

МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ

Спиновый свет

В.А. Бордовицын, И.М. Тернов, В.Г. Багров

Спиновый магнитный момент электрона, движущегося в однородном магнитном поле, является источником электромагнитного излучения. Заметным образом это излучение (спиновый свет) проявляется при высоких энергиях и в современных ускорителях электронов становится доступным для измерений. Обсуждается проблема идентификации спинового излучения на фоне мощного синхротронного излучения, эффектов отдачи и других релятивистских факторов. Релятивистский нейтрон рассматривается как источник чистого спинового излучения. Сформулирован принцип соответствия для излучения с переворотом и без переворота спина.

PACS numbers: 41.60.-m

Содержание

1. Наблюдение спиновой зависимости синхротронного излучения (1083).
 2. Синхротронное излучение и спиновый свет (1085).
 3. Релятивистская полуклассическая теория излучения (1085).
 4. Эффекты отдачи и смешанное излучение (1086).
 5. Вопросы интерпретации смешанного излучения (1088).
 6. Структура квантовых поправок к мощности синхротронного излучения (1089).
 7. Излучение "истинного" магнитного момента (1091).
- Список литературы (1093).

1. Наблюдение спиновой зависимости синхротронного излучения

Как известно [1, 2], в состав синхротронного излучения (СИ), испускаемого электроном при его движении в магнитном поле, наряду с излучением электрона-заряда W_3 входит также излучение спинового магнитного момента частицы $W_{мд}$. В классическом приближении мощность излучения электрона-заряда определяется

выражением [1]:

$$W_3 = W^{кл} = \frac{2}{3} \frac{e_0^2 c}{R^2} \gamma^4, \quad \gamma = \frac{E}{m_0 c^2}, \quad (1)$$

где E — энергия электрона, R — радиус его орбиты в однородном магнитном поле, m_0 — масса покоя и $e = -e_0$ — заряд электрона, а для оценки мощности излучения электрон-спинового магнитного диполя, прецессирующего во внешнем магнитном поле с частотой $\omega_R = e_0 H_R / (m_0 c)$ можно воспользоваться известной формулой классической теории [3]:

$$W_{мд} = \frac{2}{3} \frac{1}{c^3} (\ddot{\mu})^2 = \frac{2}{3} \frac{\mu_0^2}{c^3} \omega_R^4 \zeta_{\perp}^2, \quad (2)$$

записанной в системе покоя электрона ("классическая модель" спина).

В этом выражении $\mu_0 = e_0 \hbar / (2m_0 c)$ — магнетон Бора, ζ_{\perp} — составляющая "классического" вектора спина ($\mu = -\mu_0 \zeta$), перпендикулярная к магнитному полю.

Переходя к лабораторной системе координат и имея в виду, что при этом $H_R = \gamma H$, из предыдущей формулы для $W_{мд}$ получим, что в классической интерпретации

$$W_{мд} = W^{кл} \frac{1}{4} \zeta^2 \zeta_{\perp}^2, \quad (3)$$

где квантовый параметр ζ имеет вид

$$\zeta = \frac{3}{2} \frac{1}{H_{кр} m_0 c} [-(F^{\mu\nu} P_{\nu})^2]^{1/2} = \frac{\hbar}{m_0 c R} \gamma^2, \quad (4)$$

где $H_{кр} = m_0^2 c^3 / (e_0 \hbar) = 4,4 \times 10^{13}$ Гс — швингеровское магнитное поле.

Мощность излучения магнитного диполя $W_{мд}$ пропорциональна квадрату постоянной Планка \hbar^2 и связана с квантовыми переходами, сопровождающимися переворотом спина (см. [1, 2]). Однако квантовые поправки к классическому выражению для мощности СИ (в прибли-

В.А. Бордовицын. Томский государственный университет, НИИ ПММ при ТГУ, 634050 Томск, ГСП-14
Тел. (382) 290-95-76
E-mail: bord@urania.tomsk.su

И.М. Тернов. Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, физический факультет 119899 Москва, Воробьевы горы
Тел. (095) 939-31-77

В.Г. Багров. Томский государственный университет, физический факультет, 634050 Томск. Тел. (382) 290-91-23; Институт сильноточной электроники СО РАН, 634055 Томск, пр. Академический 4
Тел. (382) 225-84-71
E-mail: bagrov@fftgu.tomsk.su

Статья поступила 1 июня 1995 г.

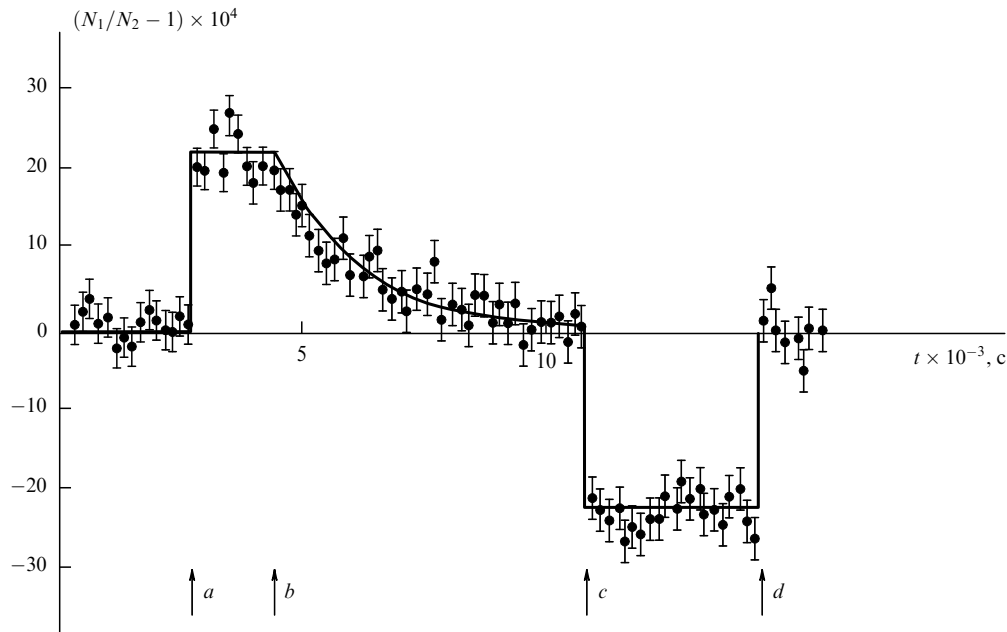


Рис. 1. Результаты наблюдения спиновой зависимости СИ на накопителе ВЭПП-4 (новосибирский эксперимент)

жения слабого поля $\xi \ll 1$) зависят также от линейного по ξ выражения [1, 2, 4]

$$W = W^{\text{кл}} \left[1 - \left(\frac{55\sqrt{3}}{24} + \zeta \right) \xi + \dots \right], \quad (5)$$

где $\zeta = \pm 1$ — проекция спина на направление магнитного поля (здесь опущены все члены разложения по инвариантному параметру ζ , кроме линейного). Как было показано одним из авторов настоящей статьи [5], это соответствует мощности смешанного излучения, которое можно характеризовать выражением

$$W_{\text{смеш}} = 2\sqrt{W_3 W_{\text{мд}}} = W^{\text{кл}} \xi \zeta_{\perp} \quad (6)$$

(см. также [4]).

Разумеется, что изложенная здесь классическая интерпретация существенно квантового явления излучения спинового магнитного момента имеет исключительно качественный характер. Важно заметить, что смешанное излучение, несмотря на его малый вклад в полную мощность СИ, оказывается доступным экспериментальному наблюдению. Обратимся теперь к эксперименту.

В 1983 г. в ИЯФ СО АН (Новосибирск) была экспериментально идентифицирована зависящая от ориентации спина первая квантовая поправка к мощности синхротронного излучения [6]. Этот эксперимент стал первым наблюдением зависимости СИ от ориентации спина свободного электрона, движущегося в макроскопическом магнитном поле.

Метод наблюдения спиновой зависимости мощности СИ был предложен в 1977 г. [7], а подробное описание эксперимента¹ было дано в [8]. В качестве источника СИ использовалась компенсированная трехполюсная

змейка², вмонтированная в прямолинейный промежуток накопителя. Поле в центральной части змейки составляло около 20 кГс, величину и направление его можно было менять, не возмущая движение пучка. Для выделения жесткой части спектра, где смешанное излучение преобладает над СИ заряда, использовался свинцовый фильтр толщиной 4–6 мм. При поле в змейке 16–18 кГс средняя энергия зарегистрированных фотонов составляла 200–250 кэВ при энергии СИ в накопителе 35 кэВ. За одно прохождение густка в детектор попадало около 2×10^3 фотонов при токе в пучке 0,5 мА.

