\phi_0 = (0, v/\sqrt{2})$ — среднее хиггсовского поля в тривиальном вакууме. Калибровочные функции ω зависят только от пространственных координат, $\omega = \omega(\mathbf{x})$, и

характеризуются целым числом

$$n[\omega] = -\frac{1}{24\pi^2} \int d^3x \epsilon^{ijk} \text{tr}(\omega \partial_i \omega^{-1} \cdot \omega \partial_j \omega^{-1} \cdot \omega \partial_k \omega^{-1}).$$

Вакуумы с различными $n[\omega]$ не могут быть непрерывно продеформированы друг в друга в рамках множества вакуумных полей, поэтому эти вакуумы разделены потенциальным барьером. Следовательно, система калибровочных и хиггсовских полей схожа с частицей в периодическом потенциале, как показано на рис. 1.

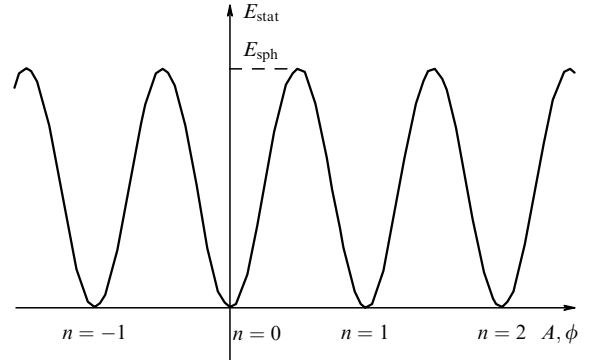


Рис. 1. Схематическое изображение статической энергии как функции калибровочного и хиггсовского полей. Минимумы соответствуют классическим вакуумам.

Плотность топологического заряда, входящая в (2.3), представляет собой полную дивергенцию

$$\frac{1}{32\pi^2} \text{tr}(F_{\mu\nu} \tilde{F}_{\mu\nu}) = \partial_\mu K_\mu,$$

где

$$K_\mu = \epsilon^{\mu\nu\lambda\rho} \text{tr}\left(F_{\nu\lambda} A_\rho - \frac{2}{3} A_\nu A_\lambda A_\rho\right).$$

При вакуум-вакуумных переходах

$$\begin{aligned} N[A] &= \int d^3x dt \partial_\mu K_\mu = \left[\int d^3x K_0 \right]_{t=-\infty}^{t=+\infty} = \\ &= n[\omega_{t=+\infty}] - n[\omega_{t=-\infty}]. \end{aligned}$$

Таким образом, топологический заряд калибровочного поля отличен от нуля в случае перехода между различными вакуумами.

При нулевых энергиях и температурах переход между вакуумами с различными $n[\omega]$ представляет собой туннельный процесс, который описывается инстантонами [20] (локализованными инстантонами в теориях с механизмом Хигса [41]). В чистой теории Янга–Миллса инстантон является решением евклидовых уравнений поля, реализующим абсолютный минимум евклидова действия в секторе с $N[A] = 1$. Свойства инстантонов рассмотрены в [42]. Поле инстантона с точностью до калибровочного преобразования равно

$$A_\mu^a = \frac{1}{g} \eta_{\mu\nu a} \frac{2x^\nu}{x^2 + \rho^2}, \quad (2.6)$$

где $\eta_{\mu\nu a}$ — символы 'т Хофта, а ρ — произвольный масштаб, по которому следует проинтегрировать. Дей-

ствие инстантона равно

$$S_{\text{inst}} = \frac{8\pi^2}{g^2},$$

и амплитуда туннелирования пропорциональна

$$A_{\text{inst}} \propto \exp(-S_{\text{inst}}). \quad (2.7)$$

В электрослабой теории вероятность туннелирования пренебрежимо мала

$$\sigma_{\text{inst}} \propto \exp\left(-\frac{4\pi}{\alpha_W}\right) \sim 10^{-170}, \quad (2.8)$$

где

$$\alpha_W = \frac{g^2}{4\pi} = \frac{\alpha}{\sin^2 \theta_W} = \frac{1}{29}.$$

В теориях с механизмом Хиггса появляется некоторое усложнение. Евклидовы уравнения поля не имеют решений, т.е. минимума евклидова действия в секторе с $N[A] \neq 0$ не существует. Дело в том, что действие для конфигураций, подобных (2.6), в присутствии поля Хиггса зависит от радиуса инстантона ρ и уменьшается при стремлении ρ к нулю. Для вычисления функционального интеграла в этом случае необходимо наложить условие связи, фиксирующее размер инстантона [41], минимизировать действие, а затем проинтегрировать по ρ . В результате получается, что вклад инстантона в функциональный интеграл имеет вид [19, 41]

$$\int d^4x_0 \frac{d\rho}{\rho^5} \mu(\rho) \exp\left(-\frac{8\pi^2}{g^2} - \pi^2 v^2 \rho^2\right), \quad (2.9)$$

где x_0 — положение инстантона, а $\mu(\rho)$ — относительно медленно меняющаяся функция g и ρ . Основной вклад в интеграл (2.9) дает область $\rho \lesssim v^{-1}$, так что размеры локализованных инстантонов меньше обратной массы W -бозона, $m_W = gv/2$. Локализованную инстантонную конфигурацию удобно описывать в сингулярной калибровке, где исходный инстантон Янга–Миллса имеет форму

$$A_\mu^a = \frac{1}{g} \bar{\eta}_{\mu\nu a} \frac{2\rho^2 x^\nu}{x^2(x^2 + \rho^2)}. \quad (2.10)$$

Локализованный инстантон дается (2.10) при $x \ll m_W^{-1}$, и экспоненциально спадает при больших x

$$A^{\text{inst}} \propto \exp(-m_W|x|).$$

Ясно, что туннелирование по-прежнему подавлено экспоненциальным фактором (2.8).

В этой работе мы рассматриваем процессы при высоких температурах или энергиях. Характерный энергетический масштаб определяется высотой барьера между различными вакуумами, как схематически изображено на рис. 1. Эта высота определяется седловой точкой функционала статической энергии. Соответствующее решение уравнений Янга–Миллса–Хиггса получило название сфалерона [43, 30]. Из масштабных соображений следует, что статическая энергия сфалерона, которая в нашей упрощенной модели равна высоте барьера при нулевой температуре, дается выра-

жением

$$E_{\text{sph}} = \frac{2m_W}{\alpha_W} B\left(\frac{m_H}{m_W}\right), \quad (2.11)$$

где m_H — масса бозона Хиггса. Функция $B(m_H/m_W)$ была найдена численно [30]. Она изменяется от 1,56 до 2,72 при изменении m_H/m_W от нуля до бесконечности³. Таким образом, высота барьера в электрослабой теории имеет порядок 10 ТэВ.

При энергиях выше E_{sph} система может перейти из окрестности одного вакуума в окрестность другого классическим образом без туннелирования; как обсуждалось выше, этот классический процесс приведет к изменению барионного и лептонного чисел. Ясно, что большая энергия — необходимое, но не достаточное условие для отсутствия экспоненциального подавления реакций с изменением барионного и лептонных чисел. Исчезает экспоненциальное подавление или нет — это вопрос сложной динамики, которая представляет собой один из главных предметов данной статьи.

Убедиться в изменении фермионных квантовых чисел в процессах инстантонного типа можно по крайней мере двумя способами. Один из них связан с нулевыми фермионными модами во внешних евклидовых полях с $N[A] \neq 0$ [18, 19]. Описание этого подхода дано в [42], а его аналог в пространстве Минковского рассмотрен в [46]. Более интуитивный способ [47, 46] связан с явлением пересечения уровней, которое состоит в следующем. Рассмотрим левые фермионы во внешнем поле $\mathbf{A}(\mathbf{x}, t)$, меняющемся со временем от одного вакуума при $t = -\infty$ до другого при $t = +\infty$ (мы снова используем калибровку $A_0 = 0$). В каждый момент времени t можно найти спектр фермионов, т.е. множество собственных значений дираковского гамильтониана во внешнем статическом поле $\mathbf{A}(\mathbf{x}, t)$, где t рассматривается как параметр. Спектр изменяется вместе с изменением t ; некоторые уровни пересекают нуль снизу, а некоторые — сверху. Существенным для нас является суммарное изменение числа положительных уровней энергии, которое суть разность между общим количеством уровней, пересекших нуль снизу и сверху за все время процесса от $t = -\infty$ до $t = +\infty$. Общая математическая теорема [48] утверждает, что эта разность связана с топологическим зарядом калибровочного поля

$$N_+ - N_- = n[\omega_{t=+\infty}] - n[\omega_{t=-\infty}] = N[A]. \quad (2.12)$$

Вспомним теперь, что при \mathbf{A} , принимающем вакуумное значение, в основном состоянии фермионной системы все отрицательные уровни энергии заполнены, а все положительные свободны. Физический фермион соответствует заполненному положительному уровню энергии, а антифермион — свободному отрицательному уровню. Когда уровень энергии пересекает нуль, число физических фермионов изменяется, и его суммарное изменение в каждом левом дублете равно

$$\Delta N_{\text{F}}^{(i)} = N_+ - N_-.$$

Комбинируя это соотношение с (2.12), получаем, что число фермионов действительно не сохраняется, и вели-

³ При очень больших m_H/m_W ситуация усложняется [44, 45], но оценка (2.11) остается справедливой.

чина изменения находится в полном соответствии с аномальным соотношением (2.4).

Результаты, полученные выше для безмассовых фермионов, остаются справедливыми и для стандартной электрослабой теории, где фермионы приобретают массы за счет взаимодействия Юкавы с полем Хиггса [49–51]. Действительно, треугольная аномалия для барионных и лептонных токов по-прежнему имеет место в стандартной модели, так что соотношение (2.5) должно выполняться. Подсчет фермионных нулевых мод в поле инстантона оправдывает эти ожидания [49, 51]. Пересечение уровней было также продемонстрировано явным вычислением в [52, 53]. Таким образом, усложнения, связанные с правыми фермионами и фермионными массами, не меняют картину несохранения барионного и лептонного чисел.

Наконец, наличие калибровочной симметрии $U(1)_Y$ не изменяет анализа заметным образом. Инстантонов $U(1)_Y$ -калибровочного поля не существует, а влияние $U(1)_Y$ -взаимодействий на меру $\mu(\rho)$ для $SU(2)$ -инстантонов в (2.9) мало. Энергия $SU(2)$ -сфалерона по-прежнему дается формулой (2.11), где фактор B зависит теперь и от $\sin^2 \theta_W$. Для реального значения $\sin^2 \theta_W = 0,23$ отклонение B от его $SU(2)$ -значения мало [30, 54, 55].

3. Барионная асимметрия: предварительное обсуждение

Обсудим на эвристическом уровне вопросы, связанные с главной темой этого обзора — электрослабым нарушением барионного числа при высоких температурах и возникновением барионной асимметрии Вселенной. Эти вопросы будут рассмотрены значительно более детально в следующих разделах, так что данный раздел может рассматриваться как введение для читателя, не знакомого с предметом. Большую часть изложенного здесь не следует воспринимать слишком буквально: местами мы несколько упростим картину электрослабой физики в ранней Вселенной и, как следствие, будем использовать весьма условную терминологию.

В модели Большого взрыва имеется период, особенно интересный с точки зрения электрослабой физики. Это период электрослабого фазового перехода, которому соответствуют температуры порядка нескольких сотен ГэВ [56–59]. До фазового перехода (высокие температуры) среднее хиггсовского поля равно нулю, в то время как после фазового перехода поле Хиггса обладает неисчезающим средним значением. Критическая температура T_c зависит от параметров электрослабой теории; в минимальной стандартной модели (МСМ) по существу единственным совершенно неизвестным параметром является масса хиггсовского бозона при нулевой температуре, m_H . В расширениях МСМ имеется больше параметров, определяющих T_c .

При достаточно малой массе бозона Хиггса m_H в МСМ происходит фазовый переход первого рода, в то время как при больших m_H точная природа фазового перехода до сих пор неясна: он может быть переходом слабо-первого рода, второго рода или типа гладкого кроссовера. Важно, что массы W - и Z -бозонов сразу после фазового перехода, $m_W(T_c)$ и $m_Z(T_c)$, меньше, чем при нулевой температуре; точное поведение $m_W(T)$ и $m_Z(T)$ тоже зависит от параметров модели (от m_H в МСМ). Вообще говоря, чем сильнее переход первого

рода, тем больше $m_W(T_c)$ и $m_Z(T_c)$. Электрослабый фазовый переход рассматривается более подробно в разделе 5.

Обратимся теперь к оценке скорости электрослабого изменения барионного числа при высоких температурах. В то время как при нулевых температурах изменение B происходит при туннелировании и пренебрежимо мало из-за туннельной экспоненты, при высоких температурах оно происходит путем теплового скачка через барьер, изображенный на рис. 1 [23]. При температурах ниже критической, $T < T_c$, вероятность обнаружить систему в седловой точке, разделяющей топологически различные вакуумы, сильно подавлена, но теперь уже бальмановским фактором

$$\Gamma \propto \exp\left(-\frac{E_{\text{sph}}(T)}{T}\right), \quad (3.1)$$

где

$$E_{\text{sph}}(T) = \frac{2m_W(T)}{\alpha_W} B\left(\frac{m_H}{m_W}\right)$$

— свободная энергия сфалерона. После попадания в седловую точку (т.е. после теплового образования сфалерона) система может скатиться в окрестность соседнего вакуума, и барионное, и лептонное числа могут нарушиться. Следовательно, фактор (3.1) является также подавляющим фактором для скорости электрослабого несохранения барионного числа при $T < T_c$.

При $T > T_c$ экспоненциальное подавление переходов с изменением барионного числа отсутствует. Оценка количества таких переходов в единице объема за единицу времени в ненарушенной фазе дается выражением [60, 61]

$$\Gamma = \text{const}(\alpha_W T)^4 \quad (3.2)$$

с константой порядка единицы. Скорость электрослабого B -нарушения подробно рассматривается в разделе 4.

Скорости (3.1) и (3.2) следует сравнить со скоростью расширения Вселенной

$$\frac{1}{t_U} = \text{const}\left(\frac{T}{M_{\text{Pl}}}\right) T,$$

где $\text{const} \sim 10^{-1}$, а M_{Pl} — планковская масса. Ясно, что в ненарушенной фазе скорость изменения барионного числа существенно выше, чем скорость расширения Вселенной в широком интервале температур

$$T_c < T < 0,1 M_{\text{Pl}} \alpha_W^4 \sim 10^{12} \text{ ГэВ}.$$

Следовательно, реакции, сопровождаемые B -нарушением, протекают быстро при этих температурах. После фазового перехода ситуация усложняется: скорость B -нарушения превышает темп расширения, если фазовый переход — слабо-первого рода ($m_W(T_c)$ мала), второго рода или типа кроссовера; с другой стороны, скорость процессов с B -несохранением существенно ниже скорости расширения, если фазовый переход — сильно-первого рода ($m_W(T_c)$ достаточно велика). Электрослабое B -нарушение прекращается сразу после фазового перехода, если $E_{\text{sph}}(T_c)/T_c > 45$ (см. разделы 6 и 7), и продолжается

после фазового перехода в противном случае. Это неравенство не выполняется в МСМ (см. раздел 7) с $m_t = 175$ ГэВ и экспериментально разрешенной массой бозона Хиггса $m_H > 65$ ГэВ. Таким образом, реакции с V -нарушением протекают быстро в МСМ после фазового перехода.

В расширениях МСМ свойства фазового перехода определяются большим числом параметров, чем просто масса хиггсовского бозона при нулевой температуре. Поэтому в некоторой области пространства параметров электрослабое V -несохранение после фазового перехода пренебрежимо мало.

Очевидно, что эти соображения прямо связаны с проблемой возникновения барионной асимметрии Вселенной, которая количественно характеризуется безразмерным отношением плотности барионного числа к плотности энтропии

$$\Delta_B = \frac{B}{s}.$$

Эта величина остается почти постоянной в процессе расширения Вселенной на стадиях, когда барионное число сохраняется, а его современное значение равно

$$\Delta_B = (4 \div 6) \times 10^{-11}.$$

В литературе обсуждаются разные возможности генерации барионной асимметрии. Они различаются характерной температурой, при которой возникает асимметрия.

1) *Температура великого объединения*, $T \sim 10^{15} \div 10^{16}$ ГэВ.

Не исключено, что наблюдаемая барионная асимметрия возникла за счет взаимодействий с V -нарушением в теориях великого объединения. Влияние электрослабых процессов в этом случае в основном состоит в том, что $(B + L)$, возникшее при температурах великого объединения, впоследствии вымывается (напомним, что $(B - L)$ сохраняется в аномальных электрослабых процессах). Асимметрия может остаться с эпохи великого объединения, только если при $T \sim 10^{15} \div 10^{16}$ ГэВ возникла большая $(B - L)$ -асимметрия, а при промежуточных температурах $100 \text{ ГэВ} < T < 10^{12} \text{ ГэВ}$ нет активно идущих процессов с нарушением лептонного числа (в противном случае все фермионные квантовые числа обратились бы в нуль при этих температурах, и барионная асимметрия исчезла бы). Первое из этих требований указывает на нестандартные $(B - L)$ -нарушающие моды распада протона, хотя это указание не слишком сильное. Мы обсудим в разделе 6 некоторые вопросы, связанные с этим сценарием бариосинтеза.

2) *Промежуточные температуры*, $1 \text{ ТэВ} \ll T \ll 10^{15} \text{ ГэВ}$.

Интересная возможность заключается в том, что существуют взаимодействия с нарушением лептонного числа на промежуточных масштабах, и эти взаимодействия генерируют лептонную асимметрию Вселенной при промежуточных температурах. Впоследствии эта асимметрия частично преобразуется в барионную асимметрию за счет аномальных электрослабых взаимодействий [62]. Возможные проявления такого сценария — майорановские массы нейтрино (которые могут быть полезны и с точки зрения объяснения экспериментов с солнечными нейтрино [63]) и/или процессы с нарушением лептонных чисел типа $\mu \rightarrow e\gamma$, $\mu \rightarrow eee$ и $\mu \rightarrow e$ конверсии.

Более подробное обсуждение этой возможности вместе с анализом конкретных моделей можно найти в [64–68].

Другой механизм, способный генерировать барионную асимметрию при промежуточных температурах [69] связан с когерентным рождением скалярных полей, несущих барионный заряд. Впоследствии "скалярное" барионное число, запасенное в скалярных полях, переходит в обычное. С недавним анализом этой интересной возможности в связи с суперсимметричной стандартной моделью можно ознакомиться в [70].

3) *Электрослабые температуры*, $T \sim (a \text{ few}) \times 100 \text{ ГэВ}$.

Остается возможность, что наблюдаемая барионная асимметрия генерируется самими электрослабыми взаимодействиями. В связи с медленным расширением Вселенной в электрослабую эпоху заметные отклонения от равновесия (третье условие Сахарова) могут возникнуть только во время фазового перехода первого рода. Действительно, фазовый переход первого рода, протекающий путем рождения, расширения и столкновения пузырей новой фазы, представляет из себя весьма бурный процесс. Динамические аспекты такого перехода во Вселенной рассмотрены в разделе 5.

Необходимым условием электрослабого бариосинтеза является отсутствие вымывания барионной асимметрии, возникшей во время электрослабого фазового перехода, после его окончания. Другими словами, скорость электрослабых переходов с V -нарушением должна быть исчезающе мала сразу после фазового перехода. Как обсуждалось выше и детально рассматривается в разделе 7, последнее требование *не выполняется* в МСМ, так что электрослабый бариосинтез возможен только в ее расширениях. Расширение минимальной модели полезно также и с другой точки зрения: обычно оно приводит к дополнительным механизмам CP -нарушения помимо механизма Кобаяши–Маскава (КМ), так что второе условие Сахарова выполняется более просто⁴. Феноменологическими следствиями этих новых механизмов CP -нарушения являются электрические дипольные моменты нейтрона и электрона [71, 72]; на основе рассмотрения бариосинтеза их значения ожидаются близкими к экспериментальным ограничениям [73].

Некоторые конкретные механизмы электрослабого бариосинтеза рассмотрены в разделе 7. Результат состоит в том, что наблюдаемая барионная асимметрия может быть естественным образом объяснена в расширенных версиях стандартной модели. Этот вывод представляет большой интерес, поскольку мы имеем дело с физикой, доступной для изучения на LEP-II и LHC в недалеком будущем. Неудивительно, что большая часть нашего обзора посвящена вопросам, связанным с электрослабым бариосинтезом.

4. Скорость сфалеронных переходов при конечных температурах

В этом разделе мы постараемся описать современный статус вычислений скорости изменения фермионных чисел при высоких температурах. Мы попытаемся отделить точные результаты от (разумных) предположений. Мы начнем с качественного обсуждения скорости реак-

⁴ Хотя все еще не исключено, что бариосинтез возможен при наличии только механизма КМ (см. раздел 7).

ций с несохранением барионного числа и выведем формулы типа Ван 'т Хофа–Аррениуса, справедливые для достаточно низких температур. Затем мы найдем точное представление для скорости этих реакций через функции Грина в реальном времени и покажем, как оно может быть связано с качественными соображениями. В завершение мы приведем несколько количественных оценок скорости сфалеронных переходов.

4.1. Качественное рассмотрение

Как обсуждалось в разделе 2, аномальное несохранение фермионного числа связано с переходами бозонных полей из одного классического вакуума в другой, топологически отличный от первого (см. рис. 1). В случае нулевых температур, низких плотностей фермионов и низких энергий сталкивающихся частиц начальное состояние системы, так же как и конечное, близки к вакуумным. Таким образом, для того чтобы произошло изменение фермионного числа, система должна протуннелировать через барьер. Этот процесс может быть описан с помощью инстантонов; он сильно подавлен квазиклассической экспонентой $\exp(-4\pi/\alpha_W)$.

Для анализа топологических переходов при ненулевых температурах рассмотрим сначала простой пример квантовой механики одной частицы в потенциале с двумя ямами. Гамильтониан имеет вид

$$H = \frac{1}{2} p^2 + U(x), \quad p = \dot{x}, \tag{4.1}$$

где

$$U(x) = \frac{1}{4} \lambda(x^2 - c^2)^2. \tag{4.2}$$

Предположим, что первоначально частица находилась в левой яме, и мы хотим вычислить вероятность ее обнаружения в правой. Сначала займемся случаем нулевых температур и рассмотрим переход из классического основного состояния. Вероятность туннелирования может быть найдена в ВКБ-приближении и по порядку величины равна

$$P \sim \exp(-2S_0), \quad S_0 = \int_{-c}^c \sqrt{2U(x)} dx. \tag{4.3}$$

Она экспоненциально подавлена из-за наличия барьера между двумя классическими основными состояниями.

При конечных температурах помимо основного состояния в левой яме заполняются возбужденные состояния с ненулевой энергией E . Вероятность найти систему в состоянии с энергией E дается распределением Больцмана с $-E/T$ в показателе экспоненты. Следовательно, скорость переходов пропорциональна сумме вероятностей переходов с возбужденных уровней с энергией E_n , взятых с тепловыми весами,

$$P \sim \sum_n \exp\left[-\frac{E_n}{T} - 2S(E_n)\right], \tag{4.4}$$

где

$$S(E) = \int_{-x(E)}^{x(E)} dx \sqrt{2[U(x) - E]}, \quad U(x(E)) = E. \tag{4.5}$$

При температурах $T \gg m$ (здесь m — кривизна потенциала вблизи точки $x = c$, $m = 2\lambda c^2$) сумма может быть

аппроксимирована интегралом по x

$$P \sim \int dx \exp\left\{-\frac{U(x)}{T} - 2 \int_{-x}^x dy \sqrt{2[U(y) - U(x)]}\right\}. \tag{4.6}$$

В результате получим

$$P \sim \exp\left(-\frac{U_0}{T}\right), \tag{4.7}$$

где $U_0 = U(0) = (1/4)\lambda c^4$ — высота барьера. С физической точки зрения этот результат очевиден. А именно, величина P в (4.7) оценивает число состояний с энергиями, превышающими высоту барьера. При температурах $T < m$ их число подавлено бальцмановским фактором и их вклад меньше вклада туннелирования из вакуумного состояния. С другой стороны, при высоких температурах $T \gg m$ основной вклад дается переходами из состояний с энергиями, превышающими высоту барьера, которые происходят классически. Таким образом, при этих температурах задача может быть решена путем классического вычисления скорости переходов, которая равна потоку вероятности в заданном направлении (слева направо) в точке $x = 0$

$$\begin{aligned} \gamma &= \langle \delta(x)\theta(\dot{x})\dot{x} \rangle = \frac{\int dp dx \exp(-H/T)\delta(x)\theta(p)p}{\int dp dx \exp(-H/T)} = \\ &= \frac{m}{2\pi} \exp\left(-\frac{U_0}{T}\right), \end{aligned} \tag{4.8}$$

если $T \ll U_0$. Заметим, что кривизна потенциала вблизи седловой точки ($x = 0$) не входит в конечный результат; постоянная Планка \hbar не входит в ответ вовсе. Отметим еще, что классическое рассмотрение задачи допустимо только при $U_0/T < 2S_0$. В противоположном случае скорость квантового туннелирования выше скорости классических переходов. В то же время метод перевала, использованный при вычислении интеграла (4.8), справедлив только для $U_0/T \gg 1$. При нарушении последнего неравенства вычисление скорости переходов должно проводиться вне рамок метода перевала.

Изложенное рассуждение легко распространяется на случай систем с многими степенями свободы, в частности, на интересующую нас теорию поля. Как и в квантовомеханическом примере, поместим систему в окрестность одного из вакуумов, скажем, с $n = 0$, и найдем скорость, с которой система перемещается в соседние вакуумные секторы. Сфалеронная конфигурация, лежащая на пути с минимальной энергией, соединяющем два ближайших вакуума с различными топологическими числами, играет основную роль в вычислениях. Функционал энергии в окрестности сфалерона в квадратичном приближении может быть записан следующим образом:

$$\mathbf{H} = E_{\text{sph}} - \frac{1}{2} \omega_-^2 x_-^2 + \frac{1}{2} \sum \omega_i^2 x_i^2 + \frac{1}{2} \sum p_i^2, \tag{4.9}$$

где x_i и p_i — нормальные координаты и импульсы, $\omega_i > 0$ — соответствующие частоты, а индекс "-" относится к отрицательной моде. Поверхность $x_- = 0$ в конфигурационном пространстве является полным аналогом перевальной точки $x = 0$ в рассмотренной выше модели с одной степенью свободы. Если мы поместим

систему на эту поверхность и рассмотрим ее развитие со временем, то она почти наверняка окажется в секторе $n = 1$ ($n = 0$) (и останется там на продолжительное время), если проекция начального импульса на нормаль к поверхности положительна (отрицательна). Итак, для вычисления числа переходов с изменением топологического числа следует вычислить поток вероятности через поверхность $x_- = 0$ в определенном направлении [74, 75]. Число переходов в единицу времени в единице объема дается формулой [60, 61, 76]

$$\Gamma = \frac{1}{Z} \frac{1}{V} \int \prod_i dx_i dp_i dx_- dp_- \delta(x_-) \theta(\dot{x}_-) \dot{x}_- \exp\left(-\frac{H}{T}\right), \quad (4.10)$$

где Z — статистическая сумма:

$$Z = \int \mathcal{D}\mathcal{P} \mathcal{D}\mathcal{Q} \exp\left(-\frac{H}{T}\right), \quad (4.11)$$

а V — объем системы. Как и в простом примере, величина Γ не зависит от кривизны вдоль сфалеронной отрицательной моды. После интегрирования по импульсам (4.10) может быть записано в компактном виде:

$$\Gamma = \frac{1}{V} \frac{1}{Z} \frac{\omega_-}{2\pi T} \text{Im} F_{\text{sph}}, \quad (4.12)$$

где $\text{Im} F_{\text{sph}}$ — результат *формального вычисления* мнимой части свободной энергии в окрестности сфалерона в однопетлевом приближении (так как сфалерон — перевальная точка функционала энергии, функциональный интеграл около нее не определен).

Анализ нулевых мод сфалерона достаточно стандартен. Всего имеется 6 нулевых мод. Три трансляционных моды обеспечивают правильную зависимость числа переходов от объема, в то время как SU(2)-преобразования дают некоторый нормировочный множитель. Окончательный результат для числа переходов выглядит следующим образом [60]:

$$\Gamma = \kappa \frac{T^4 \omega_-}{m_W} \left(\frac{\alpha_W}{4\pi}\right)^4 N_{\text{tr}} N_{\text{rot}} \left(\frac{2m_W}{\alpha_W T}\right)^7 \exp\left(-\frac{E_{\text{sph}}}{T}\right). \quad (4.13)$$

Здесь множители $N_{\text{tr}} \approx 26$, $N_{\text{rot}} \approx 5,3 \times 10^3$ возникают из-за нормировки нулевых мод [60], κ — вклад ненулевых мод в детерминант. Этот результат снова имеет чисто классический характер, и выражение для Γ не содержит \hbar . Оно не применимо при очень низких температурах, когда $E_{\text{sph}}/T > S_{\text{inst}}$ (в этом случае квантовое туннелирование более существенно, чем классически разрешенные переходы), а также при высоких температурах, когда показатель экспоненты не велик по сравнению с единицей.

В нашем выводе выражения для скорости сфалеронных переходов было использовано несколько важных предположений. Первое состоит в применимости классической теории к описанию топологически нетривиальных процессов в высокотемпературной плазме. Второе присутствие самой классической теории. Термодинамика классической теории поля, строго говоря, плохо определена в связи с неустойчивостью Рэлея–Джинса (на языке теории поля в ней присутствуют ультрафиолетовые расходимости). Оставляя эту проблему в стороне, мы *предположили*, что если первоначально система находится на поверхности $x_- = 0$, то она обязательно попадет в сектор с топологическим зарядом $n = 1$ при условии, что $p_- > 0$,

и в сектор с $n = 0$ в противоположном случае⁵. Ни одно из этих предположений не было до сих пор строго доказано. Ряд квантовых поправок к Γ , связанных со вкладами частиц с большими импульсами ($k \sim T$), может быть учтен (бесконечности в классической теории могут быть должным образом обработаны на однопетлевом уровне), но неизвестна регулярная процедура вычисления высших (двухпетлевых и т.д.) вкладов в Γ . Более того, подход, использованный здесь, совершенно не применим при высоких температурах, когда сфалеронное приближение перестает работать.

Ниже мы опишем подход к проблеме В-нарушения, основанный на использовании функций Грина. Он следует из первых принципов статистической механики и позволяет (по крайней мере в принципе) изучать изменение барионного числа за рамками квазиклассического приближения [61, 77, 78].

4.2. Подход с функциями Грина

Рассмотрим сначала поведение величины $Q(t)$

$$Q(t) = \int_0^t q(x) d^4x \quad (4.14)$$

при высоких температурах в квантовой системе без фермионов. Здесь $q(x)$ — плотность топологического заряда:

$$q(x) = \frac{g^2}{32\pi^2} F_{\mu\nu}^a \tilde{F}_{\mu\nu}^a. \quad (4.15)$$

Если система начинает эволюцию из окрестности одного из классических вакуумов (скажем, $n = 0$), то благодаря сфалеронным переходам она случайным образом попадает в окрестность другого вакуума (см. рис. 1). В силу периодичности статической энергии эти процессы не сопровождаются увеличением свободной энергии. Другими словами, величина Q "случайно блуждает" в конфигурационном пространстве, так что

$$\langle Q^2 \rangle = 2\Gamma V t, \quad t \rightarrow \infty, \quad (4.16)$$

где V — объем системы, $\langle O \rangle = \text{tr} (O\rho)$, а ρ — равновесная матрица плотности, $\rho = Z^{-1} \exp(-H/T)$. Величина Γ суть не что иное, как число переходов с изменением топологического заряда за единицу времени в единице объема. Она дается корреляционной функцией

$$\Gamma = \frac{1}{2} \lim_{t \rightarrow \infty} \lim_{V \rightarrow \infty} \int_0^t \langle (q(x)q(0) + q(0)q(x)) \rangle d^4x. \quad (4.17)$$

Теперь можно вывести флуктуационно-диссипационную теорему, показывающую, что кинетический коэффициент, описывающий релаксацию фермионного числа, напрямую связан с величиной Γ . Добавим левые (и правые) безмассовые фермионы в нашу систему, выключим для простоты юкавское взаимодействие со скалярными полями и предположим, что наличие небольших лептонного и барионного чисел связано только с отклонениями от теплового равновесия. Иными словами, предполагается, что все остальные взаимодействия про-

⁵ Это справедливо только в квадратичном приближении для функционала энергии вблизи сфалерона. Вклады более высокого порядка приведут, вообще говоря, к многократному пересечению поверхности $x_- = 0$ [60] и изменят выражение для Γ .

текают быстрее, чем те, которые связаны с аномальным B -несохранением⁶. Для простоты предположим, что средние всех сохраняющихся фермионных чисел равны нулю⁷, так что единственным неисчезающим глобальным зарядом является $\langle(B+L)\rangle = nV$. Здесь B и L — левые барионное и лептонное числа (в безмассовом пределе только левые частицы участвуют в аномальных процессах).

