

ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

Метод Монте-Карло в нелинейной статистической оптике

В.П. Кандидов

Обзор современного состояния исследований методом статистических испытаний распространения случайно-модулированных оптических волн в регулярных и случайно-неоднородных нелинейных средах. Рассматривается широкий круг явлений нелинейной статистической оптики: самомодуляция шумовых импульсов, самовоздействие частично-когерентных пучков, формирование и устойчивость солитонов, вынужденное комбинационное рассеяние, распространение интенсивных световых пучков в турбулентной атмосфере, адаптивная фокусировка излучения. Значительное внимание уделено обоснованию модели фазовых экранов для сплошной случайно-неоднородной нелинейной среды, методике численного эксперимента со случайными световыми полями.

PACS numbers: 02.70.Lq

Содержание

1. Введение (1309).

1.1. Система "излучение–среда". 1.2. Численный эксперимент в нелинейной статистической оптике.

2. Метод статистических испытаний в нелинейной оптике случайно-неоднородных сред (1311).

2.1. Процедура Монте-Карло. 2.2. Формирование случайных полей. 2.3. Сходимость метода.

3. Частично-когерентное излучение в регулярной среде (1322).

3.1. Самомодуляция шумового импульса. 3.2. Статистика солитонов. 3.3. Нестационарное самовоздействие пучков. 3.4. Вынужденное комбинационное рассеяние.

4. Световые пучки в турбулентной атмосфере (1331).

4.1. Классификация задач. 4.2. Пространственная статистика пучка. 4.3. Адаптивная компенсация искажений.

5. Заключение (1336).

Список литературы (1336).

1. Введение

Нелинейная статистическая оптика охватывает широкий круг явлений, связанных с нелинейным преобразованием, распространением и генерацией световых волн. К ее задачам относятся анализ влияния флуктуаций излучения и нерегулярностей среды на эффективность нели-

нейных процессов, изучение статистики светового поля в условиях нелинейного взаимодействия со средой. Частичная когерентность волны накачки ограничивает эффективность процессов генерации гармоник, параметрического преобразования света, вынужденного комбинационного рассеяния [1]. Нелинейные эффекты в твердотельных лазерах приводят к формированию ультракоротких импульсов света [2], к распаду пучка на нити вследствие мелкомасштабной самофокусировки [3]. В проточных CO₂-лазерах совместное проявление нелинейности и неоднородности активной среды увеличивает расходимость излучения, вызывает пульсации выходной мощности [4]. При распространении лазерного пучка флуктуации оптических параметров среды порождают возмущения светового поля, на развитие которых влияют нелинейные эффекты. В атмосфере — это эффекты теплового самовоздействия, пробоя, нелинейного поглощения в аэрозолях, которые существенно ограничивают предельные параметры устройств лазерного зондирования, локации [5].

Анализ нелинейного взаимодействия случайных волн представляет интерес как для современной оптики, так и для акустики, радиофизики, теории плазмы. Стохастические волновые процессы в нелинейных средах отражают общие закономерности трансформации пространственных, временных и спектральных характеристик динамических полей. К этим процессам относятся, например, возникновение турбулентности в плазме [6] и в ударных звуковых волнах [7–9], развитие флуктуаций интенсивного светового поля в атмосфере [10].

1.1. Система "излучение–среда"

Для стохастических нелинейных волн существенно, что их флуктуации и флуктуации параметров среды взаимно влияют друг на друга. Иными словами, излучение и среда образуют нелинейную распределенную систему с зам-

В.П. Кандидов. Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, физический факультет
119899 Москва, Воробьевы горы
Тел. (095) 939-30-91
E-mail: kandidov@fort.phys.msu.ru

Статья поступила 22 декабря 1995 г.,
после доработки 2 сентября 1996 г.

кнутым кольцом обратной связи. При падении некогерентных волн на регулярную среду нелинейная система возбуждается флуктуациями излучения. Эти флуктуации наводят в нелинейной среде случайное поле возмущений, на которых происходит рассеяние как регулярной, так и флуктуационной компоненты волн. При когерентной волне, падающей на случайно-неоднородную среду, происходит параметрическое возбуждение системы "излучение-среда". В этом случае рассеяние волны на неоднородностях среды порождает ее флуктуации, которые в свою очередь наводят случайные возмущения в среде.

Параметрический процесс рассеяния регулярной компоненты волны на наведенных в среде случайных возмущениях приводит к перекачке энергии этой компоненты во флуктуационную. Вследствие этого возможно нарастание флуктуаций поля и среды во времени и в пространстве при распространении волны в нелинейной среде, т.е. происходит потеря устойчивости в системе "излучение-среда". Рассеяние флуктуационной компоненты волны на наведенных ею возмущениях среды эквивалентно замыканию обратной связи по флуктуациям в системе "излучение-среда". В результате этого происходит трансформация пространственно-временной статистики флуктуаций излучения в нелинейной среде.

Изучение статистики случайно-модулированного оптического излучения в нелинейных средах относится к одной из наиболее сложных проблем современной оптики и лазерной физики. Для теоретических исследований статистических задач нелинейной оптики привлекается широкий арсенал аналитических методов [1, 5, 11, 12]. Однако возможности аналитических методов в исследовании задач нелинейной статистической оптики невелики. Это вызвано тем, что средние значения параметров случайного светового поля, т.е. моменты поля, в нелинейной среде связаны бесконечной цепочкой дифференциальных уравнений, для замыкания которой необходимы довольно сильные ограничения на статистику поля, уровень его флуктуаций, взаимную корреляцию возмущений излучения и среды. Такие предположения фактически соответствуют разрыву обратной связи по флуктуациям светового поля и среды в нелинейной системе "излучение – среда". Так, в методах возмущений используется линеаризация, при которой флуктуационная компонента поля ξE_0 предполагается малой по сравнению с регулярной E_0 ($\xi \ll 1$) [11–14]. В соответствии с этим не учитывается, во-первых, вклад интенсивности флуктуаций $|\xi E_0|^2$ в формирование случайных возмущений среды $\varepsilon_{\text{нл}}$ и, во-вторых, рассеяние флуктуаций поля ξE_0 на наведенных возмущениях $\varepsilon_{\text{нл}}$.

В исследованиях на основе уравнений для моментов поля используется предположение либо о сохранении нормального закона распределения флуктуаций световой волны [1, 15, 16], либо о том, что флуктуации излучения и среды статистически независимы [11]. Эти предположения позволяют расцепить совместные моменты для флуктуаций поля и среды и получить в итоге замкнутую систему уравнений для моментов светового поля. Для решения этой системы обычно используется безаберрационное приближение, согласно которому исследуемое поле принимается статистически стационарным, однородным и изотропным. Физически предположение о сохранении первоначальной статистики светового поля допустимо при слабой нелинейно-

сти. В этом случае доминируют линейные волновые процессы дифракции и дисперсии над нелинейным преобразованием волны. Предположение о статистической независимости флуктуаций поля и среды применимо в условиях инерционности и нелокальности нелинейного отклика среды. Так, при тепловом самовоздействии светового пучка, радиус которого много больше масштаба случайных неоднородностей поля и среды, наведенные флуктуации в среде быстро сглаживаются вследствие температуропроводности, и нелинейная рефракция определяется, в основном, средним температурным полем [11, 17].

В методе интегрирования по траекториям исходная статистическая задача сводится к континуально-интегральному уравнению, для решения которого необходима итерационная процедура [18, 19]. На практике удается осуществить лишь нулевую итерацию, что соответствует приближению заданного канала или заданной интенсивности. Приближения заданного канала, как и предположения статистической независимости флуктуаций светового поля и среды разрывают фактически обратную связь по флуктуациям в замкнутой нелинейной системе "излучение-среда".

Довольно эффективным является анализ усредненных характеристик излучения на основе уравнений для моментов интенсивности [20, 21]. Этот подход, называемый обычно методом моментов, дает удовлетворительную точность, если световое поле близко к статистически стационарному, однородному, что справедливо в случае слабой нелинейности.

1.2. Численный эксперимент в нелинейной статистической оптике

С развитием вычислительных методов в исследовании взаимодействия когерентных волн [22–24] стало возможным использование этого аппарата для статистических задач нелинейной оптики. Проведение статистических испытаний со случайными световыми полями в нелинейных средах с регулярными и случайно-неоднородными параметрами открывает принципиально новые возможности в нелинейной статистической оптике.

Метод статистических испытаний, или иначе метод Монте-Карло, обычно определяют как способ построения случайной величины, математическое ожидание которой является искомым [25]. В нелинейной статистической оптике метод Монте-Карло состоит в численной имитации на ЭВМ стохастических световых полей, моменты и функции распределения которых являются искомыми статистическими характеристиками излучения в нелинейной среде. Статистическая обработка ансамбля случайных световых полей дает возможность на основе единого подхода провести комплексное исследование характеристик излучения в нелинейной среде [10, 26, 27]. Численные эксперименты на ЭВМ со случайными световыми полями позволяют изучить механизм развития их неустойчивости, исследовать статистические и интегральные характеристики излучения, найти законы распределения флуктуаций, получить критические значения параметров распространения, наконец, определить область применимости тех или иных предположений, используемых в аналитических оценках. С помощью метода Монте-Карло можно рассчитать оптимальные параметры конкретных лазерных устройств, работающих в реальных условиях.

2. Метод статистических испытаний в нелинейной оптике случайно-неоднородных сред

2.1. Процедура Монте-Карло

2.1.1. Корпускулярный подход. По-видимому, впервые метод Монте-Карло (ММК) был применен в нелинейной оптике при исследовании генерации ультракоротких импульсов. Анализ основывался на флуктуационной модели, предложенной в [28, 29] и развитой в [30]. В ней рассматривается эволюция статистически независимых флуктуационных выбросов спонтанного излучения лазера в условиях их усиления активной средой и селекции нелинейным поглотителем. По "машинным осциллограммам" лазерной вспышки была изучена динамика формирования ультракоротких импульсов в твердотельном лазере с просветляющимся фильтром, а также в комбинационном световодном лазере [31, 32].

Наибольшее развитие алгоритмы метода ММК получили в нейтронной физике. Непосредственное перенесение этих алгоритмов на задачи оптики приводит к корпускулярной модели, в которой распространение света рассматривается как марковская цепь случайных актов столкновения фотонов с молекулами вещества [33] (рис. 1а). По ансамблю из нескольких тысяч случайных траекторий фотона исследуются угловое распределение и поляризация рассеянного излучения [34], случайное уширение и блуждание световых пучков [35], видимость рассеивающего объекта [36], функция передачи в аэрозоле с несферическими частицами [37].

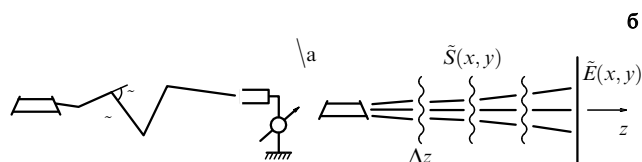


Рис. 1. Модели распространения излучения в случайно-неоднородной среде: корпускулярная (а), модель фазовых экранов (б).

Непосредственно к корпускулярной модели примыкает геометрикооптический подход, в котором рассчитывается случайный ход световых лучей в атмосфере, представляемой случайно расположенными сферическими вихрями различных масштабов и профилей показателя преломления [38], а также звуковых лучей в подводном акустическом канале со случайным полем внутренних волн [39].

2.1.2. Модель фазовых экранов. В нелинейной оптике более перспективным является метод статистических испытаний, использующий волновое представление. При таком подходе, в отличие от имитационного моделирования элементарных актов взаимодействия света с веществом, рассматривается волновой процесс распространения стохастического излучения в случайно-неоднородной нелинейной среде. Волновая модель основывается на параболической теории дифракции и дисперсии и является обобщением марковского приближения в оптике случайно-неоднородных сред на нелинейный случай. Для стохастического излучения такой подход допустим, если масштабы неоднородностей поля и среды много больше длины волны λ . Излучение имеет

узкий пространственный спектр, диаграмма направленности при рассеянии на неоднородностях среды сильно вытянута вдоль направления распространения. Это позволяет пренебречь рассеянием назад, что соответствует представлению распространения излучения в случайно-неоднородной среде марковским процессом. В марковском приближении световая волна последовательно проходит слои случайно-неоднородной среды [40].

Развитием этих представлений является модель фазовых экранов (МФЭ), в которой сплошная случайно-неоднородная среда заменяется цепочкой экранов-рассеивателей (рис. 1б). Для нелинейной случайно-неоднородной среды МФЭ имеет вид цепочки чередующихся экранов, одни из которых имитируют "собственные" неоднородности среды, другие — неоднородности, наведенные случайным световым полем. Между экранами происходит дифракция и дисперсия рассеянного вперед излучения.

Модель фазовых экранов является довольно общим подходом в исследовании волн в случайно-неоднородных средах. Представление сплошной среды с крупномасштабными неоднородностями в виде последовательности слоев использовано в локальном методе малых возмущений [41, 42]. МФЭ широко используется для исследования флуктуаций акустического сигнала в звуковом канале океана, сейсмических волн в земной коре, электромагнитных волн в ионосферной и космической плазме, волн оптического диапазона в турбулентной атмосфере [43].

Простейшая модель из одного фазового экрана отражает основные свойства волнового поля в сплошной случайно-неоднородной среде и позволяет аналитически рассчитать многие его статистические характеристики. Возможность анализа дифракции волны в толстом слое случайно-неоднородной среды на основе модели фазового экрана рассмотрена, по-видимому, впервые в [44]. Теория дифракции волны за тонким экраном со случайной фазовой и амплитудной модуляцией подробно изложена в спектральном представлении в фундаментальном обзоре [45].

Наиболее адекватно один фазовый экран описывает рассеяние волн в тонком слое среды, когда флуктуации светового поля формируются за слоем. Такая ситуация соответствует прохождению электромагнитных волн через ионосферу [45]. Условия применимости модели тонкого фазового экрана к ионосферным задачам рассмотрены в [46]. В дальнейшем было показано [47], что для условий ионосферы модель одного фазового экрана дает хорошее согласие с расчетами в приближении метода плавных возмущений. С помощью одномерного фазового экрана исследован спектр плотности распределения интенсивности в условиях сильных флуктуаций радиоволн, рассеянных в ионосфере, дана интерпретация эффекта мерцаний широкополосного сигнала спутников [48].

Простая модель фазового экрана используется для теоретического анализа различных статистических задач теории волн. В [49, 50] рассмотрены сильные флуктуации интенсивности плоской волны, рассеянной на одномасштабном экране, в [51] — на экране с широким спектром пространственных флуктуаций фазы. В приближении нелинейной геометрической акустики аналитически исследованы средние значения, функции распределения и вероятности флуктуаций амплитуды ударных фронтов

волны произвольного профиля, рассеянной на одномерном фазовом экране [52]. В [53] получена оценка времени распространения импульса от излучателя к приемнику, между которыми находится фазовый экран. Установлено, что среднее время прихода сигнала на приемник, вычисленное с весом интенсивности, больше среднего времени прихода, вычисленного без веса.

Погрешность представления сплошного слоя неоднородной среды одним фазовым экраном анализируется в [54] на основе численного решения уравнения для четвертого момента сигнала. Установлено, что для слоя, толщина которого меньше внешнего масштаба неоднородности L_0 , дисперсия флуктуаций интенсивности совпадает для сплошной среды и бесконечно тонкого экрана. При толщине слоя, превышающей L_0 , фазовый экран значительно завышает флуктуации интенсивности в отсутствие насыщения. Погрешность модели существенно уменьшается при помещении экрана в середине трассы.

Модель цепочки фазовых экранов значительно точнее воспроизводит свойства сплошной случайно-неоднородной среды. Проблема адекватности МФЭ сплошной среде имеет принципиальное значение [43]. В [55] показано, в частности, что дисперсия фазы поля в случае слабых флуктуаций стремится к аналитической оценке в приближении метода плавных возмущений. Идентичность выражений для четвертого момента поля, записанного в виде свертки для сплошной среды и полученного для цепочки фазовых экранов, продемонстрирована в [56].

МФЭ для нелинейной случайно-неоднородной среды основывается на следующих предположениях:

1. Возмущения оптических свойств среды, связанные с ее нерегулярностью и нелинейностью, аддитивны. Это означает, что диэлектрическая проницаемость среды $\bar{\epsilon}_\Sigma$, в общем случае комплексная, представляется в виде

$$\bar{\epsilon}_\Sigma = \bar{\epsilon} + \bar{\epsilon}_{\text{нл}} + \tilde{\bar{\epsilon}}, \quad (2.1)$$

где $\bar{\epsilon}$ — невозмущенная диэлектрическая проницаемость, $\bar{\epsilon}_{\text{нл}}$, $\tilde{\bar{\epsilon}}$ — вклады в диэлектрическую проницаемость, вызванные соответственно нелинейностью и нерегулярностью среды. Такое предположение допустимо для диэлектриков, оптических волокон, открытых трасс в атмосфере, естественных водоемах.

2. Среда слабо нелинейная и слабо неоднородная:

$$\bar{\epsilon}_{\text{нл}}, \quad \tilde{\bar{\epsilon}} \ll \bar{\epsilon}. \quad (2.2)$$

3. Излучение имеет узкий пространственный и временной спектры:

$$\frac{k_\perp}{k_z}, \quad \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \ll 1, \quad (2.3)$$

где $k_\perp$ — проекция волнового вектора в плоскости, перпендикулярной направлению распространения по оси Oz , $\Delta\omega$ — ширина частотного спектра. Неравенства (2.3) означают, что масштабы пространственной r_k и временной τ_k когерентности поля много больше соответственно длины волны λ и периода T :

$$\frac{r_k}{\lambda}, \quad \frac{\tau_k}{T} \gg 1. \quad (2.4)$$

4. Возмущения случайно-неоднородной среды являются крупномасштабными в пространстве и мед-

ленно меняются во времени:

$$\frac{l_\epsilon}{\lambda}, \quad \frac{\tau_\epsilon}{T} \gg 1, \quad (2.5)$$

где l_ϵ и τ_ϵ — пространственный и временной масштабы "собственных" неоднородностей среды.

В слабо нелинейной среде, возмущения которой удовлетворяют условиям (2.5), пространственно-временной спектр светового поля $E(\mathbf{r}, z, t)$ медленно обогащается, волна остается слабо расходящейся квазимонохроматической и для нее справедливы неравенства (2.4). В результате неоднородности, наведенные полем в среде, можно считать крупномасштабными и медленно меняющимися:

$$\frac{l_{\text{нл}}}{\lambda}, \quad \frac{\tau_{\text{нл}}}{T} \gg 1. \quad (2.6)$$

Это позволяет использовать параболическое приближение теории дифракции и дисперсии для стохастического светового поля в нелинейной случайно-неоднородной среде [40, 57]. Комплексная амплитуда поля $\tilde{E}(\mathbf{r}, z, t)$ удовлетворяет уравнению

$$2ik_0 \frac{\partial \tilde{E}}{\partial z} = \Delta_\perp \tilde{E} - k_0 \frac{\partial^2 k}{\partial \omega^2} \frac{\partial^2 \tilde{E}}{\partial \eta^2} + k_0^2 \frac{\epsilon_{\text{нл}} + \tilde{\epsilon}}{\epsilon} \tilde{E} - ik_0 \alpha_\Sigma \tilde{E}, \quad (2.7)$$

где $\eta = t - z/u_{\text{гр}}$ — время в сопровождающих координатах, $k_0 = \omega/\sqrt{\epsilon\epsilon_0\mu_0}$ — волновое число для невозмущенной среды, ϵ_0 , μ_0 — электрическая и магнитная постоянные, $\epsilon = \text{Re } \bar{\epsilon}$, $\epsilon_{\text{нл}} = \text{Re } \bar{\epsilon}_{\text{нл}}$, $\tilde{\epsilon} = \text{Re } \tilde{\bar{\epsilon}}$. Для коэффициента затухания α_Σ справедливы соотношения

$$\alpha_\Sigma = \alpha + \alpha_{\text{нл}} + \tilde{\alpha}, \quad \alpha = -k_0 \text{Im } \bar{\epsilon}, \\ \alpha_{\text{нл}} = -k_0 \text{Im } \bar{\epsilon}_{\text{нл}}, \quad \tilde{\alpha} = -k_0 \text{Im } \tilde{\bar{\epsilon}}. \quad (2.8)$$

Наведенные возмущения среды $\bar{\epsilon}_{\text{нл}}$ определяются материальными уравнениями, конкретный вид которых следует из анализа процессов взаимодействия излучения со средой. Для задач нелинейной атмосферной оптики такой анализ выполнен в [58].

В случае нелинейности, вызванной электронной поляризуемостью, ориентационным эффектом Керра, материальное уравнение для $\epsilon_{\text{нл}}$ принимает вид [57, 59]

$$\tau_{\text{нл}} \frac{\partial \epsilon_{\text{нл}}}{\partial t} + \epsilon_{\text{нл}} = \epsilon_2 E E^*, \quad (2.9)$$

где ϵ_2 — коэффициент при кубичном члене разложения по полю нелинейной поляризуемости, $\tau_{\text{нл}}$ — время установления нелинейного отклика. В случае изобарического теплового самовоздействия [5]:

$$\left[\rho C_p \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \nabla \right) - \kappa \Delta \right] \epsilon_{\text{нл}} = \frac{\partial \epsilon}{\partial T} \alpha_{\text{п}} I, \quad (2.10)$$

где $\tilde{I} = (cn_0\epsilon_0/2)\tilde{E}\tilde{E}^*$ — интенсивность излучения. В условиях нелинейного поглощения система материальных уравнений описывает также изменение коэффициента $\alpha_{\text{нл}}$. При просветлении водного аэрозоля, например, $\alpha_{\text{нл}}$ определяется из цепочки кинетических уравнений для моментов функции распределения частиц по размерам [60].

Уравнение (2.7) совместно с уравнениями среды рассматривается при заданном поле $\tilde{E}(\mathbf{r}, 0, t)$ в плоско-

сти передающей апертуры $z = 0$:

$$\tilde{E}(\mathbf{r}, 0, t) = \tilde{E}_0(\mathbf{r}, t). \quad (2.11)$$

Поле $\tilde{E}_0(\mathbf{r}, t)$ является регулярным для когерентного источника и стохастическим с заданным спектром $\Phi_E(\vec{z}, \omega)$ для частично-когерентного. Случайное поле $\tilde{e}(\mathbf{r}, z, t)$ "собственных" флуктуаций диэлектрической проницаемости среды определяется ее пространственно-временным спектром $\Phi_e(\vec{z}, \omega)$, который считается известным.

Следуя [40], можно более строго определить область применимости параболического уравнения (2.7) для анализа самовоздействия стохастических световых полей в случайно-неоднородных нелинейных средах. Наряду с неравенствами (2.4) – (2.6), характеризующими крупномасштабность неоднородностей среды, необходимо выполнение следующих условий:

$$l_e^4, l_{nl}^4, r_k^4 \gg \lambda^3 z; \quad \tau_e^3, \tau_{nl}^3, \tau_k^3 \gg \frac{\partial^3 k}{\partial \omega^3} z, \quad (2.12)$$

что определяет справедливость параболических приближений в теориях дифракции и дисперсии:

$$\alpha_\Sigma \lambda \ll 1, \quad \pi^2 k_0^2 z \int_{k\sqrt{2}}^k \Phi(x) x dx \ll 1, \quad (2.13)$$

что соответствует малой энергии поглощения и обратного рассеяния.

Условия (2.5), (2.6) позволяют распространить марковское приближение на нелинейный случай и применить МФЭ для исследования волн в случайно-неоднородных нелинейных средах. В результате численного эксперимента, выполненного на основе МФЭ, определяется комплексная амплитуда электрического поля в плоскости наблюдения. Это адекватно измерениям амплитуды и фазы светового поля в нелинейной среде с известной статистикой падающего излучения и неоднородностей среды.

2.1.3. Схема метода Монте-Карло. Система, состоящая из (2.7) и материального уравнения среды, при некоторых распределениях диэлектрической проницаемости $\tilde{e}^{(i)}(\mathbf{r}, z, t)$ в среде и световой волны $\tilde{E}_0^{(i)}(\mathbf{r}, t)$ в плоскости излучения определяет случайную реализацию светового поля $\tilde{E}^{(i)}(\mathbf{r}, z, t)$. Получение выборки световых полей $\{\tilde{E}^{(i)}(\mathbf{r}, z, t), i = 1, \dots, N\}$ состоит в многократном решении этой системы на ансамбле случайных функций $\{\tilde{e}^{(i)}(\mathbf{r}, z, t), i = 1, \dots, N\}$, характеризующихся спектром $\Phi_e(\vec{z}, \omega)$, и на ансамбле начальных условий $\{\tilde{E}_0^{(i)}(\mathbf{r}, t), i = 1, \dots, N\}$ со спектром $\Phi_E(\vec{z}, \omega)$. По выборке $\{\tilde{E}^{(i)}(\mathbf{r}, z, t), i = 1, \dots, N\}$ проводится статистический анализ случайного светового поля в ряде плоскостей $z = \text{const}$. Согласно теории статистического моделирования [61] погрешность для выборочных оценок $\langle \rangle_N$ статистических характеристик убывает пропорционально $\sqrt{N}$.