В процессе измерений сравнивались интенсивности излучения двух густков электронов, одновременно вращающихся в накопителе, с одинаковыми токами, но с разной степенью поляризации. Для реализации этой цели был разработан специальный селективный деполаризатор, позволяющий деполаризовать только один густок из двух, циркулирующих в накопителе. Вначале токи в пучках выравнились по скорости счета фотонов $\Delta_0 = N_1/N_2 - 1$. При равенстве токов на уровне 10^{-5} Δ_0 составляла $\sim 10^{-3}$. Затем по мере радиационной самополяризации пучков в течение часа проводились контрольные измерения на стабильность $\Delta_0 = \text{const}$. В момент t_a (рис. 1) был включен деполаризатор так, что один из густков был деполаризован. При этом наблюдалось резкое изменение в отношении скоростей счета. Разница в счете оставалась постоянной вплоть до момента t_b , когда деполаризатор был выключен. После этого величина $\Delta = \Delta(t)$ плавно восстанавливалась до своего равновесного значения вследствие эффекта Соколова–Тернова [9]. Степень равновесной поляризации пучка можно было определить по времени установления поляризации на участке $t_b - t_c$. Измеренное в эксперименте значение степени оказалось равным 71 %, что соответствует расчетному значению для данной струк-

¹ Авторы благодарны сотрудникам Новосибирского института ядерной физики СО РАН А.Е. Бондаренко и В.Н. Жиличу за подробную информацию об эксперименте.

² Змейка представляет собой аналог магнитного ондулятора с сильным магнитным полем (вигтлер) [4].

туры накопителя. В момент t_c был деполяризован другой стусок, в результате чего величина Δ изменила свой знак и сохраняла постоянное значение вплоть до момента t_d , когда были деполяризованы оба пучка.

Были проведены измерения и с изменением направления магнитного поля в змейке после каждого измерения. Величина Δ при этом каждый раз меняла свой знак.

Заметим, что проблема наблюдаемости электронного спина имеет долгую и сложную историю. Как показал еще Бор, прямое измерение спина свободного электрона в экспериментах типа экспериментов Штерна и Герлаха невозможно, так как при наличии силы Лоренца условия наблюдения спина вступают в противоречие с соотношением неопределенностей и волновой природой электрона. Подробный анализ этой проблемы содержится в статье Паули, опубликованной в 1930 г. [10].

В связи с тем, что прямой метод измерения спина (метод Штерна и Герлаха) для электронов оказался непригоден, были предложены другие пути получения и наблюдения свободных поляризованных электронов. Некоторые из них были успешно реализованы [11, 12]. Однако вопрос о наблюдении спина в макроскопическом магнитном поле по-прежнему оставался открытым [13]. Возможно, что синдром "табу" Бора и Паули проявился и в том, что выдающееся значение новосибирского эксперимента осталось почти незамеченным.

2. Синхротронное излучение и спиновый свет

В магнитном поле синхротрона поляризация электронов возникает естественным путем вследствие эффекта радиационной самополяризации Соколова–Тернова [9]. Как известно, этот эффект объясняется тем, что вероятности квантовых переходов для двух возможных ориентаций спинов относительно магнитного поля оказываются различными. В результате электроны стремятся занять потенциально более устойчивое состояние, когда спин ориентирован против направления магнитного поля. Согласно [9] (см. также [14, 15]) степень поляризации электронного пучка в идеальных условиях достигает 92,4 %. Время релаксации спина определяется энергией электронов и напряженностью магнитного поля. В частности, для типичных параметров электронных ускорителей $E = 1$ ГэВ и $H = 10^4$ Гс время релаксации составляет примерно 1 ч, поэтому наиболее успешно эффект наблюдается в электронных накопительных кольцах (более подробно об этом см. раздел 6, а также [16]).

Магнитно-дипольное излучение, сопровождающее спиновые переходы, на фоне СИ заряда электрона ничтожно мало. В чистом виде излучение спинового магнитного момента (спиновый свет) входит в мощность СИ в качестве малой поправки, пропорциональной \hbar^2 [17]. В новосибирском эксперименте наблюдалось излучение, пропорциональное первой степени \hbar . Ниже показано, что это излучение обусловлено интерференцией излучения заряда и излучения спинового магнитного момента электрона, что и приводит к появлению пропорционального \hbar смешанного излучения.

Развитие квантовой теории синхротронного излучения [1] на основе точных решений релятивистского уравнения Дирака и строгих методов квантовой электродинамики дало возможность полного описания спектрально-углового распределения мощности СИ, вклю-

чающего в себя все квантовые закономерности, в том числе и эволюцию спина [1, 14, 18]. Вместе с тем физическая интерпретация квантовых поправок к классической теории оставалась неясной, ибо переход к классике затруднен. Лишь сравнительно недавно было установлено, что СИ имеет очень сложный структурный состав, определяемый рядом фундаментальных факторов и прежде всего излучением самого заряда (обычное СИ), эффектами отдачи при излучении, интерференцией полей излучения заряда и спинового магнитного момента электрона (смешанное излучение), излучением самого спинового момента и, наконец, излучением, связанным с аномальным магнитным моментом электрона [2, 5].

Интерпретация спиновых поправок к мощности СИ затрудняется тем, что они имеют равноправного конкурента в виде эффектов отдачи при излучении. Они также дают вклад в мощность СИ, пропорциональный не только \hbar , но и \hbar^2 , причем во втором порядке по \hbar эффекты отдачи электрона и бесспиновой частицы с зарядом (бозона) существенно отличаются друг от друга.

В этой ситуации удобным методом исследования оказалась предложенная Швингером [19] и развитая Байером [20–22] релятивистская квазиклассическая теория излучения³. В квазиклассическом подходе были вновь воспроизведены основные выводы строгой квантовой теории [1, 14] для случая движения частиц высокой энергии по макроскопической траектории. В частности, были вновь получены квантовые поправки к классическому выражению для мощности СИ, эффект радиационной поляризации электронов и позитронов в накопительных кольцах, квантовый эффект уширения орбиты частиц. Это было, конечно, очевидно, однако вместе с тем квазиклассический метод исследования оказался удобным для физической интерпретации квантовых эффектов [17, 25–27, 5].

3. Релятивистская полуклассическая теория излучения

Методика расчета и условия применимости релятивистской полуклассической теории излучения превосходно изложены в работе Джексона [24]. Согласно этой теории все свойства движения релятивистского электрона по траектории рассматриваются чисто классически, а связанные с излучением квантовые процессы учитываются заменой скорости электрона матричным элементом перехода:

$$\beta \rightarrow \langle f | \hat{\alpha} | i \rangle, \quad (7)$$

где $\beta = \mathbf{u}/c$ — безразмерная скорость электрона, $\hat{\alpha} = \hat{\alpha}(t)$ — хорошо известные дираковские матрицы в представлении Гейзенберга, $|i\rangle$ — кет-вектор начального, а $\langle f|$ — бра-вектор конечного состояний. В характерном для СИ диапазоне скоростей неинерциальность движения электрона становится несущественной для квантовых переходов и матричный элемент (7) вычисляется

³ Полное математическое обоснование квазиклассического подхода дано в [23]. Здесь мы используем упрощенный полуклассический вариант этой теории, применявшийся нами в [17, 25–27].

на волновых функциях свободного электрона (квантовая кинематика) с кет-вектором

$$|i\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{\gamma+1}{2}} \\ \sqrt{\frac{\gamma}{\gamma+1}} (\hat{\sigma}\beta) \end{pmatrix} |\zeta\rangle, \quad (8)$$

где $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$ — релятивистский лоренц-фактор, $\hat{\sigma}$ — матрицы Паули, спиновые состояния в проекции на произвольное направление $\zeta = (\sin v \cos \lambda, \sin v \sin \lambda, \cos v)$ задаются спиновым кет-вектором

$$|\zeta\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \zeta \sqrt{1 + \zeta \cos v} \\ \sqrt{1 - \zeta \cos v} \exp(i\lambda) \end{pmatrix}, \quad \zeta = \pm 1, \quad (9)$$

где λ и v — углы, задающие направление проекции спина. Нормировка выбрана так, что

$$\langle i|\hat{\alpha}|i\rangle = \beta, \quad \langle \zeta|\hat{\sigma}|\zeta\rangle = \zeta. \quad (10)$$

Эффекты влияния неоднородности ведущего магнитного поля на процесс поляризации электронов [28, 29] не учитываются.

Фурье-образ поля излучения формально определяется так же, как и в классической электродинамике:

$$\mathbf{E}_{\tilde{\omega}}^s = -i \frac{e\tilde{\omega}}{Rc} \int \left(\langle f|\hat{\alpha}|i\rangle \mathbf{n}^s \right) \exp \left\{ i\tilde{\omega} \left[t - \frac{(\mathbf{nr})}{c} \right] \right\} dt, \quad (11)$$

где \mathbf{n}^s — орты линейной поляризации излучения ($s = \sigma, \pi$), \mathbf{n} — единичный вектор, проведенный от заряда в точку наблюдения, $\tilde{\omega}$ — частота излучения, остальные обозначения общеизвестны.