В принципе, временная зависимость барионного числа может быть найдена из решения уравнения Лиувилля для матрицы плотности $\rho(t)$

$$\frac{\partial \rho(t)}{\partial t} = i[\rho, H] \quad (4.18)$$

со следующим начальным условием при $t = 0$:

$$\rho_0 = \frac{1}{Z} \exp\left\{-\frac{1}{T}[H + \mu_0(B+L)]\right\}, \quad (4.19)$$

где μ_0 — исходный химический потенциал, Z — статистическая сумма. Запишем

$$\langle B+L \rangle(t) = \text{tr}[\rho(t)(B+L)] = \text{tr}[\rho_0(B(t)+L(t))], \quad (4.20)$$

где $B, L, (B(t), L(t))$ — операторы барионного и лептонного чисел в представлении Шрёдингера (Гейзенберга). Мы ожидаем, что если плотность барионного числа n мала по сравнению с T^3 , то временная зависимость n дается кинетическим уравнением

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\Gamma_B n, \quad (4.21)$$

где Γ_B — интересующая нас скорость нарушения фермионного числа. По-видимому, это кинетическое уравнение проще всего вывести с помощью формализма Зубарева для неравновесной матрицы плотности [83, 84]. Зубарев вводит две матрицы плотности: первая — это так называемая локально равновесная матрица плотности, чья зависимость от времени определяется только $\mu(t)$ (мгновенным химическим потенциалом для оператора $(B+L)$):

$$\rho_{\text{le}} = \frac{1}{Z} \exp\left\{-\frac{1}{T}[H + \mu(t)(B+L)]\right\}. \quad (4.22)$$

Величина μ медленно меняется со временем из-за несохранения B и L . Среднее значение n связано с $\mu(t)$ следующим образом:

$$n = \frac{1}{V} \text{tr}[(B+L)\rho_{\text{le}}] = \frac{2}{3} \mu(t) T^2 N_f, \quad (4.23)$$

где N_f — число фермионных поколений. Мы учли, что барионный заряд кварка равен $1/3$, а число цветов равно 3. Изменение барионного числа связано с изменением химического потенциала соотношением $\partial n = (2/3)N_f T^2 \partial \mu(t)$.

⁶ В действительности это не всегда так. К примеру, реакции с нарушением киральности легких кварков и лептонов за счет юкавского взаимодействия могут быть медленнее аномальных процессов. Модификация кинетических уравнений в этом случае обсуждается в [79–82].

⁷ Более общий случай рассмотрен в работах [79, 61, 82].

С другой стороны, из проинтегрированной аномалии следует, что

$$\frac{\partial}{\partial t} n(t) = 2N_f \text{tr}(q(t)\rho_0). \quad (4.24)$$

Главная трудность заключена в вычислении асимптотики этого выражения при больших временах. При $t > \Gamma_B$ вместо ρ_0 Зубарев использует так называемую неравновесную матрицу плотности

$$\rho_{\text{Zub}} = \frac{1}{Z} \exp\left\{-\frac{1}{T}\left(H + \epsilon \int_{-\infty}^t dt' \exp[-\epsilon(t-t')] \mu(t') [B(t') + L(t')]\right)\right\}, \quad (4.25)$$

где операторы B и L берутся в представлении Гейзенберга и подразумевается, что $\epsilon \rightarrow +0$. В таком пределе эта матрица плотности является статической. Далее, разлагая (4.25) по μ , интегрируя по частям и пренебрегая зависимостью μ от времени, получим

$$\text{tr}[q(t)\rho_{\text{Zub}}] = \frac{1}{3} T^2 \mu(t) \Gamma_B, \quad (4.26)$$

где скорость изменения барионного числа записана в терминах запаздывающей функции Грина:

$$\Gamma_B = \frac{3}{T^2} \lim_{\epsilon \rightarrow +0} \int_{-\infty}^t dt' d^3x [q(t), n(t')]_- \exp[-\epsilon(t-t')]. \quad (4.27)$$

Используя спектральное разложение для корреляционной функции (4.17) и функции Грина (4.27) [77, 78] можно показать, что эти две функции совпадают с точностью до коэффициента, содержащего число фермионных поколений. Окончательно получим искомую связь

$$\Gamma_B = 12N_f \frac{\Gamma}{T^3}. \quad (4.28)$$

Если скорость юкавских взаимодействий с полем Хиггса больше скорости сфалеронных переходов, то вместо коэффициента 12 получается $13/2$ [80].

4.3. Связь с формулой типа "потока вероятности"

На первый взгляд, корреляционная функция (4.27), описывающая скорость топологических переходов, не имеет ничего общего с потоком вероятности через поверхность $x_- = 0$, который мы нашли в разделе 4.1. Однако ниже мы убедимся, что эти две величины в действительности совпадают в гауссовом приближении для классической теории [61] при температурах, меньших массы сфалерона, но больших масс частиц. Можно ожидать, что классическое приближение для корреляционных функций будет достаточно точным, так как квантовые функции распределения бозонов при малых импульсах слабо отличаются от классических.

Рассмотрим для простоты чисто бозонную теорию. Заметим, что выражение (4.17) позволяет перейти к наивному классическому пределу $\hbar \rightarrow 0$ (мы пока оставляем в стороне вопрос о перенормировках):

$$\Gamma_{\text{class}} = \lim_{\hbar \rightarrow 0} \int D\mathcal{P}D\mathcal{Q} \exp\left[-\frac{H(\mathcal{P}, \mathcal{Q})}{T}\right] Q(t)q(0), \quad (4.29)$$

где $H(\mathcal{P}, \mathcal{Q})$ — классический гамильтониан, зависящий от обобщенных импульсов и координат, $q(0)$ — плотность топологического заряда в момент времени $t = 0$, выраженная через канонические координаты и импульсы \mathcal{P}, \mathcal{Q} и $Q(t)$ — топологический заряд (4.14), в котором $A(x, t)$ — решение классических уравнений поля с начальными условиями \mathcal{P}, \mathcal{Q} . Переход к классическому пределу происходит вполне аналогично соответствующему анализу в квантовой механике, проведенному в [85].

Интуитивно понятно, что основной вклад в континуальный интеграл (4.29) вносят конфигурации, начинающиеся из окрестности одного из классических вакуумов системы, проходящие около перевала (сфалерона) и заканчивающиеся в окрестности другого вакуума. Для этих конфигураций $Q(\infty) = \pm 1$ в зависимости от направления движения.

Рассмотрим классические конфигурации, пересекающие поверхность $x_- = 0$ вблизи сфалерона в некоторый момент времени t_1 . Они имеют вид

$$A(\mathbf{x}) = A_{\text{sph}}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0, \Omega) + \sum x_n A_n(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0, \Omega),$$

$$\phi(\mathbf{x}) = \phi_{\text{sph}}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0, \Omega) + \sum x_n \phi_n(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0, \Omega). \quad (4.30)$$

Здесь \mathbf{x}_0 и Ω — коллективные координаты, соответствующие трансляционным и вращательным нулевым модам сфалерона, а x_n малы. По теореме Лиувилля фазовый объем инвариантен, так что можно написать

$$(D\mathcal{P}D\mathcal{Q})(0) = (D\mathcal{P}D\mathcal{Q})(t_1) = \prod_{n=1} \int Dx_n DP_n d\mathbf{x}_0 d\Omega N_{\text{tr}} N_{\text{rot}} |P_-| dt_1, \quad (4.31)$$

где P_n — импульсы, соответствующие координатам x_n , $d\mathbf{x}_- = |P_-| dt_1$, N_{tr} и N_{rot} — нормировочные множители, связанные с трансляционными и вращательными нулевыми модами. Заметим, что

$$\int d\mathbf{x}_0 \int_0^{t_1} dt_1 q(0) = \int d\mathbf{x}_0 \int_0^{t_1} dt_1 q(-\mathbf{x}_0, -t_1) \quad (4.32)$$

— ни что иное, как топологический заряд конфигурации, находящейся в момент времени t_1 на поверхности $x_- = 0$. Далее, если импульс, соответствующий отрицательной моде, положителен, то рассматриваемая конфигурация эволюционировала с возрастанием координаты x_- , создавая в среднем топологический заряд $1/2$. В противном случае средний топологический заряд равен $-1/2$. Таким образом, для этих конфигураций

$$\int d\mathbf{x}_0 \int_0^{t_1} dt_1 q(-\mathbf{x}_0, -t_1) = \frac{1}{2} \text{sign}(P_-) \quad (4.33)$$

и $Q(\infty) = \text{sign}(P_-)$. Окончательно получаем для корреляционной функции (4.29) выражение

$$\Gamma = \frac{1}{2Z} N_{\text{tr}} N_{\text{rot}} \int Dx_n DP_n |P_-| d(P_-) \exp[-H(x_n, P_n)], \quad (4.34)$$

которое совпадает с найденным в разделе 4.1. Можно показать, что предположения, сделанные при вычислении этой корреляционной функции, в точности совпадают с предположениями, использованными при оценке потока вероятности.

4.4. Квантовые эффекты в классических вычислениях

Несмотря на то, что мы можем написать точные квантовые корреляционные функции в реальном времени, регулярные методы, позволяющие проводить непосредственные вычисления, до сих пор не найдены. Пертурбативные методы евклидовой (мацубаровской) теории поля помогают здесь слабо, поскольку необходимо аналитическое продолжение в область действительного времени, которое вряд ли возможно на основе теории возмущений.

Приведем доводы, показывающие, что основные квантовые эффекты могут быть учтены в параметрах классической теории, по крайней мере при достаточно высоких температурах. При рассмотрении сфалеронных переходов важнейшую роль играли свойства статических конфигураций калибровочного и хиггсовского полей. На них, конечно, влияет наличие высокотемпературных возбуждений. Тем не менее, можно показать (см. раздел 5), что все статические квантовые функции Грина бозонных полей ϕ, A_i совпадают с точностью до членов порядка $O(g^3)$ со статическими функциями Грина классической теории с гамильтонианом

$$H = \int d^3x \left[\frac{E_i(x)^2}{2} + P^*(x)P(x) + \frac{G_{ij}^a G_{ij}^a}{4} + (D_i \phi)^\dagger (D_i \phi) + U(\phi) \right], \quad (4.35)$$

$$U(\phi) = m^2(T) \phi^\dagger \phi + \lambda(T) (\phi^\dagger \phi)^2.$$

Здесь E_i и P — импульсы, сопряженные к полям A_i и ϕ ⁸. Константы связи $g(T)$, $\lambda(T)$ и масса $m^2(T)$ классической полевой теории могут быть найдены с помощью хорошо определенной пертурбативной процедуры, которая будет детально рассмотрена в разделе 5. Классическая теория не содержит фермионов, по которым можно проинтегрировать в процессе размерной редукции (см. раздел 5). Классические статические функции Грина будут конечны, если добавить к гамильтониану (4.35) известные одно- и двухпетлевые контрчлены. Пертурбативный переход к классической теории возможен только в теориях со слабой связью. Более того, для справедливости классического приближения статические корреляционные длины в теории должны быть достаточно большими ($l \gg (\pi T)^{-1}$, $l \gg (gT)^{-1}$). Неустойчивость Рэлея–Джинса — это ни что иное, как бесконечная перенормировка вакуумной энергии в трехмерной теории, которая может быть произведена добавлением контрчленов. Следовательно, высоту барьера можно найти из анализа седловых точек функционала энергии, определенного соотношением (4.35). Если $m^2(T)$ отрицательна, то симметрия спонтанно нарушена и сфалеронное решение существует. Его энергия зависит от температуры посредством квантовых поправок к параметрам классической теории. Размер высокотемпературного сфалерона по порядку величины совпадает со статической корреляционной длиной l и при наших предположе-

⁸ Точнее, эквивалентность сохраняется для любого вида кинетической части классического гамильтониана при условии, что она содержит только обобщенные импульсы. В этом случае в функциональном интеграле для статических функций Грина интегралы по координатам и импульсам факторизуются.

ниях существенно превышает обратную температуру (характерное расстояние между частицами). Вспомним, что при классическом вычислении потока вероятности через поверхность $x_- = 0$ интегрирование по импульсам является гауссовым (см. (4.10)), и основной вклад вносят импульсы $P_n^2/2 \sim T$. Следовательно, для нормальных сфалеронных мод с $\omega_n \ll T$ движение в реальном времени можно считать классическим. Это несправедливо для $\omega_n > T$, но высокоэнергичные сфалеронные моды с $\omega_n \gg T^{-1}$ находятся вблизи вакуумных значений и поэтому их вклады сокращаются при вычислении скорости переходов.

В симметричной фазе, при $m^2(T) > 0$, сфалерона просто не существует. Тем не менее, характерная для системы корреляционная длина $l \sim (g^2 T)^{-1}$ все еще больше обратной температуры. Естественно предположить, что типичный размер конфигураций, вносящих вклад в скорость переходов, имеет порядок корреляционной длины; тогда приведенный аргумент указывает на возможность классического рассмотрения и в этом случае.

Итак, гипотеза (которая пока не доказана) состоит в том, что скорость несохранения фермионных чисел в квантовой теории поля при высоких температурах ($T \gg m_W(T)$, $gT \gg m_W(T)$) дается с точностью до порядка $O(g^3)$ классической корреляционной функцией (4.17) с гамильтонианом (4.35). Поскольку статистической механики классической теории поля, строго говоря, не существует из-за ультрафиолетовой расходимости, последнее утверждение требует пояснений. Для определения классической статистики необходимо ввести высокотемпературный параметр обрезания Λ одновременно с трехмерными контрчленами, устраняющими расходимости из потенциальной части классического гамильтониана. Для справедливости указанной гипотезы необходимо существование классической корреляционной функции (4.17) в пределе

$$\lim_{\Lambda \rightarrow \infty} \lim_{t \rightarrow \infty} \lim_{V \rightarrow \infty} \int_0^t \langle (q(x)q(0) + q(0)q(x)) \rangle d^4x \quad (4.36)$$

(порядок взятия пределов здесь существен, см. ниже). В пользу того, что этот предел действительно существует, свидетельствует целый ряд вычислений с использованием метода Монте-Карло (МК) в реальном времени (см. раздел 4.8). Если сформулированная гипотеза верна, то она позволяет сразу найти параметрическую зависимость скорости сфалеронных переходов

$$\Gamma = (\alpha_W T)^4 f\left(\frac{\lambda}{g^2}, \frac{m^2(T)}{g^4 T^2}\right). \quad (4.37)$$

Этот результат следует из того, что Γ имеет размерность ГэВ^4 , а классическая динамика теории определяется единственным размерным параметром $g^2 T$ и двумя безразмерными отношениями. Глубоко в симметричной фазе, т.е. при $T \gg T_c$, скалярные поля отщепляются, поскольку $m^2(T) \gg g^4 T^2$. Тогда $\Gamma \sim (\alpha_W T)^4$ [60, 61].

В [86] недавно была высказана другая гипотеза. Авторы предположили, что вместо классического гамильтониана (4.35) можно использовать эффективное действие Браатена–Писарского [87], которое суммирует так называемые жесткие температурные петли в амплитуды для мягких частиц. Оно является производящим функционалом для калибровочных полей и полей материи с малыми импульсами и было использовано в

[88] для вычисления скорости вымывания фермионного числа в плазме. Еще одна гипотеза состоит в использовании уравнений ланжевеновского типа с "трением" и случайной силой [89] вместо детерминистских уравнений движения. Случайная сила имитирует взаимодействие классических мягких импульсных мод с коротковолновыми квантовыми флуктуациями. Обе эти гипотезы также не доказаны.

4.5. Скорость сфалеронных переходов в нарушенной фазе

Обсуждение в предыдущих параграфах показало, что в нарушенной фазе скорость сфалеронных переходов дается выражением (4.34), где классическая статическая энергия, используемая при вычислении функционального интеграла, находится из соотношения (4.35) с массами и константами связи, зависящими от температуры. В этом режиме, следовательно, скорость переходов дается равенством (4.13) с заменой $m_W \rightarrow M_W(T)$, где $M_W(T) = (1/2)g(T)v(T)$, а среднее поле Хиггса определяется из минимизации классического потенциала $U(\phi)$.

Для полного определения скорости переходов требуется вычислить трехмерный детерминант малых флуктуаций вокруг сфалеронного решения, также обладающий температурной зависимостью. Формально он линейно расходится в ультрафиолетовой области, но эта расходимость устраняется посредством однопетлевого контрчлена для массы скалярного поля $m^2(T)$. Недавно соответствующее вычисление было проделано численно в работах [93–95], где приведены значения детерминанта для различных констант связи скалярного поля. При малых значениях $\lambda(T)/g^2(T)$ результат имеет простую форму: вместо того, чтобы брать древесное выражение для среднего значения скалярного поля, его можно получить из минимизации однопетлевого эффективного потенциала

$$V_1(\phi) = \frac{1}{2} m^2(T) \phi^2 + \frac{1}{4} \lambda(T) \phi^4 - \frac{1}{12\pi} \left(6m_T^3 + m_1^3 + 3m_2^3 \right), \quad (4.38)$$

где массы, зависящие от среднего поля, даются формулами

$$\begin{aligned} m_T &= \frac{1}{2} g(T) \phi, & m_1^2 &= m_3^2(\mu_3) + 3\lambda(T) \phi^2, \\ m_2^2 &= m_3^2(\mu_3) + \lambda(T) \phi^2. \end{aligned} \quad (4.39)$$

Тогда трехмерный детерминант $\kappa \approx 1$, точные значения приведены в [95]. Это — наиболее полное вычисление скорости сфалеронных переходов на сегодняшний день.

Недавно как бозонный, так и фермионный детерминанты на фоне сфалерона были вычислены при произвольных температурах в [90, 91]. Кроме того, было прослежено поведение соответствующего фермионного уровня и нарушение фермионного числа. Авторы пришли к заключению, что вклад фермионов численно важен при $m_t = 175$ ГэВ. Однако это вычисление становится неприменимым вблизи T_c . Подход, основанный на построении эффективной трехмерной теории, позволяет включить эффект фермионов в определение констант связи и масс классической теории. После того, как это сделано, вклад фермионов становится пренебрежимо малым [92].

Определение следующих поправок к скорости представляет собой до сих пор не решенную проблему. Неизвестна даже стратегия такого расчета. Параметрически поправки имеют порядок $O[g^2 T/M_W(T)]$.

4.6. Численное моделирование в реальном времени

Используя гипотезу о возможности вычисления скорости квантовых сфалеронных переходов в рамках классической теории поля, можно найти эту скорость путем численного моделирования [96–98]. Дискретизация пространства, необходимая для применения численных методов, естественным образом обеспечивает ультрафиолетовое обрезание. По-видимому, наиболее удобная дискретная формулировка дается калибровочными теориями на решетке.

Численный анализ корреляционной функции $\langle Q^2(t) \rangle$ с помощью метода МК включает в себя два шага. Сначала генерируется набор конфигураций (обобщенные координаты и импульсы) в соответствии с распределением Больцмана $\exp(-H/T)$. Затем эти конфигурации принимаются в качестве начальных условий для классических уравнений движения. Эти уравнения решаются численно, и вычисляется зависимость топологического заряда от времени. Наконец, производится усреднение величины $Q^2(t)$. Вычисления повторяются для различных размеров системы и шага решетки; затем должна быть сделана экстраполяция к непрерывному пределу. Подробности описанной процедуры приведены в [97–105]; здесь мы представим только некоторые результаты.

К настоящему времени моделирование топологических переходов методом МК в действительном времени было проделано в трех различных калибровочных теориях. Первая из них — это U(1)-модель Хиггса в пространстве с размерностью $(1+1)$, вторая — SU(2) калибровочная система с полем Хиггса, а третья — чистая SU(2)-теория Янга–Миллса.

U(1)-теория в $(1+1)$ измерениях. Лагранжиан U(1)-модели Хиггса имеет вид

$$L = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F_{\mu\nu} + (D_\mu \phi)^\dagger (D_\mu \phi) - V(\phi), \quad (4.40)$$

где $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ — напряженность калибровочного поля, ϕ — заряженное скалярное поле, $D_\mu = \partial_\mu - ieA_\mu$, а $V(\phi)$ — скалярный потенциал

$$V(\phi) = \frac{\lambda}{4} (\phi^\dagger \phi - c^2)^2. \quad (4.41)$$

Топологическое число для этой теории в $(1+1)$ измерениях дается формулой

$$Q(t) = \frac{e}{4\pi} \int d^2x \epsilon_{\mu\nu} F_{\mu\nu}. \quad (4.42)$$

Статическое высокотемпературное эффективное одномерное действие — это просто $[(D_1 \phi)^\dagger (D_1 \phi) + V(\phi)]$. Оно соответствует конечной теории поля в одном измерении. Классическая статистическая механика этой системы описывается гамильтонианом

$$\frac{1}{2} E^2 + PP^* + (D_1 \phi)^\dagger (D_1 \phi) + V(\phi), \quad (4.43)$$

а также законом Гаусса

$$\partial_1 E - ie(\phi^* P - P^* \phi) = 0, \quad (4.44)$$

которому должны удовлетворять физические состояния.

Поместим эту систему в одномерный ящик длины L ($-L/2 < x < L/2$) и наложим периодические граничные условия на поля. Тогда в пределе $L \rightarrow \infty$ седловая точка этого действия, сфалерон, представляет собой калибровочно преобразованное поле обычного кинка [96–98],

$$\phi_{\text{sph}} = i \exp\left(\frac{i\pi x}{L}\right) \frac{c}{\sqrt{2}} \tanh \frac{M_H x}{2}, \quad (4.45)$$

$$A_1 = \frac{\pi}{eL}. \quad (4.46)$$

Скорость высокотемпературных сфалеронных переходов в этой теории была вычислена в [76, 106]:

$$\Gamma = \left[\frac{3E_{\text{sph}}}{\pi T} \right]^{1/2} M_H^2 f\left(\frac{M_W}{M_H}\right) \exp\left(-\frac{E_{\text{sph}}}{T}\right), \quad (4.47)$$

где масса сфалерона дается равенством $E_{\text{sph}} = \sqrt{8\lambda} c^3/3$. Функция $f(x)$ для больших x найдена в [76] ($f(x) = (\sqrt{x}/4\pi) 2^{2x-3/4}$) и для произвольных x в [106].

Динамика классической системы в реальном времени изучалась на решетке в [97, 98, 104, 105]. Результаты МК-моделирования в реальном времени показывают, что скорость сфалеронных переходов действительно не зависит от шага решетки, если только он достаточно мал. Более того, при $T < E_{\text{sph}}$ наблюдается количественное согласие с однопетлевыми формулами. При очень высоких температурах $T > E_{\text{sph}}$ скорость переходов не может быть вычислена аналитически, и имеются только численные результаты [107]. Численное моделирование с уравнениями ланжевеновского типа, заменяющими динамику в реальном времени, проведено в [89].

Калибровочная SU(2)-теория с полем Хиггса. В [99, 100] изучались сфалеронные переходы в калибровочной SU(2)-теории с полем Хиггса. Такие переходы ясно наблюдались на различных решетках и в разных объемах. Однако качество решеточных данных не позволяет экстраполировать результаты к непрерывному пределу. Все имеющиеся данные согласуются со скоростью $\Gamma = \kappa(\alpha_W T)^4$ с $\kappa > 0,4$ ⁹.

Чистая калибровочная SU(2)-теория. Недавно систематическому исследованию были подвергнуты сфалеронные переходы в чистой калибровочной SU(2)-теории [103]. Использование теории Янга–Миллса вместо полной калибровочно-хиггсовской системы оправдано при температурах, существенно выше критической. При этих температурах скалярные поля имеют массы $\sim gT$ и отщепляются от длинноволновых флуктуаций с $k \sim g^2 T$, которые, как ожидается, играют основную роль в топологически-нетривиальных переходах. Трехмерная часть классической модели представляет собой теорию поля без ультрафиолетовых расходимостей. В [103] убедительно показано, что классическая скорость переходов существует (т.е. нет зависимости от объема, если он велик, и от шага решетки, если он мал). Численно

$$\Gamma = \kappa(\alpha_W T)^4, \quad \kappa = 1,09 \pm 0,04. \quad (4.48)$$

Вблизи фазового перехода скалярные степени свободы имеют массы $\sim g^2 T$ и не отщепляются от калибровочных

⁹ В [100] соответствующее ограничение выглядит как $\kappa > 0,1$, арифметическая ошибка на фактор 4,4 в этой оценке была исправлена в [108].

полей. Тем не менее, так как параметр $g^2 T$ является единственным размерным параметром задачи, параметрическая зависимость скорости переходов остается прежней, хотя численный коэффициент может быть другим.

4.7. Сильные сфалероны

Рассмотрим также другие высокотемпературные процессы, связанные с аномалией, теперь уже в КХД. Они изменяют киральность кварков и, поскольку аномальное V -нарушение связано с левыми фермионами, могут быть существенными при обсуждении барионной асимметрии.

Хорошо известно, что аксиально-векторный кварковый ток имеет аномалию и, следовательно, не сохраняется. Скорость изменения киральности кварков при высоких температурах Γ_{str} связана со скоростью топологических переходов в КХД ("сильные" сфалероны [77, 109])

$$\frac{\partial Q_5}{\partial t} = -\frac{72}{T^3} \Gamma_{\text{str}} Q_5, \quad (4.49)$$

где Q_5 — аксиальный заряд. По аналогии со слабыми сфалеронами, скорость сильных сфалеронных переходов дается выражением

$$\Gamma_{\text{str}} = \kappa_{\text{SU}(3)} (\alpha_s T)^4, \quad (4.50)$$

где $\kappa_{\text{SU}(3)}$ — неизвестное число порядка единицы. Отсюда характерное время переходов равно

$$\tau_{\text{str}} = \frac{1}{72 \kappa_{\text{SU}(3)} \alpha_s^4 T}. \quad (4.51)$$

Полагая $\kappa_{\text{SU}(3)} \approx 1 \div 3$, получим, что характерное время имеет порядок величины $(30 \div 100)/T$, т.е. скорость сильных сфалеронных переходов сравнима по величине или даже больше, чем скорость переходов с переворотом киральности за счет юкавской связи t -кварка.

4.8. Заключительные замечания

На сегодняшний день хорошо установлено, что при высоких температурах отсутствует подавление процессов с нарушением фермионного числа. Тем не менее, до сих пор не существует количественных методов, позволяющих вычислять скорость переходов точнее, чем в низшем порядке квазиклассического приближения. С нашей точки зрения, наиболее важным является установление соотношения между классической и квантовой скоростями; первую можно было бы вычислять с помощью некоторой модификации метода МК. Даже в рамках классической физики было бы важно иметь аналитическое понимание конечности скорости в континуальном пределе. Конечно, было бы очень важно провести МК-моделирование в реальном времени в нарушенной фазе $\text{SU}(2)$ калибровочной системы с полем Хиггса, в частности потому, что скорость переходов сегодня известна в гауссовом приближении.

5. Фазовые переходы в калибровочных теориях

Фазовые переходы служат источником отклонений от термодинамического равновесия в ранней Вселенной. Обычно в теориях со скалярами (таких, как теории

великого объединения или теории электрослабых взаимодействий) симметрия восстанавливается при высоких температурах, а при низких температурах она нарушена [56, 57]. Если фазовый переход является переходом первого рода, то он происходит путем образования пузырей с новой фазой [110, 111]. В зависимости от параметров модели этот процесс может быть достаточно бурным, причем движение стенок пузырей возмущает плазму и может служить триггером для генерации барионной асимметрии. Для получения детальной неравновесной картины фазового перехода необходимо решить ряд очень сложных проблем. Потенциально интересными для бариосинтеза вопросами являются темп образования пузырей, структура стенок пузырей, их скорость, распределение концентраций частиц около стенок и т.д. Надежные ответы на эти вопросы получить трудно, поскольку все они связаны со сложными неравновесными явлениями. Более того, даже равновесное рассмотрение фазовых переходов встречается с рядом трудностей, связанных с так называемой инфракрасной проблемой в термодинамике калибровочных полей.

Имеется много прекрасных обзоров и книг, посвященных исследованию фазовых переходов в калибровочных теориях (см., например, [112–115]). Наша задача в этом разделе состоит в обсуждении продвижений, которые были достигнуты в этой области за последние несколько лет. В разделе 5.1 мы коротко рассмотрим допустимость равновесного приближения при описании фазовых переходов и приведем несколько полезных уравнений для определения скорости образования пузырей. Далее мы описываем "правила игры", которые позволяют оценить основные параметры фазового перехода с помощью единственной функции — пертурбативного эффективного потенциала поля Хиггса. Все содержание этого раздела давно известно и приведено здесь для полноты. В разделе 5.3 мы поясняем, почему теория возмущений в действительности не способна описывать высокотемпературные фазовые переходы. В разделах 5.4 и 5.5 приводится формализм, который позволяет надежно определить параметры фазового перехода в теориях со слабой связью. В разделе 5.6 обсуждаются результаты, специфичные для электрослабого фазового перехода. Раздел 5.7 посвящен динамике фазового перехода.

5.1. Равновесное приближение

Возьмем для простоты МСМ электрослабых взаимодействий и рассмотрим ее в космологическом контексте. Предположим, что температура системы T имеет порядок массы W -бозона — масштаба, на котором ожидается электрослабый фазовый переход. Сразу возникает вопрос о возможности применения равновесного описания в расширяющейся Вселенной. Для проверки этого необходимо сравнить скорости различных реакций между частицами в стандартной модели со скоростью расширения Вселенной (величина обратная возрасту)

$$t_U = \frac{M_0}{T^2}, \quad (5.1)$$

где $M_0 = M_{\text{Pl}}/1,66N^{1/2} \sim 10^{18}$ ГэВ, а N — эффективное число безмассовых степеней свободы. Скорость расширения Вселенной является единственным неравновесным параметром системы до фазового перехода и некоторо

время после него. Во время фазового перехода важен другой типичный временной масштаб неравновесности, связанный с движением стенок пузырей. Он на много порядков меньше характерного времени расширения Вселенной (см. далее), и потому отклонения от термодинамического равновесия гораздо значительнее.

До или после фазового перехода самые быстрые пертурбативные реакции связаны с сильным взаимодействием (например, $q\bar{q} \rightarrow G\bar{G}$); их скорость имеет порядок $(\tau_{\text{str}})^{-1} \sim \langle \sigma n v \rangle \sim \alpha_s^2 T$. Здесь σ — сечение реакции, n — концентрация частиц, v — относительная скорость сталкивающихся частиц. Типичные слабые реакции, например $e\nu \rightarrow e\nu$, происходят с частотой $(\tau_{\text{weak}})^{-1} \sim \alpha_W^2 T$, а самыми медленными реакциями являются те, в которых происходит изменение киральности легких фермионов, например $e_R H \rightarrow \nu W$ со скоростью $(\tau_c)^{-1} \sim f_c^2 \alpha_W T$, где f_c — юкавская константа связи для электронов. Таким образом, отношение τ_i/t_U меняется от 10^{-14} для самых быстрых реакций до 10^{-2} для самых медленных; это означает, что функции распределения кварков, глюонов, промежуточных векторных бозонов, хиггсовских бозонов и правых заряженных лептонов и нейтрино являются равновесными с точностью лучше, чем 10^{-13} ; наибольшее отклонение от термодинамического равновесия ($\sim 10^{-2}$) ожидается для правого электрона.

Эти оценки показывают, что равновесное описание системы является очень хорошим приближением до фазового перехода и вскоре после его завершения¹⁰. Более того, поскольку фазовый переход происходит путем образования пузырей, равновесное описание плазмы возможно и в областях, достаточно удаленных от движущихся доменных стенок.

Итак, равновесная статистическая механика может применяться для вычисления "статических" характеристик фазового перехода, таких как критическая температура T_c , скрытая теплота перехода, скачок параметра порядка (среднего значения скалярного поля), поверхностное натяжение (поверхностная плотность энергии плоской доменной стенки, разделяющей разные фазы). Другой важной характеристикой является область метастабильности: при верхней T_+ (нижней T_-) спиноподобной температуре нарушенная (симметричная) фаза прекращает существовать в метастабильном состоянии (рис. 2). Статические корреляционные длины различных операторов полезны для понимания структуры доменных стенок.

Фазовый переход первого рода в ранней Вселенной не является мгновенным процессом, и его полная продолжительность по порядку величины совпадает с возрастом Вселенной. Пузыри новой фазы начинают образовываться при температурах немного ниже T_c ; они расширяются и, в конце концов, заполняют Вселенную новой фазой. Это происходит при температурах выше T_- . Часть объема Вселенной, занятая новой фазой, $\mathcal{P}(t)$, может быть оценена [116]. Предположим, что количество пузырей, образующихся в единице объема в единицу времени, равно $\mathcal{R}(T)$, а скорость стенок пузырей

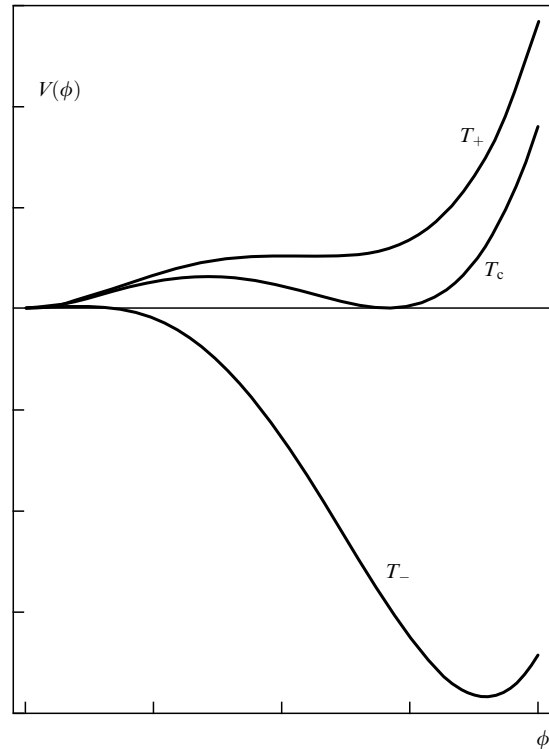


Рис. 2. Эволюция эффективного потенциала при фазовом переходе первого рода.

постоянна¹¹ и равна v . Тогда

$$\mathcal{P}(t) = 1 - \exp[-\Delta(t)], \quad (5.2)$$

где $V(t, t_0) = (4\pi/3)v^3(t - t_0)^3$ — объем, который занимает в момент t пузырь, образовавшийся в момент t_0 ,

$$\Delta(t) = \int_{t_c}^t dt_0 V(t, t_0) \mathcal{R}(T(t_0)), \quad (5.3)$$

t_c — время, отвечающее критической температуре, $T(t_c) = T_c$. В этом уравнении не учтено красное смещение скорости пузыря, которое, на самом деле, не существенно на масштабе электрослабого взаимодействия. Вводя переменную

$$x = \frac{T_c - T}{T_c}$$

и предполагая, что она мала (это верно в электрослабом случае), получаем упрощенное выражение

$$\Delta = \frac{64\pi v^3}{3} \left(\frac{M_0}{T_c}\right)^4 \int_0^x \frac{\mathcal{R}(T)}{T_c^4} x^3 dx. \quad (5.4)$$

Фазовый переход завершается, когда

$$\Delta \approx 1. \quad (5.5)$$

Так как масштаб электрослабых взаимодействий много меньше планковского масштаба, вероятность образова-

¹⁰ Конечно, это модельно зависимое утверждение. Например, если температура Вселенной была бы, к примеру, 10^{17} ГэВ, то равновесное описание фазового перехода (в теории великого объединения) было бы сомнительным, так как отношение τ_i/t_U было бы порядка единицы.

