

ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

Коллективные плазменные процессы в недрах Солнца и проблема дефицита солнечных нейтрино

В.Н. Цытович, Р. Бингхам, У. де Анжелис, А. Форлани

Представлены результаты недавно проведенных расчетов влияния коллективных плазменных процессов на перенос излучения в недрах Солнца. Рассмотрен целый ряд эффектов, которые ранее не учитывались при построении стандартной солнечной модели. Показано, что они существенно уменьшают росселандовский коэффициент непрозрачности центральных областей Солнца (примерно на 10 %, что значительно превосходит ранее принятую возможную ошибку в коэффициенте непрозрачности). Обсуждается влияние коллективной природы плазменных процессов на эффекты, до сих пор трактовавшиеся без учета коллективного поведения плазмы. В основе проведенного анализа лежат современные представления физики плазмы, в которых большую роль играют процессы рассеяния на ионах и колебания электронной оболочки ионов при излучении и тормозном поглощении. Найдено, что наибольший вклад в уменьшение непрозрачности Солнца вносят уширение резонанса комбинационного рассеяния (как из-за эффекта Доплера, так и из-за электрон-ионных столкновений), диффузия по частоте в процессах переноса излучения, возмущение процесса индуцированного рассеяния и квантовые коллективные эффекты в рассеянии. Приведена таблица коллективных плазменных эффектов, которые влияют на перенос фотонов в плотной плазме центральных областей Солнца. Эти результаты показывают, что появляется возможность достижения лучшего согласия между значением наблюдаемого нейтринного потока и его теоретическими предсказаниями. Обсуждаются новые проблемы, которые с точки зрения современной физики плазмы могут быть важными для генерации солнечных нейтрино в различных энергетических интервалах.

PACS numbers: 96.60.Kx, 52.25.Gj, 52.25.Jm, 52.90.+z

Содержание

1. Введение (114).
2. Насколько чувствительны нейтринные потоки к параметрам плазмы в недрах Солнца? (116).
3. Физика коллективных процессов в рассеянии и тормозном излучении (118).
4. Плазменные параметры центральной части Солнца (119).

В.Н. Цытович. Институт общей физики РАН,
117942 Москва, ул. Вавилова 38
Тел. (095) 135-02-47
Факс (095) 135-02-70
E-mail: tsyt@ewm.gpi.msk.su

R. Bingham. Rutherford Appleton Laboratory,
Chilton, Oxfordshire, OX110QX, UK
Tel. (44-1235) 44-58-00
Fax (44-1235) 44-58-48
E-mail: sms@vk.rl.ac.uk

U. de Angelis, A. Forlani. Dipartimento di Scienze Fisiche,
Universita di Napoli "Federico II",
Mostra d'Oltremare, Pad 20, 80125, Napoli, Italy
Tel. (39-81) 7-25-33-57
Fax (39-81) 2-39-43-08
E-mail: deangelis@na.infn.it

Статья поступила 15 июня 1995 г.

5. Коллективное рассеяние и тормозное поглощение в нулевом приближении (120).
 6. Учет показателя преломления в рассеянии и тормозном поглощении (123).
 7. Коллективные эффекты в тормозном поглощении (124).
 8. Релятивистские эффекты в тормозном поглощении (127).
 9. Рамановский резонанс в коллективном рассеянии (127).
 10. Доплеровское и столкновительное уширение рамановского резонанса в рассеянии (129).
 11. Релятивистские поправки к коллективному рассеянию (130).
 12. Эффекты изменения частот фотонов в процессе переноса излучения (131).
 13. Поправки, обязанные неоднородностям плотности (132).
 14. Поправки из-за диффузии фотонов по частоте в процессе переноса излучения (132).
 15. Эффект вынужденного рассеяния (134).
 16. Квантовые эффекты в рассеянии (134).
 17. Квантовые эффекты в диффузии по частоте и вынужденном рассеянии (136).
 18. Квантовые поправки, связанные с частичной вырожденностью электронов (136).
 19. Таблица новых коллективных эффектов в коэффициенте росселандовской непрозрачности в центре Солнца (136).
 20. Заключение (137).
- Список литературы (138).

1. Введение

Существует достаточно распространенное мнение о том, что измеренный поток солнечных нейтрино меньше того, который предсказывается стандартной солнечной моделью (ССМ). Критический обзор экспериментов по солнечным нейтрино и усовершенствований ССМ был недавно опубликован Моррисоном [1], который особо указал на необходимость проведения более детальных теоретических расчетов. Моррисон [1] проиллюстрировал тенденцию уменьшения расхождений между наблюдениями и теоретическими моделями, но плазменный аспект проблемы был только упомянут и не был детально рассмотрен. В настоящем обзоре мы сконцентрируем внимание именно на плазменном аспекте проблемы [2]. Нужно, однако, заметить, что во времена пионерских экспериментов (Homestake, США, Дэвис с сотрудниками) расхождение между наблюдениями и ССМ было в 8 раз, тогда как теперь имеется четыре действующих эксперимента и в среднем расхождение между экспериментом и теорией составляет 2–3 раза. Четыре упомянутых эксперимента — это САГЭ (Советско-американский галлиевый эксперимент), Галлекс — Италия, Гран Сассо, Камиоканде — Япония, Homestake — США. В экспериментах реализуются разные пороги чувствительности, и нейтринные потоки измеряются в разных областях энергий. Во многих случаях для сопоставления экспериментальных данных с предсказаниями теории приходится вычитать из результатов одних экспериментов результаты других, что возможно только при наличии абсолютной калибровки каждого из экспериментов. Последнее иногда ставится под сомнение. Проблемы с абсолютной калибровкой возможно исчезнут довольно скоро, но существует мнение, что для экспериментов Дэвиса в ближайшем будущем абсолютную калибровку провести не удастся.

Оставляя в стороне все эти проблемы, мы поставим основной с нашей точки зрения вопрос: при теоретических предсказаниях нейтринного потока правильно ли учитывалась физика происходящих процессов?

Это более фундаментальный вопрос, чем тот, который сейчас часто выдвигается на первый план, а именно, связан ли дефицит нейтрино с некорректной трактовкой астрофизики недр Солнца, или он обязан своим существованием нейтринным осцилляциям, например, эффекту Михеева–Смирнова–Вольфенштейна (MSW-эффекту) и другим эффектам такого рода? Буквально вопрос ставится так: "Астрофизика или осцилляции?" Под таким названием недавно проходила рабочая группа в Гран Сассо, на которой были доложены первые результаты подробных расчетов коллективных плазменных процессов в недрах Солнца [2].

Почему мы хотим разделить физику и астрофизику? Потому, что астрофизика обычно использует известные и проверенные физические процессы для построения моделей астрофизических явлений. Но вопрос состоит в том, правильно ли трактуются физические процессы в недрах Солнца для предсказания нейтринных потоков с точностью, достаточной для сравнения с наблюдениями?

Следует пояснить, как строятся ССМ. Мы знаем три основных параметра — светимость, радиус и массу Солнца, а также знаем относительную распространенность элементов на его поверхности. Начальная распро-

страненность элементов при формировании Солнца предполагается средней наблюдаемой в окрестном космическом пространстве. Далее, прослеживается эволюция первичного плазменного облака, из которого образовалось Солнце, вплоть до настоящего времени (в литературе часто можно встретить термин "газовое облако", но, очевидно, этот термин неправилен). Определяется теперешний состав недр Солнца так, чтобы он соответствовал указанным выше наблюдаемым параметрам Солнца. Относительное содержание различных элементов, таких как С, N, O и Fe в центральной части Солнца, является весьма важным для предсказаний нейтринных потоков в различных каналах. Сейчас уже имеется довольно много моделей Солнца, носящих общий термин ССМ. Они отличаются относительным содержанием различных элементов, зависимостью их распространенности и температуры плазмы от расстояния до центра Солнца.

Исходным при традиционном "астрофизическом" подходе является предположение о том, что физические процессы и их сечения хорошо известны из лабораторных экспериментов или, по крайней мере, могут быть уточнены в лабораторных экспериментах.

Но так ли это? Что еще предполагается неявно при построении ССМ?

Одно из предположений очевидно: при расчете процессов переноса излучения в центре Солнца предполагается установление локального теплового равновесия с малыми отклонениями от него, связанными с радиационными потоками, пропорциональными градиенту температуры.

Общепринятое мнение в среде астрофизиков (которое является основой "астрофизического" подхода) состоит в том, что ССМ основана на очень хорошо доказанных утверждениях, что центральные области Солнца могут быть описаны при помощи элементарной механики и статистической физики и что основными процессами, определяющими нейтринные потоки, являются ядерные процессы и рассеяние фотонов на *свободных электронах*, а также поглощение фотонов из-за процессов, обратных тормозному излучению [3]. Однако, учитывая, что центральные области Солнца представляют собой, безусловно, плазму, необходимо иметь в виду, что сечения рассеяния фотонов могут определяться коллективными эффектами. Тогда утверждение о том, что рассеяние происходит на *свободных электронах*, может оказаться ошибочным, так как сечение коллективного рассеяния зависит от распределения всех остальных частиц. Это означает, что сечения рассеяния на индивидуальных частицах могут иметь мало общего с сечениями в плазме недр Солнца, когда они зависят от плотности и температуры плазмы, окружающей рассеивающие частицы. Для процессов рассеяния утверждение о том, что рассеяние производится в основном только электронами, верно исключительно для изолированных электронов, но становится ошибочным, если электроны составляют коллектив и образуют плазму. Рассеяние на свободных электронах встречается во многих астрофизических условиях, но соответствует пределу очень высоких частот, когда электроны ведут себя как свободные частицы (для свободных частиц томсоновское сечение содержит квадрат массы в знаменателе и рассеяние на ионах ничтожно мало по сравнению с рассеянием на электронах). Условия, в которых электроны рассеивают

как свободные, будут определены ниже. Вопрос состоит в том, выполняются ли эти условия в центральной области Солнца? "Нет, не выполняются", — скажем мы, забегая вперед.

Стоит напомнить, что Солнце, представляющее собой "плазменный шар", должно трактоваться как плазменный объект со всеми осложнениями, вносимыми коллективными процессами. (В последнее время в ряде публикаций стал использоваться термин "плазменные процессы в недрах Солнца", который производит довольно странное впечатление — ведь все Солнце состоит из плазмы.) Большой опыт, накопленный в последние десятилетия в исследованиях лабораторной плазмы и плазмы ближнего космоса, дает огромный фактический материал о свойствах плазмы и с определенностью указывает на то, что коллективные процессы в плазме определяют ее поведение. Эти знания не должны игнорироваться при исследованиях недр Солнца. Рассмотрение коллективных плазменных процессов в недрах Солнца будет основной целью настоящего обзора.

Поясним, почему исследователь, не очень знакомый с физикой недр Солнца, но хорошо знакомый с физикой плазмы может сразу отвергнуть "астрофизический" подход, описанный выше. На ранних этапах исследований по управляемому термоядерному синтезу (УТС) существовала вера в то, что плазма должна подчиняться хорошо установленным законам статистической физики и должна стремиться к установлению локального термодинамически равновесного распределения. Сейчас хорошо известно, что плазма не хочет следовать тем законам, которые ей приписывают исследователи. После многолетних исследований стало понятно, что основным препятствием на пути к УТС являются коллективные эффекты.

Этим термином фактически обозначают два частично независимых класса явлений. Первый из них был уже упомянут выше: коллектив частиц может в корне изменить сечения процессов. Второй связан с тем, что коллектив частиц может привести к развитию различного типа неустойчивостей коллективных мод, которые делают состояние нелинейным, далеким от равновесия и, как правило, такое состояние может приводить к явлениям самоорганизации. Современная физика плазмы, в основном, имеет дело с явлениями последнего типа. Но для того, чтобы определить, приводят ли коллективные неустойчивости к дополнительным явлениям переноса энергии (которые очень часто наблюдаются в экспериментах), необходимо начать с анализа состояний, когда неустойчивости отсутствуют и коллективные эффекты учтены в сечениях. Вопрос о том, каким должен быть классический перенос энергии, был решен первым применительно к лабораторной плазме.

Аналогия между исследованиями по УТС и созданием ССМ очень полезна для понимания общей ситуации. И на Солнце, и в установках для УТС происходит перенос энергии из центральной области на периферию, только в установках по УТС перенос связан с обычной теплопроводностью, обусловленной тепловыми частицами, тогда как на Солнце он связан с лучистой теплопроводностью. Достоверно известно, что перенос энергии в Токамаках никогда не является классическим (точнее, неклассическим для тороидальной геометрии). Классическая теория переноса энергии в Токамаках

строится аналогично теории переноса энергии в ССМ. А именно, представления о классическом или неклассическом переносе включают предположение об установлении локального теплового распределения с малыми отклонениями от него из-за наличия градиента температуры (пропорциональными первому полиному Лежандра). Также строится и теория переноса энергии в ССМ, только переносчиком энергии являются не частицы плазмы, а электромагнитное излучение. При построении ССМ предполагается локальное установление теплового равновесия как в распределении излучения, так и в распределении частиц, а малые отклонения от него пропорциональны градиенту температуры. По аналогии с Солнцем неклассическую теорию переноса энергии в Токамаках можно назвать стандартной моделью Токамака (СМТ). Известно, что эксперименты не подтверждают СМТ. Почему же мы должны доверять ССМ?

Вопрос, который следует задать с самого начала: существует ли ССМ, аналогичная СМТ в том смысле, что она учитывает все коллективные изменения в сечениях? Другими словами, существует ли основа, на которой можно обсуждать возможную роль неустойчивостей?

Мы должны также ответить на вопрос: имеется ли объяснение аномально большому переносу энергии в Токамаках? К сожалению, нет. Многолетние исследования по УТС значительно продвинули нас в направлении фактического получения УТС, и достигнутые температуры значительно превышают те, которые должны быть в центре Солнца согласно существующим сейчас ССМ, но мы не продвинулись в понимании процесса аномального переноса энергии в Токамаках (хотя оговоримся: сделано, поистине, очень много).

Поток солнечных нейтрино высоких энергий рассчитывается по отношению к солнечной светимости или, что то же самое, по отношению к переносу энергии из центральных областей Солнца. Исследователь плазмы, встретившийся с данными о дефиците солнечных нейтрино, нашел бы его естественным, если радиационный перенос энергии является аномально большим. Можно возразить, однако, что столкновения в недрах Солнца столь часты, что они делают все процессы классическими. Но как раз последнее не очевидно. В Токамаках частота столкновений также велика — в противном случае термоядерные реакции не происходили бы. С другой стороны, даже при большой частоте столкновений существует целый класс диссипативных неустойчивостей. Это наводит нас на другой, может быть, даже необычный вопрос: почему расхождения между наблюдаемым нейтринным потоком и вычисленным по ССМ столь малы?

Сделаем несколько замечаний, касающихся возможностей аномального переноса энергии в недрах Солнца из-за развития неустойчивостей. Во-первых, нужно спросить, есть ли постоянный источник, который может приводить в действие неустойчивости достаточно долго? Ответ будет *утвердительным*. Этим источником являются конвекция и непрерывные "солнцетрясения", наблюдаемые как колебания Солнца. Их можно рассматривать как непрерывный источник турбулизации. Поверхность Солнца сильно турбулентна и это установлено многочисленными наблюдениями. А что имеет место в недрах Солнца? Этот вопрос остается откры-

тым. Скорее всего Солнце — это самосогласованная система (так же, как и Токамак) и то, что происходит внутри нельзя отделить от того, что происходит в поверхностных слоях. Тогда Солнце глобально турбулентно и нужно ожидать аномального переноса энергии в недрах. Правда, здесь есть существенные ограничения. На аномальном переносе могут сказываться микронеустойчивости (т.е. возмущения весьма мелкого масштаба), которые, по-видимому, никогда не будут детектироваться солнечной сейсмологией, но существуют, так как всегда есть нелинейное взаимодействие и турбулентные каскады, которые могут приводить к рождению мелкомасштабных возмущений из крупномасштабных.

Эти рассуждения приведены для того, чтобы нарисовать общую картину с точки зрения физики плазмы и для того, чтобы продемонстрировать, что невозможно из данных о дефиците солнечных нейтрино сделать определенные выводы, касающиеся нейтринных осцилляций, так как всегда существует возможность включения в рассмотрение эффектов турбулентности и неустойчивостей.

В настоящем обзоре мы будем обсуждать более простые вопросы, а именно, классические (в смысле отсутствия аномальных явлений) эффекты переноса излучения, делая особый акцент на коллективных плазменных процессах. Мы будем исходить из консервативной концепции, что никаких неустойчивостей нет и обсудим вопрос о том, были ли учтены в ССМ коллективные эффекты в сечениях процессов с точностью, необходимой для предсказаний наблюдаемых нейтринных потоков в различных каналах? Ответ на этот вопрос, как мы увидим, будет *отрицательным*. Многие эффекты в расчетах были пропущены, а некоторые учтены неверным способом, так как использовались неправильные физические представления (например, о том, что рассеивают только электроны плазмы).

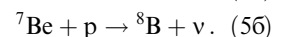
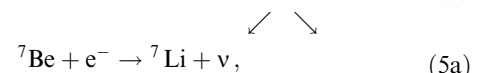
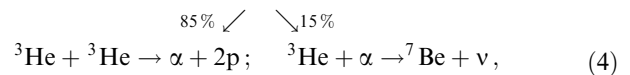
При учете коллективных процессов традиционный астрофизический подход не является адекватным problemе, так как невозможно использовать сечения электромагнитных и ядерных процессов, измеренные в лабораторных установках, для условий, соответствующих недрам Солнца. Создать на Земле такие температуры и плотности, которые соответствуют недрам Солнца даже на короткие промежутки времени, например при помощи лазерного сжатия, и измерить сечения для получения информативного ответа, достаточно трудно. На первый план выступают теоретические исследования и проблему солнечных нейтрино нужно в первую очередь рассматривать как проблему теоретической физики плазмы при учете общих современных концепций физики плазмы.

Только недавно [4] такой анализ был начат применительно к свойствам центральной области Солнца. Оказалось, что теоретико-плазменный подход, обсуждаемый в настоящем обзоре, может уменьшить предсказываемые нейтринные потоки в 2–3 раза по сравнению с теми, которые давались ранее.

Мы рассматриваем этот подход как активный физический подход в противоположность пассивному астрофизическому. Мы убеждены в том, что такой активный подход (использующий также коллективные явления, известные по лабораторным экспериментам и спутниковым измерениям в ближнем космосе) необходим для решения и многих других астрофизических проблем.

2. Насколько чувствительны нейтринные потоки к параметрам плазмы в недрах Солнца?

С самого начала, когда обсуждались ССМ, ставился вопрос о том, можно ли с уверенностью строить такие ССМ с точностью до коэффициента 2–3. Фактически оказалось, что потоки высокоэнергичных нейтрино (которые только и измерялись в первых экспериментах) чрезвычайно чувствительны к величине температуры в недрах Солнца. Например, изменение температуры на 2–3 % меняет предсказываемый нейтринный поток в 2 раза. Стоит привести грубую схему возникновения нейтрино в ядерных реакциях в центре Солнца



${}^8\text{B}$ нейтрино (5b) должны составлять 80 % от общего числа нейтрино, детектируемых в эксперименте Дэвиса, и почти все 100 % — в эксперименте Камиоканде. Примерно 20 % в эксперименте Дэвиса составляет вклад от ${}^7\text{Be}$ нейтрино, а эксперименты Галлекс и САГЭ измеряют нейтрино в основных реакциях синтеза (1) и (2). Зависимость от температуры наибольшая для самых энергичных ${}^8\text{B}$ нейтрино: для потока нейтрино (обозначаемого через Φ_ν) имеем $\Phi_\nu^B \propto T^{18}$. Для ${}^7\text{Be}$ нейтрино зависимость от температуры также довольно сильная $\Phi_\nu^{Be} \propto T^8$ и наименее сильная зависимость имеется для протон-протонных нейтрино $\Phi_\nu^{pp} \propto T^{-1.2}$.

Светимость Солнца L_\odot определяется относительным градиентом температуры и обратно пропорциональна росселандовскому коэффициенту непрозрачности (РКН) (solar opacity) и пропорциональна, грубо говоря, T^4 (т.е. интенсивности излучения черного тела). Уменьшение РКН на 12 % при заданной светимости означает уменьшение температуры только на 3 %, что, в свою очередь, уменьшает поток ${}^8\text{B}$ более чем в 2–3 раза. Поэтому считается, что нейтринный поток очень чувствителен к малым изменениям солнечной непрозрачности.

До настоящего времени не было физических причин для того, чтобы уменьшить РКН на столь "большую" величину, как 12 % или даже 10 %. Однако в настоящей статье мы представим новые результаты, касающиеся коллективных плазменных процессов, которые могут так сильно изменить солнечную непрозрачность.

