

Уменьшение оценок расстояний до галактик и квазаров при $z \sim 1$ в 4 раза по сравнению с оценками стандартной теории снимает проблему сверхсветовых скоростей разлета вещества в этих объектах, которые становятся ниже световой. Наконец, использование статистического подхода к решению проблемы проверки теории Большого взрыва, начатое почти одновременно и независимо нами [21] и Сегалом [22], приводит к близким результатам для зависимости $R(z)$.

Список литературы

1. Sandage A, Binggeli B, Tammann G A *Astron. J.* **90** 1759 (1985)
2. Троицкий В С, Горбачева И В, Сучкин Г Л, Бондарь Л Н *Астрон. ж.* **69** 479 (1992)
3. Troitsky V S, Bellustin N S, Paramonova L A *Astrophys. Space Sci.* (в печати)
4. Burbidge G R *Int. J. Theor. Phys.* **28** № 9 983
5. Барышев Ю В *Итоги науки и техники. Сер. Гравитация* **4** 89 (1992)
6. Троицкий В С, Алешин В И *Письма в астрон. ж.* (в печати)
7. Sandage A R *Astrophys. J.* **173** 485 (1942)
8. Kapahi V K *IAU Symp. N* 124 p. 251 (1987)
9. Kellerman K I *Nature* **361** 134 1993
10. Graham J A *Highlights of Astronomy* **6** 209 (1982)
11. Hoessel J G, Degerle W R, Schneider D P *Astron. J.* **94** 1111 (1987)
12. Dressler A, Lynden-Bell D, Burstein D *Astrophys. J.* **313** 42 (1987)
13. Peletier R F, Davies R L, Illingworth G D, Davis L E, Dawson M *Astron. J.* **100** 1091 (1990)
14. Troitsky V S *Astrophys. Space Sci.* **201** 203 (1993)
15. Троицкий В С, Горбачева И В *Письма в астрон. ж.* **19** 329 (1993)
16. Hutchings J B, Price R, Gower A C *Astrophys. J.* **329** 122 (1988)
17. Кропоткин П Н *ДАН СССР* **305** 819 (1989)
18. Парийский Ю Н, Корольков Д В *Итоги науки и техники. Сер. Астрономия* **31** 73 (1986)
19. Arp H C, Van Flandern T *Phys. Lett. A* **164** 363 (1992)
20. Giraud E *Astron. Astrophys.* **153** 125 (1985)
21. Троицкий В С, Горбачева И В *Астрон. ж.* **66** 470 (1989)
22. Segal I E, Nicoll J F *Astrophys. J.* **300** 224 (1986)

PACS numbers: 74.90.+n

"Замороженная" электронная фаза и ВТСП

А.А. Слуцкин

В тридцатых годах Е. Вигнером [1] было показано, что однородная ферми-жидкость свободных электронов, отталкивающихся друг от друга по кулоновскому закону, может испытывать фазовый переход первого рода в локализованное состояние с периодической пространственной структурой (вигнеровский кристалл). Для этого, согласно Вигнеру, электронные плотности должны быть столь малыми, чтобы характерная кулоновская энергия на один электрон

$$u = \frac{e^2}{\bar{r}} \quad (1)$$

(e — заряд электрона, \bar{r} — среднее межэлектронное расстояние) превосходила характерную кинетическую энергию

$$\Delta = \frac{\hbar^2}{mr^2}, \quad (2)$$

приобретаемую электроном массы m при его локализации в области $\sim \bar{r}$ в силу квантового принципа неопределенности.

К электронам проводимости твердых тел вигнеровская идея электронной кристаллизации была впервые применена в работах Фервея [2]. Измеряя электропроводность металлооксида Fe_3O_4 как функцию температуры T , Фервей обнаружил при $T \sim 10^2$ К резкий скачок проводимости, который он трактовал как плавление вигнеровского кристалла, образованного носителями заряда в металлооксиде. С тех пор переходы такого типа (переходы Фервея) были обнаружены в целом ряде металлооксидов — полупроводников. При объяснении переходов Фервея с помощью идеи Вигнера следует предполагать, что характерные размеры области локализации электронов превосходят характерный период кристаллической решетки проводника α_0 . В этом случае должны возникать типичные для вигнеровского кристалла бозонные возбуждения — фононы с относительно большими скоростями. Однако они, насколько известно автору, до сих пор экспериментально не обнаружены. Это заставляет предположить существование невигнеровских коллективных механизмов электронной локализации.