¹¹ В горячей плазме в отличие от вакуумного случая имеется сила трения, действующая на стенку пузыря. Это и обеспечивает постоянную скорость стенки.

ния пузырей \mathcal{R} в момент перколяции очень мала

$$x^3 \frac{\mathcal{R}(T)}{T_c^4} \sim \left(\frac{T_c}{M_0}\right)^4 \sim \exp(-150).$$

Пузырь имеет характерный размер порядка $R \sim 2vM_0x/T_c^2$, где x можно найти из условия (5.5).

Вычисление скорости образования пузырей в общем случае является сложной задачей. Достоверные оценки существуют только в так называемом приближении тонкой стенки; соответствующий главный вклад может быть найден в книге Ландау–Лифшица по статистической механике. Предположим, что температура системы $T < T_c$, и $x \ll 1$. Тогда свободная энергия критического пузыря может быть найдена из условий минимизации

$$\frac{\partial F}{\partial R} = 0, \quad F(R) = 4\pi R^2 \sigma - \frac{4\pi R^3}{3} \Delta p, \quad (5.6)$$

где $\Delta p = Lx$ — разность давлений, L — скрытая теплота перехода, σ — поверхностное натяжение. Из последнего соотношения легко получить, что

$$R = \kappa T_c^4 \exp[-S(x)], \quad (5.7)$$

где действие на евклидовом пузыре равно

$$S(x) = \frac{16\pi\sigma^3}{3T_c L^2 x^2} (1 + O(x)), \quad (5.8)$$

а поправки порядка $O(x)$ зависят от модели. Действительно, толщина доменной стенки имеет порядок характерной корреляционной длины ξ , поэтому радиус пузыря определен с точностью до поправок порядка ξ . Это дает неопределенность в действии $\delta S/S \sim L\xi x/\sigma$ и приводит к очевидному ограничению, необходимому для применимости приближения тонкой стенки, $R \gg \xi$. Вычисление действия евклидова пузыря в различных моделях может быть найдено в [115, 117].

При $R \sim \xi$ приближение тонкой стенки неприменимо, и скорость образования пузырей не может быть выражена через макроскопические параметры фазового перехода (скрытую теплоту и поверхностное натяжение) в критической точке. В этом случае фазовый переход задерживается, и Вселенная переохлаждается в симметричной фазе. Вообще говоря, вычисление скорости образования пузырей в этом случае не может быть сделано в калибровочных теориях из-за инфракрасной проблемы в термодинамике калибровочных полей (см. раздел 5.3), но возможно для скалярной теории со слабой связью. Заинтересованный читатель может обратиться за подробностями к [115, 117]. Не менее сложной задачей является получение предэкспоненциального фактора в выражении для скорости образования пузырей. Его вычисление в однопетлевом приближении в скалярных моделях и в электрослабой теории было сделано в работах [118–120].

5.2. Простые оценки

Для описания высокотемпературного фазового перехода в любой заданной теории важно иметь соответствующий вычислительный формализм. Традиционно используется эффективный потенциал для поля ϕ . Он определяется как значение свободной энергии системы (давление со знаком минус) при однородном внешнем поле ϕ . Минимумы этого потенциала соответствуют (мета)стабильным состояниям системы. Система испы-

тывает фазовый переход первого рода, если имеется два вырожденных минимума эффективного потенциала, разделенных энергетическим барьером. В общем случае, эффективный потенциал зависит от калибровки; пертурбативные вычисления часто дают комплексные члены. Однако значение эффективного потенциала в минимуме калибровочно инвариантно. Это обеспечивает возможность калибровочно инвариантного определения критической температуры и скрытой теплоты перехода.

Простая стратегия (недостатки которой будут обсуждены позже) дает разумное качественное описание фазового перехода и часто позволяет сделать достаточно точные оценки [121]:

1) Вычислим высокотемпературный однопетлевой потенциал $V(\phi, T)$ в данной модели.

2) Определим из него критическую температуру, скачок параметра порядка, скрытую теплоту и поверхностное натяжение, используя следующие уравнения для T_c и параметра порядка ϕ_c :

$$\frac{\partial V(\phi_c, T_c)}{\partial \phi_c} = 0, \quad V(\phi_c, T_c) = V(0, T_c), \quad (5.9)$$

для скрытой теплоты и поверхностного натяжения:

$$L = T_c \frac{\partial}{\partial T_c} [V(\phi_c, T_c) - V(0, T_c)], \quad (5.10)$$

$$\sigma = \int_0^{\phi_c} \sqrt{2V(\phi, T_c)} d\phi. \quad (5.11)$$

3) Вычислим скорость образования пузырей в приближении тонкой стенки и сравним ее со скоростью расширения Вселенной. Определим температуру зарождения пузырей и проверим применимость приближения тонкой стенки. Если оно не применимо, вычислим скорость зарождения пузырей для случая толстой стенки. В этом случае необходимо найти $O(3)$ -симметричную конфигурацию, экстремизирующую трехмерное действие

$$S = \frac{1}{T} \int d^3x \left[\frac{1}{2} (\partial_i \phi)^2 + V(\phi, T) \right] \quad (5.12)$$

с граничными условиями $\phi \rightarrow 0$ при $x \rightarrow \infty$. Скорость образования пузырей равна в этом случае $\mathcal{R} \sim \exp(-S)$.

Примером может служить МСМ. В ней однопетлевой эффективный потенциал в высокотемпературном приближении равен (для простоты выберем случай, когда хиггсовский бозон достаточно легкий, и пренебрежем эффектами $U(1)_Y$ -взаимодействий)

$$V(\phi, T) = \frac{1}{2} \gamma (T^2 - T_-^2) \phi^2 - \frac{1}{3} \alpha T \phi^3 + \frac{1}{4} \lambda \phi^4. \quad (5.13)$$

В стандартной модели с массой t -кварка m_t имеем

$$\alpha = \frac{9g^3}{32\pi}, \quad \gamma = \frac{3}{16} g^2 + \frac{1}{2} \lambda + \frac{m_t^2}{2v^2}. \quad (5.14)$$

Нижняя температура метастабильности T_- связана с массой хиггсовского бозона $m_H^2 = 2\lambda v^2$ следующим образом:

$$T_- = \frac{m_H}{\sqrt{2\gamma}}. \quad (5.15)$$

Из-за наличия кубического члена потенциал предсказывает фазовый переход первого рода с критической

температурой

$$T_c = \frac{T_-}{\sqrt{1 - 2\alpha^2/9\lambda\gamma}} > T_- \quad (5.16)$$

и скачком параметра порядка

$$\frac{\phi(T_c)}{T_c} = \frac{2}{3} \frac{\alpha}{\lambda}. \quad (5.17)$$

Фазовый переход становится более слабым при увеличении самодействия скалярного поля. Это следует из поведения параметра порядка, скрытой теплоты и поверхностного натяжения, которые уменьшаются при увеличении λ . При больших λ скорость образования пузырей может быть найдена в приближении тонкой стенки, тогда как при малых $\lambda \sim g^3$ это приближение перестает работать, и фазовый переход происходит при значительном переохлаждении. Качественно, однопетлевое описание дает правильные результаты, но конкретные числа могут достаточно сильно отличаться от получаемых при более аккуратном рассмотрении. Влияние дебаевского экранирования на эффективный потенциал рассматривалось в [117, 122–124], двухпетлевое вычисление было проделано в работах [125–132]. Различные аспекты фазового перехода обсуждаются в работах [133–136].

5.3. Инфракрасная проблема и факторизация

Теория возмущений для неабелевых калибровочных теорий с малой константой связи неизбежно становится неприменимой при высоких температурах, по крайней мере в симметричной фазе [137, 138]. Физическая причина состоит в том, что при высоких температурах вместо обычного четырехмерного параметра разложения g^2 реальным параметром является $\rho \sim g^2 n_B(E)$, где

$$n_B(E) = \left[\exp\left(-\frac{E}{T}\right) - 1 \right]^{-1}$$

— бозонная функция распределения, E — энергия, характерная для данного процесса в плазме. При $E < T$ параметр разложения больше, чем при нулевой температуре, а именно, $\rho \sim g^2 T/E$, из-за обычного бозе-усиления амплитуд. В симметричной фазе калибровочные бозоны не имеют массы в рамках теории возмущений, инфракрасное обрезание отсутствует, и параметр разложения может быть сколь угодно большим. В нарушенной фазе инфракрасное обрезание возникает благодаря массе векторного бозона, и теория возмущений сходится при $g^2 T/m_W \ll 1$. Ниже мы дадим более формальное описание инфракрасной катастрофы.

Тот факт, что теория возмущений перестает работать при $T \neq 0$, создает нетривиальные трудности для описания фазовых переходов. Действительно, фазовый переход происходит, когда свободная энергия нарушенной фазы равна свободной энергии симметричной фазы, но последнюю нельзя вычислить по теории возмущений. В скрытую теплоту перехода дают вклады как симметричная, так и нарушенная фазы, это же верно и для поверхностного натяжения. Фазовый переход во Вселенной происходит при охлаждении, следовательно, исходной фазой является именно та, к которой неприменима теория возмущений. В случае фазовых переходов сильнопервого рода главный вклад в упомянутые параметры дает нарушенная фаза, для которой теория возмущений

применима; в этом случае пертурбативное описание может быть надежным. Однако инфракрасная проблема фатальна при попытке количественного изучения фазовых переходов слабо первого рода. К сожалению, прямое решеточное моделирование методом МК пока невозможно для реалистических теорий, содержащих киральные фермионы, из-за известных проблем с дискретизацией детерминанта киральных фермионов. Чисто бозонный сектор моделей можно поместить на четырехмерную решетку. Обширные монте-карловские расчеты в четырехмерном пространстве проводились в [139–143], сводка имеющихся результатов содержится в [144].

Недавно был предложен подход, позволяющий исследовать равновесные аспекты фазового перехода в калибровочных теориях с малой константой связи [129, 145–147]. Он сочетает пертурбативный анализ и численные методы МК. Главной идеей метода является факторизация масштабов, возникающих при описании высокотемпературной плазмы. На первой стадии пертурбативными методами конструируется гораздо более простая эффективная теория, содержащая всю существенную пертурбативную динамику фазового перехода. Идея этой конструкции, известной как размерная редукция, восходит к [148, 149]. Она была развита в [129, 145–147] в применении к фазовым переходам и применена затем к горячей КХД в [150–154]. Другие аспекты размерной редукции были изучены в [155–160]. На следующей стадии эффективная трехмерная теория анализируется пертурбативными методами (МК моделирование на решетке)¹². В дальнейшем обсуждении мы следуем [146].

Идея размерной редукции родилась из наблюдения, что *равновесная* теория поля при конечных температурах эквивалентна евклидовой теории поля (при нулевой температуре), определенной на конечном "временном" интервале $\beta = 1/T$ с периодическими граничными условиями для бозонов и антипериодическими для фермионов.

Периодические и антипериодические граничные условия позволяют разложить бозе (ϕ) и ферми (ψ) поля в ряды Фурье на конечном временном интервале,

$$\phi(x, \tau) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \phi_n(x) \exp(i\omega_n^{\phi} \tau), \quad (5.18)$$

$$\psi(x, \tau) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \psi_n(x) \exp(i\omega_n^{\psi} \tau), \quad (5.19)$$

где $\omega_n^{\phi} = 2n\pi T$, $\omega_n^{\psi} = (2n+1)\pi T$. Таким образом, четырехмерная теория поля при конечной температуре эквивалентна трехмерной теории с бесконечным числом полей, а трехмерные бозонные и фермионные массы равны частотам ω^{ϕ} и ω^{ψ} . Здесь легко увидеть аналогю с теориями Калуцы–Клейна с компактными координатами высших размерностей. Равновесная термодинамика теории полностью характеризуется набором мацубаровских (евклидовых) функций Грина, $G_n(\omega_i, \mathbf{k})$, где

¹² В случаях, когда возможно сравнение между трех- и четырехмерным моделированием, они дают согласующиеся результаты, что свидетельствует о корректности размерной редукции вне теории возмущений. Обычно ошибки при четырехмерном моделировании гораздо больше, чем при трехмерном [144], что связано с достаточно сильными требованиями к размерам решетки в четырехмерии (см. [145]).

ω_i — дискретные частоты, n — количество внешних линий. Важную роль в описании фазового перехода играют статические бозонные функции Грина (фермионные функции Грина никогда не бывают статическими, так как фермионные частоты нечетны). Например, среднее значение скалярного поля равно просто $G_1(0, 0)$; статические корреляционные длины могут быть определены из двухточечных функций Грина, и так далее.

Предположим теперь, что константы связи в теории малы и что среднее значение поля Хиггса в нарушенной фазе достаточно мало, так что масса векторного бозона много меньше температуры. Тогда описание фазового перехода (т.е. статических функций Грина) может быть проведено в рамках более простой трехмерной теории, которая содержит только бозонные поля, отвечающие сектору фурье-разложения с $n = 0$. Грубо говоря, по "сверхтяжелым" полям (мы оставляем термин "тяжелые" для других полей, которые будут определены позже) можно проинтегрировать. Эффективная теория справедлива для импульсов $k \ll T$. Чтобы определить динамику эффективной теории, необходимо записать наиболее общий трехмерный суперперенормируемый лагранжиан, содержащий только нулевые моды, и определить его параметры с помощью условий шивки. Это условие требует, чтобы двух-, трех- и четырехточечные одночастично-неприводимые функции Грина, вычисленные в эффективной теории и в полной четырехмерной теории, совпадали с точностью до некоторой степени константы связи. Тогда эффективная теория приближенно описывает *все* статические функции Грина высокотемпературной четырехмерной теории. Как обсуждается в [146], максимальная точность, которая может быть достигнута с использованием *суперперенормируемой* трехмерной теории, равна

$$\frac{\Delta G}{G} \sim O(g^4). \quad (5.20)$$

Для конкретности выберем в качестве примера МСМ. Тогда трехмерная эффективная теория является бозонной теорией с группой $SU(2) \times U(1)$ и содержит хиггсовский дублет, скалярный триплет (нулевую компоненту калибровочного поля $SU(2)$) и скалярный синглет (нулевая компонента $U(1)$ поля). Лагранжиан эффективной теории имеет вид

$$\begin{aligned} S = \int d^3x \left[\frac{1}{4} G_{ij}^a G_{ij}^a + \frac{1}{4} F_{ij} F_{ij} + (D_i \Phi)^\dagger (D_i \Phi) + m_3^2 \Phi^\dagger \Phi + \right. \\ \left. + \lambda_3 (\Phi^\dagger \Phi)^2 + \frac{1}{2} (D_i A_0^a)^2 + \frac{1}{2} m_D^2 A_0^a A_0^a + \frac{1}{4} \lambda_A (A_0^a A_0^a)^2 + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} (\partial_i B_0)^2 + \frac{1}{2} m_D^2 B_0 B_0 + \lambda_B B_0^4 + \tilde{\lambda}_{AB} A_0^a A_0^a B_0^2 + \right. \\ \left. + h_3 \Phi^\dagger \Phi A_0^a A_0^a + h'_3 \Phi^\dagger \Phi B_0 B_0 - \frac{1}{2} \lambda_{AB} B_0 \Phi^\dagger A_0^a \tau^a \Phi \right], \quad (5.21) \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} G_{ij}^a &= \partial_i A_j^a - \partial_j A_i^a + g_3 \epsilon^{abc} A_i^b A_j^c, & F_{ij} &= \partial_i B_j - \partial_j B_i, \\ D_i \Phi &= \left(\partial_i - ig_3 \tau^a \frac{A_i^a}{2} + ig'_3 \frac{B_i}{2} \right) \Phi, \\ D_i A_0^a &= \partial_i A_0^a + g_3 \epsilon^{abc} A_i^b A_0^c, & \Phi &= \frac{(\phi_3 + i\phi_4, \phi_1 + i\phi_2)^T}{\sqrt{2}}, \end{aligned}$$

τ^a — матрицы Паули. От фактора $1/T$ перед действием мы избавились перемасштабированием полей и констант связи, так что поля имеют размерность $\Gamma \mathbb{B}^{1/2}$, а константы связи $g_3^2, \lambda_3, \lambda_A, \lambda_{AB}$ имеют размерность $\Gamma \mathbb{B}$.

Полное однопетлевое вычисление трехмерных констант связи и двухпетлевое вычисление трехмерных масс в эффективной теории может быть найдено в [129, 146]. Мы приведем простые древесные соотношения для констант связи

$$\begin{aligned} g_3^2 &= g^2 T, & g_3'^2 &= g'^2 T, & \lambda_3 &= \lambda T, \\ h_3 &= \frac{1}{4} g^2 T, & h'_3 &= \frac{1}{4} g'^2 T, \\ \lambda_A &= 0, & \lambda_{AB} &= gg' T, & \lambda_B &= \tilde{\lambda}_{AB} = 0, \end{aligned} \quad (5.22)$$

однопетлевые соотношения для масс скалярного дублета

$$m_3^2(\mu) = -\frac{1}{2} m_H^2 + T \left(\frac{\lambda_3}{2} + \frac{3g_3^2}{16} + \frac{g_3'^2}{16} + \frac{\tilde{g}_Y^2}{4} \right), \quad (5.23)$$

триплетных и синглетных масс

$$m_D^2 = \left(\frac{1}{6} + \frac{5n_F}{9} \right) g'^2 T^2, \quad (5.24)$$

$$m_D^2 = \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{6} + \frac{n_F}{3} \right) g^2 T^2. \quad (5.25)$$

Здесь m_H — масса бозона Хиггса при нулевой температуре, g_Y — юкавская константа связи t -кварка, $\tilde{g}_Y = g_Y T$ и $n_F = 3$ — число поколений фермионов.

Очевидно, что эту трехмерную модель исследовать гораздо легче, чем исходную четырехмерную, так как она содержит гораздо меньше степеней свободы. При этом от фермионов остается одно воспоминание в виде их вклада в трехмерные массы и константы связи.

Анализ соотношений (5.23) и (5.25) показывает, что возможно дальнейшее упрощение эффективной теории. Действительно, на древесном уровне при $m_3^2 < 0$ симметрия нарушена, а при $m_3^2 > 0$ она восстанавливается. Другими словами, вблизи фазового перехода m_3^2 близко к нулю. В этой точке справедлива иерархия $m_3^2 \ll m_D^2$ и $m_3^2 \ll m_D^2$, что позволяет построить эффективную теорию, содержащую только хиггсовский дублет и $SU(2) \times U(1)$ -калибровочное поле. "Тяжелый" масштаб порядка gT отынтегрировался, и суперперенормируемое действие эффективной теории теперь имеет простой вид

$$\begin{aligned} S = \int d^3x \left[\frac{1}{4} G_{ij}^a G_{ij}^a + \frac{1}{4} F_{ij} F_{ij} + \right. \\ \left. + (D_i \Phi)^\dagger (D_i \Phi) + \tilde{m}_3^2 \Phi^\dagger \Phi + \tilde{\lambda}_3 (\Phi^\dagger \Phi)^2 \right]. \quad (5.26) \end{aligned}$$

В однопетлевом приближении

$$\tilde{m}_3^2(\mu) = m_3^2 - \frac{1}{4\pi} (3h_3 m_D + h'_3 m_D'), \quad (5.27)$$

а $\tilde{\lambda}_3 = \lambda_3$ на древесном уровне. Поправки высших порядков к этим соотношениям могут быть найдены в [129, 146]. В действительности, возможность отынтегрировать тяжелый масштаб имеется в любой калибровочной теории. Эффективное описание в терминах *суперперенормируемой*

нормируемого лагранжиана для одних "легких" мод дает точность порядка

$$\frac{\Delta G}{G} \sim O(g^3) \quad (5.28)$$

и позволяет вычислять функции Грина "легких" полей (статических калибровочных бозонов и скаляров). Эта теория применима при $k \ll gT$, но k может быть величиной порядка g^2T . Эффективный потенциал для скалярного поля в трех измерениях совпадает с потенциалом четырехмерной теории при высоких температурах, в котором учтена сумма жестких петель [126, 128, 129].

Все четыре параметра трехмерной теории размерны, поэтому динамика однозначно определяется тремя безразмерными отношениями

$$x \equiv \frac{\bar{\lambda}_3}{g_3^2}, \quad y \equiv \frac{\bar{m}_3^2}{g_3^4}, \quad z \equiv \left(\frac{\bar{g}_3'}{g_3}\right)^2 \quad (5.29)$$

и общим масштабом \bar{g}_3^2 , от которого физика не зависит. Изменение температуры изменяет параметр y , тогда как x и z зависят от T только через логарифмические поправки. Таким образом, мы приходим к важному заключению, что динамика электрослабых фазовых переходов зависит от одного безразмерного параметра x , так как z выражается через известный угол слабого смешивания, $z \approx 0,3$, а y фиксируется требованием $T = T_c$. Зависимость параметра x от физической массы хиггсовского бозона в МСМ была найдена в [146] (рис. 3).

В действительности, трехмерная теория, определенная (5.26), играет роль универсальной теории, описывающей фазовый переход не только в МСМ, но и во многих ее расширениях, включая суперсимметрию, два хиггсов-

ских дублета и т.д. [146]. Рассмотрим для примера модель с двумя хиггсовскими дублетами. Интегрирование по сверхтяжелым модам дает трехмерную $SU(2) \times U(1)$ -теорию с лишним хиггсовским дублетом по сравнению с описанной выше теорией. Рассмотрим теперь однопетлевую матрицу масс скалярных полей для дублетов и найдем температуры, при которых одно из ее собственных значений обращается в нуль. Следует выбрать более высокую температуру; это и есть температура фазового перехода. Определим массу другого скаляра при этой температуре. Обычно она имеет порядок gT , и, следовательно, является тяжелой. Далее следует отынтегрировать этот скаляр вместе с тяжелым триплетом и синглетом — в результате вновь получится простая $SU(2) \times U(1)$ -модель. В случае, когда оба скаляра имеют малые массы около критической температуры, следует исследовать более сложную модель, содержащую два скалярных дублета. Однако очевидно, что этот случай имеет место лишь при тонком подборе параметров. Однопетлевое исследование фазового перехода в модели с двумя хиггсовскими дублетами может быть найдено в [161–168].

Та же стратегия применима и к минимальной суперсимметричной стандартной модели (МССМ). Если нет нарушения цвета и заряда при высоких температурах (нарушение, в принципе, возможно, так как теория содержит скалярные кварки), то все степени свободы, за исключением содержащихся в модели с двумя хиггсовскими дублетами, можно отынтегрировать. Тогда мы возвращаемся к уже обсужденному случаю: фазовый переход в МССМ может быть описан трехмерной $SU(2) \times U(1)$ -калибровочной моделью Хиггса, по крайней мере в широкой области пространства параметров. Однопетлевой анализ МССМ был проведен в [169–172].

Разумеется, эффективные суперперенормируемые трехмерные теории не дают вполне точного описания фазового перехода. Параметрически, $\Delta G/G$ пропорционально $O(g^4)$ или $O(g^3)$ в зависимости от глубины размерной редукции. Численная оценка неопределенности зависит от модели. Для стандартной электрослабой модели соответствующие оценки были сделаны в [146]. Было показано, что эффективное описание обеспечивает точность порядка 1% для масс хиггсовского бозона от 30 ГэВ до нескольких сотен ГэВ. Для меньших масс хиггсовского бозона фазовый переход слишком силен и масса векторного бозона имеет порядок температуры, т.е. предположение об иерархии масштабов не выполняется; если масса хиггсовского бозона близка к унитарному пределу, то теория возмущений, используемая при построении эффективного лагранжиана, перестает работать.

Следует подчеркнуть, что для изучения фазовых переходов в калибровочных теориях со слабой связью необходимо сконструировать более простую трехмерную теорию, параметры которой можно вычислить методами теории возмущений. Эти вычисления свободны от инфракрасных расходимостей, а ультрафиолетовые расходимости удаляются обычными контрчленами теории возмущений при нулевой температуре. Одна и та же трехмерная теория играет роль универсальной теории для описания фазовых переходов во многих четырехмерных моделях. В частности, сила электрослабого фазового перехода зависит от единственного параметра $x = \bar{\lambda}_3/\bar{g}_3^2$.

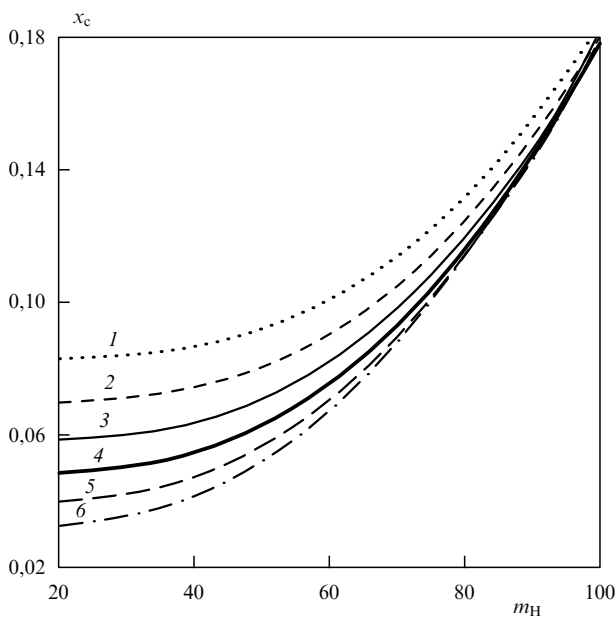


Рис. 3. Критическое значение величины $x_c = \lambda_3/g_3^2$ в зависимости от физической массы хиггсовского бозона m_H и массы t -кварка m_t равной: (1) — 205 ГэВ; (2) — 195 ГэВ; (3) — 185 ГэВ; (4) — 175 ГэВ; (5) — 165 ГэВ; (6) — 155 ГэВ. В общем случае x зависит от массы хиггсовского бозона, массы t -кварка и логарифмически зависит от температуры [147].

5.4. Динамика трехмерной теории

Построение трехмерной теории свободно от инфракрасных расходимостей. Однако пертурбативные вычисления в трех измерениях инфракрасно расходятся в симметричной фазе. Это легко увидеть с помощью простого подсчета степеней. Например, вклад от N -й петли в плотность энергии вакуума в трех измерениях, которая имеет размерность ГэВ^3 , должен содержать фактор $(g_3^2)^{N-1}$. Следовательно, начиная с $N = 5$ какой-то размерный параметр (к примеру, характерный масштаб импульса k) должен появиться в знаменателе каждого члена разложения, т.е. параметром разложения будет g_3^2/k . В симметричной фазе инфракрасное обрезание отсутствует, и теория возмущений перестает работать. Первый (логарифмически) расходящийся вклад в вакуумную энергию появляется в четырех петлях и имеет порядок $(g_3^2)^3$, давая вклад порядка $g^6 T^4$ в свободную энергию. Это означает, что трехмерная теория должна рассматриваться вне рамок теории возмущений.

В настоящее время непертурбативные исследования $SU(2) \times U(1)$ -модели отсутствуют, а большинство результатов были получены для $SU(2)$ -калибровочной модели Хиггса. Обсудим сначала общую структуру фазовой диаграммы в этой теории. Для $SU(2)$ -калибровочной модели Хиггса неизвестны локальные калибровочно-инвариантные параметры порядка, которые приобретали бы ненулевые значения только в одной из двух фаз модели. Другими словами, в этой модели нет нарушения или восстановления симметрии, и калибровочная симметрия всегда сохраняется (см., например, [173, 174]). Обычное высказывание, что векторные бозоны не имеют масс в симметричной фазе и массивны в нарушенной фазе, некорректно, поскольку векторные степени свободы массивны в любом случае. Хорошей аналогией для данной системы является обычная жидкость, которая испытывает фазовый переход первого рода жидкость – пар без восстановления или нарушения какой-либо симметрии. Фазовая диаграмма этой системы обычно имеет критическую точку, где заканчивается линия фазового перехода первого рода. В этой точке происходит фазовый переход второго рода, и в спектре имеется безмассовое скалярное возбуждение.

Отсутствие истинного параметра порядка в калибровочной модели Хиггса предполагает две возможные фазовые диаграммы в плоскости (x, y) , показанные на рис. 4. В первом случае (рис. 4а) линия фазового перехода первого рода заканчивается при конечных x , тогда как в другом случае (рис. 4б) конечная точка соответствует $x = \infty$. В первом случае существует критическое значение константы скалярного самодействия, выше которого вообще нет фазового перехода, тогда как во втором случае фазовый переход первого рода имеет место для любых значений параметров. Для космологических приложений важно определить тип фазовой диаграммы. Например, если линия фазового перехода первого рода заканчивается при конечных x , а физическое значение x находится правее этой точки, то происходит гладкий переход типа кроссовера без каких-либо сильных отклонений от термодинамического равновесия. В последнем случае наблюдаемых последствий электрослабой эпохи не будет.

К исследованию $SU(2)$ -калибровочной модели Хиггса были применены следующие подходы: ϵ -разложение [175], точная ренормгруппа [176–179], уравнение

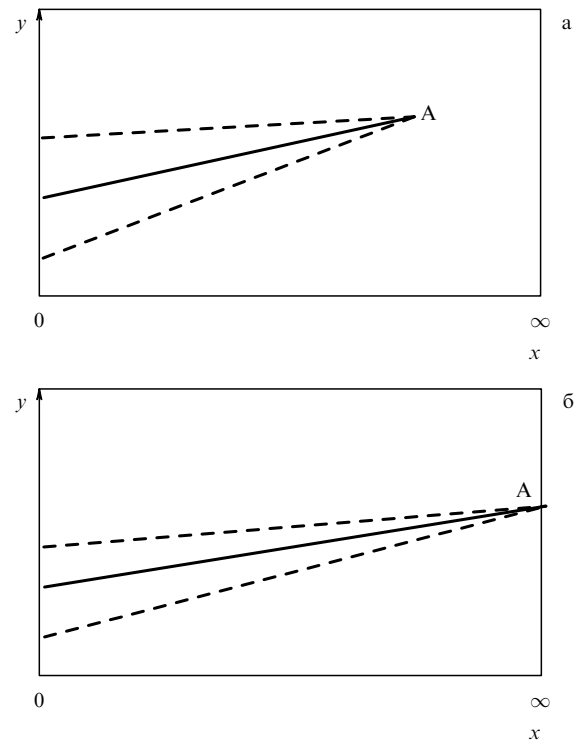


Рис. 4. Схематическое изображение фазовой диаграммы в $SU(2)$ -калибровочной модели Хиггса. А — критическая точка. Пунктирными линиями показаны верхняя и нижняя спиновальные температуры.

Дайсона – Швингера [180], теория возмущений [129] и моделирование на решетке методом МК [147, 181, 182]. Первые два подхода указывают на второй тип фазовой диаграммы, тогда как третий дает аргументы в пользу существования конечной точки критической линии. Обычно теория возмущений хорошо описывает различные характеристики фазового перехода при малых значениях константы скалярного самодействия, а ϵ -разложение работает лучше в режиме $\lambda_3/g_3^2 \gg 1$ [183–185]. МК-моделирование на решетке не может выяснить род фазового перехода при большой константе скалярного самодействия.

Опишем результаты МК-моделирования только на трехмерной решетке [186, 187, 145, 147, 181, 188]. Подробное описание всех существующих подходов сделало бы обсуждение слишком длинным. Акцент на МК-моделировании в основном объясняется тем, что это единственный подход, базирующийся на первых принципах и не требующий дополнительных предположений. Например, ϵ -разложение опирается на предположение, что $\epsilon = 1$ может быть малым параметром разложения. Подход точной ренормализационной группы требует некоторого обрывания уравнений, а уравнения Дайсона – Швингера получаются при помощи теории возмущений, которая может быть неприменима. МК-моделирование на решетке дает набор "истинных" характеристик фазового перехода (при условии, что качество данных обеспечивает возможность экстраполяции к непрерывному пределу), которые затем могут быть использованы в космологических приложениях. Конечно, МК-моделирование не дает аналитического понимания динамики перехода, но оно может рассматриваться как "экспериментальная" основа для построе-

ния и проверки различных теорий фазового перехода. Решеточное МК-моделирование не может описать переход очень слабо первого рода. Однако только переходы достаточно сильно первого рода интересны для космологии, поэтому решеточное моделирование может охватить все интересные значения параметров.