Все переменные в ультрарелятивистском приближении разлагаются в ряды по малым параметрам γ^{-1} , ct/ρ и ψ , где ρ — радиус орбиты электрона в однородном магнитном поле, ψ — угол между вектором \mathbf{n} и плоскостью орбиты (проекция \mathbf{n} на плоскость орбиты совпадает с направлением β). С точностью до малых второго порядка имеем ($e < 0$, магнитное поле направлено вдоль оси Z)

$$\beta = \left(1 - \frac{1}{2\gamma^2} - \frac{\psi^2}{2} - \frac{1}{2} \frac{c^2 t^2}{\rho^2} \right) \mathbf{n} + \frac{ct}{\rho} \mathbf{n}^\sigma - \psi \mathbf{n}^\pi, \quad (12)$$

$$\mathbf{n} = \left(1 - \frac{\psi^2}{2}, 0, \psi \right), \quad \mathbf{n}^\sigma = (0, 1, 0),$$

$$\mathbf{n}^\pi = \left(-\psi, 0, 1 - \frac{\psi^2}{2} \right).$$

При вычислении матричного элемента (7) следует учесть законы сохранения энергии и импульса:

$$m_0 c^2 \gamma = m_0 c^2 \gamma' + \hbar \tilde{\omega}, \quad \gamma \beta = \gamma' \beta' + \hbar \tilde{\omega} \mathbf{n}. \quad (13)$$

Спектрально-угловое распределение излучения определяется обычным выражением [1]

$$\frac{d^2 W^s}{d\tilde{\omega} d\Omega} = \frac{c^2 R^2}{8\pi^3 \rho} |\tilde{\mathbf{E}}_{\tilde{\omega}}^s|^2. \quad (14)$$

4. Эффекты отдачи и смешанное излучение

Введем параметр отдачи $\varepsilon = \hbar \tilde{\omega} / (m_0 c^2 \gamma')$. Тогда вместо (13) будем иметь

$$\gamma' = \frac{\gamma}{1 + \varepsilon}, \quad \beta' = (1 + \varepsilon)\beta - \varepsilon \mathbf{n}. \quad (15)$$

Вычисляя матричный элемент (7) в линейном по \hbar приближении, получаем

$$\langle f|\hat{\alpha}|i\rangle = \left(1 + \frac{\varepsilon}{2} \right) \beta \langle \zeta'|\zeta\rangle - i \frac{\varepsilon}{2} \left[\langle \zeta'|\hat{\sigma}|\zeta\rangle \left(\mathbf{n} - \frac{\gamma}{\gamma+1} \beta \right) \right]. \quad (16)$$

Первый член в этой формуле, содержащий β , описывает излучение заряда и связанные с ε эффекты отдачи, тогда как второй член с матрицами Паули отвечает за излучение спинового магнитного момента электрона (магнетона Бора $\mu_0 = e_0 \hbar / (2m_0 c)$).

Подставив теперь матричный элемент (16) в выражение (11), найдем

$$\tilde{\mathbf{E}}_{\tilde{\omega}}^s = \frac{e\tilde{\omega}\rho}{Rc\gamma^2} \left\{ \left(1 + \frac{\varepsilon}{2} \right) \langle \zeta'|\zeta\rangle U_0^s + \frac{\varepsilon}{2} \langle \zeta'|\hat{\sigma}_z|\zeta\rangle U_1^s + \varepsilon \left[\langle \zeta'|\hat{\sigma}_+|\zeta\rangle U_2^s + \langle \zeta'|\hat{\sigma}_-|\zeta\rangle U_3^s \right] \right\}, \quad (17)$$

где

$$U_0^\sigma = \frac{2i}{\sqrt{3}} (1 + \chi^2) K_{2/3}(x), \quad U_0^\pi = -\frac{2}{\sqrt{3}} (1 + \chi^2)^{1/2} K_{1/3}(x),$$

$$U_1^\sigma = -\frac{2i}{\sqrt{3}} (1 + \chi^2)^{1/2} K_{1/3}(x), \quad U_1^\pi = 0,$$

$$U_{2,3}^\sigma = \frac{i}{\sqrt{3}} \chi (1 + \chi^2)^{1/2} K_{1/3}(x),$$

$$U_{2,3}^\pi = \pm \frac{1}{\sqrt{3}} (1 + \chi^2)^{1/2} [K_{1/3}(x) \mp (1 + \chi^2)^{1/2} K_{2/3}(x)], \quad (18)$$

кроме того,

$$x = \frac{1}{3} \frac{\tilde{\omega}}{\omega} \eta^3, \quad \eta = \frac{1}{\gamma} (1 + \chi^2)^{1/2}, \quad \omega = \frac{e_0 H}{m_0 c \gamma}, \quad \chi = \gamma \psi.$$

Функции Макдональда $K_{1/3}(x)$ и $K_{2/3}(x)$ возникают в результате разложения предэкспоненциального множителя в (11) до членов первого порядка малости по γ^{-1} , ct/ρ и ψ . Вообще говоря, надо бы учитывать и временную зависимость операторов $\hat{\sigma}(t)$, которые являются решениями гейзенберговских уравнений прецессии спина в однородном магнитном поле ($\mu < 0$):

$$\hat{\sigma}_\pm(t) = \sigma_\pm \exp(\pm i\omega t), \quad \hat{\sigma}_z(t) = \sigma_z, \quad (19)$$

где $\sigma_\pm = (\sigma_x \pm i\sigma_y)/2$, однако в разложении $\exp(\pm i\omega t) \approx 1 \pm ict/\rho$ можно ограничиться основным членом, так как остальные члены в $(\langle f|\hat{\alpha}|i\rangle \mathbf{n}^s)$ и без того все первого порядка малости. Более внимательно эта корреляция будет рассмотрена для "истинного" магнитного момента электрона (см. раздел 7).

Применяя далее стандартный метод классической электродинамики, согласно (14) и (17) получаем спект-

рально-угловое распределение излучения в виде

$$\frac{d^2 W^s}{d\tilde{\omega} d\Omega} = \frac{e^2 \tilde{\omega}^2}{8\pi^3 \gamma^4} \left\{ \left| \left(1 + \frac{\varepsilon}{2}\right) \langle \zeta' | \zeta \rangle U_0^s + \frac{\varepsilon}{2} \langle \zeta' | \sigma_z | \zeta \rangle U_1^s \right|^2 + \varepsilon^2 \left| \langle \zeta' | \sigma_+ | \zeta \rangle U_2^s + \langle \zeta' | \sigma_- | \zeta \rangle U_3^s \right|^2 \right\}. \quad (20)$$

Здесь учтено, что члены типа произведений $U_0^s U_{2,3}^{*s}$ и $U_1^s U_{2,3}^{*s}$ являются нечетными функциями χ и после интегрирования по углам исчезают.

Если ограничиться линейным по ε приближением, то в выражении (20) останется только излучение заряда, бесспиновые эффекты отдачи и смешанное излучение системы "заряд+спиновый магнитный момент электрона":

$$\frac{d^2 W^s}{d\tilde{\omega} d\Omega} = \frac{e^2 \tilde{\omega}^2}{8\pi^3 \gamma^4} \frac{1 + \zeta \zeta'}{2} \left\{ (1 + \varepsilon) |U_0^s|^2 + \zeta \cos v \varepsilon U_0^s U_1^{*s} \right\}. \quad (21)$$

При выводе этой формулы были использованы соотношения

$$\langle \zeta' | \zeta \rangle = \frac{1 + \zeta \zeta'}{2} = \delta_{\zeta, \zeta'}, \quad (22)$$

$$\langle \zeta' | \sigma_z | \zeta \rangle = \frac{1}{2} [(1 + \zeta \zeta') \zeta \cos v - (1 - \zeta \zeta') \sin v].$$

(Здесь v — угол ориентации спина (9).)

Интегрируя далее в (21) по спектру и углам обычным способом, получаем полную мощность поляризованного излучения

$$W^s = W_{СИ} \frac{1 + \zeta \zeta'}{2} f^s(\xi), \quad (23)$$

где

$$W_{СИ} = \frac{2}{3} \frac{e^2 c \gamma^4}{\rho^2}$$

— мощность СИ заряда, а функции $f^s(\xi)$ определяют линейную поляризацию излучения

$$f^\sigma(\xi) = \frac{7}{8} - \frac{25\sqrt{3}}{12} \xi - \zeta \zeta \cos v,$$

$$f^\pi(\xi) = \frac{1}{8} - \frac{5\sqrt{3}}{24} \xi,$$

где $\xi = 3\hbar\gamma^2/(2m_0 c \rho)$ — известный в квантовой теории релятивистского излучения безразмерный инвариант (иногда вместо ξ используется другой параметр $\chi = 2\xi/3$, см. [19]). Наличие множителя $(1 + \zeta \zeta')/2$ в формулах (21) и др. указывает на то, что это излучение не связано с переворотом спина, поскольку при $\zeta' = -\zeta$ (21) обращается в нуль.