Таким образом, метод Монте-Карло в волновой статистической оптике включает следующие составные части:

формирование случайных полей источника $\tilde{E}_0^{(i)}(\mathbf{r}, t)$ и экранов-рассеивателей, имитирующих флуктуации диэлектрической проницаемости в случайно-неоднородной среде: $\tilde{e}^{(i)}(\mathbf{r}, z, t)$, $\tilde{\alpha}^{(i)}(\mathbf{r}, z, t)$;

получение реализаций светового поля $\tilde{E}^{(i)}(\mathbf{r}, z, t)$, $i = 1, \dots, N$, многократным решением на ЭВМ задачи распространения оптического излучения в нелинейной неоднородной среде;

статистическая обработка полученного ансамбля световых полей $\{\tilde{E}^{(i)}(\mathbf{r}, z, t), i = 1, \dots, N\}$.

Метод Монте-Карло на основе МФЭ широко используется в исследовании линейных волновых задач оптики случайно-неоднородных сред. Впервые статистические испытания с волнами, рассеянными на фазовом экране, выполнены в [62], где на примере тонкого слоя анизотропной ионосферы рассмотрены методические вопросы численного моделирования дифракции стохастических волн. Функция распределения флуктуаций интенсивности плоской волны за тонким турбулентным слоем изучалась в [63] на модели одного фазового экрана.

С помощью цепочки фазовых экранов исследовано влияние случайных неоднородностей и высотного градиента концентрации электронов в ионосфере на статистику сигналов разных частот [64], рассмотрено частотно-селективное замирание широкополосного сигнала в ионосферном канале [65]. Методика применения МФЭ к исследованию распространения волн в ионосфере обсуждается в [65, 66].

В акустике МФЭ используется для изучения влияния внутренних волн на флуктуации акустического сигнала в подводном звуковом канале [67]. Для моделирования флуктуаций скорости звука формируется случайное поле внутренних волн в виде суперпозиции собственных мод канала с произвольными фазами.

Наибольшее распространение ММК на основе МФЭ получил в оптике турбулентной атмосферы. Поскольку флуктуации световой волны формируются на атмосферной трассе в случайном поле показателя преломления, используется модель из многих фазовых экранов. В [68] с помощью МФЭ исследованы сильные флуктуации интенсивности плоской волны при различных параметрах атмосферной турбулентности. Модель содержала на длине распространения двенадцать-двадцать экранов, воспроизводящих флуктуации показателя преломления со степенным пространственным спектром. Для определения спектра флуктуаций интенсивности использовался ансамбль из десяти реализаций, при обработке которого осуществлялось дополнительное усреднение в плоскости наблюдения, допустимое для статистически изотропных полей. В работе проведено сравнение моделей сплошной случайно-неоднородной среды в виде цепочки из двадцати фазовых экранов и одиночного экрана, расположенного в соответствии с [54] на половине длины распространения. Показано, что одиночный фазовый экран с такой же дисперсией, что и суммарная у всей цепочки экранов, занижает приблизительно на 25 % дисперсию флуктуаций интенсивности плоской волны σ_I^2 в широком диапазоне изменений внутреннего масштаба l_0 (рис. 2).

На основе развитой в [68] методики выполнена серия работ по изучению статистики интенсивности световой волны в турбулентной атмосфере. В них исследована дисперсия флуктуаций интенсивности светового пучка [69], проведено прямое сравнение результатов численного эксперимента с данными натурных измерений [70]. Анализ первых пяти статистических моментов интенсивности в областях слабой турбулентности, сильных фокусировок и насыщения флуктуаций поля показал, что известные асимптотические теории справедливы только

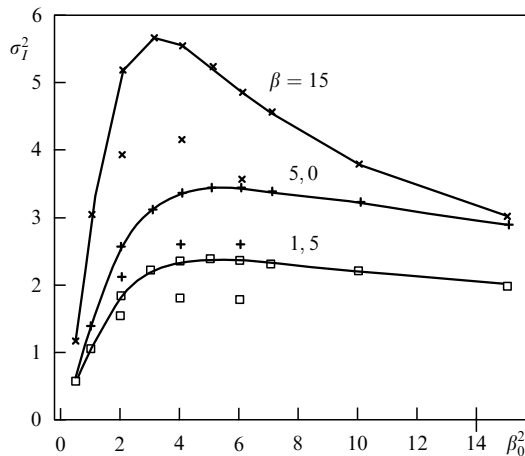


Рис. 2. Сравнение зависимости от β_0^2 для дисперсии флуктуаций интенсивности σ_I^2 плоской волны, полученной в МФЭ из 20 экранов (сплошные линии с символами) и в модели из одного экрана (отдельные символы при β_0^2 , равном 2, 4, 6). Флуктуации среды описываются колмогоровским спектром с внутренним масштабом l_0 при $l_0/R_F = 0,6\beta$, где $R_F = \sqrt{z/k_0}$ — радиус Френеля, параметр β указан у кривых, β_0^2 — дисперсия флуктуаций плоской волны в приближении метода плавных возмущений [68].

в области экстремально сильного насыщения флуктуаций [71]. Статистические исследования функции распределения флуктуаций интенсивности плоской и сферической волн в турбулентной атмосфере выполнены в [72].

Геометрооптический подход в модели фазовых экранов использован в [73] для исследования среднего числа лучей и плотности каустик при многолучевом распространении волн в случайно-неоднородной среде.

Преимущества метода статистических испытаний в волновых задачах случайно-неоднородных сред подробно обсуждаются в [74], где показано хорошее совпадение численных результатов для четвертого момента поля с известными аналитическими решениями.

Возможности МФЭ в нелинейных задачах распространения лазерных пучков в турбулентной атмосфере продемонстрированы в [22], где получены отдельные реализации светового поля при самовоздействии в случайном поле показателя преломления. Статистическим испытаниям в нелинейной оптике турбулентной атмосферы посвящено значительное число работ, обзоры которых даны в [10, 23, 75].

С помощью метода Монте-Карло рассмотрена пространственная статистика световых пучков в атмосфере при нестационарном тепловом самовоздействии [76], в условиях ветровой рефракции [77], определены среднестатистические параметры интенсивных лазерных пучков при пульсациях скорости ветра на атмосферной трассе [78, 79]. Статистические испытания на основе МФЭ выполнены для анализа систем адаптивной оптики, работающих в атмосферных условиях [80–82].

2.1.4. Модель фазовых экранов и метод расщепления. Цепочка из конечного числа экранов рассеивателей хорошо отражает свойства сплошной нелинейной среды со случайно-неоднородными параметрами, если расстояние между экранами Δz мало по сравнению с длинами характерного изменения поля по эволюционной координате: длиной нелинейности $L_{нл}$, дисперсии $L_{дп}$, дифрак-

ции $L_{дф}$, экстинкции,

$$\Delta z \ll \min\{L_{нл}, L_{дп}, L_{дф}, \alpha^{-1}\}. \quad (2.14)$$

Масштабы полей $L_{дф}$ и $L_{дп}$ для случайно-неоднородной волны определяются выражениями

$$L_{дф} = k_0 r_k^2, \quad L_{дп} = \frac{\tau_k^2}{|\partial^2 k / \partial \omega^2|}. \quad (2.15)$$

При условии (2.14) эффекты нелинейности, дисперсии, дифракции и поглощения слабо влияют на изменение светового поля на слое Δz . Это позволяет представить слой случайно-неоднородной нелинейной среды Δz системой двух экранов, один из которых имитирует "собственные" флуктуации диэлектрической проницаемости среды, а другой — флуктуации, наведенные полем вследствие нелинейности отклика среды. После экранов происходит дифракция и дисперсия волны при распространении на расстояние Δz в линейной однородной среде.

Сплошная среда в целом представляется цепочкой из попарно расположенных экранов. Между экранами соседних слоев флуктуации поля, вызванные экранами "собственных" и наведенных возмущений среды, трансформируются в процессе дифракции и дисперсии. В отсутствие поглощения, когда среда порождает только фазовые возмущения волны, происходит фазово-амплитудная конверсия этих возмущений в промежутке между экранами и амплитудно-фазовая конверсия на нелинейных экранах. При этом взаимная конверсия возмущений амплитуды и фазы волны развивается в условиях стохастизации фазы "собственными" флуктуациями случайно-неоднородной среды.

Модель фазовых экранов для нелинейной случайно-неоднородной среды является фактически физической интерпретацией метода расщепления, который широко применяется в вычислительной математике [83]. В этом методе дифференциальное уравнение со сложным оператором, представимым в виде суммы более простых составляющих, заменяется на каждом слое Δz цепочкой уравнений с составляющими операторами. Это позволяет использовать наиболее эффективные методы численного решения каждого из уравнений цепочки. При физическом обосновании такого подхода говорят о методе расщепления по физическим факторам.

Для уравнения (2.7) метод расщепления приводит к следующей цепочке уравнений на слое $[z_j, z_{j+1}]$, $j = 1, \dots, J-1$, где J — число слоев. Первое описывает случайное возмущение комплексной фазы поля "собственными" неоднородностями среды:

$$2ik_0 \frac{\partial \tilde{E}_e}{\partial z} = k_0^2 \frac{\tilde{e}}{e} \tilde{E}_e - ik_0 \tilde{\alpha} \tilde{E}_e, \quad z \in [z_j, z_{j+1}]. \quad (2.16)$$

Начальным условием для этой задачи при $z = z_j$ является комплексная амплитуда на левой границе слоя, которая известна:

$$\tilde{E}_e(\mathbf{r}, z_j, t) = \tilde{E}(\mathbf{r}, z_j, t).$$

Второе уравнение описывает искажение поля вследствие амплитудно-фазовой конверсии, при которой неоднородности в распределении интенсивности вызывают нелинейные возмущения фазы:

$$2ik_0 \frac{\partial \tilde{E}_{\text{нл}}}{\partial z} = k_0^2 \frac{\varepsilon_{\text{нл}}}{\varepsilon} \tilde{E}_{\text{нл}} - ik_0(\alpha_{\text{нл}} + \alpha) \tilde{E}_{\text{нл}}, \quad z \in [z_j, z_{j+1}]. \quad (2.17)$$

Это уравнение рассматривается совместно с материальным уравнением среды. Начальным условием для $\tilde{E}_{\text{нл}}$ в плоскости z_j является результат решения предыдущей задачи:

$$E_{\text{нл}}(\mathbf{r}, z_j, t) = \tilde{E}_e(\mathbf{r}, z_{j+1}, t).$$

Третье — волновое распространение излучения в линейной регулярной среде толщиной Δz , при котором наведенные фазовые возмущения трансформируются в амплитудные:

$$2ik_0 \frac{\partial \tilde{E}_b}{\partial z} = \Delta_{\perp} \tilde{E}_b - k_0 \frac{\partial^2 k}{\partial \omega^2} \cdot \frac{\partial^2 \tilde{E}_b}{\partial \eta^2}, \quad z \in [z_j, z_{j+1}], \quad (2.18)$$

с начальным условием

$$\tilde{E}_b(\mathbf{r}, z_j, t) = \tilde{E}_{\text{нл}}(\mathbf{r}, z_{j+1}, t).$$

Результат решения последней задачи принимается за искомое поле на правой границе слоя z_{j+1} :

$$\tilde{E}(\mathbf{r}, z_{j+1}, t) \equiv \tilde{E}_b(\mathbf{r}, z_{j+1}, t). \quad (2.19)$$

На следующем слое $[z_{j+1}, z_{j+2}]$ осуществляется вновь последовательное решение задач рассеяния, нелинейного искажения и волнового распространения излучения. При этом начальным условием для первой из них является полученное ранее поле в плоскости z_{j+1} .

Порядок рассмотрения процессов на слое Δz неоднозначен. Изложенная выше процедура приводит к несимметричной схеме. При симметризации сначала рассматривается волновое распространение излучения на расстоянии $\Delta z/2$, затем — неоднородные и нелинейное искажения поля и потом вновь — волновая задача на толщине $\Delta z/2$. Нетрудно видеть, что для всей задачи в целом переход к симметричной схеме приводит к изменениям лишь на первом и последнем слое. Вместе с тем, при небольшом числе слоев ($J \leq 10$) симметричная схема обеспечивает более высокую точность [75].

Впервые идея метода расщепления в задачах распространения волн в нелинейных случайно-неоднородных средах высказана в краткой заметке [84]. Современное видение этого метода и способы построения расщепленных операторов при анализе волн в линейных случайно-неоднородных средах обсуждается в обзорной статье [85].

В нелинейной волновой оптике метод расщепления впервые был применен для анализа нестационарной самомодуляции ультракороткого импульса в нелинейной диспергирующей среде [86]. Большое распространение метод получил после работы [22] и в дальнейшем был развит для решения широкого круга задач нелинейной атмосферной оптики в [23]. В настоящее время метод расщепления является наиболее эффективным в нелинейной волновой оптике и лазерной физике [24]. Он используется для анализа распространения световых импульсов в оптических волокнах [87], пучков на атмосферных трассах [10, 75], формирования излучения в CO_2 -лазерах [88, 89] и мощных твердотельных усилителях [90], для изучения явления вынужденного комбинационного рас-

сеяния [91, 92], обращения волнового фронта [93], задач адаптивной оптики [80–82] и многих других.

2.1.5. Метод численного эксперимента. Решение задачи рассеяния поля на "собственных" неоднородностях среды (2.16) имеет вид

$$\begin{aligned} \tilde{E}_e(\mathbf{r}, z_{j+1}, t) &= \tilde{E}_e(\mathbf{r}, z_j, t) \exp\{-i\tilde{S}_j(\mathbf{r}, t)\}, \\ \tilde{S}_j(\mathbf{r}, t) &= \frac{1}{2} \int_{z_j}^{z_{j+1}} \left[k_0 \frac{\tilde{\varepsilon}(\mathbf{r}, z', t)}{\varepsilon} - i\tilde{\alpha}(\mathbf{r}, z', t) \right] dz'. \end{aligned} \quad (2.20)$$

Здесь $\tilde{S}_j$ — случайная фаза, в общем случае комплексная. Ее действительная часть равна набегу фазы волны, мнимая — половине оптической толщи $\theta_j/2$ на j -м слое в нерегулярной среде. Возмущение фазы волны совпадает с поправкой первого порядка в геометрикооптическом приближении [40].

Если толщина слоя Δz превышает внутренний l_0 и внешний L_0 масштабы возмущений в среде:

$$\Delta z > L_0 > l_0, \quad (2.21)$$

то применима модель δ -коррелированной диэлектрической проницаемости среды по эволюционной координате z [40]. Для статистически стационарного и изотропного поля $\tilde{\varepsilon}(\mathbf{r}, z, t)$ спектр $F_S(\vec{\mathbf{z}}, \omega)$ случайной фазы $\tilde{S}(\mathbf{r}, t)$ на экране выражается следующим образом [10]:

$$F_S(\vec{\mathbf{z}}, \omega) = \frac{\pi k_0^2}{2} \Delta z \Phi_e(\vec{\mathbf{z}}_{\perp}, 0, \omega), \quad (2.22)$$

где $\Phi_e(\vec{\mathbf{z}}_{\perp}, 0, \omega)$ — спектральная плотность трехмерного нестационарного поля $\tilde{\varepsilon}(\mathbf{r}, z, t)$.

Для гауссова поля $\tilde{\varepsilon}(\mathbf{r}, z, t)$ условие δ -коррелированности означает статистическую независимость флуктуаций фазы $\tilde{S}$ на различных экранах:

$$\langle \tilde{S}_j(\mathbf{r}, t) \tilde{S}_{j'}^*(\mathbf{r}, t) \rangle = \sigma_S^2 \delta_{jj'}, \quad (2.23)$$

σ_S^2 — дисперсия флуктуаций фазы на экране.

В задачах атмосферной оптики используется модель "замороженной" турбулентности. В этом случае поле $\tilde{S}(\mathbf{r}, t)$ на экране удовлетворяет условию

$$\tilde{S}_j(\mathbf{r}, t) = \tilde{S}_j(\mathbf{r} - \mathbf{v}_{\perp} t, 0). \quad (2.24)$$

Это соответствует представлению движущейся случайно-неоднородной среды в виде последовательности экранов $\tilde{S}_j$, смещающихся со скоростью $\mathbf{v}_{\perp}$ в направлении, перпендикулярном распространению излучения.

Для задачи (2.17) о нелинейных искажениях поля решение имеет вид [23]

$$\begin{aligned} E_{\text{нл}}(\mathbf{r}, z_{j+1}, t) &= E_{\text{нл}}(\mathbf{r}, z_j, t) \times \\ &\times \exp\left\{-\frac{\theta_j}{2}\right\} \exp\left\{-i\varphi_{\text{нл}j} - \frac{\theta_{\text{нл}j}}{2}\right\}, \end{aligned} \quad (2.25)$$

где

$$\varphi_{\text{нл}j} = \frac{k_0}{2\varepsilon} \int_{z_j}^{z_{j+1}} \varepsilon_{\text{нл}}(I) dz, \quad \theta_{\text{нл}j} = \int_{z_j}^{z_{j+1}} \alpha_{\text{нл}}(I) dz.$$

Выражение (2.25) описывает изменение поля при рассеянии на экране с возмущениями фазы $\varphi_{\text{нл}j}$ и оптической толщи $\theta_{\text{нл}j}$, наведенными полем в слое Δz . Для их определения необходима итерационная процедура. Однако в условиях малой нелинейности на одном экране

допустима линеаризация, что соответствует приближению заданного поля на слое Δz ¹:

$$\begin{aligned}\varphi_{\text{нл}j}(\mathbf{r}, t) &\simeq \frac{k_0 \Delta z}{2\varepsilon} \varepsilon_{\text{нл}} (|E_{\text{нл}}(\mathbf{r}, z_j, t)|^2), \\ \theta_{\text{нл}j}(\mathbf{r}, t) &\simeq \frac{\Delta z}{2} \alpha_{\text{нл}} (|E_{\text{нл}}(\mathbf{r}, z_j, t)|^2).\end{aligned}\quad (2.26)$$

В этом приближении можно оценить нелинейную длину $L_{\text{нл}}$, введенную в неравенстве (2.14), как расстояние, на котором набег фазы $\varphi_{\text{нл}}$ не превышает, например, $\pi/2$, а оптическая толщина $\theta_{\text{нл}} \leq 10^{-2} \div 10^{-3}$:

$$L_{\text{нл}} = \min \left\{ \frac{\pi \varepsilon}{k_0 \varepsilon_{\text{нл}}}, \frac{2 \cdot (10^{-2} \div 10^{-3})}{\alpha_{\text{нл}}} \right\}. \quad (2.27)$$

Линейную волновую задачу (2.18) можно рассматривать различными численными методами. Однако наиболее эффективным является анализ в спектральном пространстве гармоник поля, для которых набег фазы вычисляется точно, тогда как разностные схемы неизбежно вносят дисперсионную погрешность, которая связана с аппроксимацией волнового оператора [94].

При численном анализе поле представляется функциями дискретного аргумента в плоскостях z_j . Например, комплексная амплитуда световой волны выражается в виде

$$E(\mathbf{r}, z, t) \rightarrow E_{pqm}(z) \equiv E(x_p, y_q, z, t_m). \quad (2.28)$$

Для квадратной сетки с шагом h

$$x_p = ph, \quad y_q = qh, \quad p, q = 1, \dots, P, \quad \mathcal{L} = Ph.$$

При шаге дискретизации по времени h_t

$$t_m = mh_t, \quad m = 1, \dots, M, \quad \mathcal{L}_t = Mh_t.$$

Параметр $\mathcal{L}$ можно определить как размер "машинной" апертуры, в которой рассматривается распространение волны, $\mathcal{L}_t$ — как "машинное" время наблюдения импульса в сопровождающей системе координат.

При получении решения волновой задачи $E_{pqm}(z_j)$ в спектральном пространстве используются прямое F и обратное F^{-1} преобразования Фурье для функции дискретного аргумента, которое осуществляется с помощью алгоритма быстрого преобразования Фурье (БПФ), что значительно сокращает вычислительные затраты. Поле $E_{pqm}(z_{j+1})$ записывается следующим образом:

$$\begin{aligned}E_{pqm}(z_{j+1}) &= \\ &= F^{-1} \left\{ \exp \left[\frac{i}{2k_0} (\kappa_{p'}^2 + \kappa_{q'}^2 + \kappa_{m'}^2) \Delta z \right] F[E_{pqm}(z_j)] \right\},\end{aligned}\quad (2.29)$$

где

$$\omega_{m'} = \left(k_0 \frac{\partial^2 k}{\partial \omega^2} \right)^{1/2} \frac{2\pi}{\mathcal{L}_t} m', \quad \kappa_{p'} = \frac{2\pi}{\mathcal{L}} p', \quad \kappa_{q'} = \frac{2\pi}{\mathcal{L}} q'$$

— частоты пространственно-временного спектра; $p', q' = 1, \dots, P; m' = 1, \dots, M$ — номера гармоник.

Исследование волнового поля в линейной случайно-неоднородной среде различными численными схемами показало [74], что процедура расщепления, т.е. применение МФЭ, сокращает приблизительно на 30 % время

вычислений по сравнению с непосредственным решением стохастического параболического уравнения (2.7) при $\alpha_{\text{нл}}, \varepsilon_{\text{нл}} = 0$. При этом использование алгоритма БПФ повышает эффективность метода расщепления, особенно в условиях сильных флуктуаций.

Детальный анализ эффективности различных численных схем на примере задачи о солитоне в регулярной среде с кубичной нелинейностью выполнен в [24]. Установлено, что метод расщепления с алгоритмом БПФ требует значительно меньше шагов разбиения Δz и h , чем конечно-разностные схемы при одной и той же точности сохранения интегралов движения. Вследствие этого вычислительные затраты в методе расщепления сокращаются в десять и более раз по сравнению с конечно-разностными.

В [95] развит алгоритм широкоугольного метода расщепления для модифицированного параболического уравнения, справедливого при значительном изменении направления волнового вектора в средах с сильными крупномасштабными флуктуациями параметров. Алгоритм ориентирован на исследование подводных акустических каналов.

2.1.6. Адекватность численного анализа. Представление полей на дискретной сетке при численном анализе равносильно длинноволновому приближению полей в плоскости $z = \text{const}$ [94]. Шаг дискретизации h ограничивает снизу наименьший масштаб поля, воспроизводимого в численном эксперименте:

$$\min\{r_k, l_e\} = 2h, \quad \tau_k = 2h_t. \quad (2.30)$$

Близкое условие сформулировано в [65] для шага сетки h фазового экрана атмосферной турбулентности:

$$h < \frac{l_0}{3},$$

где l_0 — внутренний масштаб турбулентности.

Из (2.30) следует, что наивысшая частота пространственного спектра поля с дискретным аргументом, называемая частотой Найквиста сетки κ_N , равна

$$\kappa_N = \frac{\pi}{h}. \quad (2.31)$$

Низшая частота κ_1 пространственного спектра для поля на сетке обратно пропорциональна размеру ее "машинной" апертуры:

$$\kappa_1 = \frac{2\pi}{\mathcal{L}}. \quad (2.32)$$

Относительная ширина спектрального диапазона для пространственных частот на сетке в соответствии с (2.28) равна

$$\frac{\kappa_N}{\kappa_1} = P,$$

для временного —

$$\frac{\omega_M}{\omega_1} = M. \quad (2.33)$$

В этот диапазон должен укладываться пространственно-временной спектр всех полей, воспроизводимых в численном эксперименте. В противном случае возникают погрешности в спектральном пространстве. При использовании дискретного преобразования Фурье эти погрешности связаны с явлением наложения частот, при

¹ Приближение заданного поля на слое Δz является значительно более слабым ограничением, чем применение этого приближения на всей длине распространения z_j .

котором в спектре поля появляются ложные гармоники [96, 97].

При распространении в случайно-неоднородной среде в условиях сильных флуктуаций возможно возникновение пространственных гармоник светового поля E более высокой частоты κ_E , чем верхняя граница κ_e спектра Φ_e "собственных" неоднородностей среды. При нелинейно-оптическом взаимодействии пространственные спектры полей E , $\varepsilon_{\text{нл}}$ обогащаются и максимальная частота $\max \kappa_E$ спектра поля Φ_E возрастает. Поэтому на верхнюю границу спектра падающей волны $\Phi_E(z=0)$ и спектра "собственных" неоднородностей среды Φ_e накладывается следующее условие [22, 97]:

$$\max\{\kappa_E(z=0), \kappa_e\} < \kappa_N. \quad (2.34)$$

Тем самым в спектральном пространстве создается "буферная" зона, предназначенная для заполнения высокочастотными гармониками полей E и $\varepsilon_{\text{нл}}$, появление которых возможно при сильных флуктуациях и нелинейно-оптическом взаимодействии. Спектры полей E и $\varepsilon_{\text{нл}}$ обычно не ограничены, и на практике достаточно контролировать, чтобы энергия высших гармоник светового поля на сетке $E(\kappa_P, \kappa_P, \omega_M)$ была мала при любом z . Например,

$$|E(\kappa_P, \kappa_P, \omega_M)|^2 \leq 10^{-(2 \div 4)} \max_{p', q', m'} \left\{ |E(\kappa_{p'}, \kappa_{q'}, \omega_{m'})|^2 \right\}. \quad (2.35)$$

Конкретный анализ влияния дисперсии флуктуаций фазы экрана на параметры расчетной сетки выполнен в [65, 68]. Для экрана с гауссовым спектром фазы из условия (2.31) дана следующая оценка для шага сетки h [65]:

$$h < \frac{\pi l_S}{\sqrt{2} \sigma_S}, \quad (2.36)$$

где σ_S^2 , l_S — дисперсия и масштаб когерентности фазовых флуктуаций на экране. В [68] из асимптотических оценок спектра сильных флуктуаций интенсивности плоской волны в турбулентной атмосфере получено выражение для необходимого числа узлов на сетке P :

$$P = 2(\sigma_I^2)^{2/\gamma} 10^{1/\gamma+2} \left[\frac{1+\gamma/2}{2\gamma\Gamma(1+\gamma/2)\cos(\pi\gamma/4)} \right]^{2/\gamma}, \quad (2.37)$$

где σ_I^2 — дисперсия флуктуаций интенсивности, γ — показатель степенного спектра флуктуаций диэлектрической проницаемости в среде. При условии (2.37) амплитуда гармоник на нижней и верхней границах диапазона изменения интенсивности на сетке не превышает 1 % амплитуды основных спектральных компонент. В соответствии с (2.37), например для колмогоровского спектра атмосферной турбулентности ($\gamma = 5/3$) [40], на сеточном фазовом экране из 512×512 узлов возможно достичь дисперсии флуктуаций интенсивности $\sigma_I^2 \simeq 15$, на экране из 1024×1024 узлов — $\sigma_I^2 \simeq 25$.

