

## Когерентные эффекты при рассеянии света в неупорядоченных системах

В.Л. Кузьмин, В.П. Романов

*Обзор посвящен современному состоянию проблемы когерентных эффектов при многократном рассеянии света в неупорядоченных системах. Рассматриваются когерентное обратное рассеяние света, временные и пространственные корреляции интенсивности света, проходящего через случайно-неоднородную среду, и когерентные эффекты, возникающие при многократном рассеянии на сильно шероховатых поверхностях. Излагается современное состояние теории, методы и результаты экспериментальных исследований. Практически все теоретические результаты удается проиллюстрировать соответствующими экспериментальными данными.*

PACS numbers: 42.25. Gy, 42.25. Fx, **42.30.-d**, 71.55. Jv

### Содержание

1. Введение (247).
  2. Когерентное обратное рассеяние света (249).
    - 2.1. Многократное рассеяние света. 2.2. Лестничные и циклические диаграммы. 2.3. Модель точечных рассеивателей. 2.4. Измерения когерентного обратного рассеяния. 2.5. Диффузионное приближение. 2.6. Временная корреляционная функция.
  3. Корреляционные функции интенсивности (263).
    - 3.1. Угловые и частотные корреляции. Эффект памяти. 3.2. Дальнействующие корреляции интенсивности. 3.3. Частотные корреляции и скорость переноса излучения.
  4. Рассеяние на сильно шероховатых поверхностях (272).
    - 4.1. Усиление обратного рассеяния. 4.2. Угловые корреляции при отражении.
  5. Заключение (276).
- Список литературы (277).

### 1. Введение

В настоящее время вызывают большой интерес исследования распространения и рассеяния света в сильно неоднородных неупорядоченных средах. Когерентный луч света, проходя через такую среду, в результате многократного рассеяния должен терять свойства когерентности. Однако, несмотря на рассеяние, приводящее к случайному распределению фазы волны, существует ряд

эффектов, в которых проявляются когерентность и интерференционные свойства излучения. Наиболее замечательные из них — это когерентное обратное рассеяние, пространственные и временные корреляции интенсивности света и усиление обратного рассеяния на шероховатых поверхностях. Поиск этих эффектов [1, 2] был в значительной мере облегчен тем, что они оказались классическими аналогами соответствующих квантовомеханических явлений, открытых ранее в физике неупорядоченных металлов (см. [3–6]).

Явление когерентного обратного рассеяния света состоит в резком возрастании интенсивности света, рассеянного сильно неоднородной средой, в малом телесном угле в направлении, противоположном направлению падения. Физическая картина этого эффекта достаточно проста. Пусть на систему падает когерентная плоская волна. В каждом акте упругого рассеяния изменяется направление и фаза волны. Рассеяние на случайно распределенных неоднородностях приводит к тому, что рассеянный свет становится полностью некогерентным. Однако каждой волне, обходящей некоторую последовательность рассеивателей, соответствует волна, обходящая эту же последовательность в противоположном направлении. Такие волны будут когерентными, но в силу случайного расположения рассеивателей интерференционный эффект пропадает для всех направлений, кроме рассеяния назад, когда оптические пути и суммарный сдвиг фаз для обеих волн строго одинаковы. Впервые этот эффект детально исследован в неупорядоченных металлах и известен как эффект слабой локализации электронов. Предсказанный теоретически эффект слабой локализации был подтвержден в начале 80-х годов в многочисленных экспериментах по измерению проводимости и магнитосопротивления в ограниченных металлических образцах, которые можно моделировать как одно-, двух- и трехмерные системы [3–6].

**В.Л. Кузьмин.** Санкт-Петербургский торгово-экономический институт, кафедра высшей математики. 194018 Санкт-Петербург  
Факс (812) 247-43-42

**В.П. Романов.** Санкт-Петербургский университет, физический факультет. 198904 Петродворец, Санкт-Петербург  
Факс (812) 427-72-40

Статья поступила 20 января 1995 г.,  
после доработки 26 октября 1995 г.

Впервые когерентное обратное рассеяние, как аналог слабой локализации электронов, наблюдалось одновременно Ван Альбадой и Лагендийком [1] и Вольфом и Маре [2] в концентрированных суспензиях латексов, а затем в работах [7] и [8]. В [1, 2] были обнаружены основные особенности эффекта: усиление близко к двойному, угловая зависимость пика обратного рассеяния близка к треугольной, существует зависимость от поляризации и размеров рассеивателей. Несколько ранее слабое усиление рассеяния назад, порядка 15 %, было обнаружено в [9, 10]. Оно интерпретировалось как результат интерференционных эффектов в рамках двукратного [11] и многократного [12] рассеяния.

Теория когерентного обратного рассеяния средой, занимающей полупространство, для скалярного поля была развита в [13, 14]. В [14] в рамках диффузионного приближения была объяснена треугольная форма пика обратного рассеяния. Эффекты поляризации были учтены в [15] для случая точечных рассеивателей. В рамках диффузионного приближения для уравнения переноса излучения в [16, 17] было показано что учет конечных размеров рассеивателей приводит к замене длины экстинкции на транспортную длину.

Временная автокорреляционная функция когерентного обратного рассеяния впервые измерялась в [18, 19] и была теоретически вычислена в [20].

При исследовании многократного рассеяния наблюдаются большие флуктуации интенсивности рассеянного света, которые оказываются скоррелированными. Теоретической и экспериментальной предпосылками для открытия корреляций интенсивности света послужили работы по исследованию флуктуаций проводимости в неупорядоченных металлах. Корреляционные свойства флуктуаций интенсивности оказываются аналогичными открытым ранее универсальным флуктуациям проводимости [21–25]. Было найдено, что среднеквадратичное отклонение полной проводимости образца, имеющего форму куба, от среднего значения (в единицах  $e^2/h$ ) порядка единицы и не зависит от размера куба, что обусловлено скоррелированностью флуктуаций в различных модах. Аналогичные корреляции были недавно открыты и интенсивно исследуются в оптике сильно неоднородных сред.

Теория флуктуаций интенсивности была развита в [26], в которой получена короткодействующая часть корреляционной функции интенсивности рассеяния. Дальнейшие асимптотики частотных, угловых и пространственных корреляционных функций интенсивности рассеянного света [27, 28] были найдены в рамках диаграммного метода Хиками [29]. В [28] показано, что корреляционная функция для света, прошедшего через слой конечной толщины, состоит из трех последовательно убывающих слагаемых: короткодействующего, соответствующего приближению факторизации Шапиро [26], более слабого дальнего действующего и члена, который не зависит от степени разнесенности флуктуирующих мод и соответствует универсальным флуктуациям проводимости. В [28] был обнаружен также новый эффект, названный авторами эффектом памяти. Он состоит в том, что после прохождения толстого слоя неоднородной среды лучи с той же разностью волновых векторов, что и на входе, оказываются скоррелированными, несмотря на многократное рассеяние.

Корреляционные функции интенсивности детально изучались во многих экспериментальных работах. В [19, 30] исследовалась временная корреляционная функция, в [31] — угловая и, в частности, эффект памяти, а в [32] — частотные корреляционные функции. В этих работах измерялась основная, короткодействующая часть корреляционных функций. А в [33, 34] измерялись дальнедействующие части частотных корреляционных функций.

Данные по частотной корреляционной функции позволили в [35] найти скорость переноса лучистой энергии в сильно неоднородных средах. Было установлено, что параметр, имеющий смысл скорости и входящий в классическое определение коэффициента диффузии света, может быть на порядок меньше скорости света.

Наряду с когерентными эффектами в многократном рассеянии в объемных системах недавно было обнаружено [36, 37] и интенсивно исследуется явление возрастания обратного рассеяния на сильно шероховатых поверхностях. Для исключения объемного рассеяния практически все измерения проводятся на металлических поверхностях. Когерентный эффект проявляет себя как отчетливый пик в угловом распределении отраженного света.

Для описания этого эффекта в [38, 39] использовано модифицированное приближение Кирхгофа. Разделив вклады однократного и двукратного рассеяния света, авторы показали, что за усиление отраженного рассеяния на шероховатостях отвечает циклическая диаграмма двукратного рассеяния. В [40] была развита последовательная теория многократного рассеяния на поверхностных флуктуациях.

Как и в случае объемного рассеяния, наряду с эффектом усиления обратного рассеяния наблюдаются корреляции интенсивности. Впервые угловые корреляционные функции на шероховатых поверхностях измерялись в [41, 42].

Проблемы распространения и рассеяния света в сильно неоднородных средах в режиме многократного рассеяния света, включая эффект когерентного обратного рассеяния, в течение многих лет теоретически изучались в работах Барабаненкова, Кравцова и др. В частности, авторы впервые использовали диффузионное приближение для описания эффектов когерентности. Систематически эти результаты изложены в [43].

Настоящий обзор построен следующим образом. В разделе 2 рассматривается когерентное обратное рассеяние. Приведены общие сведения из теории многократного рассеяния, обсуждается физический механизм явления, подробно изложена теория эффекта для случая точечных рассеивателей, представлены многочисленные экспериментальные результаты. Выражения, полученные в рамках диффузионного приближения для уравнения переноса излучения, позволяют описывать эффект для рассеивателей конечных размеров. Детально обсуждаются результаты для временных корреляционных функций.

В разделе 3 рассмотрен общий подход к расчету корреляционных функций интенсивности. Для света, прошедшего через слой конечной толщины, приведен вывод уравнений для угловых и частотных корреляционных функций. Обсуждаются экспериментальные результаты по измерению корреляций интенсивности. Рассмотрена проблема определения скорости переноса лучистой энергии в сильно неоднородных средах.

Раздел 4 посвящен теоретическим и экспериментальным исследованиям многократного рассеяния света на сильно шероховатых поверхностях.

## 2. Когерентное обратное рассеяние света

### 2.1. Многократное рассеяние света

Прохождение света через среду с сильно развитыми неоднородностями диэлектрической проницаемости сопровождается процессом рассеяния. Если длина свободного пробега фотонов значительно меньше линейных размеров среды, то распространение света происходит в режиме многократного рассеяния. При построении теории многократного рассеяния исходят из волнового уравнения для электромагнитного поля в случайно-неоднородной среде. Поскольку такое описание достаточно громоздко, часто используют волновое уравнение Гельмгольца для скалярного поля. Уравнение Гельмгольца применяют не только к акустическим задачам, но и к оптическим, поскольку при этом сохраняются основные черты явления, обусловленные многократностью рассеяния.

Мы ограничимся статическим случаем, когда можно пренебречь сдвигом частиц в процессе распространения волны. Волновое уравнение, описывающее монохроматическую электромагнитную волну в немагнитной диэлектрической среде со случайными неоднородностями диэлектрической проницаемости  $\epsilon(\mathbf{r})$ , имеет вид

$$(\text{rot rot} - k^2) \mathbf{E}_{\text{сл}}(\mathbf{r}) = k^2 \Delta \epsilon(\mathbf{r}) \mathbf{E}_{\text{сл}}(\mathbf{r}), \quad (2.1)$$

где  $\mathbf{E}_{\text{сл}}(\mathbf{r})$  — напряженность электрического поля в неоднородной случайной среде,  $k = \omega n/c$  — волновое число,  $\omega$  — круговая частота,  $n$  — средний показатель преломления,  $c$  — скорость света в вакууме. Множитель вида  $\exp(i\omega t)$ , описывающий временную зависимость поля, мы опускаем в силу статичности флуктуаций  $\epsilon(\mathbf{r})$ . Величина  $\Delta \epsilon(\mathbf{r}) = \epsilon(\mathbf{r}) - \epsilon$  описывает флуктуации диэлектрической проницаемости относительно среднего значения  $\epsilon = \langle \epsilon(\mathbf{r}) \rangle$ . Волновое уравнение (2.1) представляют в интегральной форме:

$$\mathbf{E}_{\text{сл}}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}(\mathbf{r}) + \int d\mathbf{r}_1 \hat{\mathbf{T}}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1) \frac{\Delta \epsilon(\mathbf{r}_1)}{4\pi} \mathbf{E}_{\text{сл}}(\mathbf{r}_1), \quad (2.2)$$

где  $\mathbf{E}(\mathbf{r})$  — среднее поле в однородной среде с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$ ,  $\hat{\mathbf{T}}(\mathbf{r})$  — пропагатор электромагнитного поля

$$\hat{\mathbf{T}}(\mathbf{r}) = (\hat{\mathbf{I}}k^2 + \nabla \nabla) \frac{\exp(ikr)}{\epsilon r}, \quad (2.3)$$

с точностью до множителя  $4\pi$  совпадающий с функцией Грина уравнения (2.1),  $\hat{\mathbf{I}}$  — единичный тензор. В рассматриваемых в обзоре задачах, связанных с переносом электромагнитного излучения, используется приближение дальней зоны, справедливое для пространственных масштабов, превышающих длину световой волны  $\lambda$

$$\hat{\mathbf{T}}(\mathbf{r}) = \frac{k^2}{\epsilon r} \left( \hat{\mathbf{I}} - \frac{\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}}{r^2} \right) \exp(ikr). \quad (2.4)$$

Интегральная интенсивность рассеяния определяется как величина квадратичная по напряженности электриче-

ского поля

$$I = \langle \mathbf{E}_{\text{сл}} \cdot \mathbf{E}_{\text{сл}}^* \rangle - \mathbf{E} \cdot \mathbf{E}^*. \quad (2.5)$$

Вычитание в (2.5) устраняет в интенсивности рассеяния мультипликативный вклад среднего поля. Определение (2.5) отличается от физического определения интенсивности как удельного потока энергии постоянным множителем.

Уравнение (2.2) решается методом итераций. Подставляя итерационный ряд в формулу (2.5), получают разложение по степеням флуктуаций  $\Delta \epsilon$ . Получаемый ряд описывает многократное рассеяние. В частности, интенсивность однократного рассеяния имеет вид

$$I_1 = (4\pi)^{-2} \int d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}'_1 T_{\alpha(0)\beta}(\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_1) T_{\alpha(0)\gamma}^*(\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}'_1) \times \langle \Delta \epsilon(\mathbf{r}_1) \Delta \epsilon(\mathbf{r}'_1) \rangle E_{\beta}(\mathbf{r}_1) E_{\gamma}^*(\mathbf{r}'_1), \quad (2.6)$$

двукратного

$$I_2 = (4\pi)^{-4} \int d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 d\mathbf{r}'_1 d\mathbf{r}'_2 T_{\alpha(0)\beta}(\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_1) \times T_{\beta\gamma}(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) T_{\alpha(0)\delta}^*(\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}'_1) T_{\delta\mu}^*(\mathbf{r}'_1 - \mathbf{r}'_2) \times \langle \Delta \epsilon(\mathbf{r}_1) \Delta \epsilon(\mathbf{r}_2) \Delta \epsilon(\mathbf{r}'_1) \Delta \epsilon(\mathbf{r}'_2) \rangle - \langle \Delta \epsilon(\mathbf{r}_1) \Delta \epsilon(\mathbf{r}_2) \rangle \langle \Delta \epsilon(\mathbf{r}'_1) \Delta \epsilon(\mathbf{r}'_2) \rangle E_{\gamma}(\mathbf{r}_2) E_{\mu}^*(\mathbf{r}'_2) \quad (2.7)$$

и т.д., где  $\mathbf{r}_0$  — точка наблюдения. Как обычно, предполагается суммирование по повторяющимся индексам, кроме индекса  $\alpha(0)$ , определяющего поляризацию рассеянного света. Поскольку обычно расстояние до точки наблюдения значительно превосходит размеры освещенной области, в пропагаторах  $T_{\alpha(0)\beta}(\mathbf{r}_0 - \mathbf{r})$ , связанных с точкой наблюдения, выделяют множитель, описывающий плоскую волну, с волновым вектором  $\mathbf{k}_s = (\mathbf{r}_0/r_0)k$ , направленным в точку наблюдения,

$$T_{\alpha(0)\beta}(\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}) = \frac{k^2}{\epsilon r_0} \left( \delta_{\alpha(0)\beta} - \frac{k_{s\alpha(0)}k_{s\beta}}{k^2} \right) \exp(ikr_0 - i\mathbf{k}_s \cdot \mathbf{r}) \equiv T_{\alpha(0)\beta} \exp(ikr_0 - i\mathbf{k}_s \cdot \mathbf{r}). \quad (2.8)$$

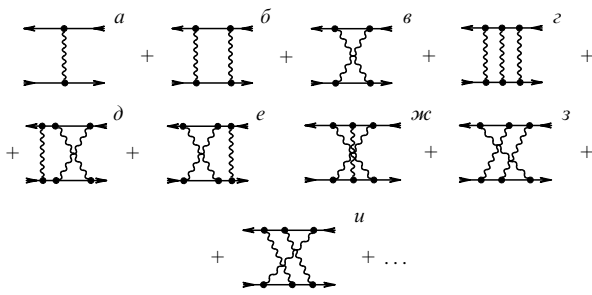
В общем случае  $n$ -кратное рассеяние определяется  $2n$ -частичным средним  $\langle \Delta \epsilon(\mathbf{r}_1) \dots \Delta \epsilon(\mathbf{r}_{2n}) \rangle$ . В гауссовом приближении это среднее представляется в виде всевозможных комбинаций парных корреляторов

$$G(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) = \langle \Delta \epsilon(\mathbf{r}_1) \Delta \epsilon(\mathbf{r}_2) \rangle. \quad (2.9)$$

Отдельные члены итерационного ряда для интенсивности рассеяния иллюстрируются диаграммами. На рис. 1 представлены диаграммы, описывающие одно-, дву- и трехкратное рассеяние. Выражение, соответствующее каждой диаграмме, представляет собой тензор четвертого ранга. Для получения интенсивности рассеяния необходимо свернуть этот тензор справа с произведением амплитуд падающего поля, а слева подействовать парой комплексно сопряженных пропагаторов (2.8).

### 2.2. Лестничные и циклические диаграммы

В общем случае в диаграммах область сходимости пространственных интегралов определяется длиной волны. Однако в диаграммах, которые называют лестничными (диаграммы вида  $\bar{b}$ ,  $\bar{z}$  на рис. 1), осциллирующие множители  $\hat{\mathbf{T}}(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) \hat{\mathbf{T}}^*(\mathbf{r}'_i - \mathbf{r}'_j)$  в комплексно сопря-



**Рис. 1.** Диаграммное изображение однократного (а), двукратного (б), (в) и трехкратного (г)–(и) рассеяния. Диаграммы (а), (б), (в) — лестничные, диаграммы (г), (ж) — циклические. Луч со стрелкой представляет собой падающую плоскую волну  $\exp(i\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r})$  с волновым вектором  $\mathbf{k}_i$  и рассеянную, выходящую волну  $\exp(-i\mathbf{k}_s \cdot \mathbf{r})$  с волновым вектором  $\mathbf{k}_s$ . Отрезок прямой представляет собой пропагатор  $\hat{T}(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)$ . В нижней линии подразумевается комплексное сопряжение, которому соответствует изменение направления стрелок и замена  $\hat{T}$  на  $\hat{T}^*$ . Волнистая линия, соединяющая вершины с координатами  $\mathbf{r}_i, \mathbf{r}'_j$ , соответствует корреляционной функции  $(4\pi)^{-2} \langle \Delta\epsilon(\mathbf{r}_i) \Delta\epsilon(\mathbf{r}'_j) \rangle$ . В каждой вершине подразумевается интегрирование по объему и суммирование по поляризациям. Вычитание в (2.5) гарантирует, что в ряду для интенсивности  $I$  отсутствуют несвязные диаграммы, в которых волнистые линии соединяют только верхние, либо нижние вершины

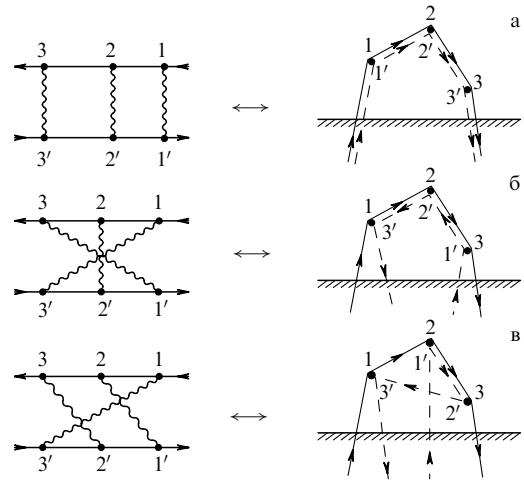
женных парах взаимно компенсируются и сходимость определяется длиной экстинкции:

$$\exp(ik|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j| - ik^*|\mathbf{r}'_i - \mathbf{r}'_j|) = \exp(-\sigma|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|) \quad (2.10)$$

при  $|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j| \gg |\mathbf{r}_i - \mathbf{r}'_i|, |\mathbf{r}_j - \mathbf{r}'_j|$ , где  $\sigma = 2n_2k_0$  — коэффициент экстинкции,  $\sigma = l_{\text{ext}}^{-1}$ ,  $k_0 = 2\pi/\lambda$ ,  $n_2$  — мнимая часть показателя преломления. Поэтому именно последовательность лестничных диаграмм обычно определяет ряд многократного рассеяния.

Из рис. 1 видно, что диаграммы в и ж в точности совпадают с диаграммами б и г при  $\mathbf{k}_s = -\mathbf{k}_i$ , т.е. при рассеянии строго назад. Это относится вообще ко всем диаграммам такого типа, называемым циклическими. Формально циклические диаграммы — это максимально перекрестные диаграммы. Схематически равенство лестничных и циклических диаграмм можно проиллюстрировать следующей последовательностью преобразований: исходные циклические диаграммы в, ж путем переворачивания нижней линии на 180° превращаются в лестничные при дополнительном изменении направления волновых векторов в нижней линии на противоположное. Получающиеся диаграммы совпадают с соответствующими лестничными при  $\mathbf{k}_s = -\mathbf{k}_i$ .

Впервые равенство циклических и лестничных диаграмм при  $\mathbf{k}_s = -\mathbf{k}_i$  было обнаружено еще в 1966 г. [44]. Именно этот факт лежит в основе эффекта когерентного обратного рассеяния. Поясним его путем сопоставления диаграмм и соответствующих им физических процессов рассеяния [45] (рис. 2). Лестничные диаграммы (рис. 2а) описывают процессы рассеяния, когда две волны, распространяясь параллельно друг другу, после любого акта рассеяния остаются когерентными, проходя одинаковые оптические пути. Циклические диаграммы (рис. 2б) описывают случай, когда второй луч обходит те же неоднородности, но в противоположном направлении. Видно, что эти два луча станут некогерентными при усреднении по различным положениям рассеивателей,



**Рис. 2.** Сопоставление диаграмм трехкратного рассеяния и соответствующих физических процессов

за исключением случая рассеяния строго назад. Мы привели также пример диаграммы трехкратного рассеяния с промежуточным числом пересечений волнистых линий (рис. 2в). Соответствующая физическая схема показывает, что для нее условие когерентности не выполняется никогда, поскольку оптические пути двух волн всегда будут различны.

Физическая картина когерентного обратного рассеяния легко описывается в терминах волновых векторов [2, 4]. Рассмотрим плоскую волну с волновым вектором  $\mathbf{k}_i$ , испытывающую ряд упругих актов рассеяния. Они задаются последовательностью переизлучений с волновыми векторами  $\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \dots, \mathbf{k}_n$ , где  $\mathbf{k}_j$  — волновой вектор после  $j$ -го акта рассеяния,  $\mathbf{k}_n = \mathbf{k}_s$ . Для каждой такой последовательности переизлучений имеется обратная последовательность, определяемая набором волновых векторов  $\mathbf{k}_i, -\mathbf{k}_{n-1}, -\mathbf{k}_{n-2}, \dots, -\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_s$ . Для рассеяния строго назад ( $\mathbf{k}_s = -\mathbf{k}_i$ ) волны, соответствующие этим двум последовательностям в пространстве волновых векторов, имеют одинаковые фазы на выходе из среды и при интерференции усиливают друг друга. Если рассеянная волна направлена не строго назад, фазовый сдвиг между этими двумя волнами имеет величину порядка  $(\mathbf{k}_i + \mathbf{k}_s) \cdot (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_n)$ , где  $\mathbf{r}_1$  и  $\mathbf{r}_n$  — координаты первого и последнего актов рассеяния. Тогда ширина интерференционного максимума  $\theta$  может быть оценена из соотношения

$$|\mathbf{k}_s + \mathbf{k}_i| \langle |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2| \rangle \sim |\mathbf{k}_s + \mathbf{k}_i| l_{\text{ext}} < 1. \quad (2.11)$$

Поскольку  $|\mathbf{k}_s + \mathbf{k}_i| \approx k\theta$ , то пик обратного рассеяния должен иметь вид конуса с угловой шириной порядка  $\lambda/l_{\text{ext}}$ . Таким образом, без учета однократного рассеяния, циклические диаграммы приводят к удвоению интенсивности рассеяния в обратном направлении.

Ранее эффект той же физической природы был открыт в неупорядоченных металлах и известен как эффект слабой локализации [3–6]. Он состоит в квантовой интерференции электронов проводимости, которая возникает в результате многократного рассеяния на дефектах в металлах. Это явление наблюдается при достаточно низких температурах, когда время между неупругими столкновениями  $\tau_i$  на несколько порядков

больше, чем время между упругими столкновениями  $\tau_0$ . В результате электрон может испытывать многократные рассеяния на дефектах без потери энергии.

Электрон с начальным волновым вектором  $\mathbf{k}_i$  в процессе упругих рассеяний переходит в конечное состояние с волновым вектором  $\mathbf{k}_s = -\mathbf{k}_i$  двумя способами: либо через серию изменений волнового вектора  $\Delta\mathbf{k}_1, \Delta\mathbf{k}_2, \dots, \Delta\mathbf{k}_n$ , либо в обратном порядке  $\Delta\mathbf{k}_n, \Delta\mathbf{k}_{n-1}, \dots, \Delta\mathbf{k}_1$ . При упругих столкновениях модуль волнового вектора сохраняется, и обе волны будут интерференционно усиливать друг друга. Можно считать, что эта когерентность выполняется для времени, не превышающего время неупругих столкновений  $\tau_i$ .

Физически этот эффект проявляется в аномальной зависимости проводимости от температуры в области низких температур [46, 47]. Короткий импульс электрического поля создает импульс тока, который затухает экспоненциально за счет упругих столкновений с характерным временем  $\tau_0$ . Интерференционный эффект проявляется в виде импульса тока в противоположном направлении, затухающего со временем  $t$  по степенному закону, в частности, в двумерном случае для пленки, как  $1/t$ . Проводимость постоянного тока  $L_{\text{пр}}$  получается интегрированием среднего импульса по времени. Нормальный вклад пропорционален  $\tau_0$ , а противоток, называемый электронным эхо, приводит к зависимости вида  $\ln(\tau_i/\tau_0)$ . В результате для проводимости  $L_{\text{пр}}$  было получено выражение [46, 47]

$$L_{\text{пр}} = \frac{n^2 e^2 \tau_0}{m} - \frac{e^2}{2\pi^2 \hbar} \ln\left(\frac{\tau_i}{\tau_0}\right). \quad (2.12)$$

Другое проявление эффекта когерентного обратного рассеяния состоит в аномально большой зависимости сопротивления от напряженности магнитного поля [48]. Она возникает за счет того, что магнитное поле по-разному влияет на электроны, движущиеся в противоположных направлениях. Это приводит к фазовому сдвигу двух интерферирующих волн, т.е. потере когерентности. В результате в магнитном поле сопротивление уменьшается. Таким образом, аномалия электронной проводимости и когерентное обратное рассеяние возникают за счет интерференции волн, описываемых в одном случае уравнением Шрёдингера, а в другом уравнением Максвелла. Формально этот интерференционный вклад возникает в обоих случаях за счет циклических диаграмм.

### 2.3. Модель точечных рассеивателей

Модель среды с точечными рассеивателями позволяет аналитически решить задачу когерентного обратного рассеяния, включая поляризационные эффекты [15].