5.5. Решеточная формулировка

Трехмерная теория, определяемая действием

$$S = \int d^3x \left[\frac{1}{4} G_{ij}^a G_{ij}^a + (D_i \Phi)^\dagger (D_i \Phi) + m_3^2 \Phi^\dagger \Phi + \lambda_3 (\Phi^\dagger \Phi)^2 \right], \quad (5.30)$$

имеет ряд замечательных свойств. Она содержит только размерные константы связи и, следовательно, суперперенормируема. Единственные ультрафиолетовые расходимости появляются при перенормировке массы скаляра, а β -функции для g_3^2 и λ_3 равны нулю. Точная β -функция для массового параметра известна [129]:

$$\mu \frac{\partial m_3^2(\mu)}{\partial \mu} = -\frac{1}{16\pi^2} f_{2m}, \quad (5.31)$$

где

$$f_{2m} = \frac{51}{16} g_3^4 + 9\lambda_3 g_3^2 - 12\lambda_3^2. \quad (5.32)$$

Решеточная версия непрерывной теории (5.30) определяется следующим действием:

$$S = \beta_G \sum_x \sum_{i < j} \left(1 - \frac{1}{2} \text{tr} P_{ij} \right) + \beta_H \sum_x \sum_i \frac{1}{2} \text{tr} \Phi^\dagger(\mathbf{x}) U_i(\mathbf{x}) \Phi(\mathbf{x} + i) + \sum_x \frac{1}{2} \text{tr} \Phi^\dagger(\mathbf{x}) \Phi(\mathbf{x}) + \beta_R \sum_x \left[\frac{1}{2} \text{tr} \Phi^\dagger(\mathbf{x}) \Phi(\mathbf{x}) - 1 \right]^2. \quad (5.33)$$

Здесь $U_i(x)$ и P_{ij} — переменные ребра и плакета, а Φ — скалярное поле. Действие зависит от трех безразмерных параметров β_G , β_H , β_R (вспомним, что непрерывная динамика полностью описывается двумя числами x и y). Тот факт, что рассматриваемая теория суперперенормируема, позволяет найти точную (в непрерывном пределе) связь между переменными решетки и физическими параметрами. Соответствующее вычисление было проделано в [145, 189]. Оно дает соотношение между решеточной схемой перенормировок и $\overline{\text{MS}}$ -схемой в континууме. Непрерывному пределу соответствуют $\beta_G \rightarrow \infty$, $\beta_H \rightarrow 1/3$, $\beta_R \rightarrow 0$ таким образом, что физические параметры x и y , определенные как

$$x = \frac{1}{4} \lambda_3 a \beta_G = \frac{\beta_R \beta_G}{\beta_H^2}, \quad (5.34)$$

$$y = \frac{\beta_G^2}{8} \left(\frac{1}{\beta_H} - 3 - \frac{2x\beta_H}{\beta_G} \right) + \frac{3\Sigma\beta_G}{32\pi} (1 + 4x) + \frac{1}{16\pi^2} \left[\left(\frac{51}{16} + 9x - 12x^2 \right) \left(\ln \frac{3\beta_G}{2} + \zeta \right) + \eta + \bar{\eta}x \right], \quad (5.35)$$

остаются постоянными. Формула (5.35) содержит несколько констант, возникающих из решеточной теории возмущений: $\Sigma = 3,17591$, $\zeta = 0,09$; $\eta = 5,0$ и $\bar{\eta} = 5,2$ [145, 189]. Если a — шаг решетки, имеющий размерность длины, то общий масштаб непрерывной теории g_3^2 соотносится с ним следующим образом:

$$g_3^2 a = \frac{4}{\beta_G}, \quad (5.36)$$

т.е. непрерывному пределу отвечает $a \rightarrow 0$. Соотношение решеточных переменных и полей в континууме в этом пределе имеет вид

$$\Phi = V R_L, \quad R_L^2 = \frac{2a}{\beta_H} \phi^\dagger \phi = \frac{1}{2} \text{tr} \Phi^\dagger \Phi, \\ U_i = \exp \left(\frac{1}{2} i a g_3 \tau_a A_i^a \right), \quad (5.37)$$

где V — унитарная $SU(2)$ -матрица, R_L — радиальная мода поля Хиггса, τ_a — матрицы Паули.

Формулы (5.34), (5.35) служат основой для связи решеточных результатов с физической реальностью. Не обсуждая технические детали решеточного моделирования [147], опишем общую стратегию решеточного исследования фазового перехода. Читатель, не знакомый с вычислениями по методу МК, может рассматривать компьютер в качестве устройства для вычисления евклидова функционального интеграла

$$\langle O(A, \phi) \rangle = \frac{\int D A D \phi O(A, \phi) \exp(-S)}{\int D A D \phi \exp(-S)}, \quad (5.38)$$

где $O(A, \phi)$ — некоторый калибровочно-инвариантный функционал калибровочных и скалярных полей, а S — решеточное действие. Интеграл следует вычислять для различных объемов системы и различных шагов решетки, и в конце концов экстраполировать результаты к бесконечному объему и нулевому a . Выбирая специальный δ -образный вид функционала

$$O = \delta(c - G(A, \phi)), \quad (5.39)$$

можно исследовать распределения вероятностей различных параметров порядка $G(A, \phi)$, существенных для исследования фазового перехода.

5.5.1. Критическая температура. Зафиксируем β_G (т.е. параметр ультрафиолетового обрезания) и будем изменять параметры β_H и β_R таким образом, что физическая переменная x будет оставаться постоянной. На четырехмерном языке это отвечает изменению температуры. Существование фазового перехода первого рода означает, что при некотором критическом значении β_H имеются два вырожденных основных состояния с различными свойствами. В частности, средние значения калибровочно-инвариантных наблюдаемых различны в этих состояниях. Например, ожидается, что среднее значение R^2 меньше в симметричной фазе, чем в хиггсовской фазе. Это означает, что распределение вероятности в критической точке имеет нетривиальную форму и имеет два пика вместо одного. Типичная картина эволюции распределения вероятности показана на рис. 5. При больших β_H (низкие температуры) существует единствен-

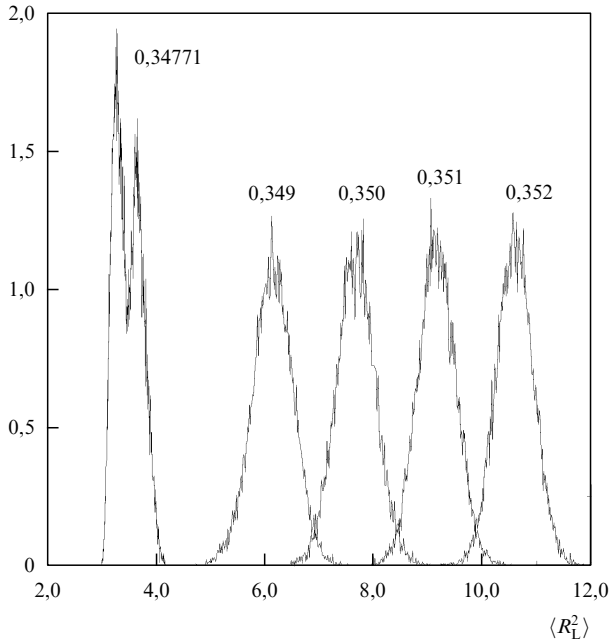


Рис. 5. Эволюция распределения вероятности ($\langle R_L^2 \rangle$) при изменении β_H (температуры): $\beta_G = 12$, $m_H = 80$ ГэВ [145].

ное значение параметра порядка R^2 , соответствующее хиггсовской фазе, а при некотором β_H возникает структура с двумя пиками, сигнализирующая о фазовом переходе первого рода. Критическое значение β_H может быть найдено из требования, чтобы площади под обоими пиками были равны друг другу. Конечно, необходимо проверить, что структура с двумя пиками не является артефактом решетки и удовлетворяет различным тестам, выделяющим переход первого рода [147]. После того, как найдено критическое значение β_H , оно может быть переведено в критическую температуру в исходной четырехмерной теории.

5.5.2. Скрытая теплота перехода. Скрытая теплота L , т.е. энергия, высвобождающаяся при переходе, может быть найдена из соотношений

$$\frac{L}{T} = \frac{d\Delta p}{dT} = \frac{T}{V} \frac{d}{dT} \Delta \log Z = \frac{T}{V} \frac{d}{dT} \Delta P, \quad (5.40)$$

где производные вычисляются при критической температуре, Δp — разность давлений в симметричной и нарушенной фазах, а ΔP — разность вероятностей реализации фаз в объеме V , T — физическая (четырёхмерная) температура. Величина ΔP прямо пропорциональна разности площадей под двумя пиками в распределении параметра порядка около T_c и может быть вычислена при помощи моделирования при β_H , близких к критическому значению.

5.5.3. Скачок параметра порядка. Параметром порядка, обычно обсуждаемым при изучении эффективного потенциала, является среднее значение v поля Хиггса. Однако эта величина не калибровочно-инвариантна. Калибровочно-инвариантным ее аналогом является скалярный конденсат $\langle \phi^\dagger \phi \rangle$ — составной оператор, среднее которого содержит линейную расходимость на одно-

петлевом уровне и логарифмическую расходимость на двухпетлевом уровне. Эти расходимости могут быть устранены, например, с помощью \overline{MS} -схемы. Получающийся конденсат тогда зависит от масштабного параметра μ . Так как трехмерная теория суперперенормируема, можно найти *точное* соотношение между решеточной величиной $\langle R^2 \rangle$ и $\langle \phi^\dagger \phi \rangle$ [145]:

$$\begin{aligned} \frac{\langle \phi^\dagger \phi(\mu) \rangle}{g_3^2} &= \frac{\beta_G \beta_H}{8} \left(\langle R^2 \rangle - \frac{\Sigma}{\pi \beta_H} \right) - \\ &- \frac{3}{(4\pi)^2} \left(\log \frac{3\beta_G g_3^2}{2\mu} + \zeta + \frac{\Sigma^2}{4} - \delta \right) + O\left(\frac{1}{\beta_G}\right), \end{aligned} \quad (5.41)$$

где $\zeta + \Sigma^2/4 - \delta = 0,67$. Таким образом, экстраполяция решеточных измерений величины $\langle R^2 \rangle$ к пределу $\beta_G \rightarrow \infty$ позволяет определить "точное" значение скалярного конденсата. Сравнение решеточных результатов с известным двухпетлевым разложением по теории возмущений позволяет оценить величину членов высших порядков теории возмущений. Таким методом в [147] была численно определена трехпетлевая поправка к эффективному потенциалу. Для оценок можно использовать соотношение

$$\frac{1}{2} \frac{v^2}{T^2} = \frac{\langle \phi^\dagger \phi(T) \rangle}{T}.$$

Эффективный потенциал для калибровочно-инвариантного конденсата был построен в [190].

Скачок величины $\langle \phi^\dagger \phi \rangle$ при фазовом переходе (разность конденсатов в нарушенной и в симметричной фазах при критической температуре) является конечной и не зависящей от масштаба μ величиной, которую можно напрямую измерить на решетке как расстояние между положениями двух пиков в распределении R^2

$$\Delta(\langle \phi^\dagger \phi \rangle) = \frac{1}{8} g_3^2 \beta_G \beta_H \Delta(\langle R^2 \rangle). \quad (5.42)$$

Можно показать, что $\Delta(\langle \phi^\dagger \phi \rangle)$ непосредственно связан со скрытой теплотой перехода [145, 191].

5.5.4. Поверхностное натяжение. Поверхностное натяжение является одной из наиболее важных величин, характеризующих силу фазового перехода. Оно может быть измерено с помощью построения распределений вероятности некоторого локального параметра порядка. При критической температуре система в конечном объеме преимущественно находится либо в хиггсовской, либо в симметричной фазе, но может существовать и в смешанном состоянии, состоящем из доменов обеих фаз. Вероятность смешанного состояния подавлена дополнительной свободной энергией, связанной с переходной областью между фазами. Это приводит к характерной структуре с двумя пиками распределения параметра порядка при критической температуре (рис. 6). Средняя точка между пиками отвечает состоянию, которое состоит из равных объемов симметричной и нарушенной фаз. Из-за дополнительной свободной энергии площадь соприкосновения фаз стремится к минимуму. Пусть имеется решетка с периодическими граничными условиями и геометрией $L_x^2 \times L_z$, где $L_x \ll L_z$, тогда минимальная площадь равна $2 \times A = 2(L_x a)^2$. Фактор 2

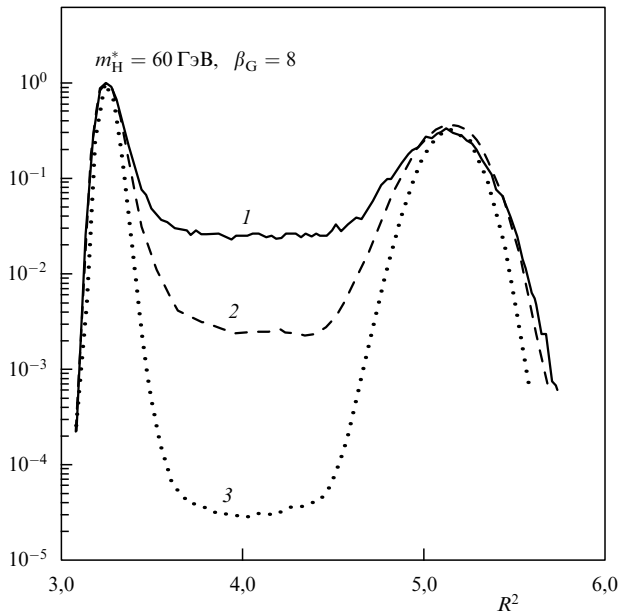


Рис. 6. Распределение вероятности R^2 , используемое для определения поверхностного натяжения [147], для $L_x^2 \times L_z$: (1) — $20^2 \times 140$; (2) — $24^2 \times 120$; (3) — $30^2 \times 120$.

появляется, так как имеется две различных переходных области. Поверхностное натяжение σ может быть получено в результате предельного перехода

$$\frac{\sigma}{T} = \lim_{V \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2A} \log \frac{P_{\max}}{P_{\min}} \right), \quad (5.43)$$

где P_{\max} — максимальная плотность вероятности в пике, P_{\min} — минимальная плотность вероятности между пиками. При достаточно больших размерах системы в z -направлении распределение вероятности имеет характерное плато, отвечающее трансляционной нулевой моде доменной стенки. Другие методы определения поверхностного натяжения обсуждаются в [142, 143], оценки пертурбативных поправок высших порядков содержатся в [192].

5.6. Некоторые решеточные результаты

Трехмерное решеточное моделирование проводилось для четырех значений параметра x в континууме: $x = 0,01830$; $0,06444$; $0,08970$ и $x \approx 0,1188$ [147, 188]. Эти значения отвечают различным четырехмерным физическим параметрам. Для определенности рассмотрим SU(2)-сектор стандартной модели с массой t -кварка $m_t = 175$ ГэВ. Тогда первое значение параметра x не может быть реализовано ни при каком значении массы хиггсовского бозона (см. рис. 3), а остальные соответствуют $m_H = 51,2$; $68,0$ и приблизительно 81 ГэВ.

Эти значения являются результатом однопетлевого вычисления, причем поправки весьма существенны из-за большой величины юкавской константы для t -кварка. Двухпетлевые поправки, по-видимому, не превышают 2% для $m_H \approx 50$ ГэВ и уменьшаются для более тяжелого бозона Хиггса.

Для "больших" значений массы хиггсовского бозона (80 ГэВ) не удается выяснить порядок фазового перехода на решетках до 48^3 (данные совместимы с гладким

кроссовером, переходом второго рода или очень слабо первого рода). Для меньших масс хиггсовского бозона фазовый переход является переходом первого рода.

Наиболее полное исследование было проделано для $x = 0,06444$. Это значение может быть достаточно реалистичным для расширенных версий электрослабой теории, но экспериментально исключается в МСМ (оно отвечает $m_H = 51,2$ ГэВ). Далее мы приводим числа, специфичные для МСМ с $m_t = 175$ ГэВ. Критическая температура фазового перехода равна $T_c = 89,79$ ГэВ, а отношение среднего значения скалярного поля к температуре при $T = T_c$ равно $v/T_c = 0,64$. Доменная стенка, разделяющая нарушенную и симметричную фазы, имеет поверхностное натяжение $\sigma \approx 0,002T_c^3$, скрытая теплота перехода составляет $L/T_c^4 = 0,12$. При $T > T_+ = 89,93$ ГэВ стабильна только симметричная фаза, а при $T < T_- = 89,36$ ГэВ — только нарушенная. При температурах между T_- и T_+ обе фазы могут существовать одновременно. Корреляционные длины скаляров в симметричной и хиггсовской фазе приблизительно равны $6/T_c$ и $8/T_c$ соответственно. Ошибки решеточных вычислений равны 0,015% для критической температуры, 1% для среднего значения поля Хиггса и скрытой теплоты и примерно 20% для поверхностного натяжения. Двухпетлевые поправки могут внести неопределенности в эти значения на уровне 2%.

Температура образования пузырей T_{bub} лежит где-то между T_c и T_- и может быть оценена с помощью поверхностного натяжения и скрытой теплоты перехода, найденных на решетке. Подстановка решеточных результатов в (5.5), (5.8), (5.7) дает оценку $\Delta T/T_c \approx 0,0004$, т.е. температура образования пузырей очень близка к критической. Малость $\Delta T/T_c$ происходит из-за того, что отношение $\sigma^3/L^2 T_c \sim 2 \times 10^{-6}$ очень мало [193]. Так как $\Delta T/(T_c - T_-) \approx 0,1$ тоже мало, можно использовать приближение тонкой стенки: действительно, размер пузырей в момент их образования составляет по крайней мере $R_c \approx 110/T_c$, что гораздо больше скалярной корреляционной длины и в нарушенной, и в симметричной фазах при T_{bub} . Поскольку T_{bub} очень близка к критической температуре, среднее значение поля Хиггса при T_{bub} практически такое же, как и при T_c . Другими словами, переход является переходом слабо первого рода.

Решеточные результаты можно сравнить с пертурбативными вычислениями двухпетлевого эффективного потенциала. Полученные в теории возмущений значения критической температуры, скрытой теплоты, скачка параметра порядка выглядят вполне разумно, и расхождение для этих величин находится в пределах нескольких процентов. В то же время, теория возмущений не описывает поверхностное натяжение (и, следовательно, скорость зарождения пузырей) по крайней мере при $x = 0,06444$, так как значение, полученное в рамках теории возмущений, примерно в 3 раза больше найденного на решетке.

5.7. Динамика фазового перехода

В случае "вакуумного фазового перехода", т.е. распада ложного вакуума при нулевой температуре, энергия, запасенная в метастабильном состоянии, переходит в кинетическую энергию доменных стенок [110, 111]. В результате скорость стенки пузыря увеличивается и приближается к скорости света. Затем при столкновении доменных стенок их кинетическая энергия высвобождает-

ется и переходит в тепло, и система нагревается до некоторой температуры.

При ненулевых температурах образовавшиеся пузыри расширяются в присутствии среды, и скрытая теплота перехода может высвобождаться различными способами. В идеализированном случае очень медленного расширения Вселенной температура остается постоянной в течение фазового перехода (см., например, [194]). Каждая точка на плато на рис. 7 соответствует смешанному состоянию, содержащему домены нарушенной и симметричной фазы; левая точка плато отвечает чистой симметричной фазе, а правая — чистой нарушенной фазе. Высвобождение скрытой теплоты перехода не повышает температуру системы из-за расширения Вселенной.

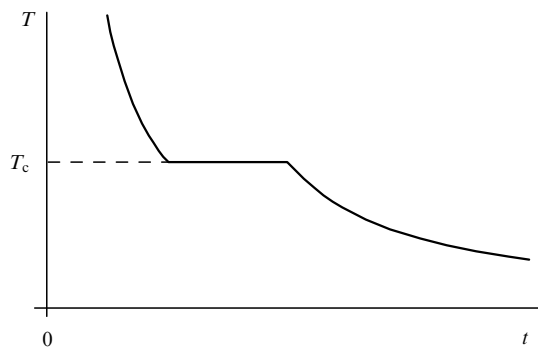


Рис. 7. Эволюция температуры при электрослабом фазовом переходе в адиабатическом случае.

В действительности Вселенная расширяется не настолько медленно на электрослабом масштабе, и она переохлаждается в симметричной фазе. В фазовом переходе можно выделить несколько стадий. Первая — это образование пузырей, вторая — их рост, третья — перколяция пузырей, т.е. период, когда стенки различных пузырей сталкиваются. На последней из этих стадий Вселенная может опять нагреться до критической температуры (см. рис. 7). Если это происходит, то последующая эволюция похожа на описанный выше идеальный случай.

Мы уже обсудили скорость зарождения пузырей и определение температуры зарождения T_{bub} . Рассмотрим теперь расширение пузырей с макроскопической точки зрения более подробно [133, 193–200].

Изначально пузырь новой фазы является микроскопическим объектом с размером порядка нескольких корреляционных длин. При температуре образования пузырей плотность энергии в симметричной фазе больше, чем в нарушенной,

$$\epsilon_{\text{sym}} = \frac{\pi^2}{30} N_{\text{eff}} T^4, \quad \epsilon_{\text{Higgs}} = \frac{\pi^2}{30} N_{\text{eff}} T^4 - L. \quad (5.44)$$

Здесь $N_{\text{eff}} = N_b + (7/8)n_f$ — эффективное число безмассовых степеней свободы, L — скрытая теплота перехода. Общее гидродинамическое рассмотрение эволюции пузыря приводит к двум возможным видам пузырей, известным как пузыри типа детонации и типа горения [195, 196].

Рассмотрим *изолированный* макроскопический пузырь. Для достаточно большого пузыря его кривизной можно пренебречь, и граница раздела может рассматриваться как плоская доменная стенка¹³. Будем продолжать рассмотрение в системе покоя доменной стенки. Обозначим через v_1 скорость падающей на доменную стенку среды (со стороны симметричной фазы), а через v_2 — скорость среды внутри пузыря. Тогда, если $v_1 < c_s$, где $c_s \approx 1/\sqrt{3}$ — скорость звука в среде, то пузыри имеют тип горения. В этом случае среда ускоряется при прохождении через доменную стенку, $v_2 > v_1$. Если, напротив, $v_1 > c_s$, то $v_1 > v_2$, и пузыри соответствуют детонационному типу. Осуществление того или иного механизма распространения стенок пузырей зависит от соотношения между скрытой теплотой фазового перехода, поверхностной плотностью энергии и скоростью генерации энтропии на границе фаз [196], которую можно найти из микроскопического анализа взаимодействия частиц со стенкой пузыря [202, 117, 203–207].

Если перейти в систему покоя плазмы (до образования пузыря), то среда должна находиться в покое в центре пузыря и вдали от него. Тогда в случае пузыря типа горения среда перед его стенкой ускоряется движением стенки, и образуется ударная волна в симметричной фазе, движущаяся со скоростью $v_{\text{shock}} > v_{\text{bub}} = v_2$ — скорость стенки пузыря. Скорость плазмы в симметричной фазе между ударным фронтом и стенкой пузыря дается выражением

$$v_{\text{sym}} = \frac{v_2 - v_1}{1 - v_1 v_2}.$$

Температура среды между фронтом ударной волны и стенкой пузыря T_{shock} и температура внутри пузыря T_{r} отличаются от температуры образования пузыря (температуры вне ударного фронта) T_{bub} . В общем случае температура зависит от расстояния от центра пузыря. Обычно выполняется неравенство $T_{\text{bub}} < T_{\text{r}} < T_{\text{shock}}$ [196], однако при большой скорости генерации энтропии на доменных стенках $T_{\text{r}} < T_{\text{bub}}$ [193]. Скрытая теплота перехода переходит в кинетическую энергию плазмы в симметричной фазе и в нагрев плазмы внутри фронта ударной волны.

Детонационные пузыри имеют другую структуру. Скорость доменной стенки больше скорости звука, симметричная фаза находится в покое непосредственно перед доменной стенкой и имеет температуру T_{bub} . Плазма сразу позади стенки (в хиггсовской фазе) увлекается стенкой и имеет скорость $v_{\text{br}} = (v_1 - v_2)/(1 - v_1 v_2)$. В конечном счете плазма останавливается на некоторой поверхности внутри пузыря волной разрежения. Как и в предыдущем случае, температура внутри фронта волны разрежения T_{r} и позади стенки пузыря T_{br} отличаются от T_{bub} .

Анализ, проделанный в [206, 207], указывает, что в широкой области пространства параметров стандартной модели, $m_{\text{H}} < 90$ ГэВ, изолированный пузырь расширяется по типу слабого горения ("слабое" означает, что скорость стенки пузыря близка к скорости звука). Было найдено, что $0,38 < v_{\text{bub}} < 0,45$, тогда как скорость удар-

¹³ Как было показано в [201], доменные стенки стабильны относительно малых возмущений.

ной волны близка к скорости звука в среде, $v_{\text{shock}} \approx \approx c_s \approx 0,58$. Когда ударные волны от различных пузырей начинают сталкиваться, приближение изолированного пузыря становится неприменимым. К этому времени приблизительно $(v_{\text{bub}}/c_s)^3 \approx 0,3$ часть объема Вселенной находится в нарушенной фазе. Последующая эволюция пузырей зависит от температуры, которая создается в симметричной фазе в результате столкновения ударных волн. Для оценки этой температуры предполагают [193, 208], что вся скрытая теплота перехода мгновенно выделяется в виде нагрева нарушенной фазы. Тогда температура нагрева может быть найдена из условия сохранения энергии,

$$\frac{\pi^2}{30} N_{\text{eff}} T_{\text{bub}}^4 = \frac{\pi^2}{30} N_{\text{eff}} T_r^4 - L, \quad (5.45)$$

так что

$$\frac{T_r - T_{\text{bub}}}{T_c} = \frac{15}{2\pi^2 N_{\text{eff}}} \frac{L}{T^4}. \quad (5.46)$$

Если

$$\frac{T_c - T_{\text{bub}}}{T_c} \gg \frac{T_r - T_{\text{bub}}}{T_c},$$

то процессом разогрева можно пренебречь. Заметим, что в противоположном случае выделение тепла важно, и расширение пузырей новой фазы должно замедлиться.

Простые оценки можно сделать в приближении тонкой стенки. Температура образования пузырей равна

$$\frac{T_c - T_{\text{bub}}}{T_c} = \sqrt{\frac{16\pi\sigma^3}{3L^2 T_c S_0}}, \quad (5.47)$$

где $S_0 \approx 160$ — действие на критическом пузыре, а σ — поверхностное натяжение. Например, в МСМ с $m_H = 51,2$ ГэВ¹⁴ и $m_t = 175$ ГэВ получаем $T_c = 88,93$ ГэВ, $L/T^4 = 0,124$, $\sigma/T^3 = 0,0023$ [147] и

$$\frac{T_r - T_{\text{bub}}}{T_c} = 9 \times 10^{-4} > \frac{T_c - T_{\text{bub}}}{T_c} = 3 \times 10^{-4}. \quad (5.48)$$

Таким образом, при данных значениях параметров m_H и m_t Вселенная разогревается до критической температуры, скорость доменных стенок сильно уменьшается, и после столкновения ударных волн пузыри нарушенной фазы расширяются медленно, только за счет расширения Вселенной. На последней стадии фазового перехода остатки симметричной фазы сжимаются, опять-таки благодаря расширению Вселенной. Эта картина верна и для больших значений массы хиггсовского бозона в МСМ, если только переход остается переходом первого рода.

¹⁴ Конечно, такого хиггсовского бозона не существует в МСМ в силу экспериментальных ограничений. Данное значение массы выбрано потому, что это самая большая масса хиггсовского бозона в МСМ, для которой величина поверхностного натяжения известна из решеточного моделирования (см. раздел 5.5). Хотя этот пример и нереалистичен для МСМ, он феноменологически приемлем для ее расширений.

Оценка скорости стенки пузыря на поздней стадии фазового перехода после подогрева до T_c может быть получена с помощью простых термодинамических соображений [209] (см. также [208]). Предположим, что средний размер пузыря равен R_{bub} , и что часть объема пространства, занятая нарушенной фазой, равна \mathcal{P} . Тогда требование, чтобы Вселенная расширялась адиабатически, приводит к уравнению

$$\frac{\dot{R}_{\text{bub}}}{R_{\text{bub}}} \mathcal{P} L = sH, \quad (5.49)$$

где

$$p = \frac{2\pi^2}{45} N_{\text{eff}} T^4$$

— давление системы, s — плотность энтропии в симметричной фазе, а H — постоянная Хаббла. Найдем средний размер пузыря. Распределение (ненормированное) размеров пузырей в момент времени t имеет вид

$$P(R, t) dR \sim \mathcal{R}(t_1), \quad (5.50)$$

где $\mathcal{R}(t_1)$ — вероятность образования пузыря в момент времени t_1 , а $t_1 = t - R/v_{\text{bub}}$. Тогда

$$\langle R \rangle(t) = \frac{\int R P(R, t) dR}{\int P(R, t) dR}. \quad (5.51)$$

В приближении тонкой стенки

$$\mathcal{R}(t) \sim \exp\left[-\frac{AT_c^2}{4(T_c - T)^2}\right] \sim \exp\left[-\frac{At_c^2}{(t - t_c)^2}\right], \quad (5.52)$$

где $A = 64\pi\sigma^3/(3L^2 T_c)$, t_c — время, отвечающее температуре T_c . Отсюда получаем средний размер пузыря в момент времени t

$$\langle R \rangle(t) \approx \frac{v}{2} \frac{(t - t_c)^3}{At_c^2}. \quad (5.53)$$

При температуре перколяции он имеет порядок

$$\langle R \rangle(t) \approx \frac{v_{\text{bub}} t_c}{2} \frac{A^{1/2}}{S_0^{3/2}}.$$

Используя оценку (5.53), скорость расширения пузырей можно найти из (5.49). Например, для приведенных выше численных значений параметров получаем

$$\dot{R}_{\text{bub}} = v_{\text{bub}} \approx \frac{p}{L} \frac{HR_{\text{bub}}}{\mathcal{P}} \sim 10^{-3}. \quad (5.54)$$

Скорость расширения пузырей увеличивается при уменьшении самодействия скалярного поля. В частности, для фазового перехода сильно первого рода может произойти разогрев до критической температуры, и скорость стенки пузыря по оценке [208] может быть больше приблизительно в 10 раз по сравнению с (5.54).

Конечно, приведенные выше оценки достаточно грубы, поскольку они основаны на предположении мгновенного высвобождения скрытой теплоты перехода. Тем не менее, они показывают, что в интересной области параметров исходной теории вполне вероятно наличие медленной стадии фазового перехода [208].

6. Выживание первичной барионной асимметрии

Аномальные электрослабые процессы протекают быстро при достаточно высоких температурах. Их скорость Γ_{sph} превосходит скорость расширения Вселенной T^2/M_0 в стандартной модели Большого взрыва в интервале температур

$$100 \text{ ГэВ} \sim T^* < T < T^{**} \approx \alpha_W^4 M_{\text{Pl}} \approx 10^{12} \text{ ГэВ}, \quad (6.1)$$

где нижняя граница T^* находится из условия прекращения сфалеронных процессов в нарушенной фазе электрослабой теории [210, 211]

$$\frac{E_{\text{sph}}(T^*)}{T^*} \approx 45. \quad (6.2)$$

Ясно, что равновесный характер реакций с В-нарушением оказывает сильное воздействие на первичную барионную асимметрию. Следует различать несколько случаев в зависимости от начальных условий и от скорости В- и L-несохранения, обусловленного процессами, отличными от сфалеронных.

1) Предположим, что при $T \sim T^{**}$ Вселенная асимметрична по отношению к свободным от аномалии фермионным зарядам стандартной модели

$$\Delta_i = L_i - \frac{B}{n_f},$$

и допустим, что при $T < T^{**}$ не существует взаимодействий с В- или L-нарушением, кроме электрослабых аномальных процессов. В данном случае нас не интересует происхождение первичной асимметрии. Тогда аномальные реакции преобразуют первичную асимметрию в барионную при $T = T^*$. Для МСМ связь между ними дается формулой [79, 61] (см. также [81, 82])

$$\Delta_0 = \frac{8n_f + 4}{22n_f + 13} \Delta_{(B-L)} - K \frac{4}{13\pi^2} \sum_{i=1}^{n_f} \frac{m_i^2(T)}{(T^*)^2} \Delta_i, \quad (6.3)$$

где m_i^2 — масса лептона i -го поколения, $K \approx 1$. Первое слагаемое в правой части (6.3) показывает, что первичная $(B-L)$ -асимметрия преобразуется в барионную асимметрию, в то время как $(B+L)$ имеет тенденцию к замыванию. Второе слагаемое представляет собой поправку, вызванную несколько различным поведением в плазме кварков с разной массой. Если начальное значение $(B-L)$ не равно нулю (скажем, возникло в процессах великого объединения), то барионная асимметрия с точностью до возможного вклада электрослабого фазового перехода (см. ниже) имеет первичный характер. Напротив, если первичная $(B-L)$ -асимметрия отсутствует, то вклад в Δ_0 дает только второй член в (6.3). Для трех лептонных поколений получаем подавление $\Delta_0 \approx 3 \times 10^{-6} \Delta_3$. В этом случае для получения наблюдаемого значения первоначальная асимметрия Δ_3 должна быть очень большой, или стандартная модель должна быть расширена путем добавления тяжелых лептонов.

2) Предположим теперь, что существуют такие реакции, в которых все Δ_i нарушаются и которые находятся в равновесии на некоторой стадии эволюции между T^* и T^{**} . В эту промежуточную эпоху B и L не сохраняются по

отдельности, и в соответствии с третьим условием Сахарова система переходит в состояние теплового равновесия, где исчезают все барионные и лептонные асимметрии. Следовательно, существование таких реакций фатально для первичной барионной асимметрии. Если барионная асимметрия не возникает позднее, то требование отсутствия указанных реакций может показаться мощным средством получения ограничений на возможные новые взаимодействия частиц [81, 212–214]. Однако некоторое время назад стало понятно, что большая часть этих ограничений существенно ослабляется из-за малости некоторых констант связи юкавского взаимодействия в стандартной модели или ее суперсимметричных расширениях [215–220].