Цель данного сообщения — показать, что в однородных узкозонных проводниках дальнодействующие кулоновские силы могут приводить к электронной автолокализации нового типа [3, 4], имеющей чисто динамическую (квантовую) природу и тем принципиально отличающейся от "термодинамической" кристаллизации Вигнера. Далее будет показано, что возникающее при этой локализации электронное макроскопическое состояние по своим термодинамическим и проводящим свойствам качественно отличается от вигнеровского кристалла.

Чтобы пояснить механизм рассматриваемой здесь "динамической" кулоновской автолокализации, рассмотрим сначала, используя известный критерий Линдемана, возможность реализации вигнеровского кристалла в узкозонном проводнике. Согласно этому общему критерию кристалл существует, если амплитуда его нулевых колебаний δr удовлетворяет соотношению

$$\frac{\delta r^2}{\bar{r}^2} \leq C \approx 0,3, \quad (3)$$

или в случае вигнеровского кристалла

$$\frac{\delta r^2}{\bar{r}^2} = n^{1/6} \left(\frac{m_0}{m^*} \right)^{1/2} \leq 0,3, \quad (4)$$

где $n = N/N_0 \sim \alpha_0^3/\bar{r}^3$ — число проводящих электронов на атом, N — число электронов, N_0 — число узлов кристаллической решетки, m^* — эффективная масса электрона проводимости, связанная с шириной энергетической зоны t соотношением

$$m^* \sim \left(\frac{\hbar}{\alpha_0} \right)^2 t^{-1}, \quad (5)$$

m_0 — масса свободного электрона. Поскольку в узкозонном проводнике $m^* \gg m_0$, критерий Линдемана (4) и по существу эквивалентный ему термодинамический критерий Вигнера

$$\Delta < u, \quad (6)$$

могут выполняться даже при "металлических" значениях электронной плотности ($n \sim 1$). Отсюда следует, что кулоновское дальнодействие неизбежно при заданной плотности n и достаточно низких температурах приводит к локализации всего ансамбля узкозонных электронов. Однако совсем не обязательно, чтобы эта локализованная структура была вигнеровским кристаллом!

Дело в том, что динамика узкозонного электрона имеет сугубо дискретный характер: она описывается с помощью приближения сильной связи, согласно которому электрон совершают квантовые перескоки по соседним узлам кристаллической решетки, туннелируя между эквивалентными атомными орбиталами. В этой ситуации становится весьма существенным соотношение между шириной энергетической зоны t и характерной вариацией

$$\delta u \sim u \left(\frac{\alpha_0}{\bar{r}} \right)^2 \quad (7)$$

кулоновской энергии электрона при его перескоке между соседними узлами решетки. Роль параметра $t/\delta u$ становится понятной, если сравнить амплитуду нулевых колебаний вигнеровского кристалла δr с межузельным расстоянием α_0 . Используя (4), (5), (7), находим

$$\frac{\delta r^2}{\alpha_0^2} \sim \left(\frac{t}{\delta u} \right)^{1/2} \sim n^{-1/2} \left(\frac{t}{\varepsilon_0} \right)^{1/2}, \quad (8)$$

где $\varepsilon_0 = e^2/\alpha_0$ есть характерная атомная энергия. В узкозонном проводнике $t \ll \varepsilon_0$, поэтому параметр $t/\delta u$, а вместе с ним и отношение $\delta r/\alpha_0 \sim 1$ уже при малой электронной плотности: $n \sim t/\varepsilon_0$. Но согласно приближению сильной связи амплитуда δr может быть только порядка или больше межузельного расстояния α_0 . Это наводит на мысль, что при плотностях

$$n \sim \frac{t}{\varepsilon_0} \ll 1 \quad \left(\frac{t}{\delta u} \sim 1 \right) \quad (9)$$

вигнеровский кристалл должен превращатьсяся (скорее всего, через бесконечную серию фазовых переходов второго рода) в локализованную фазу качественно иной структуры.

