

3. Lee P A, Rice T M *Phys. Rev. B* **19** 3970 (1979)
4. Артеменко С Н, Волков А Ф *ЖЭТФ* **81** 1872 (1981); Chapter 9 in [2]
5. Takoshima T et al. *Solid State Commun.* **35** 911 (1980)
6. Higgs A W, in *Springer Lecture Notes in Physics* (Eds G Hutirai, J Solyom) **217** p. 422 (1985)
7. Smontara A et al. *J. Phys. Condensed Matter* **4** 3273 (1992)
8. Yang Jie, Ong N P *Phys. Rev. B* **44** 1991 (1991)
9. Kriza G et al. *Solid State Commun.* **79** 811 (1991)
10. Nad F Ya, Monceau P *Solid State Commun.* **87** 13 (1993); *Synth. Metals* **70** 1255 (1995)
11. Volkov A F *Phys. Lett. A* **182** 433 (1993)
12. Larkin A, Brazovskii S *Solid State Commun.* **93** 275 (1995)
13. Horovitz B, Krumhansl J A, Domany E *Phys. Rev. Lett.* **38** 778 (1977)
14. Бразовский С А, Матвеев С И *ЖЭТФ* **99** 887 (1991)
15. Артеменко С Н, Гляйсберг Ф *Письма в ЖЭТФ* **61** 762 (1995)
16. Artemenko S N, Gleisberg F *Phys. Rev. Lett.* **75** 497 (1995)
17. Ларкин А И *Письма в ЖЭТФ* **105** 1793 (1994)
18. Zaitsev-Zotov S V *Phys. Rev. Lett.* **71** 605 (1993); **72** 587 (1994)
19. Itkis M E, Nad F Ya, Monceau P *J. Phys. Cond. Matter* **2** 8327 (1990)
20. Duan Ji-Min *Phys. Rev. B* **48** 4860 (1993); *Phys. Rev. Lett.* **72** 586 (1994)
21. Maki K *Phys. Lett. A* **202** 313 (1995)
22. Adelman T L, Zaitsev-Zotov S V, Thorne R E *Phys. Rev. Lett.* **74** 5264 (1995)
23. Matveenko S, Brazovskii S *Synth. Metals* **55–57** 2696 (1993)

PACS numbers: 75.80. + q

## Гигантское магнетосопротивление, спин-переориентационные переходы и макроскопические квантовые явления в магнитных наноструктурах

В.В. Добровицкий, А.К. Звездин, А.Ф. Попков

### 1. Введение

Традиционно развитие магнетизма вообще и исследование новых магнитных материалов в особенности в значительной мере стимулируют изобретение и разработку новых устройств магнитной памяти.

Развитие технологии в последнее время позволило создавать ультратонкие пленки с практически совершенной кристаллической структурой и конструировать на их основе принципиально новые магнитные материалы: магнитные мультислойные структуры и сверхрешетки. Открытие эффекта гигантского магнетосопротивления в таких системах дало прежде всего мощный импульс работам по созданию сверхплотной памяти на магнитных носителях (10 Гбит×дюйм<sup>-2</sup> к 2010 г.) [44]. Новые технологии с применением электронно-лучевой литографии [42] позволяют создавать магнитные столбики диаметром 35–75 нм с периодом 50–100 нм в немагнитной матрице, обеспечивая плотность вертикальной записи до 65 Гбит дюйм<sup>-2</sup>. Однако достигнутый на данный момент прогресс в создании низкоразмерных магнитных структур делает реальными и другие их применения, более близкие к тем задачам, которые традиционно выполняет полупроводниковая электроника. Это связано с тем, что полупроводниковая электроника уже вплотную приближается к своим физическим пределам, в частности, по рассеиваемой мощности. В некоторых случаях использования магнитных нано-

структур (например, рассеивающего меньшую мощность спинового транзистора), возможно, позволит продвинуться дальше [45].

Другим направлением, позволяющим снизить до предела рассеиваемую мощность, является идея обратимых квантовых компьютеров.

Согласно идее Фейнмана в таком компьютере каждому элементу алгебры логики может быть поставлен в соответствие свой гамильтониан в пространстве состояний бистабильной системы, которые отвечают соответствующим информационным единицам. Вычисления выполняются по законам эволюции состояний квантовой механики в соответствии с решением уравнения Шрёдингера:

$$\psi(t) = \exp(-i\hat{H}t) \psi(0),$$

которое обратимо во времени и не сопровождается потерями информации. Эта идея подходит к бистабильным состояниям элементарных спинов. В последнем случае облегчается задача связи элементарных состояний с макромиром, т.е. ввода и вывода информации.

Простой пример реализации логических операций в подходе Фейнмана — частица легкоплоскостного ферромагнетика, которая при включении магнитного поля приходит в состояние прецессии с частотой  $\omega_h = \gamma H$ . За полупериод прецессии осуществляется логическая операция отрицания "НЕ", так как состояние частицы меняется на противоположное. Если поле прецессии создается полями рассеяния от двух противоположенных соседних частиц на равном расстоянии, то в зависимости от их состояния поля на частице складываются либо вычитаются и за полупериод прецессии в суммарном поле осуществляется логическая операция управляемого "НЕ". Из цепочек спинов можно сконструировать логический автомат с заданной функцией алгебры логики. При этом требуется параллельный контроль времени ввода и вывода информации, который может выполнять бегущая по цепочке волна опрокидывания магнитного момента — магнитный солитон.

Роль бистабильной двухуровневой системы в фейнмановском компьютере может играть мезоскопический спин магнитоанизотропной частицы с энергетически вырожденными состояниями равновесия. Основное состояние такой частицы расщепляется благодаря макроскопической квантовой когерентности спинов. Удобнее оперировать, однако, не с собственными функциями основного и возбужденного состояний, а с когерентными состояниями поляризации намагниченности вдоль двух эквивалентных направлений. Благодаря сильной экспоненциальной зависимости частоты туннелирования от высоты потенциального барьера  $\Gamma = \exp[-U(H)/\hbar\Omega_0]$ , можно предложить элементы логики, основанные на параметрическом уменьшении высоты барьера в эффективном поле подмагничивания (дипольного либо обменного), действующего со стороны соседних частиц. Экспоненциальная зависимость скорости туннелирования уменьшает вероятность ошибки вывода правильной информации в многоходовых элементах типа дважды управляемого "НЕ" по сравнению с резонансными элементами, рассмотренными выше.

Хотя выше мы касались, в основном, возможных практических применений магнитных наноструктур, не менее интересен и другой аспект: такие системы, имея

мезоскопические размеры, являются мостиком между макро- и микромиром, давая возможность исследовать проблемы, связанные с переходом от квантовой механики к макроописанию объектов [43]. Такие проблемы, привлекая огромное внимание благодаря их фундаментальному значению, также обуславливают важность исследования магнитных наноструктур.

## 2. Гигантское магнетосопротивление и спин-вентильный (spin-valve) эффект в мультислойных структурах

Эффект гигантского магнетосопротивления (ГМС) [2, 3] наблюдается во многих многослойных магнитных структурах, в которых магнитные слои разделены немагнитными металлическими слоями толщиной порядка 10–20 Å (Fe/Cr/Fe, Co/Cu/Co, Fe/Cu/Fe, NiFe/Cu/NiFe и др.). Сопротивление больше в антиферромагнитных конфигурациях, т.е. когда намагниченности соседних слоев антиферромагнитны, и уменьшается под действием магнитного поля, индуцирующего переход в ферромагнитную конфигурацию. Величина эффекта определяется как  $\Delta R/R = (R_{\downarrow\downarrow} - R_{\uparrow\uparrow})/R_{\uparrow\uparrow}$ , где  $R_{\downarrow\downarrow}$  и  $R_{\uparrow\uparrow}$  — сопротивления в антиферромагнитной и ферромагнитной конфигурациях соответственно. В сверхрешетках Co/Cu величина  $\Delta R/R$  достигает 65% при комнатной температуре и магнитном поле порядка  $10^4$  Э [4].