"Машинная" апертура $\mathcal{L}$ и $\mathcal{L}_t$, как правило, много меньше реальной области, в которой распространяется световой пучок, и длительности наблюдения импульса. Однако влияние "машинной" апертуры мало, если поле на ее границах близко к нулю при любом z :

$$|E(\mathcal{L}, \mathcal{L}_t, z)|^2 \leq 10^{-(2 \div 4)} \max_{p, q, m} \left\{ |E_{p, q, m}(z)|^2 \right\}. \quad (2.38)$$

Поскольку в процессе распространения пучок и импульс расплываются вследствие дифракционных, дисперсионных и нелинейных эффектов, амплитуда поля на границе апертуры возрастает. Для исключения возможных при этом ошибок размеры "машинной" апертуры выбираются с учетом последующего увеличения радиуса пучка $a(z)$ и длительности импульса $t_n(z)$. Например, [97]:

$$\mathcal{L} \geq \beta a_0, \quad \mathcal{L}_t \geq \beta \frac{t_n}{2}. \quad (2.39)$$

Величина числового коэффициента β определяет размер "буферной" зоны в пространстве переменных x, y, t , необходимой для делокализации излучения при распространении. Обычно $\beta \simeq 6 \div 10$.

Численное решение волновой задачи в спектральном пространстве (2.29) навязывает периодизацию полей с периодом, равным размеру машинной апертуры. При условии (2.39) такая периодизация не вносит заметной погрешности при анализе ограниченных пучков и импульсов. Для плоских волн периодизация приводит к дополнительным условиям непрерывности амплитуды и фазы светового поля на границах апертуры и тем самым устраняет возникновение чисто вычислительной дифракции на этих границах [68]. Однако случайное поле в окрестности противоположных границ "машинной" апертуры имеет ложную корреляцию и необходимо исключить эти области при статистической обработке. Относительные размеры этих областей малы, если диаметр апертуры $\mathcal{L}$ превышает поперечное смещение спектральных компонент, возникающих в цепочке фазовых экранов. Для одномасштабного экрана это условие приводит к следующей оценке [65]:

$$\mathcal{L} > \frac{\sqrt{2} \sigma_S z}{k_0 l_S}. \quad (2.40)$$

Наряду с контролем за заполнением буферных зон важным фактором, характеризующим надежность результатов численного эксперимента, является сохранение интегралов движения задачи [24]. В среде без потерь энергия излучения W не меняется с расстоянием z :

$$\frac{dW}{dz} = 0, \quad W = \frac{cn_0 \varepsilon_0}{2} \int_{\mathcal{L}} EE^* d^2r d\eta. \quad (2.41)$$

Для изотропных сред интегралом движения является также "поперечный импульс" волны p :

$$p = \frac{in_0 \varepsilon_0}{k_0} \int_{\mathcal{L}} (E \nabla_{\perp \eta} E^* - E^* \nabla_{\perp \eta} E) d^2r d\eta. \quad (2.42)$$

Величина p определяет "тренд" пучка в плоскости, перпендикулярной координате z , дрейф импульса в бегущей системе координат. Для частично-когерентного пучка возникновение тренда пучка связано с наличием случайной компоненты наклона волнового фронта пучка в плоскости $z=0$, для импульса — со случайной девиацией частоты при фазовой модуляции.

При значительной величине p в начальной плоскости $z=0$ происходит смещение области локализации излучения по "машинной" апертуре, при котором возможно увеличение поля на ее границе. Поскольку это приводит к нарушению условия (2.39), то реализации случайного поля $\tilde{E}_0(\mathbf{r}, t)$ с "импульсом" p , превышающим некоторое пороговое значение, отбрасываются.

В отсутствие поглощения для сред с керровской нелинейностью сохраняется также гамильтониан

системы H :

$$H = \int_{\mathcal{L}} (\nabla_{\perp\eta} E \nabla_{\perp\eta} E^* - \varphi(|E|^2)) d^2r d\eta, \quad (2.43)$$

где

$$\varphi(|E|^2) = \frac{k_0^2}{\varepsilon} \left(\int_0^{|E|^2} \varepsilon_{\text{нл}}(\xi) d\xi + \tilde{\varepsilon}|E|^2 \right)$$

— функция от $|E|^2$.

2.2. Формирование случайных полей

2.2.1. Модели полей. Получение реализаций частично-когерентного излучения $\tilde{E}_0^{(i)}(\mathbf{r}, t)$ или случайной фазы на экране $\tilde{S}^{(i)}(\mathbf{r}, t)$ основывается обычно на статистической модели формируемого поля. Для оптического излучения одной из наиболее распространенных является "шумовая вспышка" в виде узкополосного гауссова шума [1]. В этой модели комплексная амплитуда импульса представляется следующим образом:

$$\tilde{E}_0(t) = A_0(t)\tilde{\gamma}(t), \quad \tilde{\gamma}(t) = \tilde{c}(t) + i\tilde{d}(t). \quad (2.44)$$

Квадратурные компоненты $\tilde{c}(t)$, $\tilde{d}(t)$ статистически независимы, имеют нормальный закон распределения $w(c)$ и гауссову автокорреляционную функцию $\Gamma(\tau)$:

$$\begin{aligned} \langle \tilde{c}(t) \rangle &= \langle \tilde{d}(t) \rangle = 0, \quad \langle \tilde{c}(t) \tilde{d}(t) \rangle = 0, \\ w(\tilde{c}) &= \sqrt{\pi} \exp\{-\tilde{c}^2\}, \\ \Gamma(\tau) &= \langle \tilde{c}(t) \tilde{c}(t - \tau) \rangle = \frac{1}{2} \exp\left\{-\frac{\tau^2}{\tau_{k0}^2}\right\}, \end{aligned} \quad (2.45)$$

где τ_{k0} — время когерентности случайной субструктуры входного импульса.

Для шумовой вспышки, у которой фазовая модуляция в среднем равна нулю, а форма гауссова, огибающая $A_0(t)$ равна

$$A_0(t) = A_0 \exp\left\{-\frac{t^2}{2t_n^2}\right\}, \quad (2.46)$$

где t_n — длительность импульса. При этом $t_n > \tau_{k0} \gg 2\pi/\omega_0$.

Корреляционная функция излучения $\Gamma(t, \tau) = \langle \tilde{E}_0(t - \tau/2) \tilde{E}_0^*(t + \tau/2) \rangle$ может быть выражена следующим образом:

$$\begin{aligned} \Gamma(t, \tau) &= A_0^2 \exp\left\{-\frac{t^2}{t_n^2}\right\} \exp\left\{-\frac{\tau^2}{\theta_{k0}^2}\right\}, \\ \theta_{k0}^{-2} &= (2t_n)^{-2} + \tau_{k0}^{-2} \end{aligned} \quad (2.47)$$

или

$$\Gamma(t, \tau) = A_0^2 \exp\left\{-\frac{t^2 + N\tau^2}{t_n^2}\right\},$$

где $N = 1/4 + t_n/\tau_{k0}^2$ — параметр, характеризующий число неоднородностей комплексной амплитуды поля, приходящихся на длительность t_n .

Импульс гауссовой формы с аддитивным шумом определяется выражением

$$\tilde{A}_0(t) = \frac{A_0}{(1 + m^2)^{1/2}} \exp\left\{-\frac{t^2}{2t_n^2}\right\} (1 + m\tilde{\gamma}(t)). \quad (2.48)$$

При случайной фазовой модуляции

$$\tilde{A}_0(t) = A_0 \exp\left\{-\frac{t^2}{2t_n^2}\right\} \exp\{i\tilde{\varphi}(t)\}, \quad (2.49)$$

где $\tilde{\varphi}(t)$ имеет равномерное распределение на отрезке $[0, 2\pi]$.

Для частично-когерентного светового пучка, который в среднем имеет плоский волновой фронт и гауссов профиль, поле представляется в виде

$$\tilde{E}_0(r) = A_0 \exp\left\{-\frac{r^2}{2a_0^2}\right\} (\tilde{c}(r) + i\tilde{d}(r)). \quad (2.50)$$

Это соответствует статистически квазиизотропному полю, пространственная корреляционная функция которого равна

$$\Gamma(r, \rho) = A_0^2 \exp\left\{-\frac{r^2}{a_0^2}\right\} \exp\left\{-\frac{\rho^2}{r_{k0}^2}\right\}, \quad (2.51)$$

где r_{k0} — радиус когерентности.

Поле гауссова пучка, рассеянного на фазовом экране, имеет вид

$$\tilde{E}_0(r) = E_0 \exp\left\{-\frac{r^2}{2a_0^2}\right\} \exp\{i\tilde{S}(r)\}, \quad (2.52)$$

где $\tilde{S}(r)$ — случайная фаза с известным пространственным спектром $F_S(\kappa)$ или корреляционной функцией $\Gamma_S(\rho)$.

Для атмосферы известны различные модели турбулентности, которые основываются на "законе двух третей" Колмогорова–Обухова [98]. Одной из наиболее распространенных является модель Кармана, у которой спектр пространственных флуктуаций диэлектрической проницаемости имеет степенной закон Колмогорова в инерционном интервале $l_0 < r < L_0$ и насыщается на нижних частотах $\kappa < \kappa_0 = 2\pi/L_0$ [40, 99]:

$$\Phi_\varepsilon(\kappa_\perp, \kappa_z) = 0,033 C_\varepsilon^2 (\kappa_0^2 + \kappa_\perp^2 + \kappa_z^2)^{-11/6}, \quad (2.53)$$

где C_ε^2 — структурная постоянная, L_0 — внешний масштаб турбулентности. Двумерный спектр фазы на слое Δz , определяемый по (2.22), имеет вид

$$F_S(\kappa_\perp) = \frac{5\sigma_S^2}{6\pi} \kappa_0^{5/3} (\kappa_0^2 + \kappa_\perp^2)^{-11/6}. \quad (2.54)$$

Корреляционная функция фазы [100]

$$\Gamma_S(\rho) = \frac{2^{1/6}}{\Gamma(5/6)} \sigma_S^2 (\kappa_0 \rho)^{5/6} K_{5/6}(\kappa_0 \rho) \quad (2.55)$$

выражается через функцию Макдональда $K_{5/6}(\kappa_0 \rho)$ и через гамма-функцию $\Gamma(5/6)$. Дисперсия флуктуаций фазы σ_S^2 равна [99]

$$\sigma_S^2 = 0,195 C_\varepsilon^2 k_0^2 \kappa_0^{-5/3} \Delta z. \quad (2.56)$$

2.2.2. Методы формирования. Реализации случайных полей $\tilde{E}^{(i)}$ и $\tilde{S}^{(i)}$ формируются как функции дискретного аргумента вида (2.28). Получение полей $\tilde{E}$, $\tilde{S}$ с заданной корреляционной функцией или спектром основывается на преобразовании δ -коррелированного случайного поля

$\tilde{\eta}_{pqm}$, которое генерируется в узлах сетки:

$$\langle \tilde{\eta}_{pqm} \tilde{\eta}_{p'q'm'} \rangle = \delta_{pp'} \delta_{qq'} \delta_{mm'}. \quad (2.57)$$

В методе линейного преобразования [61, 101] $\tilde{E}_{pqm}$ вычисляется по $\tilde{\eta}_{pqm}$ с помощью матрицы, определяющей корреляционную зависимость искомого поля. В задачах высокой размерности $PQM > 10^5$ этот метод требует чрезмерно больших вычислительных затрат.

В спектральном методе [101, 102] комплексное поле представляется как сумма гармоник Фурье со случайными амплитудами и фазами. Так, поле $\tilde{\gamma}_m$ для (2.44) записывается в виде

$$\tilde{\gamma}_m = \frac{1}{\sqrt{M}} \sum_{k=0}^{M-1} a_k (\tilde{\xi}_k + i \tilde{\eta}_k) \exp \left\{ i \frac{2\pi}{M} mk \right\}, \quad m = 0, 1, \dots, M-1, \quad (2.58)$$

$$\langle \tilde{\xi}_k \tilde{\eta}_{k'} \rangle = 0, \quad \langle \tilde{\xi}_k \tilde{\xi}_{k'} \rangle = \langle \tilde{\eta}_k \tilde{\eta}_{k'} \rangle = \frac{1}{2} \delta_{kk'}.$$

Весовые множители гармоник a_k определяются корреляционной функцией Γ_l квадратурных компонент $\tilde{c}_m$ и $\tilde{d}_m$ искомого поля:

$$a_k^2 = \sum_{l=0}^{M-1} \Gamma_l \cos \left(\frac{2\pi}{M} lk \right). \quad (2.59)$$

Алгоритмически к спектральному близок метод канонического разложения [61], где суммируются со случайными коэффициентами некоторые координатные функции. В качестве таких функций могут быть использованы собственные функции интегрального уравнения, ядром которого является корреляционная функция Γ_l искомого поля.

Спектральный метод с использованием алгоритма быстрого преобразования Фурье характеризуется высокой вычислительной эффективностью. Однако вследствие особенностей преобразования Фурье на дискретной сетке [103] корреляционная функция поля Γ_l является периодической [62]: $\Gamma_l = \Gamma_{M-l}$. В результате на одномерной сетке из M узлов можно использовать, строго говоря, поля γ_m , содержащие $M/2$ значений, на двумерной сетке размерностью PQ узлов — поле в одной ее четверти: $p = 0, \dots, P/2 - 1$; $q = 0, \dots, Q/2 - 1$. Это необходимо учитывать при формировании буферных зон (2.39) на границах "машинной" апертуры. Если масштаб когерентности поля много меньше размера апертуры ($\beta \gg 1$), ложная корреляция фазы на границах не существенна [62]. Для уменьшения систематической погрешности метода, связанной с дискретным представлением полей, в [104] предложено вводить весовой множитель для коррекции дисперсии флуктуаций фазы на экране.

В спектральном подходе случайное поле формируется одновременно на всей сетке узлов. Поэтому в нестационарных задачах атмосферной оптики, использующих модели "замороженной" турбулентности, необходим большой объем оперативной памяти для хранения фазовых экранов $\tilde{S}_{pqm}$, движущихся с ветровым потоком. Указанные трудности позволяет преодолеть метод скользящего суммирования [61, 100, 101], в котором искомая фаза $\tilde{S}_{pqm}$ вычисляется суммированием с некоторыми весами δ -коррелированного поля $\tilde{\eta}_{pqm}$, сдвигаемого по сетке. Так, стационарный экран $\tilde{S}_{pq}$ на прямоугольной сетке определяется выражением

$$\tilde{S}_{pq} = \sum_{l=-p_k}^{p_k} \sum_{j=-q_k}^{q_k} C_{lj} \tilde{\eta}_{p+l, q+j}, \quad p = p_k + 1, \dots, P - p_k; \quad q = q_k + 1, \dots, Q - q_k. \quad (2.60)$$

Весовые коэффициенты C_{lj} вычисляются по спектральной плотности $F_S(\kappa_x, \kappa_y)$ моделируемого поля $\tilde{S}(x, y)$:

$$C_{lj} = \frac{1}{\pi h} \int_0^{\kappa_N} F_S^{1/2}(\kappa_x, \kappa_y) \cos(lh\kappa_x) \cos(jh\kappa_y) d\kappa_x d\kappa_y, \quad l = -p_k, \dots, p_k, \quad j = -q_k, \dots, q_k. \quad (2.61)$$

Систематическая погрешность метода убывает с ростом числа слагаемых N в (2.60) для поля с заданным масштабом r_k на сетке с шагом h . В общем случае

$$N = \alpha \frac{r_k}{h}, \quad N = \max\{2p_k + 1, 2q_k + 1\}. \quad (2.62)$$

Параметр погрешности α равен отношению наибольшего сдвига Nh элементов δ -корреляционного поля $\tilde{\eta}_{pq}$ к масштабу r_k . Для полей с гауссовым и кармановским (2.53) спектром удовлетворительная точность достигается при $\alpha \geq 3$ [100].

2.2.3. Атмосферная турбулентность. В турбулентной атмосфере размер неоднородностей в приземном слое меняется от внутреннего масштаба l_0 , составляющего $0,5 \div 10$ мм, до внешнего L_0 , порядка высоты трассы [105]. Таким образом, диапазон изменения пространственного масштаба флуктуаций составляет $L_0/l_0 \sim 10^4 \div 10^5$. Несмотря на то, что спектральная плотность (2.53) убывает пропорционально $\kappa^{-11/3}$, как низко-, так и высокочастотные гармоники пространственного спектра влияют на флуктуации светового поля в атмосфере. Обычно для построения фазовых экранов атмосферной турбулентности используется спектральный метод [22, 62, 65, 68], реже метод скользящего суммирования [100]. Возможность применения других методов кратко обсуждается в [104].

В случайном поле, сформированном на сетке, наименьший масштаб l_0 определяется ее частотой Найквиста κ_N и согласно оценкам [106] равен $l_0 = (1,5 \div 2)h$. Наибольший масштаб неоднородностей в полях, полученных спектральным методом или методом скользящего суммирования, близок к размеру машинной апертуры $\mathcal{L}$. Таким образом, в соответствии с (2.30), (2.39) внешний L_0 и внутренний l_0 масштабы турбулентности, радиус пучка a_0 , параметры сетки $\mathcal{L}$, h в численном эксперименте удовлетворяют следующей цепочке неравенств:

$$\mathcal{L} > L_0 \gg a_0 \gg l_0 > h. \quad (2.63)$$

Формирование двумерного поля случайной фазы $\tilde{S}$, у которого относительное изменение размера неоднородностей достигает нескольких порядков, требует чрезмерно большого объема вычислений. В численных экспериментах внешний масштаб L_0 обычно выбирается порядка $(8 \div 10)a_0$. В результате оказывается заниженным вклад крупномасштабных флуктуаций, вызывающих оптические аберрации низшего порядка, которые проявляются в случайных блужданиях и фокусировках светового пучка на атмосферных трассах. Такая погрешность, являющаяся систематической, обусловлена тем, что гармоники Фурье, образующие базис в спектральном

методе, далеки от флуктуаций оптических aberrаций в атмосфере.

В [107] для формирования флуктуаций фазы в турбулентной атмосфере предложено использовать базис в виде полиномов Цернике $Z_i(\rho, \theta)$, с помощью которых обычно описывают aberrации оптических систем. В модальном представлении фаза экрана $\tilde{S}$ на круговой апертуре радиуса R выражается в виде

$$\tilde{S}(\rho, \theta) = \sum_{i=2}^{\infty} \tilde{\alpha}_i Z_i(\rho, \theta), \quad \rho = \frac{r}{R}. \quad (2.64)$$

Коэффициенты разложения $\tilde{\alpha}_i$ являются случайными величинами, распределенными по нормальному закону с $\langle \tilde{\alpha}_i \rangle = 0$.

Для колмогоровской модели атмосферной турбулентности, описываемой выражением (2.54) при $\kappa_0 = 0$, дисперсия этих коэффициентов равна [108]:

$$\langle \tilde{\alpha}_i^2 \rangle = \alpha_i^2 \left(\frac{2R}{r_0} \right)^{5/3}, \quad (2.65)$$

где $r_0 = 1,68(C_n^2 k_0 \Delta z)^{-3/5}$ — радиус когерентности Фрида [109], $C_n^2 = 4C_e^2$. Весовые множители α_i^2 быстро убывают с номером члена разложения. Для aberrаций первого порядка, описывающих наклон волнового фронта, $\alpha_2^2 = \alpha_3^2 = 4,49 \times 10^{-1}$, для aberrаций второго порядка, соответствующих дефокусировке и астигматизмам, $\alpha_4^2 = \alpha_5^2 = \alpha_6^2 = 2,32 \times 10^{-2}$, для комы — $\alpha_7^2 = \dots = \alpha_{10}^2 = 6,19 \times 10^{-3}$ [108]. Для модели Кармана (2.53) при $\kappa_0 \neq 0$ убывание множителей α_i замедляется и тем существеннее, чем меньше отношение внешнего масштаба L_0 к радиусу апертуры R . При этом всегда $L_0/R > 1$.

Выбор радиуса апертуры R в модальном представлении (2.64) неоднозначен. Некоторые подходы к решению этой проблемы обсуждаются в [110, 111].

В разложении атмосферных флуктуаций фазы по полиномам Цернике (2.64) существует корреляционная связь между весовыми множителями $\tilde{\alpha}_i$. Так, коэффициент корреляции наклонов и комы составляет $\langle \tilde{\alpha}_2 \tilde{\alpha}_8 \rangle = \langle \tilde{\alpha}_3 \tilde{\alpha}_7 \rangle = 1,42 \times 10^{-2}$ [108].

Наличие корреляции между $\tilde{\alpha}_i$ существенно осложняет процедуру формирования случайного поля фазы в базисе полиномов Цернике. Ортонормированный базис для атмосферной турбулентности образуют функции Карунена–Лозва–Обухова (КЛО), являющиеся собственными функциями одноименного интегрального уравнения. Численным решением этого уравнения в [108] рассчитаны функции КЛО и показано, что они образуют оптимальный базис для разложения фазы в турбулентной атмосфере. В этом разложении среднеквадратичное отклонение фазы минимально по сравнению с другими при одном и том же числе членов. В [112] с помощью матрицы преобразования базиса Цернике к базису КЛО развита методика численного формирования случайного поля фазы в атмосфере. В [113, 114] получено аналитическое выражение функций КЛО в виде разложения в ряд по функциям Бесселя и оценена погрешность такого представления при конечном числе членов ряда.

Модальный метод позволяет адекватно воспроизвести крупномасштабные флуктуации фазы, тогда как спектральный — мелкомасштабные. Это подтверждают

результаты статистических испытаний полей фазового экрана, полученных модальным методом при конечном числе членов разложения $\max i = J$ и спектральным на сетке из $P \times Q$ узлов [115] (рис. 3). Для анализа случайного поля $\tilde{S}(\rho)$ с широким диапазоном пространственных масштабов использована структурная функция $D_S(\rho)$ [40]:

$$D_S(\rho) = \langle (\tilde{S}(\rho) - \tilde{S}(0))^2 \rangle. \quad (2.66)$$

Для колмогоровской модели атмосферной турбулентности функция $D_S(\rho)$, полученная спектральным методом, качественно отличается от аналитической зависимости. При использовании модального метода D_S близка к аналитической кривой при сравнительно небольшом числе членов разложения.

Для модели Кармана с внешним масштабом $L_0 \leq \mathcal{L}$ спектральный и модальный методы дают функции $D_S(\rho)$, близкие к аналитической кривой. Однако при малых ρ погрешность $D_S(\rho)$ в модальном методе значительно больше, чем в спектральном.

Для получения экранов, моделирующих как крупно-, так и мелкомасштабные флуктуации фазы, в [116] пред-

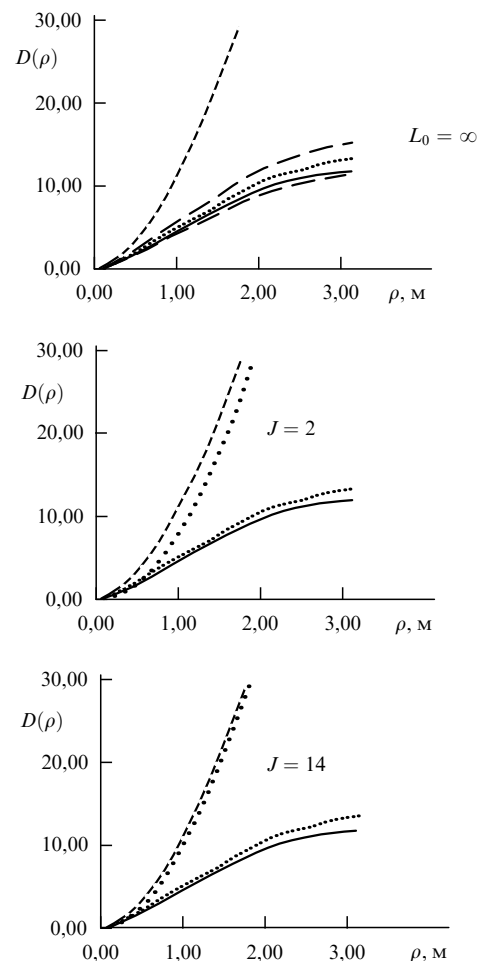


Рис. 3. Структурная функция флуктуаций фазы на экране $D_S(\rho)$, вычисленная ММК для случайного поля $\tilde{S}(\rho)$, полученного модальным методом при $J = 14$ (редкие точки) и спектральным при $P \times Q = 128 \times 128$ (частые точки) на апертуре $\mathcal{L} = R = 6,4$ м. Число реализаций $N = 10^2$: доверительный интервал (длинные штрихи), ожидаемая на сетке D_S (сплошная кривая), аналитическая зависимость (штриховая кривая). Колмогоровская модель турбулентности с $L_0 = \infty$ [115].