Приближение точечных рассеивателей означает условие  $r_c \gg \lambda$  ( $r_c$  — радиус корреляции), которое обычно записывают в виде [15]

$$\langle \Delta\epsilon(\mathbf{r}_i) \Delta\epsilon(\mathbf{r}_j) \rangle = (4\pi)^2 g_0 \delta(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j), \quad (2.13)$$

где

$$g_0 = (4\pi)^{-2} \int d\mathbf{r} \langle \Delta\epsilon(0) \Delta\epsilon(\mathbf{r}) \rangle. \quad (2.14)$$

В приближении точечных рассеивателей (2.13) вершины, соединенные волнистыми линиями, на диаграм-

мах можно совместить. В результате диаграммы, описывающие многократное рассеяние, представляются в виде петель. Суммирование интенсивностей многократного рассеяния для лестничных и циклических диаграмм сводится к вычислению суммы ряда петель

$$\text{петель} = \text{петель}_1 + \text{петель}_2 + \text{петель}_3 + \dots, \quad (2.15)$$

где сумма  $\hat{S}$ , называемая лестничным пропагатором переноса излучения, представлена заштрихованным овалом. В литературе [20, 49] наряду с пропагатором  $\hat{S}$  вводят пропагатор  $\hat{L}$ , который включает в себя дополнительно вклад однократного рассеяния и определяется в виде

$$L_{\alpha\beta, \mu\nu}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = (4\pi)^2 [g_0 k_0^4 \delta_{\alpha\mu} \delta_{\beta\nu} \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) + g_0^2 k_0^8 S_{\alpha\beta, \mu\nu}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)]. \quad (2.16)$$

Вклад в рассеяние всех лестничных диаграмм, за исключением однократного, имеет вид

$$I_{\alpha(0)}^{(L)}(\mathbf{r}_0) = T_{\alpha(0)\alpha} T_{\alpha(0)\beta} g_0^2 \int d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 S_{\alpha\beta, \mu\nu}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \times \exp[i\mathbf{r}_1(\mathbf{k}_i - \mathbf{k}_i^*) - i\mathbf{r}_2(\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_s^*)] E_\mu E_\nu^*, \quad (2.17)$$

а циклических —

$$I_{\alpha(0)}^{(C)}(\mathbf{r}_0) = T_{\alpha(0)\alpha} T_{\alpha(0)\beta} g_0^2 \int d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 S_{\alpha\nu, \mu\beta}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \times \exp[i\mathbf{r}_1 \cdot (\mathbf{k}_i + \mathbf{k}_s^*) - i\mathbf{r}_2 \cdot (\mathbf{k}_i^* + \mathbf{k}_s)] E_\mu E_\nu^*. \quad (2.18)$$

Из выражения (2.17) видно, что вклад лестничных диаграмм практически не зависит от углов. Действительно, в показателях экспонент (2.17) вещественные части волновых векторов  $\mathbf{k}_i$  и  $\mathbf{k}_s$  сокращаются. Это означает, что интеграл для всех направлений рассеяния определяется их мнимой частью, т.е. длиной экстинкции. Для циклических диаграмм (2.18) эта зависимость, наоборот, очень сильная, поскольку величина интеграла практически для всех направлений, кроме  $\mathbf{k}_s = -\mathbf{k}_i$ , определяется осциллирующим множителем с характерной величиной порядка длины волны.

Петли в (2.15) образованы парой комплексно сопряженных пропагаторов

$$T_{\alpha\mu}(\mathbf{r}) T_{\beta\nu}^*(\mathbf{r}) = \frac{k_0^4 \exp(-\sigma r)}{r^2} \left( \delta_{\alpha\mu} - \frac{r_\alpha r_\mu}{r^2} \right) \times \left( \delta_{\beta\nu} - \frac{r_\beta r_\nu}{r^2} \right) \equiv k_0^4 A_{\alpha\beta, \mu\nu}(\mathbf{r}). \quad (2.19)$$

Обычно для простоты при суммировании ряда (2.15) ограничиваются скалярным полем. Поскольку в экспериментах существенную роль играют поляризационные эффекты, мы изложим решение задачи для электромагнитного поля, полученное впервые Стефеном и Квиллином [15].

Последовательность всех петлевых диаграмм можно представить в виде ряда

$$\hat{S} = \hat{\Lambda} + \xi \hat{\Lambda} \hat{\Lambda} + \xi^2 \hat{\Lambda} \hat{\Lambda} \hat{\Lambda} + \dots, \quad (2.20)$$

где величина  $\xi = k_0^4 g_0$  с точностью до численного множителя совпадает с обратной длиной экстинкции в

борновском приближении [50]. Ряд (2.20) формально суммируется и приводит к уравнению для пропагатора переноса излучения

$$\hat{S}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \hat{A}(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) + \xi \int \hat{A}(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_3) \hat{S}(\mathbf{r}_3, \mathbf{r}_2) d\mathbf{r}_3. \quad (2.21)$$

Безразмерным параметром разложения этого уравнения является величина порядка  $\xi \int A(\mathbf{r}) d\mathbf{r}$ . Из оценки  $A(\mathbf{r}) \sim r^{-2} \exp(-r/l_{\text{ext}})$  и определения  $\xi$  следует, что величина этого параметра порядка единицы.

Для безграничной однородной среды решение находится путем преобразования Фурье и приводит к асимптотическому закону убывания вида  $|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|^{-1}$  на расстояниях  $|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2| \gg l_{\text{ext}}$ . Отметим, что этот результат нетривиален, поскольку внеинтегральный член убывает много быстрее. Однако это решение применимо только в глубине рассеивающей среды на расстояниях от границы  $l \gg l_{\text{ext}}$ , где падающее поле полностью затухает. Отсюда ясно, что в любой рассматриваемой задаче существенным является учет граничных условий и нахождение пропагатора в приграничном слое толщиной, соизмеримой с  $l_{\text{ext}}$ .

Обычно рассматривается задача о рассеянии света полупространством, начиная с классических работ Милна и Шварцшильда [51]. Даже для такой простой геометрии тензорное уравнение (2.21) не удается решить точно. В работе [15] в силу соответствия между асимптотикой вида  $r^{-1}$  и электростатикой решение для полупространства  $z \geq 0$  было получено методом зеркальных отображений в виде

$$\hat{S}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \hat{S}_0(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) - \hat{S}_0(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2^{(s)}), \quad (2.22)$$

где  $\hat{S}_0(\mathbf{r})$  — решение уравнения (2.21) для однородной среды,  $\mathbf{r}_2^{(s)} = (x_2, y_2, -z_2)$  — точка зеркального отображения по отношению к  $\mathbf{r}_2$ .

В [14, 16] был применен аналогичный подход, использующий классические результаты [51] для скалярного поля. Пропагатор  $\hat{S}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$  записывался в виде

$$\hat{S}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \hat{S}_0(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) - \hat{S}_0(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2^{(A)}), \quad (2.23)$$

где  $\mathbf{r}_2^{(A)} = (x_2, y_2, -z_2 - 2z_0)$ . Величина  $z_0$  в соответствии с решением Милна была выбрана равной  $z_0 = (2/3) l_{\text{ext}}$ . Учет граничных условий согласно [15] означает, что функция  $\hat{S}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = 0$ , когда одна из точек  $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2$  попадает на границу раздела  $z = 0$ . Аппроксимация [14, 16] соответствует тому же требованию, но для плоскости  $z = -(2/3) l_{\text{ext}}$ .

Метод отображений вида (2.22), (2.23) можно считать оправданным для пропагатора вида  $1/r$ , т.е. вида  $q^{-2}$  в представлении Фурье. Авторы [15] применяют, однако, такую аппроксимацию и для пропагаторов вида  $(q^2 + \mu^2)^{-1}$ , т.е. без особенности в нуле. Таким образом, задачу сводят к отысканию пропагатора  $\hat{S}_0(\mathbf{r})$  для однородной среды. В этом случае после перехода к представлению Фурье интегральное уравнение (2.21) превращается в систему алгебраических уравнений для компонента тензора  $\tilde{S}(\mathbf{q})$

$$\tilde{S}_{\alpha\beta, \gamma\delta}(\mathbf{q}) = \tilde{A}_{\alpha\beta, \gamma\delta}(\mathbf{q}) + \xi \tilde{A}_{\alpha\beta, \mu\nu}(\mathbf{q}) \tilde{S}_{\mu\nu, \gamma\delta}(\mathbf{q}), \quad (2.24)$$

где

$$\tilde{S}(\mathbf{q}) = \int \hat{S}_0(\mathbf{r}) \exp(i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}) d\mathbf{r} \quad (2.25)$$

— фурье-образ пропагатора переноса излучения, а величина  $\tilde{A}(\mathbf{q})$  с учетом (2.19) имеет вид

$$\tilde{A}_{\alpha\beta, \gamma\delta}(\mathbf{q}) = \int \frac{d\mathbf{r}}{r^2} \left( \delta_{\alpha\gamma} - \frac{r_\alpha r_\gamma}{r^2} \right) \left( \delta_{\beta\delta} - \frac{r_\beta r_\delta}{r^2} \right) \exp(-i\mathbf{q}\mathbf{r} - \sigma r). \quad (2.26)$$

В силу аксиальной симметрии этого выражения относительно вектора  $\mathbf{q}$  компоненты тензора (2.26) (см., например, [52, 53]) вычисляются в системе координат с осью  $z$ , направленной вдоль вектора  $\mathbf{q}$ .

Считая, что начальное излучение падает по нормали к границе раздела, а рассеяние назад рассматривается в плоскости  $(x, z)$  под малым углом  $\theta \geq 0$ , отсчитываемом от обратного направления, получаем выражения для интенсивностей рассеяния различных поляризаций начального и конечного излучения для циклических диаграмм

$$I_V^{(C)V} = A \int_{-\infty}^{\infty} dq_z f(q_z) \tilde{S}_{xx, xx}(\mathbf{q}), \quad (2.27)$$

$$I_V^{(C)H} = I_H^{(C)V} = A \int_{-\infty}^{\infty} dq_z f(q_z) [\tilde{S}_{xy, yx}(\mathbf{q}) \cos^2 \phi + \tilde{S}_{xz, zx}(\mathbf{q}) \sin^2 \phi], \quad (2.28)$$

где

$$A = \frac{k_0^4 g_0^2 S |E|^2}{2\pi r_0^2},$$

$S$  — площадь освещенной поверхности, с которой собирается рассеянное излучение,  $\mathbf{q} = (k_0\theta, 0, q_z)$ ,  $\phi = \arctan(k_0\theta/q_z)$ . Функция  $f(q_z)$  возникает от интегрирования по координатам  $z$  и  $z_1$ . Ее вид зависит от формы, в которой учитываются граничные условия

$$f(q) = \begin{cases} \frac{2q^2}{(q^2 + \sigma^2)^2} & \text{для аппроксимации (2.22),} \\ \frac{(\sigma^2 - q^2)[1 - \cos(2qz_0)]}{(q^2 + \sigma^2)^2} + \\ + \frac{2q^2 - q\sigma \sin(2qz_0)}{(q^2 + \sigma^2)^2} & \text{для аппроксимации (2.23).} \end{cases} \quad (2.29)$$

Индексы H и V у интенсивностей обозначают поляризацию в плоскости и перпендикулярно плоскости рассеяния, верхний индекс относится к падающему, а нижний — к рассеянному свету.

Соответствующие выражения для вкладов лестничных диаграмм получаются из (2.27)–(2.29) подстановкой  $\theta = 0$  в аргументах пропагатора и заменой в выражении для деполаризованной компоненты величины  $\tilde{S}_{xy, yx}$  на  $\tilde{S}_{xx, yy}$ .

При малых значениях аргумента  $q\sigma^{-1}$  компонента  $\tilde{S}_{xx, xx}$ , определяющая согласно (2.27) вклад в поляризованную составляющую интенсивности рассеяния от циклической диаграммы, имеет полюс вида  $q^{-2}$ . Физически этот полюс соответствует в реальном пространстве

дальнодействию пропагатора вида  $r^{-1}$ , которое без учета граничных условий приводит к расходимости при  $\theta = 0$ . Лестничные диаграммы при этом расходятся всегда. Если оставить в пропагаторе  $\tilde{S}$  только асимптотику вида  $q^{-2}$ , то интеграл по  $q_z$  легко вычисляется. При этом с учетом граничных условий (2.22) получается [15]

$$I_V^{(C)V}(\theta) = \frac{8\pi^2 A}{3} \frac{1}{(\sigma + k_0\theta)^2}. \quad (2.30)$$

Эта формула объясняет треугольную зависимость интенсивности поляризованной компоненты от угла рассеяния вида  $1 - 2k_0\theta/\sigma$ , обнаруженную в эксперименте [1, 2].

Асимптотика  $q^{-2}$  с учетом граничных условий в форме (2.23) приводит к зависимости от угла  $\theta$  вида [14, 16]

$$I_V^{(C)V}(\theta) \sim \frac{1}{(\sigma + k_0\theta)^2} \left\{ 1 + \frac{\sigma}{k_0\theta} [1 - \exp(-2k_0\theta z_0)] \right\}. \quad (2.31)$$

Компоненты тензора  $\tilde{S}$ , определяющие деполаризованное рассеяние от циклических диаграмм, не имеют особенности при  $q = 0$ , что приводит к лоренцевскому контуру при малых  $\theta$  [15]. Компонента  $I_H^{(C)H}$ , как и компонента  $I_V^{(C)V}$ , содержит в подынтегральном выражении полюс вида  $q^{-2}$  и также имеет треугольную форму.

Использование асимптотики вида  $q^{-2}$  для пропагатора соответствует расстояниям  $r \gg l_{\text{ext}}$ , когда применимо диффузионное приближение уравнения переноса излучения [54, 55]. В случае рассеяния на частицах конечных размеров диффузионное приближение приводит к замене длины экстинкции  $l_{\text{ext}} = \sigma^{-1}$  в (2.30) или (2.31) на транспортную длину  $l_{\text{tr}}$ , которая может значительно превышать  $l_{\text{ext}}$ .

#### 2.4. Измерения когерентного обратного рассеяния

Эксперименты по исследованию когерентного обратного рассеяния наиболее часто проводятся для водных суспензий латексов или для твердых систем типа керамики. Типичная установка для исследования когерентного

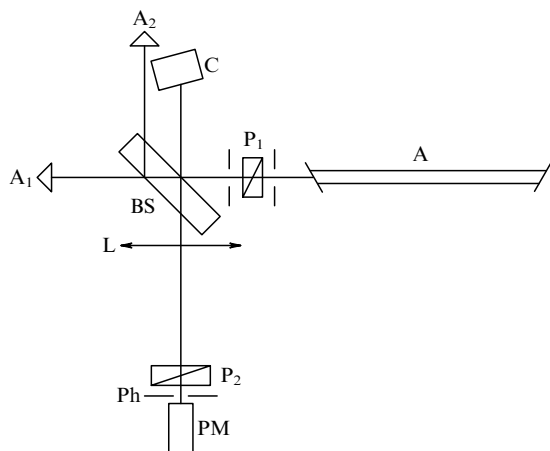


Рис. 3. Схема установки для изучения эффекта когерентного обратного рассеяния. С — кювета, BS — светоделительная пластинка, L — линза, P<sub>1</sub>, P<sub>2</sub> — поляризаторы, Ph — диафрагма, PM — фотоумножитель, A<sub>1</sub>, A<sub>2</sub> — светопоглощающие ячейки, А — источник света

обратного рассеяния приведена на рис. 3 [56, 57]. Источником света служил лазер с расходимостью  $\sim 0,6$  мрад. Луч света, проходя через поляризатор P<sub>1</sub>, попадал на разделительную пластинку BS, с помощью которой часть излучения лазера вводилась в исследуемую среду. Поскольку изучалось рассеяние на углах в окрестности 180°, то рассеянное излучение по пути к фотоприемнику снова проходило через разделительную пластину. Основное требование к этому элементу — не исказить падающий пучок и не увеличивать его расходимость. В частности, в [57] использовалась пластина толщиной 2 см и параллельностью не хуже 30". Пластина большой толщины удобна при юстировке и позволяет с высокой точностью определять положение фокальной плоскости длиннофокусного объектива L. Второй луч, отраженный от делительной пластины, используется для точной юстировки всей установки. Рассеянное излучение через поляризатор P<sub>2</sub> и диафрагму Ph диаметром 0,2 мм попадает в фотоумножитель. Корректная постановка экспериментов по исследованию обратного рассеяния предполагает анализ и подавление помех, связанных с диффузным отражением и рассеянием всеми оптическими элементами установки.

В [1] наблюдали усиление обратного рассеяния в концентрированном растворе латекса для различных поляризаций. Источником света служил He-Ne лазер мощностью 5 мВт. Интенсивность рассеянного света измерялась детектором, который перемещался в фокальной плоскости линзы, помещенной непосредственно за делительной пластиной. Точность измерения угла составляла 0,37 мрад. Величина фона была меньше 1 % от уровня сигнала, когда не использовался поляризатор, и не превышала 10 % для самого слабого зарегистрированного сигнала при использовании поляризатора. В качестве рассеивающей системы использовалась 10 %-ная по весу суспензия латекса в воде. Меньшие концентрации получались путем добавления воды, а большие — путем осаждения частиц и сливания части воды.

На рис. 4 представлены экспериментальные результаты для различных концентраций латекса. По мере увеличения концентрации ширина углового конуса возрастает, а отношение максимума пика к подложке стремится к насыщению, которое составило 1,4. Вне углового пика рассеяние света целиком деполаризовано, а внутри углового конуса поляризация частично сохранялась, т.е. деполаризованная компонента была значительно меньше поляризованной.

В работе были измерены параметры однократного рассеяния и вычислена длина экстинкции, которая связана с потерями света на рассеяние, поскольку полистирольные шарики не поглощают свет. Так, в латексе с объемной концентрацией частиц  $14,1 \times 10^{16} \text{ м}^{-3}$  для света с длиной волны 633 нм она оказалась равной  $l_{\text{ext}} = 2,6$  мкм. По индикатрисе был вычислен средний косинус угла рассеяния  $\langle \cos \Theta_s \rangle = 0,93$  и найдена транспортная длина  $l_{\text{tr}} = l_{\text{ext}} / (1 - \langle \cos \Theta_s \rangle)$ , по которой была определена полуширина конуса обратного рассеяния. Теоретическое значение 3,3 мрад оказалось в удовлетворительном согласии с экспериментальным: 1,6 мрад.

В [2] также исследовалось многократное рассеяние света в водной суспензии латекса. Источником света служил аргоновый лазер с длиной волны 0,515 мкм. Шарики латекса имели диаметры 0,109, 0,35, 0,46 и 0,8 мкм, так что характер рассеяния света на них менялся

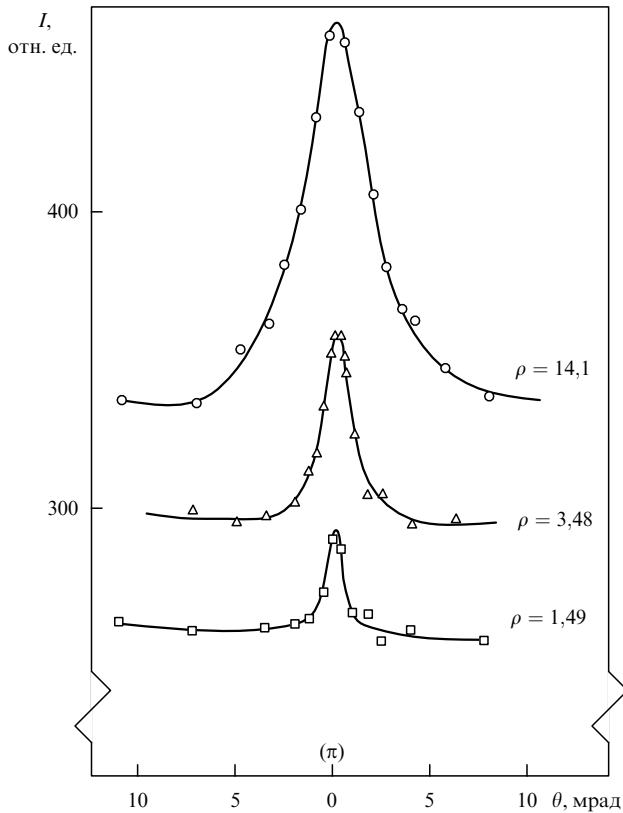


Рис. 4. Угловая зависимость интенсивности обратного рассеяния водной суспензией шариков латекса диаметром 1,091 мкм в воде при разных плотностях  $\rho$  в единицах  $10^{16} \text{ м}^{-3}$ ,  $\lambda = 633 \text{ нм}$  [1]

от чисто рэлеевского до рассеяния, описываемого в приближении Рэля–Ганса. Исходная объемная концентрация шариков составляла 10 % и уменьшалась последовательным разбавлением.

В экспериментальной установке лазерный луч пропусклся через длиннофокусную линзу с фокусным расстоянием 2 м для уменьшения расходимости лазерного луча, которая после этого была меньше 1 мрад. Часть лазерного излучения отражалась от тонкой стеклянной пластинки толщиной 0,1 мм. Образец помещался в прямоугольную кварцевую ячейку с поперечным размером  $10 \times 10 \text{ мм}^2$ . Для всех использованных образцов диаметр лазерного луча ( $\sim 2 \text{ мм}$ ) был гораздо больше средней длины свободного пробега фотонов, т.е. образец мог считаться полубесконечным. Точка падения луча на образец помещалась в центре стола гониометра. Две круглых диафрагмы диаметром 0,8 мм, расположенные на поворотной части гониометра на расстояниях 0,25 и 1,0 м от ячейки, определяли направление рассеянного луча с угловым разрешением около 3 мрад. Далее свет проходил через анализатор с линейной поляризацией и интерференционный фильтр, а затем попадал на фотодетектор.

На рис. 5 показано изменение пика обратного рассеяния для разных объемных концентраций латекса. Ширина пика линейно растет с концентрацией. На рис. 6 приведена угловая зависимость пика для поляризованной и деполаризованной компонент.

В [7] проводились исследования когерентного обратного рассеяния на системе, представляющей собой

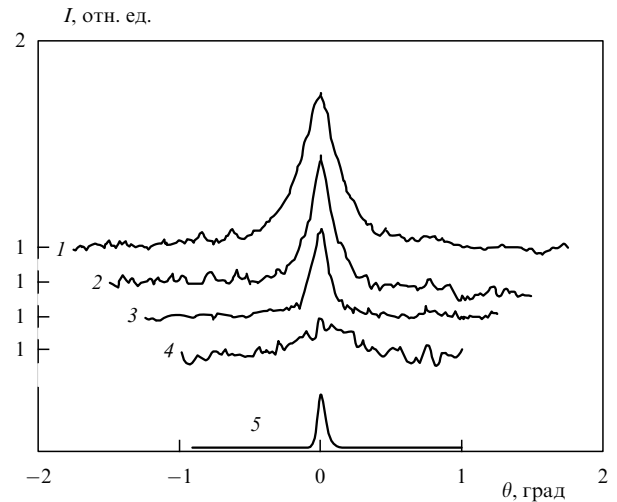


Рис. 5. Угловая зависимость пика обратного рассеяния поляризованной компоненты суспензии латекса диаметром 0,46 мкм при разных объемных концентрациях  $C_L$ : 1 —  $C_L = 0,11$ , 2 —  $C_L = 0,02$ , 3 —  $C_L = 0,026$ , 4 —  $C_L = 0,004$ . Все кривые нормированы на их значения вне пика. 5 — аппаратная функция

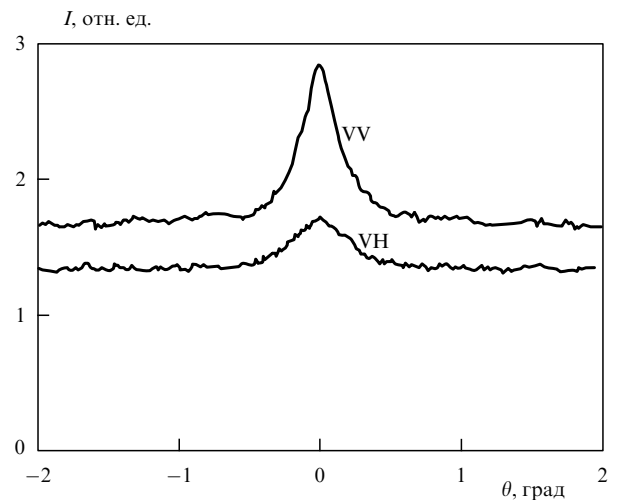


Рис. 6. Поляризационная зависимость пика когерентного обратного рассеяния для 10 %-ной водной суспензии латекса диаметром 0,46 мкм. Поляризованная (VV) и деполаризованная (VH) компоненты приведены к одному масштабу [2]

"пену" из стеклянных шариков  $\text{SiO}_2$  в воздухе, которая стабилизировалась путем специальной обработки. Толщина образцов менялась от нескольких микрон до нескольких миллиметров. Размер частиц измерялся на электронном микроскопе и менялся от 0,1 до 0,2 мкм. Экспериментальная установка была аналогична использовавшейся в [1, 2, 56]. В угловой зависимости наблюдались очень сильные флуктуации интенсивности. Для их исключения в работе проведена процедура статистического усреднения. Она реализовывалась либо смещением образца, т.е. измерением в разных точках, либо небольшим поворотом вокруг оси луча, т.е. измерением в разных направлениях. В результате усреднения удалось выделить пик обратного рассеяния.

В [8] исследовалось когерентное обратное рассеяние в белом кодаковском отражательном фильтре. Он состоит



из случайно ориентированных частиц  $\text{BaSO}_4$  со средним размером порядка 1 мкм. Источником света служил ион-аргоновый лазер с длиной волны 515 нм. Расстояние от образца до приемника было около 15 м. Обратное рассеяние сканировалось в направлении нормальном к лазерному лучу несколько выше его. Как и в [7], интенсивность рассеяния оказалась быстро флуктуирующей функцией угла с характерным угловым размером порядка  $\lambda/L$ , где  $L$  — размер образца. На рис. 7а приведено угловое распределение интенсивности обратного рассеяния для образца, быстро вращающегося вокруг нормали к поверхности, что эквивалентно усреднению по ансамблю. Кривая 1 соответствует поляризованной компоненте, а кривая 2 — деполаризованной. Не обнаружено пика когерентного обратного рассеяния в деполаризованной компоненте. На рис. 7б и 7в показаны типичные угловые распределения интенсивности для области углов вблизи  $\theta \sim 50$  мрад (крыло) и для окрестности центра пика.

В этой работе исследовались также статистические свойства процесса рассеяния. Были построены зависимости функций распределения интенсивности  $P(I)$  для пика и крыла от отношения  $I/\langle I \rangle$ , полученные обработкой 3000 кривых углового распределения. В пределах точности эксперимента обе функции распределения

совпадают и не имеют форму экспоненциального распределения. Экспоненциальное распределение соответствует спекл-структуре [58], где четко распределены яркие и темные области с широким диапазоном изменения интенсивности. В данном случае спекл-структура представляется как диффузные яркие области, стремящиеся слиться друг с другом и мало меняющиеся по интенсивности. Данные анализировались в терминах гамма-распределения, использованного в оптике Манделем [59]. Оно имеет вид

$$P(I) = \left( \frac{\mu}{\langle I \rangle} \right)^\mu \frac{I^{\mu-1} \exp(-\mu I/\langle I \rangle)}{\Gamma(\mu)} \quad (2.32)$$

и переходит в экспоненциальное при  $\mu = 1$ . Эксперимент хорошо описывается гамма-распределением с  $\mu = 2, 5$ .

В работе [60] изучался эффект усиления обратного рассеяния в поглощающей среде в зависимости от коэффициента поглощения. Для этого в 10 %-ную суспензию латекса с диаметром частиц 0,46 мкм вносился краситель радомин-6G (R6G) в виде почти насыщенного раствора радомина в метаноле. Средняя длина поглощения  $L_a$  данного образца определялась измерением поглощения в водном растворе с той же концентрацией красителя, но при отсутствии частиц. Наибольшая концентрация красителя составляла около 10 %, что соответствовало  $L_a = 100$  мкм. Было обнаружено, что по мере добавления красителя пик поляризованной компоненты становится более плоским. Это объясняется тем, что длинные оптические пути вносят вклад только в малые углы. Данный результат согласуется с исследованием рассеяния на пластинах в [61].

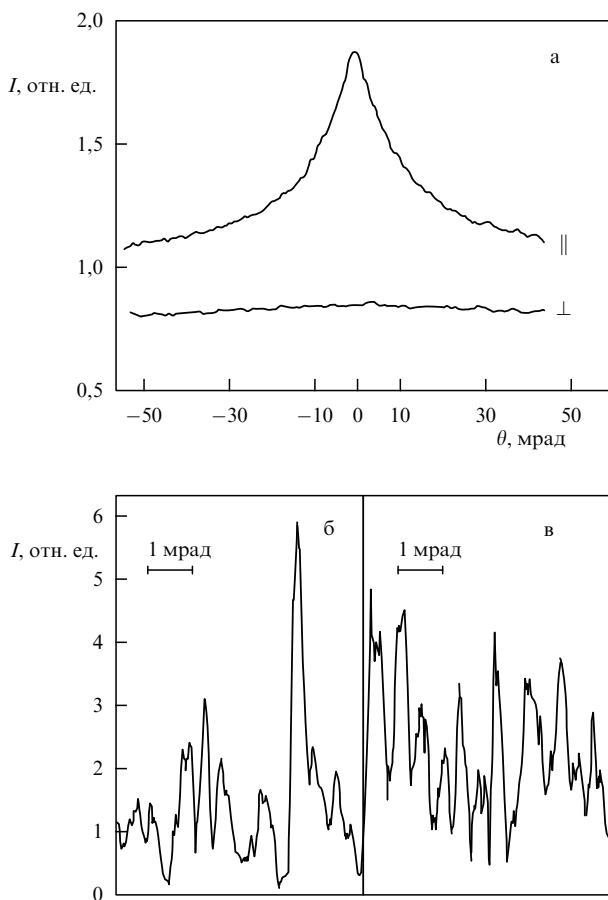
В [60] изучалась также статистика фотоотчетов для суспензии из полистирольных шариков диаметром 0,46 мкм при временах измерения  $\tau_0 < 5$  мкс. За такой промежуток времени система практически остается неподвижной. В частности, корреляционная функция удовлетворяет оценке  $\langle I(0)I(\tau_0) \rangle / \langle I \rangle^2 > 0,9$ . Функция распределения фотоотчетов строилась в виде свертки распределения Пуассона, описывающего статистику регистрирующего устройства и гамма-распределения для рассеивающей системы (формула Манделя в [59]):

$$P(n) = \frac{\langle n \rangle^n \mu^\mu}{(\langle n \rangle + \mu)^{\mu+n}} \frac{\Gamma(n + \mu)}{n! \Gamma(\mu)}. \quad (2.33)$$

Экспериментальные данные описывались формулой (2.33) с  $\mu = 1, 3$ . Для  $\text{BaSO}_4$  авторы [60] получили значение  $\mu = 1, 4$ .