Физической основой рассматриваемых эффектов служит явление спин-зависимого рассеяния электронов (spin-dependent scattering). При этом существенно то, что длина свободного пробега электрона без изменения спина в мультислойной структуре много больше толщины каждого из слоев.

Существуют несколько подходов к теоретическому описанию гигантского магнеторезистивного эффекта. Однако основные существенные детали могут быть учтены в простой феноменологической модели, в рамках которой принимается, что при антиферромагнитной ориентации намагниченностей в соседних магнитных слоях электрон с фиксированным спином имеет разный химический потенциал внутри разных магнитных слоев в зависимости от того, параллелен или антипараллелен спин по отношению к намагниченности данного слоя, и учитывается шероховатость возникающих магнитных барьеров в антиферромагнитной конфигурации. Магнетосопротивление может быть представлено формулой [5]

$$\frac{\Delta R}{R} \approx \frac{4A_0}{3D} \frac{U}{E_F} \left( \ln \frac{2A_0}{D} \right)^{-1}, \quad (1)$$

где  $A_0$  — длина свободного пробега электронов в ферромагнитной фазе,  $D$  — период структуры,  $U/E_F$  — отношение обменной энергии к энергии Ферми. Подставив в (1) типичные значения  $A_0/D \approx 5$  и  $U/E_F \approx 0,1$ , получим в качестве оценки  $\Delta R/R \approx 0,3$ .

В настоящее время исследования ГМС проводятся в двух геометриях: продольной (CIP — current in plane) и поперечной (CPP — current perpendicular to plane). Поперечный эффект заметно больше, однако в настоящее время большинство исследований проводится в продольной геометрии, так как изучение CPP-геометрии затруднено тем, что общее поперечное сопротивление структуры очень велико [5]. Это обуславливает необходимость поиска других, неконтактных, способов исследования поперечного ГМС. Возможный путь изучения

проблемы был предложен в работе [6]. Идея подхода заключается в том, что кинетика электронов проводимости проявляется не только в низкочастотных транспортных, но и в оптических свойствах структур, в частности в коэффициенте отражения света  $r$ . Таким образом, разница в проводимости системы для случая ферромагнитной и антиферромагнитной ориентаций может быть зарегистрирована по соответствующему изменению коэффициента отражения света  $\Delta r$ . График зависимости  $\Delta r/r$  от частоты падающего света  $\nu$  приведен на рис. 1. Здесь следует отметить, что, хотя величина эффекта составляет лишь несколько процентов, он доступен для экспериментального изучения. Для сравнения упомянем, что величина магнитооптического эффекта Керра в мультислоях также составляет несколько процентов.

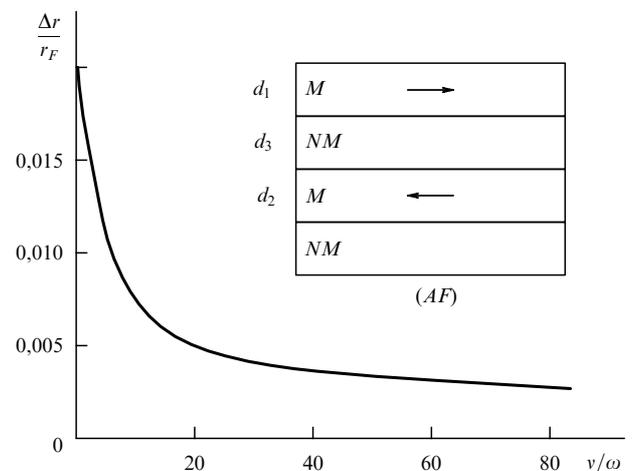


Рис. 1. Зависимость относительного изменения коэффициента отражения  $\Delta r/r_F$  от частоты света.  $\Delta r = r_F - r_{AF}$ , где  $r_F$  — коэффициент отражения для ферромагнитной ориентации намагниченностей соседних слоев,  $r_{AF}$  — для антиферромагнитной.

## 3. Спин-переориентационные переходы в мультислоях

Фазовые диаграммы, определяющие трансформацию магнитных структур в магнитном поле, являются одними из основных характеристик любой магнитной системы. Кроме того, как было упомянуто выше, взаимная ориентация намагниченности в различных слоях определяет величину магнетосопротивления. Таким образом, изучение ориентационных переходов и соответствующих фазовых диаграмм — еще одно важное направление в физике мультислойных структур.

В качестве базовой можно рассматривать диаграмму трехслойной структуры, которая сама по себе представляет большой интерес. Такая структура используется во многих экспериментах, а также в практических применениях (спин-вентильный эффект [7], спиновый транзистор [8] и др.). В частности, в работе [9] при изучении трехслойной структуры Gd/Pt/Co было зарегистрировано необычное явление, которое авторы назвали отрицательной коэрцитивностью: в положительном внешнем магнитном поле происходит переход в состояние с отрицательной намагниченностью. Необычным здесь является то, что система переходит не в равновесное состояние, соответствующее глобальному минимуму энергии, а в метастабильное с суммарной намагниченно-

стью, направленной против внешнего поля. Путь к качественному пониманию такого поведения сильноанизотропной трехслойной структуры был намечен в работе [9]. Более подробное теоретическое изучение структуры выявило ряд новых важных особенностей, имеющих принципиальное значение для понимания процессов перемагничивания трехслойных структур. В качестве модели была взята структура типа использованной в [9], т.е. изотропный (магнитомягкий) слой с большей намагниченностью (Gd) отделен немагнитной прослойкой (Pt) от сильноанизотропного (магнитожесткого) слоя (Co) с меньшей намагниченностью (рис. 2). Таким образом, свободная энергия системы, отнесенная к толщине структуры  $D$ , может быть представлена в виде

$$F = -\frac{d_1}{D} m_d H \cos \theta - \frac{d_1}{D} K_d \cos^2 \theta - \frac{d_2}{D} M_f H_{\text{eff}} - \frac{d_2}{D} TS(M) + \frac{d_2}{D} aM_f^2. \quad (2)$$

Здесь  $H$  — внешнее магнитное поле,  $m_d$  и  $d_1$  — намагниченность и толщина  $d$ -слоя,  $M_f$  и  $d_2$  — намагниченность и толщина  $f$ -слоя,  $S(M)$  — энтропия  $f$ -подсистемы,  $aM_f^2$  — обменная энергия,  $K_d$  — константа магнитной анизотропии  $d$ -подсистемы, включающая в себя объемный вклад и межслойную поверхностную магнитную анизотропию,  $\theta$  — угол между внешним полем и намагниченностью  $d$ -слоя,  $H_{\text{eff}}$  — эффективное магнитное поле, действующее на  $f$ -ионы и равное

$$H_{\text{eff}} = (H^2 + \lambda^2 m_d^2 - 2\lambda m_d H \cos \theta)^{1/2}, \quad (3)$$

где  $\lambda$  — эффективная обменная константа, определяющая обменное поле  $H_{\text{ex}} = \lambda m_d$ , действующее на  $f$ -ионы со стороны  $d$ -слоя. В (2) принято во внимание, что  $M_f \parallel H_{\text{eff}}$  и внешнее поле направлено по оси легкого намагничивания.