Значение коэффициента солнечной непрозрачности (более точно РКН, выражение для которого дано ниже) определяется, в основном, рассеянием фотонов, тормозным поглощением (но не "при свободно-свободных переходах") и поглощением в линиях. Коэффициент непрозрачности многократно уточнялся в последнее время в сторону его уменьшения, что наряду с уточнением сечений ядерных реакций дало возможность уменьшить различие между наблюдениями и предсказаниями с 8 раз до 2–3 раз. Плазменные коллективные

процессы в коэффициенте непрозрачности начали учитываться лишь в самое последнее время [5, 6] и многие из них были пропущены. Во всяком случае, до последнего времени необходимое изменение в 10 % получено не было.

Процессы, о которых идет речь, хорошо известны в физике плазмы — рассеяние и тормозное излучение, а также поглощение в линиях для элементов, которые не полностью ионизованы. Хотя все процессы известны, но в отличие от лабораторных экспериментов для солнечных проблем важны величины, проинтегрированные по частотам, углам и тепловым распределениям частиц, а такие величины обычно не приводятся в плазменной литературе.

Нужно заметить, что плазменные процессы влияют и на ядерные реакции, так как туннелирование чувствительно к малым изменениям кулоновского барьера, возникающим из-за дебаевского экранирования [7]. Здесь много неясных моментов и, в первую очередь, это касается процесса (5а). Лабораторные эксперименты здесь могут дать только сведения о захвате отдельного электрона, бомбардирующего соответствующую мишень, и до сих пор данные по сечению захвата были получены путем довольно неоднозначной экстраполяции в область малых энергий [1]. Но даже если лабораторные эксперименты будут уточнены, они не дадут ответа для сечений захвата из плотной дебаевской оболочки, соответствующей условиям в недрах Солнца, причем захват будет отличаться от того, который возникает для отдельных электронов. По-видимому, эта реакция может оказаться наиболее чувствительной к коллективным плазменным процессам. Мы ограничимся этим замечанием, актуальность которого связана с результатами наблюдений, указывающими на то, что, возможно, дефицит бериллиевых нейтрино выражен более ярко, чем остальных.

Следует сказать несколько слов о РКН (Rosseland opacity) и о редко обсуждаемом вопросе о возможности его введения без решения общего уравнения переноса излучения, не проинтегрированного по всем частотам. Обычно при построении ССМ считается, что РКН известен, и решается уравнение переноса, проинтегрированное по частотам. Для использования такого подхода необходимо, чтобы уравнение переноса излучения имело определенную форму, а именно, оно не должно содержать производных от интенсивности излучения по частоте. В противном случае необходимо первоначально решить дифференциальное уравнение переноса и только тогда определять коэффициент непрозрачности. Коэффициент непрозрачности является характеристикой, интегральной по всем частотам, и в случае, когда уравнение переноса не допускает интегрирования по частотам до его решения, концепция коэффициента непрозрачности является бесполезной. Как мы покажем, при учете коллективных плазменных процессов уравнение переноса излучения всегда является дифференциальным по частотам.

РКН, обозначаемый κ_R , определяется как коэффициент между полным потоком излучения F (интеграл по всем частотам от спектрального потока излучения) и градиентом температуры

$$F = \int F_\omega d\omega = -\frac{4\pi c}{3} \frac{1}{\rho \kappa_R} \frac{dB^T}{dr}, \quad (6)$$

где B^T — плотность энергии планковского распределения при температуре T , а ρ — массовая плотность вещества. Естественно, правую часть уравнения (6) можно записать через градиент температуры

$$\frac{dB^T}{dr} = \int \frac{\partial B_\omega^T}{\partial T} \frac{dT}{dr} d\omega, \quad (7)$$

где B_ω^T — спектральная плотность планковского распределения.

Проиллюстрируем возможность введения κ_R на примере рассеяния излучения на электронах. Пусть сечение рассеяния $\sigma(\omega, \omega', x')$ является функцией частот рассеиваемой и рассеянной волн (ω, ω') и косинуса угла рассеяния x' . Уравнение переноса излучения, учитывающее прямые и обратные процессы и игнорирующее индуцированное рассеяние, в его простейшей форме легче всего записать для чисел заполнения фотонов $N(\omega, x)$ (x — косинус угла фотона частоты ω с направлением градиента температуры, x'' — то же самое для фотона частоты ω') в виде

$$x \frac{\partial N(\omega, x)}{\partial r} = -N(\omega, x) n_e \int \sigma(\omega, \omega', x') d\omega' dx' + \int N(\omega', x'') n_e \sigma(\omega, \omega', x') d\omega' dx'. \quad (8)$$

В процессах переноса излучения отклонения от равновесного планковского распределения считаются малыми

$$N(\omega, x) = N_\omega^T + x \delta N_\omega, \quad (9)$$

где N_ω^T соответствует планковскому распределению (и связано с введенной B_ω^T), а δN_ω связана со спектральной плотностью излучения, введенной выше (множитель 4π в (6) соответствует полному телесному углу, а коэффициент $1/3$ соответствует усредненному значению квадрата косинуса угла). В левой части (8) достаточно учесть только зависимость планковского распределения от r , тогда как правая часть этого уравнения будет содержать отклонения от планковского распределения, связанные с потоком излучения. В силу аксиальной симметрии в уравнении (8) $x'' = xx'$ и возникает интегральное уравнение для спектральной плотности излучения

$$\frac{\partial B_\omega^T}{\partial T} \frac{dT}{dr} = -\frac{3n_e}{4\pi c} \int \sigma(\omega, \omega', x') \times \left(F_\omega - x' F_{\omega'} \frac{\omega^3}{(\omega')^3} \right) d\omega' dx'. \quad (10)$$

Только в приближении, когда можно положить $\delta N_\omega = \delta N_{\omega'}$, уравнение (10) допускает введение такого коэффициента как κ_R , причем

$$\frac{1}{\rho \kappa_R} = \frac{\int_0^\infty (\partial B_\omega^T / \partial T) (n_e \sigma_\omega^{\text{tr}})^{-1} d\omega}{\int_0^\infty (\partial B_\omega^T / \partial T) d\omega}, \quad (11)$$

где $\sigma_\omega^{\text{tr}}$ — транспортное сечение рассеяния

$$\sigma_\omega^{\text{tr}} = \int \sigma_{\omega, \omega', x'} (1 - x') dx' d\omega'. \quad (12)$$

Этот пример приведен для того, чтобы напомнить определение κ_R , а также условия, когда эта величина может быть введена и удобна для расчетов. С физической точки зрения ясно, что при рассеянии из-за эффекта

Допплера всегда происходит изменение частоты и величина κ_R , хотя и может быть введена, но непосредственно интегрированием уравнения переноса излучения по частоте нельзя получить выражение для нее. Решать же полное уравнение переноса как функцию ω и \mathbf{r} довольно сложно, и до сих пор этого никто не делал применительно к переносу излучения в недрах Солнца. Вопрос можно поставить следующим образом. Является ли приближение с использованием такой интегральной характеристики как κ_R , достаточно хорошим для описания коллективных эффектов в переносе излучения в недрах Солнца? К сожалению, *нет, не является*.

3. Физика коллективных процессов в рассеянии и тормозном излучении

Эта тема изложена во многих монографиях и учебниках по физике плазмы. В основном, исследовались плазменные колебания и не так много сделано для электромагнитных волн — фотонов, хотя уже в 1967 г. все необходимые формулы для рассеяния фотонов были приведены в [8] (см. также [9, 10]). Их мы и будем использовать. Стоит, однако, напомнить физику коллективного рассеяния, которая на первый взгляд проста, но отнюдь не тривиальна. Только последнее может извинить появление в астрофизической литературе ошибочных утверждений вроде таких, что в коллективном режиме "рассеяние излучения *происходит только на электронах*", а ионы влияют на рассеяние косвенно через корреляции с электронами". Для понимания физики рассеяния в плазме сейчас сделано так много, что не остается сомнений в том, что в случае предельно коллективного рассеяния ионы и электроны как бы меняются местами в том смысле, что ионы рассеивают так, как электроны в неколлективном режиме, а электроны рассеивают весьма слабо и в ряде случаев, — как ионы в неколлективном режиме. Основные результаты были получены для плазменных колебаний, для которых практически всегда выполняется коллективный режим. Обычно в физике плазмы ограничиваются процессами рассеяния плазменных колебаний на ионах. Практически наибольшее внимание в физике плазмы привлекает индуцированное рассеяние, так как оно описывает нелинейное взаимодействие плазменных колебаний. Наоборот, при построении ССМ использовались формулы неколлективного рассеяния и учитывались только спонтанные процессы.

Повторим здесь основные физические принципы коллективного рассеяния, а главное, изложим, почему в коллективном режиме нельзя говорить о влиянии электрон-ионных корреляций на рассеяние на электронах, а правильно говорить о рассеянии именно ионами.

Физическая картина на первый взгляд довольно проста. Заряды в плазме всегда экранированы на расстоянии дебаевского радиуса. Если длина волны больше радиуса экранирования, то рассеяние становится коллективным. Электроны и ионы плазмы имеют экранирующие оболочки. Последние состоят для ионов из избытка электронов и недостатка ионов и для электронов — из избытка ионов и недостатка электронов.

Высокочастотная электромагнитная волна своим полем приводит в колебание, в основном, только электроны как самих зарядов, так и их экранирующих оболочек. Электроны в этом смысле заэкранированы тоже электронами (точнее, их дефицитом, который

воспринимается рассеивающим электроном, как положительный заряд — электронная дырка). Рассеяние самим электроном и экранирующими его электронами находится в противофазе: общий колеблющийся заряд равен нулю и рассеяние отсутствует. Ионы же сами не смещаются, а экранирующая их электронная "шуба" имеет заряд, равный заряду иона, и в условиях, когда длина волны много больше дебаевского радиуса, колеблется как целое; поэтому ионы рассеивают, как электроны в вакууме (для однократно ионизованных ионов).

Следует рассеять сомнения в правильности такой картины. Сконцентрируем внимание на необычном, на первый взгляд, результате мощного рассеяния на ионах. Так как в случае ионов рассеивает электронная оболочка, то может быть, действительно, более правильно говорить о рассеянии электронами, которые скоррелированы с ионным движением, как часто и пытаются интерпретировать этот эффект. Легко показать, что такая точка зрения ошибочна. Правильным является утверждение, что рассеивают именно ионы, а электроны дебаевской оболочки иона играют роль промежуточного звена в передаче энергии и импульса от волн к ионам. Это можно доказать математически и исходя из физических соображений. Для математической проверки этого утверждения можно использовать теорию флуктуаций для расчета изменения распределения ионов в процессе рассеяния и доказать, что энергия и импульс, теряемые волнами при рассеянии, передаются только ионам. Здесь нужно отметить, что для большого коллектива частиц, каким является плазма, нельзя предложить никакого более строгого метода рассмотрения, чем теория флуктуаций; ее и использовали ранее при расчетах всех процессов рассеяния. Уравнение, описывающее изменение распределения ионов в процессах рассеяния, получится путем усреднения по флуктуациям микрораспределения. В более простом подходе используется та же теория флуктуаций, но распределение рассеивающих частиц в первом приближении считается заданным. Поэтому с математической точки зрения нет никаких сомнений в том, что в коллективном режиме рассеивают именно ионы.

В правильности этого утверждения нет сомнений и с физической точки зрения. Здесь уместно вспомнить процесс излучения Вавилова–Черенкова частицей, движущейся со скоростью больше скорости света в среде. В этом случае нет сомнений в том, что поляризационное облако вокруг частицы играет существенную роль в возникновении излучения, но для этого случая хорошо известно, что энергия и импульс излученной волны забираются от излучающей частицы. Поляризационная оболочка применительно к плазме является дебаевской экранирующей оболочкой. Черенковское излучение плазменных волн представляет собой довольно часто встречающееся явление, и при помощи квазилинейной теории было доказано, что в этом случае сохраняется сумма энергий частиц и волн (это также было проверено экспериментально). Утверждение о том, что энергия излученных волн забирается только от частицы, было хорошо известно уже на самых первых этапах исследования излучения Вавилова–Черенкова [11].

Другое сомнение может возникнуть из-за утверждения, что электроны и ионы экранируются как электронами, так и ионами. Как могут быть частицы плазмы одновременно и центрами рассеяния, и экранировать

другие рассеивающие частицы? Здесь нужно вспомнить, что в плазме, по определению, число частиц в дебаевской сфере велико (и это условие хорошо выполняется в центре Солнца). С другой стороны, только флуктуационный подход является правильным для рассеяния большим ансамблем частиц, каковым является плазма. При наличии флуктуаций надо разделять среднее и флуктуационное движение частиц. В среднем движении они выступают как центры рассеяния, а при флуктуациях они успевают заэкранировать другие рассеивающие частицы. Для этого больших флуктуаций не требуется, так как число частиц в дебаевской сфере всегда велико. Приведенная простая картина рассеяния является адекватной интерпретацией строгой теории флуктуаций. Во всех проявлениях, связанных с рассеянием, тормозным излучением, столкновениями и другими электромагнитными процессами, плазма выступает как ансамбль "одетых" частиц, которые больше похожи на нейтральные атомы, чем на свободные частицы. Правда, экранирование является динамическим, т.е. при скоростях, больших средних тепловых скоростей, происходит "раздевание" частиц. Надо при этом иметь в виду, что в экранировке участвуют как электроны, так и ионы, причем тепловые скорости ионов много меньше тепловых скоростей электронов. При увеличении скорости рассеивающей частицы сперва "сбрасывается" ионная "шуба", а потом уже электронная. Такая физическая картина плазмы является результатом многолетнего развития представлений о физических процессах в плазме. Первые шаги в этом направлении были сделаны Балеску [12], который показал, что в процессах столкновений частиц в плазме экранировка их поля производится всеми частицами плазмы, т.е. частицы плазмы выступают и как центры столкновений, и как экранирующие эти столкновения дебаевские "шубы". Сходная картина возникает и для тормозного излучения, и полное доказательство последнего утверждения было дано только сравнительно недавно [13].

Очевидность возникновения именно такой ситуации во всех электромагнитных процессах в плазме ясна из концепции пробных частиц. Очевидно, что любой внешний заряд, внесенный в плазму, приобретает свою дебаевскую "оболочку", экранируясь зарядами плазмы. Но "внешний" заряд, если это электрон или ион, может быть и любым электроном или ионом плазмы. Таким образом, самосогласованность физической картины требует не делать различия между "внешним" зарядом и частицами плазмы.

Наконец, картина квазинейтральных "классических атомов", на которую плазма похожа больше, чем на картину свободных частиц, может показаться достаточно хорошей аналогией, потому что в случае атомов электронные оболочки состоят из одних и тех же связанных электронов, а "оболочки" электронов и ионов в плазме создаются статистически другими электронами и ионами плазмы. Но надо иметь в виду, что время, которое требуется, например, электрону для того, чтобы пересечь дебаевскую оболочку, весьма мало (порядка обратной плазменной частоты), и оболочка по отношению к рассеянию является квазистатической, если только длина волны больше дебаевского радиуса.

Запишем в конце этого раздела критерий того, что коллективные эффекты будут доминировать в рассеянии

электромагнитных волн. Этот критерий выполняется для фотонов с частотами, много большими плазменной частоты. Длина волны таких фотонов порядка c/ω , тогда как длина дебаевской экранировки порядка v_{Te}/ω_{pe} , где ω_{pe} — электронная плазменная частота. Сравнивая эти выражения, получим область частот, в которой коллективные эффекты для фотонов являются сильными

$$\omega_{pe} < \omega \ll \omega_{pe} \frac{c}{v_{Te}}. \quad (13)$$

Так как c/v_{Te} часто довольно большое число, область (13) оказывается достаточно широкой. Вне этой области можно ожидать обычной картины рассеяния (когда в основном рассеивают электроны), тогда как внутри этой области возникает описанная картина коллективного рассеяния. В астрофизической литературе можно встретить утверждения, что коллективные эффекты в рассеянии возникают при частотах, близких к плазменной частоте. Появление таких утверждений трудно понять и такие утверждения, очевидно, ошибочны.

Применительно к ССМ возникает естественный вопрос: имеют ли фотоны, участвующие в переносе излучения, частоты, которые соответствуют коллективной области (13)?

4. Плазменные параметры центральной части Солнца

ССМ, учитывающие коллективные плазменные процессы, еще не построены. Лучшее, что можно сделать — это использовать те плазменные параметры, которые даются существующими ССМ, имея в виду, что будущие исследования скорректируют ССМ. При этом следует помнить, что солнечная непрозрачность допускает видоизменения только в определенных пределах (15 %-ное изменение κ_R , по-видимому, представляет собой максимально возможное изменение, допускаемое солнечной сейсмологией, современные данные которой недостаточно достоверны, так как не дают прямых сведений о центральных областях Солнца). С другой стороны, как уже было продемонстрировано выше, больших изменений солнечной непрозрачности и не требуется.

Мы будем использовать для оценок данные существующих ССМ [3, 14]. По этим данным термоядерное горение происходит лишь в самой центральной области Солнца примерно до расстояний $R_\odot/10$. Предполагается, что поток излучения формируется также на этих расстояниях и, независимо от происходящих его трансформаций в верхних турбулентных областях, он, в силу постоянства светимости Солнца и доминирования радиационного потока по сравнению с потоком частиц (солнечный ветер), выходит в виде того излучаемого видимого потока, который мы измеряем. Центральная часть Солнца предполагается нетурбулентной. К сожалению, солнечная сейсмология не детектирует эту центральную часть Солнца.

В центральной части Солнца ССМ дают температуру 1,55 кэВ (что, кстати, на порядок меньше тех значений, которые сейчас достигнуты в лабораторных установках УТС). Это соответствует тепловой скорости $v_{Te} = 1,53 \times 10^9$ см s^{-1} и, следовательно, $c/v_{Te} \approx 20$; плотность плазмы составляет 142 г $см^{-3}$, что при относительном содержании водорода H , равном 0,36 и

гелия He — 0,62, соответствует концентрации электронов $n_e \approx 5,74 \times 10^{25} \text{ см}^{-3}$ и плазменной частоте $\omega_{pe} = 4,27 \times 10^{17} \text{ с}^{-1}$. Чтобы оценить частоту, ниже которой существенны коллективные эффекты, нужно умножить ω_{pe} на 20 (получаем $8,54 \times 10^{18} \text{ с}^{-1}$). Эту частоту нужно сравнить с частотой максимума излучения черного тела $3T/\hbar \approx 6 \times 10^{18} \text{ с}^{-1}$. Мы можем также сделать сравнение с максимумом весового множителя $\partial B_{\omega}^T/\partial T$, который возникает в выражении для коэффициента росселандовской непрозрачности, а именно, с $3,7T/\hbar$, что дает частоту $7,4 \times 10^{18} \text{ с}^{-1}$. Оба сравнения, несомненно, говорят о том, что коллективные эффекты доминируют во всей области частот, существенных для переноса излучения в недрах Солнца.

Этот очень важный вывод не был сделан на заре исследований ССМ. Так коллективные эффекты в рассеянии были учтены впервые только в 1987 г. [5].

Другой важный вывод состоит в том, что отношение максимальной частоты к частоте, при которой сказываются коллективные эффекты, не является ни малым, ни большим, т.е. в теории нет малого параметра и, следовательно, коллективные эффекты должны учитываться точно, без использования выражений, верных в предельных случаях. Это значит также, что вклады электронов и ионов в рассеяние должны быть одного порядка величины. Удобно ввести коллективный электронный параметр δ_e , характеризующий роль коллективных эффектов в рассеянии и равный по порядку величины квадрату отношения длины волны фотона к дебаевскому радиусу экранирования (ниже будет введен также ионный коллективный параметр)

$$\delta_e = \frac{\omega_{pe}^2 c^2}{2\omega^2 v_{Te}^2}. \quad (14)$$

Для выраженного коллективного режима $\delta_e \gg 1$, а для неколлективного режима $\delta_e \ll 1$. Наиболее важные значения коллективного параметра в центре Солнца не соответствуют ни первому, ни второму неравенству, а соответствуют δ_e порядка единицы.

Можно сделать качественный вывод о соотношении между рассеянием и тормозным поглощением (процесс, обратный тормозному излучению). Введем коэффициент тормозного поглощения (декремент затухания электромагнитных волн) γ^{br} и эффективное "сечение" тормозного поглощения энергии по формуле $2\gamma^{br} = n_e c \sigma^{br}$. Тогда стандартные формулы для поглощения из-за эффекта, обратного тормозному излучению, показывают, что отношение этого сечения к сечению рассеяния $\sim \delta_e^{3/2}$. Это в свою очередь означает, что вклады в коэффициент непрозрачности рассеяния и тормозного излучения одного порядка величины.