Суммируя по $s = \sigma, \pi$, имеем

$$W = W_{СИ} \frac{1 + \zeta \zeta'}{2} f(\xi), \quad (24)$$

где

$$f(\xi) = 1 + \frac{55\sqrt{3}}{24} \xi - \zeta \zeta \cos v.$$

Формулы (23) и (24) получены в предположении, что $\xi \ll 1$. В реальной ситуации для самых современных ускорителей это условие хорошо выполняется. Обобщение на случай $\xi \gg 1$ не представляет труда (см., например, [16]).

Квантовые поправки в (24) были вычислены ранее методами квантовой электродинамики. Первая квантовая поправка $-(55\sqrt{3}/24)\xi$ была определена в [30] (позднее этот результат был повторен в [19]). Другая квантовая поправка $-\zeta \zeta$, зависящая от ориентации спина, была получена в [18] (см. также более позднюю работу [31]). Тем не менее физический смысл этих квантовых поправок долгое время оставался неясен. Теперь мы знаем, что первая из них описывает эффекты отдачи, а вторая представляет собой смешанное излучение [17], интерпретация которого, однако, не так проста, как может показаться на первый взгляд (см. раздел 5).

Рассмотрим более подробно свойства смешанного излучения. Из общих формул мощности излучения (23) и (24) следует, что это излучение обусловлено квантовыми переходами, происходящими исключительно без переворота спина. Смешанное излучение обладает полной линейной поляризацией в плоскости орбиты (σ -компонента). Наибольший вклад в излучение дают электроны, поляризованные вдоль направления магнитного поля, когда $v = 0$. По мере возрастания степени поляризации электронного пучка мощность смешанного излучения плавно увеличивается [6]. В случае неполяризованных электронов, когда $v = \pi/2$, смешанное излучение полностью исчезает, его нет и для электронов, поляризованных вдоль скорости или вдоль радиуса орбиты [32].

Угловое распределение смешанного излучения в отличие от СИ обладает большей остронаправленностью (рис. 2). Максимальная частота излучения ω_{em}^{\max} по сравнению с ω_e^{\max} заметно смещается в область более высоких частот (рис. 3).

К сожалению, в новосибирском эксперименте была зафиксирована только качественная зависимость СИ от спина. Следовало бы провести более детальные исследо-

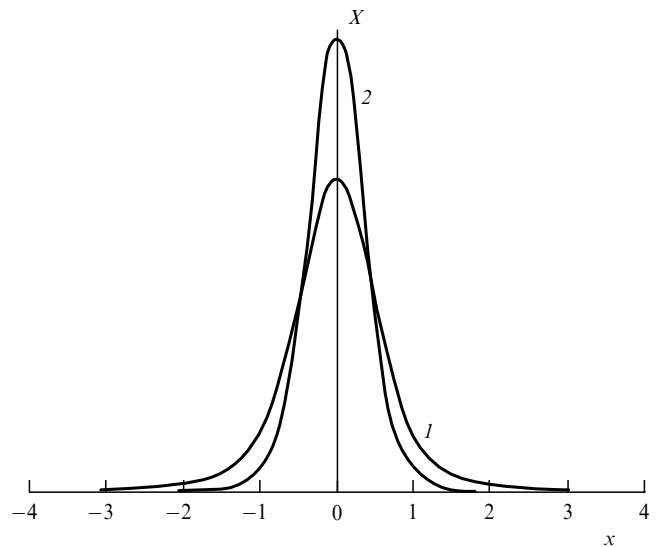


Рис. 2. Угловое распределение: СИ $X_e^\sigma(x) = 3/4(1 + \chi^2)^{5/2}$ (1) и смешанного излучения $X_{em}^\sigma(x) = 35/32(1 + \chi^2)^{9/2}$ (2)

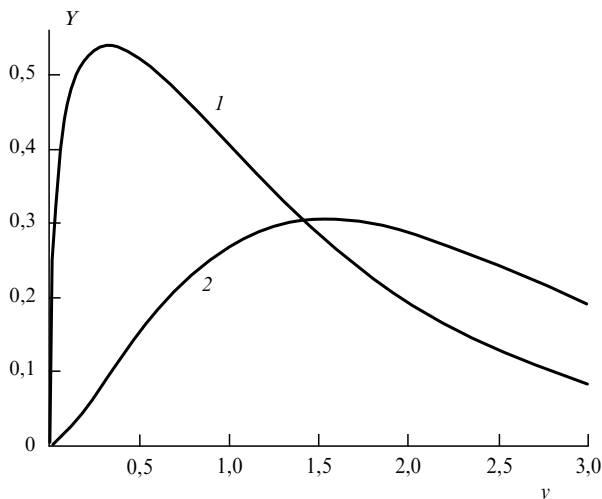


Рис. 3. Спектральное распределение: СИ $Y_e^\sigma = (9\sqrt{3}/14\pi)y \times \times \left\{ \int_y^\infty K_{5/3}(x) dx + K_{2/3}(y) \right\}$ (1) и смешанного излучения $Y_{em}^\sigma = (9\sqrt{3}/8\pi)y^2 K_{1/3}(y)$ (2)

вания рассмотренных здесь свойств смешанного излучения.

5. Вопросы интерпретации смешанного излучения

Наиболее просто и убедительно эффекты отдачи можно выделить на примере излучения бесспиновой частицы (бозона). В этом случае излучение, связанное со спином, естественно, отсутствует, и квантовые поправки, пропорциональные \hbar и \hbar^2 , сводятся к эффектам отдачи.

Матричный элемент (7) для бозона вычисляется тем же полуклассическим методом на спиновых функциях с кет-вектором

$$|i\rangle = \frac{1}{\sqrt{\gamma}}.$$

Бозонная нормировка выбирается так (см. [1]), что

$$\langle i|\gamma\beta|i\rangle = \beta.$$

Формальное отличие от первого условия в (10) состоит в замене $\hat{\alpha} \rightarrow \gamma\beta$. Легко видеть, что

$$\langle f|\gamma\beta|i\rangle = \sqrt{1 + \varepsilon}\beta. \quad (25)$$

В линейном по ε или, что то же, по \hbar приближении это выражение совпадает с бесспиновым членом в формуле (16), отличным от нуля согласно (22) при $\zeta = \zeta'$. Различия в эффектах отдачи для электрона и бозона начинают проявляться только в членах, пропорциональных \hbar^2 . Этот факт известен и в точной квантовой теории [32] (см. также раздел 6).

То, что член с матрицами Паули в (16) соответствует излучению спинового магнитного момента электрона, можно показать, рассмотрев специфику прецессии спина дираковской частицы в электромагнитных полях. С этой целью представим взаимодействие спинового магнитного момента электрона с полем излучения в виде

$$H_\mu^{\text{int}} = -\frac{\mu_0}{2\gamma} \tilde{H}_{\alpha\beta}^{\text{eff}} \Pi^{\alpha\beta} = -\frac{\mu_0}{\gamma} (\zeta \tilde{\mathbf{H}}_0^{\text{eff}}), \quad (26)$$

где $\tilde{H}_{\alpha\beta}^{\text{eff}}$ — некоторые эффективные поля излучения, $\Pi^{\alpha\beta}$ — безразмерный тензор спина ($\mu_0 \Pi^{\alpha\beta} = \mu^{\alpha\beta}$ — тензор Френкеля [33]), ζ и $\tilde{\mathbf{H}}_0^{\text{eff}}$ — соответственно единичный вектор спина и эффективное магнитное поле в системе покоя электрона. Поле $\tilde{\mathbf{H}}_0^{\text{eff}}$ можно определить из уравнения прецессии спина Френкеля–БМТ (Баргманн–Мишель–Телегди) [34, 35]. Здесь мы представим это уравнение в виде

$$\frac{d\zeta}{dt} = \frac{e}{m_0 c \gamma} [\zeta \mathbf{H}_0^{\text{eff}}], \quad (27)$$

где

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_0^{\text{eff}} &= \gamma \left\{ \left(a + \frac{1}{\gamma} \right) \mathbf{H} - \left(a + \frac{1}{\gamma+1} \right) [\beta \mathbf{E}] - \right. \\ &\quad \left. - a \frac{\gamma}{\gamma+1} \beta (\beta \mathbf{H}) \right\} = \frac{g}{2} \mathbf{H}_0 + \frac{\gamma}{\gamma+1} [\beta \mathbf{E}_0], \\ \mathbf{H}_0 &= \gamma \left\{ \mathbf{H} - [\beta \mathbf{E}] - \frac{\gamma}{\gamma+1} \beta (\beta \mathbf{H}) \right\}, \\ \mathbf{E}_0 &= \gamma \left\{ \mathbf{E} + [\beta \mathbf{H}] - \frac{\gamma}{\gamma+1} \beta (\beta \mathbf{E}) \right\} \end{aligned} \quad (28)$$

— поля в системе покоя электрона, величина $a = (g-2)/2$ характеризует аномальный магнитный момент электрона $\mu_a = \mu_0 a$. Наличие лоренц-фактора в знаменателе уравнения (27) объясняется тем, что изменение ζ во времени t определяется в лабораторной системе координат.