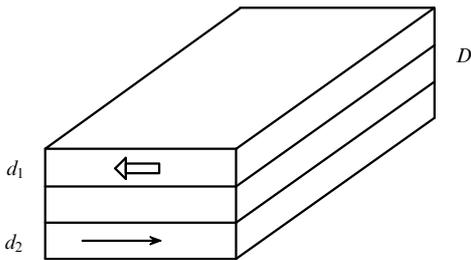


Рис. 2. Трехслойная структура. Сверху — анизотропный слой толщины  $d_1$  (Co), снизу — изотропный слой толщины  $d_2$  (Gd). Посередине — немагнитная прослойка (Pt). Полная толщина структуры  $D$ .

Фазовые диаграммы для сильноанизотропного ( $H_a > \lambda m_d$ ) и слабоанизотропного ( $H_a < \lambda m_d$ ) случаев приведены на рис. 3. Интересной чертой фазовой диаграммы слабоанизотропной структуры (рис. 3а) является линия  $HG$ , соответствующая фазовому переходу 1-го рода из магнитной в угловую структуру. При таком переходе на кривой намагничивания (соответствующей движению вдоль линии  $KK'$  диаграммы) должны появиться гистерезисы в районе поля перехода в угловую фазу. Именно такие гистерезисы были обнаружены в работе [9] (см. вставку на рис. 3а) на образцах  $\text{Co}(30 \text{ \AA})/$

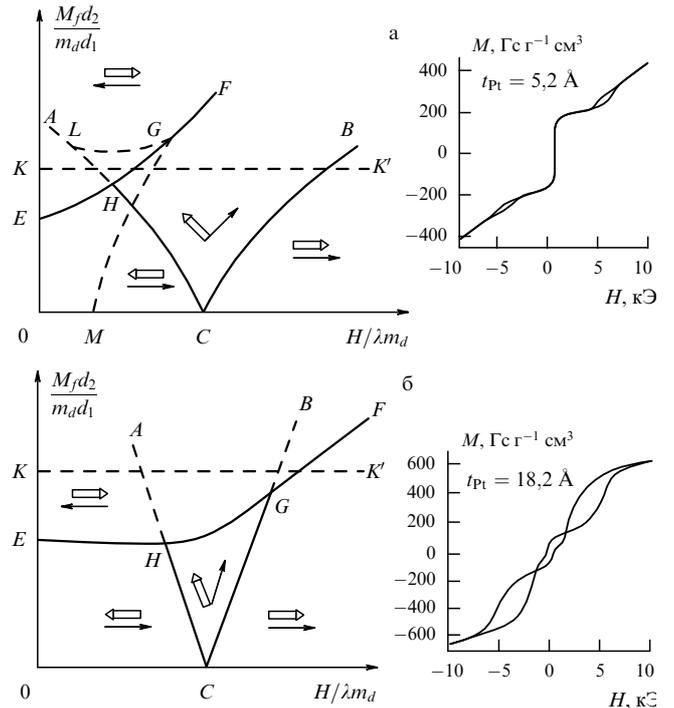
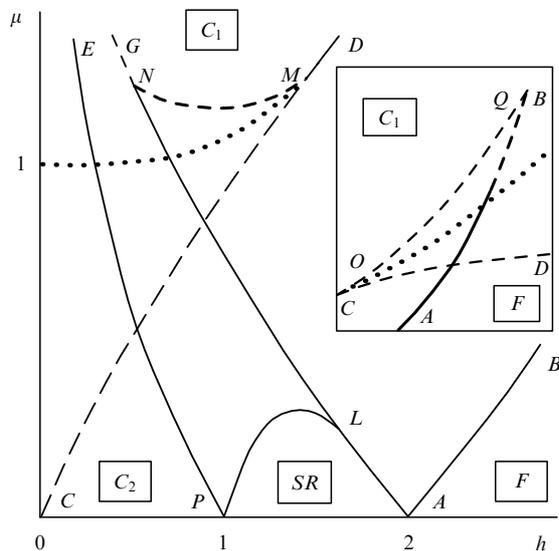


Рис. 3. Фазовые диаграммы трехслойной магнитной структуры: (а)  $H_a < \lambda m_d$ , (б)  $H_a > \lambda m_d$ ,  $H_a = 2K_d/m_d$ . На рис. а) кривые  $HC$ ,  $CB$ ,  $GF$  являются линиями фазового перехода 2-го рода,  $EGH$  — линия 1-го рода,  $AH$ ,  $GM$ ,  $GL$  — линии потери устойчивости соответствующих фаз. На рис. б) кривые  $EH$ ,  $HG$ ,  $GF$  — линии фазового перехода 1-го рода,  $HC$  и  $CG$  — 2-го рода,  $AH$  и  $GB$  — линии потери устойчивости метастабильной угловой фазы. Линии  $KK'$  на обеих диаграммах соответствуют типичным гистерезисным кривым, изображенным на вставках (экспериментальные кривые на вставках взяты из работы [9]).

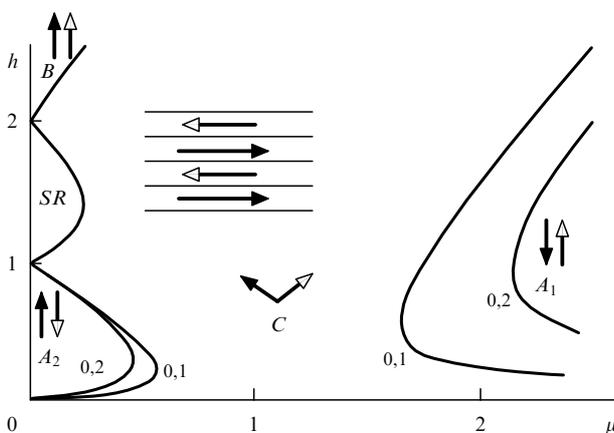
$\text{Pt}(5,2 \text{ \AA})/\text{Gd}(30 \text{ \AA})$  при температуре 4,2 К и внешнем поле  $H \approx 4 \div 7 \text{ Э}$ .

На диаграмме для сильноанизотропного случая (рис. 3б) привлекает внимание траектория  $KK'$  и соответствующая ей кривая гистерезиса. Интересная особенность этой фазовой диаграммы — наличие угловой фазы в области, ограниченной кривыми  $HCG$ . Эта угловая фаза продолжает существовать и в области выше кривой  $EHGF$ , но как метастабильная. При переходе через эту фазу происходит небольшое отклонение намагниченности сильноанизотропной подсистемы (Co) от оси легкого намагничивания, при этом изотропная (Gd) подсистема испытывает переориентацию на  $180^\circ$ . Этот процесс имеет место и в области выше кривой  $EHGF$ , обеспечивая непрерывное однородное перемагничивание трехслойной структуры. Изображенная на вставке к рис. 3б гистерезисная кривая представляет особый интерес, так как она демонстрирует упомянутый выше эффект отрицательной коэрцитивности. Выявленный здесь механизм однородного перемагничивания трехслойной структуры представляется особенно важным для спин-вентильных элементов. Однородность этого процесса позволяет прогнозировать высокую скорость переключения таких элементов. Имеется определенная и глубокая аналогия между рассмотренным механизмом перемагничивания и кооперативным магнитным эффектом Яна–Теллера [10].