В [57] анализировалась статистика фотоотчетов внутри и вне конуса обратного рассеяния при разных временах накопления. Измерения проводились на установке, изображенной на рис. 3. В качестве источника света использовались аргоновый и гелий-неоновый лазеры с расходимостью 0,6 мрад. Рассеянное излучение через диафрагму диаметром 0,2 мм попадало в фотомножитель. Статистика фотоотчетов анализировалась с помощью многоканального анализатора с последующей математической обработкой.

Предполагалось, что функция  $P(n)$  для малых времен накопления, когда изучаемая система подчиняется гауссовой статистике, имеет вид свертки гауссова распределения интенсивности с пуассоновской функцией приемной системы, т.е. имеет вид распределения Бозе-Эйнштейна



**Рис. 7.** Пик обратного рассеяния для отражательного фильтра, состоящего из случайно ориентированных частиц  $\text{BaSO}_4$ : (а) картина, получаемая при вращении образца с поляризатором, ориентированным вдоль (||) или поперек ( $\perp$ ) поляризации падающего лазерного излучения; (б) и (в) угловое распределение без усреднения в крыле ( $\theta \sim 50$  мрад) и вблизи пика [8]

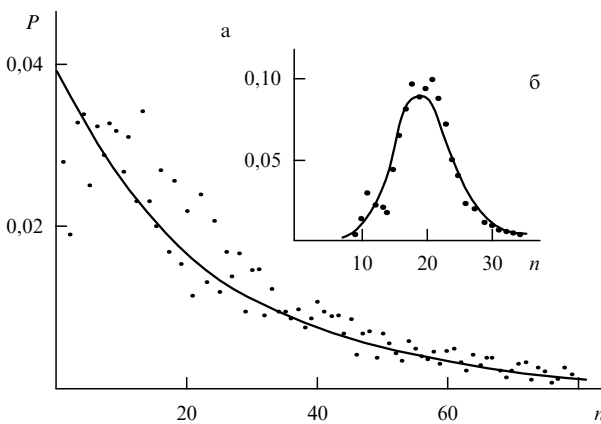
тейна [62–64]

$$P(n) = \frac{\langle n \rangle^n}{(1 + \langle n \rangle)^{n+1}}. \quad (2.34)$$

На больших временах, когда происходит усреднение по всевозможным реализациям гауссовой системы,  $P(n)$  воспроизводит аппаратную функцию приемника, т.е. имеет вид распределения Пуассона

$$P(n) = \frac{\langle n \rangle^n}{n!} \exp(-\langle n \rangle). \quad (2.35)$$

На рисунке 8 проиллюстрирована справедливость этих представлений для латекса диаметром 1,2 мкм и временами накопления  $5 \times 10^{-5}$  с и  $5 \times 10^{-2}$  с.



**Рис. 8.** Функция распределения фотоотчетов  $P(n)$  когерентного обратного рассеяния суспензий латекса диаметром 1,2 мкм при временах накопления: (а)  $5 \times 10^{-5}$  с; (б)  $5 \times 10^{-2}$  с. Сплошные линии — аппроксимация распределением Бозе–Эйнштейна (а) и Пуассона (б) [57]

В [65] изучалось влияние многократного рассеяния на функцию распределения счета фотонов  $P(n, \tau)$ , где  $\tau$  — время одного измерения. Рассеивающая система представляла собой суспензию полистирольных латексов с различной концентрацией. Угол рассеяния был равен  $30^\circ$ , так что сигнал определялся суммой лестничных диаграмм. Рассеянный свет регистрировался охлаждаемым ФЭУ с темновым током 10 отсчетов в секунду. Суспензия помещалась в плоскую кювету толщиной 1,5 мм. Источником света служил гелий-неоновый лазер в одномодовом режиме. Свет от лазера фокусировался на образец линзой с фокусным расстоянием 150 мм. При этом световое пятно имело диаметр 100 мкм. Функция распределения  $P(n)$  измерялась с помощью коррелятора. Предполагалось, что  $P(n)$  определяется суперпозицией когерентного и стохастического сигналов и имеет вид [66]

$$P(n) = \frac{N^n}{(1 + N)^{n+1}} L_n \left[ -\frac{S}{N(N+1)} \right] \exp \left( -\frac{S}{(N+1)} \right), \quad (2.36)$$

где параметры распределения  $S$  и  $N$  интерпретировались как числа квантов в когерентном и шумовом сигналах,  $L_n(x)$  — полином Лагерра. При чисто шумовом сигнале

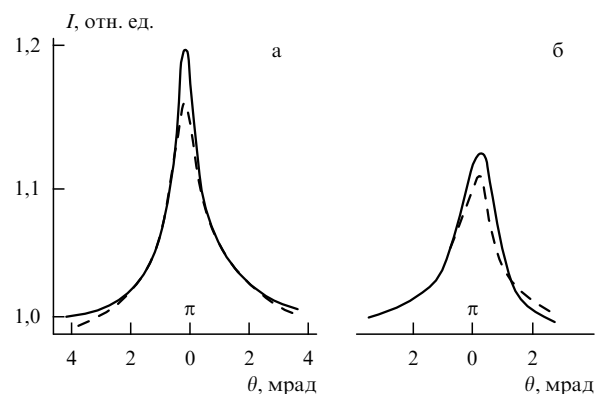
эта функция переходит в распределение Бозе–Эйнштейна (2.34), а при чисто когерентном — в распределение Пуассона (2.35). Параметры  $S$  и  $N$  связаны со средним числом фотонов  $\langle n \rangle$  и среднеквадратичной флуктуацией  $\langle (\delta n)^2 \rangle$  соотношениями

$$\begin{aligned} \langle n \rangle &= S + N, \\ \langle (\delta n)^2 \rangle &= S + N(N+1) + 2SN. \end{aligned} \quad (2.37)$$

Была получена функция распределения  $P(n)$  для разных объемных концентраций латекса  $C_d$ , причем максимальное значение  $C_d = 0,74$  соответствует гексагональной плотной упаковке. Функция  $P(n)$  хорошо описывается распределением (2.36). По мере увеличения концентрации увеличивается вклад многократного рассеяния и  $P(n)$  приближается к распределению Пуассона, поскольку, как считают авторы, рассеянная интенсивность при этом слабее зависит от времени.

Кроме модельных систем, когерентное обратное рассеяние наблюдалось также в неупорядоченных жидких кристаллах. Неориентированные жидкие кристаллы представляют собой сильно рассеивающие среды с коэффициентом экстинкции  $\sim 10^4 \text{ см}^{-1}$ . Обычно полагается, что они состоят из областей со случайной локальной ориентацией, причем между областями нет резких границ.

В [56] исследовалось когерентное обратное рассеяние в жидких кристаллах БМОАБ и смеси МББА + ЭББА. В обеих системах в поляризованной компоненте наблюдался пик обратного рассеяния. По мере удаления от точки фазового перехода нематическая — изотропная фаза высота пика возрастала (рис. 9). Это возрастание согласуется с ростом величины оптической анизотропии  $n_o - n_e$ , где  $n_o$  и  $n_e$  — показатели преломления обыкновенного и необыкновенного лучей. Этой же причиной, вероятно, объясняется и большая величина пика в БМОАБ.



**Рис. 9.** Угловая зависимость интенсивности рассеяния в области  $\theta \sim 180^\circ$  для неориентированных жидких кристаллов: (а) БМОАБ ( $T_c = 72^\circ\text{C}$ ), сплошная линия —  $T = 41^\circ\text{C}$ , пунктирная —  $T = 58^\circ\text{C}$ ; (б) смесь МББА + ЭББА ( $T_c = 57^\circ\text{C}$ ), сплошная линия —  $T = 43,5^\circ\text{C}$ , пунктирная —  $T = 56,5^\circ\text{C}$  [56]

## 2.5. Диффузионное приближение

Экспериментальные исследования проводились для систем, в которых размеры неоднородностей сравнимы с длиной световой волны. В этом случае индикатриса

однократного рассеяния имеет сильную угловую зависимость, и задача суммирования бесконечного ряда по кратностям рассеяния не может быть решена в общем виде. Выход за рамки приближения точечных рассеивателей описан в [16, 17] с помощью диффузионного приближения уравнения переноса излучения.

Эффект когерентного усиления за счет многократного рассеяния на крупномасштабных неоднородностях для специального случая турбулентной среды был предсказан в [67]. В [68–71] этот эффект был физически интерпретирован как результат двукратного прохождения волн по одним и тем же неоднородностям. В [72] была изложена техника перехода к диффузионному приближению, позволившая применить ее [17] для описания когерентного обратного рассеяния, формально выходящего за рамки теории переноса.

Для простоты рассматривается скалярное поле [16, 17]. В приближении слабого рассеяния  $\lambda \ll l_{\text{ext}}$ , интенсивность рассеяния представляет собой сумму лестничных диаграмм

$$I^{(L)} = \dots + \dots + \dots + \dots + \dots \quad (2.38)$$

Диаграмма, описывающая однократное рассеяние, здесь опущена.

Выделим элементы диаграмм между первым и последним актами рассеяния

$$\dots + \dots + \dots + \dots \quad (2.39)$$

Ряд (2.39) суммируется и приводит к уравнению Бете–Солпитера

$$\Gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}'_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}'_2) = T(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) T^*(\mathbf{r}'_1 - \mathbf{r}'_2) + (4\pi)^{-2} \times \\ \times \int T(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_3) T^*(\mathbf{r}'_1 - \mathbf{r}'_3) G(\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}'_3) \times \\ \times \Gamma(\mathbf{r}_3, \mathbf{r}'_3, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}'_2) d\mathbf{r}_3 d\mathbf{r}'_3. \quad (2.40)$$

Величина  $\Gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}'_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}'_2)$  называется функцией когерентности и имеет смысл среднего произведения полей от точечных источников.

Если ввести координаты центра тяжести и относительные координаты

$$\mathbf{R}_j = \frac{1}{2} (\mathbf{r}_j + \mathbf{r}'_j), \quad \mathbf{r}''_j = \mathbf{r}_j - \mathbf{r}'_j,$$

то произведение комплексно сопряженной пары пропагаторов в приближении волновой зоны для скалярного поля записывается в виде

$$T(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_l) T^*(\mathbf{r}'_j - \mathbf{r}'_l) = \\ = k_0^4 R_{jl}^{-2} \exp(-\sigma R_{jl}) \exp[i\mathbf{k}_{jl}(\mathbf{r}''_j - \mathbf{r}''_l)], \quad (2.41)$$

где

$$\mathbf{k}_{jl} = \frac{k\mathbf{R}_{jl}}{R_{jl}}, \quad \mathbf{R}_{jl} = \mathbf{R}_j - \mathbf{R}_l,$$

а  $\mathbf{k}_{jl}$  имеет смысл волнового вектора, описывающего распространение волны между  $j$  и  $l$  актами рассеяния.

Тогда уравнение (2.40) записывается в виде

$$\Gamma(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2, \mathbf{r}''_1, \mathbf{r}''_2) = k_0^4 R_{12}^{-2} \exp[-\sigma R_{12} + i\mathbf{k}_{12} \cdot (\mathbf{r}''_1 - \mathbf{r}''_2)] + \\ + \int \frac{k_0^4 \exp[-\sigma R_{13} + i\mathbf{k}_{13} \cdot (\mathbf{r}''_1 - \mathbf{r}''_3)]}{(4\pi)^2 R_{13}^2} \times \\ \times G(\mathbf{r}''_3) \Gamma(\mathbf{R}_3, \mathbf{R}_2, \mathbf{r}''_3, \mathbf{r}''_2) d\mathbf{R}_3 d\mathbf{r}''_3. \quad (2.42)$$

Разложим функцию когерентности в интеграл Фурье по относительным координатам

$$\Gamma(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2, \mathbf{r}''_1, \mathbf{r}''_2) = k_0^{-4} \int \frac{d\mathbf{p}_1 d\mathbf{p}_2}{(2\pi)^6} \exp(i\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{r}''_1 + i\mathbf{p}_2 \cdot \mathbf{r}''_2) \times \\ \times F\left(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2, \frac{\mathbf{p}_1}{p_1}, \frac{\mathbf{p}_2}{p_2}\right) \delta(p_1 - k) \delta(p_2 - k). \quad (2.43)$$

В фурье-образ (2.43) явно введены [17]  $\delta$ -функции, которые учитывают, что среднее произведение полей формируется за счет упругих рассеяний, при которых сохраняется длина волнового вектора. Формально  $\delta$ -функции автоматически возникают при итерационном решении уравнения (2.42). Множитель  $k_0^{-4}$  вводится из соображений удобства.

Через функцию  $F(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2, \mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2)$ ,  $\mathbf{s}_i = \mathbf{p}_i/k$  можно выразить вклады в интенсивность рассеяния от лестничных и циклических диаграмм. Действительно, согласно (2.38), (2.39) и (2.43) для случая нормального падения волны на полупространство  $I^{(L)}$  имеет вид

$$I^{(L)} \sim S k_0^8 \int_0^\infty dZ_1 dZ_2 \exp[-\sigma(Z_1 + Z_2)] \times \\ \times \int_{-\infty}^\infty dX_2 dY_2 \int d\mathbf{s}_1 d\mathbf{s}_2 (4\pi)^{-2} \tilde{G}(\mathbf{p}_1 + \mathbf{k}_i) \times \\ \times \tilde{G}(\mathbf{p}_2 - \mathbf{k}_s) F(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2, \mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2), \quad (2.44)$$

где  $\mathbf{R} = (X, Y, Z)$ ,  $\tilde{G}(\mathbf{q}) = \int d\mathbf{r} G(\mathbf{r}) \exp(-i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r})$  — фурье-образ корреляционной функции  $G(\mathbf{r}) = \langle \delta\epsilon(0) \delta\epsilon(\mathbf{r}) \rangle$ .

Поскольку циклические диаграммы формально получаются из лестничных поворотом нижней линии на  $180^\circ$ , их вклад в интенсивность рассеяния имеет вид [17]

$$I^{(C)} \sim S k_0^8 \int_0^\infty dZ_1 dZ_2 \exp[-\sigma(Z_1 + Z_2)] \times \\ \times \int_{-\infty}^\infty dX_2 dY_2 \exp(ik_0\theta X_2) \int d\mathbf{s}_1 d\mathbf{s}_2 \times \\ \times (4\pi)^{-2} \tilde{G}(\mathbf{p}_1 + \mathbf{k}_i) \tilde{G}(\mathbf{p}_2 - \mathbf{k}_s) F(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2, \mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2). \quad (2.45)$$

Формула (2.45) описывает обратное рассеяние для произвольных рассеивателей. Таким образом, задача состоит в решении уравнения Бете–Солпитера. Для точечных рассеивателей мы приходим к результатам раздела 2, 3. Для учета конечности частиц от уравнения Бете–Солпитера переходят к уравнению переноса излучения.

Подставляя (2.43) в (2.42) и учитывая, что  $R_{13} \sim l_{\text{ext}} \ll R_{12}$ , получим уравнение переноса излучения для функции когерентности [17]

$$(\mathbf{s}_1 \nabla_{\mathbf{R}_1} + l_{\text{ext}}^{-1}) F(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2, \mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2) = \\ = (4\pi)^{-2} \delta(\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_2) \delta(\mathbf{s}_1 - \mathbf{s}_2) + \\ + (4\pi)^{-2} k_0^4 \int d\mathbf{s}_3 \tilde{G}(k(\mathbf{s}_3 - \mathbf{s}_1)) F(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2, \mathbf{s}_3, \mathbf{s}_2). \quad (2.46)$$

Уравнение переноса решается в диффузионном приближении. Оно предполагает [54, 55], что диффузная интенсивность в процессе многократного рассеяния распределена по углам почти изотропно. Математически это означает, что в разложении интенсивности рассеяния по полиномам Лежандра можно ограничиться первыми двумя членами. В результате для функции  $F(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2, \mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2)$  можно написать [73]

$$F(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2, \mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2) = (4\pi)^{-2} F(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2) - (4\pi)^{-2} l_{\text{tr}} (\mathbf{s}_1 \nabla_{\mathbf{R}_1} - \mathbf{s}_2 \nabla_{\mathbf{R}_2}) F(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2). \quad (2.47)$$

Подстановка диффузионного приближения (2.47) в уравнение переноса (2.46) дает

$$\nabla_{\mathbf{R}_1} F(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2) = -\frac{3}{4\pi l_{\text{tr}}} \delta(\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_2). \quad (2.48)$$

Здесь транспортная длина  $l_{\text{tr}} = l_{\text{ext}} / \langle 1 - \cos \theta_s \rangle$  определяется с помощью среднего косинуса угла рассеяния на отдельной неоднородности. Величина

$$\langle 1 - \cos \theta_s \rangle = \frac{\int_0^\pi (1 - \cos \theta) \tilde{G}(2k \sin \theta/2) \sin \theta d\theta}{\int_0^\pi \tilde{G}(2k \sin \theta/2) \sin \theta d\theta}$$

характеризует вытянутость индикатрисы рассеяния.

Уравнение (2.48), которое представляет собой уравнение диффузии, решают для полупространства. Граничное условие соответствует физическому требованию, чтобы на поверхности рассеивающей среды диффузная интенсивность, входящая в среду снаружи, обращалась в нуль [54, 55]. Исходя из этого требования, в работе [17] граничное условие сформулировано в виде

$$\left( \frac{2}{3} l_{\text{tr}} \gamma \frac{\partial F}{\partial z} - F \right) \Big|_{z=0} = 0. \quad (2.49)$$

Параметр  $\gamma$  введен для учета различных вариантов постановки задачи. Выбор в виде  $\gamma = l_{\text{ext}}/l_{\text{tr}}$  соответствует условию

$$\left( \frac{2}{3} l_{\text{ext}} \frac{\partial F}{\partial z} - F \right) \Big|_{z=0} = 0.$$

Оно эквивалентно граничному условию в классической постановке задачи Милна (2.23) и использовалось в [16]. Условие  $\gamma = 0$  соответствует выбору граничных условий в форме (2.22).

Решение уравнения (2.48) с граничными условиями (2.49) было найдено в работах [16, 17]. Подстановка решения в формулу (2.45) дает при  $\gamma = l_{\text{ext}}/l_{\text{tr}}$  в области малых углов

$$I^{(C)} \sim 1 - \frac{5}{3} k_0 \theta l_{\text{tr}}. \quad (2.50)$$

Видно, что, как и в модели точечных рассеивателей, предсказывается линейная зависимость от угла, т.е. треугольная форма пика обратного рассеяния. Но характерной длиной, описывающей затухание за счет рассеяния, является не  $l_{\text{ext}}$ , а  $l_{\text{tr}}$ . Как мы видели, этот результат согласуется с экспериментом.

Рассеяние на точечных частицах означает предположение об изотропности форм-фактора. При учете конечности частиц или радиуса корреляции возникает анизотропия форм-фактора. В условиях реальных экспериментов фактически всегда выполняется условие  $a \geq \lambda$ , где  $a$  — радиус частиц. Рассеяние на таких частицах проис-

ходит преимущественно вперед. Средний квадрат угла рассеяния определяется соотношением [49]

$$\langle \theta_s^2 \rangle \sim (ka)^{-2}.$$

В частности, в приближении Рэлея–Ганса  $\langle \theta_s^2 \rangle = 2(ka)^{-2}$ . Поскольку эта величина мала, то преимущественное направление рассеянного света будет существовать даже после нескольких актов рассеяния. Для полной хаотизации по углам требуется число актов рассеяния, определяемое соотношением [49]

$$n_r \sim 1/\langle \theta_s^2 \rangle \sim \langle 1 - \cos \theta_s \rangle^{-1}.$$

Таким образом, излучение будет хаотизировано по направлениям на расстоянии  $n_r l_{\text{ext}} = l_{\text{ext}} \langle 1 - \cos \theta_s \rangle^{-1}$ , т.е. на длине порядка  $l_{\text{tr}}$ .

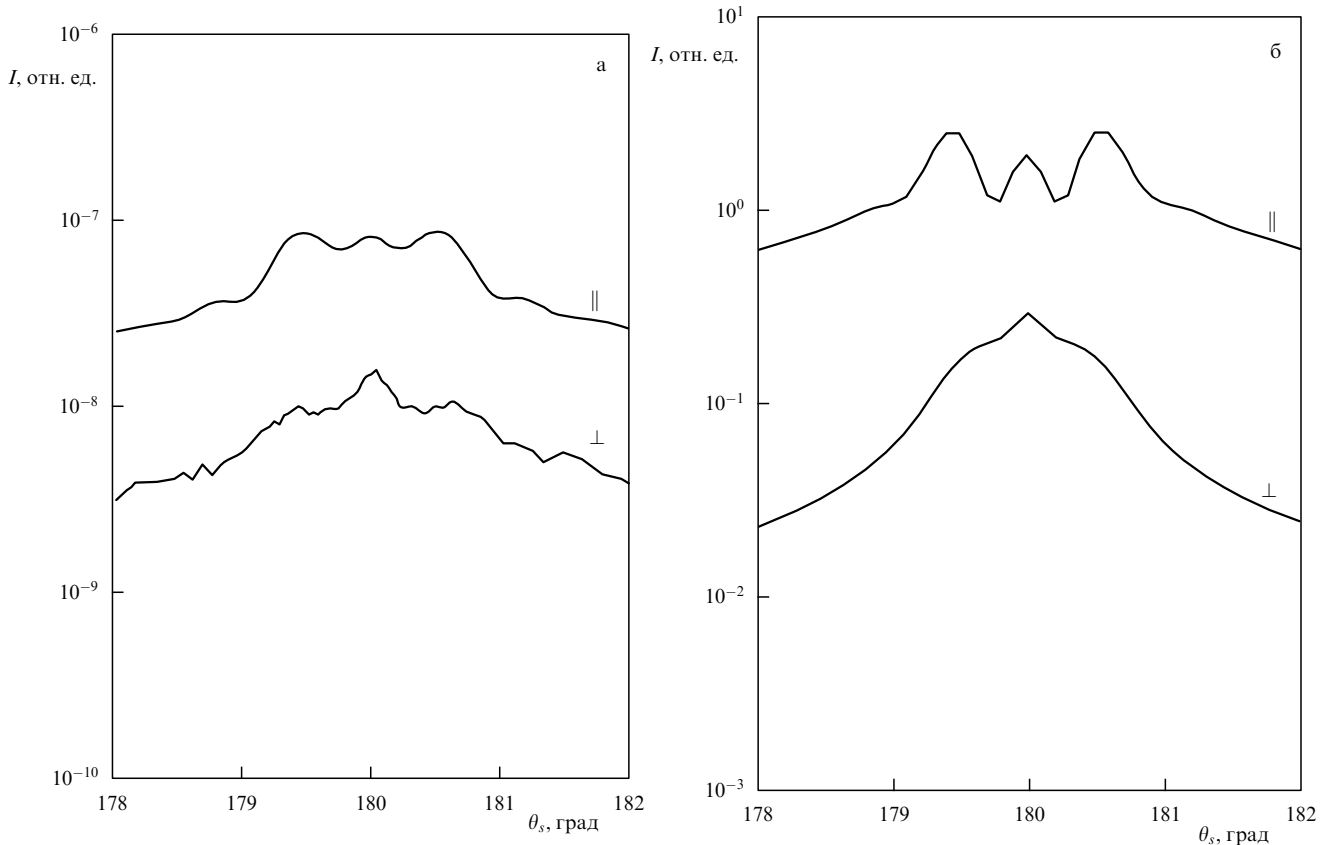
В проблеме рассеяния света в среде с крупномасштабными неоднородностями существует три характерных параметра длины: длина волны  $\lambda$ , длина свободного пробега (или длина экстинкции) и транспортная длина (или длина переноса излучения),  $l_{\text{tr}} > l_{\text{ext}}$ . Эти параметры хорошо определены в пределе  $\lambda/l_{\text{ext}} \ll 1$ . При расстояниях меньше  $l_{\text{ext}}$  распространение света описывается волновым уравнением. На расстояниях, промежуточных между  $l_{\text{ext}}$  и  $l_{\text{tr}}$ , перенос излучения описывается кинетическим уравнением Больцмановского типа. Наконец, для расстояний, превосходящих  $l_{\text{tr}}$ , рассеянное излучение становится изотропным и применимо диффузионное приближение [16].

В [53] проблема учета конечности размеров частиц рассматривалась в рамках теории возмущений, когда параметр  $a/\lambda \ll 1$ . При этом в качестве нулевого приближения использовалась модель точечных рассеивателей. Из анализа диаграммного ряда также следует, что параметр длины, входящий в выражение, описывающее форму пика, переходит в  $l_{\text{tr}}$ , которое, однако, в этом случае незначительно отличается от  $l_{\text{ext}}$ .

В [74] предложен новый теоретический подход для описания переноса излучения в многократно рассеивающей среде, основанный на фейнмановском методе интегрирования по траекториям. Он позволил воспроизвести результаты, полученные в [75, 76], в рамках диффузионного приближения.

В [77, 78] методом численного эксперимента рассчитывался эффект усиления обратного рассеяния на системе частиц конечных размеров. Рассматривалось падение плоской волны на слой толщиной  $L$ , содержащий сферические частицы. Предполагалось, что частицы расположены достаточно редко, так что корреляцией в их положениях можно пренебречь. Моделировалась система, в которой частицы имели различные размеры с нормальным законом распределения. Средний диаметр частиц был равен 45 мкм, что соответствовало параметру  $ka = 298$ , толщина слоя  $L = 2$  см. Индикатрисы рассеяния рассчитывались по формулам Ми. Рассчитывались интенсивности двукратного рассеяния, описываемые лестничными  $I_2^{(L)}$  и циклическими  $I_2^{(C)}$  диаграммами.

Численные расчеты проводились для системы частиц, экспериментально исследованной в [79]. Объемная доля частиц составляла 0,00149. На рисунке 10а показана измеренная интенсивность обратного рассеяния для поляризованной и деполаризованной компонент [79]. Рисунок 10б иллюстрирует результаты численных расче-



**Рис. 10.** (а) Измеренные поляризованная (||) и деполаризованная (⊥) компоненты когерентного обратного рассеяния водной суспензии латекса диаметром 45 мкм и дисперсией 9,9 мкм. Длина волны света в воде 0,475 мкм [79]. (б) Результаты расчета для системы с теми же значениями параметров в приближении двукратного рассеяния [78]

тов при тех же значениях параметров. Видно, что деполаризованная компонента спадает несколько быстрее, чем в эксперименте. Поляризованная компонента имеет те же промежуточные пики, что и экспериментальная зависимость, хотя их величина несколько больше. В целом, учитывая, что в экспериментальные кривые вносит вклад рассеяние всех порядков, можно заключить, что рассчитанные кривые довольно хорошо согласуются с экспериментом.