Если в уравнении (27) пренебречь аномальным магнитным моментом электрона, приняв $g = 2$, то

$$\mathbf{H}_0^{\text{eff}} = \mathbf{H} - \frac{\gamma}{\gamma+1} [\beta \mathbf{E}]. \quad (29)$$

В нерелятивистском приближении

$$\mathbf{H}_0^{\text{eff}} \approx \mathbf{H} - \frac{1}{2} [\beta \mathbf{E}], \quad (30)$$

тогда как

$$\mathbf{H}_0 \approx \mathbf{H} - [\beta \mathbf{E}]. \quad (31)$$

Видно, что поле $\mathbf{H}_0^{\text{eff}}$ в отличие от \mathbf{H}_0 содержит множитель $1/2$, известный как "томасовская половинка". Причина отличия $\mathbf{H}_0^{\text{eff}}$ от \mathbf{H}_0 состоит в том, что прецессия спина складывается из ларморовской и томасовской прецессий (см. также [1]). Соответственно этому поле $\mathbf{H}_0^{\text{eff}}$ можно представить в виде

$$\mathbf{H}_0^{\text{eff}} = \tilde{\mathbf{H}}_0^{\text{L}} + \tilde{\mathbf{H}}_0^{\text{Th}}, \quad (32)$$

где

$$\tilde{\mathbf{H}}_0^{\text{L}} = \frac{g}{2} \tilde{\mathbf{H}}_0, \quad \tilde{\mathbf{H}}_0^{\text{Th}} = \frac{\gamma}{\gamma+1} [\beta \tilde{\mathbf{E}}_0]. \quad (33)$$

Только в крайне нерелятивистском случае, когда прецессией Томаса можно пренебречь, уравнение (27) совпадает с уравнением прецессии магнитного момента в классической электродинамике

$$\frac{d\zeta}{dt} = \frac{ge}{2m_0 c} [\zeta \mathbf{H}_0]. \quad (34)$$

Можно сказать, что в этом случае спиновый магнитный момент электрона проявляет свойства "истинного" магнитного момента (см. статьи Тамма [36] и Гинзбурга [37]).

"Истинный" характер магнитного момента электрона проявляется и в гипотетическом случае⁴ $g \gg 1$, когда весь магнитный момент является аномальным, и уравнение (27) принимает вид

$$\frac{d\zeta}{dt} = \frac{ge}{2m_0c\gamma} [\zeta \mathbf{H}_0]. \quad (35)$$

В действительности уравнение (35) описывает прецессию спина нейтрона, магнитный момент которого, как известно, весь является аномальным. Это уравнение можно использовать и в случае равномерно и прямолинейно движущегося электрона в полях типа фильтра Вина, когда прецессия Томаса полностью исчезает [38–40].

Весьма любопытно, что в тех же случаях ситуация с "истинным" магнитным моментом повторяется и в теории излучения (см. раздел 7).

Однако вернемся к реальному электрону. В случае $g = 2$ эффективное взаимодействие спинового магнитного момента электрона с полем излучения согласно (26) и (29) определяется выражением

$$H_\mu^{\text{int}} = -\frac{\mu_0}{\gamma} \left(\zeta \left\{ \tilde{\mathbf{H}} - \frac{\gamma}{\gamma+1} [\beta \tilde{\mathbf{E}}] \right\} \right), \quad (36)$$

а полное взаимодействие заряда и магнитного момента электрона с полем излучения имеет вид

$$H^{\text{int}} = H_e^{\text{int}} + H_\mu^{\text{int}} = -e(\beta \tilde{\mathbf{A}}) - \frac{\mu_0}{\gamma} \left(\zeta \left\{ \tilde{\mathbf{H}} - \frac{\gamma}{\gamma+1} [\beta \tilde{\mathbf{E}}] \right\} \right). \quad (37)$$

Учитывая, что

$$\tilde{\mathbf{E}} = -ik\tilde{\mathbf{A}}, \quad \tilde{\mathbf{H}} = [\mathbf{n}\tilde{\mathbf{E}}], \quad (38)$$

где $\kappa = \tilde{\omega}/c$ — волновое число, выражение (37) можно представить в виде

$$H^{\text{int}} = -e(\beta^{\text{eff}} \tilde{\mathbf{A}}), \quad (39)$$

где

$$\beta^{\text{eff}} = \beta - i \frac{\hbar\kappa}{2m_0c} \left[\zeta \left(\mathbf{n} - \frac{\gamma}{\gamma+1} \beta \right) \right]. \quad (40)$$

Легко видеть, что (40) отвечает матричному элементу (16) в релятивистской полуклассической теории излучения, но без эффектов отдачи, которые в приведенных выше чисто классических рассуждениях мы, естественно, не учитывали. Примечательно, что для излучения без переворота спина $\langle \zeta | \sigma | \zeta \rangle = \zeta$ и выражения (40) и (16) без

⁴ Мы не затрагиваем здесь вопросы сложной функциональной зависимости аномального магнитного момента электрона от напряженности внешнего магнитного поля и номера энергетического уровня [39, 1], полагая, что $\mu_a = \text{const}$ и что уравнение Дирака–Паули, из которого вытекает спиновое уравнение Френкеля–БМТ [2], остается справедливым при $a \gg 1$.

учета эффектов отдачи полностью совпадают и происхождение смешанного излучения становится очевидным.

6. Структура квантовых поправок к мощности синхротронного излучения

Перейдем к рассмотрению СИ с учетом квантовых поправок второго порядка по \hbar . Эффекты отдачи и смешанное излучение имеют место и здесь. Однако появляется и специфически новый тип излучения, обусловленный исключительно собственным магнитным моментом электрона (спиновый свет). Квадратичное по \hbar излучение, сопровождающееся переходами как с переворотом, так и без переворота спина, имеет довольно сложный характер. Дело в том, что в этом приближении начинает сказываться еще и излучение от аномального магнитного момента электрона, которое, как мы увидим, принципиально отличается от излучения спинового магнитного момента (магнетона Бора).

В квантовой теории излучения, основанной на уравнении Дирака–Паули, учет аномального магнитного момента сводится к замене [41]

$$\hat{\alpha} \rightarrow \hat{\alpha}^{\text{eff}} = \hat{\alpha} - i \frac{\mu_a \kappa}{e} (\rho_3 [\hat{\sigma} \mathbf{n}] + \rho_2 \hat{\sigma}). \quad (41)$$

Переходя к полуклассической теории излучения, вместо (7) следует принять

$$\beta \rightarrow \langle f | \hat{\alpha}^{\text{eff}} | i \rangle. \quad (42)$$

При вычислении матричного элемента следует иметь в виду, что в характерном для СИ диапазоне скоростей $\mu_a \kappa / e = \varepsilon \gamma' a / 2 \approx \varepsilon$. Поэтому в линейном по ε приближении матричный элемент можно вычислять без учета эффектов отдачи ($\beta' = \beta$). В остальном, действуя как в разделе 4, получаем

$$\begin{aligned} \langle f | \hat{\alpha}^{\text{eff}} | i \rangle = & \left(1 + \frac{\varepsilon}{2} \right) \beta \langle \zeta' | \zeta \rangle - i \frac{\varepsilon}{2} \left[\langle \zeta' | \hat{\sigma} | \zeta \rangle \left(\mathbf{n} - \frac{\gamma}{\gamma+1} \beta \right) \right] - \\ & - i \frac{\varepsilon}{2} \gamma a \left\{ \left[\langle \zeta' | \hat{\sigma} | \zeta \rangle (\mathbf{n} - \beta) \right] - \frac{\gamma}{\gamma+1} (\langle \zeta' | \hat{\sigma} | \zeta \rangle \beta) [\beta \mathbf{n}] \right\}. \end{aligned} \quad (43)$$