Основные черты представленных на рис. 3 фазовых диаграмм сохраняются и в случае анизотропных магнитных сверхрешеток с антиферромагнитным обменным взаимодействием между соседними слоями [11, 12]. Характерным свойством фазовых диаграмм магнитных сверхрешеток (рис. 4, 5) является наличие в них специфических



**Рис. 4.** Фазовые диаграммы для анизотропных сверхрешеток с антиферромагнитным обменным взаимодействием между соседними слоями. Внешнее поле направлено вдоль легкой оси. Справа от линии  $AB$  — ферромагнитная фаза  $F$ . Фазы  $C_1$  и  $C_2$  — антиферромагнитные. В первой из них намагниченность  $f$ -слоев направлена вдоль внешнего поля, а  $d$ -слоев — против поля; во второй, наоборот,  $f$ -слои направлены против поля,  $d$ -слои — по полю. Линии  $PLA$  ограничивают поверхностно переориентированную фазу  $SR$ , при этом на поверхности присутствует ферромагнитная структура, а в объеме — антиферромагнитная. Линии  $EPLG$  ограничивают другую поверхностную фазу, в которой вблизи поверхности локализована угловая конфигурация.



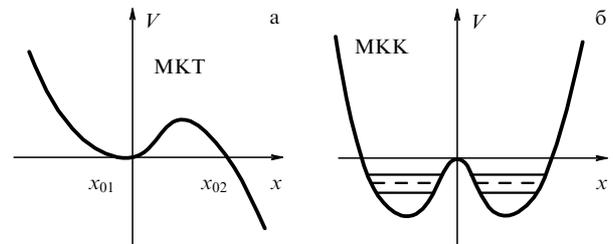
**Рис. 5.** Фазовые диаграммы для анизотропных сверхрешеток с антиферромагнитным обменным взаимодействием между соседними слоями, внешнее поле направлено перпендикулярно легкой оси. Области существования каждой фазы посчитаны для двух значений безразмерной энергии анизотропии  $K$ :  $K = 0, 1$  и  $K = 0, 2$ .

ческих поверхностных фаз (например, областей, ограниченных кривыми  $EPLG$  и  $PLA$  на рис. 4).

#### 4. Квантовые флуктуации

В этом разделе мы обсудим другие интересные эффекты, имеющие место не только в квазидвумерных сверхтонких магнитных пленках, но и в квазидвумерных сверхтонких проволоках и "нуль-мерных" малых магнитных частицах. Это явления макроскопического квантового туннелирования (МКТ) и макроскопической квантовой когерентности (МКК).

Обычно МКТ называется распад метастабильного уровня в континуум путем когерентного квантового туннелирования макроскопического или, по крайней мере, мезоскопического количества сильно связанных квантовых объектов (в нашем случае спинов). Близким к МКТ является МКК в двухъямном потенциале. При этом каждый вырожденный уровень в каждой яме расщепляется на два за счет туннелирования макро- или мезоскопического количества квантовых объектов из одной ямы в другую (рис. 6)



**Рис. 6.** Характерный вид потенциалов задач МКТ и МКК: (а) система, первоначально локализованная внутри локального минимума (вблизи точки  $x_{01}$ ), туннелирует вправо, за точку  $x_{02}$ , (б) уровни, вырожденные в отсутствие туннелирования, изображены пунктиром. Туннелирование снимает вырождение и каждый уровень расщепляется на два (показаны сплошными линиями).

Впервые на возможную экспериментальную регистрацию МКТ намагниченности было указано в [13]. К настоящему времени имеется значительное количество экспериментов, результаты которых рассматриваются как подтверждение эффектов МКТ и МКК (в основном, МКТ) [14]. В числе исследуемых материалов — малые ФМ- и АФМ-частицы, ультратонкие пленки и мультислои, в том числе такие структуры, как контакты доменной границы (ДГ) (domain wall junctions, [15]) и даже объемные образцы упорядоченных [16] и неупорядоченных [17] магнетиков.

В настоящее время для исследования МКТ (как и МКК) используется метод интегралов по траекториям в мнимом времени (т.е. с заменой  $t \rightarrow it$ ), что позволяет просто и изящно переходить от классического описания к квантовому. Такой подход к проблеме распада метастабильного состояния был развит в [18, 19]. При этом скорость распада имеет вид

$$\Gamma = \exp(-B), \quad B = \frac{S_{\text{inst}}}{\hbar}, \quad (4)$$

где  $S_{\text{inst}}$  — классическое действие, вычисленное на так называемой инстантонной траектории, которая начинается в точке  $x_{01}$  (см. рис. 6) при  $\tau \rightarrow -\infty$ , при  $\tau = 0$  проходит точку  $x_{02}$  и заканчивается в точке  $x_{01}$  при

$\tau \rightarrow +\infty$ . В задачах рассматриваемого типа такой подход является наиболее простым, а иногда и единственно возможным.

Процесс МКТ намагниченности в малых ферромагнитных частицах был теоретически исследован в [20], однако соответствующая скорость релаксации и температура кроссовера (перехода от термоактивированного процесса переброса через потенциальный барьер к квантовому туннелированию) оказались слишком малыми. Следующий значительный шаг вперед был сделан в работе [21], где исследовалось туннелирование сквозь барьер, созданный анизотропией, в антиферромагнитной малой частице. В этом случае температура кроссовера оказалась довольно высокой, порядка нескольких кельвин. Однако наиболее подходящим объектом для экспериментального изучения МКТ в настоящее время считаются магнитные солитоны: доменные стенки, вихри, вертикальные блоховские линии и т.д. Причина заключается в том, что эти объекты в силу их солитонной природы в значительной мере отвязаны от диссипативного окружения, т.е. от элементарных возбуждений магнитной среды, магнонов (взаимодействие с ними появляется лишь во втором порядке, см. [14]). Кроме практических и экспериментальных приложений (принципиальные ограничения на плотность записи информации на магнитные носители, подробное изучение МКТ и связанные с этим исследования по созданию квантовых компьютеров), теоретические исследования в этой области представляют интерес и сами по себе как исследования квантового поведения магнитных солитонов.

Ранее работы в области МКТ ДГ в различных материалах проводились Егами [22], затем Чудновским, Иглесиасом и Стампом [23]. Однако в этих работах рассмотрение проводилось лишь для линейного режима динамики ДГ. Нелинейный режим, а именно, взаимосвязь характеристик МКТ и нелинейных динамических свойств самой ДГ, был исследован в [24].

В качестве физической модели рассматривалось туннелирование ДГ в слабоферромагнитном (СФМ) материале (типа ортоферрита) сквозь внешний пиннингующий потенциал. При этом использовалась хорошо известная феноменологическая модель, согласно которой перемещение ДГ через пиннингующий потенциал происходит в виде флуктуационных (термоактивированных при высоких температурах и квантовых при низких) перемещений отдельных малых участков стенки [17]. Такое рассмотрение естественно оказывается связанным с небольшим участком ДГ, непосредственно участвующим в процессе туннелирования. Конечно, этот участок отстает в движении от остальных, не закрепленных дефектом, и стенка в области дефекта искривляется. Однако в случае, когда радиус кривизны много больше толщины ДГ, соответствующая энергия носит лишь поправочный характер и для описания динамики достаточно рассматривать ДГ как плоскую (более подробно это приближение обсуждается в обзоре [14]).