Третий вклад того же порядка величины дает поглощение в линиях. Все элементы (а относительное содержание всех элементов тяжелее водорода и гелия в центральных областях Солнца составляет всего 2%), кроме железа, полностью ионизованы и не дают поглощения в линиях. Только ионы железа имеют линию как раз в той области частот, которая наиболее существенна для переноса излучения в центре Солнца. Хотя относительное содержание железа весьма мало, большая величина заряда ионов железа и наличие резонанса в линии поглощения делает вклад железа в непрозрачность по порядку величины таким же, как и вклады рассеяния и

тормозного поглощения. Поэтому, например, изменение рассеяния на 30 % меняет полный коэффициент непрозрачности только на 10 %.

При подсчете коэффициента κ_R в различных ССМ учитываются все три компонента и полное сечение в (11) равно сумме

$$\sigma^{\text{tot}} = \sigma^{\text{sc}} + \sigma^{\text{br}} + \sigma^{\text{L}}, \quad (15)$$

где использованные для всех трех вкладов обозначения очевидны. Сечение тормозного поглощения, как известно, пропорционально эффективному заряду ионов Z_{eff}

$$Z_{\text{eff}} = \frac{\sum_i n_i Z_i^2}{\sum_i n_i Z_i}, \quad (16)$$

где n_i — относительная концентрация ионов сорта i , Z_i — их заряд. Этот эффективный заряд не сильно разнится в различных ССМ и близок к 1,5. Отношение полной κ_R к той ее части, которая учитывает только рассеяние и тормозное поглощение, разнится от модели к модели, но в каждой из существующих сейчас ССМ это отношение — известная величина. Поэтому удобно относить поправки к РКН к его величине, учитывающей только рассеяние и тормозное поглощение. Переводной коэффициент для нахождения поправок, отнесенных к полному росселандовскому коэффициенту непрозрачности, различен для различных ССМ, но в среднем и для грубых оценок он может быть принят равным 2/3.

При вычислении относительной поправки к РКН, например $\kappa_R^{(0)}$, можно воспользоваться формулой (11), подставив в нее полное сечение и считая, что сечения процессов, так же как и планковское распределение, зависят от

$$z = \frac{\hbar\omega}{T}. \quad (17)$$

Тогда

$$\frac{\kappa_R - \kappa_R^{(0)}}{\kappa_R^{(0)}} = \frac{\int_0^\infty z^4 \exp z / [\sigma_0(z)(\exp z - 1)^2] dz}{\int_0^\infty z^4 \exp z / [\sigma(z)(\exp z - 1)^2] dz} - 1. \quad (18)$$

Конечно, как уже отмечалось, не для всех поправок интегральное уравнение переноса излучения может быть решено непосредственно с использованием интегральной по частотам величины κ_R . В этом случае использовать непосредственно формулу (18) не удастся. Эта трудность может быть частично преодолена и конкретные выражения для коэффициента непрозрачности могут быть получены, если решать уравнение переноса излучения по теории возмущений. Ниже обсуждаются условия, когда возможно применение теории возмущений.

5. Коллективное рассеяние и тормозное поглощение в нулевом приближении

В области $\delta_e \ll 1$ коллективные процессы малы, и сечения рассеяния на электронах и ионах хорошо известны и равны

$$\sigma^e \approx \sigma_T = \frac{8\pi e^4}{3m_e^2 c^4}, \quad (19)$$

$$\sigma^i \approx 0,$$

где σ_T — сечение томсоновского рассеяния.

Эти выражения справедливы для нерелятивистских частиц, для частот, когда квантовые поправки также малы и в первом приближении по параметру m_e/m_i :

$$\tau \equiv \frac{v_{T_e}^2}{c^2} = \frac{T}{m_e c^2} \ll 1, \quad (20)$$

$$\frac{\hbar\omega}{m_e c^2} = z \frac{v_{T_e}^2}{c^2} \ll 1.$$

В силу того, что в росселандовской непрозрачности эффективное значение $z \approx 3,7$, квантовые поправки несколько больше классических релятивистских поправок. При учете членов следующего порядка по параметрам (20) первое из соотношений (19) можно записать в форме, отличающейся от (20) множителем $G(z, \tau)$, конкретный вид которого может быть получен усреднением формулы Клейна–Нишины [15] по максвелловскому распределению. Такой множитель использовался при расчетах ССМ с учетом разложения до второго порядка по τ . Ниже мы обсудим правильные выражения для поправок в коллективном режиме, но только линейные по τ (получение даже таких поправок представляет собой довольно громоздкую задачу, которая до самого последнего времени не была рассмотрена). В неколлективном режиме рассеяния возникают только параметры τ и $z\tau$ (первый из них является классическим, а второй — квантовым). В коллективном квантовом рассеянии возникает, как будет показано, новый квантовый параметр $z^2\tau$ (более высоких степеней по z в членах, линейных по τ , не возникает). Так что, если в неколлективном рассеянии условием применимости классического рассеяния является $z\tau \ll 1$, то при коллективном рассеянии появляется дополнительное условие $z^2\tau \ll 1$. Оно, как и первое условие, хорошо выполняется для процессов переноса в недрах Солнца, так как значения z , хотя и больше единицы, но не столь велики, чтобы "пересилить" малый параметр τ . Поэтому достаточно ограничиться нулевым и первым приближением по τ . В настоящем разделе мы обсудим эффекты нулевого приближения по τ , а в следующем разделе рассмотрим все эффекты, линейные по τ . Здесь важно подчеркнуть, что для Солнца формулы (19), написанные в нулевом приближении по τ , не применимы, так как рассеяние является коллективным и множитель $G(z, \tau)$ нельзя использовать, как это было сделано в [6, 16]. Поправки первого порядка по параметрам τ , $z\tau$ и $z^2\tau$ в коллективном режиме не имеют ничего общего с теми, которые описываются множителем $G(z, \tau)$.

Теперь можно дать определение того, что мы будем понимать под нулевым приближением для коллективного рассеяния: это рассеяние в нулевом приближении по параметрам (19) и новому параметру $z^2\tau$, когда коллективные эффекты учитываются. Именно эти эффекты уже были учтены в последних публикациях по ССМ [5, 6], причем использовалось выражение для суммы транспортных сечений рассеяния на электронах и ионах. Мы приведем его здесь, но затем разберем более подробно вклады, вносимые отдельно электронами и ионами, и проиллюстрируем резкое падение рассеяния на электронах и рост рассеяния на ионах с ростом коллективного параметра, а также рассмотрим вопрос о том, как

видоизменяется результат, если температуры электронов и ионов не равны. Нулевое приближение может быть получено из вероятностей рассеяния, приведенных в [8] еще в 1967 г. При усреднении по скоростям электронов и ионов можно использовать флуктуационно-диссипативную теорему (см. [17, 18]) и получить (при последующем интегрировании по углам рассеяния) аналитическое выражение для полного сечения рассеяния, использованного в [5, 6] (оно справедливо при произвольном значении коллективного параметра δ_e)

$$\sigma_0^{\text{sc}} \equiv \sigma_e^{\text{sc}(0)} + \sigma_i^{\text{sc}(0)} = \sigma_T \left\{ 1 - \frac{3}{8} \delta_e \left[\delta_i (2 + 2\delta_i + \delta_i^2) \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \ln \frac{\delta_i}{2 + \delta_i} + 2\delta_i + 2\delta_i^2 + \frac{8}{3} \right] \right\}, \quad (21)$$

где

$$\delta_i = (1 + Z_{\text{eff}})\delta_e \quad (22)$$

— коллективный ионный параметр, а эффективный заряд дается выражением (16). Мы поставили индекс "нуль" в соответствующем сечении, подчеркивая тем самым, что это выражение является нулевым приближением для рассеяния. Выше в коэффициенте непрозрачности (см. (18)) мы тоже поставили индекс "нуль". Это сделано умышленно, так как все поправки будут отсчитываться от выражения, в котором уже учтены коллективные эффекты в нулевом приближении. Для того чтобы полностью определить нулевое приближение, мы должны определить нулевое приближение для эффективного сечения тормозного поглощения и включить его в нулевое приближение для $\kappa_R^{(0)}$, относительно которого будут вычисляться поправки. Именно это позволит нам учитывать в поправках только новые коллективные эффекты, пропущенные или не учтенные в ССМ, а также те коллективные эффекты, которые были ранее рассмотрены некорректно. Мы приведем конкретное выражение для $\kappa_R^{(0)}$, относительно которого будут вычисляться поправки.

Начнем с того, что более подробно проанализируем те поправки к рассеянию в нулевом приближении по параметрам τ , $z\tau$ и $z^2\tau$, которые не учтены в (21). Некоторые из них, в действительности, малы, но мы хотим быть точными и учесть все поправки, содержащие ту же самую буквенную малость.

Во-первых, (21) справедлива в условиях, когда показатель преломления фотонов положен равным единице, т.е. при $\omega \gg \omega_{pe}$. Так как область частот для переноса излучения в недрах Солнца занимает только одну декаду от плазменной частоты, т.е. до $10\omega_{pe}$, то можно учесть отличие показателя преломления плазмы от единицы. Мы увидим, что эта поправка при δ_e порядка единицы содержит тот же малый буквенный параметр $\tau = v_{T_e}^2/c^2$, что и остальные релятивистские поправки.

Во-вторых, нетрудно рассмотреть процессы рассеяния отдельно для электронов и ионов, считая для общности, что температуры электронов T_e и ионов T_i не равны. Может показаться, что последнее не имеет отношения к Солнцу, так как в плотной плазме недр Солнца время выравнивания температур очень мало. Однако простые оценки показывают, что это время все же в 5 раз больше, чем характерное время тормозного поглощения фотонов на электронах, и, поскольку энер-

гия переносится именно фотонами, гарантировать отсутствие отрыва температуры электронов от температуры ионов трудно, но в целом вопрос о возможности различия температур электронов и ионов в недрах Солнца требует специального исследования. Нетрудно получить общие формулы рассеяния в нулевом порядке по параметрам τ , $z\tau$ и $z^2\tau$, не предполагая температуры электронов и ионов одинаковыми.

Наконец, в-третьих, мы отдельно рассмотрим сечения рассеяния на электронах и ионах для того, чтобы наглядно показать падение рассеяния на электронах из-за коллективных эффектов и одновременно с этим рост сечения рассеяния на ионах. Мы приведем здесь только выражения для транспортных сечений рассеяния, которые входят в уравнения переноса излучения.

Для сделанных предположений (произвольные ω/ω_{pe} , но $\omega > \omega_{pe}$ и произвольные значения отношений T_e/T_i) коллективные параметры определяются следующими формулами

$$\delta_i = \left(1 + Z_{\text{eff}} \frac{T_e}{T_i}\right) \delta_e, \quad (23)$$

$$\delta_e = \frac{c^2}{2v_{Te}^2} \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2 - \omega_{pe}^2}, \quad (24)$$

а сечения рассеяния имеют вид

$$\sigma_e^{\text{sc}} = \sigma_T \sqrt{1 - \frac{z_0^2}{z^2}} \left\{ 1 - \delta_e + \frac{3}{8} \delta_e^2 \left[(2 + 2\delta_e + \delta_e^2) \ln \frac{2 + \delta_e}{\delta_e} - 2 - 2\delta_e \right] \right\}, \quad (25)$$

$$\sigma_i^{\text{sc}} = \sigma_T \sqrt{1 - \frac{z_0^2}{z^2}} \frac{3}{8} \frac{T_i}{T_e} \times \left\{ \delta_e^2 \left[-(2 + 2\delta_e + \delta_e^2) \ln \frac{2 + \delta_e}{\delta_e} + 2 + 2\delta_e \right] + \delta_i \delta_e \left[(2 + 2\delta_i + \delta_i^2) \ln \frac{2 + \delta_i}{\delta_i} - 2 - 2\delta_i \right] \right\}, \quad (26)$$

где $z_0 = \hbar\omega_{pe}/T$. В центральной области Солнца $z_0 \approx 0,21$. На рис. 1 приведены зависимости транспортных сечений рассеяния на электронах и ионах по отдельности и суммарного сечения рассеяния от частоты при $T_e = T_i$, но со строгим учетом отличия показателя преломления от единицы. С уменьшением частоты видно резкое падение сечения рассеяния на электронах и рост сечения рассеяния на ионах. Кривые рассчитаны для приведенных выше параметров в недрах Солнца. Дополнительное падение всех сечений при частотах, близких к плазменным, связано с учетом отличия показателя преломления от единицы. Кривая 3 рассчитана для суммарного сечения без учета конечности показателя преломления и соответствует тому сечению, которое будет учитываться в $\kappa_R^{(0)}$. Наконец, кривая 4 описывает весовой множитель $z^4 \exp z / (\exp z - 1)^2$, входящий в κ_R . Из приведенных кривых видно, что наиболее существенные значения частот попадают в коллективный режим рассеяния. Максимум весовой функции приходится на $\omega/\omega_{pe} \approx 18$, но даже при $\omega/\omega_{pe} \approx 30$ уменьшение полного сечения рассеяния составляет 18 %, а при $\omega/\omega_{pe} \approx 2$ — более 40 %.

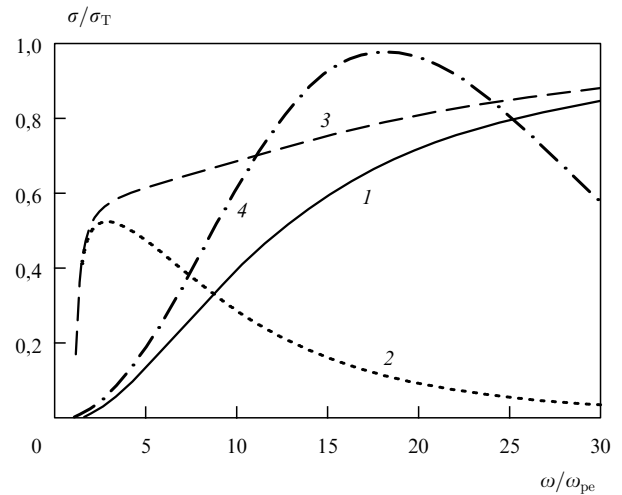


Рис. 1. Зависимость от частоты сечений рассеяния фотонов на электронах и ионах в центральной области Солнца. Электронная концентрация принята равной $n_e = 5,4 \times 10^{25} \text{ см}^{-3}$; $T_e = T_i = 1,5 \text{ кэВ}$; $v_{Te} = 1,53 \times 10^9 \text{ см}^{-1}$; $z_0 = \hbar\omega_{pe}/T = 0,21$; $Z_{\text{eff}} = 1,53$. Кривая 1 соответствует рассеянию на электронах, 2 — сумме сечений рассеяния на всех ионах (относительное содержание ионов различных элементов взято из ССМ [3]), 3 — сумме сечений рассеяния на электронах и ионах и 4 — $1/5$ от форм-фактора $z^4 \exp z / (\exp z - 1)^2$, который входит в выражение для коэффициента непрозрачности (коэффициент $1/5$ введен только для наглядности рисунка)

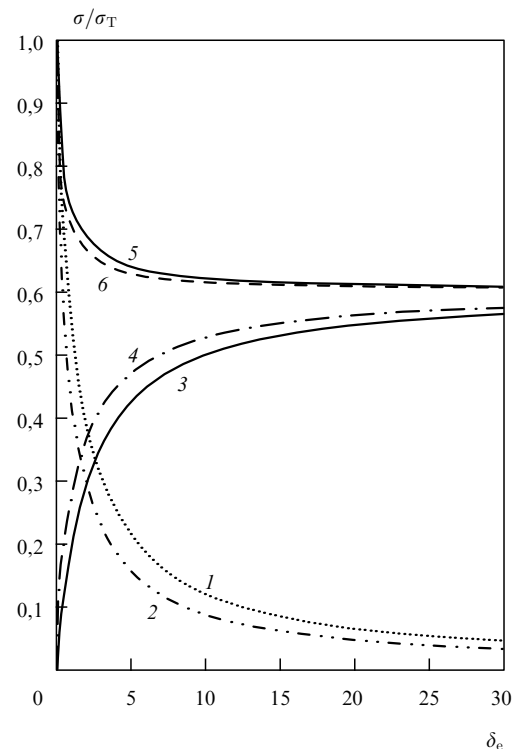


Рис. 2. Зависимость сечений рассеяния от коллективного параметра δ_e . Приведены как транспортные сечения (2, 3, 6), так и обычные сечения рассеяния (1, 4, 5): 1, 2 — для электронов; 3, 4 — для ионов; 5, 6 — для суммы электронов и ионов. $Z_{\text{eff}} = 1,53$; $T_e = T_i$

На рис. 2 приведена зависимость транспортных и обычных сечений рассеяния на электронах, ионах и полного сечения рассеяния от коллективного параметра δ_e . Здесь более ярко видна роль коллективных эффектов, а также то обстоятельство, что транспортные сечения

рассеяния и обычные сечения рассеяния различаются не сильно, так что приводимые результаты для транспортных сечений рассеяния дают также представление о характере изменения обычных сечений (без фактора $(1-x)$ в интегрировании по углам) с ростом коллективных эффектов. Результаты рис. 1 дают основания считать, что отличие показателя преломления от единицы не должно быть большим, так как оно наиболее выражено в области частот, где весовой фактор мал.

Рис. 3 дает зависимость полного транспортного сечения рассеяния как функцию параметра δ_e для различных значений отношения T_e/T_i , из которого следует, что с ростом T_e/T_i полное сечение рассеяния может упасть даже на 80 %.

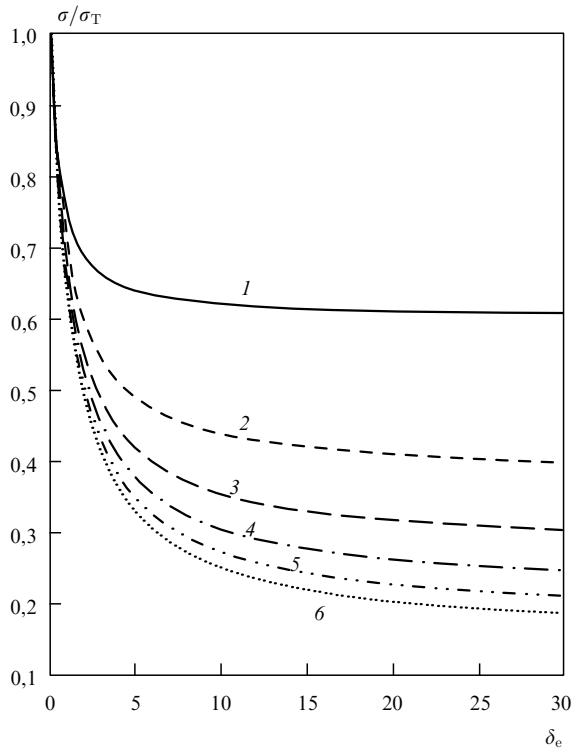


Рис. 3. Зависимость полного транспортного сечения рассеяния от коллективного параметра для различных значений отношения электронной и ионной температур. Сечения рассеяния уменьшаются с ростом $\tau = T_e/T_i$. Кривая 1 соответствует $\tau = 1$; 2 $\rightarrow \tau = 2$; 3 $\rightarrow \tau = 3$; 4 $\rightarrow \tau = 4$; 5 $\rightarrow \tau = 5$; 6 $\rightarrow \tau = 6$

Перейдем теперь к описанию эффектов тормозного поглощения и определим для него нулевое приближение. Ранее в ССМ коллективные эффекты в тормозном поглощении вообще не учитывались, поэтому в нулевом приближении и мы не будем учитывать коллективные эффекты. Эффект, о котором идет речь, более точно соответствует балансу индуцированного тормозного излучения и индуцированного тормозного поглощения. В пределе малых частот $\hbar\omega/T = z \ll 1$ он соответствует классическому поглощению электромагнитных волн в плазме из-за столкновений. Этот предел не совсем подходит для интересующих нас процессов переноса излучения, так как при этом величина $z \gtrsim 1$. Так как энергия частиц после излучения уменьшается на $\hbar\omega$, то член с индуцированным поглощением в выражении для полного тормозного поглощения тепловыми частицами

будет содержать дополнительный множитель $\exp(-z)$ по сравнению с членом, описывающим индуцированное тормозное излучение. Это приводит к тому, что при $z \sim 1$ полный коэффициент поглощения электромагнитных волн будет содержать множитель $[1 - \exp(-z)]/z$, обращающийся в единицу в классическом пределе. Это позволяет записать общее выражение для коэффициента поглощения при произвольных значениях z . Мы условились записывать коэффициент поглощения фотонов в виде $2\gamma^{\text{br}}(\omega) = n_e c \sigma^{\text{br}}(\omega)$, определив этой формулой эффективное сечение тормозного поглощения $\sigma^{\text{br}}(\omega)$. Удобно выразить это сечение в нулевом приближении через коллективный параметр (14) и через сечение томсоновского рассеяния σ_T :

$$\sigma_0^{\text{br}} = \sigma_T Z_{\text{eff}} \frac{2\delta_e^{3/2} (\exp z - 1)}{\sqrt{\pi} z_0} \mathcal{F}_0(\omega); \quad z_0 = \frac{\hbar\omega_{\text{pe}}}{T}, \quad (27)$$

где

$$\mathcal{F}_0(\omega) = \int_{\sqrt{2\hbar\omega/m_e}}^{\infty} \frac{\exp[-v^2/(2v_{Te}^2)] v}{v_{Te}^2} \times \\ \times \ln \frac{v + \sqrt{v^2 - 2\hbar\omega/m_e}}{v - \sqrt{v^2 - 2\hbar\omega/m_e}} dv = 2 \int_{\sqrt{z}/2}^{\infty} \frac{dx}{x} \exp\left[-\left(x + \frac{z}{4x}\right)^2\right]. \quad (28)$$

Выражения (21) и (28) для нулевых приближений сечений рассеяния и тормозного поглощения будут точкой отсчета всех поправок и только они будут включены в нулевое приближение для РКН $\kappa_R^{(0)}$, относительно которого будут рассчитаны различные поправки по формуле (18). Повторим, что в нулевом приближении мы сознательно не учитываем поглощение в линиях с тем, чтобы иметь универсальный результат (коэффициент пересчета поправок от нулевого приближения, не учитывающего поглощение в линиях к нулевому значению, учитывающему поглощение в линиях, разный для разных ССМ, и такой пересчет всегда может быть сделан для конкретной ССМ). Таким образом, $\kappa_R^{(0)}$ будет определяться $\sigma_0^{\text{br}} + \sigma_0^{\text{sc}}$. Одновременный учет обоих процессов весьма существенен. Если бы мы, например, учли только тормозное поглощение, то сечение падало бы быстро с ростом z (как $1/z^2$ или как $1/z^3$) и в числителе подынтегрального выражения для $\kappa_R^{(0)}$ появился бы множитель z^6 или z^7 , и тогда эффективные значения z были бы весьма большими: 6–7. Если же мы учтем только рассеяние, то малые частоты, для которых коллективные эффекты в рассеянии особенно велики, будут вносить значительно больший вклад. Значения κ_R не получаются сложением вкладов рассеяния и тормозного поглощения, так как сечения этих процессов входят в виде суммы в знаменатель соответствующего выражения для κ_R . Оказывается, что равенство сечений рассеяния и тормозного поглощения осуществляется при тех значениях z , которые соответствуют экспоненциальному спаду планковского распределения, и поэтому результаты могут быть весьма чувствительны к малым изменениям сечений.