ложен алгоритм вложенных сеток. На экран, сформированный спектральным методом (2.58), накладывается низкочастотная сетка с шагом, равным машинной апертуре экрана $\mathcal{L}$. Результирующая фаза в апертуре $\mathcal{L}$ является суммой фаз исходной и низкочастотной сеток. В [117] крупномасштабные неоднородности на экране вносятся введением ряда субгармоник, пространственные частоты которых получаются при многократном делении интервала $(0, \kappa_1)$, где $\kappa_1 = 2\pi/\mathcal{L}$ — низшая частота исходного сеточного экрана (2.32). Модификация этих подходов развивается в [118].

2.2.4. Имитационное моделирование излучения многомодового лазера. Модели на основе заданной корреляционной функции вида (2.47), (2.51) позволяют построить статистически изотропные стационарные случайные поля. Однако, как показывают эксперименты [1], пространственная статистика лазерных пучков при генерации нескольких поперечных мод оказывается значительно более сложной. Получение реализаций излучения многомодового лазера возможно методом имитационного моделирования, при котором случайное поле формируется как результат суперпозиции мод резонатора.

Предполагая, что поперечные моды статистически независимы и вырождены по частоте, поле оптического резонатора можно представить следующим образом [119]:

$$\tilde{E}_0(\rho, \theta) = \sum_{l,p} a_{lp} \tilde{F}_{lp}(\rho, \theta) \cos \tilde{\phi}_{lp}, \quad (2.67)$$

где l, p — азимутальный и радиальный индекс моды; $\tilde{F}_{lp}(\rho, \theta)$ — амплитуда случайного распределения поля в моде; a_{lp} — весовые коэффициенты, зависящие от дифракционных потерь резонатора; $\tilde{\phi}_{lp}$ — случайная фаза начала генерации.

Для резонатора с круговыми зеркалами:

$$\tilde{F}_{lp}(\rho, \theta) = E_0 f_{lp}(\rho) \cos(l\theta + \tilde{\psi}_{lp}), \quad (2.68)$$

где $\tilde{\psi}_{lp}$ — фаза случайной ориентации моды по азимуту θ . Фазы $\tilde{\phi}_{lp}$ и $\tilde{\psi}_{lp}$ равномерно распределены от $-\pi$ до π .

При статистически независимых модах:

$$\langle \tilde{\phi}_{lp} \tilde{\phi}_{l'p'} \rangle = \langle \tilde{\psi}_{lp} \tilde{\psi}_{l'p'} \rangle = \frac{\pi^2}{3} \delta_{ll'} \delta_{pp'}. \quad (2.69)$$

Функции $f_{lp}(\rho)$ и коэффициенты a_{lp} являются решением собственной задачи для незаполненного оптического резонатора. Аналитическое решение этой задачи полу-

чено в случае сферических зеркал, при числе Френеля $N_F \rightarrow \infty$, где $N_F = a_3^2/\lambda b$, a_3 — радиус зеркал, b — расстояние между ними [120]. При $N_F > 1$ эти решения близки к точным и их можно использовать для получения реализаций поля.

С увеличением азимутального l и радиального p индекса растут дифракционные потери мод, при этом особенно значительно при малых значениях N_F . Это позволяет оценить число значимых слагаемых M в (2.67). Так, при учете всех мод, потери которых не превышают 5 %, число $M = 24$ при $N_F = 2$ и $M = 116$ при $N_F = 6$.

Для получения отдельной реализации многомодового излучения $\tilde{E}_0^{(i)}(\rho, \theta)$ генерируется совокупность случайных фаз $\tilde{\phi}_{lp}^{(i)}, \tilde{\psi}_{lp}^{(i)}$ для номеров всех мод, формирующих пучок в резонаторе с заданным числом N_F . Затем в соответствии с (2.67), (2.68) вычисляется комплексная амплитуда поля $\tilde{E}_0^{(i)}(\rho, \theta)$ в поперечном сечении пучка. Распределение интенсивности в реализации, полученной таким методом, имеет вид спеклов, характерных для излучения многомодового лазера (рис. 4а). В качестве масштаба для поперечной координаты ρ здесь взят радиус перетяжки w основной моды с $p = 0, l = 0$. Для конфокального резонатора $w = (\lambda b/\pi)^{1/2}$.

Световое поле в сечении пучка статистически неоднородно. Масштаб когерентности r_k , найденный по пространственной функции когерентности поля $\Gamma_E(\mathbf{p}_0 - \mathbf{p}/2, \mathbf{p}_0 + \mathbf{p}/2)$, существенно зависит от расстояния ρ_0 до "центра тяжести" точек разности и взаимной ориентации векторов $\mathbf{p}_0$ и $\mathbf{p}$.

К периферии пучка когерентность поля улучшается, особенно значительно для продольного масштаба $r_{k||}$, определяемого при коллинеарных векторах $\mathbf{p}_0$ и $\mathbf{p}$.

Результаты статистической обработки ансамбля из 200–400 реализаций $\tilde{E}_0^{(i)}(\rho, \theta)$ показали [119], что с ростом числа Френеля N_F расширяется область пространственной локализации излучения и одновременно уменьшается радиус когерентности пучка r_k . Тем самым, с ростом N_F уменьшается коэффициент когерентности пучка $c = r_k / \langle a_{\text{эф}} \rangle$, где $\langle a_{\text{эф}} \rangle$ — среднее значение эффективного радиуса, квадрат которого определяется как второй момент интенсивности, отнесенный к мощности пучка. Однако произведение $r_k(0) \langle a_{\text{эф}} \rangle$, определяющее дифракционную расходимость частично-когерентного пучка, не зависит от N_F . Результаты статистического исследования имитационной модели многомодового

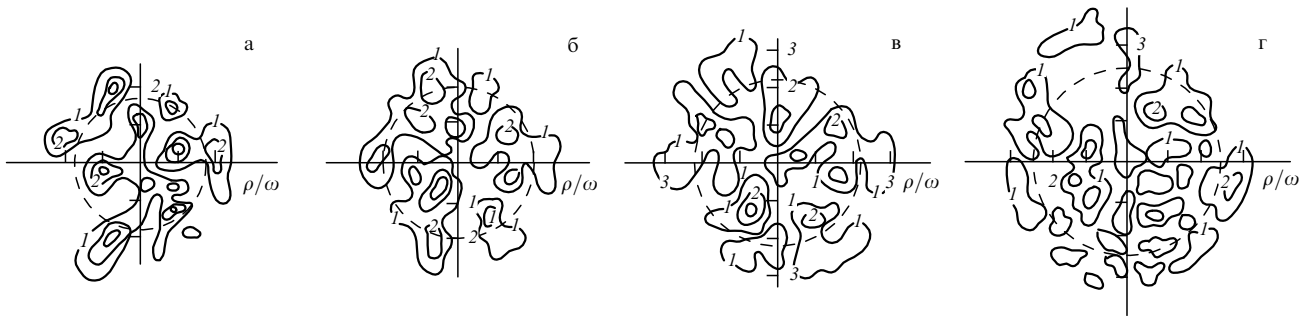


Рис. 4. Изофоты в сечении пучка для случайной реализации поля многомодового лазера с симметричным сферическим резонатором при числе Френеля $N_F = 2$ [119, 161]: (а) на выходной апертуре, (б) при распространении в линейной среде на расстояние $z = 0,25k_0w^2$, (в, г) при нестационарном тепловом самовоздействии в моменты времени $t = (1/3)t_n$ и $t = t_n$ соответственно. Линиям уровня интенсивности соответствуют $I = 0,3I_{\text{эв}}(1)$; $1,3I_{\text{эв}}(2)$; $2,3I_{\text{эв}}(3)$, где $I_{\text{эв}}$ — пиковая интенсивность эквивалентного гауссова пучка, мощность и радиус которого совпадают с соответствующими средними значениями для многомодового излучения. Пунктир — область, ограниченная радиусом $\langle a_{\text{эф}} \rangle_N$.

пучка находятся в хорошем согласии с экспериментальными данными и не противоречат аналитическим оценкам [1].

2.3. Сходимость метода

2.3.1. Погрешность модели фазовых экранов. Исследование сходимости включает анализ влияния дискретизации в модели фазовых экранов (МФЭ) и конечного объема выборки на погрешность определения статистических характеристик оптического излучения в случайно-неоднородной среде.

В линейной стационарной случайно-неоднородной среде без поглощения ($\epsilon_{\text{нл}} = 0$, $\alpha = 0$) поперечная корреляционная функция поля $G_E(\mathbf{r}, \mathbf{r}', z)$ в МФЭ имеет ту же структуру, что и в случае непрерывной среды [106]. Систематическая погрешность МФЭ, оцененная по G_E , мала, если выполняется следующее условие на толщину слоев модели:

$$\Delta z \leq 2k_0 h^2. \quad (2.70)$$

Это неравенство уточняет условие (2.14), записанное при формулировке МФЭ.

Количественная оценка систематической погрешности, связанной с дискретизацией среды по координате z , получена на основе анализа распределения средней интенсивности пучка. Относительная погрешность при вычислении интенсивности зависит от числа экранов J в МФЭ следующим образом:

$$\epsilon_I \simeq \frac{1,5}{J} + \frac{0,5}{J^2}. \quad (2.71)$$

Аналогичная оценка для турбулентного уширения $\Delta_{T,J}^2$ пучка, рассеянного на последовательности фазовых экранов, следует из результатов работы [121]:

$$\Delta_{T,J}^2 = (1 + \epsilon_I) \Delta_T^2, \quad (2.72)$$

где Δ_T^2 — турбулентное уширение пучка в непрерывной среде.

Апостериорное условие на шаг Δz сформулировано в [68]. Согласно этому условию относительная дисперсия флуктуаций интенсивности $\beta_I^2(\Delta z)$ на одном слое модели не должна превышать 0,1. В случае слабых флуктуаций, когда на всей длине распространения дисперсия $\beta_I^2(z_J) < 1$, принимается, что $\beta_I^2(\Delta z) \leq 0, 1\beta_I^2(z_J)$.

2.3.2. Оценка объема выборки. Практические оценки сходимости статистических характеристик оптического излучения определены в [122] на примере тестовой задачи о распространении щелевого пучка гауссова профиля в среде с кармановским спектром (2.53) флуктуаций диэлектрической проницаемости. В случае слабых флуктуаций с дисперсией фазы на экране $\sigma_S^2 = 7 \times 10^{-3}$ (2.56) средняя интенсивность на оси пучка $\langle I(0) \rangle_N$ быстро сходится с ростом объема выборки N (рис. 5). С увеличением дисперсии σ_S^2 сходимость $\langle I(0) \rangle_N$ замедляется.

Дисперсия флуктуаций интенсивности $\sigma_I^2(r)$ как момент высокого порядка является статистической характеристикой, более чувствительной к объему выборки N . Для изотропного поля $\tilde{e}(r)$ установление симметричного профиля $\sigma_I^2(r)$ можно рассматривать как критерий сходимости метода статистических испытаний. Как показывает анализ [122], выборка объемом порядка 100 реализаций обеспечивает удовлетворительную точность при определении средней $\langle I \rangle$ и дисперсии σ_I^2

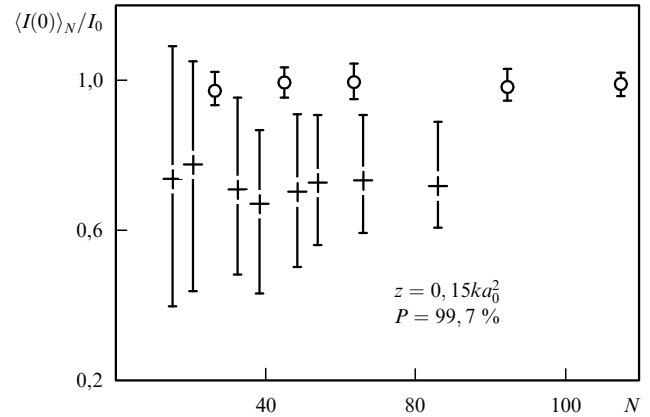


Рис. 5. Сходимость средней интенсивности на оси пучка $\langle I(0) \rangle_N$ с ростом объема выборки N в методе Монте-Карло при числе фазовых экранов $J = 32$; шаг сетки $h = 5 \times 10^{-2} a_0$; кружки — $\sigma_S^2 = 7 \times 10^{-3}$ ($C_\epsilon^2 = 3 \times 10^{-15} \text{ см}^{-2/3}$); крестики — $\sigma_S^2 = 2 \times 10^{-1}$ ($C_\epsilon^2 = 10^{-13} \text{ см}^{-2/3}$).

интенсивности пучка, распространяющегося на атмосферной трассе в условиях слабой турбулентности.

Следует заметить, что увеличение числа экранов J в МФЭ является дополнительным усредняющим фактором. При выполнении условия $\sigma_S^2 J = \text{const}$ увеличение J приводит к уменьшению флуктуаций фазы на экранах и сокращению доверительных интервалов для оценок статистических характеристик излучения по ансамблю из конечного числа реализаций N . Опыт показывает [10, 68], что МФЭ с $J \geq 20$ обеспечивает точность, достаточную для исследования задач атмосферной оптики.

3. Частично-когерентное излучение в регулярной среде

3.1. Самомодуляция шумового импульса

Классической задачей нелинейной статистической оптики является самомодуляция шумового импульса в среде с керровской нелинейностью. При аналитическом исследовании этой задачи используются предположение о статистической стационарности светового поля и безабберационное приближение для импульса, средняя огибающая которого принимается гауссовой формы [1, 15]. Метод Монте-Карло позволяет отказаться от этих приближений.

3.1.1. Параметры подобия. В регулярной среде с керровской нелинейностью в отсутствие поглощения уравнение (2.7) для комплексной амплитуды плоской световой волны принимает вид

$$2ik_0 \frac{\partial \tilde{E}(z, t)}{\partial z} = -k_0 \frac{\partial^2 k}{\partial \omega^2} \frac{\partial^2 E(z, t)}{\partial t^2} + k_0^2 \frac{\epsilon_0 |\tilde{E}|^2}{\epsilon} \tilde{E}(z, t). \quad (3.1)$$

Распространение входного импульса $\tilde{E}_0(t)$ в виде узкополосного гауссова шума (2.44)–(2.47) определяется двумя параметрами подобия: длиной распространения $z/L_{\text{дн}}$ в единицах дисперсионной длины шумового импульса $L_{\text{дн}}$ и параметром R , характеризующим усредненный нелинейный набег фазы. Дисперсионная длина $L_{\text{дн}}$ согласно [59, 124] равна

$$\tilde{L}_{\text{дн}} = \frac{L_{\text{дн}}}{2\sqrt{N}}, \quad N = \frac{1}{4} + \left(\frac{t_{\text{н}}}{\tau_{\text{к0}}} \right)^2, \quad (3.2)$$

где $L_{\text{дп}} = t_{\text{н}}^2 / |\partial^2 k / \partial \omega^2|$ — дисперсионная длина регулярного импульса длительностью $t_{\text{н}}$.

Определение параметра нелинейности статистической задачи $\tilde{R}$ следует из анализа приближенного решения для функции когерентности поля $\Gamma(t, \tau, z)$ в предположении, что при самовоздействии сохраняется нормальный закон распределения для флуктуаций излучения [124]:

$$\tilde{R} = \frac{R}{N}, \quad (3.3)$$

где $R = L_{\text{дп}} k_0 \varepsilon_2 A_0^2 / \varepsilon$ — параметр нелинейности детерминированной задачи [125]. Из (3.2), (3.3) видно, что с уменьшением времени корреляции $\tau_{\text{к}0}$ параметр $\tilde{R}$, определяющий усредненный нелинейный набег фазы, уменьшается.

Из решения уравнения для функции $\Gamma(t, \tau, z)$, полученного в безабберационном приближении [124], следует, что при $\tilde{R} < 1$ средняя длительность импульса $t_{\text{н}}(z)$ и время корреляции $\tau_{\text{к}}(z)$ монотонно увеличиваются с расстоянием вследствие дисперсии и нелинейной самомодуляции. При $\tilde{R} > 1$ временные масштабы $t_{\text{н}}(z)$, $\tau_{\text{к}}(z)$ периодически меняются с расстоянием z . При $1 < \tilde{R} < 2$ компрессия импульса невелика и $t_{\text{н}}(z)$, $\tau_{\text{к}}(z)$ остаются больше первоначальных значений $t_{\text{н}}$ и $\tau_{\text{к}0}$. В случае $\tilde{R} > 2$ происходит периодическое сжатие импульса при распространении. Критическое значение параметра $\tilde{R}_{\text{кр}} = 2$ соответствует режиму распространения, при котором сжатие импульса вследствие самомодуляции в среднем компенсируется дисперсионным расплыванием.

С помощью метода моментов в [21] получен критический параметр нелинейности $R_{\text{кр}}$, при котором среднеквадратичная длительность шумового импульса (2.44) — (2.46) не меняется при распространении:

$$R_{\text{кр}} = \frac{\sqrt{2}(1 + \sigma^2 + 4\sigma^2 t_{\text{н}}^2 / \tau_{\text{к}0}^2)}{1 + 4\sigma^2 + 2\sigma^4}. \quad (3.4)$$

При этом для гауссова шума (2.44) $\sigma^2 = 1$. Из (3.4) следует оценка $\tilde{R}_{\text{кр}}$, которая на 15–20 % меньше данных безабберационного приближения в широком диапазоне изменения $\tau_{\text{к}0} / t_{\text{н}}$.

3.1.2. Когерентность поля. В методе Монте-Карло степень когерентности $\gamma_N(t, \tau, z)$ определяется усреднением по ансамблю реализаций $\{\tilde{E}^{(i)}(t, z), i = 1, \dots, N\}$ в соответствии с выражением

$$\gamma_N(t, \tau, z) = \frac{\tilde{E}(t - \tau/2, z) \tilde{E}^*(t + \tau/2, z) \rangle_N}{(I_N(t - \tau/2, z) I_N(t + \tau/2, z))^{1/2}}. \quad (3.5)$$

В линейной среде ($\tilde{R} = 0$) функция модуля степени когерентности в центре импульса $|\gamma_N(0, \tau, z)|$ монотонно уширяется с расстоянием z , сохраняя первоначальную гауссову форму (рис. 6), что соответствует аналитическим оценкам [1]. Значения времени когерентности $\tau_{\text{к}}$, вычисленные ММК в центре импульса $t = 0$ и на его фронтах $t = \pm t_{\text{н}}$, совпадают. Тем самым световое поле импульса остается квазистационарным в линейной среде; при этом коэффициент когерентности сохраняется: $\tau_{\text{к}}(z) / t_{\text{н}}(z) = \text{const}$.

В условиях нелинейной декомпрессии ($\tilde{R} < 0$) функция $|\gamma_N(0, \tau, z)|$ уширяется в большей степени. В закритическом режиме ($\tilde{R} > 2$) профиль $|\gamma_N(\tau)|$ резко сужается на

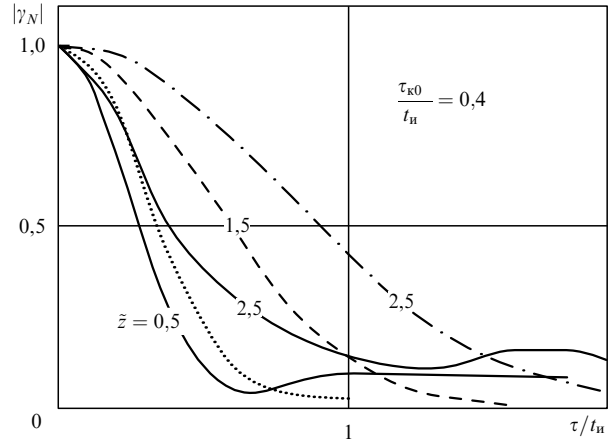


Рис. 6. Модуль степени когерентности $|\gamma_N(0, \tau, z)|$ в центре шумового импульса: падающее излучение (пунктир), линейный случай (штрих-пунктир), при самомодуляции в закритическом режиме с $\tilde{R} = 3$ (штриховая линия) [124].

малых расстояниях $z \sim 0,5 \tilde{L}_{\text{дп}}$ и вновь расширяется при дальнейшем распространении. Вид функции $|\gamma_N(\tau)|$ искажается, и при $z \simeq 2\tau_{\text{дп}}$ появляется медленно спадающий "хвост" для $\tau \geq 0,3 t_{\text{н}}$.

Несмотря на существенное отличие $|\gamma_N(\tau)|$ от гауссовой зависимости можно оценить время когерентности $\tau_{\text{к}}$ по уровню e^{-1} :

$$|\gamma_N(t, \tau_{\text{к}}(t, z), z)| = e^{-1} |\gamma_N(t, 0, z)|. \quad (3.6)$$

В закритическом режиме ($\tilde{R} > 2$) когерентность поля резко падает на малых расстояниях $z < 0,5 \tilde{L}_{\text{дп}}$ и медленно улучшается в последующем (рис. 7). Уменьшение $\tau_{\text{к}}$ в начале распространения вызвано распадной неустойчивостью шумового поля и выделением субимпульсов. Последующее улучшение когерентности связано с формированием солитонов и одновременным процессом дисперсионного расплывания шумовой несолитонной компоненты в пьедестал. С увеличением параметра нелинейности ($\tilde{R} = 15$) происходит более резкое падение времени когерентности $\tau_{\text{к}}$.

Следует заметить, что нелинейная модуляция фазы наиболее существенна в центре импульса. Это приводит к нарушению статистической стационарности поля, которое особенно значительно в закритическом режиме.

Немонотонный характер изменения $\tau_{\text{к}}$ с расстоянием z имеет место также при самомодуляции шумовых импульсов пикосекундной длительности в оптическом волокне, когда существенны нестационарность отклика нелинейной среды [126] или дисперсия третьего порядка [127]. В докритических режимах ($\tilde{R} < 2$) когерентность поля монотонно улучшается с расстоянием z ; при этом особенно значительно в случае нелинейной декомпрессии импульса, когда $\tilde{R} < 0$.

В [128] для задачи о самофокусировке двумерного (щелевого) пучка получено уменьшение масштаба корреляции поля $r_{\text{к}}$ с расстоянием z при любых значениях $\tilde{R} > 1$ (рис. 7а). При этом в закритическом режиме $r_{\text{к}}$ монотонно уменьшается с последующим выходом на стационарное значение, которое авторы [128] объясняют мелкомасштабной самофокусировкой. Однако при фрагментации двумерного пучка или образовании солитонов в импульсе происходят осцилляции их параметров с расстоянием z [125], [129]. По-видимому, расхождение

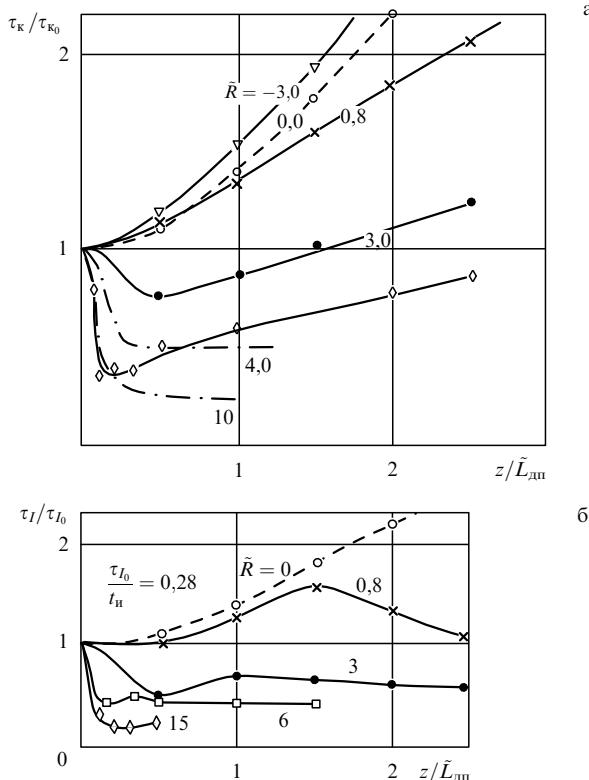


Рис. 7. Изменение масштабов корреляции частично-когерентного импульса при самомодуляции в среде с кубической нелинейностью: сплошные и штриховая линии — [124]; штрихпунктир — [128]; (а) время когерентности поля $\tau_k(z)$; (б) время корреляции флуктуаций интенсивности $\tau_I(z)$.

результатов, полученных в [128], от данных [124] объясняется ошибками численного эксперимента в [128], вызванными явлением наложения частот при нелинейном обогащении спектра светового поля в отсутствие буферных зон.

Статистические исследования сжатия импульса с помощью компрессора на дифракционных решетках показали [127], что степень сжатия частично-когерентного импульса снижается приблизительно на 30 % по сравнению с регулярным.