**2.6. Временная корреляционная функция**

В предыдущих разделах мы рассматривали идеализированную картину рассеяния на статической системе рассеивателей. Если частицы совершают броуновское движение, то многократно рассеянные поля с течением времени теряют свою когерентность. Существует простая физическая картина, предложенная Маре и Вольфом [18], которая позволяет наглядно описывать затухание когерентности со временем. Объектом рассмотрения является временная корреляционная функция интенсивностей

$$C_{I^2}(t) = \langle \delta I(t) \delta I(0) \rangle = \langle I(t) I(0) \rangle - \langle I(0) \rangle^2. \quad (2.51)$$

Она представляет собой коррелятор четвертого порядка относительно напряженности рассеянного электрического поля. В главном порядке по параметру  $\lambda l_{\text{ext}}^{-1}$  такой коррелятор факторизуется [26, 27, 62] и автокорреляционная функция представляется в виде

$$\langle \delta I(t) \delta I(0) \rangle = |\langle \delta E(t) \delta E^*(0) \rangle|^2. \quad (2.52)$$

Для простоты рассматривается случай скалярного поля. В результате последовательности актов рассеяния, происходящих в момент времени  $t$  в точках  $\mathbf{r}_1(t), \mathbf{r}_2(t), \dots, \mathbf{r}_n(t)$  с волновыми векторами  $\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \dots, \mathbf{k}_n$ , формируется поле  $\delta E(t)$ , фаза которого определяется соотношением

$$\delta E(t) \sim \exp \sum_j i \mathbf{k}_j \cdot \mathbf{r}_j(t). \quad (2.53)$$

Это поле интерферирует с полем, рассеянным на той же самой последовательности неоднородностей в момент времени  $t = 0$  в точках  $\mathbf{r}_1(0), \mathbf{r}_2(0), \dots, \mathbf{r}_n(0)$ . Считается, что время прохождения светом всего оптического пути значительно меньше характерных времен изменения положения рассеивателей. Поэтому сдвигом рассеивателей при распространении света между неоднородностями, расположенными в точках  $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_n$ , можно пренебречь, и временная зависимость корреляционной функции определяется соотношением

$$\langle \delta E(t) \delta E^*(0) \rangle \sim \left\langle \exp \left\{ i \sum_j \mathbf{k}_j \cdot [\mathbf{r}_j(t) - \mathbf{r}_j(0)] \right\} \right\rangle. \quad (2.54)$$

Считая распределение разностей фаз гауссовым, представим формулу (2.54) в виде

$$\langle \delta E(t) \delta E^*(0) \rangle \sim \sum_n f(n) \exp \left( -\frac{n}{6} \langle q^2 \rangle \langle r^2 \rangle \right), \quad (2.55)$$

где  $n$  — число актов рассеяния,  $f(n)$  — весовая функция, зависящая от оптического пути,  $\langle r^2 \rangle^{1/2}$  — среднее смещение рассеивателя за время  $t$ . В модели броуновских частиц эта величина имеет вид  $\langle r^2 \rangle = 6D_s t$ , где  $D_s$  — коэффициент самодиффузии. Величина  $\langle q^2 \rangle^{1/2}$  имеет смысл среднеквадратичного изменения волнового вектора за один акт рассеяния. В общем случае анизотропного рассеяния, т.е. рассеяния на частицах конечных размеров, с учетом определения транспортной длины ее можно представить в виде

$$\langle q^2 \rangle = 4k^2 \langle \sin^2(\theta_s/2) \rangle = 2k^2(1 - \langle \cos \theta_s \rangle) = 2k^2 l_{\text{ext}}/l_{\text{tr}}. \quad (2.56)$$

Для изотропного рассеяния  $l_{\text{tr}} = l_{\text{ext}}$  и  $\langle q^2 \rangle = 2k^2$ . При вычислении в (2.55) суммирование по дискретному числу актов рассеяния можно заменить на интегрирование по оптической длине пути  $s$  в процессе многократного рассеяния. Величина  $s$  связана с числом актов рассеяния  $n$  очевидным соотношением  $s = nl_{\text{ext}}$ . Предполагают, что распространение света описывается уравнением диффузии [80]. В этом случае весовая функция  $P(s)$ , определяемая как вероятность того, что свет пройдет оптический путь  $s$ , двигаясь от точки  $\mathbf{r}$  к точке  $\mathbf{r}'$ , равна

$$P(s) = \left( \frac{v}{4\pi s D} \right)^{3/2} \exp \left[ -\frac{v|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2}{4sD} \right], \quad (2.57)$$

где  $D = vl_{\text{tr}}/3$  — коэффициент классической диффузии для света [54, 55],  $v$  — скорость переноса излучения в среде. Диффузионное приближение (2.57) справедливо для расстояний  $|\mathbf{r} - \mathbf{r}'| \gg l_{\text{tr}}$  [14]. В результате, с учетом формулы (2.55), для пропагатора переноса излучения  $S_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}', t)$  получаем [18, 49]

$$S_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}', t) \sim \int_0^\infty ds P(s) \exp -\frac{2ts}{\tau_0 l_{\text{tr}}} = \int_0^\infty ds \left( \frac{v}{4\pi s D} \right)^{3/2} \exp \left[ -\frac{v|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2}{4sD} - \frac{2ts}{\tau_0 l_{\text{tr}}} \right], \quad (2.58)$$

где  $\tau_0 = (D_s k^2)^{-1}$  — характерное время, за которое рассеиватель сдвинется на расстояние порядка длины волны света. Вычисляя интеграл методом перевала, получаем

$$S_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}', t) \sim \frac{3}{4\pi} \frac{\exp(-\sqrt{6t/\tau_0} |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|/l_{\text{tr}})}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}. \quad (2.59)$$

Это выражение описывает в диффузионном приближении пространственно-временной пропагатор переноса излучения в однородной среде, что отмечено индексом нуль.

Последовательная реализация такой физической картины в соответствии с волновым уравнением для скалярного поля, дана в [81]. Выражение для корреляционной функции  $\langle \delta E(\mathbf{r}, t) \delta E^*(\mathbf{r}, 0) \rangle$  описывается тем же самым диаграммным рядом, что и в статическом случае, только равновесные корреляционные функции заменяются на пространственно-временные

$$G(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \rightarrow G(\mathbf{r} - \mathbf{r}', t) = \langle \delta \epsilon(\mathbf{r}, t) \delta \epsilon(\mathbf{r}', 0) \rangle. \quad (2.60)$$

Отметим, что все вершины верхних линий диаграмм относятся к одному и тому же моменту времени  $t$ , а нижних — к моменту времени  $t = 0$ . Был рассмотрен

случай точечных рассеивателей, когда фурье-образ корреляционной функции можно представить в виде

$$\tilde{G}(\mathbf{q}, t) = (4\pi)^2 g_0 \exp(-D_s q^2 t) \approx (4\pi)^2 g_0 \exp(-D_s \langle q^2 \rangle t). \quad (2.61)$$

В этом случае задача нахождения пропагатора переноса излучения фактически совпадает со статическим случаем, рассмотренным в разделе 2.3, с учетом переопределения параметра  $\xi$

$$\xi \rightarrow \xi \exp(-D_s \langle q^2 \rangle t). \quad (2.62)$$

Поскольку этот подход справедлив для времени  $t \ll \tau_0$ , экспонента в (2.61), (2.62) раскладывается в ряд и в результате для пропагатора переноса излучения  $\tilde{L}(\mathbf{q}, t)$ , связанного с  $\tilde{S}(\mathbf{q}, t)$  соотношением вида (2.16), получаем

$$\tilde{L}_0(\mathbf{q}, t) = \frac{4\pi v}{l_{\text{ext}}^2 [Dq^2 + 6(t/\tau_0)(v/l_{\text{ext}})]}. \quad (2.63)$$

Переходя в  $\mathbf{r}$ -пространство, получаем формулу вида (2.59), что указывает на согласованность последовательного подхода, исходящего из волнового уравнения, и вероятностного подхода, основанного на представлении о случайном блуждании фотонов в неоднородной среде. Автокорреляционная функция выражается через пропагатор переноса излучения с помощью формул аналогичных формулам для интенсивности рассеянного света (2.17), (2.18). Так, вклад, обусловленный циклическими диаграммами, имеет вид

$$\langle \delta E(t) \delta E^*(0) \rangle \sim \int d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 \mathbf{L}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, t) \times \exp[i(\mathbf{k}_i + \mathbf{k}_s^*) \cdot \mathbf{r}_1 - i(\mathbf{k}_i^* + \mathbf{k}_s) \cdot \mathbf{r}_2] |\mathbf{E}_0|^2, \quad (2.64)$$

где

$$\mathbf{k}_i = (0, 0, k + i\sigma), \quad \mathbf{k}_s = (k_0 \theta, 0, -k - i\sigma).$$

Пропагатор  $\mathbf{L}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, t)$  описывает перенос излучения в полупространстве. Для решения граничной задачи, как обычно, используется метод зеркальных отображений

$$\mathbf{S}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, t) = S_0(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2, t) - S_0(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2^{(b)}, t),$$

где  $\mathbf{r}_2^{(b)}$  — зеркальное отображение точки  $\mathbf{r}_2$  относительно плоскости  $z = -z_b$ ,  $\mathbf{r}_2^{(b)} = (x_2, y_2, -z_2 - 2z_b)$ . Выбор  $z_b = 0$  соответствует граничным условиям в форме (2.22), а  $z_b = z_0 = 2/3l_{\text{ext}}$  — в форме (2.23). С учетом цилиндрической симметрии относительно оси  $z$ , используя фурье-представление (2.63), интегралы в (2.64) вычисляются по теореме о вычетах. Получаем

$$\langle \delta E(t) \delta E^*(0) \rangle \sim \left( 1 + \sqrt{\frac{6t}{\tau_0} + \frac{l_{\text{ext}}^2 k_0^2 \theta^2}{3}} \right)^{-2} \times \left\{ 1 + \left( \frac{6t}{\tau_0} + \frac{1}{3} l_{\text{ext}}^2 k_0^2 \theta^2 \right)^{-1} \times \left[ 1 - \exp \left( \frac{-2z_b}{l_{\text{ext}}} \sqrt{\frac{6t}{\tau_0} + \frac{1}{3} l_{\text{ext}}^2 k_0^2 \theta^2} \right) \right] \right\}. \quad (2.65)$$

Формула (2.65) описывает временную корреляционную функцию для разных углов рассеяния. Она дает неаналитическую зависимость от времени вида  $t^{1/2}$  при  $\theta = 0$  и треугольную форму пика при  $t = 0$ . Обратим внимание на симметрию формулы (2.65) относительно замены [49]

$$\left(\frac{6t}{\tau_0}\right)^{1/2} \Leftrightarrow k_0 l_{\text{ext}} \theta.$$

Временная зависимость корреляционной функции (2.65), вычисленная при  $\theta = 0$ , представлена на рис. 11. Экспериментальная корреляционная функция [19] аппроксимировалась экспоненциальной зависимостью вида

$$\langle \delta E(t) \delta E^*(0) \rangle \sim \exp\left(-\gamma \sqrt{\frac{6t}{\tau_0}}\right),$$

где  $\gamma \approx 2$ . Как видно из формулы (2.65), при  $\theta = 0$  на малых временах можно написать

$$\langle \delta E(t) \delta E^*(0) \rangle \sim 1 - \gamma_{\text{теор}} \sqrt{\frac{6t}{\tau_0}}.$$

При выборе граничных условий, соответствующих  $z_b = 0$ ,  $\gamma_{\text{теор}} = 2$ , а при  $z_b = (2/3) l_{\text{ext}}$   $\gamma_{\text{теор}} \approx 2,4$ . На малых временах формула (2.65) согласуется с экспериментом, а при больших временах дает более медленный спад корреляционной функции, чем в эксперименте. Однако проведенное теоретическое рассмотрение справедливо только при  $t \ll \tau_0$ .

В [49, 82] рассмотрена автокорреляционная функция электромагнитных волн. Были получены формулы, аналогичные (2.65), для поляризованной и деполяризованной компонент автокорреляционной функции. Их начальный наклон относительно  $t^{1/2}$  различен [49]. Поляризованная компонента спадает с наклоном  $\gamma_{\parallel} \approx 1,6$ , а деполяризованная — с наклоном  $\gamma_{\perp} \approx 2,7$ . Эти величины

хорошо согласуются с экспериментальными значениями  $1,6 \pm 0,1$  и  $2,8 \pm 0,2$  при рассеянии света с  $\lambda = 488$  нм раствором латекса с диаметром частиц  $0,091$  мкм.

Кроме плоскополяризованных волн расчет проводился для временных корреляционных функций волн с круговой поляризацией. Для случая, когда направления круговых поляризаций падающего и рассеянного света совпадают, расчет дает  $\gamma_{\text{теор}} \approx 2,4$ , а для случая противоположно направленных круговых поляризаций —  $\gamma_{\text{теор}} \approx 1,7$ .

Эти результаты справедливы, естественно, для частиц малых размеров и для коротких интервалов времени. Для больших частиц рассеяние становится деполяризованным. Зависимость автокорреляционной функции от поляризации ослабляется вследствие деполяризации света в каждом акте рассеяния. Этот эффект наблюдался экспериментально [83]: при увеличении размеров частиц  $\gamma_{\parallel}$  увеличивалась, а  $\gamma_{\perp}$  уменьшалась, так что становились практически одинаковыми при резко анизотропном рассеянии. Так, при  $l_{\text{тр}}/l_{\text{ext}} \geq 10$ ,  $\gamma_{\parallel}$  и  $\gamma_{\perp}$  отличаются не больше, чем на 5%.

При описании автокорреляционной функции в скалярном случае мы указывали на аналогию между временной и угловой зависимостью. Отметим, что при учете поляризации эта симметрия сохраняется только в случае, когда поляризации, линейная или круговая, начальной и конечной волн совпадают. Для деполяризованной компоненты зависимость от угла сглаживается и эта симметрия нарушается.

Кроме временной корреляционной функции, изучается также частотная функция, связанная с ней преобразованием Фурье. Впервые низкочастотная часть спектра корреляционной функции флуктуаций интенсивности многократно рассеянного света измерялась в [30]. В работе использовался точечный источник излучения, который находился в рассеивающей среде. Такая геометрия эксперимента была теоретически рассмотрена в [20, 26]. Было получено выражение для автокорреляционной функции интенсивность — интенсивность  $C_{I^2}(R, t)$  для модели изотропных рассеивателей

$$C_{I^2}(R, t) \sim \left(\frac{3}{4\pi R l_{\text{тр}}}\right)^2 \exp\left[-\frac{2R}{l_{\text{тр}}} \sqrt{\frac{6|t|}{\tau_0}}\right]. \quad (2.66)$$

Эта формула фактически представляет собой квадрат выражения (2.59), что естественно, поскольку пропагатор переноса излучения имеет смысл интенсивности излучения точечного источника в рассеивающей среде. Соответствующий частотный спектр  $C_{I^2}(R, \omega)$  получается из (2.66) преобразованием Фурье

$$\begin{aligned} \tilde{C}_{I^2}(R, \omega) \sim \frac{1}{2\pi\omega_c} \left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^{3/2} \left\{ \left[1 - 2C\left(\sqrt{\frac{\omega_c}{\omega}}\right)\right] \cos\left(\frac{\omega_c}{\omega}\right) + \right. \\ \left. + \left[1 - 2S\left(\sqrt{\frac{\omega_c}{\omega}}\right)\right] \sin\left(\frac{\omega_c}{\omega}\right) \right\}, \quad (2.67) \end{aligned}$$

где  $C(x)$  и  $S(x)$  — интегральные косинус и синус,  $\omega_c = 3(R/l_{\text{тр}})^2/(\pi\tau_0)$  — характерная частота. Смысл  $\omega_c$  легко пояснить, если рассмотреть  $\tilde{C}_{I^2}(R, \omega)$  в двух предельных случаях [30]. При  $\omega \leq \omega_c$

$$\tilde{C}_{I^2}(R, \omega) \sim \frac{1}{\omega_c} \left[1 - \frac{15}{4} \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 + O\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4\right], \quad (2.68)$$

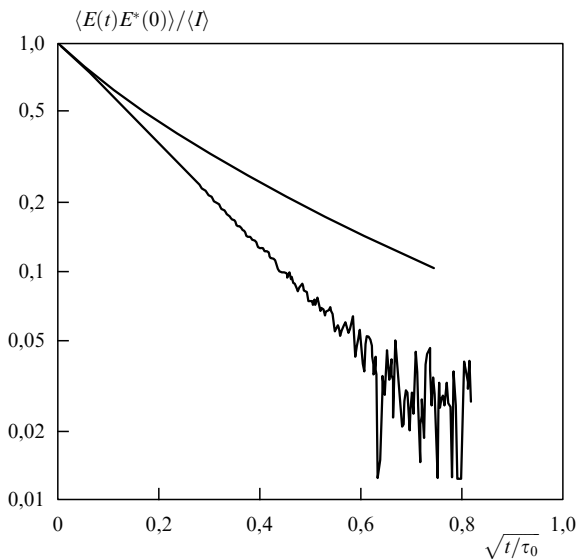


Рис. 11. Нормированная временная корреляционная функция для водной суспензии латекса диаметром  $0,497$  мкм, находящейся в плоской ячейке толщиной  $2$  мм [19]; верхняя линия — расчет [49]

а при  $\omega \gg \omega_c$

$$\tilde{C}_{J_2}(R, \omega) \sim \frac{1}{\omega_c} \left( \frac{\omega_c}{\omega} \right)^{3/2} \left[ 1 - \left( \frac{8\omega_c}{\pi\omega} \right)^{1/2} + O\left( \frac{\omega_c}{\omega} \right) \right]. \quad (2.69)$$

Таким образом,  $\omega_c$  является граничной частотой, ниже которой  $\tilde{C}_{J_2}$  становится константой, а выше убывает как  $\omega^{-3/2}$ , а не как  $\omega^{-2}$  для однократного рассеяния, спектр которого имеет форму лоренциана. Область перехода оказывается достаточно широкой — порядка двух декад. Отметим, что  $\omega_c$ , как правило, примерно в  $(R/l_{tr})^2$  раз больше, чем характерная частота однократного рассеяния, и меняется с расстоянием как  $\omega_c \sim R^2$ .

В [30] источником света служил гелий-неоновый лазер, согласованный с одномодовым световодом с диаметром волокон 4 мкм. Свободный конец световода, который играет роль точечного источника, помещался в цилиндрическую кювету радиусом  $a = 0,57$  см и толщиной  $W = 0,15$  см. Ячейка была предварительно наполнена водной суспензией из полистирольных шариков диаметром 0,48 мкм и объемной концентрацией 12 %. Рассчитанное при 22 °C значение коэффициента самодиффузии  $D_s = 1,0 \times 10^{-8}$  см<sup>2</sup> с<sup>-1</sup> находилось в хорошем согласии с экспериментальным значением  $D_s = 1,3 \times 10^{-8}$  см<sup>2</sup> с<sup>-1</sup>, измеренным по спектру однократного рассеяния в разбавленном растворе. На выходе из кюветы помещался объектив микроскопа. Многократно рассеянный свет собирался объективом и фокусировался на фотодиоде, согласованном с усилите-

лем и частотным анализатором. Расстояние  $R$  между концом световода и окном кюветы менялось от 50 мкм до 400 мкм. На рис. 12 показаны спектры  $\tilde{C}_{J_2}(v)$  ( $v = \omega/2\pi$ ) для различных значений  $R$  от 200 мкм до 400 мкм. Сплошные линии соответствуют теоретическим кривым, рассчитанным по формуле (2.67). Подгоночным параметром были амплитуда сигнала и частота  $\omega_c$ . Как видно из рисунка, частотная зависимость  $\tilde{C}_{J_2}(v)$  имеет плато при  $v \ll v_c$  и  $\tilde{C}_{J_2}(v) \sim 2\pi v^{-1}$  при  $v \sim v_c$ . Провести измерения на частотах  $v \gg v_c$ , где теория предсказывает зависимость  $\sim v^{-3/2}$ , не удалось. Но для  $R = 200$  мкм была получена зависимость вида  $\tilde{C}_{J_2}(v) \sim v^{-(1,2 \pm 0,1)}$ . Частота  $v_c$  меняется как квадрат расстояния  $R$ , что согласуется с теоретическим предсказанием. В [19] при сходных значениях пройденного пути также была обнаружена зависимость вида  $\omega_c \sim R^2$ . В то же время в [84] для путей примерно в 30 раз больших наблюдалась зависимость  $\omega_c \sim R$ . Результаты, полученные в [30], соответствуют значению  $l_{tr}\tau_0^{1/2} \approx 4,4 \times 10^{-4}$  см с<sup>1/2</sup>. Отметим, что теория была построена для изотропных рассеивателей, в то время как в эксперименте использовались системы с достаточно большим размером рассеивателей, при котором велика разница между  $l_{ext}$  и  $l_{tr}$ . В сильно разбавленных суспензиях с концентрацией  $c \sim 10^{-5} - 10^{-6}$  было определено  $l_{tr}$  из измерений  $l_{ext}$  при  $\lambda = 0,633$  мкм. В предположении линейного изменения  $l_{ext}$  с концентрацией было получено значение  $l_{ext} = 4,4$  мкм при  $c = 0,15$  в хорошем согласии с теоретическим значением  $l_{ext} \approx 3,9$  мкм. По известному значению  $\langle \cos \theta_s \rangle$  было получено  $l_{tr} = 23$  мкм. Если использовать теоретическое значение  $D_s$ , то получается  $l_{tr}\tau_0^{1/2} \approx 2,0 \times 10^{-4}$  см с<sup>1/2</sup>, что отличается от экспериментально найденного значения в 2 раза. Это указывает на необходимость учета анизотропии индикатрисы рассеяния при теоретическом описании.

В [65] изучалась автокорреляционная функция  $C_{J_2}(t)$  в обычной постановке эксперимента, когда источником является плоская волна, в растворе латекса диаметром 1,2 мкм. Угол рассеяния составлял 30°, т.е. рассматривался вклад только лестничных диаграмм. Было обнаружено, что скорость затухания корреляционной функции интенсивность — интенсивность возрастает с ростом концентрации и становится неэкспоненциальной, т.е. величина  $\ln C_{J_2}(t)$  перестает быть линейной функцией времени, как это имеет место для разбавленных суспензий. При этом величина  $\ln[-\ln C_{J_2}(t)]$  линейно зависит от  $\ln t$ , т.е.  $\ln C_{J_2}(t) \sim -t^{2/d_\omega}$ , где  $d_\omega = 2$  для однократного рассеяния, а с ростом концентрации  $d_\omega$  становится больше 2. Интересно, что зависимость  $d_\omega$  от концентрации очень похожа на аналогичную зависимость (2.37) величины  $S/N$ , что авторами [65] связывается с ростом вклада многократного рассеяния.

В [85] обсуждается влияние короткодействующих межчастичных корреляций на равновесные и динамические свойства многократного рассеяния в коллоидных системах. Как уже говорилось, для невзаимодействующих рассеивателей угловая зависимость вблизи пика обратного рассеяния ( $\theta = 0$ ) описывается формулой вида  $I^{(C)}(\theta) \sim 1 - \gamma k \theta l_{tr}$ , а временная корреляционная функция представляется как  $C_{E^2}(t) \sim 1 - \gamma(6t/\tau_0)^{1/2}$ . В работах [18, 49, 85, 86] было показано, что при наличии корреляций между частицами в формуле для  $I^{(C)}(\theta)$  следует заменить  $l_{tr}$  на  $l'_{tr}$  и  $\tau_0$  на  $\tau'_0$ , где  $l'_{tr}$  и  $\tau'_0$  учитывают парные корреляции частиц.

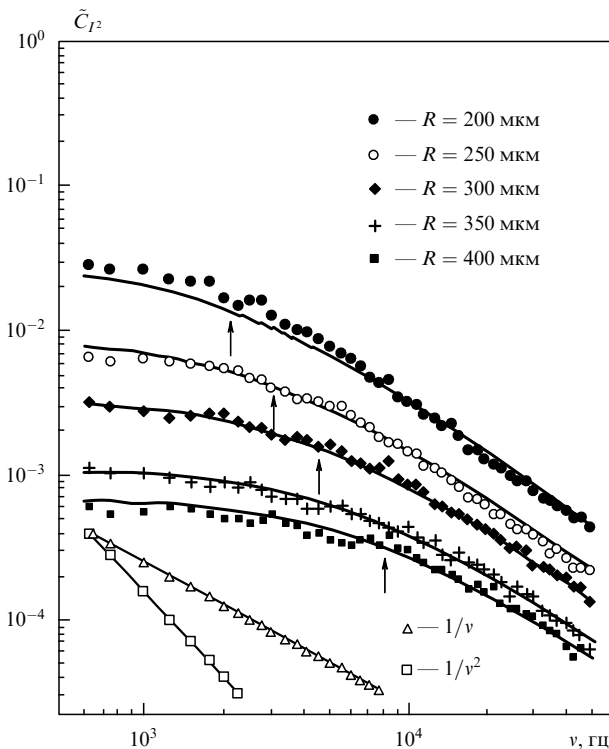


Рис. 12. Сравнение экспериментальных и теоретических зависимостей частотной корреляционной функции  $C_{J_2}(v)$ ,  $v = \omega/(2\pi)$ , для разных расстояний  $R$  от источника. Частоты  $v_c = \omega_c/2\pi$ , указанные стрелками, являются подгоночными параметрами. Наклоны  $1/v$  и  $1/v^2$  показаны для сравнения [30]



### 3. Корреляционные функции интенсивности

При изучении обратного рассеяния в сильно неоднородных средах было обнаружено, что интенсивность многократного рассеяния света испытывает сильные флуктуации. В случае взвесей — это флуктуации во времени [57, 60], а в случае неоднородных твердых тел — резкие изменения интенсивности от точки к точке [7]. В последнее время появляется большой интерес к изучению флуктуаций интенсивности и их корреляционных свойств. Эти исследования носят достаточно целенаправленный характер, поскольку хорошо известен квантовомеханический аналог этого явления — универсальные флуктуации проводимости в неупорядоченных металлах [21–25, 87]. Временная корреляционная функция интенсивности, рассмотренная в разделе 2.6, является частным случаем таких корреляционных функций. Кроме нее изучаются пространственные [26, 27, 88], угловые [27, 28, 31, 89], частотные [32–34, 88, 90–92] и поляризационные [93, 94] корреляционные функции.

Обычно при этом решают задачу о прохождении света через слой конечной толщины. Режим многократного рассеяния обеспечивается тем, что толщина слоя значительно больше длины экстинкции. Это условие гарантирует также применимость диффузионного приближения. Интерес к такой задаче возник в связи с тем, что, несмотря на многократное рассеяние, в прошедшем излучении существенно проявляются корреляционные эффекты, обусловленные когерентностью падающего излучения. Эти корреляционные эффекты имеют место и в отраженном свете, но при такой постановке задачи диффузионное приближение, строго говоря, является недостаточным.

#### 3.1. Угловые и частотные корреляции. Эффект памяти

Начнем рассмотрение с угловых корреляционных функций. Пусть на систему падают две плоские волны с волновыми векторами  $\mathbf{k}_i$  и  $\mathbf{k}_{i'}$ . Выделим в излучении на выходе из системы две плоские волны с волновыми векторами  $\mathbf{k}_s$  и  $\mathbf{k}_{s'}$ . Обозначим поля, возникающие в результате рассеяния плоских волн  $\mathbf{k}_i$  и  $\mathbf{k}_{i'}$ ,  $E(\mathbf{k}_i \rightarrow \mathbf{k}_s)$  и  $E(\mathbf{k}_{i'} \rightarrow \mathbf{k}_{s'})$ , а интенсивности соответственно  $I(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_s)$  и  $I(\mathbf{k}_{i'}, \mathbf{k}_{s'})$ . При прохождении через неупорядоченную систему в процессе многократного рассеяния эти интенсивности при определенных условиях оказываются скоррелированными. Корреляционные функции интенсивности определяются в виде

$$C_{I^2}(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_{i'}, \mathbf{k}_s, \mathbf{k}_{s'}) = \langle \delta I_{is} \delta I_{i's'} \rangle = \langle I(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_s) I(\mathbf{k}_{i'}, \mathbf{k}_{s'}) \rangle - \langle I(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_s) \rangle \langle I(\mathbf{k}_{i'}, \mathbf{k}_{s'}) \rangle. \quad (3.1)$$

В главном порядке по  $\lambda/l_{\text{ext}} < 1$  корреляционные функции факторизуются [26]

$$C_{I^2}(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_{i'}, \mathbf{k}_s, \mathbf{k}_{s'}) = C_{I^2}(i, i', s, s') = |\langle E(\mathbf{k}_i \rightarrow \mathbf{k}_s) E^*(\mathbf{k}_{i'} \rightarrow \mathbf{k}_{s'}) \rangle|^2. \quad (3.2)$$

В диаграммном представлении выражение (3.2) имеет вид произведения двух диаграмм

$$\begin{array}{c} \overleftarrow{k_s} \quad \overleftarrow{k_i} \\ \overleftarrow{k_{s'}} \quad \overleftarrow{k_{i'}} \\ \hline \text{L} \\ \hline \overrightarrow{k_s} \quad \overrightarrow{k_i} \\ \overrightarrow{k_{s'}} \quad \overrightarrow{k_{i'}} \end{array}, \quad (3.3)$$

где символом L обозначают совокупность всех лестничных диаграмм. Поскольку изучаются корреляционные функции света, прошедшего сквозь сильно рассеивающую среду, циклическими диаграммами обычно пренебрегают. Мы рассмотрим распространение скалярной волны через слой неоднородной среды толщиной  $L$  с площадью поперечного сечения  $S = W^2$ , где  $W$  — ширина образца.

Первой диаграмме соответствует выражение для корреляционной функции поле – поле в виде

$$C_{E^2}(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_{i'}, \mathbf{k}_s, \mathbf{k}_{s'}) = \int d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 d\mathbf{r}'_1 d\mathbf{r}'_2 \mathbf{L}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}'_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}'_2) \times \exp(i\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r}_1 - i\mathbf{k}_{i'}^* \cdot \mathbf{r}'_1 - i\mathbf{k}_s \cdot \mathbf{r}_2 + i\mathbf{k}_{s'}^* \cdot \mathbf{r}'_2). \quad (3.4)$$

Здесь индекс  $(L)$  обозначает, что координата  $z$  соответствующего вектора отсчитывается от плоскости  $z = L$ . Это связано с тем, что при переходе в волновую зону в пропагаторах  $\mathbf{T}(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r})$  и  $\mathbf{T}^*(\mathbf{r}'_2 - \mathbf{r})$ , описывающих распространение поля в точку наблюдения, отсчет ведется от точки  $\mathbf{r}(0, 0, L)$ . Амплитуда падающего поля для простоты положена равной единице.

В приближении точечных рассеивателей интегрирования по  $\mathbf{r}'_1$  и  $\mathbf{r}'_2$  снимаются благодаря наличию  $\delta$ -функций в лестничном операторе:  $\mathbf{L}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}'_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}'_2) \rightarrow \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}'_1) \times \delta(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}'_2) \mathbf{L}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ .

Для широкого образца ( $W \gg L$ ) пропагатор переноса излучения обладает свойством трансляционной инвариантности в плоскости  $x, y$ :  $\mathbf{L}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \mathbf{L}(\mathbf{r}_{\perp 1} - \mathbf{r}_{\perp 2}, z_1, z_2)$ , где  $\mathbf{r}_{\perp} = (x, y)$ . В этом случае выражение (3.4) отлично от нуля только при выполнении "закона сохранения" поперечной компоненты волнового вектора

$$(\mathbf{k}_i - \mathbf{k}_{i'})_{\perp} = (\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_{s'})_{\perp}. \quad (3.5)$$

Выделяя мнимые части в волновых векторах, связанных с затуханием, выражение (3.4) можно записать в виде

$$C_{E^2}(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_{i'}, \mathbf{k}_s, \mathbf{k}_{s'}) = \delta(\Delta\mathbf{k}_{\perp 1}, \Delta\mathbf{k}_{\perp 2}) S \int d^2\mathbf{r}_{\perp} \int_0^L dz_1 \int_0^L dz_2 \mathbf{L}(\mathbf{r}_{\perp}, z_1, z_2) \times \exp\left[-\sigma\left(\frac{z_1}{\cos\theta_i} + \frac{L-z_2}{\cos\theta_s}\right) + i\mathbf{r}_{\perp} \cdot \Delta\mathbf{k}_{\perp}\right], \quad (3.6)$$

где

$$\Delta\mathbf{k}_{\perp 1} = (\mathbf{k}_i - \mathbf{k}_{i'})_{\perp}, \quad \Delta\mathbf{k}_{\perp 2} = (\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_{s'})_{\perp}. \quad (3.7)$$

Всегда рассматривается корреляция между достаточно близкими углами, так что полагаем  $\cos\theta_i \approx \cos\theta_{i'}$  и  $\cos\theta_s \approx \cos\theta_{s'}$ , где  $\theta_i, \theta_{i'}$  — углы падения,  $\theta_s, \theta_{s'}$  — углы, под которыми наблюдается рассеяние двух коррелирующих полей. Вещественные множители в экспоненте описывают затухание входящих и выходящих лучей. Вторая диаграмма  $C_{E^2}(\mathbf{k}_{i'}, \mathbf{k}_i, \mathbf{k}_{s'}, \mathbf{k}_s)$  получается из (3.4) комплексным сопряжением. В отличие от случая полупространства в данном случае необходимо задавать граничные условия на поверхностях  $z = 0$  и  $z = L$ . Обычно требуют [27], чтобы пропагатор переноса излучения обращался в нуль на этих границах. Для решения такой граничной задачи используется метод

зеркальных отображений для слоя конечной толщины [27, 28, 93–95]

$$\mathbf{L}(\mathbf{r}_\perp, z_1, z_2) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} [L_0(\mathbf{r}_\perp, z_1 - z_2 + 2nL) - L_0(\mathbf{r}_\perp, z_1 + z_2 + 2nL)]. \quad (3.8)$$

Благодаря наличию экспоненциально затухающих множителей в формуле (3.6) точка  $\mathbf{r}_1$  расположена вблизи поверхности  $z = 0$ , а  $\mathbf{r}_2$  — вблизи поверхности  $z = L$ . Таким образом, расстояние  $|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2| \gg l_{\text{ext}}$ , что позволяет для пропагатора однородной среды использовать диффузионное приближение:  $L_0(\mathbf{r}) = 3(l_{\text{ext}}^3 r)^{-1}$ .

Интеграл (3.6) может быть вычислен точно. Однако обычно ограничиваются его приближенной оценкой, что сказывается только на численном множителе. Благодаря множителям  $\exp(-\sigma z)$ , основной вклад в интегралы вносят области  $z_1 \sim l_{\text{ext}}$  и  $z_2 \sim L - l_{\text{ext}}$ . В частности, в [27] положили  $\mathbf{L}(\mathbf{r}_\perp, z_1, z_2) \approx \mathbf{L}(\mathbf{r}_\perp, l_{\text{ext}}, L - l_{\text{ext}})$  в задаче о прохождении и  $\mathbf{L}(\mathbf{r}_\perp, z_1, z_2) \approx \mathbf{L}(\mathbf{r}_\perp, l_{\text{ext}}, l_{\text{ext}})$  в задаче об отражении света.

Переходя к представлению Фурье, легко выполняем интегрирование по поперечным переменным. Выполняя также интегрирование по  $k_z$  с помощью теоремы о вычетах и суммируя возникающую геометрическую прогрессию, получим

$$\begin{aligned} C_{E^2}(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_i', \mathbf{k}_s, \mathbf{k}_s') &= \\ &= \delta_{(\Delta k_{i\perp}, \Delta k_{s\perp})} \frac{6\pi S}{l_{\text{ext}}^3 |\Delta \mathbf{k}_{i\perp}|} \frac{\cosh(2l_{\text{ext}} \Delta k_{i\perp}) - 1}{\sinh(\Delta k_{i\perp} L)} \times \\ &\times \int_0^L dz_1 \int_0^L dz_2 \exp\left[\left(-\frac{\sigma}{\cos \theta_i} + i\Delta k_{iz}\right) z_1 + \right. \\ &\left. + \left(-\frac{\sigma}{\cos \theta_s} + i\Delta k_{sz}\right) (L - z_2)\right] \approx \\ &\approx \delta_{(\Delta k_{i\perp}, \Delta k_{s\perp})} S \frac{12\pi l_{\text{ext}}}{L} \cos \theta_i \cos \theta_s F_1(\Delta k_{i\perp} L), \end{aligned} \quad (3.9)$$

где

$$F_1(x) = \frac{x}{\sinh x}. \quad (3.10)$$

Впервые такая формула для корреляционной функции полей была получена в [28]. При переходе ко второму равенству в (3.9) мы учли, что величинами  $\Delta k_{iz}$  и  $\Delta k_{sz}$  можно пренебречь по сравнению с  $\sigma$ , поскольку при  $|\Delta k| > L^{-1}$  функция  $F_1(x)$  пренебрежимо мала.

Прежде всего укажем, что в приближении факторизации (3.2) корреляционная функция полей  $C_{E^2}$  отлична от нуля только в случае  $\Delta \mathbf{k}_{i\perp} = \Delta \mathbf{k}_{s\perp}$ . Это свойство авторы [28] назвали эффектом памяти, поскольку оно означает, что поля при многократных рассеяниях "запоминают" исходную разность проекций волновых векторов на границе раздела. Физически это свойство памяти можно пояснить следующим образом. В процессе прохождения сквозь мутную среду два поля, рассеивающиеся на одних и тех же неоднородностях, сохраняют исходную разность фаз, обусловленную различным направлением их падения. Тогда при статистическом усреднении скоррелированными окажутся только поля, выходящие с той же разностью поперечных компонент волновых векторов, что и у падающих.

Отметим также, что величина корреляционной функции  $C_{E^2}$  экспоненциально убывает с ростом разности

проекций волновых векторов, т.е. с увеличением угла между полями.

Формула (3.9) получена для бесконечной в поперечном направлении пластины. В этом случае разность поперечных составляющих волновых векторов может меняться непрерывно. В [28] рассматривался случай волновода, т.е. слоя с конечной шириной  $W$  с дискретным набором поперечных мод, когда  $\Delta k_i = \pi n W^{-1}$ , где  $n$  — целые числа. Из вида функции (3.10) следует, что эффект памяти наиболее сильно проявляется при условии  $L \ll W$ , т.е. для широких волноводов, поскольку минимальное значение аргумента  $x$  равно  $\pi L/W$ . В [96] был специально рассмотрен случай тонкого волновода ( $W \ll L$ ) и показано, что в такой системе эффект памяти исчезает.

В [31] экспериментально проверялась полученная в [28] форма угловой зависимости корреляционной функции и было подтверждено существование эффекта памяти. Луч поляризованного света от гелий-неонового лазера мощностью 5 мвт и длиной волны 0,633 мкм расширялся до 15 мм. Центральная часть луча диаметром 6 мм имела практически плоский волновой фронт и именно она использовалась при изучении спекл-структуры. Чтобы лазерный луч не перемещался вдоль образца в процессе вращения, на поверхность образца накладывалась маска с диаметром отверстия 6 мм. Спекл-структура фиксировалась с помощью видеокамеры, информация от которой в цифровом коде передавалась на компьютер. Образец представлял собой тонкий слой опалового стекла толщиной 370 мкм, наложенного на прозрачное стекло, выполняющее роль подложки.

Корреляционная функция  $C_{I_2}$  для проходящего света показана на рис. 13. Она получена в результате обработки 250 спекл-картин, в каждой из которых имелось по

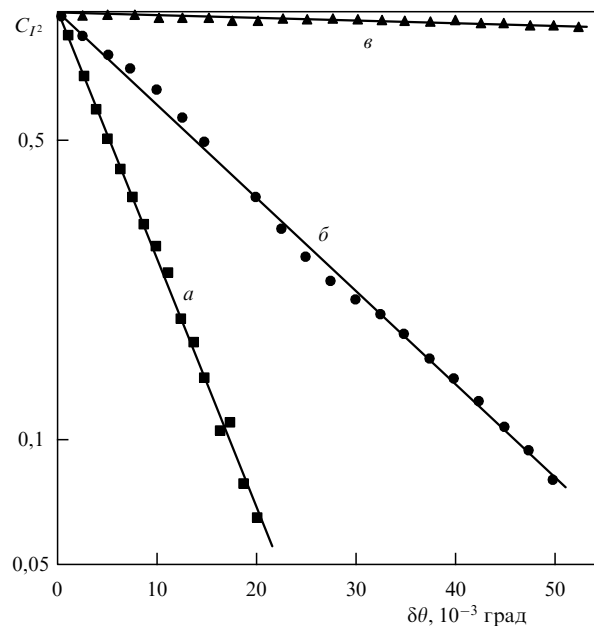


Рис. 13. Угловая корреляционная функция проходящего излучения для разных образцов: (а) слой опалового стекла толщиной 370 мкм, (б) слой опалового стекла толщиной 810 мкм, (в) стекло с шероховатой поверхностью, моделирующее неоднородную среду толщиной  $L \approx 0$  [31]

несколько сотен спекл-пятен. Как видно из рисунка, данные хорошо аппроксимируются экспоненциальным законом, что согласуется с результатами расчета при больших значениях аргумента.

Кривая *a* на рис. 13 получена при прохождении света через грубо обработанную стеклянную поверхность, что соответствует образцу с почти нулевым значением толщины *L*. В этом случае  $C_{I^2}$  почти не зависит от угла  $\delta\theta$ . Действительно,  $F_1(L\Delta k_{i\perp}) \rightarrow 1$  при  $L \rightarrow 0$ . Как видно из рисунка, наблюдается слабое затухание  $C_{I^2}$  с ростом  $\delta\theta$ , обусловленное конечными размерами шероховатости порядка 15 мкм. Глубина шероховатости измерена с помощью микроскопа.

Кривые *b* и *в* на рис. 13 относятся к случаю проходящего света для многократно рассеивающих образцов опалового стекла толщиной 370 мкм и 810 мкм. При обработке эксперимента геометрическая толщина образца заменялась на  $L - l_{tr}$ , поскольку требуется путь по крайней мере порядка  $l_{tr}$ , чтобы свет из когерентного стал диффузным. Из измерений проходящего света было установлено, что  $l_{tr} = 100$  мкм. Экспериментальные данные аппроксимировались выражением

$$C_{I^2}(i, i', s, s') \sim \exp[-b\Delta k_{i\perp}(L - l_{tr})],$$

где  $\Delta k_{i\perp} \approx k\delta\theta$ . Было обнаружено, что для образцов толщиной 380 мкм и 810 мкм константа  $b = 1,07$ . Учитывая, что экспериментальная точность составляет приблизительно 10 %, можно считать, что  $b \sim 1$ .

В приближении факторизации  $C_{I^2} = |C_{E^2}|^2$  из (3.10) следует

$$C_{I^2}(i, i', s, s') \sim \left[ \frac{\Delta k_{i\perp} L}{\sinh(\Delta k_{i\perp} L)} \right]^2.$$

Эксперимент выполнен для открытой геометрии, однако, поскольку диаметр луча много больше толщины образца, можно использовать волноводную геометрию с диаметром луча, играющим роль *W*. Эксперимент в общем плане подтверждает теорию, в частности, зависимость корреляционной функции от масштабного множителя  $\Delta k_{i\perp} L$  и экспоненциальный характер затухания при больших  $\Delta k_{i\perp} L$ .

Однако есть и существенное различие. Теория предсказывает, что  $C_{I^2}(\Delta k_{i\perp} L)$  начинает спадать с плоской вершины, затем наклон начинает нарастать и в конце концов переходит в экспоненциальное затухание. Экспериментально плоская вершина не обнаруживается, а сразу начинается экспоненциальный спад. Причина расхождения обусловлена либо волноводной геометрией в теоретическом описании, в то время как эксперимент поставлен для неограниченной в поперечном сечении среды, либо есть еще один механизм потери памяти, который не учтен в теории.

В работах [31, 97–101] на основе аналогичного рассмотрения были получены корреляционные функции интенсивности света, отраженного слоем конечной толщины. В приближении факторизации нормированная корреляционная функция имеет вид [97]

$$C_{I^2}^{(R)}(i, i', s, s') = \langle R_{is} \rangle \langle R_{i's'} \rangle \delta_{(\Delta k_{i\perp}, \Delta k_{s\perp})} F_R^2(\Delta k_{i\perp}), \quad (3.11)$$

где  $\langle R_{is} \rangle$  — коэффициенты отражения диффузного света, связанные с коэффициентами прохождения  $\langle T_{is} \rangle$  соотно-

шением  $\langle R_{is} \rangle + \langle T_{is} \rangle = 1$ . Функция  $F_R$ , описывающая закон убывания корреляции отраженных полей, имеет вид

$$F_R(\Delta k) = \frac{L}{L - l_{ext}} \frac{\sinh(\Delta k l_{ext}) \sinh[\Delta k(L - l_{ext})]}{\Delta k l_{ext} \sinh(\Delta k L)}. \quad (3.12)$$

При увеличении толщины слоя,  $L \rightarrow \infty$ , коэффициент прохождения убывает как  $L^{-1}$ , коэффициент отражения  $\langle R_{is} \rangle \rightarrow 1$ . Это соответствует известному факту, что в непоглощающей неоднородной среде весь падающий свет возвращается назад в виде диффузного излучения.

Формула (3.11) также предсказывает эффект памяти для отраженного света. Однако в отличие от случая прохождения света (3.9), (3.10), эффект памяти здесь не универсален в том смысле, что величина корреляции зависит не только от геометрии образца, но и от степени неупорядоченности системы через коэффициент экстинкции, который входит в выражение (3.12).

В [97] учитывалось также влияние поглощения на корреляции в отраженном свете. Было показано, что наличие поглощения приводит к замене  $\Delta k_{\perp}$  на  $(\Delta k_{\perp}^2 + L_a^{-2})^{1/2}$ , где  $L_a$  — длина поглощения. При этом корреляционная функция спадает медленнее, и эффект памяти становится более заметным.

В [99] было показано, что для корреляционных функций отражения следует учитывать также и циклические диаграммы. В этом случае корреляционная функция представляется в виде суммы четырех слагаемых

$$C_{I^2}^{(R)}(i, i', s, s') = \frac{\boxed{L}}{\boxed{L}} \neq \frac{\boxed{L}}{\boxed{C}} \neq \frac{\boxed{C}}{\boxed{L}} \neq \frac{\boxed{C}}{\boxed{C}}.$$

Формула (3.11) соответствует учету только первого слагаемого. Учет всех четырех слагаемых приводит к выражению

$$C_{I^2}^{(R)}(i, i', s, s') = \text{const } \delta_{(\Delta k_{i\perp}, \Delta k_{s\perp})} \times \frac{[F_R(\Delta k_{i\perp}) + F_R(\Delta k_{i\perp} + \mathbf{k}_{i\perp} + \mathbf{k}_{s\perp})]^2}{[1 + F_R(\mathbf{k}_{i\perp} + \mathbf{k}_{s\perp})][1 + F_R(\mathbf{k}_{i\perp} + \mathbf{k}_{s\perp} - 2\Delta k_{s\perp})]}. \quad (3.13)$$

Отличительное свойство формулы (3.13) состоит в том, что корреляционная функция в угловом распределении имеет два пика. Первый пик наблюдается, когда оба коррелирующих луча почти совпадают, т.е.  $\Delta \mathbf{k}_{i\perp} = 0$ . С учетом эффекта памяти это соответствует условию  $\mathbf{k}_{i\perp} = \mathbf{k}_{i'\perp}$ ,  $\mathbf{k}_{s\perp} = \mathbf{k}_{s'\perp}$ . Второй пик наблюдается в окрестности  $\Delta \mathbf{k}_{i\perp} = -\mathbf{k}_{i\perp} - \mathbf{k}_{s\perp}$ , что соответствует условиям  $\mathbf{k}_{i'\perp} = -\mathbf{k}_{s\perp}$ ,  $\mathbf{k}_{s'\perp} = -\mathbf{k}_{i\perp}$ . Первый пик возникает из-за вклада лестничных диаграмм, а второй обусловлен вкладом циклических.

В [31] наряду с корреляционной функцией прошедшего света изучались угловые корреляции интенсивности при отражении. Чтобы избежать зеркального отражения, использовалась асимметричная геометрия, в которой спекл-картина измерялась при угле отражения  $\theta_r = 0$ , т.е. вдоль нормали к поверхности, в то время как угол падения лазерного луча был равен  $\theta_i = 30^\circ$ . Экспериментальные данные аппроксимировались функцией

$$C_{I^2}^{(R)}(\Delta k_{i\perp} l_{tr}) \sim \exp(-a\Delta k_{i\perp} l_{tr}),$$

где, как и для проходящего света,  $l_{tr} = 100$  мкм и  $a = 3$ . Сопоставление этой подгоночной формулы с (3.12) дает те же различия между теорией и экспериментом, как и в случае прохождения света. Наряду с угловыми экспериментально исследуются также корреляции волн с различными частотами. Вывод частотной корреляционной функции в общих чертах совпадает с выводом для угловой корреляционной функции, однако теперь необходимо в явном виде указывать на частотную зависимость соответствующих величин.

Корреляционная функция интенсивность – интенсивность с частотами  $\omega$  и  $\omega'$  определяется в виде

$$C_{I^2}(\omega, \omega') = \langle \delta I(\omega, \mathbf{r}) \delta I(\omega', \mathbf{r}) \rangle, \quad (3.14)$$

где  $\delta I(\omega, \mathbf{r}) = I(\omega, \mathbf{r}) - \langle I(\omega, \mathbf{r}) \rangle$  — флуктуация интенсивности света с частотой  $\omega$ .

Корреляционная функция (3.14) в приближении, аналогичном (3.2), имеет вид

$$\langle \delta I(\omega, \mathbf{r}) \delta I(\omega', \mathbf{r}) \rangle = |\langle \delta E(\omega, \mathbf{r}) \delta E^*(\omega', \mathbf{r}) \rangle|^2, \quad (3.15)$$

где  $\delta E(\omega, \mathbf{r})$  — рассеянное поле с частотой  $\omega$  в точке  $\mathbf{r}$ .

Проводя вычисления, аналогичные (3.6)–(3.9), получим для корреляционной функции прошедшего диффузного излучения [32, 83]

$$\begin{aligned} & |\langle E(\omega, \mathbf{r}) E^*(\omega', \mathbf{r}) \rangle|^2 = \\ & = \text{const} |E_0|^4 \frac{\cosh(\sqrt{2}\chi l_{\text{ext}}) - \cos(\sqrt{2}\chi l_{\text{ext}})}{\cosh(\sqrt{2}\chi L) - \cos(\sqrt{2}\chi L)}, \end{aligned} \quad (3.16)$$

где  $\chi = (\Delta\omega D^{-1})^{1/2}$ .

Из формул (3.9) и (3.16) следует, что угловые и частотные корреляционные функции интенсивности спадают экспоненциально при разнесении коррелирующих мод по частоте или волновым векторам. Они получены в приближении факторизации и описывают наиболее сильно флуктуирующие вклады в интенсивность. Действительно, при совпадающих частотах или волновых векторах флуктуации интенсивности порядка самой интенсивности [28]

$$\frac{\langle (\delta I)^2 \rangle}{\langle I \rangle^2} = 1, \quad (3.17)$$

что проявляется в виде спекл-структур, наблюдающихся при многократном рассеянии света в неоднородных средах.

### 3.2. Дальнедействующие корреляции интенсивности

Рассматриваемые нами корреляции интенсивности представляют собой среднее от произведения полей четвертого порядка. Выбирая для определенности частотные корреляционные функции для скалярного поля, можно написать

$$\begin{aligned} \langle I(\omega, \mathbf{r}) I(\omega', \mathbf{r}) \rangle &= \int d\mathbf{r}_1 \dots d\mathbf{r}_s \mathbf{T}(\omega, \mathbf{r} - \mathbf{r}_5) \times \\ &\times \mathbf{T}^*(\omega, \mathbf{r} - \mathbf{r}_6) \mathbf{T}(\omega', \mathbf{r} - \mathbf{r}_7) \mathbf{T}^*(\omega', \mathbf{r} - \mathbf{r}_8) \times \\ &\times \mathbf{K}(\omega, \omega'; \mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_8) E_0(\omega, \mathbf{r}_1) \times \\ &\times E_0^*(\omega, \mathbf{r}_2) E_0(\omega', \mathbf{r}_3) E_0^*(\omega', \mathbf{r}_4), \end{aligned} \quad (3.18)$$

где функция  $\mathbf{K}(\omega, \omega'; \mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_8)$  представляет собой сумму всех восьмивершинных диаграмм. Главный вклад вносят произведения последовательностей лестничных диаграмм

$$\begin{aligned} \mathbf{K}(\omega, \omega'; \mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_8) &\approx \mathbf{L}(\omega, \omega; \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_5, \mathbf{r}_6) \times \\ &\times \mathbf{L}(\omega', \omega'; \mathbf{r}_3, \mathbf{r}_4, \mathbf{r}_7, \mathbf{r}_8) + \mathbf{L}(\omega, \omega'; \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_4, \mathbf{r}_5, \mathbf{r}_8) \times \\ &\times \mathbf{L}(\omega', \omega; \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3, \mathbf{r}_6, \mathbf{r}_7), \end{aligned} \quad (3.19)$$

где функция  $\mathbf{L}(\omega, \omega; \mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_4)$  представляет собой сумму обычных лестничных диаграмм, а  $\mathbf{L}(\omega, \omega'; \mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_4)$  — сумму тех же диаграмм, в которых верхняя линия описывает распространение поля с частотой  $\omega$ , а нижняя — поля с частотой  $\omega'$ . Первое слагаемое в (3.19) приводит к произведению средних интенсивностей  $\langle I(\omega) \rangle \langle I(\omega') \rangle$ , а второе дает основной вклад в корреляционную функцию, описанный в предыдущем разделе. Обратим внимание, что при совпадающих частотах оба слагаемых одинаковы, что соответствует соотношению (3.17).

Кроме диаграмм, учтенных в (3.19), можно рассматривать вклад связанных диаграмм, состоящих из большего числа лестничных пропагаторов. Физически это означает учет взаимодействия диффузионных мод в рассеивающей среде. Такой учет приводит к дальнедействующим вкладам в корреляционную функцию [27, 28]. Эти диаграммы ранее были рассмотрены в теории электронной проводимости в неупорядоченных металлах [23, 29, 102, 103].

Графически диаграммы следующего порядка получаются путем связывания лестничных пропагаторов. Такое связывание осуществляется с помощью вершинной функции Хиками [29]. Оказалось, что учет диаграмм с возрастающим числом вершин Хиками соответствует учету более слабых по интенсивности, но дальнедействующих по характеру убывания корреляций.

Были проведены расчеты для пространственных [27] и угловых [28] корреляций. В [28] найдены вклады в нормированную угловую корреляционную функцию интенсивностей  $c_{i,i',s,s'} = C_{I^2}(i, i', s, s') / \langle I_0 \rangle^2$  нулевого, первого и второго порядка по числу вершин Хиками

$$c_{i,i',s,s'} = c_{i,i',s,s'}^{(1)} + c_{i,i',s,s'}^{(2)} + c_{i,i',s,s'}^{(3)}. \quad (3.20)$$

Для волн, распространяющихся в волноводе длиной  $L$  и поперечным сечением  $S = W^2$ , число мод определяется величиной  $N = (2\pi/\lambda)^2 S$ . В [28] показано, что параметром разложения в этом случае служит величина

$$g^{-1} = \left( \frac{N l_{\text{ext}}}{L} \right)^{-1}. \quad (3.21)$$

Волновод в результате многократного рассеяния случайным образом перемешивает эти моды, так что коэффициент пропускания  $T_{is} = I_{is} / \langle I_0 \rangle$  дает долю интенсивности  $I_{is}$  входящей моды  $i$ , которая трансформируется в выходящую моду  $s$ . Для неограниченного плоского слоя, когда моды  $i$  и  $s$  задаются углами падения и рассеяния

$$\langle T_{is} \rangle = \frac{l_{\text{ext}}}{L} \cos \theta_i \cos \theta_s. \quad (3.22)$$

Это соотношение фактически следует из формулы (3.9) при  $\Delta k_{i\perp} = 0$ . Для отдельных вкладов в корреляционную

функцию  $c_{i,i',s,s'} = \langle \delta T_{is} \delta T_{i's'} \rangle$  были получены выражения в виде

$$c_{i,i',s,s'}^{(1)} = D_1 \langle T_{is} \rangle \langle T_{i's'} \rangle \delta_{(\Delta k_{i\perp}, \Delta k_{s\perp})} F_1^2(\Delta k_{i\perp} L), \quad (3.23)$$

$$c_{i,i',s,s'}^{(2)} = D_2 g^{-1} \langle T_{is} \rangle \langle T_{i's'} \rangle [F_2(\Delta k_{i\perp} L) + F_2(\Delta k_{s\perp} L)], \quad (3.24)$$

$$c_{i,i',s,s'}^{(3)} = D_3 g^{-2} \langle T_{is} \rangle \langle T_{i's'} \rangle, \quad (3.35)$$

где  $D_j$  — константы порядка единицы, а

$$F_2(x) = 2x^{-1} \left( \coth x - \frac{x}{\sinh^2 x} \right). \quad (3.26)$$

В случае широкого волновода формула (3.23) получается из (3.9) после возведения в квадрат и нормировки. Функция  $F_1(x)$  дается формулой (3.10).

Член первого порядка по параметру  $g^{-1}$ ,  $c_{i,i',s,s'}^{(2)}$  описывает медленно спадающий вклад в корреляционную функцию  $c^{(2)} \sim (\Delta k_{i\perp})^{-1}$ , где  $l = i$  или  $s$ . Впервые вклад такого типа был вычислен для пространственных корреляций в [27]. Несмотря на малость параметра  $g^{-1}$  этот вклад становится главным, если  $\Delta k_{i\perp} \neq \Delta k_{s\perp}$ . Происхождение этого члена интуитивно понимается следующим образом. Когда два луча входят в рассеивающую среду под близкими углами, их пути в процессе многократного рассеяния внутри образца очень близки, так что на выходе из образца оказываются скоррелированными интенсивности рассеяния под разными углами и наоборот. Математически это проявляется в наличии двух слагаемых в формуле (3.24).

Третий член  $c_{i,i',s,s'}^{(3)}$  описывает однородный положительный вклад в корреляции между любыми модами вне зависимости от разности волновых векторов в падающем и рассеянном излучении. Этот вклад с бесконечным радиусом корреляции соответствует универсальным флуктуациям проводимости в физике неупорядоченных металлов. Величина этого вклада чрезвычайно мала, и его детектирование весьма сложно. Существенно, однако, отметить следующее. Если просуммировать по всем входным и выходным модам (проинтегрировать по всем углам падения  $\theta_i$  и рассеяния  $\theta_s$ ), то вклад  $c^{(3)}$  становится доминирующим. Действительно, поскольку суммирование по числу мод  $\sum \sim N$ , а коэффициент пропускания  $\langle T_{is} \rangle \sim l_{\text{ext}}/L$ , то можно написать следующие оценки

$$\begin{aligned} \sum_{\Delta k_{i\perp}} \sum_{\Delta k_{s\perp}} c^{(1)} &\sim \left( \frac{l_{\text{ext}}}{L} \right)^2, \\ \sum_{\Delta k_{i\perp}} \sum_{\Delta k_{s\perp}} c^{(2)} &\sim g^{-1} N \left( \frac{l_{\text{ext}}}{L} \right)^2 \sim \frac{l_{\text{ext}}}{L}, \\ \sum_{\Delta k_{i\perp}} \sum_{\Delta k_{s\perp}} c^{(3)} &\sim g^{-2} N^2 \left( \frac{l_{\text{ext}}}{L} \right)^2 \sim 1. \end{aligned} \quad (3.27)$$

Последнее соотношение означает независимость от размеров образца, т.е. универсальность флуктуаций.

Таким образом, вклады  $c^{(1)}$  и  $c^{(2)}$  становятся меньше  $c^{(3)}$  соответственно на множители  $(l_{\text{ext}}/L)^2$  и  $l_{\text{ext}}/L$ . Нетрудно видеть, что при суммировании только по входным или выходным модам доминирующим становится вклад  $c^{(2)}$ . Эти оценки относятся не только к угловым, но и к частотным корреляционным функциям.

В [32] исследовалась интенсивность проходящего света в дисперсной системе, состоящей из частиц рутила  $\text{TiO}_2$  с объемной концентрацией 40 % и размером частиц  $(0,25 \pm 0,15)$  мкм, растворенных в полистироле [31]. Образец приготавливался в форме клина, так что толщина  $L$  могла варьироваться. Источниками света служили импульсные лазеры с длинами волн 514 нм и 581 нм и длительностью импульсов соответственно 90 пс и 6 пс.