По сравнению с (16) здесь появились дополнительные члены с аномальной частью магнитного момента электрона. В классической интерпретации (см. раздел 5) энергия взаимодействия магнитного момента с полем излучения представляется теперь в виде

$$\begin{aligned} H_\mu^{\text{int}} = & -\mu_0 \left\{ \zeta \left(\tilde{\mathbf{H}} - \frac{\gamma}{\gamma+1} [\beta \tilde{\mathbf{E}}] \right) \right\} - \\ & - \gamma a \left[\left(\zeta \left(\tilde{\mathbf{H}} - [\beta \tilde{\mathbf{E}}] \right) \right) - \frac{\gamma}{\gamma+1} (\zeta \beta) (\beta \tilde{\mathbf{H}}) \right]. \end{aligned} \quad (44)$$

Отсюда точно так же, как и в разделе 5, следует, что

$$\begin{aligned} \beta^{\text{eff}} = & \left(1 + \frac{\varepsilon}{2} \right) \beta - i \frac{\varepsilon}{2} \left\{ \left[\zeta \left(\mathbf{n} - \frac{\gamma}{\gamma+1} \beta \right) \right] + \right. \\ & \left. + \gamma a \left[\left[\zeta (\mathbf{n} - \beta) \right] - \frac{\gamma}{\gamma+1} (\zeta \beta) [\beta \mathbf{n}] \right] \right\}. \end{aligned} \quad (45)$$

Эта формула является обобщением (40) и аналогом (16).

$$f(\xi) = \frac{1+\zeta\zeta'}{2} \left[1 - \frac{55\sqrt{3}}{24} \xi + \frac{175}{9} \xi^2 \right] - \zeta \left(\xi - \frac{245\sqrt{3}}{48} \xi^2 \right) - \frac{a}{9} \xi^2 \left[+ \frac{5}{9} \xi^2 \right] + \frac{1-\zeta\zeta'}{2} \left[\frac{4}{3} + \frac{35\sqrt{3}}{48} \xi \right] + \frac{a}{9} \left(49 - \zeta \frac{175\sqrt{3}}{6} \right) \xi^2 \quad (5)$$

Вертикальные линии отделяют излучение заряда электрона (1) от эффектов отдачи (2), смешанного излучения (3), излучения спинового магнитного момента (4) и излучения, связанного с аномальным магнитным моментом (5).

Если не делать различия в структурных элементах СИ и пренебречь аномальным магнитным моментом электрона, то получим известное выражение для мощности излучения (см., например, [14]) с функцией

$$f(\xi) = 1 - \zeta\xi - \frac{55\sqrt{3}}{24} \xi + \frac{64}{3} \xi^2 - \zeta \frac{35\sqrt{3}}{6} \xi^2. \quad (54)$$

Аналогичный расчет, проделанный для бесспиновой частицы на основе матричного элемента (25), вместо $f(\xi)$ дает

$$f_0(\xi) = 1 - \frac{55\sqrt{3}}{24} \xi + \frac{56}{3} \xi^2. \quad (55)$$

Это выражение впервые было получено в [44] (см. также [32, 45, 46]). Заметим, что ранее "роль спина" в СИ сводилась к квантовой поправке $(8/3)\xi^2$ [47]. Здесь она получается как усредненная разность

$$\frac{1}{2} \sum_{\xi=\pm 1} [f(\xi) - f_0(\xi)] = \frac{8}{3} \xi^2, \quad (56)$$

однако структурная роль и физическое содержание этой и других квантовых поправок выясняются только благодаря (53).

Разумеется, изложенный здесь метод позволяет вычислять и вероятности излучения фотонов. Приводить здесь соответствующие формулы едва ли имеет смысл, однако для анализа роли аномального магнитного момента электрона в эффекте радиационной самополяризации выпишем выражение для вероятности излучения с переворотом спина, усредненное по азимутальному углу λ и просуммированное по линейным поляризациям фотонов [26]

$$w = \frac{1}{2T_0} \left[1 + \frac{37}{9} a - \left(\frac{2}{9} - \frac{13}{9} a \right) \frac{\sin^2 v}{2} + \zeta \frac{8}{5\sqrt{3}} \left(1 + \frac{14}{3} a \right) \cos v \right], \quad (57)$$

где

$$T_0 = \frac{8\sqrt{3}}{15} \frac{\hbar^2}{m_0 c e_0^2} \frac{1}{\gamma^2} \left(\frac{H_{кр}}{H} \right)^3 \quad (58)$$

— время поляризации в эффекте Соколова–Тернова [1].

Поскольку магнитное поле в накопительных кольцах имеет порядок 10^4 Гс ($H \ll H_{кр} = m_0^2 c^3 / (e_0 \hbar) = 4,4 \times 10^{13}$ Гс), время поляризации становится величинной, доступной для наблюдения эффекта поляризации только в области высоких энергий. В частности, для

энергий электрона порядка 1 ГэВ это время составляет ~ 1 ч.

Согласно (57) при $v = \pi/2$, когда спин ориентирован в плоскости орбиты, переходы с переворотом спина не зависят от начальной ориентации спина, тогда как при $v = 0$, когда спин ориентирован вдоль магнитного поля, спин-флип переходы существенно зависят от ориентации спина, что и приводит к самополяризации пучка электронов. Время релаксации спина определяется соотношением

$$[w(\zeta = 1) + w(\zeta = -1)] T = 1. \quad (59)$$

Отсюда следует, что (см. также [28])

$$T = T_0 \left(1 + \frac{37}{9} a \right)^{-1} \approx T_0 \left(1 - \frac{37}{9} a \right). \quad (60)$$

Таким образом, аномальный магнитный момент только способствует упорядочению ориентации спина электронов в процессе излучения.

7. Излучение "истинного" магнитного момента

Мы видели (см. раздел 5), что спиновый магнитный момент электрона проявляет свойства "истинного" магнитного момента только в нерелятивистском пределе или в случае равномерного и прямолинейного движения, когда прецессией Томаса можно пренебречь. Случай равномерного и прямолинейного движения, когда излучение заряда электрона и смешанное излучение отсутствуют, можно получить из (46), предельным переходом $\rho \rightarrow \infty$. Сам метод релятивистской полуклассической теории излучения каких-либо изменений при этом не претерпевает, однако функции $U_{2,3}^s$, ответственные за излучение "истинного" магнитного момента, существенно изменяются. Далее мы не будем ограничивать себя предположением малости аномального магнитного момента и перейдем к рассмотрению произвольных значений a . Формулы (46) в этом случае уже не годятся. В более общей записи они имеют вид [25]

$$U_{2,3}^\sigma = i\pi q \chi \left\{ (1+a) \text{Ai}(z_\pm) \pm qa \text{Ai}'(z_\pm) \right\},$$

$$U_{2,3}^\pi = \pm \pi q \left\{ [1 + (1 + \chi^2 \pm aq^3)a] \text{Ai}(z_\pm) \pm (1+a)q \text{Ai}'(z_\pm) \right\}, \quad (61)$$

где

$$z_\pm = z_0 \pm aq, \quad z_0 = \frac{1 + \chi^2}{q^2}, \quad q = \left(\frac{2c}{\omega \rho} \right)^{1/3} \gamma.$$

Появление функций Эйри Ai и их производных объясняется тем, что зависимость от аномального магнитного момента вошла в аргумент и применение функций Макдональда в $U_{2,3}^s$ стало невозможным [24]. Можно показать, что в частном случае $a \ll 1$ из (61) следуют прежние $U_{2,3}^s$, определенные в (46).

В пределе $\rho \rightarrow \infty$ функции $U_{2,3}^s$ упрощаются:

$$U_{2,3}^s = i\pi q \chi a \text{Ai}(z_\pm),$$

$$U_{2,3}^\pi = \pm \pi q \left(1 + \chi^2 \pm \frac{1}{2} aq^3 \right) \text{Ai}(z_\pm). \quad (62)$$

Более того, в связи с тем, что при $\rho \rightarrow \infty$ с учетом (19)

$$\begin{aligned} \text{Ai}(z_{\pm}) &\rightarrow \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dx \exp(iz \pm x) = \\ &= \left(\frac{\tilde{\omega}_{\max}}{a\tilde{\omega}} \right)^{2/3} \begin{cases} 0, \\ \delta\left(1 + \chi^2 - \frac{\tilde{\omega}_{\max}}{\tilde{\omega}}\right), \end{cases} \end{aligned} \quad (63)$$

где $\tilde{\omega}_{\max} = 2a\omega\gamma^3$, вместо (42) будем иметь

$$\begin{aligned} U_2^s &= 0, \\ U_3^\sigma &= i\pi \frac{\tilde{\omega}_{\max}}{\tilde{\omega}} \chi \delta\left(1 + \chi^2 - \frac{\tilde{\omega}_{\max}}{\tilde{\omega}}\right), \\ U_3^\pi &= \pm\pi \frac{\tilde{\omega}_{\max}}{\tilde{\omega}} \frac{1}{2} (1 + \chi^2) \delta\left(1 + \chi^2 - \frac{\tilde{\omega}_{\max}}{\tilde{\omega}}\right). \end{aligned} \quad (64)$$

Если магнитный момент весь является аномальным (нейтрон), то можно принять, что $g = 2a$, и тогда

$$\tilde{\omega}_{\max} = \frac{4|\mu|H}{\hbar} \gamma^2, \quad |\mu| = \frac{g\mu_0}{2}, \quad (65)$$

где μ_0 — ядерный магнетон Бора. Частота прецессии спина в общем случае зависит от направления движения нейтрона в магнитном поле [48]:

$$\omega_\mu = \frac{2|\mu|H}{\hbar} \sqrt{1 - \beta^2 \cos^2 \alpha}, \quad (66)$$

где α — угол между β и \mathbf{H} . В рассматриваемом нами случае нейтрон (как и электрон в разделе 2) движется вдоль оси X , а магнитное поле направлено вдоль оси Z , поэтому $\alpha = \pi/2$ и $\tilde{\omega}_{\max} = 2\gamma^2/\omega_\mu$. Согласно (64) частота $\tilde{\omega}_{\max}$ играет роль максимальной частоты излучения.