3.1.3. О применимости аналитических методов. При получении аналитического решения для функции когерентности $\Gamma^a(t, \tau, z)$ привлекаются три самостоятельных приближения [1, 15]. В первом из них предполагается сохранение гауссовой статистики при самовоздействии светового поля, что позволяет получить замкнутое уравнение относительно функции когерентности $\Gamma^a(t, \tau, z)$. Вторым приближением является параметрическое задание искомой функции $\Gamma^a(t, \tau, z)$ в виде автомодельного решения, при котором поле считается статистически стационарным. Наконец, третье состоит в параболической аппроксимации формы импульса в окрестности $t = 0$, которая необходима для определения параметров этого решения. Последнее предположение соответствует хорошо известному приосевому приближению в задаче о самовоздействии светового пучка [125].

Из анализа численного решения замкнутого уравнения для функции когерентности $\Gamma(t, \tau, z)$ следует, что основополагающее предположение о сохранении гауссовой статистики светового поля в нелинейной среде

справедливо при слабой нелинейности, когда параметр $\tilde{R}$ не превышает единицы [124]:

$$|\tilde{R}| < 1. \quad (3.7)$$

В этом случае волновой процесс гауссизации флуктуаций поля при дисперсии и дифракции преобладает над нелинейной самомодуляцией фазы. Условие является достаточным для применимости безабберационного приближения, поскольку нелинейные искажения среднего профиля интенсивности невелики.

В [130] численно исследовано уравнение для функции когерентности осесимметричного частично-когерентного светового пучка в кубичной среде при выполнении (3.7). Показано, что при $R = 10$ и параметре неоднородности $N = 16$ нарушается статистическая изотропность светового поля. На оси пучка, где нелинейность значима, радиус когерентности уменьшается, тогда как на периферии увеличивается вследствие дифракционной расходимости.

3.1.4. Законы распределения. Непосредственный анализ функции распределения флуктуаций оптического излучения ММК выполнен в [27, 124, 128, 131]. В линейной среде гауссова статистика поля сохраняется. При докритическом режиме $\tilde{R} < 2$ закон распределения квадратурных компонент незначительно отличается от нормального.

В закритическом режиме ($\tilde{R} \simeq 3$) статистика $\text{Re } \tilde{E}$ и $\text{Im } \tilde{E}$ качественно меняется [124]. Анализ по критерию согласия χ^2 [132] показывает, что уровень значимости α , с которым может быть принята гипотеза нормального закона распределения для квадратурных компонент поля, падает с ростом z и параметра нелинейности $\tilde{R}$. Если для $\tilde{R} = 0,8$ значимость $\alpha = 0,3 \div 0,5$ при $z = (1,0 \div 1,5)\tilde{L}_{\text{дн}}$, то для $\tilde{R} = 3$ уровень значимости $\alpha < 0,01$ для того же расстояния z .

При анализе трансформации функций распределения параметров светового поля удобно использовать вероятностный масштаб, в котором эти функции совпадают с биссектрисой первого координатного угла. Для модуля поля $|E|$, например, таким масштабом является масштаб распределения Релея [1]:

$$\Phi_{(y)} = \int_0^y \eta \exp\left\{-\frac{\eta^2}{2}\right\} d\eta, \quad \eta = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{|E|}{\langle |E| \rangle}. \quad (3.8)$$

При нелинейной декомпрессии импульса ($\tilde{R} < 0$) возрастает плотность вероятности при $y \sim 1 \div 2$, т.е. для амплитуды поля $|E|$, близкой к среднему значению $\langle |E| \rangle$ (рис. 8). Это изменение обусловлено сглаживанием случайной субструктуры огибающей шумового импульса [133]. При $\tilde{R} > 0$ происходит повышение вероятности малых значений амплитуды поля $|E| < \langle |E| \rangle$, которое невелико в докритическом режиме $\tilde{R} < 2$. Для $\tilde{R} > 2$, когда происходит образование пьедестала из несолитонной компоненты, значительно возрастает плотность вероятности для малых амплитуд и одновременно падает для значений $|E|$, близких к $\langle |E| \rangle$. При этом из нормировки функции распределения $\Phi(|E|)$ следует, что изменение $\Phi(|E|)$ при $\tilde{R} > 2$ сопровождается также ростом плотности вероятности больших выбросов амплитуды $|E| > \langle |E| \rangle$, что соответствует образованию солитонов.

Таким образом, при нелинейных процессах само-сжатия и расплывания шумового импульса ($|\tilde{R}| > 1$) происходит значительная трансформация законов распределения флуктуаций светового поля. Первоначальная

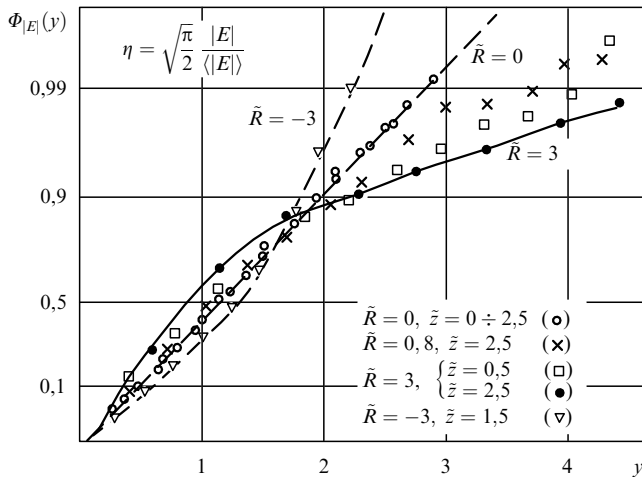


Рис. 8. Трансформация функции распределения модуля поля $\Phi_{|E|}(y)$ при самомодуляции частично-когерентного импульса в среде с кубичной нелинейностью [133]. По оси ординат использован вероятностный масштаб распределения Релея.

статистика поля в нелинейной среде не сохраняется, и модель узкополосного гауссова шума оказывается не применимой в условиях самовоздействия.

3.1.5. Статистика интенсивности. Интенсивность $\langle I(t) \rangle_N$, полученная по выборке случайных реализаций светового поля, определяет среднюю форму огибающей шумового импульса. В нелинейной среде средняя длительность импульса $t_n(z)$ возрастает с z независимо от знака нелинейности [133]. При $\tilde{R} < 0$ это обусловлено самодемодуляцией, которая, как и дисперсия, вызывает расплывание импульса. При $\tilde{R} > 2$ $t_n(z)$ увеличивается из-за растекания несолитонной компоненты шумового импульса, а также вследствие случайного дрейфа импульса в "бегущем" времени.

Запаздывание нелинейного отклика вызывает некоторое замедление нарастания средней длительности импульса $t_n(z)$ [126]. При этом возникает групповое запаздывание вершины импульса, при котором его форма становится существенно асимметричной. С уменьшением времени когерентности τ_{k0} относительный вклад нестационарности самовоздействия ослабляется вследствие повышения роли дисперсионного расплывания. Влияние дисперсии третьего порядка проявляется в асимметризации средней формы импульса, в запаздывании энергетического центра импульса [127]. При сокращении длительности падающего импульса роль дисперсии высшего порядка увеличивается и относительная величина среднеквадратичной длительности импульса возрастает быстрее с расстоянием z . При этом уменьшение времени когерентности τ_{k0} ускоряет расплывание импульса в нелинейной диспергирующей среде.

Корреляционная функция флуктуаций интенсивности определяется выражением [123]

$$b_I(t, \tau) = \frac{\langle (I(t + \tau/2) - \langle I(t + \tau/2) \rangle) (I(t - \tau/2) - \langle I(t - \tau/2) \rangle) \rangle}{\left[\langle (I(t + \tau/2) - \langle I(t + \tau/2) \rangle)^2 \rangle \langle (I(t - \tau/2) - \langle I(t - \tau/2) \rangle)^2 \rangle \right]^{1/2}}. \quad (3.9)$$

Профиль функции $b_I(t^*, \tau)$ имеет характерную для случайно-модулированных волн область отрицательной корреляции, положение которой на оси τ близко к времени когерентности τ_k . С улучшением когерентности поля при $\tilde{R} \leq 0$ область отрицательной корреляции сдвигается к большим τ . В закритическом режиме ($\tilde{R} > 2$) область отрицательной корреляции вначале смещается к меньшим τ вследствие распадной неустойчивости и выделения субимпульсов, а затем к большим τ в процессе формирования солитонов и образования пьедестала из несолитонной компоненты шума. Эти закономерности отражают изменение с расстоянием z времени корреляции флуктуаций интенсивности $\tau_I(z)$, которое обычно определяется по уровню e^{-1} функции $b_I(0, \tau)$ (рис. 76) [133]. Асимптотическое значение $\tau_I(z \rightarrow \infty)$ при $\tilde{R} > 0$ определяется средней длительностью солитона и уменьшается с ростом нелинейности.

Изменение плотности вероятности $w(I)$ интенсивности получено в [128] по выборке из 1400 реализаций для задачи о самофокусировке двумерного пучка. Формирование нитей в двумерном пучке при $\tilde{R} = 10$ приводит к повышению плотности вероятности больших отклонений интенсивности $I > \langle I \rangle$. Одновременно растекание "пьедестала" увеличивает вероятность малых флуктуаций с $I < \langle I \rangle$. При $\tilde{R} < 0$ возрастает вероятность средних флуктуаций $I \simeq \langle I \rangle$ вследствие нелинейного сглаживания случайных выбросов интенсивности излучения.

Комплексное исследование самомодуляции шумового импульса в кубичной среде с керровской нелинейностью показывает неразрывную связь изменений когерентности, функций распределения квадратурных компонент, амплитуды и интенсивности светового поля с процессом формирования волноводного режима, при котором из импульса выделяются солитоны огибающей и образуется "пьедестал".

В [134] проведены статистические исследования методом Монте-Карло частотного спектра мощного лазерного импульса субпикосекундной длительности при самовоздействии в газах в условиях керровской и плазменной нелинейностей. Показано, что при керровском механизме нелинейности спектр частично-когерентного импульса в среднем сглаживается и приобретает форму, близкую к лоренцевской. С увеличением интенсивности в фокусе до 10^{15} Вт см⁻², когда преобладает нелинейность в самонаведенной плазме, в спектре импульса формируется протяженное коротковолновое крыло. Сильная нелинейная зависимость скорости ионизации от интенсивности приводит к возникновению двух временных масштабов когерентности $\gamma(0, \tau)$.

3.2. Статистика солитонов

Вопросы формирования и устойчивости солитонов при случайных возмущениях имеют важное значение в задачах передачи информации по волоконно-оптическим линиям связи. Аналитически удается рассмотреть случаи слабого нелинейно-оптического взаимодействия шумового поля. В предположении гауссовой статистики оптического излучения в [18, 135] методом интегрирования по траекториям исследована начальная стадия выделения стационарного импульса из шума. Методом обратной задачи рассеяния в [136, 137] установлено, что малые флуктуации амплитуды исходного импульса влияют только на вариации амплитуды образующегося солитона, тогда как флуктуации фазы — на вариации его

скорости. В случае сильных флуктуаций исследование процесса выделения уединенного импульса и статистических характеристик сформировавшихся солитонов проводится с помощью метода Монте-Карло.

3.2.1. Формирование солитонов. Процесс образования стационарного импульса из шумового излучения описывается уравнением (3.1). Входные импульсы с гауссовой огибающей определяются выражениями (2.47)–(2.50). Для входных импульсов солитонной формы с фазовым шумом комплексная амплитуда случайного поля $\tilde{E}_0(t)$ при $z = 0$ задается следующим образом [137, 138]:

$$\tilde{E}_0(t) = \sqrt{\frac{2A_0^2}{R}} N_c q_0 \operatorname{sech}\left(q_0 \frac{t}{t_n}\right) \exp[i\tilde{\varphi}(t)]. \quad (3.10)$$

Для солитонов с аддитивным гауссовым шумом формула (2.48) записывается в виде

$$\begin{aligned} \tilde{E}_0(t) &= \sqrt{\frac{2A_0^2}{R}} N_c q_0 \operatorname{sech}\left(q_0 \frac{t}{t_n}\right) (1 + \tilde{\alpha}(t)), \\ \tilde{\alpha}(t) &= \tilde{c}(t) + i\tilde{d}(t), \end{aligned} \quad (3.11)$$

где R — параметр нелинейности, q_0 — форм-фактор, определяющий амплитуду и длительность солитона, N_c — кратность солитонного импульса.

Волноводный режим распространения существует при условии $R = 2$, из которого следует критическое значение энергии образования солитона [59]. Регулярный импульс ($\tilde{\varphi} = 0$, $\tilde{\alpha} = 0$) амплитудой A_0 , для которой $R = 2$, при $N_c = 1$ и форм-факторе $q_0 = 1$ образует солитон. Для того же значения $R = 2$ кратное увеличение амплитуды поля ($N_c = 2, 3$) приводит к образованию связанного состояния N_c солитонов.

Численные эксперименты с солитонами [139] показали их устойчивость к стационарным отклонениям амплитуды. Если возмущения амплитуды $|\tilde{\alpha}| < 0,5$, то из импульса при $R = 2$, $N_c = 1$ после нескольких осцилляций формируется один солитон. При этом для $\tilde{\alpha} < 0$ процесс установления амплитуды начинается с ее падения. При $\tilde{\alpha} > 0$ вначале амплитуда импульса растет и затем выходит на стационарное значение после нескольких переколебаний. Амплитуда солитона, установившаяся после переходного процесса, определяется форм-фактором, который при $|\tilde{\alpha}| < 0,5$ равен $q = 1 + 2\tilde{\alpha}$. Многосолитонный импульс ($N_c = 2; 3$) является также устойчивым к малым возмущениям $|N_c \alpha| < 0,5$ [139].

В шумовых вспышках с временем когерентности τ_{k0} , сравнимым с длительностью импульса t_n , случайные выбросы интенсивности при закритической нелинейности $\tilde{R} > 2$ "подхватываются" нелинейным откликом среды. На расстоянии $z \simeq 0,1\tilde{L}_{\text{дп}}$ волна распадается на отдельные субимпульсы [124]. Затем при $z > 2\tilde{L}_{\text{дп}}$ из субимпульсов с энергией, большей критической, после нескольких осцилляций его амплитуды и длительности образуются солитоны. Субимпульсы с энергией, меньшей критической, расплываются, образуя "пьедестал". В результате солитоны "очищаются" от шума. В [140] выполнены численные исследования динамики многосолитонного импульса ($N_c = 16$) с аддитивным гауссовым шумом (3.11) в широком диапазоне изменения времени когерентности ($\tau_{k0}/t_n = 0,03 \div 0,48$) и дисперсии шума ($\langle \tilde{\alpha}^2 \rangle^{1/2} = 0,05 \div 0,17$). Установлено, что на начальном участке $z < L_{\text{дп}}$ происходит либо распад исходного

импульса вследствие амплитудно-модуляционной неустойчивости на последовательность отдельных импульсов, либо образование одиночного узкого импульса искаженной формы.

Анализ распространения шумовых импульсов в нелинейной среде на расстояние z , значительно превышающее дисперсионную длину $L_{\text{дп}}$, вызывает большие вычислительные трудности. Это связано с тем, что с расстоянием расширяется область, на которую расплывается шум, отделяющийся от солитона, и размерность численных массивов, описывающих процесс, чрезмерно возрастает. Ограничение области, в которой рассматривается импульс, эквивалентно переходу к задаче о солитоне на шумовом фоне, образовавшемся при многократном переотражении шумовых волн от границ области. Такая постановка численного эксперимента в некоторой степени отражает динамику солитона в оптическом волокне при отражении стохастических волн от разветвителей и других оптических элементов на тракте.

Распространение импульсов солитонной формы при $R = 2$ и $q_0 = 1$ со случайными δ -коррелированными флуктуациями амплитуды и фазы (3.10), (3.11) в условиях шумового фона рассмотрено в [138], [141] для расстояний $z = (30 \div 70)L_{\text{дп}}$. При слабом фазовом шуме с дисперсией $\sigma_\varphi^2 \leq 0,25$ односолитонный импульс ($N_c = 1$) приобретает малую случайную скорость, его амплитуда и длительность меняются незначительно. С увеличением дисперсии влияние шумового фона более значительно. При $0,2 \leq \sigma_\varphi^2 \leq 1$ импульс становится случайно-модулированным, его максимальная амплитуда уменьшается, длительность возрастает. Значение дисперсии $\sigma_\varphi^2 = 1$ является критическим для существования односолитонного импульса.

Двухсолитонный импульс ($N_c = 2$) с увеличением дисперсии фазового шума $\sigma_\varphi^2 \geq 0,01$ распадается на два отдельных разбегающихся солитона. Связанное двухсолитонное состояние разрушается (рис. 9) [138]. При дисперсии шума, превышающей $\sigma_\varphi^2 = 0,25$, из импульса с $N_c = 2$ образуется один солитон со слабыми флуктуациями формы.

Солитонные импульсы более устойчивы к случайной амплитудной модуляции ($\operatorname{Re} \tilde{\alpha} \neq 0$, $\operatorname{Im} \tilde{\alpha} = 0$). Для односолитонного импульса критическим параметром его существования является значение дисперсии амплитудных флуктуаций $\sigma_\alpha^2 = 1,7$; для двух отдельных солитонов $\sigma_\alpha^2 = 0,25$.

В частотном спектре $\tilde{E}(\omega)$ односолитонных стохастических импульсов при распространении возникают области случайной модуляции вследствие его взаимодействия с шумовыми волнами, образовавшимися при "очищении" солитона [142].

Заметим, что в численных исследованиях [138, 141, 142] получены частные результаты, характер которых существенно зависит от размера области $\mathcal{L}_t$, определяющей уровень шумового фона и, следовательно, влияние стохастических волн на формирование и "очищение" солитонов. Кроме того, при использовании δ -коррелированного шума возможны существенные погрешности, поскольку численная схема не воспроизводит процесс высокочастотного обогащения спектра, верхняя граница которого совпадает с частотой Найквиста сетки.

3.2.2. Статистика параметров солитонов. Для статистической оценки параметров солитонов, сформировавшихся из шумового импульса, более эффективным является

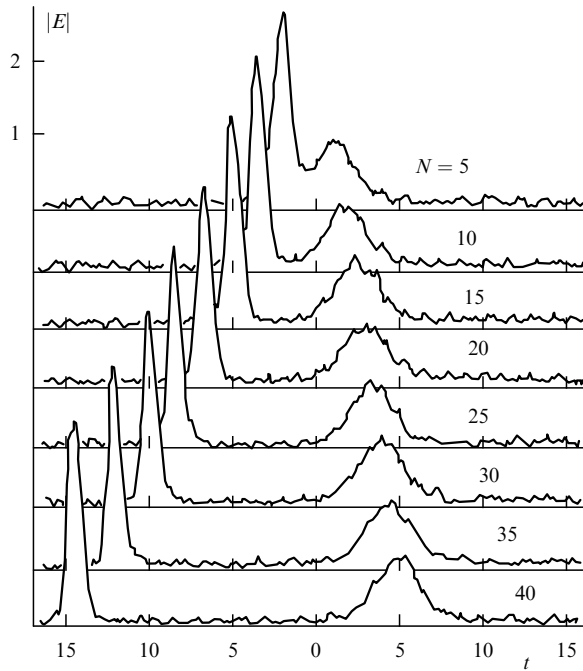


Рис. 9. Распад связанного двухсолитонного состояния. Эволюция импульса с фазовым шумом (3.11) при $N_c = 2$, $R = 2$, $q_0 = 1$, $\sigma_\varphi^2 = 6,87 \times 10^{-2}$. Время — в единицах t_n , расстояние — $z = NL_{\text{дп}}$ [138].

метод обратной задачи рассеяния [143]. В [144] развит алгоритм вычисления солитонного спектра для отдельной реализации входного импульса с возмущениями общего вида. Это позволило применить метод Монте-Карло для определения средних значений и отклонений форм-фактора q и скорости движения солитонов [137, 145].

Для N_c -солитонного импульса с аддитивным гауссовым шумом (3.11) повышение амплитуды шума σ_x вызывает рост форм-факторов q , что объясняется увеличением средней энергии импульса пропорционально $1 + \sigma_x^2$. На рисунке 10 представлены в зависимости от амплитуды шума σ_x средние значения и стандартные отклонения форм-факторов q , полученные по выборке из 256 реализаций для трехсолитонного импульса при времени когерентности шума $\tau_{k0} = 0,5t_n$ [145]. Наиболее значительно увеличивается форм-фактор q для низшей компоненты солитонного спектра, что связано со сравнительно большим временем корреляции шума. При $\sigma_x \simeq 0,6$ значения q для двух низших солитонных компонент совпадают. Это соответствует неустойчивому вырожденному состоянию, в котором два равных по амплитуде солитона значительно различаются по скорости.

Для малого уровня шума $\sigma_x \leq 0,25 \div 0,50$ стандартные отклонения форм-фактора и скорости солитонов меняются линейно с амплитудой шума σ_x , что совпадает с аналитическим расчетом методом возмущений. Как показывают эксперименты с односолитонными импульсами [137], с увеличением σ_x эта линейная зависимость нарушается и флуктуации параметров солитона растут более значительно. Для односолитонных импульсов с большой амплитудой шума ($\sigma_x \simeq 0,5 \div 1,0$) повышается вероятность возникновения солитонов с меньшими значениями форм-фактора.

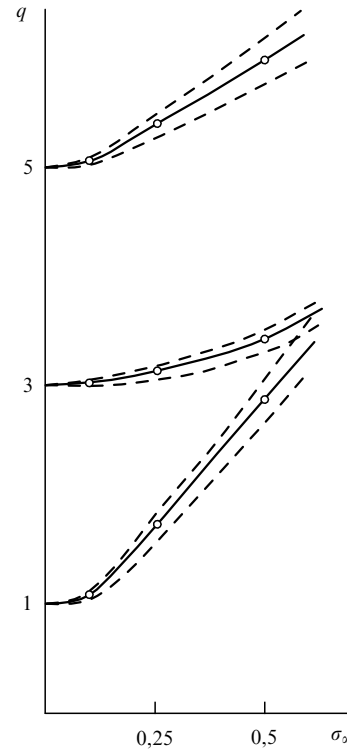


Рис. 10. Зависимости средних значений и стандартных отклонений форм-факторов q различных компонент трехсолитонного импульса от амплитуды шума σ_x [145].

3.3. Нестационарное самовоздействие пучков

При распространении импульсного излучения в поглощающих средах световое поле наводит возмущения диэлектрической проницаемости $\epsilon_{\text{нл}}$, которые изменяются во времени в соответствии с процессами тепло-массопереноса. Нелинейный отклик поглощающей среды является не мгновенным во времени и не локальным в пространстве. Этот факт отражается в появлении пространственной и временной дисперсии нелинейного вклада диэлектрической проницаемости $\epsilon_{\text{нл}}$.

В изобарическом приближении ($t_n > a/c_s$, где c_s — скорость звука) установление температуры характеризуется временными масштабами, связанными с конвекцией $\tau_{va} = a/v$, $\tau_{vr} = r_k/v$ и температуропроводностью $\tau_{\chi a} = a^2/4\chi$, $\tau_{\chi r} = r_k^2/4\chi$ на размерах пучка a и пространственных неоднородностей r_k . В неподвижной среде ($v = 0$) для коротких импульсов τ_k , $t_n < \tau_\chi$ справедлива модель локальной нелинейности, для которой перенос тепла вследствие конвекции и теплопроводности пренебрежимо мал в течение импульса. Материальное уравнение (2.10) принимает вид [146, 147]

$$\epsilon_{\text{нл}} = \frac{\partial \epsilon}{\partial T} T, \quad \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \alpha_n I. \quad (3.12)$$

Приближение локальной нелинейности используется при анализе самовоздействия фемто- и субпикосекундного лазерного излучения с плотностью мощности $10^{13} \div 10^{15}$ Вт см⁻² в газах в условиях ионизации [148, 149]. Такое приближение справедливо при малом влиянии диффузии электронов, пондеромоторных сил и рекомбинации ионов на распределение концентрации электронов $N_e(\mathbf{r}, z, t)$ в течение импульса. Система мате-

риальных уравнений записывается следующим образом:

$$\varepsilon_{\text{нл}} = -\frac{\omega_p^2}{\omega^2}, \quad \omega_p^2 = \frac{e^2 N_e}{\varepsilon_0 m},$$

$$N_e = \sum_k k N_k, \quad \frac{dN_k}{dt} = -R_k(I)N_k + R_{k-1}(I)N_{k-1}, \quad (3.13)$$

где N_k — концентрация ионов k -й кратности, $R_k(I)$ — скорость ионизации, зависящая от интенсивности I .

В движущихся средах при $\tau_\chi < \tau_v$ преобладает теплопроводность, при $\tau_\chi > \tau_v$ — конвекция [150].

При достаточно большой мощности пучка, распространяющегося в вертикальном направлении в неподвижной среде, развивается самонаведенная конвекция и определяет роль в формировании возмущения играет продольный перенос тепла [151].

При нестационарном самовоздействии пучков в условиях тепловой и плазменной нелинейности дисперсионное распыление импульса пренебрежимо мало. Предметом исследований здесь является динамика пространственных флуктуаций излучения, изменение во времени пространственной статистики светового поля.