На рис. 14 показан падающий импульс и импульс, прошедший через среду толщиной  $L = 543$  мкм для  $\lambda = 581$  нм. Для прошедшего импульса сплошная линия была получена в результате свертки падающего импульса с функцией пропускания  $T(t, L)$ . В диффузионном приближении она имеет вид [32, 92]

$$T(t, L) = \frac{\exp(-t/\tau_a)}{\sqrt{4\pi Dt}} \sum_{-\infty}^{\infty} \left\{ \exp \left[ -\frac{((2n-1)L - 2z_0)^2}{4Dt} \right] - \exp \left[ -\frac{(2n-1)^2 L^2}{4Dt} \right] \right\}. \quad (3.28)$$

Функция  $T(t, L)$  получается из ряда, аналогичного (3.8), для частотных функций переходом в  $(\mathbf{r}, t)$ -представление [92]. Параметр  $\tau_a$  введен для описания поглощения света средой вследствие неупругих процессов и связан с длиной поглощения  $L_a$  соотношением  $\tau_a = L_a^2/D$ . Величина  $D$  — коэффициент диффузии света. В пределе слабого рассеяния  $D = vl_{\text{tr}}/3$ . В данной работе величины  $\tau_a$  и  $D$  использовались как подгоночные параметры. Для подгонки достаточно членов вплоть до  $n = 3$ . Для  $\lambda = 581$  нм подгонка дает  $D = (4,5 \pm 0,5) \times 10^5 \text{ см}^2 \text{ с}^{-1}$  и  $\tau_a = (243 \pm 40)$  пс, а для импульса с длиной волны  $\lambda = 514$  нм получили  $D = (3 \pm 0,4) \times 10^5 \text{ см}^2 \text{ с}^{-1}$  и  $\tau_a = (120 \pm 20)$  пс. Хвост импульса описывается про-

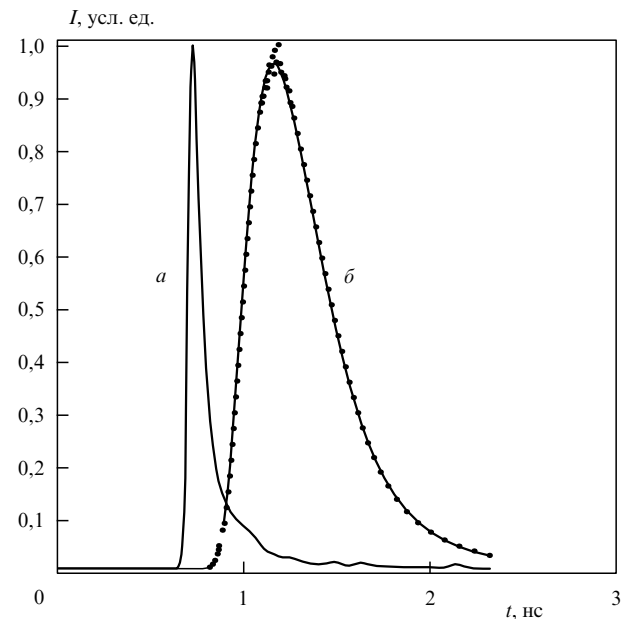


Рис. 14. Временная развертка падающего импульса (а) и импульса, прошедшего через слой дисперсионной среды, содержащей 40 % частиц  $\text{TiO}_2$  диаметром  $(0,25 \pm 0,15)$  мкм, толщиной  $L = 543$  мкм (б). Точки — эксперимент, сплошная линия — свертка падающего импульса с функцией пропускания (3.34) с использованием  $D$  и  $\tau_a$  в качестве подгоночных параметров [32]

стым экспоненциальным законом с характерным временем

$$\tau = \left( \tau_a^{-1} + \frac{\pi^2 D}{L^2} \right)^{-1}. \quad (3.29)$$

Из обработки зависимости  $\tau$  от  $L$  по этой формуле получаются значения  $D = (4,7 \pm 0,3) \times 10^5 \text{ см}^2 \text{ с}^{-1}$  и  $\tau_a = (293 \pm 40) \text{ пс}$ , что хорошо согласуется с подгонкой с помощью корреляционной функции  $T(t, L)$ . Коэффициент пропускания, описывающий перенос энергии через слой толщины  $L$ , получается из выражения (3.28) интегрированием по времени

$$T(L) = \frac{\sinh(\alpha z_b)}{\sinh(\alpha L)},$$

где  $\alpha = L_a^{-1} = (D\tau_a)^{-1/2}$  — коэффициент поглощения. Для нормального падения при  $\alpha = 0$  эта формула переходит в формулу (3.22). Для  $\lambda = 581 \text{ нм}$  величина  $L_a$  равна  $105 \text{ мкм}$ , что согласуется со значением  $L_a = 112 \text{ мкм}$ , полученным из измерений  $T(L)$  для  $L = 589 \text{ нм}$  [90]. Пользуясь выражением  $D = v l_{\text{tr}}/3$ , можно получить оценку  $l_{\text{tr}} = 1,5 \text{ мкм}$  в согласии с измерениями  $T(L)$ .

Данные результаты показывают, что временное поведение и средний перенос энергии хорошо описываются диффузионной моделью.

В [32] измерялась также частотная корреляционная функция интенсивностей. Для этой корреляционной функции использовалась формула

$$C_{I^2}(\Delta\omega, L) = \langle \delta I(\omega) \delta I(\omega + \Delta\omega) \rangle \sim \left[ \frac{\sinh(qz_b)}{\sinh(qL)} \right]^2, \quad (3.30)$$

где  $q = (L_a^{-2} + \Delta\omega/D)^{1/2}$ . Полуширина корреляционной функции получилась равной

$$\frac{(\Delta\omega)^*}{2\pi} = \begin{cases} \frac{1,46 D}{L^2}, & \text{при } L < L_a, \\ \frac{0,265 D}{\sqrt{LL_a^3}}, & \text{при } L \gg L_a. \end{cases}$$

Измерения выполнялись с использованием одночастотного лазера на красителях  $\lambda = 589 \text{ нм}$  для образца толщиной  $452 \text{ мкм}$ . Корреляционная функция, полученная в результате усреднения по восьми спекл-областям, хорошо согласуется с теорией.

В [34] исследовалась частотная корреляционная функция интенсивность — интенсивность для проходящего света

$$\langle \delta T_{is}(\omega) \delta T_{i's'}(\omega + \Delta\omega) \rangle,$$

которая, как и в случае угловых функций, представляет собой сумму трех вкладов (3.20). Нормированный на среднюю интенсивность прошедшего диффузного света вклад нулевого порядка  $C^{(1)}(\Delta\omega, L)$  по параметру разложения  $g^{-1}$ , описывающий коротковолновые корреляции, записывался в виде [31, 34]

$$C^{(1)}(\Delta\omega, L) = \frac{x^2}{\cosh(2x) - \cos(2x)}, \quad (3.31)$$

где  $x = (\Delta\omega/D)^{1/2} L$ .

Формула (3.31) получается из (3.16) при условии  $(\Delta\omega/D)^{1/2} l_{\text{ext}} \ll 1$ . При этом в аргументе следует заме-

нить 2 на  $\sqrt{2}$ . Однако мы сохраним обозначения работ [32, 34], поскольку именно по формулам (3.30), (3.31) проводилась обработка эксперимента.

Длинноволновые корреляции описываются функцией  $C^{(2)}(\Delta\omega, L)$  [83]:

$$C^{(2)}(\Delta\omega, L) = \text{const } g^{-1} x^{-1} \frac{\sinh(2x) - \sin(2x)}{\cosh(2x) - \cos(2x)}. \quad (3.32)$$

Функция  $C^{(1)}(\Delta\omega, L)$  была измерена в [31] и было получено очень хорошее согласие теории с экспериментом. В этой же работе был экспериментально подтвержден также и эффект памяти, предсказанный в [28].

В [33, 104] изучался дальнедействующий вклад  $C^{(2)}(\Delta\omega, L)$  в частотные корреляционные функции. Измерения проводились в микроволновом диапазоне частот. Рассеивающая система представляла собой набор шариков из полистирола диаметром  $1,27 \text{ см}$ , находящихся в медной трубе диаметром  $7,3 \text{ см}$  и длиной  $150 \text{ см}$ . Шары размещались достаточно плотно и занимали  $58\%$  от полного объема. Конфигурация системы изменялась при вращении трубы. Частота источника излучения менялась от  $18$  до  $24 \text{ ГГц}$  при исследовании зависимости от геометрии системы и в интервале от  $20,6$  до  $21,7 \text{ ГГц}$ , разбитом на  $1000$  частей, при частотных измерениях. Схема экспериментальной установки представлена на рис. 15. Приемники излучения размещались внутри рассеивающей системы и в конце ее, причем расстояние  $R$  между приемниками могло изменяться.

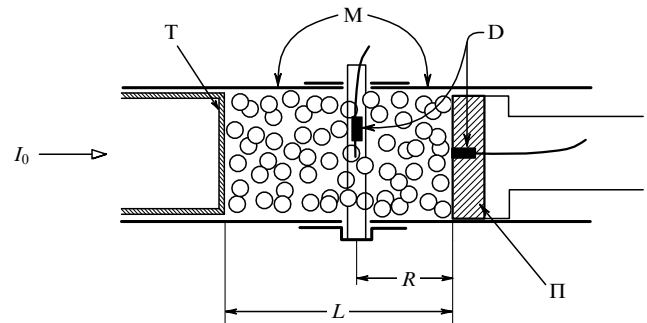


Рис. 15. Схема экспериментальной установки для измерения частотной и пространственной корреляционной функции  $C_{I^2}(\Delta\omega, R)$ :  $I_0$  — падающее излучение, Т — пластиковая трубка, М — медные цилиндры, Д — диодные детекторы, П — поглотитель [33, 104]

Измерялась частотная корреляционная функция нормированных интенсивностей  $I_1$  и  $I_2$  в общем случае в разных точках образца. Эта функция представлялась в виде произведения частотных и пространственных корреляционных функций

$$C_{I^2}(\Delta\omega, R) = \sum_{i=1,2} A_i g^{1-i} F_i(\Delta\omega) H_i(R). \quad (3.33)$$

Нормированные частотные функции  $F_1$  были получены в результате обобщения формул (3.10), (3.26) на случай частотных корреляций. Они имеют вид [33]

$$F_1(\Delta\omega) = \left( \frac{\sinh(qz_b) \sinh(\alpha L)}{\sinh(\alpha z_b) \sinh(qL)} \right)^2, \quad (3.34)$$

$$F_2(\Delta\omega) = B_1 F_1(\Delta\omega) + B_2 \bar{F}_2(\Delta\omega), \quad (3.35)$$

где

$$\bar{F}_2(\Delta\omega) = \frac{(\alpha/a) [\coth(qL) - qL/\sinh^2(qL)]}{\coth(\alpha L) - \alpha L/\sinh^2(\alpha L)}, \quad (3.36)$$

$q^2 = \alpha^2 + \Delta\omega D^{-1}$ , коэффициенты  $A_i$  — параметры порядка единицы. Функции  $F_i$  и  $H_i$  нормированы таким образом, что при  $\Delta\omega = 0$  и  $R = 0$ ,  $F_i = H_i = 1$ . Пространственная корреляционная функция  $H_1(R)$  была вычислена в работах [26, 27]

$$H_1(R) = \left( \frac{\sin(kR)}{kR} \right)^2 \exp\left(-\frac{R}{l_{\text{тр}}}\right).$$

Функция  $H_1$  затухает за счет хаотизации поля и поэтому имеет корреляционную длину порядка длины волны. Функции более высокого порядка затухают более медленно и поэтому вносят основной вклад в корреляционную функцию  $C_{J_2}(\Delta\omega, R)$  при  $R \gg \lambda$  и особенно велики при малых значениях параметра  $g$ . Функция  $\bar{F}_2(\Delta\omega)$  асимптотически затухает, как  $\Delta\omega^{-1/2}$ .

Автокорреляционная функция для образца длиной 140 см показана на рис. 16. Сплошная линия — подгонка по формуле (3.34) с использованием измеренных значений  $D = 3,1 \times 10^{10} \text{ см}^2 \text{ с}^{-1}$  и  $L_a = 25 \text{ см}$ . Видно, что имеется высокочастотный хвост, который меняется как  $\Delta\omega^{-1/2}$ . Для более последовательного выделения высокочастотного вклада измерялась корреляционная функция для значений  $R = 4$  и 20 см, когда вкладом  $F_1$  можно пренебречь, поскольку расстояние  $R = 4 \text{ см}$  много больше длины волны излучения. Для случая  $R \geq 4 \text{ см}$  усреднение проводилось по 1500 спектрам, а для  $R = 20 \text{ см}$  — по 2800 спектрам. На рис. 17 приведены результаты, усредненные по 11000 спектрам, для  $R = 4, 6, 8, 10$  и 20 см. Видно, что  $C_{J_2}(\Delta\omega, R)$  в интервале  $4 \text{ см} \leq R \leq 20 \text{ см}$  не зависит от  $R$ . Пунктиром показан

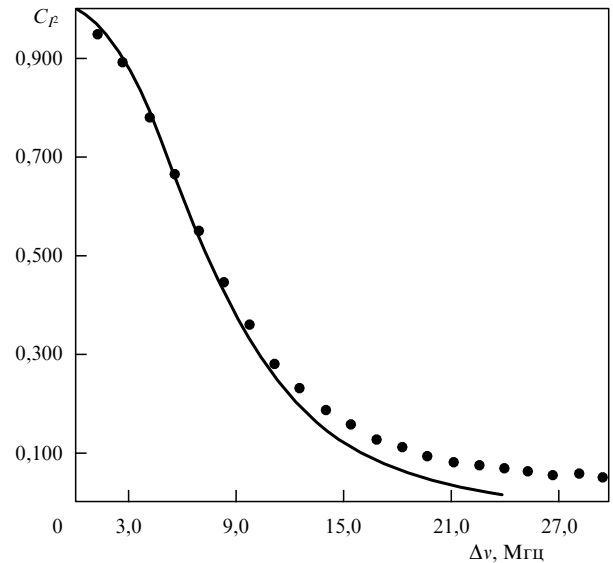


Рис. 16. Частотная корреляционная функция (точки) для образца длиной 140 см. Сплошная линия — расчет по формуле (3.34), описывающей короткодействующую часть корреляционной функции [33]

результат расчета по формуле (3.35) с коэффициентами  $B_1 = 0,46$  и  $B_2 = 0,54$  (см. раздел 3.3).

Автокорреляционная функция  $C_{J_2}(\Delta\omega, R = 0)$  для  $L = 150 \text{ см}$ , полученная в результате усреднения по  $3 \times 10^4$  реализациям, хорошо описывается формулой (3.33) с параметрами  $A_1 = 0,90$ ,  $D = (0,30 \pm 0,2) \times 10^{10} \text{ см}^2 \text{ с}^{-1}$  и  $A_2 g^{-1} = 0,13$ . Величина  $l_{\text{тр}} = 3D/v = (4 \pm 0,2) \text{ см}$ .

Исследовалась также зависимость пространственной корреляционной функции  $C_{J_2}(\Delta\omega = 0, R)$  от величины  $R$ .

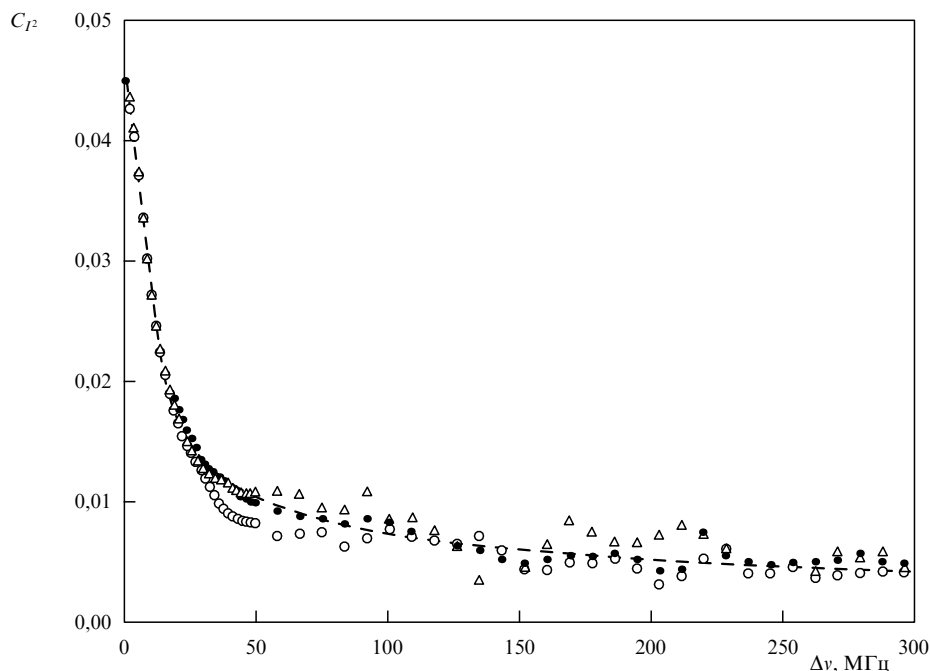


Рис. 17. Частотная зависимость корреляционной функции интенсивности в точках, разнесенных на расстояние  $R$ :  $\Delta$  —  $R = 4 \text{ см}$ ,  $\circ$  —  $R = 20 \text{ см}$ ,  $\bullet$  — усредненные значения в диапазоне расстояний  $4 \text{ см} \leq R \leq 20 \text{ см}$  [104]

Для больших  $R$  функция  $C_{J_2}(R) = C^{(2)}(R)$  может быть записана в виде

$$C^{(2)}(R) = g^{-1}f\left(\frac{R}{L}\right),$$

где функция  $f(R/L)$  имеет смысл доли путей фотонов, которые пройдя через плоскость, отстоящую от источника на расстояние  $L - R$ , пройдут и через выходную поверхность, отстоящую на расстоянии  $L$ . В данной геометрии  $f(R/L)$  линейно зависят от  $R$

$$f\left(\frac{R}{L}\right) = 1 - \gamma l_{tr} L^{-1} - (1 - 2\gamma l_{tr} L^{-1}) \frac{R}{L}.$$

В эксперименте функция  $C_{J_2}(R)$  действительно представляет собой прямую линию. Из наклона прямой был определен параметр  $\gamma = 1,93$ . Для параметра  $g$  было получено значение  $g = 21 \pm 2$ . Это значение хорошо согласуется с результатом, полученным для частотной корреляционной функции.

В [34, 92] также экспериментально изучалась частотная зависимость корреляций интенсивности когерентного света, прошедшего через неупорядоченную систему. Источником света служил лазер на красителях с широкой частотной модой. Частота излучения варьировалась поворотом двулучепреломляющего фильтра, автоматизированного с помощью компьютера. Флуктуации полной прошедшей интенсивности для разных длин волн измерялись в сфере для суммирования по всем выходящим углам. Статистика набиралась путем перемещения образца. В качестве образца использовался пигмент  $\text{TiO}_2$ , растворенный в хлороформе. Такая суспензия напылялась на прозрачную подложку, и после испарения хлороформа толщина образца определялась с помощью микроскопа. Объемная доля  $\text{TiO}_2$  в образцах составляла 36 %. При единичном сканировании флуктуации интенсивности составляют от 0,6 % до 28 % от полной интенсивности.

Из измерений короткодействующей части корреляционной функции  $C_{J_2}^{(1)}(\Delta\omega)$  для образцов различной толщины было получено значение коэффициента диффузии. Было обнаружено, что частотная зависимость дальнедействующей части корреляционной функции  $C_{J_2}^{(1)}(\Delta\omega)$  имеет универсальный характер вне зависимости от толщины образца.

В [19] рассматривалась система невзаимодействующих сферических рассеивателей с коэффициентом самодиффузии  $D_s$ . В этом случае для света, проходящего через широкую пластину толщиной  $L$ , совершенно аналогично пространственным и частотным корреляционным функциям, для временной корреляционной функции получили

$$C_{E^2}(t) = \frac{L}{\gamma l_{tr}} \frac{\sinh[\gamma(6t/\tau_0)^{1/2}]}{\sinh[(L/l_{tr})(6t/\tau_0)^{1/2}]} \approx \frac{(L/l_{tr})(6t/\tau_0)^{1/2}}{\sinh[(L/l_{tr})(6t/\tau_0)^{1/2}]}, \quad (3.37)$$

где второе равенство справедливо только при  $t \ll \tau_0$ . В [19] авторы определили величину  $z_0 = \gamma l_{tr}$  как глубину, начиная с которой формируется диффузионный характер распространения света, в отличие от [27], где  $\gamma = 1$ .

Автокорреляционная функция интенсивности  $C_{J_2}(t)$  измерялась для системы полистирольных шариков диаметром 0,497 мкм с объемной концентрацией  $C = 10^{-2}$  при прохождении через слой толщиной 2 мм. Источником света служил лазер с длиной волны 488 нм. Освещенное пятно имело диаметр 50 мкм, и рассеянный свет собирался с площади круга также диаметром 50 мкм. Результаты измерений были обработаны по формуле (3.43) с  $\tau_0 = 3,73$  мсек, полученной из анализа спектра однократного рассеяния при концентрации  $C = 10^{-5}$ . Из обработки эксперимента была найдена транспортная длина  $l_{tr} = 144$  мкм. Авторы [19] указывают на расхождение между величинами  $l_{tr}$ , полученными в описанном методе диффузионной спектроскопии и полученными из полуширины пика обратного когерентного рассеяния, где  $l_{tr} = 200$  мкм для той же объемной концентрации частиц несколько меньшего размера.

Рассматривалась также автокорреляционная функция диффузного света, рассеянного пластиной в обратном направлении. В этом случае временная корреляционная функция имеет вид [19]

$$C_{E^2}^{(R)}(t) = \frac{1}{1 - \gamma l_{ext}/L} \frac{\sinh[(L/l_{tr})(6t/\tau_0)^{1/2}(1 - \gamma l_{tr}/L)]}{\sinh[(L/l_{tr})(6t/\tau_0)^{1/2}]} \approx \exp[-\gamma(6t/\tau_0)^{1/2}]. \quad (3.38)$$

Это равенство справедливо при  $L \gg l_{tr}$ , т.е. фактически для полупространства. В [19] исследовались также автокорреляционные функции интенсивности для пластин различной толщины. Для выделения многократного рассеяния света измерялась деполаризованная компонента. Экспериментальные данные практически совпадают с результатами расчета по формуле (3.38) при  $\gamma = 2$  и  $l_{tr} = 143$  мкм, найденных из измерений корреляционной функции интенсивности прошедшего света.

В [84] были получены результаты по измерению частотной корреляционной функции, которые не укладывались в рамки диффузионного приближения. Однако в дальнейшем эти результаты не получили подтверждения [94, 105, 106].

Интересные результаты были получены в последнее время при исследовании прохождения света через квазипериодические структуры [107, 108]. Ранее подобные исследования для проводников показали, что локализация электронов имеет место не только в неупорядоченных, но и частично упорядоченных квазипериодических системах [109–111]. В частности, в работах [109, 110] методом ренормгруппы исследовалось одномерное уравнение Шрёдингера для структуры с несоразмерными периодами. Периоды задавались с помощью последовательности чисел Фибоначчи. В этом случае сильная локализация с экспоненциальным законом затухания меняется на локализацию с более медленным убыванием.

В [107, 108] измерялся коэффициент прохождения для квазипериодического многослойного диэлектрика, составленного из тонких слоев  $\text{SiO}_2$  и  $\text{TiO}_2$ . Чередуемые слои каждого сорта задавались последовательностью Фибоначчи. Толщина элементарных слоев подбирались таким образом, чтобы на опорной длине волны они являлись четвертьволновыми пластинками. Коэффициент прохождения через такую слоистую структуру измерялся как функция длины волны для последова-



тельностей Фибоначчи от  $S_4$  до  $S_9$ . Были обнаружены области волн, непрозрачных для прошедшего света, положение которых коррелирует с числами Фибоначчи и находится в прекрасном согласии с предсказаниями теории [112].

В [113] изучалась проблема локализации объекта, помещенного в непрозрачную непоглощающую среду. Измерялась интенсивность прошедшего и рассеянного света при перемещении приемника вдоль поверхности слоя, содержащего суспензию частиц  $\text{TiO}_2$  диаметром 220 нм в глицерине. Транспортная длина рассчитывалась из измеренного значения коэффициента экстинкции с использованием формул Ми. Объект представлял собой металлическую проволоку диаметром 350 мкм, расположенную параллельно поверхности слоя и перпендикулярно направлению перемещения приемника. Результаты измерений хорошо согласуются с расчетами, выполненными в рамках диффузионного приближения.

### 3.3. Частотные корреляции и скорость переноса излучения

При обработке экспериментов по частотным и временным корреляционным функциям для величины  $v = v_{\text{tr}}$ , входящей в определение коэффициента диффузии света  $D = l_{\text{tr}}v_{\text{tr}}/3$  и имеющей смысл скорости переноса излучения, было получено значение  $v_{\text{tr}}$  [35], на порядок меньшее скорости света  $c$ . В [114] получили  $v_{\text{tr}} = 1,86 \times 10^{10}$  см  $\text{с}^{-1}$ , что на 25 % меньше фазовой скорости. Работа [35] была посвящена проблеме определения величины  $v_{\text{tr}}$  путем независимого измерения величины  $l_{\text{tr}}$  и коэффициента диффузии излучения  $D$ .

Эксперимент проводился в образце тонкого порошка  $\text{TiO}_2$  в воздухе со средним размером частиц 220 нм. Транспортная длина определялась двумя разными статическими методами. Один состоит в измерении конуса когерентного обратного рассеяния. При этом были получены два значения  $l_{\text{tr}}$  для длины световой волны 633 нм. Одно — из измерений полуширины пика:  $0,66 \pm 0,03$  мкм, а другое — из параметров его треугольной вершины:  $0,58 \pm 0,4$  мкм. Второй метод состоит в измерении перенесенной энергии через слой неоднородной среды. Для плоского слоя толщиной  $l_{\text{tr}} \ll L \ll L_a$ , где  $L_a$  — длина поглощения, коэффициент пропускания  $\langle T_{is} \rangle = \gamma l_{\text{tr}} / (L + \gamma l_{\text{tr}})$ . Величина  $\gamma = 2,1$  была получена на основе численного моделирования и несколько отличается от значения для скалярного изотропного рассеяния. Коэффициент пропускания  $\langle T_{is} \rangle$  был измерен как функция толщины слоя при длине световой волны 633 нм. Из наклона кривой было найдено значение  $l_{\text{tr}} = 0,57 \pm 0,05$  мкм, согласующееся с данными по когерентному обратному рассеянию. Длина поглощения была гораздо больше  $l_{\text{tr}}$ , около 80 мкм, и поэтому не учитывалась.

Коэффициент диффузии  $D$  и время  $\tau$  переноса излучения на расстояние порядка  $l_{\text{tr}}$  ( $\tau = l_{\text{tr}}^2 / (3D)$ ) [35] определялись из измерений частотной корреляционной функции. В качестве источника излучения использовался лазер на красителях. Изучалась корреляционная функция интенсивностей  $C_{I_2}(\Delta\omega)$  в диапазоне длин волн от 585 до 630 нм. В геометрии обратного рассеяния при  $L \gg l_{\text{tr}}$  затухание корреляционной функции  $C_{I_2}^{(R)}(\Delta\omega)$  зависит только от времени  $\tau$ . В геометрии проходящего излучения затухание  $C_{I_2}(\Delta\omega, L)$  зависит от величин  $D$ ,  $L$  и  $l_{\text{tr}}$ .

Величина  $C_{I_2}^{(R)}$  записывалась в виде [35]

$$C_{I_2}^{(R)}(\Delta\omega) = \left( \frac{B}{B-1-\gamma/2} \right)^2 \times \frac{\cosh[(B-1-\gamma/2)y] - \cos[(B-1-\gamma/2)y]}{\cosh(By) - \cos(By)}, \quad (3.39)$$

а величина  $C_{I_2}(\Delta\omega, L)$ , определяемая формулой (3.16), записывалась при малом значении аргумента  $y$

$$C_{I_2}(\Delta\omega, L) = \frac{B^2 y^2}{\cosh(By) - \cos(By)}, \quad (3.40)$$

где  $B = \gamma + L/l_{\text{tr}}$  и  $y = (6\Delta\omega\tau)^{1/2}$ .

Из (3.40) следует, что при больших значениях  $\Delta\omega$  корреляционная функция интенсивности обратного рассеяния затухает как  $\exp[-(1+\gamma/2)(6\Delta\omega\tau)^{1/2}]$ . Из серии измерений при  $L = 8 \div 200$  мкм было получено значение  $\tau = (12,3 \pm 2,1)$  фс.

Экспериментальная зависимость полуширины корреляционной функции от величины  $L$  позволила определить коэффициент диффузии  $D = (11,7 \pm 1)$  м<sup>2</sup> с<sup>-1</sup>. Из величин  $\tau$  и  $D$  находится транспортная длина ( $l_{\text{tr}} = (3D\tau)^{1/2}$ ), которая лежит в интервале  $0,57$  мкм  $\leq l_{\text{tr}} \leq 0,74$  мкм в хорошем согласии со значением  $l_{\text{tr}} = 0,6$  мкм, полученным из статического эксперимента. Отсюда скорость переноса излучения получается равной  $v_{\text{tr}} = l_{\text{tr}}/\tau = (5 \pm 1) \times 10^7$  м с<sup>-1</sup>, а отношение  $v_{\text{tr}}/c$  имеет величину  $0,16 \pm 0,03$ . Таким образом,  $v_{\text{tr}}$  не совпадает ни с групповой, ни с фазовой скоростью.