Итак, доменная стенка рассматривается как одномерная, и ее положение может быть охарактеризовано одной координатой  $x_0$  — положением ее центра. Рассматривая СФМ типа  $\text{YFeO}_3$  в двухподрешеточном приближении, функцию Лагранжа, точнее, лагранжеву плотность на единицу площади ДГ, можно получить (для действительного времени  $t$ ), используя теорию возмуще-

ний для солитонов [25, 26]:

$$L = -mc^2 \sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}} - U(x_0), \quad (5)$$

где  $x_0$  — координата центра ДГ,  $v_0 = \dot{x}_0$  — ее скорость,  $mc^2 = 2\sqrt{A(K_{ac} + \chi_{\perp} H^2)}$ ,  $K_{ac}$  — постоянная анизотропии для кристаллографической плоскости  $ac$ , в которой происходит вращение вектора антиферромагнетизма  $\mathbf{I}$ ,  $A$  — постоянная неоднородного обмена,  $\chi_{\perp}$  — поперечная восприимчивость СФМ, а  $U(x_0) = -\int 2M_z^0 H(x_0) dx_0$  — потенциал, где  $H(x_0)$  — полное внешнее магнитное поле, действующее на стенку, включающее в себя внешнее продвигающее поле и эффективное поле, создаваемое дефектом.

Однако далее прямо применять стандартный подход с помощью интегралов по траекториям в мнимом времени, строго говоря, нельзя, так как стандартная форма интеграла по траекториям применима лишь для лагранжианов, квадратичных по скорости [27]. Таким образом, нам надо начинать с гамильтоновой формулировки функционального интеграла для амплитуды перехода:

$$\rho(x, y) = \int_{(q=x)}^{(q=y)} Dq \int_{(-\infty)}^{(+\infty)} \frac{Dp}{2\pi\hbar} \exp\left\{\frac{1}{\hbar} \int_0^T d\tau [ip\dot{q} - H(p, q)]\right\}, \quad (6)$$

где  $p$  и  $q$  — канонически сопряженные переменные,  $H(p, q)$  — гамильтонова плотность на единицу площади. Однако можно показать [24], что и в этом случае интеграл по траекториям в ВКБ-приближении можно привести к виду со стандартной винеровской нормировкой. При этом, как и ранее,

$$\Gamma = \exp(-B), \quad \frac{B}{A_w} = \frac{S_{\text{inst}}}{\hbar}, \quad (7)$$

но предэкспоненциальный фактор уже имеет другой вид (ср. с [19]):

$$C = \sqrt{\frac{mv}{2\pi\hbar}} \left| \frac{\det'[-\partial_{\tau}\{(1/\bar{u}^2)\partial_{\tau}\} + (v_{\text{inst}})^2/m]}{\det[-m\partial_{\tau}^2 + \omega^2]} \right|^{-1/2}, \quad (8)$$

где

$$\omega^2 = \frac{1}{m} \left. \frac{\partial^2 U(x)}{\partial x^2} \right|_{x=x_{01}}, \quad (v_{\text{inst}})^2 = \left. \frac{\partial^2 U(x)}{\partial x^2} \right|_{x=x_{\text{inst}}}. \quad (9)$$

Квадратура для  $x_{\text{inst}}(\tau)$  для произвольного потенциала  $U$  имеет вид

$$\int_{x_{02}}^{x_{\text{inst}}} \frac{dx}{\pm c \sqrt{(mc^2/\tilde{U})^2 - 1}} = \tau, \quad (10)$$

где знак выбирается в зависимости от направления движения. Так же можно получить выражение для  $S_{\text{inst}}$ :

$$S_{\text{inst}} = 2 \int_{x_{02}}^{x_{01}} \sqrt{2mU(x) - \frac{[U(x)]^2}{c^2}} dx. \quad (11)$$

Здесь необходимо учесть следующее: результаты (10) и (11) имеют смысл лишь при условии

$$\max_{x \in [x_{02}, x_{01}]} U(x) < mc^2,$$

иначе инстантонного решения не существует и скорость туннелирования в ВКБ-приближении равна нулю. Реально, конечно, ДГ сможет протуннелировать и в этом случае, но скорость такого процесса будет иметь следующий порядок по  $\hbar$ , т.е. туннелирование будет в значительной мере подавлено.

Эксперименты по туннелированию ДГ в ортоферрите тербия,  $TbFeO_3$ , проводились в группе Техады [16]. Сравнение с результатами экспериментов (которое мы здесь не приводим из-за недостатка места, см. оригинальную работу [24]) дает разумные величины для различных характеристик туннелирования, хорошо согласующиеся между собой.

Также следует отметить, что в настоящее время предпринимаются успешные попытки контролируемого изучения МКТ доменных стенок с помощью специально конструируемых и выращиваемых наноструктур, ДГ-контактов (DW junction) [15] и квазиодномерных нанопроволок [28].

В описанном выше исследовании основную роль играли динамические свойства солитонов как существенно нелинейного образования. Однако солитон обладает также нетривиальными топологическими характеристиками, в частности одной из основных его характеристик является топологический заряд. Важность проблемы изменения топологического заряда была осознана достаточно давно, в частности, на микроуровне такие явления играют важную роль в проблеме существования щели в спектре элементарных возбуждений двумерного антиферромагнетика [29]. На макроуровне изучение смены топологического заряда вихревой структуры в двумерном антиферромагнетике в результате туннелирования было проведено в [30].

Аналогичный эффект в ультратонкой ферромагнитной пленке изучался в [31]. Внутри доменных стенок в одноосных ферромагнетиках с перпендикулярной анизотропией существуют вихревые структуры другого типа — вертикальные блоховские линии (ВБЛ). В определенном приближении такую структуру можно описать с помощью уравнений Слончевского, используя две переменные:  $q$  — положение центра ДГ и  $\psi$  — азимутальный угол внутри нее. Топологический заряд ВБЛ задается граничными условиями; будем считать, что вначале (при  $t \rightarrow -\infty$ )  $\psi(x \rightarrow -\infty) = 0$ ,  $\psi(x \rightarrow +\infty) = -\pi$ . Эта конфигурация имеет ту же энергию, что и другая конфигурация, с противоположным зарядом:  $\psi(x \rightarrow -\infty) = 0$ ,  $\psi(x \rightarrow +\infty) = \pi$ , так что это вырождение может быть снято туннелированием. Матричный элемент перехода в ВКБ-приближении может быть легко посчитан методом функционального интегрирования. Инстантоном в данном случае будет конфигурация поля  $\psi(x, t)$ , изображенная на рис. 7, с особой точкой  $x = 0$ ,  $t = 0$ . Действие на инстантонной конфигурации имеет вид

$$S_{\text{inst}} \approx \frac{16Ad}{\sqrt{2\pi\gamma^2 K}}. \quad (12)$$

Интересной и очень необычной деталью рассмотренной проблемы является то, что высота потенциального барьера в континуальном пределе ( $a/\Delta \rightarrow 0$ ,  $a$  — постоянная решетки,  $\Delta$  — ширина ДГ) расходится в особой точке ( $x = 0$ ,  $t = 0$ ), хотя инстантонное действие (и, следовательно, вероятность туннелирования) остается конеч-

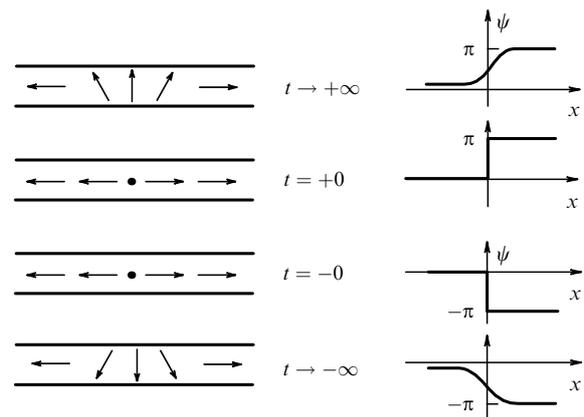


Рис. 7. Инстантонная полевая конфигурация  $\psi(x, t)$ , соответствующая туннельной смене топологического заряда ВБЛ. Слева изображено распределение намагниченности в различные моменты времени, справа — соответствующие графики  $\psi(x, t)$ . Моменты  $t \rightarrow \pm\infty$  соответствуют статическим ВБЛ с противоположными знаками топологического заряда. В точке  $x = 0$ ,  $t = 0$  функция  $\psi(x, t)$  терпит разрыв, соответствующая энергия (высота потенциального барьера) расходится как  $1/\sqrt{t}$ .