6. Учет показателя преломления в рассеянии и тормозном поглощении

Начнем рассмотрение с эффекта, который является достаточно малым, но учесть его необходимо, так как,

во-первых, мы намерены собрать все поправки, которые имеют буквенный параметр малости v_{Te}^2/c^2 , во-вторых, это позволит нам также записать и использовать ниже упрощенные формулы для РКН при расчетах тех коллективных эффектов, которые оказываются малыми, и, в-третьих, это даст возможность при дальнейшем рассмотрении коллективных эффектов пренебрегать отличием коэффициента преломления от единицы.

Были уже записаны точные формулы для рассеяния, в которых никаких предположений относительно показателя преломления не делалось. С учетом конечности показателя преломления при расчете поправок для теплового излучения появляется дополнительный фактор $(1 - \omega_{pe}^2/\omega^2)^{1/2}$ при пересчете плотности энергии, отнесенной к модулю волновых чисел фотонов, в плотность энергии, отнесенной к частотам фотонов. Такой же фактор появляется из-за отличия групповой скорости фотонов от скорости света. В числителе соответствующих выражений для κ_R появится множитель $1 - \omega_{pe}^2/\omega^2$. В знаменателе же появится $(1 - \omega_{pe}^2/\omega^2)^{1/2}$, так что в конечном счете возникает $(1 - \omega_{pe}^2/\omega^2)^{1/2}$ в числителе. Существенным также оказывается изменение коллективного параметра и то, что интегрирование производится не от частот, равных нулю, а от плазменных частот. Разницу значений полной κ_R из-за всех описываемых эффектов обозначим через $\delta\kappa_R^{\text{refr}}$. Получаем

$$\frac{\delta\kappa_R^{\text{refr}}}{\kappa_R^{(0)}} = 0,135\%. \quad (29)$$

Для иллюстрации того, какую роль играют высокие и низкие частоты в суммарном эффекте, мы сделаем предположение, что основной вклад вносят высокие частоты и разложим полное сечение с учетом возникающего в κ_R дополнительного множителя $1 - \omega_{pe}^2/\omega^2$ по параметру $\omega_{pe}^2/\omega^2 = 2\delta_e v_{Te}^2/c^2$. Так как в центральных областях Солнца коллективный параметр δ_e порядка единицы, мы заключаем, что, действительно, поправки на отличие показателя преломления от единицы имеют ту же буквенную малость v_{Te}^2/c^2 , что и остальные релятивистские поправки и, собирая все релятивистские поправки, мы не можем пренебречь ими.

Разложение коэффициента непрозрачности по поправке на отличие показателя преломления от единицы может быть записано в виде эффективного значения сечения рассеяния $\sigma(z)$, которое нужно подставить в выражение для κ_R

$$\sigma(z) = \sigma_0(z) + 2 \frac{v_{Te}^2}{c^2} H_{\text{refr}}, \quad (30)$$

где

$$H_{\text{refr}} = \delta_e(\sigma^{\text{br}_0} + \delta\sigma^{\text{sc}}), \quad (31)$$

$$\begin{aligned} \delta\sigma^{\text{sc}} = & \frac{1}{2} \sigma_T \left\{ 1 - \frac{3}{8} \delta_e \left[\delta_i (10 + 14\delta_i + 9\delta_i^2) \times \right. \right. \\ & \times \ln \frac{\delta_i}{2 + \delta_i} + 10\delta_i + 14\delta_i^2 + 8 \left. \right] - \\ & \left. - \frac{3\delta_e \delta_i}{2(2 + \delta_i)} (2 + 2\delta_i + \delta_i^2) \right\}. \quad (32) \end{aligned}$$

Дадим здесь упрощенную формулу для поправок в случае, когда поправка мала и мы имеем право разложить коэффициент непрозрачности по этой поправке (эта формула будет использована в дальнейшем в случаях, когда мы будем предполагать, а затем проверим, что поправки действительно малы). Пусть

$$\sigma(z) = \sigma_0(z) + \delta\sigma(z); \quad (33)$$

$$\delta\sigma(z) \ll \sigma_0(z),$$

где $\delta\sigma(z)$ — эффективная поправка в выражении для сечения в РКН. Тогда поправку к κ_R можно записать в более простой форме, нежели выражение (18):

$$\frac{\kappa_R - \kappa_R^{(0)}}{\kappa_R^{(0)}} = \frac{\int_0^\infty \delta\sigma(z) z^4 \exp z / [\sigma_0(z)^2 (\exp z - 1)^2] dz}{\int_0^\infty z^4 \exp z / [\sigma_0(z) (\exp z - 1)^2] dz}. \quad (34)$$

Изменение значения κ_R в условиях, когда используются формулы (32) и (34), оказывается равным

$$\frac{\delta\kappa_R^{\text{refr}}}{\kappa_R^{(0)}} = 0,134\%. \quad (35)$$

Этот результат с хорошей точностью совпадает с (29), что указывает на то, что основной вклад в коэффициент непрозрачности дают большие частоты. Хотя полный интервал частот и невелик, но параметр ω_{pe}^2/ω^2 меняется в этом интервале на два порядка. Этим и обуславливается малость поправок. В дальнейшем при расчетах других поправок это позволит нам пренебрегать отличием показателя преломления от единицы.

Формулу (34) мы также будем часто использовать в условиях, когда поправки к сечениям являются малыми.

В центральных областях Солнца $\delta_e \sim 1$ и поправки на отличие показателя преломления от единицы оказываются того же порядка, что и другие релятивистские поправки, много большие тех, которые мы сейчас рассмотрели.

В [6, 16] были рассмотрены релятивистские поправки к рассеянию в виде $\sigma^{\text{sc}} = \sigma_0^{\text{sc}} G(z, \tau)$, где σ_0^{sc} соответствует введенному нами нулевому приближению для рассеяния, а фактор $G(z, \tau)$ был взят из формулы рассеяния на свободных электронах. В коллективном режиме рассеяния такая формула не имеет никакого отношения к действительности. В действительности эти поправки, как мы покажем, оказываются значительно большими. Коснувшись релятивистских эффектов, нужно с самого начала обратить внимание на то, что они не только ошибочно трактовались в рассеянии, но вообще не учитывались в тормозном поглощении, так же как не учитывались коллективные эффекты в тормозном поглощении (которые при $\delta_e \sim 1$ тоже оказываются порядка релятивистских поправок) и игнорировались релятивистские поправки в уравнении переноса излучения. Все эти поправки последовательно будут рассмотрены ниже.

7. Коллективные эффекты в тормозном поглощении

Рассмотрим еще один эффект, который численно оказывается малым, хотя буквенно содержит ту же малость, что и другие релятивистские поправки. Ранее коллективные эффекты в тормозном поглощении в большинстве

работ при расчетах коэффициента непрозрачности не учитывались. Поправки, связанные с дебаевским экранированием поля иона в процессе тормозного излучения, были рассмотрены в [19, 41] и был сделан вывод, что их вклад составляет менее 2 %. Мы покажем, что правильное выражение для коллективных эффектов в тормозном поглощении не имеет ничего общего с дебаевским экранированием поля иона в процессах тормозного излучения и что в действительности коллективные эффекты в тормозном поглощении вносят поправки, значительно меньшие тех, которые были оценены в [19]. Мы покажем, что разложение коэффициента непрозрачности по этим поправкам содержит фактор v_{Te}^2/c^2 (для $\delta_e \sim 1$) и они должны быть включены в список релятивистских поправок к коэффициенту непрозрачности.

Правильный учет коллективных эффектов в тормозном поглощении оказался довольно непростой задачей. Коллективные эффекты в тормозном излучении не были проанализированы ранее в физике плазмы в виде, доступном для использования при расчете коэффициента непрозрачности Солнца. Такое рассмотрение было проведено недавно [20]. Ранее тормозное поглощение рассчитывалось при использовании теории флуктуаций. Традиционно полагалось, что роль коллективных эффектов сводится к дебаевскому экранированию иона в процессе излучения тормозного кванта при электрон-ионных столкновениях. Такие формулы были написаны сравнительно давно и содержатся во многих монографиях и учебниках [21, 22]. Ошибочность этих выражений как с физической точки зрения, так и с математической объяснена в деталях в недавно вышедших монографиях [10, 23] и в обзоре [13].

В нескольких словах физика излучения состоит в том, что помимо излучения, обязанного ускорению налетающего электрона, возникает дополнительное излучение из-за изменяющегося дипольного момента электронов, образующих дебаевскую оболочку. Оба процесса интерферируют между собой так, что интенсивность излучения не является просто суммой излучений в каждом из указанных процессов. Как было выяснено, к матричному элементу обычного тормозного излучения $M^{br,0}$, обязанному ускорению налетающего электрона с учетом дебаевского экранирования поля иона, нужно прибавить матричный элемент $M^{br,coll}$, обязанный колебаниям электронной оболочки иона, а полное сечение тормозного излучения пропорционально квадрату модуля суммарного матричного элемента:

$$\sigma^{br} \propto |M^{br,0} + M^{br,coll}|^2. \quad (36)$$

Дополнительный ("истинно" коллективный) матричный элемент $M^{br,coll}$ того же порядка, что и $M^{br,0}$ и, более того, некоторые члены в этих матричных элементах одинаковы по величине, но имеют противоположные знаки, и оба матричных элемента частично гасят друг друга (аналогично уменьшению сечения рассеяния на электронах в коллективном режиме). Эта компенсация для тормозного излучения особенно существенна для малых импульсов, передаваемых от электрона к иону в процессе тормозного излучения. Для быстрых электронов (например, на хвосте максвелловского распределения) указанная компенсация приводит к тому, что та часть матричного элемента, которая в обычном тормозном излучении соответствует отличию поля экраниро-

ванного иона от поля неэкранированного иона в точности сокращается с матричным элементом, обязанным колебаниям дебаевской оболочки, так что ион становится как бы "голым". Этот эффект "раздевания" подробно описан в [13, 23] и имеет довольно простое объяснение, которое состоит в том, что налетающий электрон сталкивается не только с ионом, но и с его электронной оболочкой; для быстрого электрона экранирующие электроны всегда являются свободными, а тормозное излучение при столкновении зарядов с равными отношениями зарядов к массе в первом приближении равно нулю. Конечно, быстрых электронов в тепловом распределении в плазме немного, но и для электронов с энергией, близкой к тепловой, эффект может быть существенным. Как мы увидим, изменение сечения тормозного излучения в определенной области частот коллективными процессами может достигать 39 %.

Оказывается, что при корректной трактовке коллективных эффектов в тормозном излучении сечение тормозного излучения содержит в знаменателе не квадрат статической диэлектрической проницаемости, а квадрат проницаемости при частотах, которые воспринимаются налетающим электроном (см. [13, 23]). Это приводит к тому, что при скоростях электронов, больших средних тепловых скоростей, экранирование практически отсутствует. С другой стороны, благодаря тому, что электронная оболочка иона имеет заряд равный и противоположный заряду иона, в правильном выражении для тормозного излучения возникает дополнительный множитель, зависящий от эффективного заряда ионов.

Окончательный результат может быть представлен как видоизменение множителя $\mathcal{F}(\omega)$ в выражении для сечения тормозного поглощения (см. (28), где этот фактор приведен без учета поправок, связанных с экранированием поля иона, что не является правильным для описания коллективных эффектов в тормозном поглощении). Обозначим через $\mathcal{F}_{scr}(\omega)$ выражение, которое соответствует простому дебаевскому экранированию поля иона, и через $\mathcal{F}_{coll}(\omega)$ — выражение, которое соответствует полному тормозному излучению при правильном учете коллективных эффектов (с учетом интерференции обычного и коллективного матричных элементов, т.е. с учетом эффекта "раздевания"). Удобно выразить каждый из этих факторов через интегралы по нормированной полной скорости электронов $y = v/\sqrt{2}v_{Te}$ (заметим, что ниже для рассеяния обозначение y используется для другой величины — нормированной компоненты проекции скорости электронов на направление разности волновых векторов рассеянной и рассеиваемых волн) и интегралы по полной величине импульса q , передаваемого при тормозном излучении от электрона к иону (естественно, в единицах \hbar):

$$\mathcal{F}(\omega) = \int_0^\infty \exp(-y^2) 2y dy \int_{q_{min}}^{q_{max}} \frac{dq}{q} \mathcal{H}(\omega, q), \quad (37)$$

причем $\mathcal{F}_{scr}(\omega)$ будет содержать $\mathcal{H}_{scr}(\omega, q)$, а $\mathcal{F}_{coll}(\omega)$ будет содержать $\mathcal{H}_{coll}(\omega, q)$, которые определяются следующими выражениями:

$$\mathcal{H}_{scr}(\omega, q) = \left| 1 + \frac{\omega_{pe}^2}{q^2 v_{Te}^2} \right|^{-2} \quad (38)$$

и

$$\mathcal{H}_{\text{coll}}(\omega, q) = \left(1 + \frac{\omega_{\text{pe}}^2}{q^2 v_{Te}^2}\right) \times \left\{ \left[1 + (1 + Z_{\text{eff}}) \frac{\omega_{\text{pe}}^2}{q^2 v_{Te}^2}\right] \left|1 + \frac{\omega_{\text{pe}}^2}{q^2 v_{Te}^2} W \frac{\omega}{\sqrt{2} q v_{Te}}\right|^2 \right\}^{-1}, \quad (39)$$

где $W(x)$ — известная функция, описывающая дисперсию плазменных колебаний:

$$W(x) = 1 - 2x \exp(-x^2) \int_0^x \exp t^2 dt + i\sqrt{\pi} x \exp(-x^2). \quad (40)$$

При больших значениях аргумента $W(x)$ мало, но $\mathcal{H} \neq 1$ (при $\mathcal{H} = 1$ отсутствуют какие-либо коллективные эффекты). Наличие Z_{eff} в $\mathcal{H}_{\text{coll}}(\omega, q)$ отражает роль ионов в коллективном тормозном поглощении. В случае, когда учитывается дебаевское экранирование, тормозное поглощение вообще не зависит от ионов, Z_{eff} не присутствует и знаменатель не содержит плазменной дисперсионной функции $W(x)$, т.е. соответствующее выражение существенно отличается от правильного.

Прежде чем переходить к анализу этих выражений, стоит сказать о том, почему правильное выражение для коллективных эффектов не было найдено ранее. Фактически последовательное и полное использование теории флуктуаций дает правильный ответ [13], но ранее расчеты не были проведены должным образом. Полный расчет требует использования нелинейного подхода в неоднородной и нестационарной среде. Необходимо учитывать, что в отсутствие волны (поглощение которой исследуется) имеются довольно резкие изменения распределения частиц в пространстве и во времени. Они обязаны дискретности системы и описываются стандартными методами теории флуктуаций при любом неравновесном распределении частиц. При этом, в основном, не возмущенном волной состоянии, имеются быстрые и коротковолновые флуктуации показателя преломления. С ними связан эффект излучения и поглощения, который сказывается на распространении волны. Эти флуктуации частиц и показателя преломления приводят к возникновению флуктуационных полей. Поле распространяющейся волны возмущает эти флуктуации, и для нахождения поглощения волны, обязанного этим возмущениям, необходимо использовать нелинейную теорию взаимодействия полей в сильно нестационарной и сильно неоднородной плазме. Эффекты, линейные по полю распространяющейся волны, должны быть кубическими по полному полю, являющемуся суммой поля распространяющейся волны и поля флуктуаций. Поэтому должны использоваться нелинейные отклики сильно нестационарной и сильно неоднородной плазмы. Все это приводит к тому, что полное построение теории представляет собой непростую задачу. Указанные проблемы были решены сравнительно недавно [13].

Ранее был рассмотрен эффект переходного тормозного излучения как эффект, обязанный колебаниям электронной экранирующей "шубы" сталкивающихся частиц [10, 24, 25], и был дан простой рецепт нахождения дополнительного матричного элемента $M^{\text{br, tr}}$, который должен быть добавлен к матричному элементу обычного тормозного излучения в виде, аналогичном тому, как это

сделано в (36). Прогресс недавних исследований состоит в том, что показана идентичность выражения для $M^{\text{br, tr}}$ и выражение $M^{\text{br, coll}}$, полученного из теории флуктуаций. Таким образом, появилась возможность использования простых рецептов нахождения $M^{\text{br, coll}}$ без обращения к громоздкой теории флуктуаций и нахождения в достаточно общем виде конкретных компактных выражений для коллективных эффектов в тормозном поглощении [13, 20]. Нужно сказать, что обычно используемый упрощенный подход [21, 22] тоже базируется на теории флуктуаций, однако при этом пренебрегают эффектами того же порядка величины, что и те, которые возникают при последовательном использовании флуктуационной теории в сильно неоднородной и нестационарной среде. Последняя использует нелинейные плазменные отклики и их приближенные выражения, которые позволяют показать в достаточно общем виде наличие обсуждаемой выше компенсации и сокращения ряда членов, которые обычно фигурируют в теории флуктуаций в ее простейшей форме. Таким образом, в последнее время был достигнут прогресс как в понимании физических процессов, связанных с коллективными эффектами в тормозном поглощении, так и в их математическом описании, и эти результаты должны быть использованы в приложениях, связанных с расчетами солнечной непрозрачности.

Коллективные эффекты в тормозном поглощении значительны при частотах, не слишком сильно отличающихся от плазменных частот. Для частот максимума весового множителя как приближение экранирования, так и точный расчет коллективных эффектов в тормозном поглощении дают малый вклад в РКН. Для частот, близких к плазменным, для центральных областей Солнца уменьшение точного коллективного сечения тормозного поглощения может достигать 29 %, тогда как для приближения экранирования оно достигает 24 %.