Природа нового макроскопического состояния проясняется, если рассмотреть предел $t/\delta u \ll 1$. В таком случае электрон, находящийся на данном узле кристаллической решетки, вообще говоря, не может туннелировать ни на один из соседних узлов, поскольку кулоновские поля, создаваемые остальными электронами, раздвигают уровни энергии ближайших орбиталей на величину $\sim \delta u$, существенно превышающую ширину энергетической зоны t . Это означает, что при $t/\delta u \ll 1$ дальнодействующие силы взаимного отталкивания электронов полностью разрушают блоховские (токоевые) состояния узкой зоны, и все электроны оказываются локализованными на тех или иных узлах кристаллической решетки. Говоря точнее, при $1 - n \sim 1$ стационарные состояния $|\psi\rangle$ всего ансамбля N узкозонных электронов в главном приближении по параметру $t/\delta u$ представляют собой всевозможные произведения

$$|\psi\rangle = |\mathbf{r}_1\rangle |\mathbf{r}_2\rangle \dots |\mathbf{r}_N\rangle \quad (10)$$

N произвольно взятых орбитальных состояний электрона в узлах $|\mathbf{r}_1\rangle, |\mathbf{r}_2\rangle, \dots, |\mathbf{r}_N\rangle$ (\mathbf{r} — векторный номер узла). Такое локализованное макроскопическое состояние, радикально отличающееся от вигнеровского кристалла, можно назвать "замороженной электронной фазой" (ЗЭФ). Особенности ЗЭФ наиболее ярко выражены в пределе $t/\delta u \ll 1$. Укажем наиболее существенные из них.

А. Если электронная плотность n фиксирована, то в основном состоянии ЗЭФ

$$|\psi_0\rangle = |\mathbf{r}_1^0\rangle |\mathbf{r}_2^0\rangle \dots |\mathbf{r}_N^0\rangle \quad (11)$$

узлы \mathbf{r}_i^0 ($i = 1, 2, \dots, N$), занятые электронами, образуют, вообще говоря, существенно неупорядоченную структуру типа квазикристалла — "электронное стекло" [3, 4]. Эта неупорядоченность — прямое следствие того факта, что периодическая (трансляционно симметрическая) электронная конфигурация, реализующая абсолютный минимум энергии взаимного кулоновского отталкивания электронов, в общем случае иррациональных n (речь идет о термодинамическом пределе $N, N_0 \rightarrow \infty$) несоизмерима с кристаллической решеткой проводника.

Б. Из-за отсутствия непрерывных пространственных степеней свободы в ЗЭФ ее элементарными возбуждениями являются не фононы, как в вигнеровском кристалле, а переходы в двухуровневых электронных системах (ДУС), локализованных в областях $\sim \alpha_0$ и беспорядочно распределенных по всей конфигурации электронного стекла (ЭС). Эти ДУС (как и хорошо известные ДУС атомных стекол) образуются благодаря случайному вырождению, которое заключается в следующем. Ввиду неупорядоченности ЭС среди ЭС-узлов обязательно присутствуют $\tilde{N} \sim (t/\delta u) N \ll N$ узлов "лабильности" \mathbf{R}_α ($\alpha = 1, 2, \dots, \tilde{N}$), которые выделены тем, что при перескоке электрона из узла \mathbf{R}_α в один из соседних узлов $\tilde{\mathbf{R}}_\alpha$ кулоновская энергия системы изменяется на малую величину (по отношению к δu) величину δu_α , сравнимую с шириной зоны t . Туннелирование снимает это вырождение в узлах "лабильности", что и приводит к образованию в электронном стекле \tilde{N} ДУС с энергиями возбуждений

$$\omega_\alpha = (4t^2 + (\delta u_\alpha)^2)^{1/2} \quad (\alpha = 1, 2, \dots, \tilde{N}). \quad (12)$$

При этом как основное $|\psi_\alpha^-\rangle$, так и возбужденное $|\psi_\alpha^+\rangle$ состояния ДУС являются суперпозициями орбиталей в узлах вида

$$|\psi_\alpha^\pm\rangle = a_\alpha^\pm |\mathbf{B}_\alpha\rangle + b_\alpha^\pm |\tilde{\mathbf{R}}_\alpha\rangle, \quad (13)$$

где амплитуды $a_\alpha^\pm, b_\alpha^\pm$ сравнимы по модулю с единицей.