ным; таким образом, понятие температуры кроссовера теряет смысл.

Однако связь туннелирования и топологии не ограничивается туннельной сменой топологического заряда. Для спиновых систем большое значение имеет топология спинового пространства, определяющая эффект интерференции инстантонов при наличии альтернативных подбарьерных траекторий туннелирования. Этот эффект приводит к зависимости основного состояния магнитной частицы от четности числа элементарных спинов, составляющих полный спин [32, 33]. В антиферромагнетике, всегда содержащем четное число элементарных спинов, крамерсовского замораживания скорости МКТ в нулевом магнитном поле не происходит. Однако при включении магнитного поля из-за полевой зависимости топологической части действия, называемой в литературе фазой Берри, может возникать фазовый набег в амплитудах туннелирования, зависящий от знака топологического заряда. Это будет приводить тогда к периодическому замораживанию макроскопических квантовых явлений (МКЯ) и полевым осцилляциям скорости туннелирования спинов [34, 35] — возникает магнитный аналог эффекта Ааронова–Бома. В коллинеарной антиферромагнитной фазе, когда магнитное поле параллельно равновесному направлению вектора Нееля и не превышает поля опрокидывания подрешеток  $H_{s-\text{пор}}$ , квантовая интерференция не возникает, так как полевой вклад в топологическую часть действия равен нулю. При этом с увеличением магнитного поля вероятность туннелирования экспоненциально нарастает в связи с падением величины энергетического барьера при приближении к критическому полю опрокидывания подрешеток. Однако в непосредственной близости от точки фазового перехода в угловую фазу скорость туннелирования резко падает, обращаясь в нуль вместе с резонансной частотой в самой точке перехода. Зависимость частоты туннелирования вектора Нееля от магнитных параметров в двухосной частице имеет в этом

случае обычный вид (4), причем

$$S_{\text{inst}} = 2V\gamma^{-1} \left[ K\chi_{\perp} \left( 1 - \frac{H^2}{H_{s\text{-флор}}^2} \right) \right]^{1/2}, \quad C = 8\hbar\omega \left( \frac{S_{\text{inst}}}{2\pi\hbar} \right)^{1/2},$$

$V$  — объем частицы,  $\gamma$  — гиромангнитное отношение,  $\chi_{\perp}$  — магнитная восприимчивость,  $K$  — постоянная анизотропии,  $\omega = \gamma H_{s\text{-флор}} (1 - H^2/H_{s\text{-флор}}^2)^{1/2}$  — резонансная частота.

В угловой фазе из-за квантовой интерференции инстантонов частота туннелирования осциллирует в магнитном поле

$$\Gamma = C \exp\left(-\frac{S_{\text{inst}}}{\hbar}\right) \left| \cos \frac{2\pi H}{H_{s\text{-флор}}} \right|. \quad (13)$$

При этом огибающая осцилляций экспоненциально растет вплоть до поля схлопывания подрешеток, вблизи которого резко уменьшается до нуля (переход типа спин-флор).

Среди антиферромагнетиков с малой шириной линии магнитного резонанса выделяется иттриевый ортоферрит, являющийся слабым ферромагнетиком орторомбической симметрии. Из-за наличия спонтанной намагниченности и малой диссипации он перспективен для резонансных экспериментов по МКК. На рис. 8 приведена рассчитанная в работе [36] зависимость скорости туннелирования вектора антиферромагнетизма в этом материале от размера частицы. Полевые особенности МКЯ в этом магнетике тесно связаны с ориентационной зависимостью равновесных состояний его магнитной системы во внешнем магнитном поле. Так, когда магнитное поле направлено вдоль оси  $b$  кристаллической решетки, иттриевый ортоферрит ведет себя как чистый антиферромагнетик в угловой фазе. В этом случае возникает интерференция инстантонных амплитуд, приводящая к осцилляциям скорости туннелирования с ростом магнитного поля. Период осцилляций определяется обменным полем, деленным на число элементарных спинов. Зависимость огибающей осцилляций скорости МКТ от магнитного поля приведена на рис. 9. Если магнитное поле параллельно оси  $a$  атомарной решетки, то топологическая добавка в фазах амплитуд туннелирования, связанная с магнитным полем, не возникает и частота туннелирования монотонно возрастает вплоть

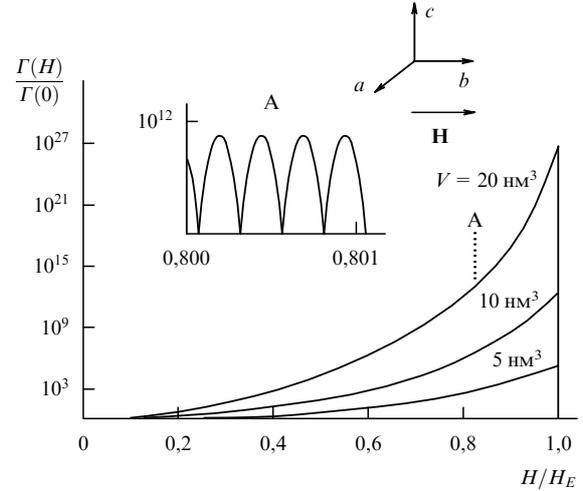


Рис. 9. Зависимость огибающей скорости туннелирования от внешнего поля, приложенного вдоль оси  $b$ , для трех различных значений объема частицы  $\text{YFeO}_3$ . На вставке показаны осцилляции скорости туннелирования из-за квантовой интерференции инстантонов.

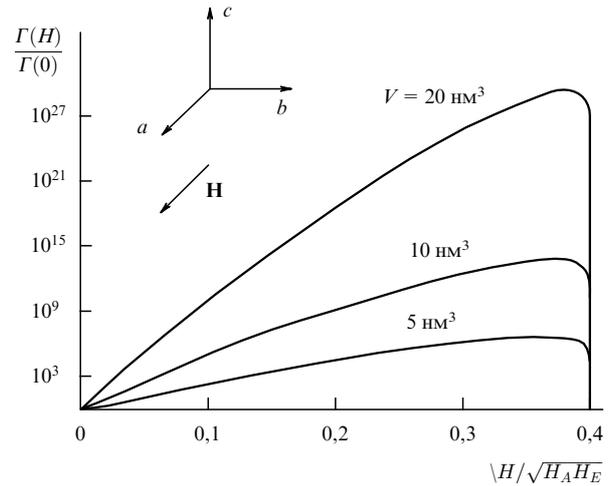


Рис. 10. Зависимость скорости туннелирования от внешнего поля, приложенного вдоль оси  $a$ , для трех различных значений объема частицы  $\text{YFeO}_3$ .

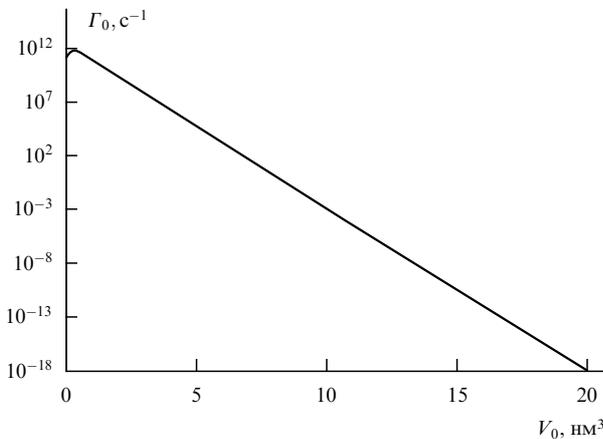


Рис. 8. Зависимость скорости туннелирования  $\Gamma_0$  от объема частицы  $\text{YFeO}_3$ .