Приведем теперь расчет вклада коллективных эффектов в тормозном поглощении в РКН Солнца. Мы видели, что основной вклад обычно дают частоты большие, чем плазменная, и поэтому, так же как в случае поправок на отличие показателя преломления от единицы, можно разложить сечение тормозного поглощения с учетом коллективных эффектов по параметру $\omega_{\text{pe}}^2/\omega^2$

$$\mathcal{F}^{\text{coll}}(\omega) = \mathcal{F}_0(\omega) - 4 \frac{v_{Te}^2}{c^2} \delta_e \int_{\sqrt{z}/2}^{\infty} dx x \exp\left[-\left(x + \frac{z}{4x}\right)^2\right] [Z_{\text{eff}} + 2 \text{Re } W(x)], \quad (41)$$

$$\mathcal{F}^{\text{scr}}(\omega) = \mathcal{F}_0(\omega) - 4 \frac{v_{Te}^2}{c^2} \delta_e \int_{\sqrt{z}/2}^{\infty} dx 2x \exp\left[-\left(x + \frac{z}{4x}\right)^2\right]. \quad (42)$$

Для вычисления изменений РКН из-за коллективных эффектов в тормозном поглощении мы можем использовать (34). Получим

$$\frac{\delta \kappa_{\text{R}}^{\text{br, coll}}}{\kappa_{\text{R}}^{(0)}} = -0,22 \%, \quad (43)$$

$$\frac{\delta \kappa_{\text{R}}^{\text{br, scr}}}{\kappa_{\text{R}}^{(0)}} = -0,28 \%. \quad (44)$$

Малость эффекта связана с тем, что вклад в κ_{R} дают большие частоты, когда коллективные эффекты малы.

Коллективные эффекты в тормозном поглощении имеют ту же буквенную малость, что и релятивистские эффекты (т.е. при $\delta_e \sim 1$ они имеют порядок томсоновского сечения, умноженного на v_{Te}^2/c^2). Поэтому речь идет о малости численного коэффициента. Мы же собираем все эффекты, описываемые сечениями такого порядка величины, включая те, которые имеют малые численные коэффициенты, и не будем исключать ни одного из таких эффектов, приведя полный их список. Ниже обсудим другие эффекты, которые имеют значительно большие численные коэффициенты, хотя имеют ту же буквенную малость.

8. Релятивистские эффекты в тормозном поглощении

Обсудим роль неколлективных релятивистских поправок в тормозном излучении, которые описываются классической формулой Бете–Гайтлера [27]. Поскольку при расчете непрозрачности Солнца эффективные значения энергии фотонов велики: $\hbar\omega \approx 3,7T$, то согласно закону сохранения энергии в процессе поглощения могут участвовать только частицы, энергия которых превышает некоторый порог, определяемый из условия, что энергия электрона после излучения положительна. Если v — скорость электрона до излучения, а v' — скорость электрона после излучения, то порог определяется из условия $v'^2 > 0$.

С учетом первых релятивистских поправок закон сохранения энергии можно записать в виде

$$v'^2 = v_0'^2 + \frac{3}{4c^2}(v^4 - v_0'^4), \quad v_0'^2 = v^2 - \frac{2\hbar\omega}{m_e}, \quad (45)$$

где v_0' — скорость электрона после излучения, в случае, когда релятивистские эффекты не учитываются. Из (45) следует, что при учете первых релятивистских поправок, пороговое значение энергии электронов уменьшается.

Согласно [27] релятивистские поправки приводят также к уменьшению интенсивности излучения каждого электрона. Выражение для интенсивности излучения отдельного электрона I_ω (отнесенной к частотному интервалу $d\omega$) в этом случае можно записать в виде

$$I_\omega = \sum_i \frac{16Z_i^2 e^6 n_i}{3m_e^2 v c^3} \left\{ \ln \frac{v + v'}{v - v'} - \frac{3vv'}{2c^2} - \frac{v^2 - v'^2}{2c^2} \ln \frac{v + v'}{v - v'} \right\}. \quad (46)$$

Здесь v' определяется соотношением (45), так что основной член $\ln[(v + v')/(v - v')]$ тоже содержит релятивистские поправки.

В силу того, что порог изменяется, графическое сопоставление функции I_ω , в которой учтены релятивистские поправки, с функцией I_ω без их учета возможно только путем совмещения порогов при сдвиге кривых по энергии или по скорости частиц. Тогда оказывается, что кривая с учетом релятивистских поправок лежит всегда ниже кривой, не учитывающей релятивистские поправки. При $\hbar\omega \approx 3,7T$ в поглощении участвуют в основном частицы хвоста максвелловского распределения. Увеличение их числа из-за снижения порога приводит к эффекту увеличения поглощения, несмотря на то, что каждая частица поглощает меньше [26].

Кроме того, нужно учесть релятивистские эффекты в распределении электронов

$$f^e(v) \approx \frac{\exp(-v^2/2v_{Te}^2)}{(2\pi)^{3/2} v_{Te}^3} \left(1 - \frac{3}{8} \frac{v^4}{v_{Te}^2 c^2} + \frac{45}{8} \frac{v_{Te}^2}{c^2} \right).$$

Сумма всех эффектов дает следующее изменение в коэффициенте $\mathcal{F}(\omega)$, определяющем сечение тормозного поглощения

$$\mathcal{F}(\omega) = \mathcal{F}_0(\omega) - \delta\mathcal{F}^{\text{br,rel}}(\omega),$$

$$\delta\mathcal{F}^{\text{br,rel}}(\omega) = -\frac{v_{Te}^2}{c^2} \int_{\frac{x}{v}}^{\infty} \frac{dx}{x} \exp\left[-\left(x + \frac{z}{4x}\right)^2\right] f(x, z), \quad (47)$$

где

$$f(x, z) = \frac{3}{16} z^2 \left(x + \frac{1}{x}\right)^4 - \frac{3}{4} z^2 \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - \left[x^2 + \frac{1}{x^2} + \left(\frac{1}{x^2} - x^2\right) \ln \frac{1}{x^2}\right] + \frac{15}{4}. \quad (48)$$

При вычислении мы используем формулу (18). Получаем

$$\frac{\kappa_{\text{R}}^{\text{br,rel}} - \kappa_{\text{R}}^{(0)}}{\kappa_{\text{R}}^{(0)}} = +0,18\%. \quad (49)$$

Коллективные поправки того же порядка, что и неколлективные, но противоположны по знаку. (Они содержат помимо фактора v_{Te}^2/c^2 дополнительно еще коллективный параметр δ_e , который в недрах Солнца порядка единицы.) Поэтому для проблем непрозрачности Солнца нельзя ограничиваться только неколлективными релятивистскими поправками, отбрасывая коллективные эффекты, как это было сделано в ряде работ.

Известно, что неколлективное тормозное излучение при электрон-электронных столкновениях имеет порядок v_{Te}^2/c^2 [38, 39]. Казалось бы, его тоже нужно прибавить к эффекту, рассчитанному выше. Но коллективные эффекты сильно подавляют тормозное излучение при электрон-электронных столкновениях, и оно становится порядка v_{Te}^2/c^4 и, следовательно, не будет вносить вклад в солнечную непрозрачность.

9. Рамановский резонанс в коллективном рассеянии

Прежде чем анализировать релятивистские эффекты в рассеянии, нужно разобраться в проблеме, которая не видна при поверхностном рассмотрении коллективного рассеяния, но которая является весьма важной с физической точки зрения и которая может привести к существенному уменьшению сечения рассеяния, если будут учтены все дополнительные эффекты. Это проблема о вкладе рамановского резонанса в интегральное сечение коллективного рассеяния на электронах. Рамановский резонанс соответствует тому, что разность частот рассеянной и рассеиваемой волн равна плазменной частоте. Плазменные ленгмюровские колебания могут существовать в недрах Солнца, так как число частиц в дебаевской сфере N_d при тех параметрах, которые были даны выше

для центральной области Солнца, равно $N_d = 4\pi v_{Te}^3 / \omega_{pe}^3 \approx 11,4 \gg 1$, и относительное затухание ленгмюровских колебаний (декремент затухания, деленный на плазменную частоту) из-за столкновений составляет примерно 1/20. Необходимыми условиями рамановского резонанса являются

$$\omega - \omega' \approx \pm \omega_{kp}, \quad \mathbf{k} - \mathbf{k}' = \mathbf{k}_p, \quad (50)$$

где \mathbf{k}_p — волновое число плазменных колебаний. При этом продольная диэлектрическая проницаемость на частоте, равной разности частот рассеянной и рассеиваемой волн, близка к нулю:

$$\epsilon_{\omega - \omega', \mathbf{k} - \mathbf{k}'} \approx 0. \quad (51)$$

Вероятность рассеяния на электронах содержит продольную диэлектрическую проницаемость (51) в знаменателе, т.е. рассеяние носит резонансный характер при разности частот, близкой к плазменной частоте. Приведем выражение для вероятности рассеяния $W_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'}^e$ в том виде, как она определена в [8] (а именно, как вероятность в единицу времени появления фотона в интервале $d^3k / (2\pi)^3$ при рассеянии фотона из интервала $d^3k' / (2\pi)^3$, отнесенную к этим интервалам) и простоты ради будем считать, что скорость электронов много больше средней тепловой скорости ионов (что оправдано при усреднении сечения по тепловому распределению электронов):

$$W_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'}^e = \frac{(2\pi)^3 e^4}{2m_e^2 \omega \omega'} (1 + x^2) \left| \frac{1}{\epsilon_{\omega - \omega', \mathbf{k} - \mathbf{k}'}} \right|^2 \times \delta(\omega - \omega' - (\mathbf{k} - \mathbf{k}') \cdot \mathbf{v}). \quad (52)$$

Мы видим, что действительно рамановский резонанс может быть резко выражен. Какова же его роль в полном сечении коллективного рассеяния, проинтегрированного по тепловому распределению электронов и по частотам рассеянных волн? И другой вопрос: как относительный вклад резонанса изменяется с изменением коллективного параметра? Оказывается, что при $\delta_e \gg 1$ вклад рамановского резонанса является определяющим, но этот факт почему-то до сих пор даже нигде не отмечался и не осознавался при расчетах коэффициента непрозрачности в ССМ. Более того, рамановский резонанс для приближений, ранее использованных в ССМ, может быть исключительно узким, и многие неучтенные эффекты могут уширить резонанс, уменьшая тем самым его вклад в полное сечение, уменьшая и само сечение, что ведет к уменьшению коэффициента непрозрачности.

Для демонстрации этого явления рассмотрим эффект Доплера при рассеянии. Поскольку скорость фотонов близка к скорости света в вакууме, то $k \approx \omega/c$, и эффект Доплера дает поправки к частотам относительного порядка v_{Te}/c . Более точно, из выражения для δ -функции в вероятности (52) (описывающей с квантовой точки зрения закон сохранения энергии и импульса при рассеянии) путем разложения по разности частот мы можем получить линейный и квадратичный эффект Доплера при рассеянии

$$\omega' \approx \omega \left[1 - 2 \frac{v_{Te}}{c} y \sqrt{1-x} + 2 \frac{v_{Te}^2}{c^2} (1-x)y^2 \right], \quad (53)$$

где y — нормированная компонента скорости электронов в направлении разности волновых векторов рассея-

ной и рассеиваемой волн

$$y = \frac{(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \cdot \mathbf{v}}{\sqrt{2} v_{Te} |\mathbf{k} - \mathbf{k}'|}. \quad (54)$$

В первом приближении (когда доплеровскими поправками можно пренебречь) частота рассеянной волны равна частоте падающей волны. В этом приближении и были получены коллективные сечения рассеяния на электронах, определенные выше как сечения рассеяния в нулевом приближении. В силу симметрии максвелловского распределения по компоненте y эффект, обязанный доплеровским поправкам, казалось бы, должен быть порядка других релятивистских поправок, т.е. порядка v_{Te}^2/c^2 . Но возникает вопрос, можно ли раскладывать по этим поправкам вблизи рамановского резонанса? Если нельзя, то эффект может оказаться значительно большим, чем простая оценка в виде v_{Te}^2/c^2 . Для ответа на этот вопрос надо знать роль резонанса в полном сечении и его ширину (при ширине, меньшей v_{Te}/c , ответ на вопрос о возможности разложения будет отрицательным и возникает необходимость точной трактовки резонанса с учетом доплеровского уширения). Конечно, резонанс может быть уширен и другими процессами, включая парные столкновения. Подчеркнем, что на данном этапе рассмотрения мы хотим определить ширину резонанса без учета всех указанных эффектов уширения в той форме, в которой он возникает в нулевом приближении, используемом как базис для отсчета поправок. Тогда нужно воспользоваться обычным выражением для бесстолкновительной диэлектрической проницаемости, которая учитывает только затухание Ландау. Из коэффициента экстинкции излучения при использовании вероятности (52) мы получаем следующее выражение для транспортного сечения рассеяния:

$$\sigma_e^{sc} = \frac{3}{8} \int_{-1}^1 (1+x^2)(1-x) dx \times \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\exp(-y^2)}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{|1 + W(y)\delta_e/(1-x)|^2} dy, \quad (55)$$

где $W(y)$ — плазменная дисперсионная функция, задаваемая соотношением (48). В интеграле по y стоит как раз квадрат модуля диэлектрической проницаемости. Таким образом, полное сечение определяется интегралом по всей области частот, включая рамановский резонанс. Оказалось, что интегрирование может быть проведено в общем виде, используя дисперсионные соотношения, связывающие действительную и мнимую часть диэлектрической проницаемости [17, 18, 27] (или, как говорят, используя флуктуационно-диссипативную теорему). Действительно, мнимая часть $W(y)$ содержит в (48) дополнительное y по сравнению с подынтегральным выражением в (55). Интеграл (55) может быть представлен как мнимая часть $1/\omega\epsilon$ с интегрированием по частоте. Но тогда при интегрировании в верхней полуплоскости комплексного ω функция $1/\epsilon$ не имеет полюсов и единственный вклад будет от обхода полюса $1/\omega$. Получаем

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\exp(-y^2)}{\sqrt{\pi} |1 + \delta_e/(1-x) W(y)|^2} dy = \frac{1}{1 + \delta_e/(1-x)}. \quad (56)$$

Использование этого соотношения в (55) сразу приводит к коллективному сечению рассеяния на электронах (25).

В связи с (56) сразу же возникает существенный вопрос об асимптотическом поведении сечения при больших значениях δ_e . При больших значениях δ_e в знаменателе левой части этого соотношения можно пренебречь единицей по сравнению с членом, содержащим большой фактор δ_e . Тогда, если получающийся интеграл сходится, то асимптотически результат будет пропорционален $1/\delta_e^2$. Оказывается, что получающийся интеграл, действительно, сходится и равен

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\exp(-y^2)}{\sqrt{\pi}|W(y)|^2} dy = 3. \quad (57)$$

Но тогда левая часть ведет себя асимптотически, как $1/\delta_e^2$, тогда как правая часть соотношения (56) ведет себя асимптотически, как $1/\delta_e$. В чем же ошибка в этих рассуждениях? Не верно предположение, что основной вклад в интеграл дают значения y порядка или меньше единицы. Но как может быть иначе, если подынтегральное выражение содержит $\exp(-y^2)$? Это возможно при наличии резкого, экспоненциально узкого резонанса. Это и есть рамановский резонанс. Предположение о том, что основной вклад дают значения y порядка единицы, приводит к пренебрежению вкладом рамановского резонанса, который при $\delta_e \gg 1$ имеет место при $y \gg 1$. Но тогда это означает, что для больших значений δ_e сечение коллективного рассеяния почти полностью определяется вкладом рамановского резонанса. Покажем, что это действительно так.

Резонансу соответствует нуль действительной части диэлектрической проницаемости. Этот нуль достигается при больших значениях y , иначе мы получим противоречие с проведенным выше рассмотрением. При больших значениях y функция $W(y)$ имеет асимптотику $W(y) \approx -1/2y^2$ и мы находим два возможных значения y , при которых возникает резонанс

$$y = y_r = \pm \sqrt{\frac{\delta_e}{2(1-x)}}. \quad (58)$$

Последнее выражение показывает, что, действительно, при больших значениях δ_e резонанс соответствует большим значениям y_r . Тогда, раскладывая знаменатель вблизи резонанса, мы получим левую часть соотношения (56) в виде

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(1-x)^2 \operatorname{Im} W(y_r) dy}{\pi y_r \delta_e^2 [(y-y_r)^2 (\partial \operatorname{Re} W(y_r)/\partial y)^2 + (\operatorname{Im} W(y_r))^2]} = \frac{1-x}{\delta_e}, \quad (59)$$

что соответствует правой части (56).

Ширина рамановского резонанса быстро (экспоненциально) уменьшается с ростом δ_e :

$$\frac{\delta y_r}{y_r} \approx \frac{\operatorname{Im} W(y_r)}{y_r \partial \operatorname{Re} W(y_r)/\partial y_r} \approx \sqrt{\pi} y_r^3 \exp(-y_r^2). \quad (60)$$

Экспоненциально малая величина ширины резонанса представляет большую опасность при использовании нулевого приближения для рассеяния, которое, как отмечалось, только и учитывалось до настоящего времени в ССМ.

Уширение рамановского резонанса из-за столкновений и из-за эффекта Доплера может существенно уменьшить его вклад в полное сечение и привести к тому, что полное сечение уменьшилось бы, основным стал бы вклад тепловых частиц ($y \sim 1$) и сечение было бы пропорционально $1/\delta_e^2$, т.е. значительно меньше того, которое сейчас принимается. Но этот эффект ярко выражен при $\delta_e \gg 1$ и должен быть не столь ярко выражен в росселандовском коэффициенте непрозрачности, основной вклад в который дают значения $\delta_e \sim 1$. Однако весовая функция, входящая в выражение для коэффициента непрозрачности κ_R , является достаточно широкой (см. рис. 1) и вклад области с большими значениями δ_e также достаточно заметен.

10. Доплеровское и столкновительное уширение рамановского резонанса в рассеянии

Эта проблема была недавно рассмотрена в [28]. Одновременный учет обоих эффектов представляется весьма важным, так как при отсутствии доплеровского уширения в уравнения войдет статическая диэлектрическая проницаемость, которая, как известно, в первом приближении не зависит от столкновений. Одновременный учет доплеровского эффекта и столкновений имеет большое значение в нелинейных взаимодействиях [29]. Применительно к проблеме рассеяния излучения в недрах Солнца весьма странно, что при частоте столкновений $\sim 2 \times 10^{16} \text{ c}^{-1}$ используется бесстолкновительное приближение, и парные столкновения никак не сказываются на рассеянии фотонов, но именно это бесстолкновительное приближение до сих пор и использовалось. Частоту столкновений надо сравнивать не с частотой излучения и даже не с плазменной частотой, а с шириной рамановского резонанса. Тогда очевидно, что уширение рамановского резонанса может быть существенным для уменьшения коэффициента непрозрачности. Вклад эффекта Доплера, так же как и вклад столкновений, можно рассчитывать по теории возмущений, но использование теории возмущений для разложения по поправкам, связанным с этими эффектами, вблизи резонанса невозможно. При использовании теории возмущений в диэлектрической проницаемости мы фактически используем малые параметры соответственно v_{Te}/c и $v_{\text{coll}}/\omega_{pe}$, где v_{coll} — эффективная частота электрон-ионных столкновений. Мы будем использовать такое разложение в диэлектрической проницаемости, но не будем использовать разложение знаменателей по этим параметрам вблизи точки рамановского резонанса, оставляя в знаменателе члены, линейные и квадратичные по v_{Te}/c и линейные по $v_{\text{coll}}/\omega_{pe}$. Квадратичные поправки в эффекте Доплера необходимо учитывать, потому что в области вне резонанса, где разложение возможно, вклад могут дать только квадратичные доплеровские члены. В результате сечение рассеяния получается в виде, соответствующем по форме соотношению (55), но со знаменателем, учитывающим доплеровское и столкновительное уширение рамановского резонанса и с дополнительным множителем в числителе, учитывающим первые два члена разложения по параметру v_{Te}/c (что необходимо для того, чтобы учесть все доплеровские поправки в области вне резонанса, где разложение знаменателя по

параметру v_{T_e}/c возможно). Имеем

$$\sigma_e^{sc} = \frac{3}{8} \int_{-1}^1 (1+x^2)(1-x) dx \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\exp(-y^2)}{\sqrt{\pi}} \frac{A(x,y)}{|F(x,y)|^2} dy, \quad (61)$$

где ранее для (55) было

$$A(x,y) = A_0(x,y) = 1, \quad (62)$$

$$F(x,y) = F_0(x,y) = 1 + \frac{\delta_e}{1-x} W(x),$$

а теперь

$$A(x,y) = 1 - 3 \frac{v_{T_e}}{c} y \sqrt{1-x} + 2 \frac{v_{T_e}^2}{c^2} y^2 (3-2x) \quad (63)$$

и

$$F(x,y) = 1 + \frac{\delta_e}{1-x} W_R(y) \times$$

$$\times \left[1 + 2 \frac{v_{T_e}}{c} y \sqrt{1-x} - 2 \frac{v_{T_e}^2}{c^2} (2-x) \right] +$$

$$+ i \frac{Z_{\text{eff}} \ln A \omega_{pe}^3 y \delta_e^{3/2}}{24 \pi^{3/2} n_e v_{T_e}^3 (1-x)^{3/2}} \times$$

$$\times \left\{ [\text{Ei}(y^2) - i\pi] \exp(-y^2) - \frac{1}{y^2} \right\}, \quad (64)$$

где $\ln A$ — кулоновский логарифм, а функция

$$W_R(z) = 1 - z \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\exp(-y^2)}{\sqrt{\pi}} R(y) \frac{dy}{z-y} +$$

$$+ i \sqrt{\pi} \exp(-z^2) R(z) \quad (65)$$

является обобщением введенной выше функции $W(z)$ с учетом релятивистских поправок в распределении электронов

$$R(y) = \exp\left(-\frac{3v_{T_e}^2 y^4}{2c^2}\right) \times$$

$$\times \frac{\int_0^\infty x \exp\{-x^2 [1 + 3v_{T_e}^2/(2c^2)(x^2 + 2y^2)]\} dx}{\int_0^\infty 4/\sqrt{\pi} x^2 \exp[-x^2 - 3v_{T_e}^2 x^4/(2c^2)] dx} \quad (66)$$

и, наконец,

$$\text{Ei}(z^2) = \int_{-\infty}^{z^2} \frac{\exp t}{t} dt. \quad (67)$$

Численный расчет РКН недр Солнца был проведен в [28] согласно (18)

$$\frac{\kappa_R^{\text{sc, broad, res}} - \kappa_R^{(0)}}{\kappa_R^{(0)}} = -3,0 \%, \quad (68)$$

что представляется также значительным вкладом, который ранее не учитывался при построении ССМ.