Аналогичный результат был получен в [115], где исследовалась скорость переноса излучения в четырех образцах пористых стекол с радиусами пор от 0,15 мкм до 0,5 мкм с объемной концентрацией пор около 50 %. Величина  $v_{\text{tr}}$  определялась из соотношения  $D = v_{\text{tr}}l_{\text{tr}}/3$ . Транспортная длина находилась из измерений угловой зависимости интенсивности обратного рассеяния. Коэффициент диффузии определялся по изменению формы импульса света, проходящего через пластинку из пористого стекла. Измерения показали, что транспортная длина и коэффициент диффузии линейно возрастают с увеличением размера пор, причем их отношение остается постоянным. Для всех четырех образцов скорость переноса излучения составляет около 60 % от фазовой скорости света в стекле.

Проблеме значительного расхождения между  $v_{\text{tr}}$  и  $c/n$  посвящены работы [35, 116–120]. Авторы [35, 116] исходят из скалярного волнового уравнения

$$\left( \Delta - \epsilon(\mathbf{r}) \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) E(\mathbf{r}, t) = 0. \quad (3.41)$$

Формальное решение для функции Грина этого уравнения в  $(\Omega, \mathbf{k})$ -представлении имеет вид

$$T(\Omega, \mathbf{k}) = \left[ \Omega^2 c^{-2} - k^2 - \sum(\Omega, \mathbf{k}) \right]^{-1}, \quad (3.42)$$

где  $\sum(\Omega, \mathbf{k})$  — поляризационный оператор соответствующего уравнения Дайсона.

Для функции когерентности  $\langle E(\mathbf{r}_1, t_1) E^*(\mathbf{r}_2, t_2) \rangle$  можно написать уравнение Бете–Солпитера [14, 121]. Проводя преобразование Фурье по пространственным переменным и преобразование Лапласа по временным переменным, получают уравнение для спектральной

компоненты от функции когерентности  $\Phi_{\mathbf{k}}(\mathbf{q}, \omega | \Omega)$  в виде

$$\begin{aligned} & \left[ -2\Omega\omega c^{-2} + 2\mathbf{q} \cdot \mathbf{k} + \sum (\Omega^+, \mathbf{k}^+) - \sum (\Omega^-, \mathbf{k}^-) \right] \times \\ & \times \Phi_{\mathbf{k}}(\mathbf{q}, \omega | \Omega) = \Delta T(\mathbf{q}, \omega | \Omega, \mathbf{k}) \times \\ & \times \left[ 1 + \sum_{\mathbf{k}'} U_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}(\mathbf{q}, \omega | \Omega) \Phi_{\mathbf{k}'}(\mathbf{q}, \omega | \Omega) \right], \end{aligned} \quad (3.43)$$

где  $U_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}(\mathbf{q}, \omega | \Omega)$  — ядро уравнения Бете–Солпитера,  $\Delta T = T(\Omega^+, \mathbf{k}^+) - T(\Omega^-, \mathbf{k}^-)$  — разность между запаздывающей и опережающей функциями Грина;  $\Omega^\pm = \Omega \pm \omega/2 \pm i\eta$  ( $\eta \rightarrow 0$ ) и  $\mathbf{k}^\pm = \mathbf{k} \pm \mathbf{q}/2$ .

Для получения макроскопических параметров, как обычно, уравнение (3.43) рассматривается в пределе  $\mathbf{q}, \omega \rightarrow 0$ . Чтобы ввести скорость переноса энергии, определяется плотность энергии и плотность потока энергии, которые должны быть связаны уравнением неразрывности. Плотность энергии определяется в виде

$$\Theta(\mathbf{q}, \omega) = \frac{1}{4\pi} \int d\Omega_{\mathbf{k}} \Phi_{\mathbf{k}}(\mathbf{q}, \omega | \Omega),$$

где  $\int d\Omega_{\mathbf{k}}$  означает интегрирование по всем направлениям вектора  $\mathbf{k}$ . Плотность потока энергии определяется как

$$\mathbf{J}(\mathbf{q}, \omega) = v_{\text{тр}} \int \frac{d\Omega_{\mathbf{k}}}{4\pi} \frac{\mathbf{k}}{k} \Phi_{\mathbf{k}}(\mathbf{q}, \omega | \Omega),$$

где параметр  $v_{\text{тр}}$  имеет смысл скорости переноса энергии.

Если проинтегрировать уравнение (3.43) по всем направлениям вектора  $\mathbf{k}$  и потребовать, чтобы плотность энергии  $\Theta$  и потока энергии  $\mathbf{J}$  удовлетворяли уравнению непрерывности

$$\omega\Theta(\mathbf{q}, \omega) - \mathbf{q} \cdot \mathbf{J}(\mathbf{q}, \omega) = \text{const},$$

тогда в низшем порядке по плотности рассеивателей  $\rho_{sc}$  для скорости  $v_{\text{тр}}$  получается выражение

$$v_{\text{тр}} = \frac{c^2}{v} \left[ 1 - \rho_{sc} \frac{d}{dk^2} \text{Re} f_{\mathbf{k}\mathbf{k}} + \rho_{sc} \int d\Omega_{\mathbf{k}'} \frac{d\sigma}{d\omega_{\mathbf{k}'}} \frac{d\phi}{d\mathbf{k}'} \right]^{-1}, \quad (3.44)$$

где  $d\sigma/d\Omega_{\mathbf{k}'} = |f_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}|^2/(4\pi)^2$  — дифференциальное сечение рассеяния в направлении  $\mathbf{k}$ ,  $\phi$  — фаза амплитуды рассеяния  $\phi_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} = |f_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}| \exp(i\phi)$ . Оценки, полученные с помощью (3.44) дали [35, 116]  $v_{\text{тр}}/c = 0, 18$ . Эта величина согласуется с экспериментальным значением  $v_{\text{тр}}/c = 0, 16 \pm 0, 03$  [35].

Авторы [118, 122] при вычислении  $v_{\text{тр}}$  в приближении малой плотности развили теорию, также основанную на уравнении Бете–Солпитера, но дополненном обобщенным тождеством Уорда–Такахаки [123]. Они показали, что выражение для скорости переноса лучистой энергии  $v_{\text{тр}}$  перенормируется таким же образом, как и фазовая скорость. Таким образом, вопрос об истинной скорости переноса лучистой энергии, особенно в случае большой концентрации рассеивателей, остается открытым.

#### 4. Рассеяние на сильно шероховатых поверхностях

Наряду с обратным рассеянием в объемных средах в последние годы интенсивно исследовалось теоретически и экспериментально [38–42] явление возрастания обрат-

ного рассеяния на сильно шероховатых поверхностях, когда происходит многократное отражение [36–42, 94, 124–132]. Они определяются как поверхности, для которых среднее квадратичное отклонение высоты порядка или больше длины волны падающего излучения, а среднее квадратичное отклонение наклона поверхности порядка единицы.

Авторы [36, 37] впервые обнаружили усиление обратного рассеяния на поверхностях с гауссовым распределением шероховатости с большой крутизной наклона и среднее квадратичное отклонение поверхности, в несколько раз превышающим длину световой волны. Для исключения объемного рассеяния использовались металлические поверхности с двумерным распределением шероховатости. Одномерные и двумерные шероховатые поверхности изучались в [126], а поверхности с дробной размерностью — в [132].

Точное решение уравнения Максвелла для таких поверхностей весьма затруднительно [133–138], но значительный прогресс был достигнут при использовании численных методов [38, 39, 41, 125, 139–142]. В [125] численно рассчитана угловая зависимость рассеяния поляризованного света на металлической поверхности с негауссовым распределением шероховатостей. В [142] было проведено численное моделирование рассеяния света *s*- и *p*-поляризаций, падающего нормально на шероховатую металлическую поверхность. При этом использовались различные формы степенного закона спектра высот шероховатостей. Было показано, что изменение формы спектра может значительно изменить угловую зависимость рассеяния, но не сказывается на существовании эффекта усиления обратного рассеяния, обусловленного эффектами многократности.

#### 4.1. Усиление обратного рассеяния

Для аналитического описания рассеяния на шероховатой поверхности обычно используется приближение Кирхгофа [51, 143], которое состоит в том, что поле в любой точке на поверхности заменяется на поле в касательной плоскости в данной точке [144–148]. Для разделения однократного и двукратного рассеяния в рассматриваемой задаче это приближение использовалось в [39] и в дальнейшем развивалось в [41]. В [39, 144, 146] использовались модели для построения функций тени, что позволило успешно применять теорию в области сильной шероховатости.

Измеряемой величиной является средняя интенсивность рассеяния  $\langle |\delta E|^2 \rangle$ , которая может быть представлена в виде суммы вкладов однократного и двукратного рассеяния

$$\langle |\delta E|^2 \rangle = \langle |E_{\text{пк1}}|^2 \rangle + \langle |E_{\text{пк2}}|^2 \rangle, \quad (4.1)$$

где  $E_{\text{пк1}}$  и  $E_{\text{пк2}}$  — рассеянные на шероховатостях поля в первом и втором приближении Кирхгофа, соответственно. Как показано в [38, 39], перекрестные члены  $\langle |E_{\text{пк1}} E_{\text{пк2}}|^* \rangle$  пренебрежимо малы. Величина  $\langle |E_{\text{пк2}}|^2 \rangle$  имеет вид [39]

$$\begin{aligned} \langle |E_{\text{пк2}}|^2 \rangle &= S(\theta_i) S(\theta_s) \int dk_{1z} \int dk'_{1z} \langle JJ^* \rangle \times \\ &\times S_p(\alpha) S_p(\alpha'), \end{aligned} \quad (4.2)$$

где среднее  $\langle JJ^* \rangle$  имеет смысл пропагатора переноса излучения для данной задачи в приближении двукрат-

ного рассеяния, углы  $\alpha$  и  $\alpha'$  определяют волновые векторы промежуточных переизлучений,

$$\tan \alpha = \frac{k_{1z}}{k_{1x}}, \quad \tan \alpha' = \frac{k'_{1z}}{k'_{1x}},$$

$$k_{1x} = \sqrt{k^2 - k_{1z}^2}, \quad k'_{1x} = \sqrt{k^2 - (k'_{1z})^2}.$$

Величина  $\langle JJ^* \rangle^{(C)}$  представляется в виде суммы лестничной и циклической диаграмм. Для вклада циклической диаграммы  $\langle JJ^* \rangle^{(C)}$  получено выражение вида [39]

$$\langle JJ^* \rangle \sim \exp \left[ -\frac{D^2}{8} (k_{ix} + k_{sx} + k'_{1x} - k_{1x})^2 \right]. \quad (4.3)$$

Функции  $S(\theta)$ ,  $S_p(\alpha)$  и параметр  $D$  введены для описания областей тени, возникающих в теории отражения волн на шероховатой поверхности [143, 144, 149]. Явный вид функции тени  $S_p(\alpha)$  приведен в [39]. Она имеет смысл вероятности того, что луч с данным направлением волнового вектора не пересекается с поверхностью. Таким образом, величина  $1 - S(\alpha)$  — вероятность пересечения с поверхностью, что необходимо для двукратного рассеяния. Для углов  $\alpha < 0$  все отраженные лучи пересекутся с этой поверхностью. Параметр  $D$  представляет собой среднее расстояние, на которое волна распространяется в промежуточном переизлучении. В частности, для синусоидальной шероховатости вычисления дают  $D = 11, 13\lambda_R$ , где  $\lambda_R$  — средняя длина волны в спектре шероховатостей.

Из формулы (4.3) следует наличие пика при рассеянии в обратном направлении:  $k_i + k_s = 0$ . Угловая ширина пика примерно равна

$$\Delta\theta \approx 2 \frac{\sqrt{2}\lambda}{\pi D} \approx \frac{\lambda}{12\lambda_R}. \quad (4.4)$$

Вклад лестничной диаграммы  $\langle JJ^* \rangle^{(L)}$  не приведен, поскольку он, как и в объемном случае, не дает пика в обратном направлении.

Эти результаты сравнивались с расчетами, выполненными методом Монте-Карло для электромагнитной волны. Было получено хорошее согласие численных расчетов с аналитическими [129].

Для идеально проводящих поверхностей из численных расчетов следует, что усиление обратного рассеяния должно наблюдаться для ТЕ и ТМ волн. Форма пика зависит от угла падения и параметров  $\sigma/\lambda$  и  $\lambda_R/\lambda$ . Те же самые результаты получаются для диэлектрических сред с большой мнимой частью диэлектрической проницаемости. Сравнивались также результаты расчетов для гауссова  $W(K)$  и негауссова  $W_n(K)$  спектров шероховатостей. Эти функции распределения записывались в виде

$$W(K) = \frac{\sigma^2 \lambda_R}{2\sqrt{\pi}} \exp \left( -\frac{K^2 \lambda_R^2}{4} \right)$$

и

$$W_n(K) = \frac{\sigma^2 \lambda_R}{2\sqrt{\pi}} \left[ 1 + \pi \left( \frac{(2n-3)!!}{(2n-2)!!} \right)^2 \left( \frac{K^2 \lambda_R^2}{4} \right) \right]^{-n}.$$

Спектры нормировались таким образом, чтобы

$$\int_{-\infty}^{\infty} W(K) dK = \int_{-\infty}^{\infty} W_n(K) dK = \sigma^2.$$

Численные расчеты показывают, что пик обратного рассеяния должен проявляться более четко для негауссова спектра.

Экспериментальное исследование обратного рассеяния проводилось на статистически одномерной сильно шероховатой проводящей поверхности [129]. Исследовалось рассеяние миллиметровых волн. Расстояние от источника излучения до поверхности равнялось 50 см. Освещенная область имела форму окружности диаметром 9 см. Изучались ТЕ и ТМ поляризации. Спектр шероховатостей был гауссовым с  $\sigma/\lambda \approx \lambda_R/\lambda \approx 1$ . Усреднение проводилось примерно по  $10^3$  реализаций, которые получались сканированием по поверхности образца для трех углов падения  $0^\circ$ ,  $20^\circ$  и  $40^\circ$ . Пики отчетливо проявляются для всех случаев, кроме ТМ волны при угле падения  $40^\circ$ .

В [132] экспериментально изучался пик обратного рассеяния на поверхностях, спектр шероховатостей которых нельзя описать гауссовым распределением с одним характерным размером (многомасштабная поверхность).

Объектом исследования служила алюминиевая фольга, сильно деформированная вдоль поверхности. В качестве характеристики шероховатости использовались флуктуации высоты  $\sigma$ , среднеквадратичный наклон поверхности и структурная функция высоты

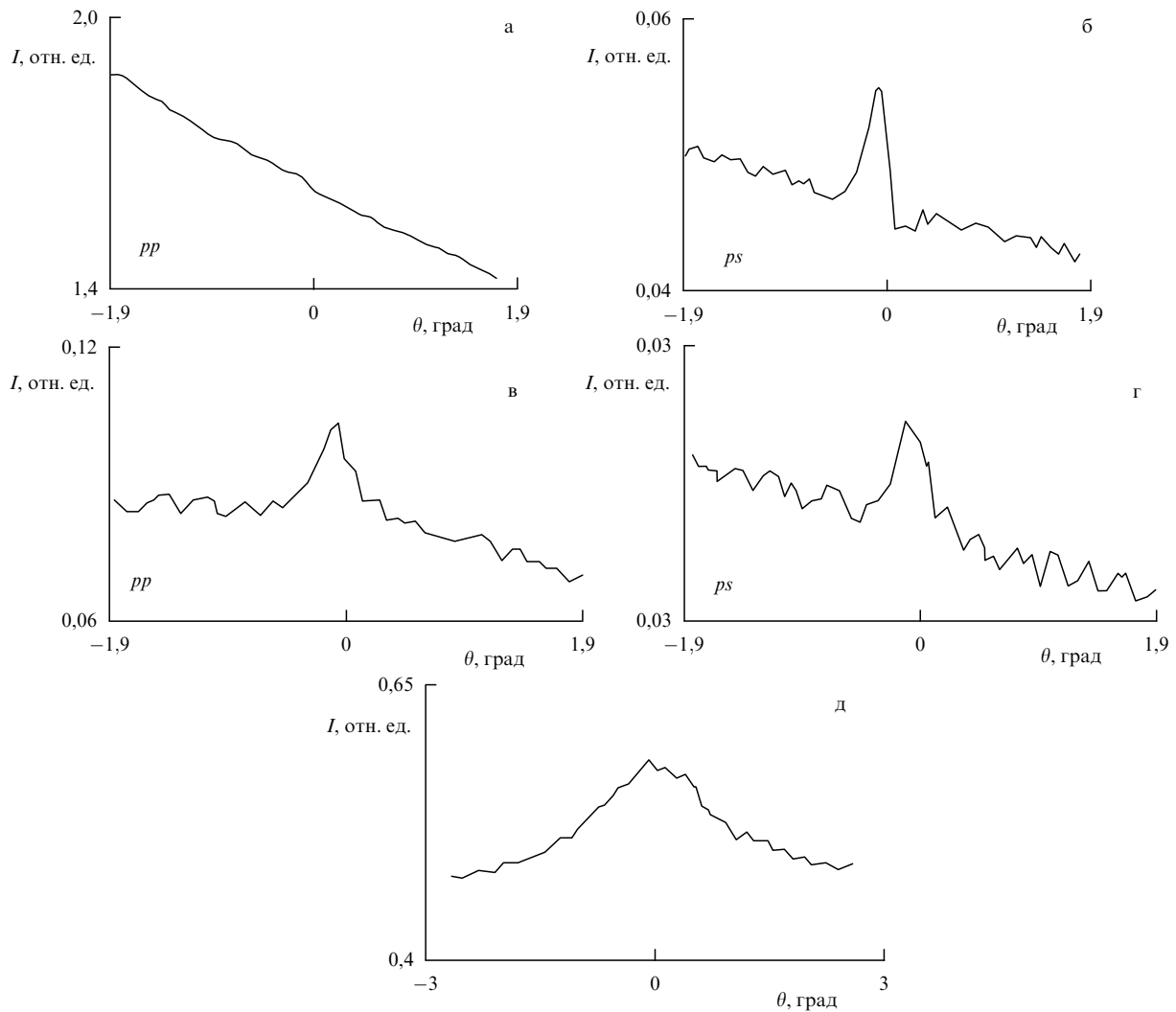
$$S(\delta \mathbf{r}_\perp) = \langle (h(\mathbf{r}_\perp + \delta \mathbf{r}_\perp) - h(\mathbf{r}_\perp))^2 \rangle, \quad (4.5)$$

где  $h(\mathbf{r}_\perp)$  — отклонение поверхности в точке  $(\mathbf{r}_\perp, z = 0)$ . Функция  $S(\delta)$  рассматривалась как фрактальная и записывалась в виде

$$S(\delta) = L^{2-\nu} |\delta|^\nu - B\delta^2, \quad (4.6)$$

где  $\nu$  — индекс фрактальной размерности профиля поверхности,  $L$  — расстояние по горизонтали, на котором хорда, соединяющая две точки шероховатой поверхности, имеет среднеквадратичный наклон равный единице. Коэффициент  $B$  зависит от фрактальной размерности характерной длины в спектре шероховатостей. Второй член в (4.6) несуществен до тех пор, пока  $\nu$  заметно меньше 2. Анализ зависимости  $\ln S$  от  $\ln \delta$  показывает, что в диапазоне длин  $\delta$  от 1 мкм до 100 мкм она является линейной с наклоном равным 1,94. Эта величина мало отличается от предельной фрактальной размерности  $\nu = 2$ . В экспериментах использовалось несколько образцов, каждый из которых имел постоянный индекс  $\nu$  для структурной функции по крайней мере в пределе двух декад.

Измерения интенсивности отраженного света проводились на установке типа, изображенной на рис. 3. Источником света служил He-Ne лазер, луч от которого расширялся до 10 мм и пропускался через полуволновую пластинку для изменения плоскости поляризации. Затем через расщепитель он попадал на шероховатую поверхность. Отраженный свет снова проходил через расщепитель и попадал в регистрирующее устройство. Для увеличения углового разрешения между расщепителем и детектором устанавливалась длиннофокусная линза с фокусным расстоянием  $\approx 30$  см и диафрагма с диаметром отверстия 200 мкм. Поляризатор позволял регистрировать волны  $s$ - и  $p$ -поляризации. Измерения проводились для разных участков образцов. Сходная установка использовалась для измерений в инфракрасном



**Рис. 18.** Угловая зависимость рассеянного излучения видимого света ( $\lambda = 0,633$  мкм)  $pp$ - и  $ps$ -поляризаций при разных углах падения: (а), (б)  $\theta_i = 5^\circ$ ; (в), (г)  $\theta_i = 83^\circ$ ; (д) угловая зависимость рассеянного ИК излучения  $\text{CO}_2$  лазера ( $\lambda = 10,6$  мкм,  $\theta_i = 70^\circ$ )

диапазоне, когда источником света служил  $\text{CO}_2$ -лазер с длиной волны 10,6 мкм.

На рис. 18а–г показана угловая зависимость интенсивности рассеянного света в видимой области для  $pp$ - и  $ps$ -поляризаций (первый индекс относится к падающей, а второй — к рассеянной волне) для поверхности с  $\sigma = 50$  мкм и средним наклоном  $\Delta_q = 20^\circ$ . Угол падения составлял  $5^\circ$  и  $83^\circ$ . За исключением случая  $pp$ -поляризации при угле падения  $5^\circ$  четко виден пик обратного рассеяния. Угловые зависимости величины пика обратного рассеяния для  $pp$ - и  $ps$ -поляризаций противоположные: с ростом угла падения пик для  $pp$ -поляризации возрастает, а для  $ps$  убывает. На рис. 18д показан пик обратного рассеяния для инфракрасного излучения (угол падения  $70^\circ$ ). В данном случае пик значительно шире, но и эта ширина в 2 раза меньше, чем следует из предсказаний Джейкмана [150, 151] на основе простого соотношения между длинами волн.

#### 4.2. Угловые корреляции при отражении

Эффект усиления обратного рассеяния является наиболее ярким, но не единственным проявлением многократного рассеяния на шероховатой поверхности. Другим не

менее значимым эффектом оказывается его влияние на корреляционные функции амплитуд и интенсивностей. В [41, 152] экспериментально исследованы угловые корреляционные функции интенсивности на проводящей поверхности с одномерными шероховатостями. Угловая корреляционная функция полей имеет вид

$$C_{E^2}^{(\alpha, \beta)}(\theta_{i1}, \theta_{s1}, \theta_{i2}, \theta_{s2}) = \langle E_\alpha(\theta_{i1} \rightarrow \theta_{s1}) E_\beta^*(\theta_{i2} \rightarrow \theta_{s2}) \rangle, \quad (4.7)$$

где  $\theta_i$  — угол падения,  $\theta_s$  — угол рассеяния,  $\alpha$  и  $\beta$  — поляризации полей. В отличие от теории многократного рассеяния в объеме в отражении всегда учитываются поляризационные эффекты. В работах [153, 154] было показано, что для одномерной шероховатости корреляционная функция отлична от нуля только при выполнении условия

$$\sin \theta_{i1} - \sin \theta_{s1} = \sin \theta_{i2} - \sin \theta_{s2}. \quad (4.8)$$

Это условие аналогично "закону сохранения" (3.5) для объемного рассеяния и, таким образом, подтверждает

эффект памяти для шероховатых поверхностей. В [41] измерялась корреляционная функция интенсивностей

$$C_{I_2}^{(\alpha, \beta)}(\theta_{i1}, \theta_{s1}, \theta_{i2}, \theta_{s2}) = \langle \delta I_\alpha(\theta_{i1} \rightarrow \theta_{s1}) \delta I_\beta(\theta_{i2} \rightarrow \theta_{s2}) \rangle, \quad (4.9)$$

для которой используется предположение о факторизации [26]. Рассматривался случай, когда  $\theta_{i1} = \theta_{s1}$ . Согласно (4.8) это приводит к тому, что корреляционная функция отлична от нуля только при таком же условии  $\theta_{i2} = \theta_{s2}$ , накладываемым на вторую пару углов. Угол поляризации падающей волны выбирался равным  $45^\circ$  относительно плоскости падения, т.е. с равными  $p$ - и  $s$ -амплитудами. Рассеянный свет регистрировался в состояниях поляризации  $+45^\circ$  и  $-45^\circ$ . При этом средняя интенсивность с поляризацией  $-45^\circ$  содержит вклад однократного рассеяния, а с поляризацией  $+45^\circ$  обусловлена многократным рассеянием. Это позволяет разделить вклады однократного и многократного рассеяния. Соответствующие корреляционные функции с учетом  $\theta_{i1} = \theta_{s1}$  и  $\theta_{i2} = \theta_{s2}$  могут быть записаны в виде

$$\begin{aligned} C_{I_2}^{(++)}(\theta_{i1}, \theta_{s1}, \theta_{i2}, \theta_{s2}) &= \langle \delta I_+(\theta_{i1}, \theta_{i1}) \delta I_+(\theta_{i2}, \theta_{i2}) \rangle, \\ C_{I_2}^{(--)}(\theta_{i1}, \theta_{s1}, \theta_{i2}, \theta_{s2}) &= \langle \delta I_-(\theta_{i1}, \theta_{i1}) \delta I_-(\theta_{i2}, \theta_{i2}) \rangle. \end{aligned} \quad (4.10)$$

Поведение средней интенсивности  $\langle I_+(\theta_i, \theta_i) \rangle$  и корреляционной функции  $C_{I_2}^{(++)}(\theta_{i1}, \theta_{s1}, \theta_{i2}, \theta_{s2})$  нетрудно интерпретировать в терминах сдвига фаз в процессе многократного отражения на шероховатой поверхности для лучей с различными волновыми векторами (рис. 19). Корреляционная функция получена в [41]:

$$C_{E_2}^{(++)}(\theta_{i1}, \theta_{s1}, \theta_{i2}, \theta_{s2}) = \langle E_+(\theta_{i1} \rightarrow \theta_{s1}) E_+(\theta_{i2} \rightarrow \theta_{s2}) \rangle, \quad (4.11)$$

где  $E_+(\theta_{i1} \rightarrow \theta_{s1})$  обозначает поле, рассеянное с сохранением поляризации и, следовательно, испытавшее более чем однократное отражение. На рис. 19 представлены такие поля, возникающие в процессе двукратного отражения. Поле  $E_+(\theta_{i1} \rightarrow \theta_{s1})$  описывает вклад от пары оптических путей, показанных на рис. 19а, а поле  $E_+(\theta_{i2} \rightarrow \theta_{s2})$  содержит вклады от аналогичных путей, показанных на рис. 19б для другой пары углов падения и рассеяния.

Процессы, представленные на рис. 19, дают в корреляционную функцию (4.9) четыре вклада, которые имеют разности фаз  $\Delta\phi_{AB, A'B'}$ ,  $\Delta\phi_{AB, B'A'}$ ,  $\Delta\phi_{BA, B'A'}$ ,  $\Delta\phi_{BA, A'B'}$ , где  $\Delta\phi_{AB, B'A'}$ , например, представляет собой разность фаз,

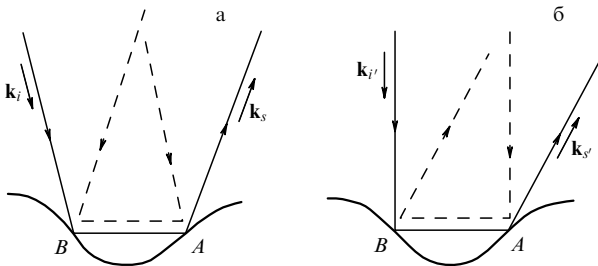


Рис. 19. Двукратное рассеяние на шероховатой поверхности: (а) поля с волновыми векторами  $\mathbf{k}_i$  и  $\mathbf{k}_s$ ; (б) поля с волновыми векторами  $\mathbf{k}_i'$  и  $\mathbf{k}_s'$

возникающую при прохождении оптических путей  $A \rightarrow B$  на рис. 19а и  $B \rightarrow A$  на рис. 19б. С учетом комплексного сопряжения в (4.11) имеем

$$\begin{aligned} \Delta\phi_{AB, A'B'} &= \frac{1}{2} (\Delta\phi_1 - \Delta\phi_2), \\ \Delta\phi_{AB, B'A'} &= \frac{1}{2} (\Delta\phi_1 + \Delta\phi_2), \\ \Delta\phi_{BA, A'B'} &= \frac{1}{2} (-\Delta\phi_1 - \Delta\phi_2), \\ \Delta\phi_{BA, B'A'} &= 2(-\Delta\phi_1 + \Delta\phi_2), \end{aligned} \quad (4.12)$$

где  $\Delta\phi_1 = (\mathbf{k}_{i1} + \mathbf{k}_{s1}) \Delta\mathbf{r}$ ,  $\Delta\phi_2 = (\mathbf{k}_{i2} + \mathbf{k}_{s2}) \Delta\mathbf{r}$ . Во всех четырех разностях фаз (4.12) опущен аддитивный общий член вида

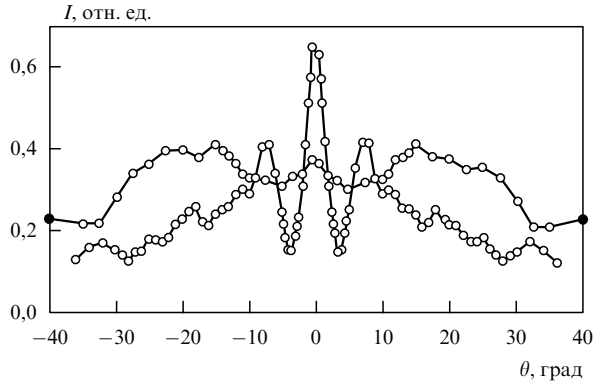
$$\frac{1}{2} (\mathbf{r}_A + \mathbf{r}_B)(\mathbf{k}_{i1} - \mathbf{k}_{s1} - \mathbf{k}_{i2} + \mathbf{k}_{s2}),$$

исчезающий в силу условия (4.8)

Величины  $\Delta\phi_1$  и  $\Delta\phi_2$  представляют собой разности фаз для прямого и обратного обхода оптических путей на рис. 19а и 19б, соответственно. Согласно интерпретации эффекта усиления обратного рассеяния на шероховатостях это означает, что средняя интенсивность возрастает при  $\Delta\phi = 0$ , а подавление интенсивности должно наблюдаться при  $\Delta\phi = \pi$ . Некоторое увеличение интенсивности должно наблюдаться при  $\Delta\phi = \pm 2\pi$ , что в экспериментах может приводить к появлению вторичных максимумов. Однако их величины должны быть меньше пика обратного рассеяния из-за флуктуаций величины  $\Delta\mathbf{r}$ , происходящих на случайно шероховатой поверхности.