до полного разворота намагниченности, затем резко падает, как показано на рис. 10.

Интересное явление квантовой интерференции может возникать в слабоферромагнитной частице, когда магнитное поле действует против намагниченности вдоль оси  $c$  кристалла и частица находится в метастабильном состоянии в области магнитного гистерезиса. Процесс туннелирования можно разбить на два этапа: подбарьерное движение до точки поворота, в которой частица выходит на границу области туннелирования, и переход на резонансный уровень в более глубокой потенциальной яме. В отсутствие диссипации когерентные состояния в точках поворота могут взаимопреобразовываться благодаря когерентному вращению спинов на резонансном уровне. При этом возникающий набег фазы в соответствующей амплитуде вероятности зависит от магнитного поля. Анализ показывает, что благодаря возникающей интерференции амплитуд туннелирования возможно

полное замораживание распада метастабильной фазы внутри магнитного гистерезиса при конечной величине магнитного поля, если спин подрешетки полувещей. Рассмотренные тонкие эффекты интерференции могут, однако, легко разрушаться флуктуациями фазы амплитуд туннелирования, связанными со взаимодействием магнитного параметра порядка с окружением: упругими деформациями атомарной решетки, спиновыми волнами, магнитными ядрами и слабосвязанными спинами. Частично эти вопросы рассмотрены в работах [37–39]. Однако для полного их понимания требуются дополнительные исследования. Таким образом, анализ показал, что состояние МКК не исчезает вплоть до очень больших полей в антиферромагнитной частице. Более того, связанное с МКТ энергетическое расщепление растет до весьма больших величин, сравнимых с частотой магнитного резонанса вблизи линий фазового ориентационного перехода. Большая величина энергетического расщепления при низких температурах, когда фононный вклад в теплоемкость становится экспоненциально мал, должна давать заметный скачкообразный вклад в теплоемкость частицы при температуре, определяемой энергетическим расщеплением. Оценки показывают, что вблизи ориентационного перехода характерная температура составляет несколько десятков милликельвин. Таким образом, имеется возможность независимой экспериментальной проверки наблюдавшегося в эксперименте эффекта МКК в антиферромагнитных частицах гексаферрита [40].

Во всех перечисленных работах исходным пунктом было предположение о сохранении модуля вектора намагниченности  $|\mathbf{M}| = \text{const}$ . Однако это условие выполняется лишь для слабоанизотропных материалов, в которых релятивистские эффекты малы по сравнению с обменным взаимодействием. В то же время многие объекты, в которых изучались МКЯ, относятся к числу сильноанизотропных магнетиков.

Предел сильной анизотропии — изинговский случай — рассматривался в [41]: малая частица материала, у магнитных ионов которого основным состоянием являются два близко расположенные синглета, разделенные энергетическим интервалом  $\Delta$  и отделенные от остальных возбужденных уровней широкой (по сравнению с  $\Delta$ ) щелью. При этом, несмотря на отсутствие непрерывной траектории намагниченности, вероятность туннелирования не равна нулю из-за учета квадрупольного момента изинговского иона. Показатель экспоненты  $B$  (см. (4)), называемый в литературе константой Гамова, имеет в этом случае вид

$$B = N \left( \ln \frac{1 + \sigma_0}{1 - \sigma_0} - 2\sigma_0 \right), \quad (14)$$

где  $N$  — полное число спинов в частице,  $\sigma_0 = [1 - (\Delta/4\lambda)^2]^{1/2}$ . При этом оказывается, что соответствующие температуры кроссовера могут быть достаточно велики для экспериментальной регистрации явления: для  $\text{LiTbF}_4$  — 0,49 К, для  $\text{Tb}(\text{OH})_3$  — 0,81 К.

В последнее время большое внимание уделяется новым интересным объектам — магнитным кластерам. Примером такой системы может служить кластер  $\text{Mn}_{12}$  (рис. 11). В кластер объединены восемь ионов  $\text{Mn}^{3+}$  (спин 3/2), антиферромагнитно связанные с четырьмя ионами  $\text{Mn}^{4+}$  (спин 2). Основным является состояние кластера  $S = 10$ . Эта система обладает силь-

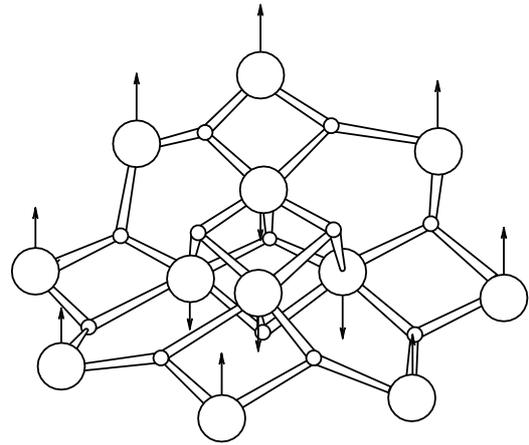


Рис. 11. Кластер  $\text{Mn}_{12}$ . Восемь ионов  $\text{Mn}^{3+}$  (спин 3/2) антиферромагнитно связаны с четырьмя ионами  $\text{Mn}^{4+}$  (спин 2). В результате основным является состояние кластера со спином  $S = 10$ .

ной анизотропией типа "легкая ось", анизотропии высшего порядка малы. Тем не менее в таких кластерах наблюдается насыщение скорости магнитной релаксации при низких температурах [42] (что характерно для МКТ), хотя известно, что в чисто одноосных частицах туннелирование полностью заморожено (сохраняется проекция углового момента). Хотя ситуация на данный момент далека от ясности, одним из возможных объяснений парадокса может быть влияние диссипативного окружения.

## 5. Заключение

Рассмотрен широкий спектр необычных и интересных явлений, имеющих место в низкоразмерных магнитных структурах: ультратонких пленках, многослойных системах и сверхрешетках; квазиодномерных нанопроволоках и "нуль-мерных" малых частицах. Вышеперечисленные эффекты представляются весьма интересными как с чисто познавательной точки зрения, так и для практических применений, в том числе в качестве элементной базы для дальнейшего развития микро- и наноманитоэлектроники.

Работа поддержана грантами РФФИ № 93-02-2431 и № 95-02-03737 А.