11. Релятивистские поправки к коллективному рассеянию

Покажем, что релятивистские поправки к рассеянию не могут быть получены путем простого умножения коллективных сечений нулевого приближения на фактор,

рассчитанный по формуле, в которой коллективные эффекты не учитываются (именно так ранее учитывались релятивистские поправки к коллективному рассеянию при построении ССМ).

Во-первых, релятивистские поправки совершенно разные для электронов и ионов, и нельзя умножать суммарное коллективное сечение рассеяния в нулевом приближении на один и тот же фактор. Во-вторых, внутри рамановского резонанса разложение по параметру v_{T_e}/c невозможно, как это было показано в предыдущем разделе. И, в-третьих, коллективные релятивистские поправки имеют другую зависимость от коллективного параметра δ_e , чем в нулевом приближении.

Поясним последнее утверждение на основании тех же соображений об интерференции рассеяния на заряде и его "шубе", которые уже приводились выше. Обозначим матричный элемент рассеяния на индивидуальном ("голом") электроны через M_T и релятивистские поправки к нему — через δM_T^{rel} ; матричный элемент рассеяния на "шубе" — через M_{coll} и релятивистские поправки к нему — через $\delta M_{\text{coll}}^{\text{rel}}$. Полное сечение рассеяния будет пропорционально

$$|M_T + M_{\text{coll}} + \delta M_T^{\text{rel}} + \delta M_{\text{coll}}^{\text{rel}}|^2. \quad (69)$$

Поправки, которые учитывались в ССМ, были только $2\delta M_T^{\text{rel}}/M_T$ и они умножались на квадрат матричного элемента нулевого приближения $|M_T + M_{\text{coll}}|^2$. Даже если отбросить релятивистские поправки к коллективному матричному элементу, такая процедура не дает правильного ответа. Легко видеть из (69), что после отбрасывания $\delta M_{\text{coll}}^{\text{rel}}$ поправки, связанные с δM_T^{rel} , должны умножаться на полный матричный элемент $M_T + M_{\text{coll}}$, а не на M_T , как в случае "голых" частиц. Кроме того, нельзя отбрасывать поправку, обязанную электронной "шубе", $\delta M_{\text{coll}}^{\text{rel}}$, в которой нужно учесть не только эффекты, связанные с релятивизмом в движении частиц, но и релятивистские поправки в функции распределения электронов, от которой зависят нелинейные отклики плазмы в коллективных матричных элементах, описываемых интегралами по распределению частиц. При усреднении сечений по распределению электронов также нужно учесть релятивистские поправки в этом распределении. Ранее такие подробные расчеты не производились. Они чрезвычайно громоздки и должны использовать общие релятивистские выражения для матричных элементов, приведенные в [9, 10], которые точно учитывают все релятивистские эффекты. Необходимые расчеты проведены в [30] и окончательный результат может быть записан через уже введенную функцию $F(x,y)$ (см. (68)), которая учитывает уширение рамановского резонанса. Мы обозначим релятивистские поправки для рассеяния в общем случае произвольных значений коллективного параметра δ_e через $\delta\sigma_e^{\text{rel}}$

$$\delta\sigma_e^{\text{rel}} = -\frac{3v_{T_e}^2}{4c^2} \sigma_T \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dy}{\sqrt{\pi}} \exp(-y^2) \int_{-1}^1 \frac{dx}{|F(x,y)|^2} \times$$

$$\times \left[(1-x)^{5/2} \text{Re} F(x,y) (y^2 f_1(x) + 2f_2(x)) - \right.$$

$$\left. - \delta_e (1-x)^3 G(x,y) \right], \quad (70)$$

где

$$f_1(x) = 1 + x + x^2 - x^3, \quad f_2(x) = \frac{1}{2}(3 - x + x^2 - x^3), \quad (71)$$

$$G(x, y) = 1 + x + x^2 - x^3 + \frac{1}{2} W(y)(9 + 4x + 9x^2) - 2y^2 W(y)(1 + x + x^2 - x^3). \quad (72)$$

Естественно, что в пределе, когда коллективные эффекты малы, выражение для $\delta\sigma_e^{\text{rel}}$ переходит в ранее известное выражение.

Релятивистские поправки для рассеяния на ионах связаны только с электронной "шубой" (так как другими релятивистскими поправками порядка v_{Ti}^2/c^2 можно, естественно, полностью пренебречь) и определяются матричным элементом $\delta M_{\text{coll}}^{\text{rel}}$, в который скорость иона не входит. Поэтому при усреднении по ионному распределению возникают такие же интегралы, что и в нулевом приближении, и их можно полностью вычислить, используя соотношение (56). Это дает возможность получить аналитическое выражение для релятивистских поправок в сечении рассеяния на ионах, обозначаемых $\delta\sigma_i^{\text{rel}}$:

$$\delta\sigma_i^{\text{rel}} = \frac{3v_{Te}^2}{4c^2} \delta_e [g(\delta_e) - g(\delta_i)] \sigma_T, \quad (73)$$

где

$$g(z) = \left(2 - z + \frac{7}{2}z^2 + \frac{3}{2}z^3 + z^4\right) \ln \frac{2+z}{z} + \frac{28}{3} + \frac{35}{3}z + 11z^2 + 2z^3. \quad (74)$$

Расчет по этим формулам суммы релятивистских поправок для электронов и ионов приводит к следующей поправке к коэффициенту непрозрачности в центре Солнца

$$\frac{\kappa_R^{\text{e, screl}} - \kappa_R^{(0)}}{\kappa_R^{(0)}} = -0,2\%. \quad (75)$$

12. Эффекты изменения частот фотонов в процессе переноса излучения

Дополнительно к релятивистским поправкам к транспортным сечениям процессов возникают также поправки того же порядка в уравнении переноса излучения. Выпишем уравнения для переноса фотонов, учтя процессы тормозного излучения и поглощения и процессы рассеяния. Так как исходным в теории переноса излучения является предположение о том, что распределение фотонов локально почти равновесно и отличие от равновесного распределения возникает из-за наличия градиентов (в первую очередь градиента температуры), то такое уравнение обязано включать процессы как спонтанного излучения и рассеяния, так и индуцированного излучения и рассеяния (в равновесии индуцированные процессы в точности компенсируют спонтанные, давая тепловое распределение Планка). При построении теории переноса излучения нужно учитывать слабые возмущения как спонтанных, так и индуцированных процессов. Запишем общий вид уравнений распространения фото-

нов для чисел заполнения $N_{\mathbf{k}}$, предполагая их распределение не зависящим от времени (см. [31]) и частоты фотонов много большими плазменных частот

$$\begin{aligned} \frac{dN_{\mathbf{k}}}{dt} &= \mathbf{v}_g \cdot \frac{\partial N_{\mathbf{k}}}{\partial \mathbf{r}} - \frac{\partial \omega}{\partial \mathbf{r}} \cdot \frac{\partial N_{\mathbf{k}}}{\partial \mathbf{k}} \approx \\ &\approx \cos \theta \left(c \frac{\partial N_{\omega}^T}{\partial r} - \frac{\omega^2}{2\omega^2} \frac{c}{n_e} \frac{\partial n_e}{\partial r} \omega \frac{\partial N_{\omega}^T}{\partial \omega} \right) = \\ &= - \int (W_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'}^e f_{\mathbf{p}}^e + \sum_i W_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'}^i f_{\mathbf{p}}^i) (N_{\mathbf{k}} - N_{\mathbf{k}'}) \frac{d^3 p d^3 k'}{(2\pi)^6} + \\ &+ N_{\mathbf{k}} \int W_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'}^e \hbar(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \frac{\partial f_{\mathbf{p}}^e}{\partial \mathbf{p}} N_{\mathbf{k}'} \frac{d^3 p d^3 k'}{(2\pi)^6} + 2\gamma_{\mathbf{k}}^{\text{br}} N_{\mathbf{k}} + q_{\mathbf{k}}, \end{aligned} \quad (76)$$

где $W_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'}^{e,i}$ — вероятности рассеяния на электронах (верхний индекс e) и ионах (верхний индекс i) соответственно, θ — угол между \mathbf{k} и \mathbf{r} . Вклад будут вносить только отклонения от равновесного теплового распределения и в правой части уравнения оставлены только члены, линейные по этим отклонениям. Последние два члена в (76) описывают спонтанное и индуцированное тормозное излучение. Так как в равновесии они компенсируют друг друга, а спонтанное тормозное излучение не возмущается, то остается только возмущение индуцированного тормозного излучения, обязанное потоку излучения. Эти эффекты были полностью описаны как тормозное поглощение, а соответствующие вклады были выражены через эффективное сечение тормозного поглощения. В первом члене правой части уравнения переноса, описывающем процессы рассеяния, частоты фотонов до и после рассеяния не совпадают, так как из-за эффекта Доплера происходит изменение частоты фотонов при рассеянии. Этот член дает транспортные сечения рассеяния, если отклонения от теплового распределения пропорциональны косинусу угла с направлением неоднородности и если (что весьма важно) эффектом Доплера можно пренебречь в выражениях для чисел заполнения фотонов. Тогда имеем $N_{\mathbf{k}} = N_{\omega}^T + \cos \theta \delta N_{\omega}$, где величина δN_{ω} пропорциональна потоку излучения. Если же мы хотим учесть эффекты, квадратичные по параметру v_{Te}/c , то возникают дополнительные вклады, пропорциональные производным по частоте от потока излучения, так как мы должны использовать разложение чисел заполнения по разности частот

$$\delta N_{\omega'} \approx \delta N_{\omega} + (\omega' - \omega) \frac{\partial \delta N_{\omega}}{\partial \omega} + \frac{1}{2} (\omega' - \omega)^2 \frac{\partial^2 \delta N_{\omega}}{\partial \omega^2}. \quad (77)$$

Физическая природа этих эффектов очевидна: в каждом акте рассеяния происходит изменение частоты фотонов и в результате многократных рассеяний происходит диффузия фотонов по частоте.

Второй член в (76) описывает индуцированное рассеяние. Так как он в первом приближении нечетен по скоростям, то нужно учесть только первый член разложения (77), т.е. эффект индуцированного рассеяния пропорционален первой производной от интенсивности излучения по частоте, а значит, описывает систематическое покраснение фотонов в процессе рассеяния.

Систематическое изменение частоты фотонов из-за неоднородности плотности описывается вторым членом правой части уравнения (76) и его смысл также очевиден: сохранение адиабатического инварианта — числа фото-

нов. Легко видеть, что указанный член также пропорционален релятивистскому параметру $v_{T_e}^2/c^2$. Действительно, вводя коллективный параметр δ_e , можно получить, что изменение левой части уравнений переноса, связанное с учетом неоднородности плотности, описывается появлением следующего дополнительного множителя в левой части уравнения переноса

$$1 + \delta_e \frac{v_{T_e}^2}{c^2} \frac{\partial \ln n_e}{\partial \ln T}. \quad (78)$$

Так как в центре Солнца параметр δ_e порядка единицы, то эффекты неоднородности плотности опять-таки порядка релятивистских поправок.

Таким образом, в уравнениях переноса излучения появляются три новых эффекта порядка тех, которые рассматривались выше и которые связаны с изменением частот фотонов в процессе переноса излучения.

13. Поправки, обязанные неоднородностям плотности

Существующие ССМ позволяют оценить градиенты концентраций в центре Солнца и рассчитать параметр $\partial \ln n_e / \partial \ln T$. Для расчета изменения РКН мы используем формулу (34). Это дает

$$\frac{\delta \kappa_R^{\text{inh}}}{\kappa_R^{(0)}} = -0,14\%. \quad (79)$$

Этот эффект достаточно мал, но мы учитываем его, так как проводим систематический учет всех эффектов порядка $v_{T_e}^2/c^2$.

14. Поправки из-за диффузии фотонов по частоте в процессе переноса излучения

Этот эффект приводит к изменению типа уравнений переноса фотонов, что поднимает проблемы как связанные с возможными решениями уравнений переноса, так и проблемы адекватности использования концепции Росселандовской непрозрачности при исследовании переноса излучения в недрах Солнца. Соответствующие вклады эффектов диффузии по частоте описываются дифференциальными операторами по частоте, действующими на интенсивность излучения [31]. Структура уравнения переноса излучения меняется в определенном смысле коренным образом, так как уравнение становится дифференциальным уравнением второго порядка по частоте. Члены с высшими производными по частоте имеют малый параметр, что поднимает ряд математических вопросов, в настоящее время не решенных. Наличие членов с производными по частоте не позволяет интегрировать уравнения переноса по частоте с тем, чтобы получить коэффициент непрозрачности непосредственно из уравнений. Математические проблемы являются отражением ряда физических проблем. Мы сначала приведем выражения для членов, описывающих эффекты диффузии по частоте, в виде операторов, действующих на уже введенное выше возмущение числа заполнений фотонов δN_ω . Мы напомним, что поток излучения \mathcal{F}_ω пропорционален этой величине, умноженной на ω^3 , поэтому, например, оператор \hat{a} , действующий на δN_ω , будет соответствовать

следующему оператору, действующему на поток излучения \mathcal{F}_ω :

$$\omega^3 \hat{a} \left(\frac{\mathcal{F}_\omega}{\omega^3} \right). \quad (80)$$

При рассмотрении эффектов диффузии по частоте мы будем учитывать уширение рамановского резонанса. В этом случае первый член правой части уравнения переноса излучения (76) приводит к сумме уже рассмотренного члена, описывающего транспортное сечение (61), и дополнительного члена, который может быть записан в операторной форме, и называемому поэтому операторным сечением $\hat{\sigma}^{\text{fd}}$. Этот член описывает диффузию по частоте (мы еще раз повторим, что в уравнении переноса он должен быть записан в соответствии с соотношением (80))

$$\hat{\sigma}^{\text{fd}} = \sigma_1^{\text{fd}}(\omega) \omega \frac{\partial}{\partial \omega} + \sigma_2^{\text{fd}}(\omega) \omega^2 \frac{\partial^2}{\partial \omega^2} \quad (81)$$

и

$$\sigma_1^{\text{fd}}(\omega) = \frac{3}{4} \sigma_T \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dy}{\sqrt{\pi}} \exp(-y^2) \int_{-1}^1 \frac{(1+x^2)x dx}{|F(x,y)|^2} \times \\ \times \left[\frac{v_{T_e}}{c} y \sqrt{1-x} - 4 \frac{v_{T_e}^2}{c^2} y^2 (1-x) \right], \quad (82)$$

$$\sigma_2^{\text{fd}}(\omega) = -\frac{3v_{T_e}^2}{4c^2} \sigma_T \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dy}{\sqrt{\pi}} \exp(-y^2) y^2 \times \\ \times \int_{-1}^1 \frac{(1+x^2)x(1-x) dx}{|F(x,y)|^2}. \quad (83)$$

Уравнение переноса излучения становится дифференциальным уравнением второго порядка с малым коэффициентом при старшей производной. Из математических курсов хорошо известно, чем это грозит. В связи с этим возникает по крайней мере два вопроса. Первый из них — можно ли убрать малый коэффициент при старшей производной путем изменения переменных, и второй — какие "граничные" условия по частоте нужно вводить, чтобы решать эти уравнения и насколько существенно окончательное решение зависит от них? Вопросы достаточно трудные. Но ответы на эти вопросы могут изменить выводы о роли указанных эффектов в недрах Солнца. Также может быть задан вопрос о том, почему такие проблемы не обсуждались для переноса энергии излучения в вакууме (более точно при отсутствии коллективных эффектов)? Ответ заключается в том, что (насколько нам известно) члены, описывающие диффузию по частоте, не были получены ранее даже для этого простейшего случая.

Пионерская работа по переносу излучения в отсутствие коллективных эффектов была выполнена Сампсоном [32], который написал интегральное уравнение переноса излучения, используя квантовую формулу Клейна–Нишины для сечения рассеяния. Это уравнение того же типа, как и (76), и содержит те же и даже более сложные проблемы в случае попыток его аналитического решения. Кстати, уравнение переноса, которое мы записали в разделе 12 то же, что и в [32]. Различие состоит в конкретном выражении вероятности рассея-

ния, которая в нашем случае была записана в классическом некантовом пределе с учетом коллективных эффектов, а в работе Сампсона были учтены все квантовые эффекты в пренебрежении коллективными эффектами. Коллективные квантовые эффекты будут обсуждены в разделе 16. Здесь же мы обсудим, почему аналогичные проблемы с диффузией по частоте не возникали при подходе, используемым Сампсоном. Ответ на этот вопрос состоит в том, что Сампсон вынужден был использовать два упрощающих предположения для того чтобы решить задачу численными методами (предположения I и II работы [32]). Таким образом, члены, описывающие диффузию по частоте в уравнении переноса излучения, вычислены в [31] впервые даже для простейшего случая "раздетых" частиц. Возможность записи аналитического дифференциального уравнения для интенсивности излучения представляется определенным прогрессом в теории переноса излучения, так как появляется надежда получения его аналитических решений: до сих пор использовались интегральные уравнения, которые решались численно. В следующих после [32] работах [33, 34] авторы отказались от двух ограничивающих предположений Сампсона, но также решали интегральные уравнения численно. Численные затруднения не позволили авторам [34] рассмотреть область температур, соответствующих недрам Солнца, и расчеты были проведены для более высоких температур. Рассмотрение, проведенное в [31], является более последовательным для малых значений параметра v_{Te}/c и учитывает коллективные эффекты и уширение рамановского резонанса. Остается проблема, связанная с тем, что во всех трех работах [32–34] использовалось еще третье предположение о том, что решение уравнения переноса имеет конкретную форму — оно пропорционально косинусу угла с направлением неоднородности и производной энергии излучения черного тела по расстоянию. В [31] последнее предположение не делается и считается, что решение содержит только косинус угла, а дальнейшая структура решения определяется исходным уравнением. Решение, как оказалось, имеет другую форму в виде производных от интенсивности по частоте.

Итак, уравнения с членами, описывающими диффузию по частоте, не могут быть получены при предположениях, сделанных в [32–34]. Таким образом, в [31] проблема сформулирована в более общей форме даже в отсутствие коллективных эффектов. Можно показать, что решения в форме, записанной в [32–34], могут быть получены из более общих решений, если в уравнениях переноса использовать теорию возмущений, т.е. вычислить поток излучения без учета членов, описывающих диффузию по частоте, и подставить эти решения, рассматривая их вклад как возмущение потока излучения. Однако использование теории возмущений в уравнениях с малым параметром при старшей производной, как известно из математики, очень опасно. Соображением, которое может не решить вопрос, но указать способ возможного решения, является следующее: в случае "неодетых" частиц члены, описывающие диффузию по частоте, содержат только степени однородного оператора $\omega \partial / \partial \omega$, который не позволяет исключить малый параметр путем замены переменной, и есть надежда на возможность рассмотрения этих членов по теории возмущений.