В. Термодинамика ЗЭФ оказывается весьма сложной, и ее детальное описание явно выходит за рамки данного доклада. Здесь важно отметить, что в отличие от вигнеровского кристалла ЗЭФ, имея чисто динамическое происхождение, при нагревании не переходит в ферми-жидкость свободных электронов, а остается локализованной структурой, в которой отсутствует дальний порядок.

ЗЭФ в модификации ЭС подобно спиновому стеклу обладает бесконечным вырождением. А именно, существует бесконечно много стационарных состояний (10), кулоновские энергии которых экспоненциально близки (по крайней мере, по параметру $N^{1/2}$) к кулоновской

энергии основного состояния, но электронные конфигурации $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_N$ существенно отличаются друг от друга. Характерное время переходов электронной системы между такими состояниями экспоненциально велико $\sim (\delta\epsilon/t)^N$. Это показывает, что ЭС должно обладать рядом характерных свойств спинового стекла: бесконечным спектром времен релаксации, неэргодическим поведением и медленной релаксацией к термодинамически равновесному состоянию после снятия внешнего возмущения.

Рассмотренные свойства ЗЭФ проявляются в полной мере, если внешнее поле, созданное ионами легирующих элементов, достаточно однородно, а именно, характерное изменение потенциальной энергии электрона в таком поле при межузельных перескоках меньше величины $\delta\epsilon$. Это условие может выполняться, например, в слоистых (квазидвумерных) проводниках, если доноры или акцепторы расположены на достаточно большом расстоянии от проводящих слоев. Весьма важно, что в слоистых проводниках, в которых расстояние между слоями L заметно превосходит период кристаллической решетки a_0 , сравнительно просто реализовать вдоль слоев и одно из основных условий образования ЗЭФ — межэлектронное дальнодействие. Дело в том, что в слоистой электронной системе радиус экранирования электрон-электронного взаимодействия всегда больше или порядка L , при любых, в том числе и "металлических", значениях двумерной электронной плотности. Следовательно, взаимное кулоновское отталкивание двумерных электронов является дальнодействующим, если среднее расстояние между ними \bar{r} меньше или порядка L . Это условие вполне осуществимо.

Типичным примером слоистых проводников с $L \gg a_0$ являются купраты, обладающие, как известно, свойством высокотемпературной сверхпроводимости (ВТСП). Поэтому интересно обсудить возможную роль ЗЭФ, как существенного фактора при возникновении ВТСП.

Предметом дальнейшего рассмотрения является sd-система, которая состоит из электронных слоев двух типов: а) s-слоев легких s-электронов (с массой порядка массы свободного электрона), находящихся в состоянии ферми-жидкости; б) d-слоев узкозонных d-электронов. В предлагаемом сценарии сверхпроводимости слоистой sd-системы фигурируют исключительно силы кулоновского электрон-электронного взаимодействия. При этом они играют двойную роль: взаимное дальнодействующее отталкивание d-электронов обусловливает возникновение ЗЭФ (ЭС), а кулоновское sd-взаимодействие приводит к тому, что s-электроны виртуально обмениваются между собой элементарными возбуждениями ЭС (ЭС-возбуждениями), представляющими собой, согласно сказанному выше, переходы в электронных ДУС. Так как ЭС-возбуждения имеют бозе-подобный характер, то этот обмен неизбежно приводит к эффективному ss-притяжению со всеми вытекающими отсюда последствиями — куперовской неустойчивостью ферми-жидкостной подсистемы s-электронов и переходу ее в сверхпроводящее состояние при некоторой критической температуре T_c .