Полное спектрально-угловое распределение излучения "истинного" магнитного момента, в данном случае нейтрона, вычисляется по формулам (14), (20) и (64). В результате получим

$$\begin{aligned} \frac{d^2 W}{d\tilde{\omega} d\Omega} &= \frac{64\mu^6 H^4}{\pi c^3 \hbar^4} |\langle \zeta' | \sigma_- | \zeta \rangle|^2 \frac{4\chi^2 + (1 + \chi^2)^2}{(1 + \chi^2)^5} \times \\ &\times \delta\left(\tilde{\omega} - \frac{\tilde{\omega}_{\max}}{1 + \chi^2}\right). \end{aligned} \quad (67)$$

Отсюда следует, что излучение идет на частоте

$$\tilde{\omega} = \frac{\tilde{\omega}_{\max}}{1 + \chi^2}. \quad (68)$$

Дальнейшее интегрирование по углам и частоте с учетом (47) для $\langle \zeta' | \sigma_- | \zeta \rangle$ дает полную мощность излучения

$$W = \frac{128}{3} \frac{\mu^6 H^4}{\hbar^4 c^3} \gamma^4 \frac{(1 + \zeta \cos \nu)(1 - \zeta' \cos \nu)}{4}. \quad (69)$$

В квантовой теории излучения спиновые переходы рассматриваются только для сохраняющихся во времени проекций спина. В нашем случае адаптация к таким переходам соответствует $\nu = 0$, когда спин нейтрона ориентирован вдоль направления поля. При $\nu = 0$ спиновые переходы согласно (69) происходят только в одном направлении — против магнитного поля, когда

$\zeta = 1$ и $\zeta' = -1$ ($\mu < 0$). Полная мощность

$$W = \frac{128}{3} \frac{\mu^6 H^4}{\hbar^4 c^3} \gamma^4 \quad (70)$$

полностью совпадает с мощностью спин-флип излучения нейтрона, вычисленной на основе уравнения Дирака–Паули [48]. При $\nu = \pi/2$, когда спин вращается в плоскости, перпендикулярной направлению магнитного поля, полная мощность излучения нейтрона уменьшается ровно в 4 раза с сохранением всех качественных характеристик излучения. Этот случай адекватно отвечает классической постановке задачи об излучении магнитного момента и полностью описывается классической электродинамикой [49]. Заметим, что при $\nu = 0$, когда $\mu = \text{const}$, "истинный" магнитный момент в классической теории вообще не излучает. Это излучение, связанное со спин-флип переходами, является чисто квантовым.

Разумеется, в частных случаях все приведенные здесь результаты получаются и с помощью преобразований Лоренца или прямым вычислением, как в [49] — по классической теории и в [50] — по квантовой.

Рассмотрим более подробно принцип соответствия в излучении "истинного" магнитного момента. В классической теории поле излучения релятивистского точечного магнитного момента определяется выражением (подробности в [49])

$$\tilde{H}^{\mu\nu} = -\frac{\mu\tilde{\omega}^2}{Rc} \frac{\Pi^{[\mu\rho} n_\rho n^{\nu]}}{n_\rho v^\rho}. \quad (71)$$

Здесь $\Pi^{\mu\rho} = (\Phi, \mathbf{\Pi})$ — безразмерный тензор спина, v^ρ — четырехмерная скорость, $n^\rho = (1, \mathbf{n})$, квадратные скобки при индексах означают антисимметризацию по этим индексам.

Фурье-образ тензора электромагнитного поля (71) имеет вид

$$\tilde{H}_\omega^{\mu\nu} = \frac{\mu\tilde{\omega}^2}{Rc^2} \int_{-\infty}^{\infty} \pi^{[\mu\rho} n_\rho n^{\nu]} \exp\left\{i\tilde{\omega}\left[t - \frac{(\mathbf{nr})}{c}\right]\right\} dt, \quad (72)$$

где $\pi^{\mu\rho} = \Pi^{\mu\rho}/\gamma = (\varphi, \pi)$. Отсюда имеем

$$\tilde{\mathbf{E}}_\omega^s = \frac{\mu\tilde{\omega}^2}{Rc^2} \int_{-\infty}^{\infty} \left([(\mathbf{n} - \beta)\pi] \mathbf{n}^s \right) \exp\left\{i\tilde{\omega}\left[t - \frac{(\mathbf{nr})}{c}\right]\right\} dt. \quad (73)$$

В то же время, согласно релятивистской полуклассической теории излучения, $\tilde{\mathbf{E}}_\omega^s$ определяется формулой (11), в которой с учетом (43) надо сделать замену

$$\begin{aligned} \langle f | \hat{\alpha} | i \rangle &\rightarrow \frac{i\mu\tilde{\omega}}{ec} \left\{ [(\mathbf{n} - \beta)\langle \zeta' | \tilde{\sigma} | \zeta \rangle] - \right. \\ &\left. - \frac{\gamma}{\gamma + 1} (\beta \langle \zeta' | \tilde{\sigma} | \zeta \rangle) [\mathbf{n}\beta] \right\}. \end{aligned} \quad (74)$$

Если принять во внимание, что вектор π связан с единичным классическим вектором спина ζ соотношением [51]

$$\pi = \zeta - \frac{\gamma}{\gamma + 1} \beta(\beta\zeta), \quad (75)$$

то полуклассическое выражение для $\tilde{\mathbf{E}}_{\omega}^s$ примет вид

$$\tilde{\mathbf{E}}_{\omega}^s = \frac{\mu\tilde{\omega}^2}{Rc^2} \int_{-\infty}^{\infty} \left([(\mathbf{n} - \beta)\langle f|\hat{\pi}|i\rangle] \mathbf{n}^s \right) \exp\left\{i\tilde{\omega}\left[t - \frac{(\mathbf{nr})}{c}\right]\right\} dt, \quad (76)$$

где $\hat{\pi}$ отличается от (75) заменой $\zeta \rightarrow \hat{\sigma}(t)$. Формулы (73) и (76) являются выражением принципа соответствия в излучении "истинного" магнитного момента.

Далее можно легко отследить все перипетии в классических и полуклассических вычислениях. Классическое выражение мощности излучения, усредненной по периоду прецессии спина, имеет вид ($\alpha = \pi/2$)

$$\bar{W} = \frac{2}{3} \frac{\mu^2}{c^3} \omega_{\mu}^4 \gamma^4. \quad (77)$$

В аналогичной форме соответствующее полуклассическое выражение согласно (69) представляется в виде

$$W = \frac{8}{3} \frac{\mu^2}{c^3} \omega_{\mu}^4 \gamma^4 \frac{(1 + \zeta \cos v)(1 - \zeta' \cos v)}{4}. \quad (78)$$

При $v = 0$ имеем результат квантовой теории излучения нейтрона [48], при $v = \pi/2$ получаем классическую формулу (77).

Мы рассмотрели частный случай, когда "истинный" магнитный момент (нейтрон) движется перпендикулярно магнитному полю, но можно показать, что принцип соответствия аналогичным образом работает и при любой другой ориентации вектора скорости относительно направления магнитного поля. Более того, классическая [49] и квантовая [51–53] теории излучения релятивистской частицы с "истинным" магнитным моментом полностью согласуются и в случае произвольной конфигурации постоянных и однородных электромагнитных полей.