При учете коллективных эффектов коэффициенты перед этими операторами зависят от коллективного параметра δ_c и, следовательно, они зависят от частоты. Поэтому в коллективном рассеянии вопрос о возможности использования теории возмущений является более серьезным.

В настоящее время мы не имеем решения этой проблемы и единственное, что можно сделать для оценки эффектов диффузии по частоте с учетом коллективных эффектов — это использовать теорию возмущений. Но используя этот подход, мы должны помнить о неопределенностях, имеющихся в теоретических предсказаниях. Как мы увидим далее, суммарное влияние на солнечную непрозрачность эффектов диффузии по частоте не мало. "Направление" этой неопределенности видно из того, что найденные нами некоторые частные решения уравнений переноса излучения без использования теории возмущений показывают, что уменьшение непрозрачности может быть большим, чем получаемое по теории возмущений.

Остается проблема, касающаяся "граничных" условий для уравнений с членами, описывающими диффузию по частоте. В теории возмущений эти вопросы решаются как бы автоматически. Но остается не ясным, что означают эти частотные "граничные" условия физически? Вполне возможно, что в зависимости от "граничных" условий может возникнуть частотная аккумуляция интенсивности излучения. Возможно, что конденсация фотонов не возникает в силу большого тормозного поглощения. Но возможен и другой эффект — "убегание" фотонов от поглощения. Все эти вопросы показывают, что не исключено появление специфических неустойчивостей фотонного распределения, непосредственно связанных с процессами переноса излучения. Решение этих задач является новой проблемой, возникшей в этой области исследования.

В любом случае сама возможность записи аналитического транспортного уравнения, включающего члены, описывающие диффузию по частоте, является полезной для будущих исследований, так как до сих пор доступны были лишь численные решения интегральных уравнений. Записанные здесь дифференциальные уравнения имеют ограничения только на температуру частиц, которая должна быть нерелятивистской. Предварительное исследование этих уравнений в вакуумном случае, проведенное в [35], показало, что точные решения отнюдь не тривиальны, и полученный спектр имеет ряд особенностей, связанных с быстрыми вариациями спектра излучения по частоте, усреднение по которым уменьшает поток излучения. Не имея в настоящий момент ничего более точного, мы будем использовать подход, связанный с теорией возмущений для оценки, хотя бы порядка величины возможных поправок, обязанных диффузии по частоте в процессе переноса излучения. Надо при этом иметь в виду, что эти оценки дают нижний предел уменьшения коэффициента непрозрачности, так как частотные осцилляции распределений фотонов могут только уменьшить коэффициент непрозрачности.

Численные расчеты были проведены с учетом поправок, обязанных вынужденному рассеянию, так как последний эффект также приводит к появлению членов с производными от интенсивности излучения по частоте в уравнении переноса излучения. Результаты приведены в следующем разделе.

15. Эффект вынужденного рассеяния

Этот эффект не был учтен ранее в ССМ. Аналогично процессам диффузии по частоте он описывается оператором, но содержит как член, не зависящий от производной от интенсивности по частоте (содержит производную от теплового распределения по частоте), так и член с первой производной от интенсивности по частоте. Такая структура говорит о том, что описывается систематическое изменение распределения фотонов по частоте.

Соответствующий оператор мы обозначим через $\hat{\sigma}^{\text{st}}$:

$$\hat{\sigma}^{\text{st}} = \sigma_0^{\text{st}}(\omega) + \sigma_1^{\text{st}}(\omega) \frac{\partial}{\partial \omega}, \quad (84)$$

где

$$\begin{aligned} \sigma_0^{\text{st}}(\omega) = & -\frac{3v_{T_e}}{4c} \sigma_T \frac{z}{\exp z - 1} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{y dy}{\sqrt{\pi}} \exp(-y^2) \times \\ & \times \int_{-1}^1 dx \frac{(1+x^2)(1+x)\sqrt{1-x}}{|F(x,y)|^2} + \\ & + \frac{3}{2} \sigma_T \frac{v_{T_e}^2}{c^2} \frac{z}{\exp z - 1} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{y^2 \exp(-y^2) dy}{\sqrt{\pi}} \times \\ & \times \int_{-1}^1 dx \frac{2(1+x) - z \exp z / (\exp z - 1)}{|F(x,y)|^2} \times \\ & \times (1+x^2)(1-x), \end{aligned} \quad (85)$$

$$\begin{aligned} \sigma_1^{\text{st}}(\omega) = & \frac{3}{2} \frac{v_{T_e}^2}{c^2} \frac{z}{\exp z - 1} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{y^2 \exp(-y^2) dy}{\sqrt{\pi}} \times \\ & \times \int_{-1}^1 dx \frac{x(1-x)(1+x^2)}{|F(x,y)|^2}. \end{aligned} \quad (86)$$

Используя теорию возмущений в уравнении переноса излучения, можно рассмотреть совместно вклады эффектов диффузии по частоте и вынужденного рассеяния в эффективный коэффициент непрозрачности (его можно ввести феноменологически как коэффициент пропорциональности между потоком излучения и градиентом температуры; это можно сделать, если есть решения уравнений переноса излучения, полученные по теории возмущений). Учитывая операторный характер вносимых вкладов, вместо (34) находим

$$\begin{aligned} \frac{\kappa_R - \kappa_R^{(0)}}{\kappa_R^{(0)}} = & \int_0^\infty \frac{z^3 dz}{\sigma_0(z)} \left\{ \sigma_0^{\text{st}}(z) + z \frac{\partial}{\partial z} [\sigma_1^{\text{fd}}(z) + \sigma_1^{\text{st}}(z)] \times \right. \\ & \times z^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \sigma_2^{\text{fd}}(z) \left. \right\} \frac{z \exp z dz}{(\exp z - 1)^2} \times \\ & \times \left(\int_0^\infty \frac{z^4 \exp z dz}{\sigma_0(z) (\exp z - 1)^2} \right)^{-1} \end{aligned} \quad (87)$$

и

$$\frac{(\delta \kappa_R^{\text{fd}} + \delta \kappa_R^{\text{st}})}{\kappa_R^{(0)}} = -4,5\%. \quad (88)$$

Это достаточно большой эффект и им более нельзя пренебрегать при построении ССМ.

16. Квантовые эффекты в рассеянии

Квантовые эффекты в рассеянии могут быть существенны только для электронов. В вакууме для "голых" электронов они описываются хорошо известной формулой Клейна–Нишины [15], которая не применима в случае коллективного рассеяния. Для этого случая квантовые эффекты в рассеянии были рассмотрены только в [36, 37] в связи с необходимостью оценки их роли при рассеянии в недрах Солнца. Были найдены только первые квантовые поправки по параметру $\hbar\omega/m_e c^2$, но этого вполне достаточно для наших целей.

Начнем с оценок квантовых поправок сначала без учета коллективных эффектов. Эти оценки могут быть получены из первых квантовых поправок при использовании формулы Клейна–Нишины. Даже такие оценки показывают, что в проблеме переноса излучения в недрах Солнца квантовые поправки к рассеянию могут быть порядка или больше релятивистских поправок. Поэтому при суммировании всех эффектов, которые имеют относительную малость $v_{T_e}^2/c^2$, мы не можем пропустить квантовые поправки к рассеянию. Действительно, согласно формуле Клейна–Нишины первые квантовые поправки к томсоновскому рассеянию на нерелятивистских электронах имеют вид

$$\sigma_e^{\text{sc, q, KL-N}} = \sigma_T \left(1 - \frac{2\hbar\omega}{m_e c^2} \right). \quad (89)$$

Поправочный член $2\sigma_T \hbar\omega/m_e c^2$ можно также записать в виде $2\sigma_T z v_{T_e}^2/c^2$. Учитывая, что в весовом множителе в коэффициенте непрозрачности эффективное значение z равно 3,7, мы убеждаемся в том, что в процессах переноса излучения квантовые и релятивистские поправки, действительно, одного порядка величины.

Однако в недрах Солнца рассеяние является коллективным и пользоваться формулой Клейна–Нишины нельзя. Для построения квантовой теории коллективного рассеяния нужно было преодолеть множество проблем и решить громоздкие уравнения. Использовать обычную теорию флуктуаций можно, но извлечь из нее даже первые квантовые поправки очень трудно ввиду необозримости общих выражений, которые еще требуют отделения эффектов, не связанных непосредственно с процессами рассеяния. Даже в классической теории флуктуаций такое отделение не является простой задачей. В физике плазмы при классическом подходе существует три других способа расчета вероятности коллективного рассеяния, из которых в [36] было использовано квантовое обобщение подхода, связанного с расчетом диффузии по импульсам электронов из-за индуцированного рассеяния на частотах, равных разности частот рассеянной и рассеиваемой волн. Это позволило найти часть матричного элемента рассеяния, связанного с коллективными эффектами, включая первые квантовые поправки по параметру $\hbar\omega/m_e c^2$. Далее, в [36] показано, что первые квантовые поправки по этому параметру в матричном элементе Клейна–Нишины, описывающем рассеяние на индивидуальном электроном, строго равны нулю, а сами поправки (89) возникают только из δ -функции, описывающей закон сохранения энергии и импульса при рассеянии (т.е. описывают только эффект отдачи при рассеянии). Таким образом, матричный элемент рассеяния на индивидуальных частицах с учетом квантовых поправок первого порядка по

параметру $zv_{T_e}^2/c^2$ можно положить равным матричному элементу томсоновского рассеяния. Громоздкие расчеты коллективного матричного элемента рассеяния с учетом только членов первого порядка по параметру $\hbar\omega/m_e c^2$ позволяют доказать, что он отличается от классического только тем, что в него входит квантовое выражение для диэлектрической проницаемости вместо его классического предела. При этом в квантовое выражение для вероятности входит значение диэлектрической проницаемости для частот, равных разности частот рассеянной и рассеиваемой волн, и для волнового вектора, равного разности волновых векторов этих двух волн. Здесь же мы выпишем соответствующее квантовое выражение диэлектрической проницаемости для частоты ω и волнового вектора \mathbf{k}

$$\epsilon_{\omega, \mathbf{k}} = 1 + \frac{4\pi e^2}{k^2} \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{\Phi_{\mathbf{p}} - \Phi_{\mathbf{p}-\hbar\mathbf{k}}}{\hbar\omega + \epsilon_{\mathbf{p}-\hbar\mathbf{k}} - \epsilon_{\mathbf{p}} + i0}. \quad (90)$$

С учетом этого значения диэлектрической проницаемости вероятность рассеяния на электронах записывается в форме, сходной с (52):

$$W_{\mathbf{p}}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = \frac{(2\pi)^3 e^4}{2m_e^2 \omega \omega'} (1+x^2) \left| \frac{1}{\epsilon_{\omega-\omega', \mathbf{k}-\mathbf{k}'}} \right|^2 \times \\ \times \delta\left(\omega - \omega' - (\mathbf{k} - \mathbf{k}') \cdot \mathbf{v} - \hbar \frac{(\mathbf{k} - \mathbf{k}')^2}{2m_e}\right). \quad (91)$$

Следует обратить внимание на одно существенное обстоятельство: в (91) помимо квантовых поправок $\sim zv_{T_e}^2/c^2$, как в формуле Клейна–Нишины, из диэлектрической проницаемости могут возникнуть поправки $\sim \hbar k/p \approx zv_{T_e}/c$ и в силу симметрии распределения электронов по скоростям может войти квадрат этого параметра $z^2 v_{T_e}^2/c^2$. Последний параметр имеет тот же малый фактор $v_{T_e}^2/c^2$, что и релятивистские поправки, но содержит дополнительное z^2 . Он возникает только в коллективном режиме рассеяния. Если раскладывать сечения по указанному новому малому параметру (вне рамановского резонанса), то возникнут как члены $\sim zv_{T_e}^2/c^2$, так и члены $\sim z^2 v_{T_e}^2/c^2$. Так как в весовом множителе в этих поправках имеется дополнительный фактор z^2 , то эффективное значение z при квантовом рассеянии может быть близко к 6, а не 3,7, как было раньше, а это может увеличить вклад квантовых эффектов, хотя они имеют тот же фактор $v_{T_e}^2/c^2$, как и остальные релятивистские вклады. Имеется и другая проблема, связанная с поправками первого порядка по параметру zv_{T_e}/c . Хотя в разложениях всех выражений поправки первого порядка исчезают в силу симметрии распределения электронов, но такое разложение неприемлемо вблизи рамановского резонанса. При рассмотрении уширения рамановского резонанса мы сохраним все линейные по этому параметру члены в знаменателе рамановского резонанса так же, как выше мы сохраняли линейные доплеровские поправки.

Квантовая диэлектрическая проницаемость может быть в общем виде выражена через введенную выше плазменную дисперсионную функцию $W(s)$ так же, как и ее классический предел; причем параметр s определяется соотношением

$$s = \frac{\omega - \omega'}{|\mathbf{k} - \mathbf{k}'| \sqrt{2} v_{T_e}}. \quad (92)$$

Нам не понадобится общее выражение такого рода и мы запишем результат с учетом только первого члена разложения по параметру $z^2 v_{T_e}^2/c^2$:

$$\epsilon_{\omega-\omega', \mathbf{k}-\mathbf{k}'} \approx 1 + \frac{\omega_{pe}^2}{|\mathbf{k} - \mathbf{k}'|^2 v_{T_e}^2} \left(W(s) + \frac{\kappa^2}{6} \frac{\partial^2}{\partial s^2} W(s) \right), \quad (93)$$

где

$$\kappa = \frac{\hbar|\mathbf{k} - \mathbf{k}'|}{2\sqrt{2} m_e v_{T_e}}. \quad (94)$$

Достаточно использовать первое приближение для $|\mathbf{k} - \mathbf{k}'| = \sqrt{2(1-x)}\omega/c$ и тогда в поправочном члене (93) мы имеем $\kappa^2 = z^2(1-x)v_{T_e}^2/(4c^2)$, т.е. действительно, поправки имеют порядок $z^2 v_{T_e}^2/c^2$, а не $zv_{T_e}^2/c^2$, как в случае неколлективного рассеяния.

Далее, в классическом пределе закон сохранения энергии и импульса при рассеянии дает $s = y$, что не верно в квантовом случае, и мы должны учесть в разложении члены до второго порядка по v_{T_e}/c . Отметим другой важный момент: разложение, которое мы хотим записать, будет разным в разных членах уравнения переноса. Действительно, транспортное сечение рассеяния получается из-за баланса прямых и обратных процессов рассеяния. Обратный процесс определяется электронами с импульсом, отличающимся от исходного на величину импульса, переданного волнам в процессе рассеяния $\hbar(\mathbf{k} - \mathbf{k}')$. Импульс частиц входит в вероятность рассеяния (91) только под знаком δ -функции, описывающей квантовый закон сохранения энергии и импульса при рассеянии. Смещая (при интегрировании по импульсам) импульс частиц на указанную величину $\hbar(\mathbf{k} - \mathbf{k}')$, мы, во-первых, превращаем функцию распределения конечного состояния в функцию распределения начального состояния (что соответствует тому, что в уравнении переноса будет фигурировать только функция распределения исходного состояния и результат как бы усредняется по начальному распределению частиц) и, во-вторых, в вероятности меняется только знак квантовых поправок под знаком δ -функции в члене, описывающем обратное рассеяние. Имея в виду возможность проведения такого типа упрощений в уравнениях переноса излучения, мы выпишем разложения для s и других величин в сечении, таких, например, как частота фотонов после рассеяния ω' с двумя знаками при z . Они войдут соответственно в выражения для прямого (+) и обратного (-) рассеяния. Обозначим соответствующие величины знаками \pm и учтем члены вплоть до второго порядка по параметру v_{T_e}/c . Получим

$$\omega'_{\pm} = \omega \left(1 - 2 \frac{v_{T_e}}{c} y \sqrt{1-x} + \right. \\ \left. + \frac{2v_{T_e}^2}{c^2} y^2 (1-x) \mp z \frac{v_{T_e}^2}{c^2} (1-x) \right), \quad (95)$$

$$(\mathbf{k} - \mathbf{k}')_{\pm}^2 = \frac{2\omega^2(1-x)}{c^2} \left\{ 1 - 2 \frac{v_{T_e}}{c} y \sqrt{1-x} + \right. \\ \left. + \frac{v_{T_e}^2}{c^2} [2(2-x)y^2 \mp z(1-x)] \right\}, \quad (96)$$

$$s_{\pm} = y \pm \frac{z}{2} \left[\frac{v_{T_e}}{c} \sqrt{1-x} - \frac{v_{T_e}^2}{c^2} y(1-x) \right], \quad (97)$$

$$A_{\pm}(x, y) = 1 - 3 \frac{v_{T_e}}{c} y \sqrt{1-x} + 2 \frac{v_{T_e}^2}{c^2} y^2 (3-2x) \mp 2 \frac{v_{T_e}^2}{c^2} z (1-x), \quad (98)$$

$$F_{\pm}(x, y) = 1 + \frac{\delta_e}{1-x} W(s_{\pm}) \left[1 + 2 \frac{v_{T_e}}{c} y \sqrt{1-x} - 2 \frac{v_{T_e}^2}{c^2} (2-x) \pm \frac{v_{T_e}^2}{c^2} z (1-x) \right] + \delta_e \frac{z^2 v_{T_e}^2}{24c^2} \frac{\partial^2}{\partial y^2} W(y). \quad (99)$$

Тогда транспортное сечение рассеяния при учете коллективных квантовых поправок записывается в виде

$$\sigma_e^{\text{sc, q, coll}} = \frac{8}{3} \sigma_T \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\exp(-y^2) dy}{\sqrt{\pi}} \times \int_{-1}^1 dx (1+x^2) \left[\frac{A_+(x, y)}{|F_+(x, y)|^2} - x \frac{A_-(x, y)}{|F_-(x, y)|^2} \right]. \quad (100)$$

Результат численного расчета по этой формуле дает

$$\frac{\delta \kappa_R^{\text{sc, q}}}{\kappa_R^{(0)}} = -0,7\%, \quad (101)$$

а с учетом столкновительного уширения рамановского резонанса

$$\frac{\delta \kappa_R^{\text{sc, q, br}}}{\kappa_R^{(0)}} = -1,0\%. \quad (102)$$

17. Квантовые эффекты в диффузии по частоте и вынужденном рассеянии

Эффекты диффузии по частоте связаны с обратным процессом и поэтому для учета в них квантовых поправок нужно везде заменить $A(x, y)$ на $A_-(x, y)$ и $F(x, y)$ на $F_-(x, y)$. Результат для вынужденного рассеяния можно записать даже в более компактной, чем в классическом пределе, форме

$$\sigma_0^{\text{st, q}}(z) = -\frac{3}{8} \frac{z}{\exp z - 1} \sigma_T \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\exp(-y^2) dy}{\sqrt{\pi}} \times \int_{-1}^1 dx (1+x^2) \left[\frac{A_+(x, y)}{|F_+(x, y)|^2} - \frac{A_-(x, y)}{|F_-(x, y)|^2} \right], \quad (103)$$

$$\sigma_1^{\text{st, q}}(z) = -\frac{3}{8} \frac{z}{\exp z - 1} \sigma_T \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\exp(-y^2) dy}{\sqrt{\pi}} \times \int_{-1}^1 dx (1+x^2) \frac{(\omega'_{\pm} - \omega)}{\omega} \times \left[\frac{A_+(x, y)}{|F_+(x, y)|^2} - \frac{A_-(x, y)}{|F_-(x, y)|^2} \right]. \quad (104)$$

Численный расчет по формулам (87) дает

$$\frac{\delta \kappa_R^{\text{fd, q}} + \delta \kappa_R^{\text{st, q}}}{\kappa_R^{(0)}} = -1,0\%, \quad (105)$$

а с учетом столкновительного уширения рамановского резонанса

$$\frac{\delta \kappa_R^{\text{fd, q, br}} + \delta \kappa_R^{\text{st, q, br}}}{\kappa_R^{(0)}} = -5,5\%. \quad (106)$$

Сумма (106) двух квантовых поправок после исключения эффектов, учтенных ранее, составляет -2% (результат предварительный).

18. Квантовые поправки, связанные с частичной вырожденностью электронов

Эти эффекты ранее рассматривались в [16]. Сечения рассеяния с учетом вырожденности электронов умножались на коэффициент, учитывающий релятивистские эффекты по формуле Клейна–Нишины, с помощью обсуждавшегося выше фактора $G(\tau, z)$, что неприменимо для недр Солнца. Для того чтобы отделить эффект вырожденности от релятивистских поправок мы, используя результаты [39], отдельно рассмотрели эффект вырожденности электронного газа без учета релятивистских эффектов, которые были обсуждены подробно выше с учетом всех коллективных эффектов. В первом приближении можно суммировать эффекты вырожденности и релятивистские эффекты. Результат расчета вклада вырожденности электронов имеет вид

$$\frac{\delta \kappa_R^{\text{deg}}}{\kappa_R^{(0)}} = -2,0\%. \quad (107)$$

19. Таблица новых коллективных эффектов в коэффициенте росселандовской непрозрачности в центре Солнца

Приведем сводную таблицу для поправок к нулевому приближению РКН, не учитывающему поглощение в линиях (приближенный переводной коэффициент, позволяющий отнести результаты к полному РКН, принятому ранее при расчетах ССМ, равен $2/3$).