## Список литературы

1. Krauss P R, Fisher P E, Chon S Y *J. Vac. Sci. Technol. B* **12** 3639 (1994)
2. Baibich M N et al. *Phys. Rev. Lett.* **61** 2472 (1988)
3. Binash G et al. *Phys. Rev. B* **39** 4828 (1989)
4. Parkin S S, Li Z G, Smith D J *Appl. Phys. Lett.* **58** 2710 (1991)
5. Звездин А К, Уточкин С Н *Письма в ЖЭТФ* **57** 418 (1993)
6. Atkinson R et al. *J. Magn. Magn. Mater.* (1996) (in press)
7. Slonczewski J C *Phys. Rev. B* **39** 6995 (1989)
8. Johnson M *Science* **260** 320 (1993)
9. Takanashi K, Kurokawa K, Fujimori H *Appl. Phys. Lett.* **63** 1585 (1993)
10. Звездин А К и др. *Редкоземельные ионы в магнитоупорядоченных кристаллах* (М.: Наука, 1985)
11. Utochkin S N, Zvezdin A K *J. Magn. Magn. Mater.* **140–144** 787 (1995)
12. Atkinson R et al. *J. Appl. Phys.* **75** 1 (1994)
13. Bean C P, Livingston J D *J. Appl. Phys.* **30** 1205 (1959)
14. Stamp P C E, Chudnovski E M, Barbara B *Int. J. Mod. Phys. B* **6** (9) 1355 (1992)

15. Gunther L, Barbara B *Phys. Rev. B* **49** 3926 (1994)
16. Zhang X X et al. *J. Magn. Magn. Mater.* **137** L235 (1994)
17. Uehara M, Barbara B *J. Physique* **47** 235 (1986)
18. Langer J S *Ann. Phys. (New York)* **41** 108 (1967)
19. Callan C, Coleman S *Phys. Rev. D* **16** 1762 (1977)
20. Chudnovski E M, Gunther L *Phys. Rev. Lett.* **60** 661 (1988)
21. Barbara B, Chudnovski E M *Phys. Lett. A* **141** 205 (1990)
22. Egami T *Phys. Status Solidi (B)* **57** 211 (1973)
23. Chudnovski E M, Iglesias O, Stamp P C E *Phys. Rev. B* **46** 5392 (1992)
24. Добровицкий В В, Звездин А К *ЖЭТФ* **109** (4) (1996) (в печати)
25. МакЛафлин Д, Скотт Э, в сб. *Солитоны в действии* (Под ред. К Лонгрена, Э Скотта) (М.: Мир, 1981)
26. Звездин А К, Мухин А А *ЖЭТФ* **102** 577 (1992)
27. Славнов А, Фаддеев Л *Введение в квантовую теорию калибровочных полей* (М.: Наука, 1971)
28. Kimin Hong, Giordano N *Phys. Rev. B* **51** 9855 (1995)
29. Haldane F D M *Phys. Rev. Lett.* **61** 1029 (1988)
30. Галкина Е Г, Иванов Б А *Письма в ЖЭТФ* **61** 495 (1995)
31. Dobrovitski V V, Zvezdin A K *J. Magn. Magn. Mater.* (1996) (in press)
32. Loss D, Di Vincenzo D P, Grinstein G *Phys. Rev. Lett.* **69** 3232 (1992)
33. Von Delft J, Henley C L *Phys. Rev. Lett.* **69** 3236 (1992)
34. Duan Ji-M, Garg A *Physica B* **194–196** 323 (1994)
35. Golyshev V Yu, Popkov A F *Europhys. Lett.* **29** 327 (1995)
36. Гольшев В Ю, Попков А Ф *ЖЭТФ* **11** 1755 (1995)
37. Gard A *Phys. Rev. Lett.* **70** 1541 (1993)
38. Stamp P C E *Physica B* **197** 133 (1994)
39. Prokof'ev N V, Stamp P C E *J. Phys. CM* **5** L667 (1994)
40. Awschalom D D *Phys. Rev. Lett.* **48** 3092 (1992)
41. Звездин А К, Попков А Ф *Письма в ЖЭТФ* **57** 548 (1993)
42. Barbara B et al. *J. Magn. Magn. Mater.* **140–144** 1825 (1995)
43. Кадомцев Б Б *УФН* **164** 449 (1995)
44. Simonds J L *Phys. Today* **48** 26 (1995)
45. Prinz G A *Phys. Today* **48** 58 (1995)

PACS numbers: 72.15.Rn, 73.20.Dx, 78.50.Ge

## Управляемая модуляция энергии связи примесных состояний в системе квантовых ям

В.И. Белявский, Ю.В. Копаев, Н.В. Корняков

1. Примесные атомы и точечные дефекты в полупроводниках не только являются центрами рассеяния носителей тока, но и, что более важно для практических применений, в качестве легирующих добавок играют конструктивную роль как поставщики свободных электронов или дырок. Энергия ионизации примесных атомов является в этом случае важным параметром, определяющим концентрацию свободных носителей заряда и ее зависимость от температуры. Управляя этим параметром, мы получаем возможность изменять концентрацию носителей заряда в очень широких пределах вследствие экспоненциальной зависимости функции распределения от энергии вблизи уровня Ферми.

В объемных полупроводниках возможности влиять на энергию связи электрона на примесном атоме, прикладывая, например, внешнее электрическое поле, весьма ограничены (для определенности далее, если не оговорено особо, будем говорить об электронах, имея в виду примеси донорного типа). Это связано, в частности, с тем, что электрическое поле слабо возмущает состояния непрерывного спектра, из которых формируется локализованное состояние. Иная картина наблюдается

в полупроводниковых гетероструктурах (ГС), сформированных на основе композитных полупроводников. Поскольку движение электронов в квантовых ямах ограничено движением в плоскости слоев, то, прикладывая сравнительно небольшое внешнее электрическое поле, перпендикулярное слоям, можно вызывать передислокацию электронной волновой функции из одной квантовой ямы в другую [1]. При этом происходит инверсия нижних энергетических подзон размерного квантования, и, как следствие, локализованное состояние, которое формируется главным образом из нижней подзоны, изменяет свою энергию связи и форму волновой функции [2].

Величина внешнего электрического поля, необходимого для передислокации волновых функций и изменения энергии связи примесного состояния, существенно определяется параметрами гетероструктуры (высотой барьеров, шириной квантовых ям и др.) При этом принципиально важным моментом является возможность оптимизации этих параметров с целью достижения максимальной передислокации волновых функций электронов в системе квантовых ям при минимальных значениях напряженности электрического поля. Этого можно добиться, выбирая параметры квантовых ям такими, чтобы в отсутствие поля экстремумы энергетических подзон размерного квантования были близки друг к другу и система, тем самым, приобретала необходимую чувствительность по отношению к внешним воздействиям. В то же время вследствие ограниченности движения электронов поперек слоев в системах квантовых ям верхний предел допустимых электрических полей значительно отодвигается по сравнению с соответствующими значениями для объемных материалов.

Следует отметить, что передислокация электронных волновых функций в системе квантовых ям может происходить не только во внешнем электрическом поле, но и под действием магнитных полей [3], электромагнитного излучения [4] или температуры [5].

2. Влияние передислокации электронной волновой функции на энергию ионизации примесного атома можно проследить в рамках метода эффективной массы. Уравнение Шрёдингера для огибающей  $\Phi(\mathbf{r}, z)$  электронной волновой функции имеет вид

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{\partial^2}{\partial \mathbf{r}^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) + U(z) - eFz + V(\mathbf{r}, z) \right] \times \Phi(\mathbf{r}, z) = F\Phi(\mathbf{r}, z), \quad (1)$$

где  $e$ ,  $m$  — заряд и эффективная масса электрона,  $U(z)$  — исходный потенциал ГС,  $V(\mathbf{r}, z)$  — потенциал, создаваемый примесным атомом,  $F$  — напряженность электрического поля. Ось  $z$  направлена вдоль оси роста ГС,  $\mathbf{r} = (x, y)$ . Огибающую волновой функции электрона, локализованного на примеси, можно представить в виде разложения по системе собственных функций уравнения (1), не включающего потенциал примеси. Эти функции записываются в виде

$$\varphi_{n\mathbf{k}}(\mathbf{r}, z; F) = S^{-1/2} \psi_n(z; F) \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}), \quad (2)$$

где  $S$  — нормировочная площадь (в плоскости  $xy$ ),  $\psi_n(z; F)$  — одномерная огибающая функция,  $n$  — номер подзоны квантования,  $\mathbf{k}$  — квазиимпульс свободного движения в плоскости  $xy$ .