Обсудим главную идею этих оценок на примере взаимодействий с нарушением лептонного числа, приводящих к возникновению майорановских масс нейтрино m_{ij} [219]. Для простоты рассмотрим МСМ и добавим к ней взаимодействия с нарушением лептонного числа. $SU(2) \times U(1)$ -симметричный низкоэнергетический лагранжиан с $\Delta L = 2$ имеет вид

$$\frac{1}{v^2} m_{ij} (\bar{L}_i \phi) (\tilde{\phi}^\dagger L_j^c), \quad (6.4)$$

где L_i и L_j^c — лептонный дублет и зарядово-сопряженный к нему, соответственно, ϕ — скалярный дублет, v — вакуумное среднее поля Хиггса, $v = 246$ ГэВ. Скорость реакций с изменением L , $L\phi \rightarrow L^c\phi^*$, при высоких температурах была найдена в [219]

$$\Gamma \approx \frac{9}{\pi^5} \frac{T^3}{v^4} \bar{m}_\nu^2, \quad (6.5)$$

где \bar{m}_ν — усредненная майорановская масса нейтрино

$$\bar{m}_\nu^2 = \frac{5}{3} |m_{ee}|^2 + |m_{e\mu}|^2 + |m_{e\tau}|^2. \quad (6.6)$$

В "старом" подходе требовалось [81], чтобы эти реакции были вне теплового равновесия при $T < T^{**}$, что приводило к очень сильному ограничению

$$\bar{m}_\nu < \frac{v^2}{\sqrt{M_0 T^{**}}} \approx 10^{-2} \text{ эВ}. \quad (6.7)$$

При этом неявно подразумевалось, что Δ_i образуют полный набор сохраняющихся квантовых чисел при температуре $T = T^{**}$. В действительности это неверно из-за малости константы связи юкавского взаимодействия правых электронов. В пределе, когда эта константа обращается в нуль, число правых электронов пертурбативно сохраняется, и асимметрия в нем преобразуется в асимметрию барионного числа. Скорость реакций с изменением числа правых электронов (скажем, $e_L N \rightarrow e_R W$) имеет порядок величины

$$\Gamma_R \sim \alpha_W f_e^2 T, \quad (6.8)$$

где f_e — константа связи юкавского взаимодействия электронов. Эти реакции находятся вне теплового равновесия при $T > T_R \approx 3$ ТэВ [219]. Именно эта температура должна использоваться в (6.7) вместо T^{**} . Таким образом, мы приходим к существенно более слабому ограничению [218, 219]:

$$m_\nu < 8 \text{ кэВ}, \quad (6.9)$$

которое выполняется в любом случае, если учесть известные экспериментальные пределы и различные космологические соображения.

Аналогичный подход применим и к другим взаимодействиям, нарушающим барионное и лептонные числа. Общий вывод заключается в том, что первичная зарядовая асимметрия может сохраниться в эпоху равновесных аномальных реакций. Более того, первичные асимметрии в фермионных квантовых числах, отличных от барионного, обычно преобразуются в барионную асимметрию к концу периода электрослабых сфалеронов.

Нам плохо известна история Вселенной при очень высоких температурах (скажем, при $T \gg 1$ ТэВ). Вполне возможно, что Вселенная была симметрична по отношению ко всем фермионным зарядам при $T > 10^{12}$ ГэВ. Это допущение, хотя и несколько произвольное, может в действительности оказаться естественным следствием инфляции, экспоненциально уменьшающей плотности всех глобальных квантовых чисел (в том числе барионного или лептонных). Если это так, то барионная асимметрия должна была возникнуть на относительно поздних стадиях расширения Вселенной. Как отмечалось в разделе 3, это могло произойти как при промежуточных температурах ($1 \text{ ТэВ} < T < 10^{12}$ ГэВ), так и при электрослабых ($T \sim (a \text{ few}) \times 100$ ГэВ).

Наша главная тема — обсуждение бариосинтеза в случае, когда электрослабая аномалия является единственным существенным источником В- и L-несохранения. В некотором смысле эта возможность наиболее консервативна, так как она опирается только на экспериментально проверенную физику. Ограничим рассмотрение еще более и будем обсуждать только МСМ или ее естественные обобщения, такие как модель с двумя хиггсовскими дублетами или суперсимметричные модели. В этих моделях единственная известная возможность возникновения наблюдаемой барионной асимметрии связана с электрослабым фазовым переходом. Дальнейшие обобщения стандартной модели, содержащие топологические дефекты (например, струны) тоже могут привести к дополнительным возможностям бариосинтеза за счет аномальных реакций. Обсуждение этой интересной возможности можно найти в [221–225].

7. Электрослабый бариосинтез

7.1. Интенсивность фазового перехода

Имеется общее условие, которому должна удовлетворять любая модель в физике элементарных частиц, используемая для генерации барионной асимметрии на электрослабом масштабе [210, 211, 80]. А именно, возникающая каким-либо образом барионная асимметрия не должна замываться аномальными реакциями. Иными словами, сфалеронные процессы не должны находиться в тепловом равновесии сразу после электрослабого фазового перехода (в нарушенной фазе), т.е. должно выполняться неравенство

$$\frac{E_{\text{sph}}(T^*)}{T^*} > 45. \quad (7.1)$$

Температура T^* может быть и большой, порядка T_c , если Вселенная разогревается до таких температур, и меньшей, порядка температуры образования пузырей T_{bub} . Условие (7.1) накладывает сильное ограничение на

интенсивность фазового перехода и, следовательно, на параметры электрослабой теории или ее обобщений. Обсуждение этих ограничений, включающее результаты численного моделирования электрослабого фазового перехода, содержится в [147]. Мы опишем только основные элементы этого анализа.

Как обсуждалось в разделе 5, трехмерная $SU(2) \times U(1)$ -калибровочная теория с полем Хиггса играет роль универсальной теории для электрослабого фазового перехода в МСМ и ее обобщениях. Эффективная трехмерная теория характеризуется единственным параметром $x = \lambda_3/g_3^2$, полностью определяющим ее динамику; в частности, от этого параметра зависит эффективная масса сфалерона. В однопетлевом приближении [93, 94]

$$\frac{E_{\text{sph}}(T)}{T} = B \left(\frac{\lambda_3}{g_3^2} \right) \frac{2\pi T^{1/2}}{g_3} \frac{\phi}{T}, \quad (7.2)$$

где ϕ — среднее значение скалярного поля, определяемое однопетлевым эффективным потенциалом. Двухпетлевые поправки к массе сфалерона неизвестны; параметрически

$$\frac{\delta E_{\text{sph}}(T)}{E_{\text{sph}}} = A \left(\frac{g_3^2}{\pi m_T} \right)^2, \quad (7.3)$$

где m_T определена (4.39). Пертурбативный и численный анализы различных величин в нарушенной фазе (таких как свободная энергия, корреляционные длины, среднее хиггсовского поля) указывают, что "правильным" параметром разложения является $\kappa g_3^2/(\pi m_T)$, где $\kappa \sim 1$. Так что, естественно предположить, что $|A| \sim 1$. Тогда из (7.1) и (7.2) получаем, что $v/T > 1,2$ или $v/T > 1,5$ в зависимости от знака A . Для установления консервативной верхней границы следует взять температуру T_{bub} , которая несколько меньше, чем критическая температура. Если справедливо пертурбативное описание зарождения пузырей, основанное на двухпетлевом эффективном потенциале, то при температуре T_{bub} отношение v/T примерно на 20 % больше, чем при критической температуре, и можно потребовать $v(T_c)/T_c > 1$. Далее, отношение v/T в критической точке является функцией x . Использование результатов анализа на решетке с помощью метода МК вместе с теорией возмущений позволяет найти эту функцию достаточно надежно¹⁵, и таким образом получить из ограничения снизу на хиггсовское среднее следующее ограничение сверху на отношение констант связи: $x < 0,043$. При наименее консервативной оценке, когда считается, что $A > 0$ и Вселенная в процессе разогрева достигает критической температуры, ограничение получается более сильным: $x < 0,026$. Можно сказать, что для электрослабого бариосинтеза необходимо, чтобы параметр λ_3/g_3^2 в трехмерной $SU(2) \times U(1)$ -эффективной теории был ограничен сверху

$$\frac{\lambda_3}{g_3^2} < 0,026 \div 0,043. \quad (7.4)$$

¹⁵ Полная $SU(2) \times U(1)$ -калибровочная модель с полем Хиггса в трех измерениях никогда не моделировалась методом МК на решетке, так что учет $U(1)$ -взаимодействий ведется с помощью методов теории возмущений.

Чтобы получить следующие отсюда ограничения на спектр частиц соответствующей четырехмерной теории, необходимо выразить это отношение через физические параметры четырехмерной теории при критической температуре. Это вычисление, хотя и достаточно сложное [146], вполне прозрачно с физической точки зрения и не встречается с инфракрасными расходимостями. Существенно, что *нужно вычислить только однопетлевые диаграммы* в калибровочных теориях со слабой связью, таких как МСМ или МССМ.

Применение (7.4) к случаю МСМ следует из рис. 3. Для экспериментальных значений $m_t = 175 \pm 20$ ГэВ, и $m_H > 65$ ГэВ находим $x > 0,07$, что не согласуется с (7.4). Более того, для $m_t = 175$ ГэВ *не существует массы хиггсовского поля, обеспечивающей соблюдение требования (7.4)*¹⁶. Итак, в МСМ реакции с несохранением барионного числа находятся в тепловом равновесии после фазового перехода. Это может служить указанием на новую физику на электрослабом масштабе, которая может усилить электрослабый переход первого рода.

Согласно [169, 171, 172] фазовый переход в МССМ происходит так же, как и в МСМ. Если это верно, то МССМ также не позволяет сохранить барионную асимметрию после фазового перехода (см., однако, [170]). В модели с двумя дублетами Хиггса свободы больше и результаты [161, 162] показывают, что (7.4) может в ней выполняться. Могут помочь также обобщения стандартной модели (с суперсимметрией или без нее), включающие скалярные синглеты [227–229].

7.2. Источники CP-нарушения в электрослабой теории и ее расширениях

Для возникновения барионной асимметрии необходимо, чтобы взаимодействия частиц нарушали C- и CP-симметрию. C-симметрия нарушается благодаря киральному характеру электрослабых взаимодействий. В МСМ стандартный механизм CP-нарушения — это механизм КМ, связанный со смешиванием кварков. Юкавское взаимодействие кварков с хиггсовским дублетом имеет в МСМ следующий вид:

$$\mathcal{L}_Y = \frac{g_W}{\sqrt{2}m_W} \{ \bar{Q}_L K M_d D_R \phi + \bar{Q}_L M_u U_R \tilde{\phi} + \text{h.c.} \}, \quad (7.5)$$

где M_u и M_d — диагональные массовые матрицы верхних и нижних кварков, K — матрица смешивания КМ, включающая одну CP-нарушающую фазу δ_{CP} . МСМ содержит и другой источник CP-нарушения, связанный с вакуумным углом θ в КХД. На него существует экспериментальное ограничение $\theta < 10^{-9}$.

Популярным обобщением МСМ является модель с двумя хиггсовскими дублетами ϕ_1 и ϕ_2 . Для подавления

нейтральных токов, нарушающих аромат, взаимодействие полей Хиггса с фермионами выбирают так, что ϕ_1 взаимодействует только с верхними правыми кварками, а ϕ_2 — только с нижними. Другая возможность состоит в том, что ϕ_2 полностью отщепляется от фермионов, тогда как ϕ_1 дает массы всем фермионам сразу. В дополнение к КМ-смешиванию эта модель содержит CP-нарушение в хиггсовском секторе. Скалярный потенциал имеет вид [230]:

$$\begin{aligned} V = & \lambda_1 (\phi_1^\dagger \phi_1 - v_1^2)^2 + \lambda_2 (\phi_2^\dagger \phi_2 - v_2^2)^2 + \\ & + \lambda_3 [(\phi_1^\dagger \phi_1 - v_1^2) + (\phi_2^\dagger \phi_2 - v_2^2)]^2 + \\ & + \lambda_4 [(\phi_1^\dagger \phi_1)(\phi_2^\dagger \phi_2) - (\phi_1^\dagger \phi_2)(\phi_2^\dagger \phi_1)] + \\ & + \lambda_5 [\text{Re}(\phi_1^\dagger \phi_2) - v_1 v_2 \cos \xi]^2 + \\ & + \lambda_6 [\text{Im}(\phi_1^\dagger \phi_2) - v_1 v_2 \sin \xi]^2, \end{aligned} \quad (7.6)$$

где ξ — фаза CP-нарушения.

В суперсимметричных обобщениях стандартной модели хиггсовский потенциал CP-инвариантен, и CP-нарушение происходит за счет членов мягкого нарушения суперсимметрии. В простейшей версии МССМ имеются две дополнительные CP-фазы и соответствующее взаимодействие имеет вид [231] (см. также [232]):

$$\begin{aligned} & [\mu \hat{H} \hat{H}']_F + \\ & + m_g [A (\hat{U}_{\xi_u} \hat{Q} \hat{H} + \hat{D}_{\xi_d} \hat{Q} \hat{H}' + \hat{E}_{\xi_E} \hat{L} \hat{H}') + \mu_B \hat{H} \hat{H}']_A + \text{h.c.}, \end{aligned} \quad (7.7)$$

где \hat{U} , \hat{D} , \hat{Q} , \hat{L} , \hat{E} , \hat{H} и \hat{H}' — кварковые, лептонные и хиггсовские суперполя соответственно, параметры μ и A — комплексные, а матрицы ароматов ξ предполагаются действительными, m_g — масса гравитино. В этой модели дополнительные CP-нарушающие фазы появляются в вершинах, содержащих суперпартнеры обычных частиц.

7.3. Электрослабый бариосинтез: как поставить задачу

Вывключения сфалеронных переходов в нарушенной фазе недостаточно для возникновения асимметрии. Согласно третьему условию Сахарова бариосинтез требует отклонений от теплового равновесия в реакциях с CP-нарушением. Это обеспечивается тем, что фазовый переход первого рода идет путем образования пузырей. До перколяции пузырей наибольшие отклонения от равновесия (например, в плотности частиц) происходят на фронте ударных волн пузырей типа горения или около стенок пузырей. Во время перколяции эти отклонения возникают из-за столкновения доменных стенок и фронтов ударных волн. Последний эффект не дает значительного вклада в барионную асимметрию, так как он пропорционален доле объема, занятого доменными стенками:

$$\frac{\xi}{R_{\text{bub}}} \sim 10^{-10}, \quad (7.8)$$

где ξ — толщина стенки, R_{bub} — размер пузыря. Ударные фронты распространяются в симметричной фазе, где скорость изменения фермионных чисел больше скорости расширения Вселенной, либо в хиггсовской фазе, где

¹⁶ Верхнее ограничение на массу хиггсовского бозона довольно значительно менялось с течением времени. Первая оценка критической массы, основанная на однопетлевом эффективном потенциале для скалярного поля с маленькой массой t-кварка (которая тогда была неизвестна) давала ограничение $m_H < 45$ ГэВ [211, 80]. Учет большой массы t-кварка и эффектов дебаевской экранировки в однопетлевом эффективном потенциале усилил это ограничение до $m_H < 35$ ГэВ [117]. Двухпетлевые вклады [125, 126] несколько смягчили это условие, в то время как предположение о наличии сильных непертурбативных эффектов в симметричной фазе [226] разрешало фазовый переход достаточно сильно первого рода при экспериментально разрешенной массе бозона Хиггса. Решеточное моделирование [147, 142] значительно уменьшило все неопределенности.

барионное число эффективно сохраняется. Поэтому бариосинтез не может происходить вблизи фронтов ударных волн, и единственной возможностью остается связать его с доменными стенками.

В течение подавляющей части времени своего существования пузыри нарушенной фазы имеют макроскопический размер (их радиус намного превышает характерные корреляционные длины). Доменные стенки движутся с постоянной скоростью до перколяции, а после нее Вселенная может либо разогреться до критической температуры, либо нет, в зависимости от параметров модели. Если она разогревается до T_c , то скорость стенок пузырей заметно падает, вплоть до значений $v \sim 10^{-2} \div 10^{-3}$, и впоследствии медленно меняется с изменением радиуса пузыря. Следовательно, картина плоских доменных стенок, "поедающих" симметричную фазу с некоторой скоростью v , дает достаточно хорошее приближение к реальной ситуации.

Как должно выглядеть решение проблемы бариосинтеза? Необходимо записать кинетические уравнения для всех имеющихся процессов, снабдить их соответствующими граничными условиями (равновесие в симметричной фазе вдали от доменных стенок) и путем решения этих уравнений найти барионное число глубоко в нарушенной фазе. Помимо двух очевидных типов процессов (В-несохранение, быстрое в симметричной фазе и медленное в нарушенной, и CP-нарушающие взаимодействия различных частиц с доменными стенками и друг с другом), следует учесть еще ряд реакций.

Первая группа явлений связана с процессами, сохраняющимися B и L .

Обычные сильные и слабые взаимодействия стремятся сделать равновесной зависимость функций распределения кварков, лептонов, калибровочных бозонов и частиц Хиггса от импульсов. Эти процессы регулируют диффузию CP-асимметрий в фермионных числах, возникших вблизи доменных стенок.

Взаимодействия кварков и лептонов, меняющие киральность, обусловлены взаимодействиями с хиггсовскими бозонами и сильными сфалеронами. Эти реакции стремятся уравнивать концентрации левых и правых частиц. Поскольку аномальное В- и L-несохранение связано с левыми фермионами, то лево-правые переходы влияют на В-нарушающие реакции.

Дебаевская экранировка далекодействующих калибровочных взаимодействий подавляет всякое нетривиальное распределение динамических зарядов, таких как гиперзаряд [233] (см. также [234]).

Вторая группа явлений связана с описанием соответствующих степеней свободы при высоких температурах.

Высокотемпературные физические возбуждения отличаются от имеющихся при нулевых температурах. Следовательно, соответствующие кинетические уравнения должны формулироваться в терминах квазичастиц, а не частиц [124, 235, 108].

Взаимодействие квазичастиц как со средой, так и с меняющимся скалярным полем приводит к смешиванию, аналогичному смешиванию нейтрино в веществе [236, 237]. Таким образом, квазичастицы должны описываться матрицами плотности, а не распределениями числа частиц [238–241].

Квазичастицы в плазме имеют конечное время жизни, т.е. они должны характеризоваться одновременно и энергией, и импульсом. Вообще говоря, кинетические

уравнения должны быть приспособлены для такого описания.

Насколько нам известно, программа, изложенная выше, никогда не была выполнена полностью. Основная трудность состоит в формулировке кинетического уравнения, обладающего всеми необходимыми свойствами. Некоторые упомянутые выше эффекты были учтены, но полная картина до сих пор отсутствует. Поэтому ограничимся лишь качественным рассмотрением различных идей и оценок барионной асимметрии, образующейся при электрослабом фазовом переходе.

7.4. Однородные скалярные поля

Хорошей теоретической лабораторией, позволяющей понять физические явления, вызывающие зарядовую асимметрию, является изучение однородных, но зависящих от времени скалярных полей. Скорее всего, такая ситуация никогда не реализуется, но этот случай намного проще случая распространяющейся стенки пузыря.

Предположим, что мы имеем однородный фазовый переход. Первоначально скалярное поле близко к $\phi = 0$, и система находится в симметричной фазе. Сфалеронные процессы находятся в тепловом равновесии. Затем, оставаясь однородным, скалярное поле скатывается в настоящий вакуум, где $SU(2) \times U(1)$ -симметрия нарушена и сфалеронные процессы подавлены. Первые грубые оценки барионной асимметрии в этом случае даны в [242]. Серьезное изучение этого вопроса выполнено в [243–248] и многих других (см. также [27, 28]).

Рассмотрим основную идею на примере модели с двумя хиггсовскими дублетами. Скалярные поля ϕ_1 и ϕ_2 однородны в пространстве, но изменяются от $\phi = 0$ до $\phi = \phi_c$ за время Δt однородного фазового перехода. Предположим, что это время достаточно мало, $\Delta t/\tau_1 \ll 1$, где τ_1 — типичное время изменения киральности t-кварка (t-кварк наиболее существен, так как обладает наибольшей константой связи юкавского взаимодействия). Тогда функция распределения t-кварка не успевает подстраиваться под меняющееся скалярное поле. Следовательно, по полям кварков можно проинтегрировать с помощью равновесной мацубаровской техники. Это было сделано в [247], и получившееся в итоге эффективное действие имеет вид

$$S_P = \mu N c_s, \quad (7.9)$$

где

$$\mu = -i \frac{7}{4} \zeta(3) \left(\frac{m_t}{\pi T} \right)^2 \frac{2}{v_1^2} \mathcal{O}(\phi_1),$$

$$\mathcal{O}(\phi_1) = (\phi_1^\dagger D_0 \phi_1 - (D_0 \phi_1)^\dagger \phi_1), \quad (7.10)$$

ζ — риманова ζ -функция.

Эффективное бозонное действие нарушает и P, и CP одновременно; CP-нарушение происходит в потенциале скалярного поля, а P-нарушение — в (7.9). Это разрешает возникновение ненулевого значения топологического заряда \mathcal{Q} , нечетного по отношению к P- и CP-операциям¹⁷.

¹⁷ Здесь существенно наличие фермионов. Чисто бозонное древесное действие сохраняет P-четность и не допускает возникновения отличного от нуля полного топологического заряда.

Если Δt не очень мало

$$\Delta t \cdot m(T) \gg 1,$$

где $m(T)$ — типичный масштаб масс при высоких температурах, то (7.9) может рассматриваться в качестве химического потенциала для числа Черна–Саймонса. Плотность фермионного числа, образованного в процессе фазового перехода, равна

$$n_B = n_f \int_0^\infty dt \Gamma_{\text{sph}}(t) \mu(t), \quad (7.11)$$

где Γ_{sph} — зависящая от времени скорость сфалеронных переходов, а $n_f = 3$ — количество поколений фермионов. Величина Γ_{sph} быстро падает при возрастании массы векторного бозона. Естественный способ ее оценки во всей области изменения массы W -бозона состоит в использовании (4.13) при $m_W > M_{\text{crit}}$ и (4.48) в противоположном случае; $M_{\text{crit}} \approx 7\alpha_W T$ находится¹⁸ из соотношения $\Gamma_{\text{br}} = \Gamma_{\text{sym}}$. В этом приближении

$$n_B \approx n_f (\alpha_W T)^4 \mu(t^*), \quad (7.12)$$

где $\mu(t^*)$ — химический потенциал в момент "замораживания", $m_W(t^*) = M_{\text{crit}}$. Оценка асимметрии была сделана в [247] и впоследствии исправлена в детальном анализе однородного фазового перехода [73]. Для асимметрии имеем

$$\Delta \sim \frac{45}{2\pi^2 N_{\text{eff}}} k n_f \alpha_W^6 \sin^3 2\alpha \lambda_{\text{CP}} \frac{m_i^2 T_c^2}{v_1^3 v_2}. \quad (7.13)$$

Здесь N_{eff} — число эффективно безмассовых степеней свободы,

$$\lambda_{\text{CP}} = (\lambda_5 - \lambda_6) \sin 2\xi_0$$

и

$$\tan \alpha = \frac{m_1^2(T_c)}{m_2^2(T_c)}, \quad (7.14)$$

где $m_i(T_c)$ — зависящие от температуры массы скаляров в момент фазового перехода (см., например, [161]). Аналогичная зависимость от констант связи была найдена в [249]. Несмотря на довольно высокую степень констант связи, эта оценка может обеспечить асимметрию, согласующуюся с наблюдениями¹⁹.

Этот подход может быть легко обобщен на более сложные модели. Сначала вычисляется эффективное бозонное действие, нарушающее P - и CP -четности, и находится эффективный потенциал для числа Черна–Саймонса. После этого оценка генерации фермионов дается (7.11).

Важным предположением, использовавшимся в этих оценках, было то, что продолжительность фазового

перехода меньше характерных времен реакций. "Точное" решение задачи в другом предельном случае для модельной ситуации было получено в [248]. Поскольку этот пример весьма поучителен, мы воспроизведем здесь основную идею этой работы, используя правильные коэффициенты из [109].

Рассмотрим модель с двумя хиггсовскими дублетами. Для простоты положим все юкавские константы, кроме константы t -кварка, равными нулю, т.е. возьмем юкавскую часть лагранжиана в виде

$$L_Y = f_i \bar{Q}_3 U_3 \phi_1. \quad (7.15)$$

Здесь и далее Q_i — левые фермионные дублеты, U_i , D_i — правые кварковые поля, i — номер поколения. Пренебрежем также реакциями с изменением киральности кварков, связанными с сильными сфалеронами.

Положим $\lambda_5 = \lambda_6 = 0$ в (7.6); в результате модель обладает дополнительной симметрией $U(1)$. Предположим, что внешнее поле Хиггса имеет специальный вид:

$$\theta = \dot{\theta} t \quad \text{при } t > 0 \quad \text{и} \quad \theta = 0 \quad \text{при } t < 0, \quad (7.16)$$

где

$$\tan \theta = \frac{\text{Im}(\phi_1^+ \phi_2)}{\text{Re}(\phi_1^+ \phi_2)}$$

— голдстоуновская мода. Предположим далее, что при $t < 0$ система находилась в тепловом равновесии и была зарядово-симметрична. Мы хотим найти ее барионное число при $t \rightarrow \infty$. Матрица плотности системы $\rho(t)$ удовлетворяет уравнению Лиувилля

$$i \frac{d\rho(t)}{dt} = [H(t), \rho(t)], \quad (7.17)$$

где $H(t)$ — зависящий от времени гамильтониан во внешнем поле (7.16). Можно произвести поворот фермионных полей, соответствующий свободному от аномалии гиперзаряду, таким образом, что временная зависимость в юкавском взаимодействии (7.15) пропадет. Это приведет гамильтониан к виду, не зависящему от времени

$$H(t) \rightarrow H_{\text{eff}} = H - \dot{\theta} Y_F,$$

где Y_F — оператор фермионного гиперзаряда

$$Y_F = \sum_{i=1}^3 \left[\frac{1}{3} \bar{Q}_i \gamma_0 Q_i + \frac{4}{3} \bar{U}_i \gamma_0 U_i - \frac{2}{3} \bar{D}_i \gamma_0 D_i - \bar{L}_i \gamma_0 L_i - 2 \bar{E}_i \gamma_0 E_i \right]. \quad (7.18)$$

При $t \rightarrow \infty$ система должна находиться в тепловом равновесии, $d\rho(t)/dt = 0$. Поскольку в новом представлении гамильтониан не зависит от времени, матрица плотности равна

$$\rho(\infty) = \frac{1}{Z} \exp \left[-\frac{1}{T} (H_{\text{eff}} - \mu_i X_i) \right], \quad (7.19)$$

где X_i — полный набор сохраняющихся зарядов (операторов, коммутирующих с гамильтонианом). Средние

¹⁸ В [249] из других соображений был получен множитель $2 \div 3$ вместо 7. Ясно, что эти оценки скорее качественные, чем количественные.

¹⁹ Можно получить похожую оценку асимметрии из других соображений [242, 244, 245], связанных с непертурбативными флуктуациями числа Черна–Саймонса в симметричной фазе [250].

значения последних должны быть равны нулю. Это требование фиксирует химические потенциалы μ_i и позволяет однозначно определить барионное число системы. Полный список сохраняющихся зарядов можно найти в [109], здесь мы приведем только окончательный результат для барионного числа

$$\langle B \rangle = \frac{n_{sc}}{6 + 11n_{sc}} T^2 \dot{\theta} \left[1 + O\left(\frac{m_t^2}{t^2}\right) \right], \quad (7.20)$$

где $n_{sc} = 2$ — число скалярных дублетов²⁰.

Результат (7.20) выглядит неожиданно. Он не содержит юкавских констант связи, скалярных вакуумных средних или скорости сфалеронных переходов. Могла бы даже возникнуть мысль, что он неверен, так как если f_t или v , или Γ_{sph} равны нулю, то, очевидно, и $\langle B \rangle = 0$. Тем не менее, он правилен. Дело в том, что время, за которое достигается асимптотическое значение барионного числа, стремится к бесконечности при стремлении указанных величин к нулю. Многие выводы, основывающиеся на прямолинейном использовании теории возмущений, становятся неверными на больших временах, когда существенно применение кинетической теории, — и это один из таких примеров. Для типичных значений параметров время установления равновесия по киральности t -кварка равно $\tau_t \sim 30/T$, а характерное время изменения барионного числа равно $\tau_{sph} \sim 10^3/T$. Результат (7.20) справедлив только при $t > \tau_{sph}$. Обсуждение случая промежуточных времен $\tau_t \ll t \ll \tau_{sph}$ содержится в [248, 109].

Заметим, что высокотемпературные сфалероны КХД и другие реакции, меняющие киральность, могут изменить оценку (7.20). В частности, сильные сфалероны, рассматривавшиеся в разделе 4, поддерживают одинаковый химический потенциал для правых и левых барионных чисел и уменьшают набор сохраняющихся квантовых чисел в системе. Это приводит к подавлению барионного числа множителем порядка $(m_t/\pi T)^2$ [109].

7.5. Асимметрия из взаимодействий фермионов с доменными стенками

В действительности, однако, фазовый переход идет через образование пузырей, а не однородным образом. Это является дополнительной трудностью, так как барионное число (в общем случае асимметрии в плотностях чисел частиц) может быть распределено неоднородным образом и зависеть от расстояния до доменной стенки. Соответственно, анализ кинетических уравнений становится намного более сложным.

Обычно рассматриваются два случая, в зависимости от соотношения между толщиной стенки и длиной свободного пробега частиц. Физика бариосинтеза на толстых стенках рассматривалась первоначально в [246, 247]. Она имеет много общего с квазиadiaбатическим случаем, рассмотренным в предыдущем разделе. P- или CP-неинвариантные взаимодействия фермионов с движущейся доменной стенкой, а также CP-нарушающая динамика скаляров индуцируют P- и CP-нечетные члены в эффективном действии бозонных полей. Они, в свою

очередь, влияют на сфалеронные переходы внутри доменной стенки. (Эквивалентное описание [248] состоит в том, что плотности фермионов постепенно адаптируются к скалярному фону, изменяющемуся в пространстве и времени, таким образом, что создается избыток правых кварков и левых антикварков. Левые антикварки уничтожаются сфалеронными реакциями, но правое фермионное число остается и превращается в конце концов в барионное число.)

Красивая физическая картина бариосинтеза на тонких доменных стенках была предложена в [251–253]. Массы фермионов различны в симметричной и нарушенной фазах. Следовательно, фермионы рассеиваются на доменных стенках (отражаются или проникают внутрь). Вообще говоря, при взаимодействии фермионов с доменными стенками нарушается CP, что проявляется в различии коэффициентов отражения для частиц и античастиц. Движущаяся стенка действует как сепаратор для различных типов фермионных чисел, заполняя внутренность пузыря фермионами, а внешнее пространство антифермионами (или наоборот, в зависимости от знака CP-нарушения). Конечно, взаимодействия фермионов с доменными стенками сохраняют фермионное число, т.е. число фермионов, движущихся в нарушенную фазу, равно числу антифермионов, движущихся в симметричную. Антифермионы, "выприснутые" в симметричную фазу, участвуют в аномальных реакциях с изменением фермионного числа, тогда как фермионы в нарушенной фазе — нет. В результате устанавливается устойчивое статическое решение кинетических уравнений с ненулевыми барионными и лептонными асимметриями в нарушенной фазе.

Ясно, что надежные вычисления эффекта в реалистических теориях крайне затруднены большим количеством типов частиц, участвующих во взаимодействиях. Кроме того, необходимо еще учесть ряд эффектов, упомянутых выше. Имеется много работ, посвященных образованию CP-нарушающих фермионных токов и их распространению перед доменной стенкой [254–257]; наиболее свежее и, вероятно, наиболее подробное рассмотрение проведено в [258–261, 167].

Обсудим основные особенности бариосинтеза, связанного с доменными стенками.

При достаточно малых скоростях стенок задачу можно разделить на две части²¹. Первая состоит в микроскопическом вычислении различных фермионных токов на доменной стенке, вторая — в изучении диффузии плотностей числа частиц и их диссипации в различных процессах.

Начнем с первой части [251–253]. Пренебрежем на время всеми высокотемпературными эффектами. Простейшим является случай тонкой стенки, движущейся с некоторой постоянной скоростью v . Перейдем систему покоя стенки и рассмотрим рассеяние фермионов на стенке. Например, левые фермионы, налетающие из симметричной фазы, могут отразиться обратно уже как правые фермионы (из-за сохранения спина) или рассеяться вперед. Коэффициенты прохождения и отражения r_{ij} (i — номер налетающего фермиона, а j — фермиона в конечном состоянии) могут быть найдены из уравнения

²⁰ Соответствующий результат в [248] отличается от этого, вероятно, потому, что были учтены не все сохраняющиеся заряды.

²¹ Если диффузионные хвосты (см. ниже) сравнимы с толщиной стенки, то это невозможно.

Дирака:

$$\begin{bmatrix} \omega + i \frac{\partial}{\partial x} & M \\ M^\dagger & \omega - i \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L \\ R \end{bmatrix} = 0 \quad (7.21)$$

с соответствующими граничными условиями. Здесь L и R — верхние и нижние компоненты вейлевских спиноров. Комплексная, зависящая от x , матрица M обеспечивает CP-нарушение. Вообще говоря, r_{ij} для частиц отличаются от \bar{r}_{ij} для античастиц. Это приводит к ненулевым фермионным токам

$$\langle J_i \rangle = \int \frac{d\omega k_{\parallel} dk_{\perp}}{(2\pi)^2} [n_F(\omega_+) - n_F(\omega_-)] [r^\dagger r - \bar{r}^\dagger \bar{r}]_i, \quad (7.22)$$

где n_F^i — распределение Ферми для налетающих частиц, $\omega_{\pm} = \omega \pm vp_{\perp}$, p_{\perp} и p_{\parallel} — импульсы фермионов, перпендикулярные и параллельные доменной стенке. Это выражение обращается в нуль, если стенка покоится ($v = 0$) или CP-нарушение отсутствует. Полный барионный ток $J_{CP} = J_L + J_R$, получающийся при решении уравнения Дирака (7.21), отсутствует, но токи левых J_L и правых J_R фермионов отличны от нуля.

Уравнение Дирака для квазичастиц, учитывающее основные высокотемпературные эффекты, построено в [235, 108], где найдены обобщенные выражения для токов. Основной качественный эффект от температурных поправок состоит в том, что токи левых и правых фермионов не компенсируют друг друга, и возникает суммарный барионный ток. Физически это связано с тем, что левые частицы участвуют в слабых взаимодействиях, а правые — нет, следовательно, $J_{CP} \sim \alpha_W J_L$.

Приближение тонкой стенки применимо только, если длина свободного пробега фермионов значительно превышает толщину стенки. Это позволяет использовать обычные функции распределения, не возмущенные доменной стенкой, и накладывать обычные для задачи рассеяния граничные условия на пространственной бесконечности. Случай толстых стенок (длина свободного пробега мала по сравнению с толщиной стенки) намного сложнее. Очевидно, что приближение рассеяния неприменимо в этом случае. Следует учитывать изменение функций распределения частиц в направлении, поперечном к стенке. Ряд связанных с этим интересных эффектов рассмотрен в [258–260].