В заключение заметим, что эти простые рассуждения могут показаться тривиальными и с вершин современной теоретической физики даже не очень серьезными, но эту работу все равно рано или поздно кому-то надо было проделать, так как целый раздел электродинамики, связанный с излучением спинового магнитного момента, по разного рода причинам, а то и просто из предубеждений, не получил до сих пор своего развития. Отдельные работы в этом направлении появлялись ([33, 54–56] и др., более полную библиографию см. в [5]), однако их согласие с квантовой теорией обычно не обсуждалось. Без принципа соответствия эта область электродинамики оставалась terra incognita. Вопросы остаются и сейчас. Не ясно, например, как будет работать принцип соответствия в неоднородных полях, как скажется реакция излучения на магнитном моменте (нерелятивистское обсуждение этой проблемы см. в [37]) и т.д. Но это вовсе не исключает того, что спиновый свет может еще напомнить о себе в ближайшем будущем. "Опыт прошлого, в том числе и совсем близкого к нашим дням, свидетельствует, что немало нового и интересного может быть найдено и в электродинамике (включая оптику)..." (В.Л. Гинзбург [57]).

Есть над чем поработать и экспериментаторам. Прецизионные исследования свойств спинового света в современных накопителях электронов были бы прекрас-

ным приложением эксперимента в изучении этого нового феномена природы.

Авторы выражают благодарность С.Н. Столярову за внимательное рецензирование рукописи. Все замечания были учтены при ее доработке.

Список литературы

1. Соколов А А, Тернов И М *Релятивистский электрон* (М.: Наука, 1983)
2. Тернов И М, Бордовицын В А *Вестн. Моск. ун-та. Сер. 3* **21** (3) 8 (1980)
3. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Теория поля* (М.: Наука, 1988)
4. Тернов И М *УФН* **165** (4) 429 (1995)
5. Бордовицын В А Дисс. д.ф.-м.н. (Томск–М.: МГУ, 1983)
6. Belomestnykh S A, Bondar A E, Yegorychev M N et al. *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res.* **227** 173 (1984)
7. Korchuganov V N, Kulipanov G N, Mezentssev N A et al. Preprint INP 77–83 (Novosibirsk: Inst. Nucl. Phys., 1977)
8. Bondar A E, Saldin E L *Nucl. Instrum. Methods* **195** 577 (1982)
9. Соколов А А, Тернов И М *ДАН СССР* **153** 1052 (1963)
10. Паули В *Труды по квантовой теории. Статьи 1928–1958* (М.: Наука, 1977)
11. Мотт Н, Месси Г *Теория атомных столкновений* (М.: Мир, 1969)
12. Кесслер И *Поляризованные электроны* (М.: Мир, 1988)
13. Вонсовский С В *Магнетизм микрочастиц* (М.: Наука, 1973)
14. Соколов А А, Тернов И М, Багров В Г, Рзаев Р А, в кн. *Синхротронное излучение* (М.: Наука, 1966) с. 72
15. Багров В Г, Дорофеев О Ф, Соколов А А и др. *ДАН СССР* **221** (2) 312 (1975)
16. Тернов И М *ЭЧАЯ* **17** 884 (1986)
17. Тернов И М, Бордовицын В А *Вестн. Моск. ун-та. Сер. 3* **28** (2) 21 (1987)
18. Тернов И М, Багров В Г, Рзаев Р А *ЖЭТФ* **46** 347 (1964)
19. Schwinger J *Proc. Acad. Nat. Sci. USA* **40** 132 (1954)
20. Байер В Н *УФН* **105** 441 (1971)
21. Байер В Н, Катков В М, Фадин В С *Излучение релятивистских электронов* (М.: Атомиздат, 1973)
22. Берестеккий В Б, Лифшиц Е М, Питаевский Л П *Квантовая электродинамика* (М.: Наука, 1980)
23. Bagrov V G, Belov V V, Trifonov A Yu *J. Phys. A* **26** 6431 (1993)
24. Jackson J D *Rev. Mod. Phys.* **48** 417 (1976)
25. Тернов И М, Бордовицын В А, Эпп В Я *Изв. вузов. Физика* **33** (5) 49 (1990)
26. Тернов И М, Бордовицын В А, Эпп В Я *Изв. вузов. Физика* **33** (6) 22 (1990)
27. Тернов И М, Бордовицын В А, Эпп В Я *Изв. вузов. Физика* **33** (7) 103 (1990)
28. Дербенев Я С, Кондратенко А М *ЖЭТФ* **64** 1929 (1973)
29. Barber D P, Mane S R *Phys. Rev. A* **37** 456 (1988)
30. Соколов А А, Клепиков Н П, Тернов И М *ЖЭТФ* **24** 249 (1953)
31. Wu-yang Tsai, Asim Yildiz *Phys. Rev. D* **8** 3446 (1979)
32. Багров В Г *Изв. вузов. Физика* (5) 121 (1965)
33. Frenkel J *Zs. Phys.* **37** 243 (1926); см. также Френкель Я И *Собрание избранных трудов Т. 1 Электродинамика* (М.-Л.: Изд-во АН СССР, 1956)
34. Тернов И М, Бордовицын В А *УФН* **132** 345 (1980)
35. Бордовицын В А, Сорокин С В *Изв. вузов. Физика* **26** (8) 125 (1983)
36. Тамм И Е *ДАН СССР* **29** 551 (1940); см. также Тамм И Е *Сборник научных трудов Т. 2* (М.: Наука, 1975)
37. Гинзбург В Л, в кн. *Проблемы теоретической физики. Памяти И.Е. Тамма* (М.: Наука, 1972)
38. Тернов И М, Бордовицын В А *Вестн. Моск. ун-та. Сер. 3* **23** (6) 72 (1982)
39. Тернов И М, Багров В Г, Бордовицын В А, Дорофеев О Ф *ЖЭТФ* **55** 2273 (1968)
40. Бордовицын В А *Изв. вузов. Физика* **36** (11) 39 (1993)
41. Тернов И М, Багров В Г, Жуковский В Ч *Вестн. Моск. ун-та. Сер. 3* (1) 30 (1966)
42. Bordovitsyn V A, Gushcina V S, Ternov I M *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A* **359** 34 (1995)

43. Багров В Г Дисс. к.ф.-м.н. (М.: МГУ, 1964)
44. Соколов А А, Матвеев А Н, Тернов И М *ДАН СССР* **102** (1) 65 (1955)
45. Schwinger J, Wu-yang Tsai *Ann. Phys. (USA)* **110** 63 (1978)
46. Wu-yang Tsai *Phys. Rev. D* **8** 3460 (1979)
47. Матвеев А Н *ЖЭТФ* **31** 479 (1956)
48. Тернов И М, Багров В Г, Хапаев А М *ЖЭТФ* **48** 921 (1965)
49. Бордовицын В А, Гушина В С *Изв. вузов. Физика* **36** (2) 60 (1993); **36** (3) 73 (1993); **37** (1) 53 (1994); **38** (2) 63 (1995); **38** (3) 83 (1995)
50. Любошиц В Л *ЯФ* **4** 269 (1966)
51. Багров В Г, Бордовицын В А *Изв. вузов. Физика* **23** (2) 67 (1980)
52. Тернов И М, Багров В Г, Кружков В М, Хапаев А М *Изв. вузов. Физика* (4) 41 (1967)
53. Багров В Г, Бозриков П В, Гитман Д М и др. *Изв. вузов. Физика* **17** (6) 150 (1974)
54. Bialas A *Acta Phys. Pol.* **22** 349 (1962)
55. Kolsrud M, Leer E *Phys. Norv.* **2** 181 (1967)
56. Cohn J, Wiebe H J. *Math. Phys.* **17** 1496 (1976)
57. Гинзбург В Л *О теории относительности* (М.: Наука, 1989)

SPIN LIGHT

V.A. Bordovitsyn

*Tomsk State University, Research Institute of Appl. Math. and Mech.,
634050 Tomsk, GSP-14, Russia
Tel. (7-382) 290-95 76
E-mail: bord@urania. tomsk.su*

I.M. Ternov

*Moscow State University, Department of Physics
Vorob'evy gory, 119899 Moscow, Russia
Tel. (7-095) 939-31 77*

V.G. Bagrov

*Tomsk State University, Department of Physics,
TGU, 634050 Tomsk;
Institute of High Current Electronics, Russian Academy of Sciences,
pr. Akademicheskii 4, 634055 Tomsk, Russia
Tel. (7-382) 290-91 23, (7-382) 225-84 71
E-mail: bagrov@ffigu.tomsk.su*

The spin magnetic moment of an electron moving in an homogeneous magnetic field is a source of electromagnetic radiation. It is interesting that this radiation (spin light) manifests itself at high electron energies and can actually be measured in modern electron accelerators. The problem of identification of the spin radiation against the background of powerful synchrotron radiation, recoil effects, and other relativistic phenomena are considered. The relativistic neutron is considered as a source of pure spin radiation. The correspondence principle for spin radiation, with and without spin flip, is formulated.

PACS numbers: **41.60.-m**

Bibliography — 57 references

Received 1 June 1995