Полное изменение солнечной непрозрачности из-за новых эффектов оказалось весьма значительным и должно учитываться при построении любой ССМ. Цифры, приведенные в таблице, говорят сами за себя.

Недавно были рассчитаны [39, 40] поправки, обязанные ионным корреляциям, которые составляют $-1,5\%$.

Таблица

№	Название эффекта	$\delta \kappa_R / \kappa_R^{(0)}$, %
1	Доплеровское и столкновительное уширение рамановского резонанса	-3,0
2	Релятивистские поправки к рассеянию на электронах и электронной поляризационной оболочке ионов	-0,2
3	Диффузия по частоте и вынужденное рассеяние	-4,5
4	Коллективные эффекты в тормозном поглощении	-0,2
5	Релятивистские эффекты в тормозном поглощении	+0,2
6	Квантовые эффекты в рассеянии	-2,0
7	Эффекты вырожденности электронов	-2,0
8	Поправки на показатель преломления	+0,1
9	Поправки на неоднородность плотности	-0,1
	Сумма	-11,7
	2/3 суммы	-7,8

Если их добавить к значению, которое приведено в таблице, то мы получим $-9,3\%$. Последние данные указывают на то, что вклад ионов железа в поглощение в линиях, по-видимому, значительно меньше и составляет $1/4$, а не $1/3$, как принято в таблице. Если в приведенной таблице ввести коэффициент $3/4$ вместо $2/3$, то для уменьшения непрозрачности получим $-8,8\%$, а с учетом ионных корреляций $-10,3\%$. Эти оценки указывают на те неопределенности, которые сейчас имеются в оценке непрозрачности Солнца. Другие неопределенности обсуждаются в следующем разделе.

Полное изменение солнечной непрозрачности из-за новых эффектов оказалось значительным и должно учитываться при построении любой ССМ. Таблица дает поправки для центральной области Солнца. Для построения ССМ необходим расчет таблиц непрозрачности с учетом коллективных эффектов, которые можно использовать во всех областях Солнца, что по нашему опыту представляет объемную и сложную математическую задачу.

Но один важный качественный эффект может быть отмечен уже здесь. С увеличением расстояния от центра Солнца падает как температура, так и плотность плазмы. Дебаевский радиус, содержащий корень квадратный из отношения температуры к плотности, меняется при этом не сильно, но частота максимума коэффициента непрозрачности $3,7T/\hbar$ меняется более значительно, т.е. возрастает длина волны и, следовательно, коллективные эффекты могут играть значительно большую роль. Для формирования потока излучения существенны только центральные области Солнца, где происходят термоядерные реакции. Фактически они прекращаются на расстоянии около $0,25R_{\odot}$. Рост коллективного параметра при увеличении расстояния от центра Солнца интересно проследить именно в области $0 < R < 0,25R_{\odot}$. Зависимость коллективного параметра δ_e от расстояния в этой области может быть построена для частот, равных $3,7T/\hbar$, по данным в которых коллективные эффекты не учтены. Эта зависимость показывает, что имеется систематическое увеличение коллективного параметра с ростом расстояния от центра Солнца во всей области. При этом δ_e увеличивается к границе этой области примерно в 1,7 раза. Таким образом, коллективные эффекты во всей области формирования излучения велики и их роль возрастает к границе этой области. Таблица дает заниженную оценку роли коллективных эффектов в недрах Солнца. Данные могут быть уточнены в будущем только после более полного расчета непрозрачности, как функции расстояния от центра Солнца с учетом коллективных эффектов, что представляет собой весьма важную задачу.

20. Заключение

Подведем основные итоги проведенного анализа. По сравнению с ранее принимавшимся положением о том, что максимальная неопределенность в коэффициенте непрозрачности Солнца не может быть большей $\pm 3\%$, учет всего спектра коллективных эффектов показал, что суммарное изменение коэффициента непрозрачности имеет определенный знак, а именно, происходит *уменьшение* коэффициента непрозрачности на $\approx 10\%$. В силу того, что солнечная светимость обратно пропорциональна коэффициенту непрозрачности и прямо пропор-

циональна T^4 , это приводит к уменьшению оценки температуры центральной области Солнца примерно на $2,2\%$. Сильная зависимость потока высокоэнергичных нейтрино от температуры приводит к уменьшению теоретических предсказаний их ожидаемого потока в ~ 2 раза, что примерно соответствует измеренным потокам. Однако сама проблема дефицита не решается полностью, так как, например, дефицит бериллиевых нейтрино не уменьшается столь сильно. Этот дефицит как раз непосредственно не измеряется ни в одном эксперименте. Разнобой в дефиците на разных каналах возможно связан с влиянием коллективных плазменных процессов на ядерные реакции и в первую очередь на реакцию (5а), приводящую к генерации бериллиевых нейтрино. Имеются и другие проблемы, вытекающие из проведенного здесь анализа. Но независимо от них 10%-ное уменьшение непрозрачности является значительным эффектом во всей проблеме нейтринного дефицита.

Подчеркнем, что оценены *все* коллективные эффекты, имеющие при $\delta_e \sim 1$ буквенную малость v_{Te}^2/c^2 , т.е. проведено полное рассмотрение возможной роли таких процессов. Использованы новые аналитические результаты. Численные расчеты были проведены как по стандартным программам, так и по программе, специально созданной в Неапольском институте прикладной математики. Для вычисления одной поправки на РС по стандартным программам необходимо больше недели. Специально созданная программа требует еще больше времени из-за своей сложности, но является более точной. Она осуществляет проверку точности вычислений на каждом этапе. Результаты расчетов по этой программе как раз и приведены в таблице.

Отметим пределы неточностей приведенных результатов, которые свяжем с новыми проблемами, вытекающими из проделанного анализа, приведем список этих проблем и некоторые комментарии к списку.

1. Коллективные эффекты для поглощения в линиях.

Наболее существенную роль играет поглощение в линиях непольностью ионизованного железа, резонансная длина волны для которых почти точно совпадает с дебаевской длиной экранирования. Но до сих пор при рассмотрении поглощения в линиях железа в недрах Солнца считалось, что это поглощение можно рассматривать так, как если бы ионы железа находились в вакууме. Имеются методы, позволяющие рассмотреть проблему поглощения в условиях, когда в поглощение вносят вклад как связанные электроны, так и электроны, осуществляющие дебаевское экранирование. Тормозное поглощение вблизи линий имеет ряд особенностей и наилучшим термином будет поглощение в линиях [23]. Метод расчета подробно изложен в [23]. Поскольку относительный вклад в коэффициент непрозрачности поглощения в линиях железа составляет примерно $1/3$, то даже не очень большие изменения в поглощении на ионах железа могут дать заметное изменение непрозрачности. Эта проблема не решена и остается для будущих исследований. Ее надо иметь в виду при оценке возможных неопределенностей в коэффициенте непрозрачности.

2. Решение уравнений переноса излучения с учетом диффузии по частоте без использования теории возмущений.

Для общего случая коллективного рассеяния проблема только сформулирована. Для рассеяния в вакууме

получены некоторые предварительные результаты. Возможно, что обнаруженный эффект быстрых вариаций интенсивности излучения с частотой при более полном рассмотрении приведет к еще большему уменьшению РКН.

3. Коллективные эффекты в захвате протонов ионами ${}^7\text{Be}$.

Проблема была сформулирована выше. Единственное замечание, которое нужно сделать: как обычно, плазменные электроны должны одновременно играть роль частиц, которые могут быть захвачены ионами, и частиц, которые дают вклад в дебаевское экранирование поля иона. Этот эффект до сих пор не учитывался. Правильное рассмотрение процесса захвата в плазме может быть получено только путем развития теории флуктуаций, которая учитывала бы возможность захвата электронов ядрами ионов.

4. Возможность существования разности температур электронов и ионов в недрах Солнца.

Эта возможность вполне вероятна, но для утверждения о ее реальности требуются дополнительные исследования. Во многих лабораторных экспериментах электронная температура намного больше ионной. Примером, который в некотором смысле даже можно считать моделирующим солнечные условия, являются радиочастотные разряды в плазме, когда электроны получают энергию от внешнего высокочастотного поля быстрее, чем они передают энергию ионам плазмы. Условия этих экспериментов, конечно, противоположны солнечным условиям в том смысле, что они соответствуют оптически тонкой плазме. Однако перенос энергии в недрах Солнца в определенной степени происходит в сходных условиях, так как переносимое излучение поглощается электронами, и время передачи поглощенной энергии ионам через парные электрон-ионные столкновения в 5 раз больше характерного времени получения энергии электронами от излучения. Это отнюдь не означает, что мы настаиваем на наличии разности температур электронов и ионов в недрах Солнца. Но мы думаем, что эта проблема должна быть проанализирована более глубоко, имея в виду также возможности развития неустойчивостей, которые часто приводят к тому, что электронная температура превышает ионную.

Почему этот эффект, если он действительно существует, представляется важным? Во-первых, даже из формул нулевого приближения, приведенных в настоящей статье для случая произвольных и разных температур электронов и ионов, легко найти, что дополнительное уменьшение коэффициента непрозрачности с учетом коэффициента $2/3$ составит $-2,7\%$. Во-вторых, солнечная сейсмология показывает наличие звуковых колебаний, которые должны формировать каскады в области меньших длин волн. В случае одинаковых температур электронов и ионов этот каскад не может распространяться в бесстолкновительную область звуковых волн, распространение каскада в эту область возможно лишь в неизотермической плазме. В последнем случае физика плазмы предсказывает формирование хвоста энергичных частиц в протонном распределении, что может изменить предсказание нейтринного потока.

5. Возможность развития неустойчивостей, связанных с самим процессом переноса излучения.

Этот вопрос только затронут в тексте. Заметим, что волны разных частот поглощаются на разных длинах и

возникает вопрос о том, не может ли это приводить к локально неравновесным поправкам в распределении фотонов, а следовательно, и электронов?

6. Наличие турбулентности в центральной области Солнца и связанного с ней аномального турбулентного переноса излучения.

Имеется ряд указаний на то, что центральная часть Солнца может иметь большую скорость дифференциального вращения и по другим данным может быть конвективно неустойчивой. Если это будет показано с определенностью, то следует подробнее проанализировать возможность аномального радиационного переноса излучения.

7. Перенос энергии быстрыми частицами, генерируемыми турбулентностью.

Таким образом, при построении ССМ нужно учитывать как новые коллективные эффекты, обсуждаемые в настоящем обзоре, так и отмеченные в заключении неопределенности, связанные с новыми проблемами, которые могут быть поставлены с точки зрения плазменного подхода, учитывающего коллективные процессы.

Благодарности

Авторы выражают благодарность М. Оккорсио за помощь в численных расчетах. Авторы также благодарят Европейское сообщество за INTAS грант, который сделал возможным сотрудничество, приведшее к написанию данного обзора.

Список литературы

- Morrison D, Preprint CERN-PPE/94-125 (Geneva: CERN, 1994); Моррисон Д *УФН* **165** 579 (1995) [*Sov. Phys. Usp.* (1995)]
- Tsytoich V N, Bingham R, de Angelis U "Collective Plasma Effects in the Radiative Transport in Solar Interior", in *Proceedings of the International Topical Workshop on "Solar-Neutrino Problem: Astrophysics or Oscillations"* Vol. 1 (Eds V Berezhinsky, E Fiorini) (Gran Sasso: Laboratori Nazionali del Gran Sasso, 1994) p. 238 (L'Aquila, Italy, 28 February – 1 March, 1994)
- Bachal J N *Neutrino Astrophysics* (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1989)
- Tsytoich V N, Bingham R, de Angelis U *Collective Plasma Corrections to the Solar Opacity* RAL report RL940015 (UK: Rutherford-Appleton Laboratory, 1994); Tsytoich V N et al. *Plasma collective effects in radiative transport in solar interior and the problem solar neutrino problem* RAL-TR95-066 (UK: Rutherford-Appleton Laboratory, 1995)
- Boerker D B *Astrophys. J.* **316** L95 (1987)
- Huebner W F *Physics of the Sun* Vol. 1 (Ed. P Sturrock) (Boston: Reidel Corp., 1993) p. 33
- Salpeter E E *Astron. J.* **294** 17 (1954); Karraro C, Shaffer A, Koonin S E *Astrophys. J.* **331** 565 (1988)
- Цытович В Н *Нелинейные эффекты в плазме* (М.: Наука, 1967) [Tsytoich V N *Nonlinear Effects in Plasma* (New York, London: Consultants Bureau, 1970)]
- Цытович В Н *Теория турбулентной плазмы* (М.: Атомиздат, 1971) [Tsytoich V N *Theory of Turbulent Plasma* (New York, London: Consultants Bureau, 1977)]
- Гинзбург В Л, Цытович В Н *Переходное излучение и переходное рассеяние* (М.: Наука, 1984) [Ginzburg V L, Tsytoich V N *Transition Radiation and Transition Scattering* (Bristol, New York: Adam Hilger, 1990)]
- Гинзбург В Л *ЖЭТФ* **10** 589 (1940); Ginzburg V L *J. Phys. USSR* **2** 441 (1940); *Sov. Phys. Usp.* **69** 587 (1959)
- Балеску Р *Статистическая механика заряженных частиц* (М.: Мир, 1967) [Balescu R *Statistical Mechanics of Charged Particles* (Amsterdam: North-Holland, 1965)]
- Цытович В Н *УФН* **165** 89 (1995) [Tsytoich V N *Sov. Phys. Usp.* **38** 87 (1995)]

14. Turck-Chiies S et al. *Phys. Rep.* **230** 57 (1993)
15. Брестецкий В Б, Лифшиц Е М, Питаевский Л П *Квантовая электродинамика* (М.: Наука, 1989) с. 404 [Berestetsky V B, Lifshits E M, Pitaevsky L P *Quantum Electrodynamics* (New York, London: Pergamon Press, 1989)]
16. Rose J J. *Phys. B* **26** L29 (1993)
17. Ситенко А Г *Флуктуации и нелинейное взаимодействие волн в плазме* (Киев: Наукова думка, 1977) [Sitenko A G *Fluctuations and Nonlinear Interactions of Waves in a Plasma* (New York, London: Pergamon Press, 1979)]
18. Evans D E, Katzenstein J *Rep. Prog. Phys.* **32** 207 (1969)
19. Iglesias C A, Rogers F J *Astrophys. J.* **371** 408 (1991)
20. Tsytovich V N et al. *Collective Effects in Bremsstrahlung in dense plasmas* RAL-TR95-066-6 (UK: Rutherford–Appleton Laboratory, 1995); *Plasma Physics* (1995) (to be published)
21. Бекефи Д *Радиационные процессы в плазме* (М.: Мир, 1971) [Bekefi D *Radiation Processes in Plasmas* (New York: Wiley, 1966)]
22. Ichimaru S *General Principles of Plasma Physics* (Mass.: Benjamin, 1973)
23. *Поляризационное тормозное излучение частиц и атомов* (Под ред. В Н Цытовича, И М Ойрингеля) (М.: Наука, 1987) с. 137 [Polarization Bremsstrahlung (Eds V N Tsytovich, I M Ojringel) (New York, London: Plenum Press, 1992) p. 123]
24. Цытович В Н *Труды ФИАН* **66** 176 (1973) [Tsytovich V N *Tr. Fiz. Inst. Akad. Nauk SSSR* **66** 176 (1973)]
25. Акопян А В, Цытович В Н *ЖЭТФ* **71** 166 (1976) [*Sov. Phys. JETP* **44** 87 (1976)]
26. Tsytovich V N et al. *Relativistic Effects in Bremsstrahlung in solar interior* RAL-TR95-066-8 (UK: Rutherford–Appleton Laboratory, 1995); *Phys. Lett. A* **205** 199 (1995); *Erratum Phys. Lett. A* **206** (1996)
27. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Электродинамика сплошных сред* (М.: Наука, 1982) с. 386 [Landau L D, Lifshits E M *Electrodynamics of Continuous Media* (New York, London: Pergamon Press 1985)]
28. Tsytovich V N et al. *Broadening of Raman Resonance in Photon Scattering in Plasmas* RAL-TR95-066-4 (UK: Rutherford–Appleton Laboratory, 1995); *Plasma Phys.* **53** 335 (1995)
29. Stenflo L, Tsytovich V N *Comments on Plasma Physics and Controlled Fusion* **16** 105 (1995)
30. Tsytovich V N et al. *Relativistic Corrections to Collective Photon Scattering in Plasmas* RAL-TR95-066-6 (UK: Rutherford–Appleton Laboratory, 1995); *Plasma Phys.* (1995) (to be published)
31. Tsytovich V N et al. *The Equations for Radiative Transfer in Solar Interior* RAL-TR95-066-3 (UK: Rutherford–Appleton Laboratory, 1995); *Plasma Phys.* (1995) (to be published)
32. Sampson D H *Astrophys. J.* **129** 734 (1959)
33. Buchler J R, Yuch W R *Astrophys. J.* **21** 440 (1976)
34. Kawafami R et al. *Phys. Rev.* **A38** 3618 (1988)
35. Tsytovich V N et al. *Stimulated Scattering and Frequency Diffusion of Photons in Plasmas* RAL-TR95-066-5 (UK: Rutherford–Appleton Laboratory, 1995); *Plasma Phys.* (1995) (to be published)
36. Цытович В Н *ЖЭТФ* (1995) (в печати) [*Sov. Phys. JETP* (1995) (to be published)]; *Phys. Rev. E* (1995) (to be published)
37. Tsytovich V N et al. *Collective Quantum Scattering of Radiation in Plasmas in Plasmas* RAL Report (UK: Rutherford–Appleton Laboratory, 1995); *Plasma Phys.* (1995) (to be published)
38. Iton N, Nakagawa M, Kohyama Y *Astrophys. J.* **294** 17 (1985)
39. Nakagawa M, Kohyama Y, Itoh N *Astrophys. J. Suppl.* **63** 661 (1987)
40. Dagdeverin N R, Koonin S E *Astrophys. J.* **319** 192 (1987)
41. Itoh K et al. *Astrophys. J. Suppl.* **63** 661 (1987); **382** 636 (1991)

COLLECTIVE PLASMA PROCESSES IN THE SOLAR INTERIOR AND THE PROBLEM OF THE SOLAR NEUTRINO DEFICIT

V.N. Tsytovich

General Physics Institute, Russian Academy of Sciences,
ul. Vavilova 38, 117942 Moscow, Russia
Tel. (7-095) 135-02 47
Fax (7-095) 135-02 70
E-mail: tsyt@ewm.gpi.msk.su

R. Bingham

Rutherford Appleton Laboratory,
Chilton, Oxfordshire, OX110QX, UK
Tel. (44-1235) 44-58 00
Fax (44-1235) 44-58 48
E-mail: sms@vk.rl.ac.uk

U. de Angelis, A. Forlani

Departimento di Scienze Fisiche, Universita di Napoli "Federico II",
Mostra d'Oltremare, Pad 20, 80125, Napoli, Italy
Tel. (39-81) 7-25-33-57
Fax (39-81) 2-39-43-08
E-mail: deangelis@na.infn.it

This review presents the results of the recent calculations of collective plasma processes of radiation transport in the solar interior. The review introduces a remarkable number of previously neglected effects which are shown to reduce substantially the Rosseland opacity at the center of the Sun (the decrease of opacity is approximately 10 %, which is greater than the previously accepted possible errors in opacity). It is also shown that effects which were previously treated without taking into account the collective behavior of plasmas, change appreciably when the collective nature of the plasma is included. The analysis is based on the modern concepts of plasma physics in which an essential role is played by photon scattering on ions and by the oscillations of ion electron shells in emission and bremsstrahlung absorption processes. The processes which contribute most to a decrease in opacity are: the broadening of the Raman resonance (due to both the Doppler effect and binary electron-ion collisions), frequency diffusion in radiation transfer processes, the processes of stimulated scattering and collective quantum corrections to the scattering. A list of collective plasma effects which influence photon transport in the dense central solar plasma is presented. The results of these new calculations show that a better agreement between the observed neutrino flux and the theoretical predictions may be achieved. New problems are discussed which can be of importance from the point of view of modern plasma physics for solar neutrino production in different energy ranges.

PACS numbers: 96.60.Kx, 52.25.Gj, 52.25.Jm, **52.90.+z**

Bibliography — 41 references

Received 15 June 1995