Еще одна проблема связана с переносом частиц. Для ее изучения применялось несколько различных подходов. Первый — моделирование потока "выпрыгнутых" частиц МК-методом [253], второй — использование уравнения диффузии [108, 167, 258, 260–262]. Условия применимости диффузионного приближения были рассмотрены в [263]. В дальнейшем мы следуем [108], где разработан аналитический подход к проблеме диффузии в простых случаях.

При заданной ароматовой и киральной структуре фермионных токов должны быть написаны уравнения диффузии для всех типов частиц. Фермионы участвуют во многих процессах с различными временными масштабами по обе стороны стенки. Для определения соответствующих характерных времен изучим судьбу частицы после ее отражения от доменной стенки в область ненарушенной фазы. Характерное расстояние частицы

от стенки пузыря через время t после отражения равно $\sqrt{Dt} - vt$, где D — коэффициент диффузии. Первое слагаемое описывает случайное блуждание частицы в системе покоя плазмы, а второе — движение стенки пузыря. Данная частица будет достигнута стенкой пузыря через время $t_D \sim D/v^2$, поэтому необходимо учесть все процессы с характерным временем $\tau < t_D$. Примеры существенных для задачи процессов дают упругое рассеяние кварков и глюонов, переходы тяжелых кварков с изменением киральности, сильные сфалероны. Ясно, что в любом случае следует учесть В-нарушение.

Чтобы получить лучшее представление о физике проблемы, рассмотрим простейший случай, когда суммарный барионный ток, вызванный CP-нарушающими взаимодействиями, отличен от нуля, и пренебрежем всеми процессами кроме упругого рассеяния фермионов и аномального В- и L-несохранения. Рассмотрим плоскую стенку, движущуюся в плазме с достаточно малой скоростью v (ниже мы увидим, насколько она должна быть малой, чтобы наши приближения работали). Выберем систему отсчета, связанную со стенкой; пусть нарушенная фаза будет справа от стенки, а симметричная — слева; пусть x — расстояние до стенки. Допустим, что толщина стенки достаточно мала (смысл этого требования поясним ниже). Обозначим через $n_B(x, t)$ и $n_L(x, t)$ плотности барионного и лептонных чисел в системе покоя стенки. Уравнения диффузии в нарушенной фазе, где сфалероны не дают никакого вклада, выглядят следующим образом:

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} n_B \\ n_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_B \frac{\partial^2}{\partial x^2} - v \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & D_L \frac{\partial^2}{\partial x^2} - v \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_B \\ n_L \end{bmatrix}. \quad (7.23)$$

С другой стороны, при $x < 0$ имеем

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} n_B \\ n_L \end{bmatrix} &= \\ &= \begin{bmatrix} D_B \frac{\partial^2}{\partial x^2} - v \frac{\partial}{\partial x} - \frac{3}{2} \Gamma & -\Gamma \\ -\frac{3}{2} \Gamma & D_L \frac{\partial^2}{\partial x^2} - v \frac{\partial}{\partial x} - \Gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_B \\ n_L \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (7.24)$$

где $\Gamma = 9\Gamma_{\text{sph}}/T^3$, D_B и D_L — коэффициенты диффузии для кварков и лептонов, соответственно. Оценка последних [260, 261] дает $D_B \sim 6/T$, $D_L \sim 100/T$.

Найдем устойчивое статическое (не зависящее от времени) решение этих уравнений. В нарушенной фазе единственным решением, удовлетворяющим граничным условиям, является решение с постоянной плотностью

$$n_B = n_L = \text{const} = B_+. \quad (7.25)$$

В симметричной фазе решение представляет из себя комбинацию затухающих экспонент. Мы выпишем его в двух предельных случаях.

В случае "больших" скоростей стенки, когда

$$\rho = \frac{3D_B \Gamma}{v^2} \ll 1,$$

дополнительные антикварки, впрыснутые в симметричную фазу, испытывают В-нарушающие реакции в течение короткого времени $t \sim D_B/v^2$ до захвата движущейся стенкой. В этом случае можно получить [108]

$$n_B = C_1 \exp \frac{vx}{D_B}, \quad n_L = C_2 \exp \frac{vx}{D_L}, \quad (7.26)$$

что соответствует диффузии кварков и лептонов на расстояния D_B/v и D_L/v , соответственно.

В противоположном случае малой скорости стенки существуют переходы кварков в лептоны, связанные со сфалеронными процессами, и решение выглядит следующим образом:

$$n_B = C_3 \exp \frac{3vx}{5D_L} + C_4 \exp \left(\sqrt{\frac{5\Gamma}{2D_B}} x \right),$$

$$n_L = -\frac{3}{2} C_3 \exp \frac{vx}{D_L} + C_4 \frac{D_B}{D_L} \exp \left(\sqrt{\frac{5\Gamma}{2D_B}} x \right). \quad (7.27)$$

Одним из условий применимости диффузионного приближения является требование, чтобы диффузионная длина (самую короткую имеют кварки) была намного больше, чем толщина доменной стенки l , а именно, $l \ll D_B/v$.

Константы C_1, C_2, C_3, C_4 могут быть найдены из условия шивки на доменной стенке. Если обозначить суммарный CP-нечетный барионный ток, возникший из-за взаимодействий кварков с доменной стенкой, через J_{CP} и предположить отсутствие CP-асимметрии в лептонном токе, то будем иметь

$$B_+ = \frac{12}{5} J_{CP} f_{sph}(\rho), \quad (7.28)$$

где $f_{sph}(\rho) = 1$ при $\rho \gg 1$ и $f_{sph}(\rho) = (5/6)\rho$ при $\rho \ll 1$.

Асимметрия внутри пузыри имеет интересную зависимость от скорости. Если $J_{CP} \sim v$, как при квантовомеханическом рассмотрении случая тонких стенок, то максимальная асимметрия возникает при $\rho \sim 1$, т.е. $v \sim \sqrt{3\Gamma D_B} \approx 0,01$. Следует отметить, что такие маленькие скорости вполне возможны на последней стадии фазового перехода, если Вселенная разогревается вновь до критической температуры. Анализ такого сценария можно найти в [208]. В более реалистическом случае толстых стенок получается $J_{CP} \sim v^2$ [259–261]²², и асимметрия не зависит от скорости. Такой же вывод был сделан в [258].

В реалистическом случае многих типов частиц приведенное рассмотрение необходимо обобщить. Вместо обсуждавшегося выше единственного CP-нарушающего барионного тока появляется много CP-нечетных токов, поскольку взаимодействия фермионов с доменной стенкой зависят от аромата. Следует различать левые и правые токи в связи с тем, что частицы разной киральности по-разному взаимодействуют со средой и со сфалеронами. Количественные результаты зависят от модели. Например, взаимодействия лептонов со стенкой в неко-

торых моделях вызывают большую асимметрию, чем взаимодействие кварков [264]. Серьезные исследования реалистических моделей были выполнены в очень интересных работах [258, 261, 260, 167].

7.6. Интенсивность CP-нарушения и барионная асимметрия

Расширения стандартной модели, приводящие к достаточно сильному фазовому переходу первого рода, могут, в принципе, не содержать никаких новых источников CP-нарушения²³. Встает вопрос о том, может ли только КМ-механизм CP-нарушения (или вакуумный угол в КХД) отвечать за барионную асимметрию? Рассмотрим сначала КМ-механизм.

Важным свойством взаимодействия (7.5) является то, что от CP-нарушающей фазы δ_{CP} можно избавиться с помощью фазового поворота фермионных полей в том случае, если в верхнем или нижнем кварковом секторах имеется вырождение, или некоторые углы смешивания между различными поколениями равны нулю. Иными словами, в стандартной модели CP-нарушение исчезает вместе с детерминантом Ярлског [265]:

$$d_{CP} = \sin \theta_{12} \sin \theta_{23} \sin \theta_{13} \sin \delta_{CP} \times$$

$$\times (m_t^2 - m_c^2)(m_t^2 - m_u^2)(m_c^2 - m_u^2) \times$$

$$\times (m_b^2 - m_s^2)(m_b^2 - m_d^2)(m_s^2 - m_d^2), \quad (7.29)$$

где θ_{ij} — углы смешивания, а m_i — массы кварков.

Структура КМ-механизма CP-нарушения делает бариосинтез очень нетривиальной проблемой. Действительно, электрослабый фазовый переход, в котором ожидаются сильные отклонения от теплового равновесия, происходит при температурах порядка 100 ГэВ. Следовательно, можно было бы думать, что массы кварков (возможно, за исключением t-кварка) можно рассматривать как малые возмущения, так что безразмерной характеристикой CP-нарушения является величина $\delta_{CP} \sim d_{CP}/T^{12} \sim 10^{-20}$ [210, 211]. Очевидно, что это число слишком мало для того, чтобы объяснить наблюдаемую асимметрию. Однако в этом *no-go* аргументе могут быть изъяны. Был предложен ряд динамических механизмов, в которых эффекты CP-нарушения за счет КМ-механизма могут быть значительно сильнее [211, 235, 108, 266].

Если в электрослабой теории динамически возникает спонтанное CP-нарушение до [211] или во время [266, 257] электрослабого фазового перехода, то Вселенная на некоторой стадии своей эволюции состоит из доменов с различной CP-четностью. Малое явное CP-нарушение снимает вырождение между состояниями с различной CP-четностью, так что энергетически более выгодные домены стремятся "съесть" домены с противоположной CP-четностью. Тот факт, что скорость расширения Вселенной при $T \sim 100$ ГэВ очень мала, приводит к усиливающему множителю $M_{Pl}/T^* \sim 10^{16}$ [211]. При таком механизме барионная асимметрия не зависит от величины явного CP-нарушения, но зависит от его знака

²³ Конечно, это довольно неестественная возможность: единственным известным способом усиления фазового перехода является добавление дополнительных скалярных полей. Это означает появление новых скалярных взаимодействий. Вообще говоря, они содержат комплексные фазы и ведут к CP-нарушению.

²² Мы благодарны М. Джойсу за высказанные полезные соображения.

[211, 266]. Оценка эффекта из соображений размерности дает

$$\Delta \sim \frac{1}{N_{\text{eff}}} \alpha_W^3. \quad (7.30)$$

Следует, однако, подчеркнуть, что возможность спонтанного СР-нарушения при высоких температурах в электрослабой теории весьма сомнительна.

Другой возможный способ обойти *no-go* аргумент, представленный выше, обсуждается в [235, 108]. Этот аргумент опирается на применимость теории возмущений по массам кварков и использует предположение о том, что характерной энергией, существенной для оценки асимметрии, является температура фазового перехода. В действительности эти предположения неверны, если рассматривается взаимодействие фермионов с доменными стенками. А именно, если энергия кварка в симметричной фазе меньше его массы в нарушенной фазе, то он отразится от стенки с единичной вероятностью вне зависимости от значения его массы, так что теория возмущений по массам не работает в этом случае. Соответствующая область фазового пространства определяется массами кварков и мала, но потери за счет этой малости могут с лихвой компенсироваться увеличением СР-нарушающей амплитуды. Максимальная асимметрия связана с полным отражением странного кварка. ГИМ-сокращения для него нет, а все, что остается от d_{CP} (произведение углов смешивания и СР-нарушающей фазы) имеет порядок величины 10^{-5} . Оценки асимметрии, данные в [108], довольно расплывчаты, $\Delta \sim 10^{-10} \div 10^{-18}$, но они показывают, что КМ-механизм СР-нарушения не может быть полностью отброшен в качестве возможного источника барионной асимметрии Вселенной²⁴.

Возможный вклад сильного СР-нарушения (связанного с вакуумным углом θ в КХД) в электрослабый бариосинтез рассматривался в [273]. Был сделан вывод, что он не играет роли, поскольку сильные СР-эффекты при температурах электрослабого фазового перехода подавлены по крайней мере квазиклассической экспонентой $\exp(-2\pi/\alpha_s) \sim 10^{-25}$, не считая других подавляющих множителей, связанных с юкавским взаимодействием. Это утверждение остается справедливым и в моделях с аксионами, где эффективный угол θ может быть порядка единицы на электрослабом масштабе.

Таким образом, вопрос о возможности объяснения наблюдаемой барионной асимметрии Вселенной только КМ-механизмом СР-нарушения, присутствующим в МСМ, пока не вполне ясен. В то же время расширения МСМ естественным образом содержат новые источники СР-нарушения. Несмотря на то, что существующие оценки барионной асимметрии справедливы, вероятно, только по порядку величины, сегодня понятно, что расширенные версии МСМ легко могут обеспечить наблюдаемую барионную асимметрию. Оценки для модели с двумя хиггсовскими дублетами можно найти в [258, 260, 261, 167], а для суперсимметричных теорий — в [274–277].

²⁴ В [267–270] сделан противоположный вывод. Вычислительная процедура, использованная в этих работах, была подвергнута критике в [271, 272], где приведены аргументы, что утверждения [267–270] необоснованны.

8. Процессы инстантонного типа в столкновениях частиц при высоких энергиях

В разделе 2 уже отмечалось, что переходы инстантонного типа могут быть подавленными, если энергия системы достаточно велика. Такая возможность определенно реализуется при высоких температурах. Естественно задать вопрос, ведут ли столкновения высокоэнергичных частиц к нарушению барионного и лептонного чисел с сечениями, не подавленными экспоненциально. Соответствующая область энергий $E_{\text{sph}} \sim m_W/\alpha_W$ (10 ТэВ в электрослабой теории) не так уж далека от энергий коллайдеров, поэтому этот вопрос представляет не только академический интерес.

В этом разделе мы обсудим современное состояние этой довольно сложной проблемы. Мы подытожим результаты вычислений, полученные в теории возмущений вокруг инстантона, которые показывают, что сечение действительно растет экспоненциально с энергией при $E \ll E_{\text{sph}}$. (Заметим, однако, что пертурбативное рассмотрение вокруг инстантонов ненадежно в наиболее интересной области энергий $E \sim E_{\text{sph}}$, так что эти вычисления не позволяют решить вопрос об исчезновении экспоненциального подавления, которое при низких энергиях связано с фактором (2.8).) Затем сформулируем достаточно общий аргумент, основанный на унитарности и обычной теории возмущений, который показывает, что скорости переходов инстантонного типа вероятнее всего экспоненциально малы при всех энергиях. Этот аргумент, тем не менее, не исключает возможности того, что подавление асимптотически выключается при $E \rightarrow \infty$, и что фактор подавления в действительности не безнадежно мал при реалистических значениях констант связи и энергий. Таким образом, вычисление вероятностей переходов инстантонного типа остается интересной проблемой, решение которой требует нептурбативных подходов. Мы обсудим один из таких подходов и представим первые нептурбативные результаты. Они указывают, что инстантоно-подобные процессы действительно ненаблюдаемы при любых энергиях.

Несмотря на значительный прогресс в понимании процессов инстантонного типа в столкновениях частиц при высоких энергиях эта проблема все еще не полностью решена. Соответствующие методы нептурбативных вычислений находятся в состоянии развития. Необходимо отметить, что электрослабое В- и L-несохранение в столкновениях частиц при высоких энергиях принадлежит к более широкому классу процессов, включающему распад ложного вакуума, вызванного столкновениями частиц, распад метастабильных солитонов [278] и, что замечательно, рождение многочастичных конечных состояний в тривиальном вакуумном секторе (без инстантонов) [279–283]. Мы не будем обсуждать последний вопрос, представляющий феноменологический интерес, и отошлем интересующегося читателя к [284]. Подчеркнем, однако, что его решение также требует новой нептурбативной техники, которая, скорее всего, имеет много общего с подходами, относящимися к инстантоно-подобным процессам.

8.1. Результаты теории возмущений вокруг инстантона

Количественный пертурбативный анализ вблизи инстантона был начат в [35] (см. также [36]) и привел к картине

экспоненциального роста полного сечения процессов инстантонного типа при относительно небольших энергиях $E \ll E_{\text{sph}}$ в системе центра масс. Он также дал представление о функциональной форме этого сечения, которая указывает на возможность квазиклассического подхода к его вычислению [285–287]. Мы не будем вдаваться в технические подробности пертурбативных вычислений (см. [288–290]) и опишем только основные идеи и результаты.

Рассмотрим процесс, в котором два W -бозона превращаются в n W -бозонов, и при этом система переходит из одного вакуума в соседний (см. рис. 1). Топологическое число $N[A]$ соответствующей полевой конфигурации, определяемое (2.3), должно быть равно единице (в действительности, в случае конечного числа начальных и конечных частиц удобнее измерять изменение вакуумного числа $n[\omega]$ степенью "наматывания" хиггсовского поля [291]). Фермионы учитывать не будем (они играют несущественную роль с точки зрения полного сечения [292]) и рассмотрим бозонный сектор $SU(2)$ -теории с одним хиггсовским дублетом, т.е. бозонный сектор упрощенной модели, введенной в разделе 2. Для вычисления амплитуды этого процесса начнем с $(2+n)$ -точечной евклидовой функции Грина

$$G_{n+2}(x_1, x_2, y_1, \dots, y_n) = \int DA D\phi \exp(-S[A, \phi]) A(x_1)A(x_2)A(y_1) \dots A(y_n), \quad (8.1)$$

где пространственные и групповые индексы опущены. Так как инстантон является минимумом евклидова действия (в действительности мы должны работать с локализованными инстантонами, рассмотренными в разделе 2), воспользуемся квазиклассическим приближением и получим в лидирующем (leading) порядке

$$G_{n+2}^{\text{lead}}(x_1, \dots, y_n) = \int d^4x_0 \frac{d\rho}{\rho^5} \mu(\rho) \exp\left(-\frac{8\pi^2}{g^2} - \pi^2 \rho^2 v^2\right) \times A^{\text{inst}}(x_1 - x_0; \rho) \dots A^{\text{inst}}(y_n - x_0; \rho). \quad (8.2)$$

Здесь x_0 и ρ — обычные коллективные координаты инстантона, а мера та же, что и в (2.9). Локализованная инстантонная конфигурация описывается (2.10) и (2.7). Следует еще проинтегрировать по ориентациям инстантона (этот интеграл в (8.2) явно не выписан). Функцию Грина (8.2) можно изобразить, как показано на рис. 8. Следует отметить, что зависимость от координат в правой части (8.2) факторизуется с точностью до интегрирования по положению инстантона, обеспечивающего сохранение полного импульса. Это означает, что в главном квазиклассическом приближении функции

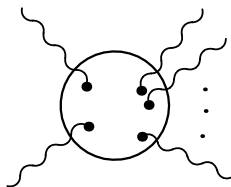


Рис. 8. Лидирующий вклад в амплитуду, индуцированную инстантоном.

Грина имеют точечную структуру. Таким образом, в этом порядке эффективное сечение процесса $2W \rightarrow nW$ будет степенным образом расти с энергией.

Для получения сечения следует произвести аналитическое продолжение в пространство–время Минковского и воспользоваться ЛСЦ-процедурой. Это сделать легко, так как вся зависимость от координат в правой части (8.2) заключена в A^{inst} . Поскольку поле локализованного инстантона спадает в евклидовом пространстве–времени в соответствии с (2.7), его фурье-образ имеет полюс в точке $p^2 = -m_W^2$. Вычет в этом полюсе в действительности может быть найден прямо из (2.10), так как механизм Хиггса перемещает полюс инстантонного поля из $p^2 = 0$ в $p^2 = -m_W^2$, но не меняет величины вычета с точностью до малых поправок. Таким способом вычет нетрудно вычислить

$$R(\mathbf{p}; \rho) = \frac{1}{g} \rho^2 |\mathbf{p}|, \quad (8.3)$$

где мы опустили тензорную структуру, зависящую от ориентации инстантона. Итак, амплитуда имеет следующий вид:

$$A_{2 \rightarrow n}^{\text{lead}}(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_n) \sim \int \frac{d\rho}{\rho^5} \mu(\rho) \exp\left(-\frac{8\pi^2}{g^2} - \pi^2 \rho^2 v^2\right) \times R(\mathbf{k}_1; \rho) \dots R(\mathbf{p}_n; \rho) \delta(k_1 + k_2 - p_1 - \dots - p_n), \quad (8.4)$$

где k_1, k_2 и p_1, \dots, p_n — импульсы начальных и конечных частиц соответственно. Интегрирование по ρ выполняется просто, в то время как интегрирование по ориентациям, подразумеваемое в (8.4), является достаточно сложным. Игнорируя последнее затруднение, получим

$$A_{2 \rightarrow n}^{\text{lead}} \sim \exp\left(-\frac{8\pi^2}{g^2}\right) (n+2)! \left(\frac{1}{gv^2}\right)^{n+2} \times |\mathbf{k}_1| |\mathbf{k}_2| |\mathbf{p}_1| \dots |\mathbf{p}_n| \delta(K - p_1 - \dots - p_n), \quad (8.5)$$

где $K = (E, 0)$ — полный 4-импульс в системе центра масс. Соотношение (8.5) приводит к следующей оценке для сечения инстантоно-подобных процессов $2W \rightarrow nW$ при $n \gg 1$:

$$\sigma_{2 \rightarrow n}^{\text{lead}}(E) = \frac{1}{(k_1 \cdot k_2) n!} \int \prod_{i=1}^n \frac{d^3 p_i}{2\omega_{p_i} (2\pi)^3} |A_{2 \rightarrow n}^{\text{lead}}|^2 \sim \frac{1}{n!} \left(\frac{\text{const} \cdot E^2}{gv^2 n}\right)^{2n} \exp\left(-\frac{16\pi^2}{g^2}\right),$$

где мы предположили для простоты, что конечные частицы будут релятивистскими, т.е. $E/n \gg m_W$. Как и ожидалось, сечение зависит от энергии степенным образом [35, 36]. Полное сечение в ведущем квазиклассическом порядке растет экспоненциально

$$\sigma_{2 \rightarrow \text{any}}^{\text{lead}}(E) = \sum_n \sigma_{2 \rightarrow n}^{\text{lead}}(E) \propto \exp\left[-\frac{16\pi^2}{g^2} + \text{const} \left(\frac{E^4}{g^2 v^4}\right)^{1/3}\right], \quad (8.6)$$

где число частиц, которое насыщает эту сумму,

$$n \sim \left(\frac{E^4}{g^2 v^4}\right)^{1/3}. \quad (8.7)$$

Экспоненциальный рост сечения впервые был обнаружен в контексте мультихиггсовских конечных состояний [293], которые, как затем было выяснено, играют второстепенную роль при относительно низких энергиях, где ведущий порядок теории возмущений дает надежные результаты. Подобное поведение присуще всем моделям с инстантонами [289], а также процессам многочастичного рождения без инстантонов [294, 295, 284]. В случае процессов $2W \rightarrow nW$ имеется по крайней мере два способа точного вычисления сечения в лидирующем порядке, включая константу в (8.6). Один из них состоит в использовании инстантон-антиинстантонных конфигураций [296, 297], а другой основывается на формализме когерентных состояний [285]. Оба подхода приводят к одному и тому же результату

$$\sigma_{2 \rightarrow \text{any}}^{\text{lead}}(E) \propto \exp \left\{ \frac{4\pi}{\alpha_W} \left[-1 + \frac{9}{8} \left(\frac{E}{E_0} \right)^{4/3} \right] \right\}, \quad (8.8)$$

где $E_0 = \sqrt{6} \pi m_W / \alpha_W \sim 15$ ТэВ имеет порядок величины энергии сфалерона в электрослабой теории. В (8.8) мы воспользовались тем, что

$$\frac{1}{\alpha_W E_0^{4/3}} \sim \left(\frac{1}{g^2 v^4} \right)^{1/3}.$$

Аналогично, число рожденных W -бозонов может быть записано как

$$n \sim \frac{1}{\alpha_W} \left(\frac{E}{E_0} \right)^{4/3}. \quad (8.9)$$

Заметим, что средняя энергия, приходящаяся на одну вылетающую частицу, имеет порядок

$$|\mathbf{p}| \sim \frac{E}{n} \sim m_W \left(\frac{E}{E_0} \right)^{-1/3}. \quad (8.10)$$

Следовательно, при $E \ll E_0$ конечные частицы релятивистские, а при $E \sim E_0$ — мягкие ($E/n \sim m_W$). Отметим, что типичный размер инстантона имеет порядок

$$\rho \sim \frac{\sqrt{n}}{E} \sim \frac{1}{m_W} \left(\frac{E}{E_0} \right)^{2/3}. \quad (8.11)$$

Эта оценка следует из (8.2), (8.3) и (8.9).

Итак, полное сечение в лидирующем порядке перестает быть экспоненциально подавленным при $E \sim E_0$, и при этих энергиях число конечных частиц по порядку величины равно $1/\alpha_W$.

Ясно, что настоящее сечение процесса $2W \rightarrow nW$, индуцированного инстантонами, не может описываться при всех энергиях результатом лидирующего порядка (8.8), так как при $E \gtrsim E_0$ это выражение противоречит унитарности. Поэтому поправки к формуле лидирующего порядка должны быть велики по крайней мере при $E \gtrsim E_0$. Эти поправки появляются, когда в калибровочном поле в (8.1) учитываются флуктуации вокруг инстантона

$$A = A^{\text{inst}} + \delta A,$$

где δA — квантовое поле. В первом за лидирующим порядке действие в (8.1) квадратично по δA , n полей в подынтегральном выражении по-прежнему равны A^{inst} , а два поля равны δA . Проинтегрировав по δA , получим

первую поправку к функции Грина, которая получается из (8.2), заменой двух инстантонных полей пропагатором во внешнем поле инстантона $D_{\text{inst}}(z - x_0, z' - x_0)$, где z, z' — любые две координаты из $x_1, x_2, y_1, \dots, y_n$. Первая поправка к амплитуде определяется тогда вычетом фурье-образа $D_{\text{inst}}(q, q')$ в двойном полюсе $q^2 = -m_W^2, q'^2 = -m_W^2$. Диаграммное представление этой поправки изображено на рис. 9.

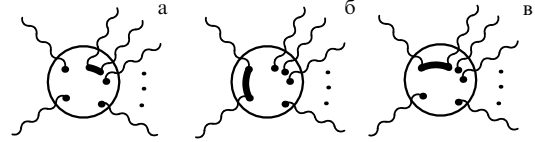


Рис. 9. Первые поправки к амплитуде $2W \rightarrow nW$. Точки изображают вычеты инстантонного поля, сплошные линии — вычеты пропагатора во внешнем поле инстантона на массовой поверхности для обоих импульсов.

Имеются три основных типа поправок.

8.1.1. Поправки от одних конечных частиц ("мягко-мягкие"). Они появляются, когда два инстантонных поля в (8.2), соответствующих конечным частицам, заменяются на пропагатор, как показано на рис. 9а. По сравнению с ведущим членом (8.4) этот вклад подавлен фактором g^2 , поскольку A^{inst} пропорционально $1/g$, а D_{inst} имеет порядок $O(g^0)$, но усилен комбинаторным фактором $n^2/2$, который соответствует числу пар внешних линий на рис. 9а, которые можно соединить. Вычет пропагатора в двойном полюсе при малых импульсах имеет порядок [298–300]

$$\text{Res } D_{\text{inst}}(p_i, p_j) \sim \rho^2 \sim \frac{g^2}{\rho^2 \mathbf{p}^2} R(\mathbf{p}_i; \rho) R(\mathbf{p}_j; \rho),$$

где R — вычет инстантонного поля (8.3). Комбинируя все множители и вспоминая (8.9)–(8.11), находим, что мягко-мягкая поправка к амплитуде при интересных n по порядку величины равна

$$A^{\text{soft-soft}} \sim A^{\text{lead}} \frac{g^2 n^2}{\rho^2 \mathbf{p}^2} \sim A^{\text{lead}} \frac{1}{\alpha_W} \left(\frac{E}{E_0} \right)^2. \quad (8.12)$$

Видно, что она превышает амплитуду ведущего порядка даже при $E \ll E_0$. Однако, как было показано в [285–287], мягко-мягкие поправки к полному сечению экспоненцируются, так что полное сечение с учетом этих поправок принимает вид

$$\sigma_{2 \rightarrow \text{any}}^{\text{lead+soft-soft}} \propto \exp \left\{ \frac{4\pi}{\alpha_W} \left[-1 + \frac{9}{8} \left(\frac{E}{E_0} \right)^{4/3} - \frac{9}{16} \left(\frac{E}{E_0} \right)^2 \right] \right\}, \quad (8.13)$$

где учтен численный коэффициент $9/16$, вычисленный в [298–301].

Следующие мягко-мягкие поправки также экспоненцируются, и полное сечение с учетом всех мягко-мягких поправок имеет следующую функциональную форму [285–287]

$$\sigma_{2 \rightarrow \text{any}}^{\text{lead+soft-soft}} \propto \exp \left[\frac{4\pi}{\alpha_W} F \left(\frac{E}{E_0} \right) \right], \quad (8.14)$$

где $F(E/E_0)$ — неизвестная функция, которая при малых E/E_0 может быть представлена в виде ряда с первыми членами из (8.13). Было обнаружено [285], что мягко-мягкие вклады в показатель экспоненты $F(E/E_0)$ возникают только из *древесных* диаграмм вокруг инстантона, в то время как петли дают вклад в предэкспоненциальный множитель.

8.1.2. Поправки от одних начальных частиц ("жестко-жесткие") [302, 303]. Они возникают благодаря диаграммам на рис. 9б. Для них нет комбинаторного усиления, и тем не менее их вклады велики. Причина кроется в большой величине вычета пропагатора²⁵ при больших импульсах $|\mathbf{k}| \sim E$

$$\text{Res } D_{\text{inst}} \sim g^2 \rho^2 (k_1 \cdot k_2) \ln(k_1 \cdot k_2) R(\mathbf{k}_1; \rho) R(\mathbf{k}_2; \rho).$$

Следовательно, первая жестко-жесткая поправка в амплитуду при интересных n равна по порядку величины

$$\begin{aligned} A^{\text{hard-hard}} &\sim A^{\text{lead}} \frac{1}{m_W^2} \left(\frac{E}{E_0}\right)^{4/3} E^2 \ln E^2 \sim \\ &\sim A^{\text{lead}} \frac{1}{\alpha_W} \left(\frac{E}{E_0}\right)^{10/3} \ln E^2 \end{aligned} \quad (8.15)$$

и велика даже при $E \ll E_0$. Жестко-жесткие поправки следующих порядков возникают из *петлевых* диаграмм, подобных изображенным на рис. 10. Имеются серьезные аргументы, показывающие, что жестко-жесткие и жестко-мягкие поправки тоже экспоненцируются [303, 305], т.е. полное сечение имеет форму (8.14). К сожалению, полное доказательство экспоненцирования все еще не найдено.

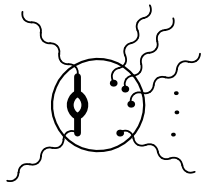


Рис. 10. Жестко-жесткие поправки высшего порядка.

8.1.3. Поправки от комбинаций начальных и конечных частиц ("жестко-мягкие"). Они возникают из диаграмм рис. 9в и содержат как комбинаторный, так и энергетический факторы. Оценка, аналогичная (8.12) и (8.15), имеет вид (с точностью до логарифмов)

$$A^{\text{hard-soft}} \sim A^{\text{lead}} \frac{1}{\alpha_W} \left(\frac{E}{E_0}\right)^{8/3}.$$

Эти поправки также, скорее всего, экспоненцируются.

Итак, теория возмущений вокруг инстантона дает сильные аргументы в пользу того, что полное сечение имеет экспоненциальную форму

$$\sigma_{2 \rightarrow \text{any}}^{\text{inst}} \propto \exp \left[\frac{4\pi}{\alpha_W} F \left(\frac{E}{E_0} \right) \right]. \quad (8.16)$$

Показатель экспоненты можно вычислять по теории возмущений при $E/E_0 \ll 1$, где его можно представить в виде ряда по $(E/E_0)^{2/3}$ (с точностью до логарифмов)

$$F \left(\frac{E}{E_0} \right) = -1 + \frac{9}{8} \left(\frac{E}{E_0} \right)^{4/3} - \frac{9}{16} \left(\frac{E}{E_0} \right)^{6/3} + \dots \quad (8.17)$$

Жестко-мягкие поправки вносят вклад в порядке $(E/E_0)^{8/3}$, который изучался в [306, 307]. Жестко-жесткие поправки начинаются с порядка $(E/E_0)^{10/3}$. В то время, как мягко-мягкие поправки в показатель экспоненты F возникают от *древесных* диаграмм вокруг инстантона, жестко-жесткие и жестко-мягкие поправки включают в себя все петли.

Ясно, что ряд (8.17) взрывается при $E/E_0 \sim 1$. Следовательно, пертурбативные вычисления вокруг инстантона не могут привести к ответу на вопрос, исчезает ли экспоненциальное подавление при $E \sim E_0$ или оно сохраняется при всех энергиях. Анализ этой наиболее интересной проблемы требует развития методов, совершенно отличных от теории возмущения вокруг инстантона.

8.2. Унитарность

Перед обсуждением непертурбативных подходов к вычислению сечений процессов инстантонного типа приведем аргумент в пользу экспоненциального подавления этих сечений при всех энергиях, за исключением, быть может, экспоненциально высоких. Этот аргумент, в духе [308], основывается на унитарности и применимости обычной теории возмущений при малых импульсах (см. также [309, 290]). Рассмотрим полный пропагатор W -бозона, приведенный на рис. 11, и выберем евклидов импульс виртуального W -бозона небольшим, скажем, $Q^2 \sim m_W^2$. Тогда дисперсионное соотношение, связывающее этот пропагатор с полным сечением "ν_ee-аннигиляции" (при энергии \sqrt{s} в системе центра масс) в произвольное число W -бозонов, имеет вид

$$G(Q^2 \sim m_W^2) \propto \int ds \frac{\sigma_{\text{tot}}(s)}{s + Q^2}. \quad (8.18)$$

Здесь "ν_ee-аннигиляция" означает лишь рождение виртуальных W -бозонов внешним источником, как показано на рис. 12.