Теоретическое исследование сверхпроводимости слоистой sd-системы [4] сводится к следующему. В пренебрежении s-d-гибридизацией, роль которой сводится только к выравниванию химических потенциалов

s- и d-слоев, описывается гамильтонианом вида

$$\hat{H} = \hat{H}^s + \sum_l (\hat{H}_l^{\text{ЭС}} + \hat{H}_l^{\text{sd}}), \quad (14)$$

где \hat{H}^s — гамильтониан ферми-жидкости s-электронов, индекс l нумерует d-слои, $\hat{H}_l^{\text{ЭС}}$ и \hat{H}_l^{sd} — соответственно гамильтониан ЭС l -го слоя и гамильтониан кулоновского взаимодействия ЭС с s-слоями, ближайшими к l -ому d-слою. Оба гамильтониана $\hat{H}_l^{\text{ЭС}}$ и \hat{H}_l^{sd} выражаются через операторы рождения (B_α^+) и уничтожения (B_α) возбуждений в ДУС данного d-слоя, удовлетворяющие смешанным правилам коммутации

$$\begin{aligned} \{B_\alpha^+, B_\beta\} &= 1, \quad B_\alpha^2 = B_\alpha^{+2} = 0, \\ [B_\alpha B_\beta] &= [B_\alpha B_\beta^+] = [B_\alpha^+ B_\beta^+] = 0, \end{aligned}$$

где индекс α , как и выше, нумерует ДУС, $\{\dots\}$ — антикоммутатор, $[\dots]$ — коммутатор. При этом $\hat{H}_l^{\text{ЭС}}$ аналогичен по структуре гамильтониану свободных фононов, а \hat{H}_l^{sd} — гамильтониану электрон-фононного взаимодействия:

$$\hat{H}^{\text{ЭС}} = \sum_\alpha \omega_\alpha B_\alpha^+ B_\alpha + \text{const}; \quad (15)$$

$$\hat{H}^{\text{sd}} = \frac{t}{2} \sum_{\alpha, \mathbf{r}_s} \omega_\alpha^{-1} (\tilde{\mathbf{R}}_\alpha - \mathbf{R}_\alpha) \nabla V_{\text{sd}}(\mathbf{R}_\alpha - \mathbf{r}_s) \hat{n}(\mathbf{r}_s) (B_\alpha^+ + B_\alpha). \quad (16)$$

Здесь индекс l для простоты записи опущен; $\hat{n}(\mathbf{r}_s)$ — оператор плотности s-электронов в узле s-слоя \mathbf{r}_s ; $V_{\text{sd}}(\mathbf{r})$ — экранированный кулоновский потенциал парного sd-взаимодействия; суммирование по α распространяется на все ДУС данного d-слоя, суммирование по \mathbf{r}_s — на все узлы s-слоев, примыкающих к d-слою.

Для нахождения эффективного гамильтониана ss-взаимодействия $\hat{H}_{\text{eff}}^{\text{ss}}$ оказывается возможным развить теорию возмущений по параметрам $t/\delta\epsilon$ и a_0/L . Она аналогична известной процедуре, применяемой при изучении электрон-фононного взаимодействия на основе приближения так называемой слабой связи. При этом для матричного элемента перехода между парами состояний с противоположно направленными импульсами получается выражение

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{p}, -\mathbf{p} | \hat{H}_{\text{eff}}^{\text{ss}} | \mathbf{p} + \mathbf{q}, -\mathbf{p} - \mathbf{q} \rangle &= \\ = 8t^2 q^2 \tilde{V}_{\text{sd}}^2(q) \int_0^{\varepsilon_{\max}} &\frac{g(\varepsilon) \omega^{-1}(\varepsilon)}{(E(\mathbf{p} + \mathbf{q}) - E(\mathbf{p}))^2 - \omega^2(\varepsilon)} d\varepsilon, \quad (17) \end{aligned}$$

где \mathbf{q} — переданный импульс, $\tilde{V}_{\text{sd}}(q)$ — фурье-образ потенциала sd-взаимодействия, $E(\mathbf{p})$ — закон дисперсии s-электронов, $\omega(\varepsilon)$ — энергия возбуждения ДУС (12), соответствующая кулоновскому расщеплению $\delta\epsilon_\alpha = \varepsilon$, а $g(\varepsilon)$ — плотность числа ДУС с данным ε , обращающаяся в нуль при $\varepsilon \geq \varepsilon_{\max}$. Отсюда видно, что ss-притяжение имеет место в области импульсного пространства, где $(E(\mathbf{p} + \mathbf{q}) - E(\mathbf{p}))^2$ меньше или порядка t^2 .