3.3.1. Развитие аберраций. Пространственно-временная неустойчивость. Качественно динамику флуктуаций светового поля воспроизводит изменение во времени случайного нерегулярного профиля частично-когерентного пучка (2.52) [122, 146, 147]. В начале импульса ($t \approx 0, 1t_n$) происходит нелинейное подавление случайных максимумов интенсивности вследствие локальной дефокусировки их на наведенных неоднородностях среды (рис. 11). При локальном тепловом самовоздействии существует сильная корреляция неоднородностей, наведенных в среде, и возмущений светового поля. В терминах работы [152], в начале импульса формируется "спеклон", и неоднородности излучения "резонансно в пространстве" подавляются согласованными с ними спекл-неоднородностями среды. Вследствие этого происходит эффективная дефокусировка локальных максимумов интенсивности, их ширина увеличивается, амплитуда падает. Подобное ослабление неоднородностей светового поля имеет место при малых возмущениях [153].

Со временем ($t \approx 0,3t_n$) оптическая сила случайных тепловых линз в среде увеличивается и возникают абер-

рации вследствие каустики лучей. В результате одновременно с продолжающимся распылением выбросов интенсивности начинается их фрагментация.

Это является следствием пространственно-временной неустойчивости излучения в дефокусирующей среде с дисперсией нелинейности. Время $t_{\text{кр}}$, при котором возникают мелкомасштабные флуктуации поля, можно оценить из условия равенства энергии, прошедшей через сечение спекл-неоднородности поля, и критической энергии теплового самовоздействия.

При нестационарном тепловом самовоздействии пучка в среде, движущейся в направлении его распространения, происходит продольный перенос накапливающейся во времени нелинейности. Вследствие этого возможно образование еще одной цепи положительной обратной связи между возмущениями температуры и светового поля [154].

В условиях ионизации газовых сред изменение показателя преломления определяется более сильной зависимостью от интенсивности, чем при керровской и тепловой нелинейностях. Вследствие этого в поле мощного сверхкороткого лазерного импульса возникают большие пространственно-временные градиенты показателя преломления и неустойчивость излучения развивается более стремительно. Первоначально гауссов пучок приобретает кольцевую структуру вследствие сильной абберационной дефокусировки на границе приосевой области, где наибольшая концентрация электронов N_e в самонаведенной плазме. Со временем нелинейность накапливается и на заднем фронте импульса пучок распадается на сложную систему колец [155].

Динамические искажения пространственной структуры пучка сверхкороткого лазерного излучения неразрывно связаны с изменением частотного спектра импульса [156]. В области колец на профиле пучка, где наиболее велик градиент показателя преломления, происходит значительный сдвиг спектра в голубую область.

В резонансных средах импульс распадается на уединенные волны кольцевой структуры, расходящиеся от оси пучка. Формируется коническое излучение [157]. Динамика пространственного, временного и спектрального распределения светового поля мощного лазерного импульса в резонансной среде детально рассмотрена в [158, 159]. Показано, что в импульсе развивается спектрально-угловая неустойчивость при любом знаке отстройки основной частоты от резонанса.

Пространственно-временную неустойчивость излучения в средах с дисперсией нелинейности можно определить как "динамическую неустойчивость", в возникновении которой существенную роль играют фазовые соотношения между возмущениями светового поля и показателя преломления среды, тогда как филаментация пучка при мелкомасштабной самофокусировке в керровской среде с мгновенным нелинейным откликом [3] является "статической неустойчивостью" или "дивергенцией" светового поля.

Из анализа, выполненного в [12] методом возмущений, следует, что динамическая неустойчивость в керровской среде развивается при совместном проявлении эффектов дифракции и дисперсии, осуществляющих пространственно-временную связь в нелинейной распределенной системе "излучение — среда".

3.3.2. Пространственная когерентность. Функция пространственной когерентности поля $\gamma(-r/2, r/2, t)$ опреде-

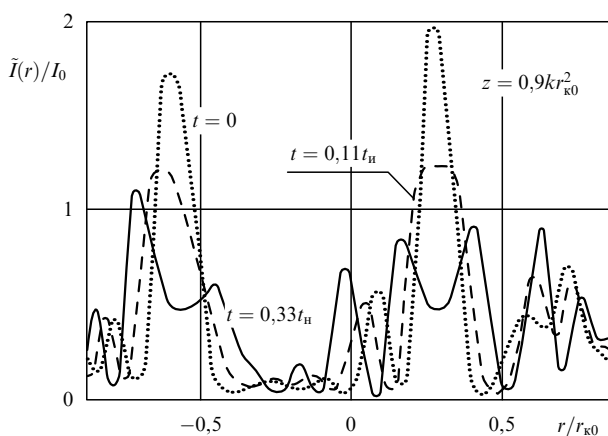


Рис. 11. Развитие аберраций на профиле интенсивности $I(r)$ при нестационарном тепловом самовоздействии пучка, рассеянного на фазовом экране. Характерный размер спекл-неоднородности $r_l = 0,5r_{k0}$, критическое время $t_{\text{кр}} = 0,36t_n$ [147].

ляется методом Монте-Карло в соответствии с выражением, аналогичным (3.5).

При дефокусировке локальных максимумов интенсивности в начале импульса ($t \approx 0,1t_n$) функция $|\gamma(-r/2, r/2, t)|$ для пучка, рассеянного на фазовом экране (2.52), расширяется, что свидетельствует об улучшении пространственной когерентности поля [160]. С появлением мелкомасштабных флуктуаций при $t \approx t_{кр}$ когерентность ухудшается на малых расстояниях $r < r_{к0}$, где $r_{к0}$ — начальный радиус когерентности. Одновременно нелинейная расходимость, подобно дифракционной, повышает корреляцию поля на больших расстояниях $r_k \approx 2r_{к0}$. В дальнейшем функция $|\gamma(-r/2, r/2, t)|$ теряет унимодальность. С развитием пространственной неустойчивости светового поля декорреляция охватывает все сечение пучка и при $t > t_{кр}$ когерентность излучения значительно ухудшается.

Радиус корреляции $r_k(t)$, определяемый по некоторому уровню функции $|\gamma(-r/2, r/2, t)|$, отчасти отражает сложную картину трансформации когерентности поля. Радиус $r_k(t)$ меняется существенно немонотонно во времени (рис. 12). Начальный рост $r_k(t)$ соответствует дефокусировке локальных максимумов, последующее уменьшение $r_k(t)$ — обогащению пространственного спектра поля высшими гармониками при пространственно-временной неустойчивости. Немонотонное изменение во времени радиуса корреляции поля, полученное методом статистических испытаний, подтверждено лабораторными исследованиями пространственной когерентности при тепловом самовоздействии пучка, рассеянного на фазовом экране. Совместные численные и лабораторные эксперименты [160] показали, что изменение во времени пространственной когерентности существенно зависит от начальной статистики излучения. С ростом дисперсии амплитудных флуктуаций в падающем излучении уменьшается относительное улучшение когерентности, происходящее в начале импульса. При развитой спекл-структуре входного излучения радиус когерентности выходного пучка $r_k(t)$ монотонно падает со временем при нестационарном тепловом самовоздействии.

3.3.3. Статистика интенсивности. Сглаживание флуктуаций поля вследствие локальной дефокусировки в начале импульса и последующее развитие aberrаций являются причиной немонотонного изменения во времени дисперсии интенсивности σ_I^2 (см. рис. 12).

Коэффициент пространственной корреляции флуктуаций интенсивности $b_I(r)$ определяется по результатам статистических испытаний в соответствии с выражением, аналогичным (3.9). В начале импульса ($t \approx 0,1t_n$) коэффициент $b_I(r)$ уширяется и область отрицательных корреляций смещается к большим значениям аргумента r [147]. С появлением aberrаций при $t \approx t_{кр}$ область положительной корреляции сужается. Одновременно вследствие продолжающегося глобального уширения первоначальных выбросов интенсивности возникает дополнительная область сильной корреляции на расстояниях $r \approx 2r_{к0}$. Функция $b_I(r)$ становится существенно двухмасштабной.

Радиус корреляции флуктуаций интенсивности $r_I(t)$, определяемый для "уровня 0,5" на профиле $b_I(r)$, возрастает в начале импульса, а затем падает (см. рис. 12).

3.3.4. Пространственный спектр. Развитие мелкомасштабных aberrаций на профиле пучка проявляется в высоко-

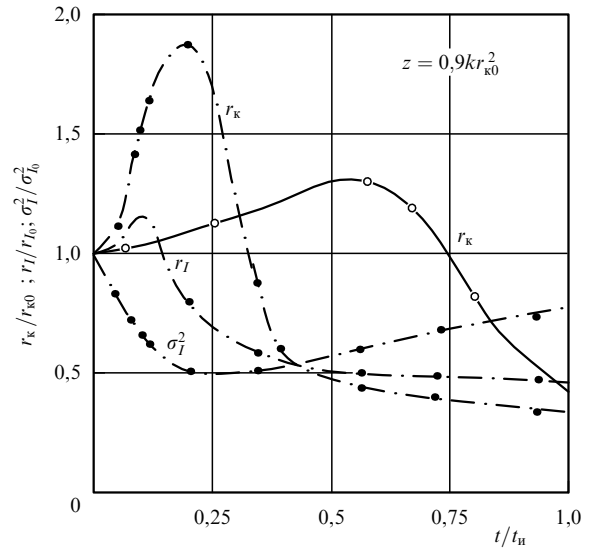


Рис. 12. Изменение во времени статистических характеристик частично когерентного светового пучка при нестационарном тепловом самовоздействии: радиуса когерентности поля r_k , радиуса корреляции r_I и дисперсии σ_I^2 интенсивности, полученных методом статистических испытаний (черные кружки) и в лабораторном эксперименте (светлые кружки) [160].

частотном обогащении пространственного спектра светового поля. В начале импульса модуль спектра $\langle |\Phi_E(\kappa)| \rangle_N$ является унимодальным с характерной шириной κ_0 (рис. 13) [147]. К концу импульса его форма искажается и значительно возрастает амплитуда фурье-гармоник на частотах, в 2–3 раза превышающих κ_0 . Это отражает процесс перекачки энергии поля в высокочастотные компоненты пространственного спектра при пространственно-временной неустойчивости.

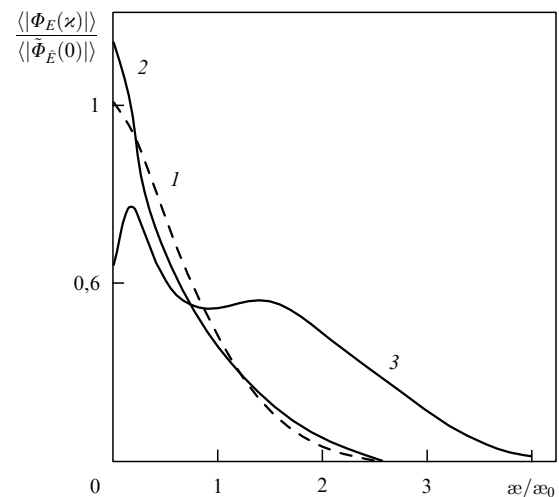


Рис. 13. Трансформация пространственного спектра модуля поля в условиях нестационарного теплового самовоздействия пучка, рассеянного на фазовом экране при $t_{кр} = 0,36t_n$; κ_0 — верхняя граница спектра в линейной среде $t/t_n = 0$ (1); 0,11 (2); 1,0 (3) [147].

3.3.5. Многомодовый пучок. Для импульсного многомодового лазера исследование пространственной статистики пучка, распространяющегося в условиях нестацио-

нарного теплового самовоздействия, основывается на имитационной модели излучения (2.67), (2.68). Как видно по изофотам отдельных реализаций, распыливание спеклов в начале импульса и последующая их фрагментация происходят одновременно с глобальным уширением пучка (рис. 4в, г) [161]. Область пространственной локализации излучения, которая определяется эффективным радиусом пучка $\langle a_{\text{эф}} \rangle_N$, расширяется как вследствие дифракции (рис. 4б), так и тепловой дефокусировки всего пучка в целом.

Пространственная когерентность многомодового пучка, имеющего развитую спекл-структуру, монотонно падает со временем, в отличие от пучка, рассеянного на фазовом экране.

В линейной среде многомодовому пучку с развитой спекл-структурой можно сопоставить регулярный пучок гауссова профиля такой же расходимости. Однако попытка заменить статистическое исследование самовоздействия частично-когерентного пучка эквивалентной детерминированной задачей приводит к погрешности в оценке его параметров. Это объясняется тем, что вследствие корреляции наведенных в среде неоднородностей со спекл-структурой светового поля нелинейная дефокусировка частично-когерентного пучка развивается сильнее, чем регулярного с усредненными параметрами.

3.4. Вынужденное комбинационное рассеяние

Вынужденное комбинационное рассеяние (ВКР) относится к нелинейно-оптическим процессам, позволяющим осуществлять преобразование лазерного излучения. Значительный интерес представляет ВКР-преобразование лазерного излучения для сужения полос его частотного спектра и уменьшения угловой расходимости пучков. Физические аспекты механизма коррекции волнового фронта при попутном ВКР-преобразовании изложены в обзоре [162].

Значительное место в работах по ВКР-преобразованию принадлежит компьютерным экспериментам, в частности экспериментам со случайными полями при исследовании ВКР-усиления в поле некогерентной накачки.

В приближении связанных волн [57] комплексные амплитуды волн накачки $E_p(\mathbf{r}, z, t)$ и попутного стоксового излучения $E_s(\mathbf{r}, z, t)$ описываются следующей системой уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_p}{\partial z} + \frac{1}{v_p} \frac{\partial E_p}{\partial t} + \frac{i}{2k_p} \Delta_{\perp} E_p &= \gamma_p E_s Q, \\ \frac{\partial E_s}{\partial z} + \frac{1}{v_s} \frac{\partial E_s}{\partial t} + \frac{i}{2k_s} \Delta_{\perp} E_s &= \gamma_s E_p Q^* + \tilde{\mu}_s, \\ \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{Q}{T_2} &= \gamma_q E_p E_s, \end{aligned} \quad (3.14)$$

где $Q(\mathbf{r}, z, t)$ — комплексная амплитуда волны молекулярных колебаний, $\gamma_{p,s,q}$ — коэффициенты нелинейного взаимодействия излучения с комбинационно-активной средой, $\tilde{\mu}(\mathbf{r}, z, t)$ — амплитуда шума спонтанных переходов, $v_{p,s}$ — групповые скорости для волн накачки и стоксовой компоненты, $T_2 = 2\pi/\Delta\omega_0$, где $\Delta\omega_0$ — ширина линии рамановского рассеяния. В системе (3.14) не учитываются высшие стоксовы компоненты и обратное рассеяние.

Анализ коррекции волнового фронта обычно проводится в стационарном приближении ($t_n > T_2$), при котором полагается $\partial Q/\partial t = 0$, $v_p = v_s$ и комплексные амплитуды полей зависят только от пространственных координат r, z . Коррекция частотного спектра при ВКР-преобразовании рассматривается в приближении плоских волн, при котором $E_{p,s}$ являются функциями времени и продольной координаты z .

3.4.1. Коррекция волнового фронта. Основная идея коррекции волнового фронта состоит в пространственном усреднении стоксового излучения в процессе усиления в поле некогерентной накачки. Такое усреднение достигается благодаря локальности эффекта ВКР, что отражает отсутствие пространственных производных в уравнении для Q в системе (3.14). Другими словами, в комбинационно-активной среде формируется волна молекулярных колебаний с шириной пространственного спектра, перекрывающей спектр некогерентной накачки. Вследствие этого энергия накачки эффективно перекачивается в энергию высококогерентного стоксового пучка.

На практике пространственное усреднение интенсивности накачки осуществляется с помощью призмного или зеркального интегратора, который сводит различные участки ее пучка в область взаимодействия. При этом наибольшая эффективность ВКР-преобразования до 60 % и более достигается при использовании аббератора, предварительно ухудшающего пространственную когерентность накачки.

Серия численных экспериментов по ВКР-усилению в случайном поле пересекающихся пучков некогерентной накачки выполнена в [91, 163] для двумерной модели. Рассматривалось ВКР в сжатом водороде при накачке излучением XeCl лазером ($\lambda = 0,308$ мкм). На рисунке 14 приведена реализация для схемы с четырьмя пересекающимися пучками накачки, расходимость которых после аббератора в 120 раз превышала дифракционную. Каждый пучок моделировался супергауссовым профилем шириной 1,5 см. Несмотря на случайно-неоднородное распределение интенсивности накачки в поперечном сечении области взаимодействия стоксов пучок после усиления сохраняет профиль, близкий к гауссову. Результаты численного моделирования хорошо согласуются с экспериментом.

3.4.2. Коррекция частотного спектра. Перенесение идеи об усреднении на временную зависимость для получения узкополосного стоксового излучения в поле широкополосной накачки встречает принципиальные трудности. Дело в том, что отклик комбинационно-активной среды является не мгновенным во времени в отличие от его пространственной локальности. Фаза молекулярных колебаний зависит от предыдущих моментов времени, что отражает слагаемое $\partial Q/\partial t$ в системе (3.14). Частотный спектр этих колебаний даже для сред с широкой рамановской линией $\Delta\omega_0$ значительно уже спектра широкополосной накачки $\Delta\omega_p$. В этом случае время когерентности накачки τ_{kp} много меньше времени релаксации T_2 и случайные флуктуации ее фазы полностью переносятся на стоксово излучение, тогда как в поле узкополосной накачки с $\tau_{kp} \gtrsim T_2$ фаза стоксового импульса лишь частично повторяет случайные изменения фазы накачки. Это подтверждают результаты численных экспериментов по нестационарному попутному ВКР-усилению затравочного стоксового импульса в случайном поле немонахроматической накачки [164, 92].

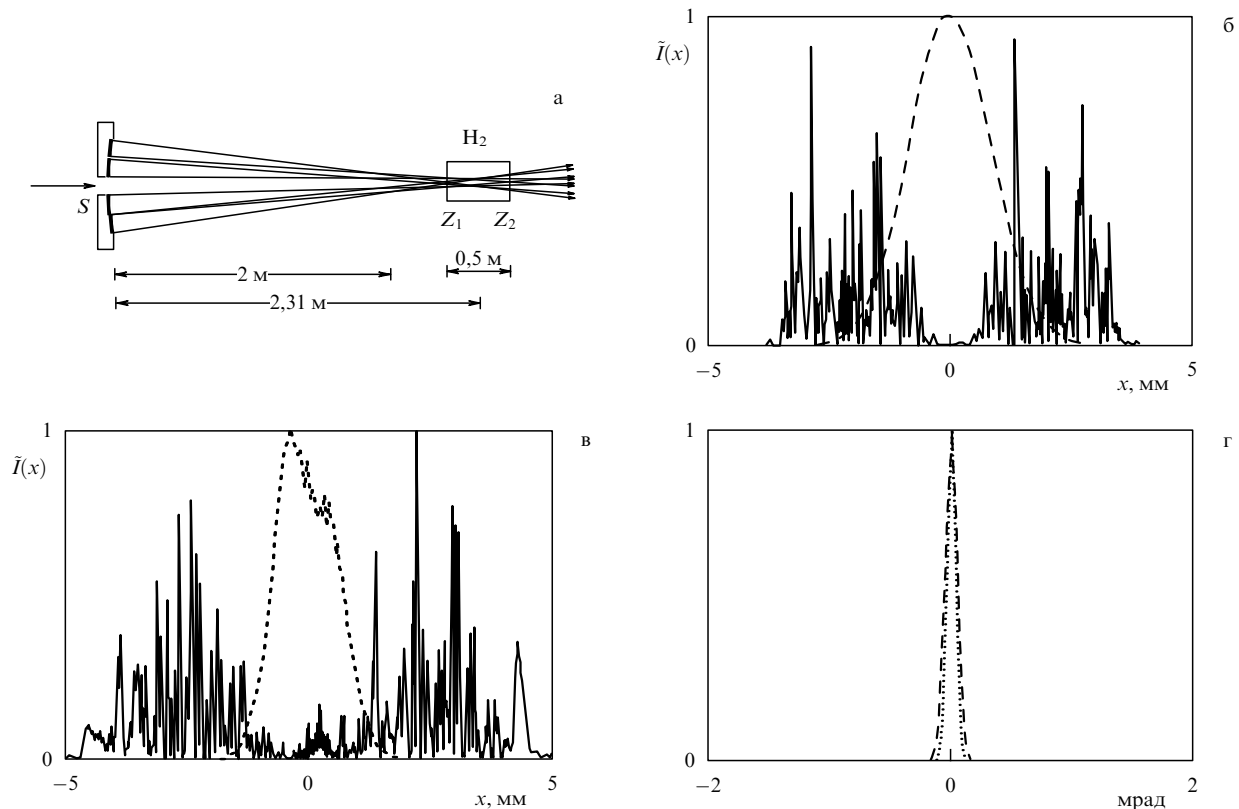


Рис. 14. Распределение интенсивности $\tilde{I}(x)$ в отдельной реализации пучков накачки и стоксового излучения для ВКР-усилителя с четырьмя пересекающимися пучками частично-когерентной накачки: (а) схема ВКР-усиления, (б) накачка (сплошная кривая) и стоксов пучок (пунктирная) на входе в плоскости z_1 , (в) накачка и стоксов пучок на выходе в плоскости z_2 , (г) стоксов пучок в дальней зоне: входной (пунктирная кривая), после усиления (штриховая кривая) [163].

Некоторое сужение полосы выходного стоксового излучения по сравнению с частотной полосой накачки достигается также при ВКР-усилении в средах со значительной дисперсией групповых скоростей [162]. В этом случае осуществляется пространственно-временное усреднение в процессе смещения стоксового импульса по импульсу накачки. Однако дисперсия групповых скоростей невелика и улучшение когерентности стоксового излучения незначительно. Как показывают результаты статистических испытаний [92], время когерентности выходного стоксового импульса $\tau_{кс}$ приблизительно в полтора раза превышает время когерентности накачки $\tau_{кр}$ при относительной расстройке групповых скоростей v_p и v_s , равной 0,02.

При обратном ВКР встречный стоксов импульс перемещается по неоднородному импульсу широкополосной накачки и происходит эффективное пространственно-временное усреднение флуктуаций стоксового излучения, наведенных при усилении. Математически задача для нестационарного обратного ВКР описывается системой (3.14) при смене знака при $\partial E_s / \partial z$.

Пример случайной реализации в численном эксперименте по усилению затравочного стоксового импульса при обратном ВКР в поле шумовой накачки приведен на рис. 15 [165]. В процессе усиления стоксового излучения происходит истощение накачки на заднем фронте ее импульса. Выходной стоксов импульс сохраняет унимодальную форму, его фаза меняется монотонно несмотря на значительные фазовые флуктуации накачки. Как показывают результаты статистического анализа, усред-

ненная форма усиленного стоксового импульса близка к гауссовой. Дисперсия интенсивности максимальна на его переднем фронте вследствие случайного времени прихода выбросов интенсивности в шумовой накачке. Функция когерентности меняется незначительно за время длительности стоксового импульса и усиленное излучение при обратном ВКР практически полностью когерентное. Степень когерентности выходного стоксового импульса несколько ухудшается в условиях сильного истощения накачки. Средняя эффективность преобразования увеличивается с ростом времени когерентности накачки $\tau_{кр}$.

4. Световые пучки в турбулентной атмосфере

4.1. Классификация задач

Распространение интенсивного оптического излучения в атмосфере сопровождается совместным проявлением нелинейных эффектов и флуктуаций параметров среды. Нелинейная рефракция и крупномасштабная турбулентность приводят к случайным блужданиям и дефокусировкам пучка. Тепловое самовоздействие излучения в поле мелкомасштабных флуктуаций среды вызывает уширение пучка, трансформацию его пространственной статистики.

Исследование распространения световых пучков на атмосферных трассах охватывает большой круг задач, которые включают анализ как энергетических параметров, определяющих распределение мощности светового

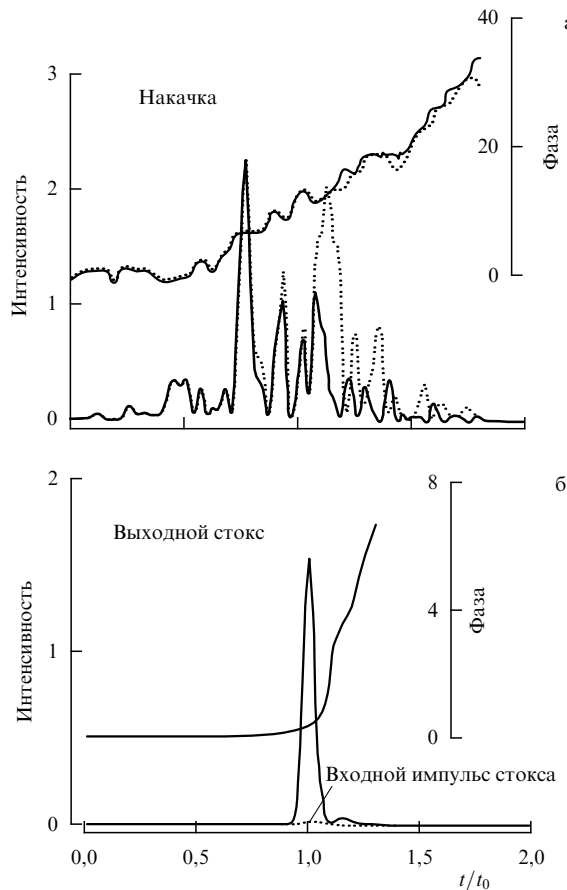


Рис. 15. Интенсивность и фаза импульсов накачки и стоксового излучения в случайной реализации процесса усиления затравочного импульса в шумовой накачке при обратном ВКР с инкрементом $G = 8$; длительность импульса накачки $t_p = 200$ пс, время когерентности $\tau_{kp} = 5$ пс, длительность входного стоксового импульса $t_s = 0,1t_p$, его интенсивность $I_s = 0,01I_p$, время релаксации $T_2 = 10$ пс, масштаб $t_0 = 230$ пс, интенсивность указана в относительных единицах, фаза — в радианах [165].