Одномерная проводящая шероховатая поверхность изготавливалась методом, подробно описанным, например, в [37, 155]. Данная методика приводит к поверхности с почти гауссовым распределением высот  $h(\mathbf{r}_\perp)$  и гауссовой корреляционной функцией  $\langle h(\mathbf{r}_{\perp 1}) h(\mathbf{r}_{\perp 2}) \rangle$ . В [41] среднеквадратичная высота шероховатости  $\sigma = 1,73$  мкм, а радиус корреляции  $r_c = 3,43$  мкм. Источником излучения служил лазер с длиной волны  $\lambda = 1,152$  мкм. Использовалась установка, в которой свет от лазера через систему зеркал попадал на шероховатую поверхность. При этом плоскость падения выдерживалась строго перпендикулярно направлению одномерных шероховатостей. Образец и система регистрации помещались на вращающемся столе. Поляризатор  $P_1$  формировал падающий луч с поляризацией  $+45^\circ$ , а поляризатор  $P_2$  позволял выделять поляризации  $+45^\circ$  и  $-45^\circ$ . Для получения корреляционной функции интенсивность-интенсивность проводилось сканирование интенсивности для некоторой пары углов  $\theta_{i1}, \theta_{s1} = \theta_{i1}$ . Луч перемещался вдоль поверхности с шагом  $\Delta x = 125$  мкм. Результаты измерений заносились в компьютер. Затем углы падения и рассеяния менялись, и измерения повторялись в тех же точках образца. Затем вычислялась корреляционная функция. Наиболее сложной проблемой в данном эксперименте было выдерживание пространственных параметров в процессе сканирования.

На рис. 20 показаны средние значения интенсивностей  $\langle I_-(\theta_i, \theta_i) \rangle$  и  $\langle I_+(\theta_i, \theta_i) \rangle$ , полученных путем прямого усреднения данных, для разных значений углов падения  $\theta_i$ . Отчетливо виден пик обратного рассеяния для интенсивности  $\langle I_+(\theta_i, \theta_i) \rangle$ , обусловленной чисто многократным рассеянием. Этот пик не наблюдается в интенсивности



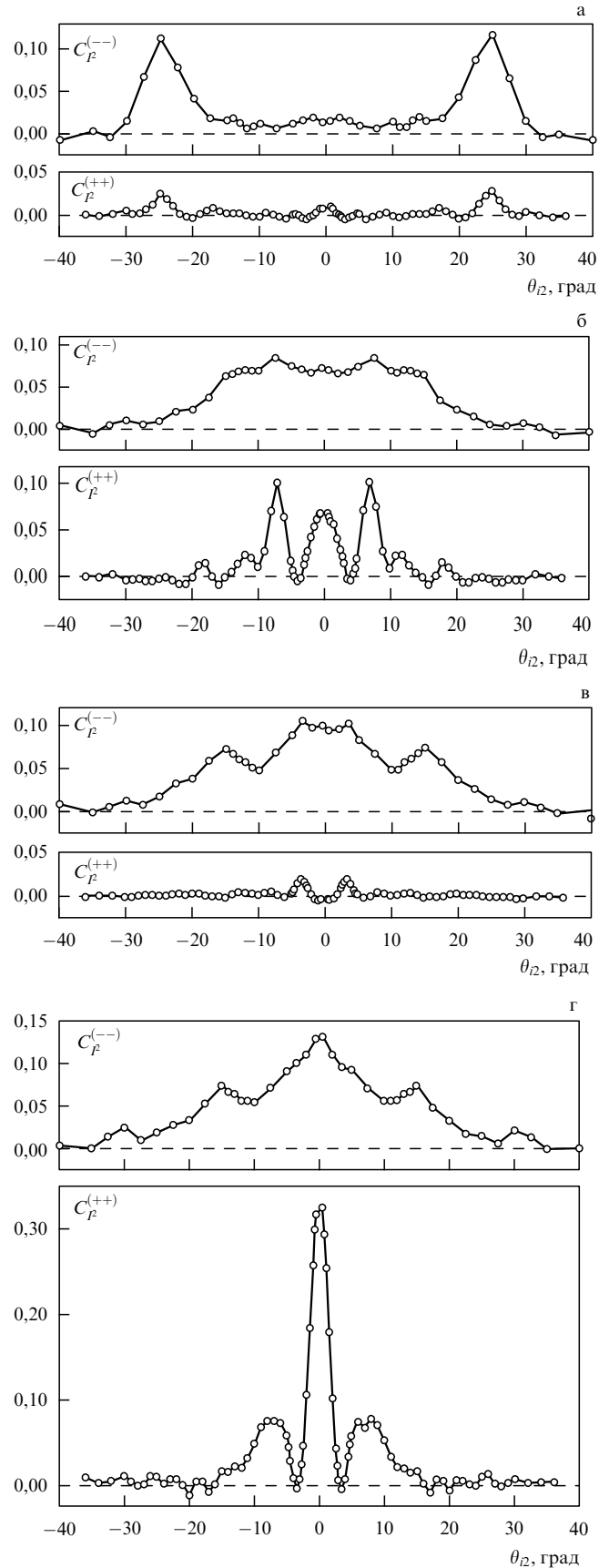
**Рис. 20.** Среднее значение интенсивности излучения, рассеянного шероховатой поверхностью, как функция угла  $\theta_i$ :  $\circ$  —  $\langle I_-(\theta_i, \theta_i) \rangle$ ;  $\square$  —  $\langle I_+(\theta_i, \theta_i) \rangle$  [124]

$\langle I_-(\theta_i, \theta_i) \rangle$ , в основном обусловленной однократным рассеянием. Пик соответствует разности фаз  $\Delta\phi = 0$ . Из положения минимумов и вторичных максимумов на этом рисунке находим, что сдвиг фаз  $\Delta\phi = \pm\pi$  соответствует углу падения  $\theta_i = 3, 5^\circ$ , а  $\Delta\phi = 2\pi$  соответствует  $\theta_i = \pm 7^\circ$ . На рис. 21 показаны корреляционные функции  $C_{I_2}^{(++)}$  и  $C_{I_2}^{(--)}$  для разных значений углов  $\theta_{i1}$ . Появление двух корреляционных пиков вместо одного для достаточно больших углов  $\theta_{i1}$  обусловлено обратимостью оптических путей в процессе многократного рассеяния.

Анализ фазовых соотношений позволяет достаточно просто объяснить изменение формы корреляционной функции  $C_{I_2}^{(++)}$  с изменением угла падения  $\theta_{i1}$ . При достаточно больших углах падения  $\theta_{i1} = 25^\circ$  в  $C_{I_2}^{(++)}$  наблюдаются небольшие корреляционные пики при  $\theta_{i2} = \pm\theta_{i1}$ , обусловленные автокорреляцией интенсивности и корреляцией, связанной с обратимостью уравнений Максвелла. При угле падения  $\theta_{i1} = 7^\circ$  высота корреляционных пиков становится значительно больше, что соответствует тому, что при углах  $\theta_{i2} = 7^\circ$  дополнительно выполняются условия вторичного максимума  $\Delta\phi_1 = 2\pi$ ,  $\Delta\phi_2 = 2\pi$ . При углах  $\theta_{i1} = 3, 5^\circ$  выполняются условия  $\Delta\phi_1 = \pi$ ,  $\Delta\phi_2 = \pm\pi$ , что соответствует частичному интерференционному подавлению полей. При угле  $\theta_{i1} = 0, 5^\circ$  приблизительно выполняются условия  $\Delta\phi_1 \approx \Delta\phi_2 \approx 0$ , что объясняет наличие большого центрального пика  $\theta_{i2} \approx 0$ . Условия  $\Delta\phi_1 \approx 0$  и  $\Delta\phi_2 \approx 2\pi$  выполняются при  $\theta_{i1} \approx 0$  и  $\theta_{i2} \approx \pm 7^\circ$ , что приводит к вторичным пикам  $C_{I_2}^{(++)}$  на этом рисунке.

### 5. Заключение

Таким образом, в совершенно классической области физики, связанной с переносом излучения в неоднородных средах, возникло бурно развивающееся направление по исследованию интерференционных и когерентных эффектов там, где традиционно считалось, что они подавлены в результате хаотизации. Развитие было в значительной степени стимулировано открытием квантовых интерференционных эффектов в металлах при низких температурах и стало возможным благодаря современной экспериментальной технике и прежде всего применению лазеров и автоматизации эксперимента. Мы изложили основные достижения в этой области. Здесь в целом наблюдается редкая ситуация, когда теория и эксперимент развиваются одновременно и



**Рис. 21.** Угловые зависимости корреляционных функций  $C_{I_2}^{(++)}$  и  $C_{I_2}^{(--)}$  при разных углах  $\theta_{i1}$ : (а)  $25^\circ$ ; (б)  $7^\circ$ ; (в)  $3, 5^\circ$ ; (г)  $0, 5^\circ$  [41]

согласованно друг с другом. Вместе с тем, существуют проблемы, которые еще требуют своего решения. Так, видна необходимость построения теории, в которой будет последовательно учтена конечность размеров рассеивателей. В частности, в теории когерентного обратного рассеяния требуется выйти за рамки диффузионного приближения, поскольку оно оправдано вдали от границ на расстояниях  $l \gg l_{\text{ext}}, l_{\text{tr}}$ , а сам эффект как раз формируется в приповерхностной области порядка  $l_{\text{tr}}$ . В качестве примера выхода за рамки диффузионного приближения в режиме многократного рассеяния укажем на работу [71]. При изучении обратного рассеяния в твердых диэлектриках с шероховатой поверхностью существует проблема корректного разделения вкладов в рассеяние от шероховатости поверхностного слоя и от объемных неоднородностей.

При исследовании корреляционных функций для более корректного описания эксперимента было бы желательно развить теорию, учитывающую векторный характер электромагнитного поля. Для разнообразных практических приложений представляется интересным провести исследования для геометрий образцов, отличных от плоскопараллельного слоя.

При описании когерентных эффектов, возникающих при отражении от сильно шероховатых поверхностей, ограничиваются, в основном, приближением двукратного рассеяния. Представляется целесообразным выход за рамки этого приближения и построение теории многократного отражения с использованием приближения типа диффузионного.

Наряду с новыми результатами фундаментальной физики в этой области видны большие возможности для практических приложений и прежде всего для использования когерентных эффектов в диагностике непрозрачных сред. При этом спектр приложений простирается от детектирования объектов в густом тумане до изучения структуры биологических объектов с помощью видимого света.

## Список литературы

- Van Albada M P, Lagendijk A *Phys. Rev. Lett.* **55** 2692 (1985)
- Wolf P E, Maret G *Phys. Rev. Lett.* **55** 2696 (1985)
- Altshuler B L, Aronov A G, Khmel'nitskii D E, Larkin A I, in *Quantum Theory of Solids* (Ed. I M Lifshits) (Moscow: Mir, 1983)
- Bergmann G *Phys. Rep.* **107** 1 (1984)
- Lee P A, Ramakrishnan T V *Rev. Mod. Phys.* **57** 287 (1985)
- Kramer B, MacKinnon A *Rep. Progr. Phys.* **56** 1469 (1993)
- Etamad S, Thompson R, Andreiko H J *Phys. Rev. Lett.* **57** 575 (1986)
- Kaveh H, Rosenbluh M, Edrei I, Freund I *Phys. Rev. Lett.* **57** 2049 (1986)
- Kuga Y, Ishimaru A *J. Opt. Soc. Am. A* **8** 831 (1984)
- Kuga Y, Tsang L, Ishimaru A *J. Opt. Soc. Am. A* **2** 616 (1985)
- Tsang L, Ishimaru A *J. Opt. Soc. Am. A* **8** 836 (1984)
- Tsang L, Ishimaru A *J. Opt. Soc. Am. A* **2** 1331 (1985)
- Голубенцев А А *ЖЭТФ* **86** 47 (1984)
- Akkermans E, Wolf P E, Maynard R *Phys. Rev. Lett.* **56** 1471 (1986)
- Stephen M J *Phys. Rev. B* **34** 7564 (1986)
- Akkermans E, Wolf P E, Maynard R, Maret G *J. Phys. (Paris)* **49** 77 (1988)
- Барабаненков Ю Н, Озрин В Д *ЖЭТФ* **94** 56 (1988)
- Maret G, Wolf P Z *Phys. B* **65** 409 (1987)
- Pine D J, Weitz D A, Chaikin P M, Herbolzheimer E *Phys. Rev. Lett.* **60** 1134 (1988)
- Stephen M J *Phys. Rev. B* **37** 1 (1988)
- Umbach C P, Washburn S, Laibowitz R A, Webb R A *Phys. Rev. B* **30** 4049 (1984)
- Альтшулер Б Л, Хмельницкий Д Е *Письма в ЖЭТФ* **42** 291 (1985)
- Альтшулер Б Л *Письма в ЖЭТФ* **41** 530 (1985)
- Lee P A, Stone A D *Phys. Rev. Lett.* **55** 1622 (1985)
- Альтшулер Б Л, Спивак Б *Письма в ЖЭТФ* **42** 363 (1985)
- Shapiro B *Phys. Rev. Lett.* **57** 2168 (1986)
- Stephen M J, Cwilich G *Phys. Rev. Lett.* **59** 285 (1987)
- Feng S, Kane C, Lee P A, Stone A D *Phys. Rev. Lett.* **61** 834 (1988)
- Hikami S *Phys. Rev. B* **24** 2671 (1981)
- Rimberg A J, Westervelt R M *Phys. Rev. B* **38** 5073 (1988)
- Freund I, Rosenbluh, Feng S *Phys. Rev. Lett.* **61** 2328 (1988)
- Genack A Z, Drake J M *Europhys. Lett.* **11** 331 (1990)
- Garcia N, Genack A Z *Phys. Rev. Lett.* **63** 1678 (1989)
- Van Albada M P, de Boer J F, Lagendijk A *Phys. Rev. Lett.* **64** 2787 (1990)
- Van Albada M P et al. *Phys. Rev. Lett.* **66** 3132 (1991)
- Mendez E R, O'Donnell K A *Opt. Commun.* **61** 91 (1987)
- O'Donnell K A, Mendez E R *J. Opt. Soc. Am. A* **4** 1194 (1987)
- Chen J S, Ishimaru A *J. Acoust. Soc. Am.* **88** 1846 (1990)
- Ishimaru A, Chen J S *J. Acoust. Soc. Am.* **88** 1877 (1990); *Waves Random Med.* **1** 21 (1991)
- Maradudin A A, Mendez E R, Michel T, in *Scattering in Volumes and Surfaces* (Eds M Nieto-Vesperinas, J C Dainty) (North-Holland, Amsterdam, 1990)
- Knotts M E, Michel T R, O'Donnell K A *J. Opt. Soc. Am. A* **9** 1822 (1992)
- Nieto-Vesperinas M, Sanchez-Gil J A *J. Opt. Soc. Am. A* **10** 150 (1993)
- Barabanenkov Yu N, Kravtsov Yu A, Ozrin V D, Saichev A I *Progress in Optics* (Ed. E Wolf) **29** 65 (1991)
- Langer J S, Neal T *Phys. Rev. Lett.* **16** 984 (1966)
- Кузьмин В Л, Романов В П, Кузьмин Л В *Опт. и спектр.* **72** 227 (1992)
- Anderson P W, Abrahams E, Ramakrishnan T V *Phys. Rev. Lett.* **43** 718 (1979)
- Горьков Л П, Ларкин А И, Хмельницкий Д Е *Письма в ЖЭТФ* **30** 248 (1979)
- Altshuler B L, Khmel'nitskii D, Larkin A I, Lee P A *Phys. Rev.* **B22** 5142 (1980)
- MacKintosh F C, John S *Phys. Rev. B* **40** 2383 (1989)
- Рыгов С М, Кравцов Ю А, Татарский В И *Введение в статистическую радиофизику* Ч. II (М.: Наука, 1978)
- Морс Ф М, Фешбах Г *Методы теоретической физики* (М.: ИЛ, 1958)
- Кузьмин В Л, Романов В П, Кузьмин Л В *Опт. и спектр.* **73** 376 (1992)
- Кузьмин В Л, Романов В П *Опт. и спектр.* **73** 1181 (1992)
- Ишимару А *Распространение и рассеяние волн в случайно-неоднородных средах* (М.: Мир, 1981)
- Апресян Л А, Кравцов Ю А *Теория переноса излучения* (М.: Наука, 1983)
- Власов Д В, Зубков Л А, Орехова Н В, Романов В П *Письма в ЖЭТФ* **48** 86 (1988)
- Альмамури А, Власов Д В, Зубков Л А, Романов В П *ЖЭТФ* **99** 1431 (1991)
- Goodman J W *Proc. IEEE* **55** 1688 (1965)
- Mandel L *Proc. Phys. Soc.* **74** 233 (1959)
- Wolf P E, Maret G, Akkermans E, Maynard R *J. Phys. (Paris)* **49** 63 (1988)
- Van Albada M P, van der Mark M B, Lagendijk A *Phys. Rev. Lett.* **58** 361 (1987)
- Спектроскопия оптического смещения и корреляция фотонов* (М.: Мир, 1987)
- Перина Я *Квантовая статистика линейных и нелинейных оптических явлений* (М.: Мир, 1987)
- Красиньяни Б, Ди Порто П, Бертолотти М *Статистические свойства рассеянного света* (М.: Наука, 1988)
- Lorusso G F, Capozzi V, Minafra A *Phys. Rev. E* **49** 3531 (1994)
- Glauber R J, in *Laser Handbook* Vol. 1 (Eds F T Arecchi, E O Schulz-DuBois) (North-Holland, Amsterdam, 1972) p. 40
- De Wolf D A *IEEE Trans. Antennas Propag.* **19** 254 (1971)
- Барабаненков Ю Н *Изв. вузов. Сер. Радиофизика* **16** 88 (1973)
- Виноградов А Г, Кравцов Ю А *Изв. вузов. Сер. Радиофизика* **16** 1055 (1973)
- Кравцов Ю А, Саичев А И *УФН* **137** 501 (1982)
- Городничев Е Е, Рогозкин Д Б *ЖЭТФ* **107** 209 (1995)
- Барабаненков Ю Н *УФН* **117** 49 (1975)
- Кейз К, Цвайфель П *Линейная теория переноса* (М.: Мир, 1972)
- Perelman L T, Wu J, Itzkan I, Feld M S *Phys. Rev. Lett.* **72** 1341 (1994)
- Patterson M S, Chance B, Wilson B C *Appl. Opt.* **28** 2331 (1989)

76. Wilson B C, Sevick E M, Patterson M C, Chance B *Proc. IEEE* **80** 918 (1992)
77. Mandt C E, Tzang L, Ishimaru A *J. Opt. Soc. Am. A* **7** 585 (1990)
78. Mandt C E, Tsang L *J. Opt. Soc. Am. A* **9** 2246 (1992)
79. Kuga Y, Ishimaru A *Appl. Opt.* **28** 2165 (1989)
80. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Гидродинамика* (М.: Наука, 1988)
81. Stephen M J *Phys. Lett. A* **127** 371 (1988)
82. MacKintosh F C, John S *Phys. Rev. B* **37** 1884 (1988)
83. Pine P J et al., in *Scattering and localization of Classical Waves in Random Media* (Ed. P Sheng) (Singapore: World Scientific, 1989)
84. Freund I, Kaveh M, Rosenbluh M *Phys. Rev. Lett.* **60** 1130 (1988)
85. Fraden S, Maret G *Phys. Rev. Lett.* **65** 512 (1990)
86. Wolf P E, Maret G, in *Scattering in Volumes and Surfaces* (Eds M Nieto-Vesperinas, J C Dainty) (Amsterdam: Elsevier, 1990) p. 37
87. Webb R A, Washburn S, Umbach C P, Laibowitz R B, in *Localization, Interaction and Transport Phenomena in Pure Metals* (Eds G Bergmann, Y Bruynseraede, B Kramer) (New York: Springer-Verlag, 1985)
88. Pnini R, Shapiro B *Phys. Rev. B* **39** 6986 (1989)
89. Mello P A, Akkermans E, Shapiro B *Phys. Rev. Lett.* **61** 459 (1988)
90. Genack A Z *Phys. Rev. Lett.* **58** 2043 (1987)
91. Edrei I, Kaveh M *Phys. Rev. B* **38** 950 (1988)
92. De Boer J F, van Albada M P, Lagendijk A *Phys. Rev. B* **45** 658 (1992)
93. Freund I, Kaveh M, Berkovits R, Rosenbluh M *Phys. Rev. B* **42** 2613 (1990)
94. Freund I *Waves in Random Media* **1** 245 (1991)
95. Van der Mark M B, van Albada M P, Lagendijk A *Phys. Rev. B* **37** 3575 (1988)
96. Eliyahu D, Berkovits R, Kaveh M *Phys. Rev. B* **43** 13501 (1991)
97. Berkovits R, Kaveh M, Feng S *Phys. Rev. B* **40** 737 (1989)
98. Wang L, Feng S *Phys. Rev. B* **40** 8284 (1989)
99. Berkovits R, Kaveh M *Phys. Rev. B* **41** 2635 (1990)
100. Berkovits R, Kaveh M *Europhys. Lett.* **13** 97 (1990)
101. Berkovits R, Feng S *Phys. Rev. Lett.* **65** 3120 (1990)
102. Lee P A, Stone A D *Phys. Rev. Lett.* **55** 1622 (1985)
103. Kane C L, Serota R A, Lee P A *Phys. Rev. B* **37** 6701 (1988)
104. Genack A Z, Garcia N, Polkosnik W *Phys. Rev. Lett.* **65** 2129 (1990)
105. Freund I *Opt. Commun.* **86** 216 (1991)
106. Freund I, Rosenbluh M, Berkovits R *Phys. Rev. B* **39** 12403 (1989)
107. Chow L, Guenther K H *J. Opt. Soc. Am. A* **10** 2231 (1993)
108. Gellerman W, Kohmoto M, Sutherland B, Taylor P C *Phys. Rev. Lett.* **72** 633 (1994)
109. Kohmoto M, Kadanoff L, Tang C *Phys. Rev. Lett.* **50** 1870 (1983)
110. Ostlund S et al. *Phys. Rev. Lett.* **50** 1873 (1983)
111. Hiramoto H, Kohmoto M *Int. J. Mod. Phys. B* **6** 281 (1992)
112. Kohmoto M, Sutherland B, Iyuchi K *Phys. Rev. Lett.* **58** 2436 (1987)
113. Den Outer P N, Nieuwenhuizen T M, Lagendijk A *J. Opt. Soc. Am. A* **10** 1209 (1993)
114. Garcia N, Genack A Z, Lisyansky A A *Phys. Rev. B* **46** 1475 (1992)
115. Kawato S, Hattori T, Takemori T, Nakatsuka H *Phys. Rev. B* **49** 90 (1994)
116. Van Tiggelen B A, Lagendijk A, van Albada M P, Tip A *Phys. Rev. B* **45** 12233 (1992)
117. Kogan E, Kaveh M *Phys. Rev. B* **46** 10636 (1992)
118. Barabanenkov Yu N, Ozrin V D *Phys. Rev. Lett.* **69** 1364 (1992)
119. Van Tiggelen B A, Lagendijk A, Tip A *Phys. Rev. Lett.* **71** 1284 (1993)
120. Soukoulis C M, Datta S, Economou E N *Phys. Rev. B* **49** 3800 (1994)
121. Kirkpatrick T R *Phys. Rev. B* **31** 5746 (1985)
122. Kroha J, Soukoulis C M, Wolffe P *Phys. Rev. B* **47** 11093 (1993)
123. Mahan G D *Many-Particle Physics* (New York: Plenum, 1986)
124. Maradudin A A, Mendez E R, Michel T *Opt. Lett.* **14** 151 (1989)
125. Michel T, Maradudin A A, Mendez E R *J. Opt. Soc. Am. B* **6** 2438 (1989)
126. Kim M J, Dainty J C, Friberg A T, Sant A J *J. Opt. Soc. Am. A* **7** 569 (1990)
127. Sanchez-Gil J A, Nieto-Vesperinas M *J. Opt. Soc. Am. A* **8** 1270 (1991)
128. Bruce N C, Dainty J C *J. Mod. Opt.* **38** 1471 (1991)
129. Ishimaru A, Chen J S, Phu P, Yoshitomi K *Waves Random Media* **3** S91 (1991)
130. O'Donnell K A, Knotts M E *J. Opt. Soc. Am. A* **8** 1126 (1991)
131. Michel T R, O'Donnell K A *J. Opt. Soc. Am. A* **9** 1374 (1992)
132. Jordan D L, Moreno F J *J. Opt. Soc. Am. A* **10** 1989 (1993)
133. Виглина Р З, Дыхне А М *ЖЭТФ* **99** 1758 (1991)
134. Кузьмин В Л, Романов В П, Азбель А Ю *Опн. и спектр.* **76** 447 (1994)
135. Бункин Ф В, Самохин А А, Федоров М В *ЖЭТФ* **56** 1057 (1969)
136. Гавриков В К, Кап А В, Канторович В М *ЖЭТФ* **58** 1318 (1970)
137. Виглина Р З *Опн. и спектр.* **72** 660 (1992)
138. Kuzmin V L, Romanov V P *Phys. Rev. E* **49** 2949 (1994)
139. Maradudin A A, Michel T, McGurn A R, Mendez E R *Ann. Phys.* **203** 255 (1990)
140. Nieto-Vesperinas M, Soto-Cresp J M *Opt. Lett.* **12** 979 (1987)
141. Bruce N C, Dainty J C *J. Mod. Opt.* **38** 579 (1991)
142. Maradudin A A, Michel T, in *Wave Propagation and Scattering in Varied Media II. Proc. Soc. Photo-Opt. Instrum. Eng.* (Ed. V K Varadan) (1991) p. 233; p. 1558
143. Bass F G, Fuks I M *Wave Scattering from Statistically Rough Surface* (New York: Pergamon, 1979)
144. Jin Y *Appl. Phys.* **63** 1286 (1988)
145. Liszka E G, McCoy J J *J. Acoust. Soc. Am.* **71** 1093 (1982)
146. Pavel'yev A G *Radio Eng. Electron. Phys.* **28** 5 (1983)
147. Wagner R J *J. Acoust. Soc. Am.* **41** 138 (1967)
148. Thorsos E I *J. Acoust. Soc. Am.* **83** 78 (1988)
149. Beckman P, Spizzichino *The Scattering of Electromagnetic Wave from Rough Surfaces* (New York: Pergamon, 1963)
150. Jakeman E *J. Opt. Soc. Am. A* **5** 1638 (1988)
151. Jakeman E, Tapster P R, Weeks A R *J. Phys. D* (Paris) **21** 532 (1988)
152. Knotts M E, Michel T R, O'Donnell K A *J. Opt. Soc. Am. A* **10** 928 (1993)
153. Pedersen H M *Opt. Acta* **22** 523 (1975)
154. Leger D, Perrin J C *J. Opt. Am.* **66** 1210 (1976)
155. Gray P F *Opt. Acta* **25** 765 (1978)

### Coherent phenomena in light scattering from disordered systems

V.L. Kuz'min

Department of Higher Mathematics, Institute of Trade and Economics,  
194018 St. Petersburg, Russia  
Fax (7-812) 247-43 42

V.P. Romanov

Faculty of Physics, St. Petersburg State University  
198904 Petrodvorets, St. Petersburg, Russia  
Fax (7-812) 427-72 40. E-mail: apver@onti.niif.spb.su

The current status of research on coherent phenomena in multiple light scattering from disordered systems is reviewed. The coherent light backscattering, temporal and spatial correlations of intensity of light propagating through a randomly inhomogeneous medium, and coherent effects due to the multiple scattering from very rough surfaces are considered. The present-day theories as well as methods and results of experimental studies are outlined. Almost all theoretical predictions are found to be illustrated well by respective experimental data.

PACS numbers: 42.25.Gy, 42.25.Fx, **42.30.-d**, 71.55.Jv

Bibliography — 155 references

Received 20 January 1995, revised 26 October 1995