Левая сторона равенства (8.18) представляет из себя асимптотический ряд по α_W , конечное число членов которого, скажем, $k \ll 1/\alpha_W$, дается обычной теорией возмущений (см. пертурбативные диаграммы на рис. 11). В самом деле, при низких $Q^2 \sim m_W^2$ нет никаких



Рис. 11. Пропагатор W -бозона при малых Q^2 с пертурбативными и непертурбативными (инстантон-антиинстантонными) вкладками.

$$\sigma_{\text{tot}}(s) = \sum \left| \left(\text{diagram 1} + \text{diagram 2} \right) \right|^2$$

Рис. 12. Полное сечение с пертурбативными и инстантонными вкладками.

²⁵ Это свойство сохраняется для широкого класса моделей [304].

причин подозревать, что пертурбативные вклады, подобные инстантон–антиинстантону (см. рис. 11), не подавлены экспоненциально. Таким образом,

$$G(Q^2 \sim m_W^2) = \sum_{i=1}^k C_k \alpha_W^k + O(\alpha_W^{k+1}),$$

где C_k определяется обычной теорией возмущений и k фиксировано в пределе $\alpha_W \rightarrow 0$. Первые k членов в точности соответствуют пертурбативным вкладам в полное сечение в правой части равенства (8.18) (см. пертурбативные диаграммы на рис. 12), включающим в себя рождение k или меньшего числа конечных частиц. Таким образом, инстантонный вклад в правую часть (8.18) мал

$$\int ds \frac{\sigma_{\text{tot}}^{\text{inst}}(s)}{s + Q^2} < \text{const } \alpha_W^k, \quad (8.19)$$

при $Q^2 \sim m_W^2$, $k \ll 1/\alpha_W$. Это неравенство исключает возможность больших сечений процессов инстантонного типа (порядка α_W^k с конечным n) при энергиях порядка $E_0 \sim m_W/\alpha_W$. Можно непосредственно обобщить это рассуждение на случай столкновения двух реальных векторных бозонов и на другие процессы с небольшим числом начальных частиц. Во всех случаях должно выполняться соотношение, аналогичное (8.19).

Это согласуется с ожидаемой функциональной формой полного сечения инстантонных процессов (8.16). Можно сделать вывод, что показатель экспоненты F отрицателен при всех энергиях, т.е. процессы инстантонного типа всегда экспоненциально подавлены. Однако по-прежнему не исключена очень интересная возможность того, что $F \rightarrow 0$ при $E \rightarrow \infty$. Тогда сечение может и не быть численно малым при все еще приемлемых энергиях. В любом случае теоретическое понимание истинного экспоненциального поведения определенно представляет интерес.

Отметим, что такие же соображения указывают на экспоненциальное подавление рождения большого числа $n \sim 1/g^2$ конечных частиц в тривиальном вакууме. Эти процессы активно исследуются в последнее время (см. [284]).

Помимо унитарности, приведенный выше аргумент предполагает справедливость обычной теории возмущений, как асимптотического разложения по α_W , для точных функций Грина с небольшим числом внешних концов при низких Q^2 . Поэтому остается возможность того, что теория возмущений становится грубо неправильной в некотором конечном порядке по α_W . Ниже будет показано, что эта возможность, которая была бы революционной для всей квантовой теории поля, не подкрепляется существующими (хотя и ограниченными) расчетами.

8.3. От много \rightarrow много к мало \rightarrow много

Экспоненциальная форма инстантоно-подобного сечения выглядит квазиклассически, при этом неадекватность наивной квазиклассической процедуры отражается в том факте, что обратная величина константы связи входит не только в общий множитель $4\pi/\alpha_W$, но и в характерный энергетический масштаб $E_0 \sim m_W/\alpha_W$. Поэтому естественно ожидать, что должна существовать подходящая модификация наивной квазиклассической процедуры, которая дала бы возможность вычи-

слать показатель экспоненты в сечении. Так как $F(E/E_0)$ определяется как древесными диаграммами в присутствии инстантона (мягко-мягкие вклады), так и петлями (жестко-жесткие и жестко-мягкие вклады), правильная квазиклассическая процедура должна включать существенную часть *петель*. Ясно, что само существование квазиклассического метода, учитывающего петли, далеко не очевидно, и разработка такого метода представляет из себя достаточно нетривиальную задачу.

Последняя трудность может быть перефразирована следующим образом. При интересующих нас энергиях конечные частицы являются мягкими, т.е. средняя энергия, приходящаяся на одну частицу, не содержит большого параметра $1/\alpha_W$ и их число велико ($n \sim 1/\alpha_W$). Поэтому эти частицы можно описывать в классических терминах. Грубо говоря, нас интересуют классические волны. С другой стороны, начальных частиц мало и импульс каждой из них пропорционален большому параметру $1/\alpha_W$. Проблема состоит в том, что эти энергичные начальные частицы трудно описать квазиклассическим образом.

Исходя из этих наблюдений, был предложен следующий подход к инстантоно-подобным переходам *мало* \rightarrow *много* [310, 311]. В качестве промежуточного шага рассмотрим переходы *много* \rightarrow *много*, в которых число начальных частиц равно

$$n_{\text{in}} = \frac{v}{\alpha_W},$$

где v — новая переменная процесса. В пределе

$$\alpha_W \rightarrow 0, \quad (8.20)$$

при фиксированных E/E_0 и v , число начальных частиц велико, их энергия на частицу имеет порядок m_W/v и не зависит от α_W . Таким образом, начальные частицы, так же как и конечные, можно описывать в (квази)классических терминах. Мы увидим, что при оптимальном выборе начального состояния для заданного n_{in} полная вероятность имеет экспоненциальную форму

$$\sigma^{\text{inst}}(E, n_{\text{in}}) \propto \exp \left[\frac{4\pi}{\alpha_W} F \left(\frac{E}{E_0}, v \right) \right], \quad (8.21)$$

и показатель экспоненты $F(E/E_0, v)$ можно вычислять квазиклассически.

Следует ожидать, что $F(E/E_0, v)$ уменьшается (становится более отрицательным), когда v (т.е. число входящих частиц) уменьшается. Действительно, процессы с меньшим числом входящих частиц можно рассматривать как подпроцессы для процессов с большим n_{in} , где несколько входящих частиц не участвуют в рассеянии. Таким образом, переходы *много* \rightarrow *много* дают ограничение сверху для *мало* \rightarrow *много*:

$$\sigma_{2 \rightarrow \text{any}}^{\text{inst}}(E) < \sigma^{\text{inst}} \left(E, n_{\text{in}} = \frac{v}{\alpha_W} \right) \quad (8.22)$$

для любых v в режиме (8.20). Более того, можно ожидать, что $F(E/E_0)$ для вероятности *мало* \rightarrow *много* получается из $F(E/E_0, v)$ в пределе $v \rightarrow 0$, т.е. с экспоненциальной точностью

$$\sigma_{2 \rightarrow \text{any}}^{\text{inst}}(E) \propto \exp \left[\frac{4\pi}{\alpha_W} F \left(\frac{E}{E_0}, v \rightarrow 0 \right) \right]. \quad (8.23)$$

Это ожидаемое свойство подтверждается явными пертурбативными вычислениями вокруг инстантона [312].

Обоснованием (8.23) служит тот факт, что в пределе $\nu \rightarrow 0$ перекрытие между двухчастичным начальным состоянием и начальными состояниями с $n_{\text{in}} = \nu/\alpha_{\text{W}}$ частицами не является экспоненциально малым [289].

Итак, идея [310, 311] состоит в вычислении $F(E/E_0, \nu)$ квазиклассическими методами и последующем изучении предела $\nu \rightarrow 0$ для получения показателя экспоненты для сечения $2 \rightarrow \text{много}$.

Для реализации этой идеи полезно рассмотреть величину [310, 311]

$$\sigma^{\text{inst}}(E, n_{\text{in}}) = \sum_{i,f} |\langle f | \hat{S} | i \rangle|^2. \quad (8.24)$$

Сумма берется по всем начальным состояниям, удовлетворяющим соотношениям

$$\hat{N}|i\rangle = n_{\text{in}}|i\rangle, \quad \hat{H}|i\rangle = E|i\rangle, \quad \hat{\mathbf{P}}|i\rangle = 0,$$

где \hat{N} , \hat{H} и $\hat{\mathbf{P}}$ — оператор числа частиц, гамильтониан и оператор полного импульса, соответственно, в фоковском пространстве начальных состояний. Конечные состояния в сумме (8.24) произвольны, а \hat{S} — S -матрица в инстантонном секторе. Величину $\sigma(E, n_{\text{in}})$ можно рассматривать как "микрканоническую" вероятность для инстантонных переходов из состояний с заданными энергией в системе центра масс и числом входящих частиц. Именно эта величина входит в (8.21) и (8.22).

Удобным базисом в пространстве начальных состояний являются когерентные состояния $|a\rangle$. Вспомним, что S -матрица в представлении когерентных состояний дается следующим функциональным интегралом [313, 314]

$$\langle b | \hat{S} | a \rangle = S(b^*, a) = \int \mathbf{D}\phi_{\text{in}} \mathbf{D}\phi_{\text{fin}} \mathbf{D}\phi \times \\ \times \exp[B_{\text{in}}(\phi_{\text{in}}, a) + B_{\text{fin}}(\phi_{\text{fin}}, b^*) + iS_{T_{\text{in}}, T_{\text{fin}}}], \quad (8.25)$$

где интегрирование производится по начальным ($t = T_{\text{in}}$), конечным ($t = T_{\text{fin}}$) и промежуточным значениям поля, а граничные члены имеют вид

$$B_{\text{in}} = -\frac{1}{2} \int d^3k a_k a_{-k} \exp(-2i\omega_k T_{\text{in}}) - \\ -\frac{1}{2} \int d^3k \omega_k \phi_{\text{in}}(\mathbf{k}) \phi_{\text{in}}(-\mathbf{k}) + \\ + \int d^3k \sqrt{2\omega_k} a_k \phi_{\text{in}}(-\mathbf{k}) \exp(-i\omega_k T_{\text{in}}), \\ B_{\text{fin}} = -\frac{1}{2} \int d^3k b_k^* b_{-k}^* \exp(2i\omega_k T_{\text{fin}}) - \\ -\frac{1}{2} \int d^3k \omega_k \phi_{\text{fin}}(\mathbf{k}) \phi_{\text{fin}}(-\mathbf{k}) + \\ + \int d^3k \sqrt{2\omega_k} b_k^* \phi_{\text{fin}}(-\mathbf{k}) \exp(i\omega_k T_{\text{fin}}).$$

Предполагается предел $T_{\text{in}} \rightarrow -\infty$, $T_{\text{fin}} \rightarrow +\infty$. Все бозонные поля обозначены коллективно через ϕ . Суммирование по состояниям реализуется как интегрирование по переменным когерентных состояний с экспоненциальным весом

$$\sum_i \rightarrow \int \mathbf{D}a_k \mathbf{D}a_k^* \exp\left(-\int d^3k a_k^* a_k\right). \quad (8.26)$$

Микрканоническая вероятность может быть записана в следующем виде

$$\sigma(E, n_{\text{in}}) = \sum_{i,f} \left| \langle b | \hat{S} \hat{P}(P_\mu) \hat{P}(n_{\text{in}}) | a \rangle \right|^2, \quad (8.27)$$

где $\hat{P}(P_\mu)$ и $\hat{P}(n_{\text{in}})$ — проекторы на подпространство фиксированного числа входящих частиц и фиксированного полного 4-импульса $P_\mu = (E, 0)$. Суммирование в (8.27) идет теперь по всем начальным и конечным состояниям. Можно показать, что матричные элементы проекционных операторов имеют вид [315, 310]

$$\langle \alpha | \hat{P}(P_\mu) | a \rangle = \int d^4\xi \exp\left[-iP_\mu \xi^\mu + \int d^3k \alpha_k^* a_k \exp(ik\xi)\right], \\ \langle \alpha | \hat{P}(n_{\text{in}}) | a \rangle = \int_0^{2\pi} d\eta \exp\left[-in_{\text{in}}\eta + \int d^3k \alpha_k^* a_k \exp(i\eta)\right]. \quad (8.28)$$

Комбинируя (8.25), (8.26) и (8.28) и производя тривиальное интегрирование и замену переменных, получим представление для вероятности в виде двукратного функционального интеграла

$$\sigma^{\text{inst}}(E, n_{\text{in}}) = \\ = \int d^4\xi d^4\xi' d\eta d\eta' \mathbf{D}a_k \mathbf{D}a_k^* \mathbf{D}b_k \mathbf{D}b_k^* \mathbf{D}\phi(x) \mathbf{D}\phi'(x') \times \\ \times \exp\left\{-iP_\mu(\xi^\mu - \xi'^\mu) - in_{\text{in}}(\eta - \eta') - \right. \\ \left. - \int d^3k a_k^* a_k \exp[-iP(\xi - \xi') - in_{\text{in}}(\eta - \eta')] - \right. \\ \left. - \int d^3k b_k^* b_k\right\} \exp[B_{\text{in}}(\phi_{\text{in}}, a) + B_{\text{fin}}(\phi_{\text{fin}}, b^*) + \\ + B_{\text{in}}^*(\phi'_{\text{in}}, a^*) + B_{\text{fin}}^*(\phi'_{\text{fin}}, b) + iS(\phi) - iS(\phi')]. \quad (8.29)$$

Подынтегральное выражение здесь не зависит от $(\xi + \xi')$ в силу трансляционной инвариантности. Интегрирование по $d(\xi + \xi')$ дает обычный объемный фактор. Аналогично, интегрирование по $d(\eta + \eta')$ дает несущественный предэкспоненциальный множитель. Оставшиеся интегрирования в режиме (8.20) производятся методом перевала, так как после замены переменных $\vec{\phi} = g\phi$ и $\vec{a}, \vec{b} = ga, gb$ все члены в экспоненте будут пропорциональны $1/g^2$. Таким образом, общая формула для вероятности (8.21) становится очевидной. Более того, показатель экспоненты в (8.21) $(4\pi/\alpha_{\text{W}})F(E/E_0, \nu)$ равен значению показателя экспоненты в (8.29) в точке экстремума.

Итак, необходимо экстремизировать функционал

$$\Phi(\phi, \phi'; a, a^*; b, b^*; T; \theta) = \\ = ET + n_{\text{in}}\theta - \int d^3k a_k^* a_k \exp(ET + n_{\text{in}}\theta) - \\ - \int d^3k b_k^* b_k + B_{\text{in}}(\phi_{\text{in}}, a) + B_{\text{fin}}(\phi_{\text{fin}}, b^*) + \\ + B_{\text{in}}^*(\phi'_{\text{in}}, a^*) + B_{\text{fin}}^*(\phi'_{\text{fin}}, b) + iS(\phi) - iS(\phi') \quad (8.30)$$

по всем его переменным. Здесь

$$\xi_0 - \xi'_0 = iT, \quad \eta - \eta' = i\theta.$$

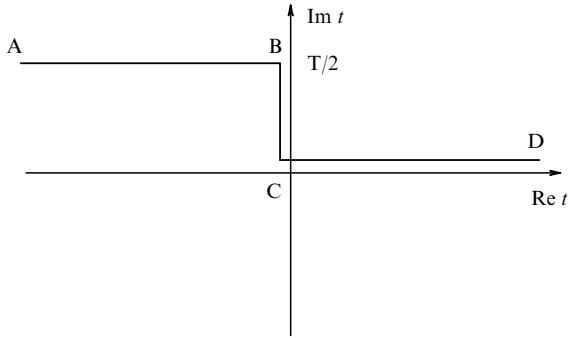


Рис. 13. Контур в плоскости комплексного времени, возникающий в граничной задаче для переходов типа *много* → *много*.

Без потери общности можно считать величину T действительной, так как мнимая часть T может быть устранена трансляцией во времени. Вычисления по теории возмущений [311] указывают также на действительность величины θ в точке перевала. Для экстремизации функционала (8.30) удобно сместить контур с вещественной оси в комплексную плоскость времени на контур ABCD, изображенный на рис. 13. На этом контуре получаем следующую граничную задачу [316]:

1) Поле ϕ удовлетворяет обычным уравнениям движения $\delta S/\delta\phi = 0$.

2) В асимптотическом будущем (область D) поле вещественно, т.е. $\phi|_{CD}$ вещественно на линии CD.

3) В асимптотическом прошлом, где $t = iT/2 + \tilde{t}$, \tilde{t} вещественно и $\tilde{t} \rightarrow -\infty$ (область A), поле представляет из себя набор линейных волн, положительно-частотные и отрицательно-частотные части которых связаны между собой:

$$\phi(\mathbf{k}, \tilde{t}) = f_k \exp(i\omega_k \tilde{t}) + \exp(-\theta) f_k^* \exp(-i\omega_k \tilde{t}). \quad (8.31)$$

Значения T и θ связаны с E и n_{in} с помощью соотношений

$$E = \int d^3k \omega_k f_k f_k^* \exp(-\theta), \quad (8.32)$$

$$n_{in} = \int d^3k f_k f_k^* \exp(-\theta). \quad (8.33)$$

Уравнение (8.32) — естественный результат, говорящий, что энергия классического решения равна полной энергии рассеивающихся частиц, тогда как (8.33) является аналогом обычного соотношения между фурье-компонентами классических линейных полей и соответствующим числом частиц. Показатель экспоненты $F(E/E_0, \nu)$ равен значению функционала (8.30) в экстремуме, вычисленному вдоль контура ABCD (в действительности, существенна только часть ABC). Конечно, необходимо убедиться, что каждое найденное решение этой граничной задачи действительно описывает переход инстантонного типа, т.е., что топологические заряды начального и конечного вакуумов различны. (Подходящей величиной в случае конечного числа начальных и конечных частиц является число намотываний поля Хиггса [291].)

Как и ожидалось, требования 1)–3) определяют чисто классическую полевую задачу. Однако поля в ней с необходимостью комплексны на контуре ABC: правая часть (8.31) — это пространственное преобразование Фурье комплексного поля. Кроме того, поля должны

иметь сингулярности где-то между действительной осью и линией AB, иначе условия 2) и 3) будут противоречить друг другу. Тот факт, что при $F(E/E_0, \nu) < 0$ (а мы неявно предполагаем, что это действительно так) классическая задача формулируется на контуре в плоскости комплексного времени, который содержит как минковскую, так и евклидову части, представляется вполне естественным, так как мы имеем дело с туннельным ("евклидовым") процессом, но начальные и конечные частицы живут в минковском времени.

Специальный случай описанной выше граничной задачи появляется при $\theta = 0$, когда поле и в начальной, и в конечной асимптотиках действительно. В этом случае классическое решение действительно на всем контуре ABCD рис. 13, и поэтому имеет точки поворота при $t = 0$ и $t = iT/2$ (точки B и C) [315]

$$\partial_t \phi(\mathbf{x}, t = 0) = \partial_t \phi\left(\mathbf{x}, t = i\frac{T}{2}\right) = 0$$

для любых \mathbf{x} . Иными словами, решение действительно в евклидовом пространстве-времени и периодически по евклидову времени с периодом T . Этот периодический инстантон описывает переход инстантонного типа с максимальной вероятностью при заданной энергии E , и соответствующее число налетающих частиц оптимально при этой энергии [315]. Максимальная вероятность определяется евклидовым усеченным действием для периодического инстантона

$$S_{\max}^{\text{inst}}(E) \propto \exp[ET - S_{\text{per}}(0, T)].$$

При низких энергиях периодический инстантон представляет из себя инстантон-антиинстантонную цепочку, а при E близких к E_{sph} поле периодического инстантона равно сумме полей сфалерона и сфалеронной отрицательной минковской моды (являющейся единственной положительной модой в евклидовом времени). При $E = E_{\text{sph}}$ максимальная вероятность перестает быть подавленной. Число входящих частиц, при котором это происходит, совпадает с числом частиц, образующихся при распаде сфалерона

$$n_{\text{sph}} \sim \frac{1}{\alpha_W}.$$

При $E > E_{\text{sph}}$ инстантоно-подобные переходы не подавлены при некоторых n_{in} , и периодический инстантон отсутствует. В различных моделях периодические инстантоны при всех энергиях были найдены численно в [317–319] и аналитически в [320].

Описанный здесь подход носит достаточно общий характер. С его помощью возможно, по крайней мере в принципе, изучение различных процессов, аналогичных переходам инстантонного типа, вызванным столкновениями частиц. Наиболее продвинутые результаты, полученные в этом подходе к настоящему времени, относятся к распаду ложного вакуума, происходящему благодаря столкновениям высокоэнергичных частиц в скалярных теориях. Причина состоит в том, что решение классических полевых уравнений в скалярных теориях находится проще. Кроме того, в них имеется возможность подобрать удобный вид скалярного потенциала. Так как распад ложного вакуума вполне аналогичен инстантоно-подобным процессам в калибровочных теориях, он представляет из себя удобную теоретическую лабораторию для проверки различных идей [319–326].

Одной из моделей, где можно найти аналитическое решение сформулированной выше граничной задачи в широком диапазоне параметров E/E_0 и v , является теория одного скалярного поля в пространстве $(1+1)$ -измерений с потенциалом [320]

$$V(\phi) = \frac{m^2}{2} \phi^2 - \frac{m^2 v^2}{2} \exp\left[2\Lambda\left(\frac{\phi}{v} - 1\right)\right], \quad (8.34)$$

где $v^2 \gg 1$ — параметр, играющий роль обратной константы связи, Λ — другой свободный параметр, который удобно выбрать большим, $\Lambda \gg 1$ (но $\Lambda \ll v$). Скалярный потенциал приведен на рис. 14. При больших Λ он квадратичен почти до $\phi = v$ и претерпевает крутой излом при $\phi > v$. В этой модели изучается задача о распаде метастабильного вакуума $\phi = 0$, индуцированного столкновениями энергичных частиц в этом вакууме.

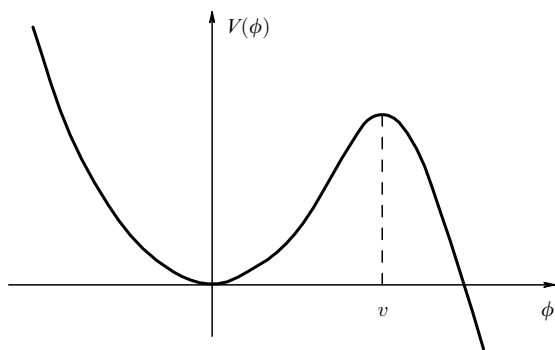


Рис. 14. Скалярный потенциал с нестабильным вакуумом при $\phi = 0$.

При низких энергиях этот процесс описывается евклидовым пузырем ("bounce") [111], представляющим из себя аналог инстантона. Существует также аналог сфалерона — критический пузырь [110]. Энергия последнего равна высоте барьера, разделяющего две фазы ("истинный вакуум" в этой модели — это $\phi = \infty$, но это патологическое свойство не существенно для задачи о распаде ложного вакуума). Энергия сфалерона в этой модели равна

$$E_{\text{sph}} = mv^2,$$

а характерное число начальных частиц имеет вид

$$n_{\text{sph}} = \frac{2}{\pi} v^2.$$

При $E \geq E_{\text{sph}}$ и $n_{\text{in}} \geq n_{\text{sph}}$ индуцированный распад ложного вакуума происходит без экспоненциального подавления. Параметрами в классической граничной задаче являются E/E_{sph} и $v = n_{\text{in}}/n_{\text{sph}}$, и вероятность распада имеет форму

$$\sigma(E, n_{\text{in}}) \propto \exp\left[S_{\text{B}} F\left(\frac{E}{E_{\text{sph}}}, v; \Lambda\right)\right],$$

где $S_{\text{B}} = \text{const } v^2$ — действие евклидова пузыря, при этом $F(E/E_{\text{sph}} \rightarrow 0) = -1$. Вопрос заключается в том, обращается ли показатель экспоненты F в нуль для $v < 1$, и, что более важно, обращается ли он в нуль при высоких энергиях при $v \rightarrow 0$ или всегда остается отрицательным в этом пределе.

Способ решения классической краевой задачи в этой модели состоит в нахождении решений *свободного мас-*

сивного уравнения поля в пространственно-временной области (на контуре рис. 13), где $\phi < v$, *безмассового уравнения Лиувилля* в области, где $\phi > v$, и сшивки соответствующих решений [320]. При таком подходе возможен анализ начальных множественностей, которые не слишком малы

$$v = \frac{n_{\text{in}}}{n_{\text{sph}}} \gg \Lambda^{-1}. \quad (8.35)$$

Результат для функции F как функции энергии при различных v изображен на рис. 15.

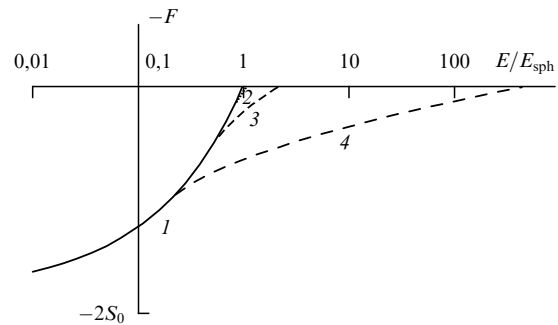


Рис. 15. Показатель экспоненты для полной вероятности $F(E)$ при различных v в экспоненциальной модели [320]: (1) — периодический инстантон; (2) — $v = 0,8$; (3) — $v = 0,5$; (4) — $v = 0,2$.

Рисунок 15 показывает, что при n_{in} , удовлетворяющих (8.35), существует некоторая критическая энергия $E_{\text{crit}}(n_{\text{in}})$, при которой F обращается в нуль, и экспоненциальное подавление пропадает. В случае

$$1 \gg \frac{n_{\text{in}}}{n_{\text{sph}}} \gg \Lambda^{-1}$$

выражение для критической энергии имеет простой вид

$$E_{\text{crit}}(n_{\text{in}}) = \frac{4}{\pi} \exp\left(\frac{\pi^2}{4} \frac{n_{\text{sph}}}{n_{\text{in}}} - 1\right) \left(\frac{n_{\text{in}}}{n_{\text{sph}}}\right)^2 E_{\text{sph}}.$$

Очевидно, что E_{crit} быстро возрастает при уменьшении n_{in} . Эти результаты показывают, что при $n_{\text{in}} < n_{\text{sph}}$ имеют место неподавленные переходы инстантонного типа, за которые, правда, приходится расплачиваться повышением энергии. Более того, при достаточно больших n_{in} (а именно, при n_{in} , удовлетворяющих (8.35)) существуют *действительные классические решения* уравнения поля в пространстве-времени Минковского [326], которые описывают чисто классический (следовательно, неподавленный) распад ложного вакуума, вызванный n_{in} начальными частицами при $E > E_{\text{crit}}(n_{\text{in}})$.

К сожалению, при $n_{\text{in}}/n_{\text{sph}} \lesssim \Lambda^{-1}$ аналитические решения краевой задачи не известны. В частности, предел $v \rightarrow 0$ не был исследован даже в специально сконструированной модели (8.34). Тем не менее, было показано [326], что не существует классических минковских решений, описывающих индуцированный распад ложного вакуума при $n_{\text{in}}/n_{\text{sph}} < \pi^2/\Lambda$ и любых энергиях. Это означает, что распад ложного вакуума, вызванный столкновением *двух* частиц, экспоненциально подавлен при всех энергиях, в полном согласии с общим аргументом предыдущего раздела.

Сформулированная выше граничная задача подходит, по крайней мере в принципе, для численного

анализа, так как требует найти решение классических уравнений поля со специфическими граничными условиями. Численное исследование индуцированного распада ложного вакуума было предпринято в [319] для случая $(3 + 1)$ -мерной скалярной теории с потенциалом

$$V(\phi) = \frac{m^2}{2} \phi^2 - \frac{\lambda}{4} \phi^4$$

аналогичным изображенному на рис. 14. Главным результатом этого исследования явилось построение линий постоянного уровня для функции $F(\epsilon, \nu)$ на плоскости (ϵ, ν) , где $\epsilon = E/E_{\text{sph}}$ и $\nu = n_{\text{in}}/n_{\text{sph}}$ (здесь $E_{\text{sph}} \sim m/\lambda$ и $n_{\text{sph}} \sim 1/\lambda$ — снова энергия критического пузыря и характерное количество начальных частиц). Эти линии изображены на рис. 16. Наиболее интересная область $\nu \ll 1$ оказалась недоступной для численного анализа. Однако в силу (8.22) изображенные на рис. 16 результаты показывают, что распад ложного вакуума, вызванный *двухчастичными* столкновениями, экспоненциально подавлен по крайней мере при $E < 3E_{\text{sph}}$. В самом деле, линия $F = 0$, отвечающая неподдавленному распаду вакуума, при этих энергиях располагается выше $\nu \approx 0,4$ (т.е. для отсутствия подавления переходов n_{in} должно быть больше, чем $0,4n_{\text{sph}}$). Последующий анализ [319] показал, что область подавления простирается по крайней мере до $10E_{\text{sph}}$ и дальше, вероятно, вплоть до бесконечности. Эти результаты также согласуются с аргументом унитарности.

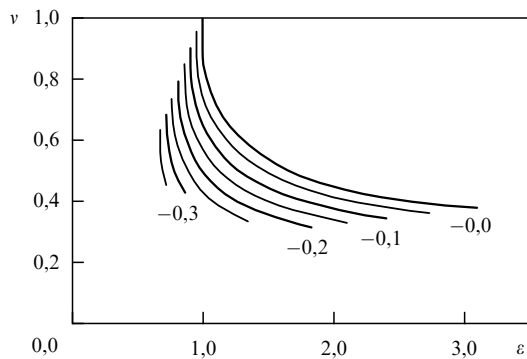


Рис. 16. Линии постоянного F на плоскости $(\epsilon = E/E_{\text{sph}}, \nu = n_{\text{in}}/n_{\text{sph}})$ в четырехмерной скалярной модели [319].

Другой подход, тесно связанный с предыдущим, состоит в рассмотрении действительных классических решений минковских уравнений поля, т.е. рассеяния классических волн. С каждым классическим решением, диссипирующим на свободные волны при $t \rightarrow \pm\infty$, можно связать число начальных и конечных частиц, которые, естественно, имеют порядок $1/\alpha_W$. Вероятность рассеяния этих многочастичных состояний не подавлена. При заданной энергии можно попытаться минимизировать число входящих частиц при условии, что топологический заряд меняется на единицу (инстантоно-подобные переходы) или происходит изменение фазы системы (распад ложного вакуума). Если минимальное число входящих частиц стремится к нулю (в единицах $1/\alpha_W$), когда полная энергия в системе центра масс приближается к некоторому E_{cr} , то процессы *мало* \rightarrow *много* не подавлены экспоненциально при $E > E_{\text{cr}}$ (это включает в себя более вероятную возмож-

ность того, что $E_{\text{cr}} = \infty$, когда экспоненциальное подавление сечения процессов *мало* \rightarrow *много* исчезает при асимптотически высоких энергиях). В противном случае, когда минимальное число входящих частиц, необходимых для стимулирования классического перехода, остается большим, чем $\text{const}(1/\alpha_W)$, экспоненциальное подавление *мало* \rightarrow *много* сохраняется при всех энергиях. В этом случае значение показателя подавляющей экспоненты не может быть найдено из рассмотрения классического рассеяния.

Два подхода (комплексного и действительного времени) прекрасно согласуются в $(1 + 1)$ -мерной модели (8.34), причем количество налетающих частиц, требуемых для классичности инстантоно-подобных переходов, оказывается в этой модели конечным в единицах n_{sph} . Подход классического рассеяния в реальном времени также приспособлен для численного анализа. Значительный прогресс, достигнутый в этом направлении, изложен в [327], где также обнаружено, что переходы инстантоно-подобного типа могут происходить классически при n_{in} несколько меньших n_{sph} при достаточно высоких энергиях.

Подчеркнем, что идея использования переходов *много* \rightarrow *много* как промежуточного шага в рассмотрении переходов *мало* \rightarrow *много* является не единственно возможным (и, возможно, не самым лучшим) подходом к изучению процессов инстантоно-подобного типа квазиклассическими методами. Совершенно другой и многообещающий подход состоит в обобщении техники Ландау вычисления квазиклассических матричных элементов [328] на квантовую теорию поля [281, 329–333]. Предстоит еще выяснить, способен ли этот подход привести новое понимание в проблему электрослабого В- и L-несохранения в столкновениях частиц при высоких энергиях.

Имеющиеся расчеты позволяют представить следующую картину процессов инстантоно-подобного типа в столкновениях при высоких энергиях. Когда число начальных частиц имеет порядок $1/\alpha_W$, инстантоно-подобные процессы оказываются неподдавленными, если энергия достаточно велика. Это полностью согласуется с вычислениями скорости сфалеронных процессов при высоких температурах, так как многочастичные столкновения вполне возможны в высокотемпературной плазме, и именно они ответственны за высокий темп электрослабого В- и L-несохранения. С другой стороны, если число сталкивающихся частиц мало (скажем, две), то процессы инстантоно-подобного типа экспоненциально подавлены при всех энергиях, что находится в полном соответствии с аргументом, связанным с унитарностью. Подавляющий множитель для самой интересной области энергий, к сожалению, еще не найден. Хотя этот множитель представляет ограниченный интерес для электрослабой теории (подавление фактором $\exp(-\text{const}/\alpha_W)$ почти с любой константой в экспоненте делает переходы ненаблюдаемо редкими), он может стать существенным при изучении похожих процессов в КХД (см. в [334–337]).

9. Заключение

Несохранение барионного числа в ранней Вселенной, приводящее к барионной асимметрии, было предположено А.Д. Сахаровым почти тридцать лет назад, но до сих пор его причина не установлена. Конечно, нарушающие барионное число взаимодействия существовали при

температурах, значительно превышавших 100 ГэВ (это были аномальные электрослабые реакции), но в настоящее время неясно, обусловлена ли наблюдаемая барионная асимметрия только этим источником или она появилась как комбинированный эффект электрослабых процессов и взаимодействий на масштабах великого объединения или/и промежуточных масштабах. В любом случае, для объяснения существующей барионной асимметрии требуется хотя бы небольшое расширение МСМ.