Следующий шаг состоит в применении к эффективному гамильтониану $\hat{H}_{\text{eff}}^{\text{ss}}$ канонической схемы БКШ. Получающееся при этом интегральное уравнение для ширины щели (условие самосогласования) обладает рядом специфических особенностей, обусловленных с

одной стороны, корневой сингулярностью плотности числа ДУС с граничной энергией $\omega = 2t$, а с другой — малостью отношения α_0/L . Это заставляет существенно модифицировать традиционную технику вычислений. Окончательный результат для ширины щели $\Delta(\mathbf{p})$ на поверхности Ферми при температуре $T = 0$ выглядит следующим образом:

$$\Delta(\mathbf{p}) = \gamma t \exp\left\{-\frac{\sqrt{\pi^2 + 1} - 1}{\pi^2 \lambda(\mathbf{p})}\right\}, \quad \gamma \approx 7, 5. \quad (18)$$

Зависимость от импульса p содержит здесь только величина

$$\lambda(p) = \frac{g(0)n_d}{4\pi\hbar v_F^2 v(\mathbf{p}) L^3} \sim \left(\frac{\alpha_0}{L}\right)^3 n_d^{-1/2} (\alpha_0 p_F)^{-1}, \quad (19)$$

где $n_d(\alpha_0/\bar{r})^2$ — число электронов в d-слое на одну элементарную ячейку, v_F — плотность числа s-электронов в s-слое на поверхности Ферми, $v(\mathbf{p})$ — скорость s-электрона в данной точке поверхности Ферми, p_F — характерный фермиевский импульс. Таким образом, щель непосредственно воспроизводит анизотропию распределения фермиевских скоростей, увеличиваясь с уменьшением v_F .

Критическая температура T_c связана с максимальным значением ширины щели $\max \Delta(\mathbf{p})$ таким же простым соотношением, как температура и ширина щели в изотропной теории БКШ:

$$k_B T_c = C \max \Delta(\mathbf{p}), \quad C = 0, 57. \quad (20)$$

Отличительная черта выражения для щели (17) — независимость параметра λ , а вместе с ним показателя экспоненты, от ширины d-зоны t , т.е. от характерной

энергетической ширины области притяжения. Согласно оценке (19) λ , а значит, ширины щели и T_c , возрастают с уменьшением расстояния между слоями L и n_d . Величина n_d , однако, ограничена снизу требованием дальнодействия: $\bar{r} < L$. Оптимальная ситуация, по-видимому, соответствует $L \sim \alpha_0$ и $n_d \sim 1$. В этом случае показатель экспоненты в (17) сравним с единицей и довольно высокие T_c возникают даже при сравнительно узких зонах. Так, например, температура $T_c \sim 10^2$ К соответствует ширине d-зоны $\sim 10^{-2}$ эВ.

Таким образом, мы приходим к выводу, что кулоновское межэлектронное отталкивание в слоистой sd-системе, вызывая переход подсистемы узкозонных d-электронов в состояние ЗЭФ (т.е. "дефермизуя" ее), может само по себе привести к сверхпроводимости с относительно большим значением T_c в широком интервале электронных плотностей. Как следует из проведенного рассмотрения, слоистость электронной структуры нужна только для того, чтобы обеспечить при любых электронных плотностях дальнодействие (слабую экранировку) кулоновских сил, обусловливающее квантовую автолокализацию ("замораживание") d-электронов.

Список литературы

1. Wigner E *Trans. Far. Soc.* **34** 678 (1938)
2. Verwey E J W *Zs. Krist.* **91** 175 (1935); Verwey E J W, Haayman P W *Physica* **8** 979 (1941)
3. Слуцкин А А, в кн. *XXVII совет. по физике низких температур: Тез. докл., Ч. 2* (Казань, 1992) с. 319
4. Слуцкин А А, Горелик Л Ю *ФНТ* **19** 1199 (1993)