поля в пространстве и времени, так и информационных, связанных с когерентностью излучения, уровнем флуктуаций. Единый подход к этим задачам основывается на методе статистических испытаний, в котором имитируется на компьютере процесс распространения интенсивного лазерного излучения на атмосферной трассе [10].

4.1.1. Нелинейные эффекты. Нелинейные искажения, возникающие при распространении интенсивных световых пучков в атмосфере, обусловлены взаимодействием излучения как с газами воздушной смеси, так и с твердой и жидкой фракциями частиц аэрозоля [5]. Явление электрострикции, изменение поляризуемости молекул [166], кинетические эффекты при резонансном взаимодействии [167–169], возмущение плотности и температуры [170–172] при поглощении излучения вызывают нелинейную рефракцию пучков; эффекты нелинейного поглощения в газах и аэрозоле [5], блокировка светового поля при оптическом пробое в воздухе [173] приводят к нелинейному ослаблению излучения. Эффекты вынужденного температурного рассеяния (ВТР), рассеяния Мандельштама–Бриллюэна (ВРМБ) [174, 175], рассеяния на тепловых ореолах возле поглощающих частиц [173] увеличивают угловую расходимость излучения. Нелинейные эффекты обусловлены

процессами различной физической природы; их проявление существенно зависит от режима излучения и метеорологических условий на трассе [5]. Анализ показывает [58], что для большинства практически интересных режимов излучения нелинейная рефракция при тепловом самовоздействии имеет наиболее низкий энергетический порог.

Временные масштабы $\tau_{нл}$, характерные для нелинейной рефракции, удовлетворяют обычно следующей системе неравенств:

$$\tau_s < \tau_\varepsilon < \tau_{\chi_e} < \tau_{\chi_a} < T_v, \quad (4.1)$$

где τ_s — время установления давления, τ_{χ_a} , τ_{χ_e} — времена температуропроводности на масштабах светового пучка и неоднородности среды, T_v — период пульсаций скорости ветра. Конвективное время τ_v меняется в широких пределах.

Соотношения между временем взаимодействия излучения со средой t_n или τ_v , с одной стороны, и временными масштабами $\tau_{нл}$, с другой, определяют доминирующие нелинейные эффекты при распространении светового пучка в атмосфере. Так, для импульсов длительностью $t_n \simeq 0,01$ с справедливо неравенство $\tau_s < t_n < \tau_v < T_v$, что позволяет использовать изобарическую модель нестационарной локальной дефокусировки в неподвижной случайно-неоднородной среде. В режиме длинного импульса при $\tau_v < t_n < T_v$ преобладает ветровая рефракция, которая развивается в потоке случайно-неоднородной среды. При этом скорость потока можно считать постоянной, а неоднородности показателя преломления — "замороженными". При квазинепрерывном излучении с $t_n > T_v$ определяющими являются случайные блуждания и дефокусировка пучка в условиях пульсаций скорости ветра.

Для рассмотренных режимов амплитуда поля $E(\mathbf{r}, z, t)$ в незамутненной турбулентной атмосфере описывается следующей системой уравнений:

$$2ik_0 \frac{\partial \tilde{E}}{\partial z} = \Delta_\perp \tilde{E} + \frac{k_0^2}{\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial T} \tilde{T} \tilde{E} + k_0^2 \frac{\tilde{\varepsilon}}{\varepsilon} \tilde{E} - ik_0 \alpha \tilde{E},$$

$$\frac{\partial \tilde{T}}{\partial t} + \mathbf{v} \nabla_\perp \tilde{T} = \alpha (\rho c_p)^{-1} \tilde{I}, \quad (4.2)$$

совместно с условием "замороженной" турбулентности [123]

$$\tilde{\varepsilon}(\mathbf{r}, z, t + \tau) = \tilde{\varepsilon}(\mathbf{r} - \mathbf{v}\tau, z, t). \quad (4.3)$$

4.1.2. Параметры подобия. В численном эксперименте за критерий подобия, характеризующий флуктуации диэлектрической проницаемости среды, удобно выбрать дисперсию σ_ε^2 возмущений фазы, определяемую на удвоенной дифракционной длине $2L_{дф}$ [10]. Для модели фазовых экранов, дисперсия которых определяется по (2.56), критерий σ_ε^2 равен

$$\sigma_\varepsilon^2 = 1,8 \times 10^{-2} C_\varepsilon^2 k_0^3 L_0^{5/3} a_0^2. \quad (4.4)$$

Нелинейная рефракция пучка при тепловом самовоздействии характеризуется параметром нелинейности R :

$$R = \frac{k_0^2 a_0^2}{\rho c_p n_0} \left| \frac{\partial \varepsilon}{\partial T} \right|_{w_\alpha}. \quad (4.5)$$

Характерная плотность поглощенной энергии w_α равна

$$w_\alpha = \int_0^t \alpha_n I_0(t) dt \quad (4.6)$$

при длительности импульса $t_n < \tau_v$ и

$$w_\alpha = \frac{\alpha_n I_0 a_0}{v} \quad (4.7)$$

при $t_n > \tau_v$ и квазинепрерывном режиме излучения.

Непосредственное сравнение параметров турбулентности σ_f^2 и нелинейности R позволяет качественно оценить, какой фактор доминирует в искажениях светового излучения на атмосферной трассе. Пример отдельной реализации, полученной при $R < \sigma_f^2$, приведен на рис. 16, где изображено распределение интенсивности в сечении пучка при распространении в атмосфере на расстояние $z = 0,5L_{\text{дф}}$ [176]. Первоначально пучок имел гауссов профиль и плоский волновой фронт. Изображенная реализация соответствует мгновенной регистрации интенсивности в сечении пучка. Видно, что флуктуации показателя преломления на трассе привели к образованию спеклов неправильной формы.

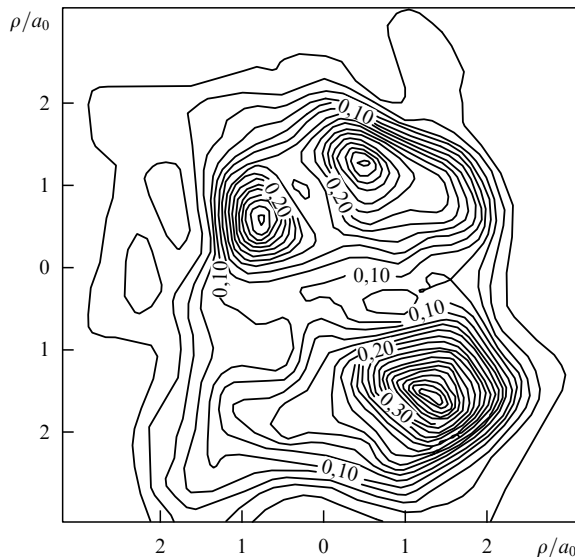


Рис. 16. Распределение интенсивности в поперечном сечении пучка при распространении на расстояние $z = 0,5ka_0^2$ в турбулентной атмосфере со спектром (2.53), радиус пучка $a_0 = 10$ см, длина волны $\lambda = 10,6$ мкм, длина трассы $z = 6$ км, структурная постоянная $C_n^2 = 10^{-15} \text{ см}^{-2/3}$, внешний масштаб турбулентности $L_0 = 1$ м, внутренний масштаб $l_0 = 1$ см, число экранов в модели $J = 20$. Значения интенсивности на изофотах указаны в единицах, отнесенных к пиковой интенсивности падающего пучка.

4.2. Пространственная статистика пучка

4.2.1. Импульсное излучение. Исследование пространственной статистики светового пучка в турбулентной атмосфере при нестационарном тепловом самовоздействии методом статистических испытаний является задачей в пятимерном пространстве: время t , три пространственные координаты x, y, z и переменная Монте-Карло i . Отдельная реализация поля в случае $t_n < \tau_v$ описывается системой уравнений (4.2) при $v = 0$.

Детальный анализ изменения пространственной когерентности при излучении короткого импульса ($\tau_s < t_n < \tau_v$) выполнен в [122] на двумерной модели

пучка в атмосфере с кармановским спектром турбулентности (2.53). Изменение во времени степени пространственной когерентности $\gamma(-r/2, r/2, t)$ определялось по выборке из $N = 300$ динамических реализаций, полученных на ансамбле стационарных статистических независимых цепочек фазовых экранов, имитирующих мелко-масштабные флуктуации показателя преломления в атмосфере. На переднем фронте импульса ($R(t) = 0$) нелинейная рефракция отсутствует, и поведение радиуса когерентности, вычисленного по уровню e^{-1} функций $|\gamma(-r/2, r/2, t)|$, соответствует оценкам [123] для линейного случая.

В условиях нелинейной рефракции когерентность светового поля меняется немонотонно со временем, как и в случае пучка, рассеянного на фазовом экране, при самовоздействии в регулярной среде. В начале импульса $r_k(t)$ увеличивается вследствие нелинейной расходимости пучка и дефокусировки наведенных неоднородностей светового поля (рис. 17). В последующем с появлением каустик на трассе при возрастании оптической силы наведенных тепловых линз происходит фрагментация спеклов и когерентность светового поля ухудшается.

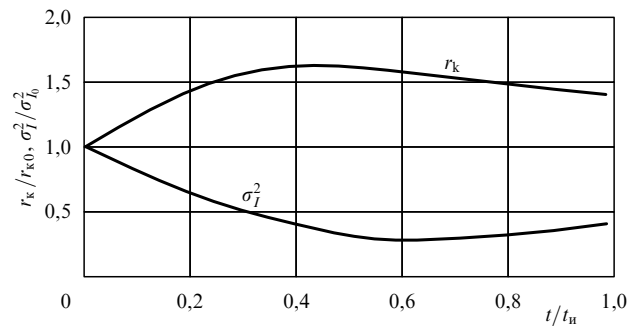


Рис. 17. Относительное изменение со временем радиуса когерентности r_k/r_{k0} и дисперсии интенсивности σ_f^2/σ_{f0}^2 на оси пучка при нестационарном тепловом самовоздействии в турбулентной атмосфере; начальный радиус гауссова коллимированного пучка $a_0 = 0,1$ м, пиковая интенсивность $I_0 = 10^3 \text{ Вт см}^{-2}$, длительность импульса $t_n = 2 \times 10^{-2} \text{ с}$, длина волны $\lambda = 10,6$ мкм, структурная постоянная турбулентности $C_n^2 = 4 \times 10^{-16} \text{ см}^{-2/3}$, внешний масштаб $L_0 = 0,5$ м, внутренний $l_0 = 0,5$ см, коэффициент поглощения $\alpha_n = 1,4 \times 10^{-4} \text{ м}^{-1}$, длина трассы $z = 0,15ka_0^2$ ($\sigma_f^2 = 100$, $R(t_n) = 150$) [122].

С развитием спекл-структуры светового поля происходит нарастание флуктуаций интенсивности, которое сменяет ослабление этих флуктуаций при нелинейной дефокусировке в начале импульса (см. рис. 17). Время $t_{\text{кр}}$, при котором начинается уменьшение r_k и рост σ_f^2 , как и в случае частично-когерентного пучка в регулярной среде, можно оценить из условия, что энергия, прошедшая через спекл-неоднородность поля, достигает критической величины. Для рассматриваемых параметров оценка дает $t_{\text{кр}} = 0,4t_n$.

В целом изменение во времени статистических характеристик первоначально когерентного пучка при тепловом самовоздействии в турбулентной атмосфере происходит слабее, чем частично-когерентного в регулярной среде. Это объясняется тем, что аддитивный вклад статистически независимых флуктуаций среды ослабляет взаимную корреляцию возмущений светового поля и среды.

4.2.2. Ветровая рефракция. Случайная реализация светового поля при излучении в режиме длинного импульса описывается системой уравнений (4.2), (4.3), в которой скорость ветрового потока v полагается постоянной. Нелинейная статистическая задача определяется параметром турбулентности σ_I^2 (4.4), длиной трассы $z/L_{\text{дф}}$, оптической толщиной αz и параметром нелинейности R (4.5), (4.7).

В отдельных реализациях мгновенное распределение интенсивности меняется случайно в сечении пучка на фоне серповидной формы пучка, характерной для регулярной ветровой рефракции (рис. 18а) [77].

В ветровом потоке флуктуации светового поля, порождаемые атмосферой, сносятся через сечение пучка, накапливая при этом нелинейное возмущение $\varepsilon_{\text{нл}}$ в среде. В результате тепловая дефокусировка сглаживает неоднородности светового поля в приосевой области пучка. Ниже по ветровому потоку при достаточно высокой мощности излучения возможно увеличение флуктуаций поля вследствие абберационного характера сильной тепловой дефокусировки. Это иллюстрирует приведенный на рис. 18б профиль относительной дис-

персии флуктуаций интенсивности β_I^2 в сечении пучка, параллельном направлению скорости ветра ²:

$$\beta_I^2(r, z) = \frac{\sigma_I^2(r, z)}{\langle I(r, z) \rangle}. \quad (4.8)$$

В сфокусированных пучках плотность мощности повышается с расстоянием и нелинейное усиление флуктуаций интенсивности выражено сильнее [80]. Это позволяет оценить критическую мощность пучка, превышение которой приводит к нарастанию мелкомасштабных флуктуаций светового поля и снижению среднего значения максимальной интенсивности излучения в плоскости приема.

Развитие мелкомасштабных возмущений светового поля в направлении потока подтверждает исследование пространственной когерентности [77]. В направлении, параллельном потоку, масштаб когерентности поля в подветренной части пучка падает, вследствие нелинейного обогащения пространственного спектра высокочастотными гармониками. В направлении, перпендикулярном потоку, корреляция поля и флуктуаций интенсивности улучшается в этой части пучка вследствие тепловой дефокусировки пучка. В результате световое поле пучка при ветровой рефракции в турбулентной атмосфере становится статистически неизотропным и неоднородным.

Инерционный характер тепловой нелинейности дает основания для оправдания процедуры расщепления моментов при получении замкнутого уравнения для функции когерентности поля [11, 177]. Однако, как показывает детальный анализ [77], введение среднего поля температуры разрывает обратную связь для флуктуации излучения при тепловом самовоздействии. Это приводит к ослаблению локальной дефокусировки выбросов интенсивности и, как следствие, к завышению индекса мерцаний (рис. 18б).

4.2.3. Пульсации скорости ветра. Согласно [178] пространственный L_v и временной T_v масштабы флуктуаций компонент скорости ветра на горизонтальной трассе удовлетворяют условиям:

$$L_v \gg a_0, \quad T_v \gg \tau_v. \quad (4.9)$$

Из первого условия следует, что скорость ветрового потока в сечении пучка практически постоянна. Из второго неравенства для квазинепрерывного режима излучения при $t_n > T_v$ следует, что для некоторого случайного распределения скорости ветра в канале пучка с большой вероятностью устанавливается температурное поле и распространение излучения можно считать стационарным.

Установившееся тепловое самовоздействие пучка при случайно-неоднородной скорости ветра на трассе описывается системой (4.2), где $\tilde{\varepsilon} = 0$; $\partial T / \partial t = 0$, а $v(z)$ — случайная функция. Для локально-изотропного поля турбулентности продольная v_x и вертикальная v_y компоненты скорости имеют нормальный закон распределения. При этом случайное поле скорости ветра можно считать δ -коррелированным в направлении распространения излучения.

² Заметим, что в режиме длинного импульса световое поле статистически стационарно при $t > 3\tau_v$ и его характеристики можно определять усреднением по времени.

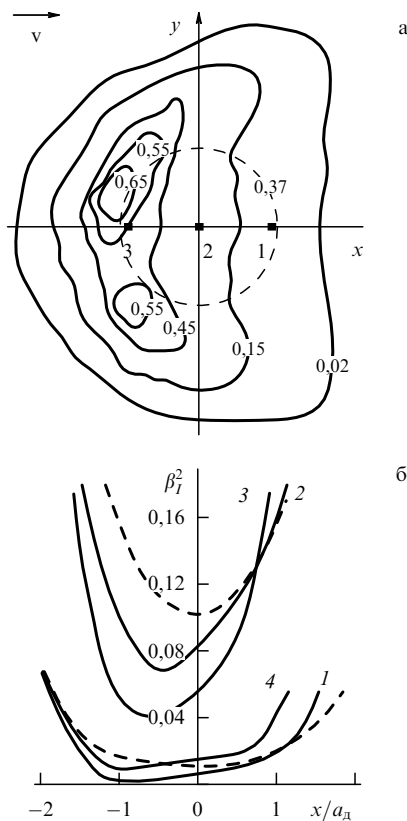


Рис. 18. Ветровая рефракция коллимированного гауссова пучка в турбулентной атмосфере на трассе длиной $z = 0,3L_{\text{дф}}$ при отношении масштабов турбулентности $L_0/l_0 = 18$ и скорости ветра $v = 10 \text{ м с}^{-1}$, коэффициент поглощения $\alpha_{\text{п}} = 1,4 \times 10^{-4} \text{ м}^{-1}$, радиус пучка $a_0 = 6l_0$, длина волны $\lambda = 10,6 \text{ мкм}$: (а) линии равной интенсивности в сечении пучка для случайной реализации при $C_e^2 = 10^{-16} \text{ см}^{-2/3}$ и начальной пиковой интенсивности $I_0 = 380 \text{ Вт см}^{-2}$ ($\sigma_I^2 = 0,4$; $R_v = 28$), (б) профиль относительной дисперсии флуктуаций интенсивности в сечении пучка, параллельном скорости ветра; $R_v = 0$ (штриховые кривые), 28 (кривые 1, 3), 23 (2), $\sigma_I^2 = 0,4$ (1) и 1,4 (2, 3). Кривая 4 получена по среднему профилю температуры; дифракционный размер пучка $a_{\text{дф}}$ показан штриховой окружностью [77].

В рассматриваемой постановке компьютерная реализация соответствует регистрации светового поля при установившемся распространении пучка на трассе с "замороженным" случайным распределением скорости ветра. Статистические характеристики светового пучка определяются в результате обработки ансамбля таких регистраций, получаемых через интервалы времени $t > T_v$, когда распределения скорости ветра на трассе становятся статистически независимыми. Нестационарная модель теплового самовоздействия пучка при турбулентном перемешивании случайным ветровым потоком предложена в [179], где построено трехмерное поле скорости без ограничений (4.9).

Как показывают численные эксперименты [23, 75, 79, 180], пульсации скорости ветра уменьшают нелинейные искажения пучка в атмосфере. Случайная ориентация скорости поперечного ветрового потока приводит к нерегулярным изменениям на трассе направления вектора градиента температурного поля, наведенного в среде. Вследствие этого нелинейные искажения пучка не накапливаются вдоль по трассе. Распределение средней интенсивности в сечении пучка становится более симметричным по сравнению с нелинейной рефракцией при регулярной скорости ветра. Особенно сильно проявляется подавление нелинейных искажений для сфокусированных пучков (рис. 19) [79].

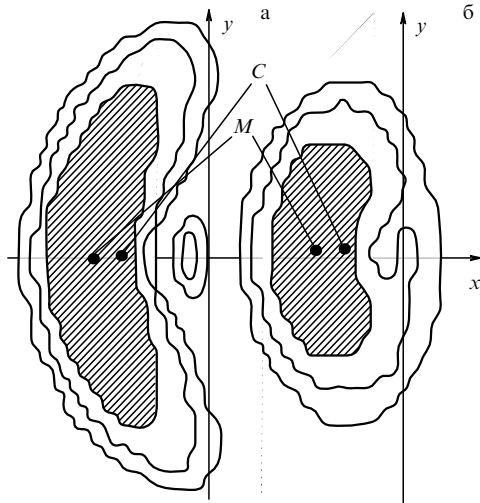


Рис. 19. Распределение средней интенсивности $\langle I(x, y) \rangle_N$ в фокальной плоскости гауссова пучка при ветровой рефракции в условиях пульсации скорости ветра; длина трассы $z = 0,3L_{\text{дф}}$, параметр нелинейности $R_v = 64$, относительная дисперсия компонент скорости ветра в плоскости, перпендикулярной направлению распространения, $\sigma_v^2 = 0,4$, число реализаций $N = 100$. Точками M и C помечены положения максимальной интенсивности $\max(I)$: (а) в отсутствие пульсаций $\sigma_v^2 = 0$, (б) при $\sigma_v^2 = 0,4$ [79].

При распространении пучка в направлении, совпадающем со средней скоростью ветра, распределение интенсивности в среднем является осесимметричным, если совпадают значения дисперсии для компонент скорости ветра в сечении пучка. С ростом нелинейности средний размер пучка увеличивается подобно стационарной дефокусировке в теплопроводящей среде. Это позволяет свести статистическую задачу о средней ширине пучка, распространяющегося вдоль среднего ветра, к

детерминированной задаче о тепловой дефокусировке в среде с эффективным коэффициентом турбулентной теплопроводности [78]:

$$\chi_T \simeq 1,5 a_0 \sigma_v. \quad (4.10)$$

4.3. Адаптивная компенсация искажений

Среди проблем современной оптики важное значение имеет уменьшение искажений световых пучков при их формировании и распространении. Наиболее перспективными являются системы адаптивной оптики, которые в реальном времени корректируют волновой фронт пучка [181, 182]. Создание адаптивных телескопов с лазерными звездами-маяками позволило качественно улучшить разрешение в астрономических наблюдениях [183, 184].

4.3.1. Модели систем адаптивной оптики. Теоретический анализ адаптивных систем основывается на моделях, которые включают модель формирования и распространения излучения в случайно-неоднородной среде, модели датчика и корректора волнового фронта и, наконец, алгоритма управления, замыкающего цепь обратной связи в системе. Компьютерные модели адаптивных систем атмосферной оптики позволяют создать сценарий распространения излучения на горизонтальной, наклонной или вертикальной трассе в соответствии с оптическими моделями атмосферы для данного географического района [185, 186]. В условиях адаптивного управления световой пучок на передающей апертуре $z = 0$ в системе (4.2) задается следующим образом:

$$E(\mathbf{r}, 0, t) = E_0(\mathbf{r}, t) \exp\{iU(\mathbf{r}, t)\}, \quad (4.11)$$

где $U(\mathbf{r}, t)$ — управляемый волновой фронт, формируемый фазовым корректором.

По базису управления различают зональные системы, которые воспроизводят фазу $U(\mathbf{r}, t)$ в ряде точек апертуры, и модальные, в которых фаза $U(\mathbf{r}, t)$ представляется в виде суперпозиции полиномов Цернике, описывающих аберрации оптических систем (см. (2.64)).

Алгоритмы управления распадаются на два основных класса: апертурного зондирования и фазового сопряжения [181, 182]. В системах апертурного зондирования фаза $U(\mathbf{r}, t)$ определяется как функция, на которой достигает максимума выбранный критерий качества в плоскости наблюдения z_0 , например мощность, падающая на заданную апертуру. Системы фазового сопряжения основываются на принципе обратимости. Информацию о фазовых возмущениях на трассе несет волна $\psi(\mathbf{r}, z, t)$, рассеянная бликующей точкой в плоскости наблюдения z_0 или лазерным маяком [183, 184], либо опорное излучение, распространяющееся по каналу падающего пучка в обратном направлении к передающей апертуре.

Для оценки эффективности адаптивных систем наряду с реализациями светового поля при короткой экспозиции изображения рассматриваются статистические характеристики, получаемые методом Монте-Карло, что соответствует длительной экспозиции в плоскости приема. В работах [187, 188] исследована длинноэкспозиционная функция рассеяния точки адаптивного телескопа с гартмановским датчиком волнового фронта.

4.3.2. Мощные пучки в атмосфере. Для пучков, распространяющихся в условиях нелинейной рефракции, методы адаптивной оптики предназначены, в первую очередь, для повышения эффективности передачи энергии лазерного излучения на атмосферных трассах. Поскольку блуждание и нерегулярная дефокусировка пучка при случайном ветровом потоке определяют, в основном, снижение плотности мощности на приемной апертуре, то компенсация этих искажений является наиболее важной для систем адаптивной оптики. При этом в ветровую рефракцию наибольший вклад вносят фазовые аберрации первого и второго порядков, для компенсации которых применима модальная коррекция со сравнительно небольшим количеством (не выше десяти) каналов управления [189, 190].

В квазистационарном приближении ($T_v \gg \tau_v$) модальное управление фазой пучка на основе максимизации критерия качества рассмотрено в [191]. Динамическая компенсация нерегулярных искажений, связанных с пульсацией скорости ветра при $T_v \geq \tau_v$, исследована в [192]. Показано, что с ростом мощности излучения и увеличением периода пульсаций скорости повышается эффективность адаптивного управления фазой пучка по сравнению с априорной коррекцией ее на основе усредненных параметров нерегулярной атмосферы. Компьютерное моделирование переходного процесса динамической фокусировки пучка при ветровой рефракции в атмосфере с "замороженной" турбулентностью выполнено в [81, 193, 194].