В ближайшие годы определенно ожидается дальнейший прогресс в понимании электрослабого несохранения барионного числа и его роли в ранней Вселенной. С теоретической точки зрения, должны быть получены количественные оценки областей параметров, в которых действительно генерируется наблюдаемая асимметрия, в различных расширениях МСМ. Это требует дальнейшего развития представлений о кинетике электрослабого фазового перехода, B -нарушающих реакциях и неравновесном описании бариосинтеза. Должны быть проделаны вычисления подавляющего фактора для аномальных реакций в столкновениях при высоких энергиях в МСМ и ее расширениях и понята в деталях роль аналогичных реакций в жестких процессах в КХД. Наиболее важное продвижение будет, однако, достигнуто благодаря экспериментальным исследованиям. Изучение физики на масштабах энергий от нескольких сотен ГэВ до нескольких ТэВ (МСМ? Суперсимметрия? Расширенный хиггсовский сектор? Нарушение симметрии по типу техницвета?...) станет решающим для выяснения вопроса о возможности электрослабого происхождения барионной асимметрии Вселенной. Установление механизма CP -несохранения в Природе (физика B -мезонов, электрические дипольные моменты нейтрона и электрона) станет другим важным шагом. Возможное экспериментальное открытие несохранения лептонного числа (майорановские массы нейтрино, нейтринные осцилляции, несохранение мюонного числа в μ -распадах) и/или распада протона стало бы сильным указанием в пользу раннего происхождения ($T \gg 1$ ТэВ) барионной асимметрии. Многие нетривиальные аспекты электрослабой физики в ранней Вселенной сегодня в значительной степени поняты, и для решения одной из самых интригующих проблем космологии требуются новые экспериментальные открытия в физике частиц.

Благодарности. Авторы благодарны своим коллегам в ИЯИ РАН, ЦЕРНе и других центрах за многочисленные полезные обсуждения. Нам приятно поблагодарить Й. Амбйорна, А. И. Бочкарева, М. Б. Волошина, Д. Ю. Григорьеву, Дж. Джудиче, К. Каянти, Н.В. Красникова, В. А. Кузьмина, С. В. Кузьмина, М. Лайне, М.Л. Лаурсена, М. В. Либанова, Л. Мак Леррана, В.А. Матвеева, Э. Моттолу, К. Руммукайнена, А.Н. Тавхелидзе, П. Г. Гинякова, И.И. Ткачева, [В.Ф. Токарева], С. В. Троицкого, Н. Турока, К. Фаракоса, Г. Фаррар, С. Ю. Хлебникова и Д. Т. Шона за сотрудничество в изучении различных вопросов, затронутых в этом обзоре. Мы благодарны Ф. Л. Безрукову, Д. С. Горбунову и С. Л. Дубовскому за помощь в подготовке рукописи. Работа В. Р. выполнена при частичной поддержке INTAS, грант 94-2352 и РФФИ, грант 96-02-17449а.

Список литературы

1. Сахаров А Д *Письма в ЖЭТФ* **5** 32 (1967)
2. Christenson J H et al. *Phys. Rev. Lett.* **13** 138 (1964)
3. Gamow G *Phys. Rev.* **70** 572 (1946)
4. Penzias A A, Wilson R W *Astrophys. J.* **142** 419 (1965)
5. Кузьмин В А *Письма в ЖЭТФ* **13** 335 (1970)
6. Ignatiev A Yu et al. *Phys. Lett. B* **76** 436 (1978)
7. Yoshimura M *Phys. Rev. Lett.* **41** 281 (1978); **42** 476E (1979)
8. Dimopoulos S, Susskind L *Phys. Rev. D* **18** 4500 (1978)
9. Weinberg S *Phys. Rev. Lett.* **42** 850 (1979)
10. Ignatiev A Yu, Kuzmin V A, Shaposhnikov M E *Phys. Lett. B* **87** 114 (1979)
11. Dolgov A D, Zeldovich Ya B *Rev. Mod. Phys.* **53** 1 (1981)
12. Dolgov A D *Phys. Rep.* **222** 309 (1992)
13. Kolb E W, Turner M S *The Early Universe* (Addison-Wesley, Reading, MA, 1990)
14. Pati J C, Salam A *Phys. Rev. D* **8** 1240 (1973)
15. Pati J C, Salam A *Phys. Rev. Lett.* **31** 661 (1973)
16. Georgi H, Glashow S L *Phys. Rev. Lett.* **32** 438 (1974)
17. Georgi H, Quinn H R, Weinberg S *Phys. Rev. Lett.* **33** 451 (1974)
18. 't Hooft G *Phys. Rev. Lett.* **37** 8 (1976)
19. 't Hooft G *Phys. Rev. D* **14** 3432 (1976)
20. Belavin A A et al. *Phys. Lett. B* **59** 85 (1975)
21. Callan C G, Dashen R F, Gross D J *Phys. Lett. B* **63** 334 (1976)
22. Jackiw R, Rebbi C *Phys. Rev. Lett.* **37** 172 (1976)
23. Kuzmin V A, Rubakov V A, Shaposhnikov M E *Phys. Lett. B* **155** 36 (1985)
24. Shaposhnikov M E *Physica Scripta* **T36** 183 (1991)
25. Матвеев В А и др. *УФН* **156** 253 (1988)
26. Shaposhnikov M, in *1991 Summer School in High Energy Physics and Cosmology* Vol. 1 (Singapore: World Scientific, 1992) p. 338
27. Turok N, in *Prospectives in Higgs Physics* (Singapore: World Scientific, 1992)
28. Cohen A G, Kaplan D B, Nelson A E *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* **43** 27 (1993)
29. Linde A D *Phys. Lett. B* **70** 306 (1977)
30. Klinkhamer F R, Manton N S *Phys. Rev. D* **30** 2212 (1984)
31. Рубаков В А *Письма в ЖЭТФ* **41** 218 (1985)
32. Ambjørn J, Rubakov V A *Nucl. Phys. B* **256** 434 (1985)
33. Матвеев В А и др. *ТМФ* **69** 961 (1986); Matveev V A et al. *Nucl. Phys. B* **282** 700 (1987)
34. Diakonov D I, Petrov V A *Phys. Lett. B* **275** 459 (1992); Schaldach J et al., hep-ph/9601245 (1996)
35. Ringwald A *Nucl. Phys. B* **330** 1 (1990)
36. Espinosa O *Nucl. Phys. B* **343** 310 (1990)
37. Witten E *Phys. Lett. B* **117** 324 (1982)
38. Adler S *Phys. Rev.* **177** 2426 (1969)
39. Bell J S, Jackiw R *Nuovo Cimento* **51** 47 (1969)
40. Bardeen W A *Phys. Rev.* **184** 1841 (1969)
41. Affleck I *Nucl. Phys. B* **191** 455 (1981)
42. Вайнштейн А И и др. *УФН* **136** 553 (1982)
43. Manton N S *Phys. Rev. D* **28** 2019 (1983)
44. Yaffe L *Phys. Rev. D* **40** 3463 (1989)
45. Brihaye Y, Kunz J *Mod. Phys. Lett. A* **4** 2723 (1989)
46. Christ N *Phys. Rev. D* **21** 1591 (1980)
47. Callan C G, Dashen R F, Gross D J *Phys. Rev. D* **17** 2717 (1978)
48. Atiah M F, Patodi V, Singer I M *Bull. London Math. Soc.* **5** 229 (1973)
49. Krasnikov N V, Rubakov V A, Tokarev V F *J. Phys. A* **12** L343 (1979)
50. Ringwald A *Phys. Lett. B* **213** 61 (1988)
51. Anselm A A, Johansen A A *Nucl. Phys. B* **412** 553 (1994)
52. Rubakov V A *Nucl. Phys. B* **256** 509 (1985)
53. Kunz J, Brihaye Y *Phys. Rev. D* **50** 1051 (1994)
54. Klinkhamer F R, Laterveer R Z. *Phys. C* **53** 247 (1992)
55. Brihaye Y, Kunz J *Phys. Rev. D* **47** 4789 (1993)
56. Киржниц Д А *Письма в ЖЭТФ* **15** 745 (1972)
57. Kirzhnits D A, Linde A D *Phys. Lett. B* **72** 471 (1972)
58. Dolan L, Jackiw R *Phys. Rev. D* **9** 3320 (1974)
59. Weinberg S *Phys. Rev. D* **9** 3357 (1974)
60. Arnold P, McLerran L *Phys. Rev. D* **36** 581 (1987)
61. Khlebnikov S Yu, Shaposhnikov M E *Nucl. Phys. B* **308** 885 (1988)

62. Fukugita M, Yanagida T *Phys. Lett. B* **174** 45 (1986)
63. Smirnov A Yu, hep-ph/9509387 (1995)²⁶
64. Langacker P, Peccei R D, Yanagida T *Mod. Phys. Lett. A* **1** 541 (1986)
65. Luty M A *Phys. Rev. D* **45** 455 (1992)
66. Acker A et al. *Phys. Rev. D* **48** 5006 (1993)
67. Murayama H, Yanagida T *Phys. Lett. B* **322** 349 (1994)
68. Ganguly A, Parikh J C, Sarkar U, hep-ph/9408271 (1994)
69. Affleck I, Dine M *Nucl. Phys. B* **249** 361 (1985)
70. Dine M, Randall L, Thomas S, hep-ph/9507453 (1995)
71. Barr S M, Marciano W J, Preprint BNL-41939 (1988)
72. Barr S M *Phys. Rev. D* **47** 2025 (1993)
73. Kazarian A M, Kuzmin S V, Shaposhnikov M E *Phys. Lett. B* **276** 131 (1992)
74. Langer S *Ann. Phys. (N.Y.)* **41** 108 (1967)
75. Affleck I *Phys. Rev. Lett.* **46** 388 (1981)
76. Bochkarev A I, Shaposhnikov M E *Mod. Phys. Lett. A* **2** 991 (1987)
77. Mottola E, McLerran L, Shaposhnikov M E *Phys. Rev. D* **43** 2027 (1991)
78. Mottola E, Raby S *Phys. Rev. D* **42** 4202 (1990)
79. Kuzmin V A, Rubakov V A, Shaposhnikov M E *Phys. Lett. B* **191** 171 (1987)
80. Bochkarev A I, Shaposhnikov M E *Mod. Phys. Lett. A* **2** 417 (1987)
81. Harvey J A, Turner M S *Phys. Rev. D* **42** 3344 (1990)
82. Dreiner H, Ross G G *Nucl. Phys. B* **410** 188 (1993)
83. Зубарев Д Н *ТМФ* **3** 505 (1970)
84. Зубарев Д Н *Неравновесная статистическая термодинамика* (М.: Наука, 1974)
85. Dolan L, Kiskis J *Phys. Rev. D* **20** 505 (1979)
86. Bodeker D, McLerran L, Smilga A *Phys. Rev. D* **52** 4675 (1995)
87. Braaten E, Pisarski R D *Phys. Rev. D* **45** 1827 (1992)
88. Braaten E, Pisarski R D *Phys. Rev. D* **46** 1829 (1992)
89. Bochkarev A I, de Forcrand P *Phys. Rev. D* **44** 519 (1991)
90. Diakonov D et al. *Phys. Lett. B* **336** 457 (1994)
91. Dyakonov D et al., hep-ph/9502245 (1995)
92. Moore G D, hep-ph/9508405 (1995)
93. Baacke J, Junker S *Phys. Rev. D* **49** 2055 (1994)
94. Baacke J, Junker S *Mod. Phys. Lett. A* **8** 2869 (1993)
95. Baacke J, Junker S *Phys. Rev. D* **50** 4227 (1994)
96. Grigoriev D Yu, Rubakov V A *Nucl. Phys. B* **299** 67 (1988)
97. Grigoriev D Yu, Rubakov V A, Shaposhnikov M E *Phys. Lett. B* **216** 172 (1989)
98. Grigoriev D Yu, Rubakov V A, Shaposhnikov M E *Nucl. Phys. B* **326** 737 (1989)
99. Ambjørn J et al. *Phys. Lett. B* **244** 479 (1990)
100. Ambjørn J et al. *Nucl. Phys. B* **353** 346 (1991)
101. Ambjørn J et al. *Nucl. Phys. B* **425** 39 (1994)
102. Ambjørn J, Farakos K *Phys. Lett. B* **294** 248 (1992)
103. Ambjørn J, Krasnitz A *Phys. Lett. B* **362** 97 (1995)
104. Smit J, Tang W H, hep-lat/9412016 (1994)
105. Bochkarev A, de Forcrand P *Phys. Rev. D* **47** 3476 (1993)
106. Bochkarev A I, Tsitsishvili G G *Phys. Rev. D* **40** 1378 (1989)
107. de Forcrand P, Krasnitz A, Potting R *Phys. Rev. D* **50** 6054 (1994)
108. Farrar G R, Shaposhnikov M E *Phys. Rev. D* **50** 774 (1994)
109. Giudice G F, Shaposhnikov M E *Phys. Lett. B* **326** 118 (1994)
110. Волошин М Б, Кобзарев И Ю, Окунь Л Б *ЯФ* **20** 1229 (1974)
111. Coleman S *Phys. Rev. D* **15** 2929 (1977)
112. Kirzhnits D A, Linde A D *Ann. Phys.* **101** 195 (1976)
113. Linde A D *Rep. Prog. Phys.* **47** 925 (1984)
114. Kapusta J *Finite-Temperature Field Theory* (Cambridge: Cambridge University Press, 1989)
115. Линде А *Физика элементарных частиц и инфляционная космология* (М.: Наука, 1990)
116. Guth A H, Weinberg E J *Phys. Rev. D* **23** 876 (1981)
117. Dine M et al. *Phys. Rev. D* **46** 550 (1992)
118. Baacke J, Kiselev V G *Phys. Rev. D* **48** 5648 (1993)
119. Baacke J, hep-ph/9503350 (1995)
120. Baacke J, Surig A, hep-ph/9505435 (1995)
121. Linde A D *Nucl. Phys. B* **216** 421 (1981)
122. Dine M et al. *Phys. Lett. B* **283** 319 (1992)
123. Carrington M *Phys. Rev. D* **45** 2933 (1992)
124. Shaposhnikov M E *Phys. Lett. B* **277** 324 (1992); *B* **282** 483E (1992)
125. Bagnasco J E, Dine M *Phys. Lett. B* **303** 308 (1993)
126. Arnold P, Espinosa O *Phys. Rev. D* **47** 3546 (1993)
127. Hebecker A Z. *Phys. C* **60** 271 (1993)
128. Fodor Z, Hebecker A *Nucl. Phys. B* **432** 127 (1994)
129. Farakos K et al. *Nucl. Phys. B* **425** 67 (1994)
130. Laine M *Phys. Lett. B* **335** 173 (1994)
131. Laine M *Phys. Rev. D* **51** 4525 (1995)
132. Kripfganz J, Laser A, Schmidt M G *Phys. Lett. B* **351** 266 (1995)
133. Carrington M E, Kapusta J I *Phys. Rev. D* **47** 5304 (1993)
134. Buchmüller W et al. *Ann. Phys.* **234** 260 (1994)
135. Bodeker D et al. *Nucl. Phys. B* **423** 171 (1994)
136. Dosch H-G et al. *Phys. Lett. B* **365** 213 (1996)
137. Linde A D *Phys. Lett. B* **96** 289 (1980)
138. Gross D, Pisarski R, Yaffe L *Rev. Mod. Phys.* **53** 43 (1981)
139. Bunk B et al. *Phys. Lett. B* **284** 371 (1992)
140. Bunk B et al. *Nucl. Phys. B* **403** 453 (1993)
141. Fodor Z et al. *Phys. Lett. B* **334** 405 (1994)
142. Fodor Z et al. *Nucl. Phys. B* **439** 147 (1995)
143. Csikor F et al. *Phys. Lett. B* **357** 156 (1995)
144. Jansen K, hep-lat/9509018 (1995)
145. Farakos K et al. *Nucl. Phys. B* **442** 317 (1995)
146. Kajantie K et al. *Nucl. Phys. B* **458** 90 (1996)
147. Kajantie K et al., hep-lat/9510020 (1995)
148. Ginsparg P *Nucl. Phys. B* **170** 388 (1980)
149. Appelquist T, Pisarski R D *Phys. Rev. D* **23** 2305 (1981)
150. Braaten E *Phys. Rev. Lett.* **74** 2164 (1995)
151. Braaten E, Nieto A, hep-ph/9510408 (1995)
152. Braaten E, Nieto A, hep-ph/9508406 (1995)
153. Braaten E, Nieto A *Phys. Rev. D* **51** 6990 (1995)
154. Braaten E, Nieto A *Phys. Rev. Lett.* **73** 2402 (1994)
155. Jackiw R, Templeton S *Phys. Rev. D* **23** 2291 (1981)
156. Nadkarni S *Phys. Rev. D* **27** 917 (1983)
157. Landsman N P *Nucl. Phys. B* **322** 498 (1989)
158. Jakovac A, Kajantie K, Patkos A *Phys. Rev. D* **49** 6810 (1994)
159. Jakovac A, Patkos A *Phys. Lett. B* **334** 391 (1994)
160. Jakovac A, hep-ph/9502313 (1995)
161. Bochkarev A I, Kuzmin S V, Shaposhnikov M E *Phys. Rev. D* **43** 369 (1991)
162. Turok N, Zadrozny J *Nucl. Phys. B* **369** 729 (1992)
163. Land D, Carlson E D *Phys. Lett. B* **292** 107 (1992)
164. Jain V, Papadopoulos A *Phys. Lett. B* **314** 95 (1993)
165. Lee K Y, Lee J S, Kim J K *J. Phys. G* **19** 2005 (1994)
166. Davies A T et al., in *Proc. 27th Int. Conf. on High Energy Physics* Vol. 2 (Bristol, Philadelphia: Inst. of Physics Publishing, 1994) p. 927
167. Cline J M, Kainulainen K, Vischer A P, hep-ph/9506284 (1995)
168. Zarikas V, hep-ph/9509338 (1995)
169. Giudice G F *Phys. Rev. D* **45** 3177 (1992)
170. Myint S *Phys. Lett. B* **287** 325 (1992)
171. Espinosa J R, Quiros M, Zwirner F *Phys. Lett. B* **307** 106 (1993)
172. Brignole A et al. *Phys. Lett. B* **324** 181 (1994)
173. Fradkin E, Shenker S H *Phys. Rev. D* **19** 3682 (1979)
174. Banks T, Rabinovici E *Nucl. Phys. B* **160** 349 (1979)
175. Arnold P, Yaffe L G *Phys. Rev. D* **49** 3003 (1994)
176. Reuter M, Wetterich C *Nucl. Phys. B* **408** 91 (1993)
177. Buchmüller W, Fodor Z *Phys. Lett. B* **331** 124 (1994)
178. Bergerhoff B, Wetterich C *Nucl. Phys. B* **440** 171 (1995)
179. Bergerhoff B, Wetterich C, hep-ph/9508352 (1995)
180. Buchmüller W, Philipsen O *Nucl. Phys. B* **443** 47 (1995)
181. Ilgenfritz E M et al. *Phys. Lett. B* **356** 561 (1995)
182. Karsch F, Neuhaus T, Patkos A *Nucl. Phys. B* **441** 629 (1995)
183. Yaffe L G, hep-ph/9512265 (1995)
184. Arnold P, hep-ph/9410294 (1994)
185. Yaffe L G, hep-ph/9410295 (1994)
186. Kajantie K, Rummukainen K, Shaposhnikov M *Nucl. Phys. B* **407** 356 (1993)
187. Farakos K et al. *Phys. Lett. B* **336** 494 (1994)
188. Gurtler M et al., hep-lat/9512022 (1995)
189. Laine M *Nucl. Phys. B* **451** 484 (1995)
190. Buchmüller W, Fodor Z, Hebecker A *Phys. Lett. B* **331** 131 (1994)
191. Buchmüller W, Fodor Z, Hebecker A, hep-ph/9502321 (1995)
192. Kripfganz J, Laser A, Schmidt M G, hep-ph/9512340 (1995)

²⁶ Доступ к hep-ph через, например, www <http://xxx.lanl.gov/archive/>.

193. Ignatius J et al. *Phys. Rev. D* **49** 3854 (1994)
194. Enqvist K et al. *Phys. Rev. D* **45** 3415 (1992)
195. Steinhardt P J *Phys. Rev. D* **25** 2074 (1982)
196. Gyulassy M et al. *Nucl. Phys. B* **237** 477 (1983)
197. Kajantie K *Phys. Lett. B* **285** 331 (1992)
198. Laine M *Phys. Rev. D* **49** 3847 (1994)
199. Kurki-Suonio H, Laine M *Phys. Rev. D* **51** 5431 (1995)
200. Kurki-Suonio H, Laine M, hep-ph/9512202 (1995)
201. Huet P et al. *Phys. Rev. D* **48** 2477 (1993)
202. Turok N *Phys. Rev. Lett.* **68** 1803 (1992)
203. Khlebnikov S Yu *Phys. Rev. D* **46** 3223 (1992)
204. Liu B-H, McLerran L, Turok N *Phys. Rev. D* **46** 2668 (1992)
205. Arnold P *Phys. Rev. D* **48** 1539 (1993)
206. Moore G D, Prokopec T, hep-ph/9506475 (1995)
207. Moore G, Prokopec T *Phys. Rev. Lett.* **75** 777 (1995)
208. Heckler A F *Phys. Rev. D* **51** 405 (1995)
209. Kajantie K, Kurki-Suonio H *Phys. Rev. D* **34** 1719 (1986)
210. Шапошников М Е *Письма в ЖЭТФ* **44** 366 (1986)
211. Shaposhnikov M E *Nucl. Phys. B* **287** 757 (1987)
212. Fukugita M, Yanagida T *Phys. Rev. D* **42** 1285 (1990)
213. Nelson A E, Barr S M *Phys. Lett. B* **246** 141 (1990)
214. Fischler W et al. *Phys. Lett. B* **258** 45 (1991)
215. Ibanez L E, Quevedo F *Phys. Lett. B* **283** 261 (1992)
216. Campbell B A et al. *Phys. Lett. B* **297** 118 (1992)
217. Campbell B A et al. *Astropart. Phys.* **1** 77 (1992)
218. Cline J M, Kainulainen K, Olive K A *Phys. Rev. Lett.* **71** 2372 (1993)
219. Cline J M, Kainulainen K, Olive K A *Phys. Rev. D* **49** 6394 (1994)
220. Cline J M, Kainulainen K, Olive K A *Astropart. Phys.* **1** 387 (1993)
221. Brandenberger R H, Davis A-C, Matheson A M *Phys. Lett. B* **218** 304 (1989)
222. Brandenberger R H, Davis A-C, Hindmarsh M *Phys. Lett. B* **263** 239 (1991)
223. Brandenberger R H, Davis A-C *Phys. Lett. B* **308** 79 (1993)
224. Brandenberger R, Davis A-C, Trodden M *Phys. Lett. B* **335** 123 (1994)
225. Trodden M, Davis A-C, Brandenberger R *Phys. Lett. B* **349** 131 (1995)
226. Shaposhnikov M E *Phys. Lett. B* **316** 112 (1993)
227. Anderson G W, Hall L J *D* **45** 2685 (1992)
228. Choi J, Volkas R R *Phys. Lett. B* **317** 385 (1993)
229. Espinosa J R, Quiros M *Phys. Lett. B* **305** 98 (1993)
230. Gunion J F, Haber H E *Nucl. Phys. B* **272** 1 (1986)
231. Ellis J, Ferrara S, Nanopoulos D V *Phys. Lett. B* **114** 231 (1982)
232. Nilles H P *Phys. Rep.* **110** 1 (1984)
233. Khlebnikov S Yu *Phys. Lett. B* **300** 376 (1993)
234. Cohen A G, Kaplan D B, Nelson A E *Phys. Lett. B* **294** 57 (1992)
235. Farrar G R, Shaposhnikov M E *Phys. Rev. Lett.* **70** 2833 (1993)
236. Wolfenstein L *Phys. Rev. D* **17** 2369 (1978)
237. Михеев С П, Смирнов А Ю *ЯФ* **42** 1441 (1985)
238. Долгов А Д *ЯФ* **33** 1309 (1981)
239. Stodolsky L *Phys. Rev. D* **36** 2273 (1987)
240. Barbieri R, Dolgov A *Nucl. Phys. B* **349** 743 (1991)
241. Sigl G, Raffelt G *Nucl. Phys. B* **406** 423 (1993)
242. Shaposhnikov M E *Nucl. Phys. B* **299** 797 (1988)
243. McLerran L *Phys. Rev. Lett.* **62** 1075 (1989)
244. Turok N, Zadrozny J *Phys. Rev. Lett.* **65** 2331 (1990)
245. Turok N, Zadrozny J *Nucl. Phys. B* **358** 471 (1991)
246. Dine M et al. *Phys. Lett. B* **257** 351 (1991)
247. McLerran L et al. *Phys. Lett. B* **256** 451 (1991)
248. Cohen A G, Kaplan D B, Nelson A E *Phys. Lett. B* **263** 86 (1991)
249. Dine M, Thomas S *Phys. Lett. B* **328** 73 (1994)
250. Ambjørn J, Laursen M L, Shaposhnikov M E *Nucl. Phys. B* **316** 483 (1989)
251. Cohen A G, Kaplan D B, Nelson A E *Phys. Lett. B* **245** 561 (1990)
252. Cohen A G, Kaplan D B, Nelson A E *Nucl. Phys. B* **349** 727 (1991)
253. Nelson A E, Kaplan D B, Cohen A G *Nucl. Phys. B* **373** 453 (1992)
254. Ayala A et al. *Phys. Rev. D* **49** 5559 (1994)
255. Farrar G R, McIntosh J W *Phys. Rev. D* **51** 5889 (1995)
256. Funakubo K et al. *Phys. Rev. D* **50** 1105 (1994)
257. Khlebnikov S Yu *Phys. Rev. D* **52** 702 (1995)
258. Cohen A G, Kaplan D B, Nelson A E *Phys. Lett. B* **336** 41 (1994)
259. Joyce M, Prokopec T, Turok N *Phys. Rev. Lett.* **75** 1695 (1995)
260. Joyce M, Prokopec T, Turok N, hep-ph/9410282 (1994)
261. Joyce M, Prokopec T, Turok N, hep-ph/9410281 (1994)
262. Joyce M, Preprint UMI-95-19110 (1995)
263. Cline J M *Phys. Lett. B* **338** 263 (1994)
264. Joyce M, Prokopec T, Turok N *Phys. Lett. B* **338** 269 (1994)
265. Jarlskog C *Phys. Rev. Lett.* **55** 1039 (1985)
266. Nasser S, Turok N, hep-ph/9406270 (1994)
267. Gavela M B et al. *Mod. Phys. Lett. A* **9** 795 (1994)
268. Gavela M B et al. *Nucl. Phys. B* **430** 345 (1994)
269. Gavela M B et al. *Nucl. Phys. B* **430** 382 (1994)
270. Huet P, Sather E *Phys. Rev. D* **51** 379 (1995)
271. Farrar G R, Shaposhnikov M E, hep-ph/9406387 (1994)
272. Farrar G R *Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.)* **43** 312 (1995)
273. Kuzmin V A, Shaposhnikov M E, Tkachev I I *Phys. Rev. D* **45** 466 (1992)
274. Cohen A G, Nelson A E *Phys. Lett. B* **297** 111 (1992)
275. Comelli D, Pietroni M, Riotto A *Nucl. Phys. B* **412** 441 (1994)
276. Abel S A, Cottingham W N, Whittingham I B *Nucl. Phys. B* **410** 173 (1993)
277. Huet P, Nelson A E, hep-ph/9506477 (1995)
278. Farhi E et al., Preprint MIT CTP-2483 (1995)
279. Cornwall J M *Phys. Lett. B* **243** 271 (1990)
280. Goldberg H *Phys. Lett. B* **246** 445 (1990)
281. Voloshin M B *Phys. Rev. D* **43** 1726 (1991)
282. Voloshin M B *Nucl. Phys. B* **383** 233 (1992)
283. Brown L S *Phys. Rev. D* **46** 4125 (1992)
284. Voloshin M B, in *Proc. 27th Int. Conf. on High Energy Physics* Vol. 1 (Bristol, Philadelphia: Inst. of Physics Publishing, 1994) p. 121
285. Khlebnikov S Yu, Rubakov V A, Tinyakov P G *Nucl. Phys. B* **350** 441 (1991)
286. Yaffe L G, in *Proc. Santa Fe Workshop "Baryon Number Violation at SSC"* (Eds M Mattis, E Mottola) (Singapore: World Scientific, 1990)
287. Arnold P B, Mattis M P *Phys. Rev. D* **42** 1738 (1990)
288. Mattis M P *Phys. Rep.* **214** 159 (1992)
289. Tinyakov P G *Int. J. Mod. Phys. A* **8** 1823 (1993)
290. Guida R, Konishi K, Magnoli N *Int. J. Mod. Phys. A* **9** 795 (1994)
291. Farhi E et al. *Phys. Rev. D* **51** 4561 (1995)
292. Espinosa O *Nucl. Phys. B* **375** 263 (1992)
293. McLerran L, Vainshtein A, Voloshin M *Phys. Rev. D* **42** 171 (1990)
294. Libanov M V et al. *Phys. Rev. D* **50** 7553 (1994)
295. Libanov M V, Son D T, Troitsky S V *Phys. Rev. D* **52** 3679 (1995)
296. Zakharov V I *Nucl. Phys. B* **371** 637 (1992)
297. Porrati M *Nucl. Phys. B* **347** 371 (1990)
298. Arnold P B, Mattis M P *Mod. Phys. Lett. A* **6** 2059 (1991)
299. Дьяконов Д И, Петров В Ю, в сб. *Труды XXVI Зимней школы ЛИЯФ* (Ленинград: ЛИЯФ, 1991)
300. Mueller A H *Nucl. Phys. B* **364** 109 (1991)
301. Khoze V V, Ringwald A *Nucl. Phys. B* **355** 351 (1991)
302. Mueller A H *Nucl. Phys. B* **348** 310 (1991)
303. Mueller A H *Nucl. Phys. B* **353** 44 (1991)
304. Voloshin M B *Nucl. Phys. B* **359** 301 (1991)
305. Khlebnikov S Yu, Tinyakov P G *Phys. Lett. B* **269** 149 (1991)
306. Balitsky I, Shaefer A *Nucl. Phys. B* **404** 639 (1993)
307. Dyakonov D I, Polyakov M V *Nucl. Phys. B* **389** 109 (1993)
308. Zakharov V I *Phys. Rev. Lett.* **67** 3650 (1991)
309. Maggiore M, Shifman M *Nucl. Phys. B* **371** 177 (1992); Veneziano G *Mod. Phys. Lett. A* **7** 1661 (1992)
310. Rubakov V A, Tinyakov P G *Phys. Lett. B* **279** 165 (1992)
311. Tinyakov P G *Phys. Lett. B* **284** 410 (1992)
312. Mueller A H *Nucl. Phys. B* **401** 93 (1993)
313. Березин Ф А *Метод вторичного квантования* (М.: Наука, 1986)
314. Славнов А А, Фаддеев Л Д *Введение в квантовую теорию калибровочных полей* (М.: Наука, 1988)
315. Khlebnikov S Yu, Rubakov V A, Tinyakov P G *Nucl. Phys. B* **367** 334 (1991)
316. Rubakov V A, Son D T, Tinyakov P G *Phys. Lett. B* **287** 342 (1992)
317. Matveev V V *Phys. Lett. B* **304** 291 (1993)
318. Habib S, Mottola E, Tinyakov P G, in *Proc. Int. Seminar "Quarks-94"* (Eds D Yu Grigoriev et al.) (Singapore: World Scientific, 1994)
319. Kuznetsov A N, Tinyakov P G, hep-ph/9510310 (1995)
320. Son D T, Rubakov V A *Nucl. Phys. B* **422** 195 (1994)
321. Hsu S D H *Phys. Lett. B* **261** 81 (1991)
322. Voloshin M B *Nucl. Phys. B* **363** 425 (1991)

323. Rubakov V A, Son D T, Tinyakov P G *Phys. Lett. B* **282** 65 (1992)
324. Kiselev V G *Phys. Rev. D* **45** 2929 (1992)
325. Voloshin M B *Phys. Rev. D* **49** 2014 (1994)
326. Rubakov V A, Son D T *Nucl. Phys. B* **424** 55 (1994)
327. Rebbi C, Singleton R, hep-ph/9502370 (1995)
328. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Квантовая механика* (М.: Наука, 1974)
329. Khlebnikov S Yu *Phys. Lett. B* **282** 459 (1992)
330. Diakonov D I, Petrov V Yu *Phys. Rev. D* **50** 266 (1994)
331. Gorsky A S, Voloshin M B *Phys. Rev. D* **48** 3843 (1993)
332. Cornwall J M, Tiktopoulos G *Phys. Rev. D* **47** 1629 (1993)
333. Son D T, hep-ph/9505338 (1995)
334. Balitsky I I, Braun V M *Phys. Rev. D* **47** 1879 (1993)
335. Balitsky I I, Braun V M *Phys. Lett. B* **314** 237 (1993)
336. Ringwald A, Schrempp F, in *Proc. Int. Seminar "Quarks-94"* (Eds D Yu Grigoriev et al.) (Singapore: World Scientific, 1994)
337. Gibbs M, Ringwald A, Schrempp F, hep-ph/9506392 (1995)

Electroweak baryon number non-conservation in the early Universe and in high-energy collisions

V.A. Rubakov

*Institute for Nuclear Research of the Russian Academy of Sciences,
prosp. 60-letiya Oktyabrya 7a, 117312 Moscow, Russia
E-mail: rubakov@ms2.inr.ac.ru*

M.E. Shaposhnikov

*Theory Division, CERN, CH-1211 Geneva 23, Switzerland
E-mail: mshaposh@nxth04.cern.ch*

We review recent progress in the study of the anomalous baryon number non-conservation at high temperatures and in high-energy collisions. Recent results on high temperature phase transitions are described, and applications to the electroweak baryogenesis are considered. The current status of the problem of electroweak instanton-like processes at high energies is outlined.

PACS numbers: 11.15.Kc, 11.30.Fs, **12.15.-y**, 95.30.Cq

Bibliography — 337 references

Received 31 January 1996