Повышению устойчивости процесса адаптивной фокусировки мощного пучка в турбулентной атмосфере посвящен цикл работ [195–197], в котором развит алгоритм управления фазой на основе симплекс-метода. При динамической фокусировке пучка в условиях пульсации скорости ветра этот алгоритм устойчив вплоть до дисперсии скорости $\sigma_v^2 \simeq 0,25v_0^2$, тогда как стандартная градиентная процедура поиска максимума критерия качества теряет устойчивость при $\sigma_v^2 \simeq 0,1v_0^2$. В этих работах методом Монте-Карло исследована эффективность адаптивного управления фазой пучка при нелинейной рефракции в условиях совместного влияния как пульсаций скорости ветра, так и крупномасштабных флуктуаций показателя преломления на трассе. Показано, что средняя по выборке энергия излучения $W(t)$, падающая за время $t = 12\tau_v$ на принимающую апертуру, приблизительно на 30 % больше энергии $W_0(t)$ в отсутствие управления (рис. 20).

Эффективность коррекции турбулентных и нелинейных искажений при излучении короткого импульса численно рассмотрена в [198] для системы обращения волнового фронта.

Результаты исследования адаптивной коррекции искажений мощного лазерного пучка в турбулентной атмосфере представлены в [82] на примере предполагаемого сценария лазерной противоракетной обороны. Рассматривалось поточечное управление фазой излучаемого пучка на основе алгоритма фазового сопряжения. Для конкретных параметров излучения и условий на высотной атмосферной трассе получено, что турбулентность в среднем ослабляет снижение интенсивности излучения в конце трассы, вызванное нелинейной рефракцией. Это является следствием турбулентного размывания градиентов теплового поля, наведенного в канале пучка. Адаптивная компенсация искажений на

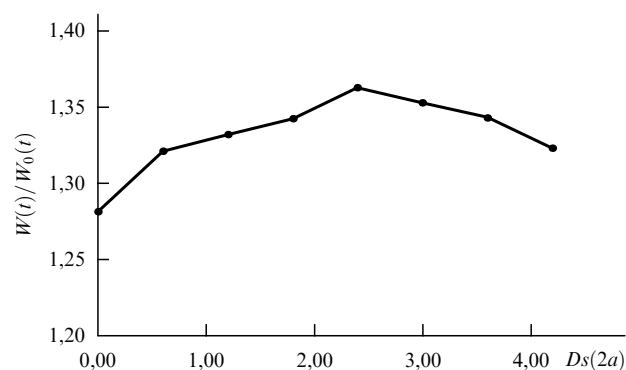


Рис. 20. Относительное увеличение усредненной энергии излучения $W(t)/W_0(t)$ на принимающей апертуре при адаптивном управлении симплекс-методом фазой пучка, распространяющегося в условиях нелинейной рефракции при пульсациях скорости ветра и крупномасштабных флуктуациях показателя преломления; длина трассы $z = 0,5L_{\text{дф}}$ [197], $Ds(2a)$ определено в [123].

основе алгоритма фазового сопряжения приводит к более сильному проявлению эффектов теплового самовоздействия, чем в отсутствие управления фазой мощного пучка в турбулентной атмосфере.

5. Заключение

В обзоре даны основные представления о статистических испытаниях в нелинейной оптике случайно-неоднородных сред. В нем неслучайно значительное внимание уделено обоснованию модели фазовых экранов для случайно-неоднородной нелинейной среды, методике компьютерных экспериментов со случайными волнами, поскольку это определяет в значительной мере надежность результатов, получаемых методом Монте-Карло. Общность модели фазовых экранов для случайно-неоднородных нелинейных сред позволяет применять ее для исследования распространения звуковых волн в океане и атмосфере, сейсмических волн в земной коре, электромагнитного излучения в ионосфере, космическом пространстве и биологических тканях.

В обзор не вошли статистические задачи лазерной физики, связанные с процессом формирования излучения в лазерах, с анализом устойчивости их генерации, чувствительности лазерных систем к отклонению параметров. Предметом самостоятельного обзора могли бы стать проблемы статистического исследования воздействия лазерного излучения на вещество, поверхность, сложные молекулы.

Автор благодарен своим коллегам С.С. Чеснокову и С.А. Шленову за полезные обсуждения материалов обзора и И.В. Пашковой за большую помощь в его подготовке к публикации. Глубоко признателен Ивану Алексеевичу Яковлеву за внимание к представленной работе.

Обзор подготовлен при частичной поддержке по контракту № 68171-94-C-9147 European Research Office, London, UK.

Список литературы

1. Ахманов С.А., Дьяков Ю.Е., Чиркин А.С. *Введение в статистическую радиофизику и оптику* (М.: Наука, 1981)

2. Нью Дж Х *ТНПЭР* **67** 51 (1979)
3. Беспалов В И, Литвак А Г, Таланов В И, в сб. *Нелинейная оптика* (Новосибирск: Наука, 1968)
4. Шерстобитов В Е *Изв. АН СССР. Сер. Физ.* **46** 1905 (1982)
5. Зуев В Е, Землянов А А, Копытин Ю Д *Нелинейная оптика атмосферы* (Л.: Гидрометеиздат, 1989)
6. Вильгельмсон Х, Вейланд Я *Когерентное нелинейное взаимодействие волн в плазме* (М.: Энергоиздат, 1981)
7. Кадомцев Б Б, Петвиашвили В И *ДАН СССР* **208** (4) 794 (1973)
8. Руденко О В *УФН* **149** 413 (1986)
9. Гурбатов С Н, Малахов А Н, Саичев А И *Нелинейные случайные волны в средах без дисперсии* (М.: Наука, 1990)
10. Кандидов В П *Изв. АН СССР. Сер. Физ.* **49** 442 (1985)
11. Воробьев В В *Тепловое самовоздействие лазерного излучения в атмосфере* (М.: Наука, 1987)
12. Liou L W, Cao X D, McKinstrie C J, Agrawal G P *Phys. Rev. A* **46** 4202 (1992)
13. Гочелашвили К С, Чашей И В, Шишов В И *КЭ* **7** 666 (1980)
14. Бабиченко С М, Кандидов В П *Вестн. МГУ. Сер. Физ., Астр.* **26** 43 (1985)
15. Пасманик Г А *ЖЭТФ* **66** 490 (1974)
16. Бетин А А, Пасманик Г А *Изв. вузов. Радиофизика* **20** 1534 (1977)
17. Банах В А, Смалихо И Н *КЭ* **14** 2098 (1987)
18. Фаттахов А М, Чиркин А С *КЭ* **10** 1989 (1983)
19. Чиркин А С, Юсубов Ф М *Вестн. МГУ. Сер. Физ., Астр.* **26** 57 (1985)
20. Власов В А, Петрищев В А, Таланов В И *Изв. вузов. Радиофизика* **14** 1353 (1971)
21. Выслоух В А, Фаттахов А М *Изв. вузов. Радиофизика* **29** 545 (1986)
22. Fleck J A, Morris J R, Feit M D *Appl. Phys.* **10** 129 (1976)
23. Егоров К Д, Кандидов В П, Чесноков С С *Изв. вузов. Физика* **26** (2) 66 (1983)
24. Taha T R, Ablowitz M J *J. Comput. Phys.* **55** 203 (1984)
25. Шрейдер Ю М *Метод статистических испытаний (Метод Монте-Карло)* (М.: Физматгиз, 1959)
26. Алешкевич В А, Кожоридзе Г Д, Матвеев А Н *УФН* **161** (9) 81 (1991)
27. Кандидов В П *Изв. АН СССР. Сер. Физ.* **47** 1583 (1983)
28. Басов Н Г и др. *ЖЭТФ* **56** 1545 (1969)
29. Fleck J A *J. Appl. Physics* **39** 3318 (1968)
30. Зельдович Б Я, Кузнецова Т И *УФН* **106** (1) 47 (1972)
31. Ларионцев Е Г, Серкин В Н *Изв. вузов. Радиофизика* **22** 425 (1979)
32. Исаев С К и др. *ЖЭТФ* **79** (10) 1239 (1980)
33. *Метод Монте-Карло в атмосферной оптике* (Новосибирск: Наука, 1976)
34. Ефлов В Б, Ильинский Ю А *Вестн. МГУ. Сер. Физ., Астр.* **25** 115 (1984)
35. Зуев В Е, Банах В А, Покасов В В *Оптика турбулентной атмосферы* (Л.: Гидрометеиздат, 1988)
36. Davis J M, McKee Th B, Cox St K *Appl. Opt.* **24** 3193 (1985)
37. Valley M T *Proc. SPIE* **1688** 73 (1992)
38. Акимов П И, Баскаков С И *Тезисы IV Всесоюз. симп. по распр. лаз. излучения в атмосфере* (Томск, 1977) с. 224
39. Ewart T E *J. Acoust. Soc. Am.* **67** 496 (1980)
40. Рытов С М, Кравцов Ю А, Татарский В И *Введение в статистическую радиофизику Ч. 2* (М.: Наука, 1978)
41. Прохоров А М, Бункин Ф В, Гочелашвили К С, Шишов В И *УФН* **114** (11) 415 (1974)
42. Чернов Л А *Волны в случайно-неоднородных средах* (М.: Наука, 1975)
43. Kravtsov Y A *Rep. Prog. Phys.* **55** 39 (1992)
44. Bramley E N *Proc. Roy. Soc. A* **225** 515 (1954)
45. Ratcliffe J A *Rep. Phys.* **19** 188 (1956)
46. Salpeter E E *Astrophys. J.* **147** 433 (1964)
47. Bramley E N *J. Atmos. Terr. Phys.* **39** 367 (1977)
48. Rino C L *Radio. Sci.* **15** 41 (1980); **17** 855 (1982)
49. Шишов В И *Изв. вузов. Радиофизика* **14** 85 (1971)
50. Якушкин И Г *Изв. вузов. Радиофизика* **17** 1350 (1974)
51. Frankenthal S, Whitman A M *JOSA A* **6** 1827 (1989)
52. Руденко О В, Хохлова В А *Акустический журнал* **40** 126 (1994); *Acoustical Phys.* **40** 593 (1994)
53. Codona J L et al. *Phys. Rev. Lett.* **55** 9 (1985)
54. Booker H G, Ferguson J A, Vats H O *J. Atmos. Terr. Phys.* **47** 381 (1985)
55. Ерухимов Л М, Урядов В П *Изв. вузов. Радиофизика* **11** 1852 (1968)
56. Uscinski B *JOSA A* **2** 2077 (1985)
57. Шен И Р *Принципы нелинейной оптики* (М.: Наука, 1989)
58. Кандидов В П, в сб. *Нелинейная оптика и оптоакустика атмосферы* (Томск: 1988) с. 29
59. Ахманов С А, Выслоух В А, Чиркин А С *Оптика фемтосекундных лазерных импульсов* (М.: Наука, 1988)
60. Егоров К Д и др. *КЭ* **12** 1825 (1985)
61. Ермаков С М, Михайлов Г А *Курс статистического моделирования* (М.: Наука, 1976)
62. Buckley R J *Atmos. Terr. Phys.* **37** 1431 (1975)
63. Valley G C, Brown W P *Appl. Optics* **21** 3002 (1982)
64. Wernik A W, Lin C H, Yen K C *Radio Sci.* **15** 559 (1980)
65. Knepp D L *Proc. IEEE* **71** 722 (1983)
66. Uscinski B J, in *Wave Propagation in Random Media* (SPIE, PM-09, 1992) p. 346
67. Flatte St M, Tappert F D *J. Acoust. Soc. Am.* **58** 1151 (1975)
68. Martin J M, Flatte St M *Applied Optics* **27** 2111 (1988)
69. Martin J M, Flatte St M *J. Opt. Soc. Am. A* **7** 838 (1990)
70. Flatte S M, Wang G Y, Martin J M *J. Opt. Soc. Am. A* **10** 2363 (1993)
71. Dashen R et al. *J. Opt. Soc. Am. A* **10** 1233 (1993)
72. Flatte S M, Bracher Ch, Wang G Y *J. Opt. Soc. Am. A* **11** 2080 (1994)
73. Грибова Е З, Саичев А И *Радиотехника и электроника* **39** 193 (1994)
74. Macaskill C, Ewart T E *IMA J. Appl. Math.* **33** 1 (1984)
75. Коняев П А, Лукин В П *Изв. вузов. Физика* **26** (2) 79 (1983)
76. Кандидов В П, Леденев В И *КЭ* **8** 873 (1981)
77. Кандидов В П, Шленов С А *КЭ* **12** 1490 (1985)
78. Егоров К Д, Кандидов В П, Лагучев А С *Изв. вузов. Радиофизика* **26** 1175 (1983)
79. Коняев П А, Лукин В П *КЭ* **15** 341 (1988)
80. Зуев В Е, Коняев П А, Лукин В П *Изв. вузов. Физика* **28** (11) 6 (1985)
81. Выслоух В А, Кандидов В П, Чесноков С С, Шленов С А *Изв. вузов. Физика* **28** (11) 30 (1985)
82. Gebhardt Fr G *Proc. SPIE* **2120** 76 (1994)
83. Годунов С К, Рябенский В С *Разностные схемы* (М.: Наука, 1977)
84. Hardin R H, Tappert F D *SIAM Review* **15** 423 (1973)
85. Martin J, in *Wave Propagation in Random Media* (SPIE, PM-09, 1992) p. 463
86. Fisher R A, Bischel W K *J. Appl. Phys.* **46** 4921 (1975)
87. Агравал Г *Нелинейная волоконная оптика* (М.: Мир, 1996)
88. Федоров С В, Юрьев М С *КЭ* **17** 881 (1990)
89. Елкин Н Н, Напартович А П *Прикладная оптика лазеров* (М.: ЦНИИ Атоминформ, 1989)
90. Fleck J F, Morris J R, Bills E S *IEEE J QE-14* 353 (1978)
91. Chang R S F, Lehmberg R H, Duignan M T, Djeu N *IEEE J QE-21* 477 (1985)
92. Кандидов В П, Курляндцев М Ю *Изв. РАН. Сер. Физ.* **56** 35 (1992)
93. Волкова Е А *Изв. РАН. Сер. Физ.* **50** 804 (1989)
94. Поттер Д *Вычислительные методы в физике* (М.: Мир, 1975)
95. Thomson D J, Chapman N R *J. Acoust. Soc. Am.* **74** 1848 (1983)
96. Haines E M *J. Comp. Phys.* **60** 353 (1985)
97. Kandidov V P, Shlenov S A, in *Proc. Eight Intern. School of Coherent Optics* (Bratislava, 1987) p. 26
98. Татарский В И *Теория флуктуационных явлений при распространении волн в турбулентной атмосфере* (М.: Изд-во АН СССР, 1959)
99. Исимару А *Распространение и рассеяние волн в случайно-неоднородных средах* (М.: Мир, 1981)
100. Кандидов В П, Леденев В И *Вестник МГУ. Сер. Физ., Астр.* **23** 3 (1982)
101. Быков В В *Цифровое моделирование в статистической радиофизике* (М.: Сов. радио, 1971)
102. Миркин Л И, Рабинович М А, Ярославский Л И *ЖВМ и МФ* **12** 1353 (1972)
103. Рабинер Л, Гоулд Б *Теория и применение цифровой обработки сигналов* (М.: Мир, 1978)
104. Goldring Th, Carlson L *Proc. SPIE* **1060** 244 (1989)
105. Миронов В Л *Распространение лазерного излучения в турбулентной атмосфере* (Новосибирск: Наука, 1981)
106. Кандидов В П, Леденев В И *Изв. вузов. Радиофизика* **24** 438 (1981)
107. Noll R J *J. Opt. Soc. Am.* **66** 207 (1976)
108. Wang J Y, Markey J K *J. Opt. Soc. Am.* **68** 78 (1978)
109. Фрид Д Л *ТНПЭР* **55** 62 (1967)
110. Кандидов В П, Шленов С А *Тезисы X Всесоюз. симп. по распр. лаз. излучения в атмосфере* (Томск, 1989) с. 142
111. Тельпуховский И Е, Чесноков С С *Оптика атмосферы* **4** 1294 (1991)
112. Roddier N *Optical Eng.* **29** 1174 (1990)
113. Аксенов В П, Исаев Ю Н *Оптика атмосферы и океана* **7** 947 (1994)
114. Аксенов В П и др. *Оптика атмосферы и океана* **7** 955 (1994)

115. Kandidov V P, Shlenov S A *8th Laser Optics Conf.* (St. Petersburg, 1995) *Techn. Progr.* p. 48
116. Herman B J, Strugala L A *Proc. SPIE* **1221** 183 (1990)
117. Lane R G, Glindemann A, Dainty J C, in *Waves Random Media* **2** (3) 209 (SPIE, 1992)
118. Johansson E M, Gavel D T *Proc. SPIE* **2200** 372 (1994)
119. Волкова Е А, в сб. *Лазерные пучки. Распространение в средах и управление параметрами* (Хабаровск, 1985) с. 50
120. McCumber D E *Bell. Syst. Techn. J.* **44** 333 (1965)
121. Петрищев В А *Изв. вузов. Радиофизика* **14** 1416 (1971)
122. Кандидов В П, Шленов С А *Тезисы VI Всесоюз. симп. по распр. лаз. излучения в атмосфере* Ч. 3 (Томск, 1981) с. 199
123. *Лазерное излучение в турбулентной атмосфере* (М.: Наука, 1976)
124. Кандидов В П, Шленов С А *Изв. вузов. Радиофизика* **27** 1158 (1984)
125. Виноградова М Б, Руденко О В, Сухоруков А П *Теория волн* (М.: Наука, 1990)
126. Алешкевич В А и др. *КЭ* **17** 1619 (1990)
127. Алешкевич В А и др. *КЭ* **15** 325 (1988)
128. Алешкевич В А, Лебедев С С, Матвеев А Н *ЖЭТФ* **83** 1249 (1982)
129. Выслоух В А *УФН* **136** 519 (1982)
130. Алешкевич В А, Лебедев С С, Матвеев А Н *КЭ* **8** 1090 (1981)
131. Кандидов В П, Шленов С А *Изв. АН СССР. Сер. Физ.* **50** 1191 (1986)
132. Худсон Д *Статистика для физиков* (М.: Мир, 1967)
133. Кандидов В П, Шленов С А *Вестн. МГУ. Сер. Физ., Астр.* **25** 51 (1984)
134. Кандидов В П, Косарева О Г, Шленов С А *КЭ* **20** 1016 (1993)
135. Фаттахов А М, Чиркин А С *КЭ* **11** 2349 (1984)
136. Elgin J N *Phys. Lett. A* **110** 441 (1985)
137. Выслоух В А, Иванов А В, Чередник И В *Изв. вузов. Радиофизика* **30** 980 (1987)
138. Ванагас Э А, Маныкин Э А, Сурина И И *Препринт ИАЭ* 4627/1 (М., 1988)
139. Ахманов С А, Выслоух В А, Чиркин А С *УФН* **149** 449 (1986)
140. Выслоух В А, Сухоткова Н А *КЭ* **16** 130 (1989)
141. Маймистов А И, Маныкин Э А, Скляров Ю М *КЭ* **13** 2243 (1986)
142. Ванагас Э А, Маймистов А И, Маныкин Э А *Препринт ИАЭ* 4627/15 (М., 1988)
143. Захаров В Е и др. *Теория солитонов* (М.: Мир, 1980)
144. Выслоух В А, Чередник И В *АН СССР* **289** 336 (1986)
145. Выслоух В А, Иванов А В *Изв. АН СССР. Сер. Физ.* **52** 359 (1988)
146. Алешкевич В А, Лебедев С С, Матвеев А Н *КЭ* **11** 1459 (1984)
147. Кандидов В П, Шленов С А *Изв. АН СССР. Сер. Физ.* **52** 1232 (1988)
148. Rae S C, Burnett K *Phys. Rev. A* **46** 1084 (1992)
149. Косарева О Г, Шленов С А *Изв. РАН. Сер. Физ.* **56** 56 (1992)
150. Akhmanov S A et al. *Quantum Electron QE-4* 568 (1968)
151. Галич Н Е *КЭ* **21** 670 (1994)
152. Зельдович Б Я, Шунов В В *Изв. АН СССР. Сер. Физ.* **48** 1545 (1984)
153. Бабиченко С М, Кандидов В П *КЭ* **11** 1372 (1984)
154. Галич Н Е, Петрущенко В А *КЭ* **21** 759 (1994)
155. Кандидов В П, Косарева О Г, Шленов С А *КЭ* **21** 971 (1994); *Nonlinear Optics* **12** 119 (1994)
156. Rae S C *Optics Communications* **104** 330 (1994)
157. Crenshaw M E, Cantrell C D *Phys. Rev. A* **39** 126 (1994)
158. Старостин А Н и др. *ЖЭТФ* **108** 1203 (1995)
159. Патрушевич Ю В, Старостин А Н *КЭ* (1996) (в печати)
160. Бабиченко С М и др. *КЭ* **13** 2183 (1986)
161. Волкова Е А, Кандидов В П *КЭ* **16** 580 (1989)
162. Дьяков Ю Е, Никитин С Ю *КЭ* **14** 1925 (1987)
163. Rentjes J et al. *JOSA B* **3** 1408 (1986)
164. Ackerhalt J R, Kurnit N A *JOSA B* **3** 1352 (1986)
165. Результаты получил студент МГУ Бекиш Ю.М.
166. Авербах В С и др. *Изв. вузов. Радиофизика* **21** 1077 (1976)
167. Гордиев Б Ф, Осипов А И, Хохлов Р В *ЖТФ* **44** 1063 (1974)
168. Егоров К Д, Кандидов В П, Огнев Л И *КЭ* **8** 1012 (1981)
169. Басов Н Г и др. *ДАН СССР* **284** 1346 (1985)
170. Смит Д К *ТИИЭР* **65** 59 (1977)
171. Ахманов С А и др. *Изв. вузов. Радиофизика* **23** 1 (1980)
172. Гордин М П, Соколов А В, Стрелков Г М, в сб. *Распространение мощного лазерного излучения в атмосфере. Итоги науки и техники. Сер. радиофизика* **20** 206 (1980)
173. *Мощное лазерное излучение в атмосферном аэрозоле* (Новосибирск: Наука, 1984)
174. Старунов В С, Фабелинский И Л *УФН* **98** (7) 441 (1969)
175. Басов Н Г и др. *ДАН СССР* **283** 1329 (1985)
176. Результаты получил студент МГУ Тамаров М.П.
177. Алешкевич В А и др. *КЭ* **9** 134 (1982)
178. Ламли Дж, Пановский Г *Структура атмосферной турбулентности* (М.: Мир, 1966)
179. Wallace J *Proc. SPIE* **1408** 19 (1991)
180. Егоров К Д, Кандидов В П, Лагучев А С *Тезисы VI Всесоюз. симп. по распр. лаз. излучения в атмосфере* Ч. 3 (Томск, 1981) с. 203
181. Воронцов М А, Шмальгаузен В И *Принципы адаптивной оптики* (М.: Наука, 1985)
182. *Адаптивная оптика* (ред. Э А Витриченко) (М.: Мир, 1980)
183. Hubin N, Nothe L *Science* **262** 1390 (1993)
184. Tyson R K *Proc. SPIE* **2222** 404 (1994)
185. Hills L S, Long J E, Gebhardt F G *Proc. SPIE* **1408** 41 (1991)
186. Лукин В П и др. *Оптика атмосферы и океана* **8** 409 (1995)
187. Лукин В П, Майер Н Н, Фортес Б В *Оптика атмосферы и океана* **4** 1298 (1991); **5** 1241 (1992); **5** 1324 (1992)
188. Fortes B V, Lukin V P *Proc. SPIE* **1688** 477 (1992)
189. Nahrstedt D A *Appl. Optics* **22** 244 (1983)
190. Чесноков С С *КЭ* **10** 1160 (1983)
191. Егоров К Д, Чесноков С С *КЭ* **14** 1269 (1987)
192. Канев Ф Ю, Чесноков С С *Оптика атмосферы* **3** 598 (1990)
193. Коняев П А, Лукин В П, Миронов В Л *Изв. АН СССР. Сер. Физ.* **49** 536 (1985)
194. Чесноков С С, Шленов С А *Изв. вузов. Радиофизика* **32** 847 (1989)
195. Малафеева И В, Тельпуховский И Е, Чесноков С С *Оптика атмосферы и океана* **5** 1252 (1992)
196. Малафеева И В, Чесноков С С *Оптика атмосферы и океана* **6** 1490 (1993)
197. Chesnokov S S, Davletshina I V *Proc. SPIE* **2222** 423 (1994); **2312** 305 (1995)
198. Васильев О И и др. *Оптика атмосферы и океана* **3** 1312 (1990)

Monte Carlo method in nonlinear statistical optics

V.P. Kandidov

M.V. Lomonosov Moscow State University,
Physics Department, Vorob'evy gory, 119899 Moscow, Russia
Tel. (7-095) 939-30 91. E-mail: kandidov@fort.phys.msu.su

The state of the art of the Monte Carlo studies of randomly modulated optical waves in regular and randomly inhomogeneous nonlinear media is reviewed. A wide range of phenomena dealt with in nonlinear statistical optics are discussed, including self-phase noise pulse modulation, the self-action of partially coherent beams, the formation and instability of solitons, stimulated Raman scattering, intensive light beams in a turbulent atmosphere, and adaptive radiation focusing. Special attention is given to the justification of the phase screen model for a randomly inhomogeneous nonlinear continuum, and the numerical simulation of random light fields is discussed in detail.

PACS number: 02.70.Lq

Bibliography — 198 references

Received 22 December 1995, revised 2 September 1996