Март 1995 г. **УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК** *Том 165, № 3*

МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ

Граничные условия для электромагнитного поля на поверхности сред со слабой пространственной дисперсией

А.А. Голубков, В.А. Макаров

Исходя из общих феноменологических соображений, показывается, что так называемые противоречия между различными подходами в электродинамике ограниченных сред с пространственной дисперсией являются на самом деле результатом недостаточно корректных предположений, делавшихся их сторонниками. Формулируются актуальные проблемы оптики ограниченных сред с пространственно-нелокальным откликом. Обсуждаются возможные пути их решения.

PACS numbers: **41.20–q**, **41.90.+e**, 78.20.Wc

Содержание

1. Введение

Вопрос о граничных условиях на поверхности сред с пространственной дисперсией (ПД) имеет давнюю историю (см., например, [1–5]) и включает в себя две основные проблемы. Одна из них возникает, если частота падающей волны ω близка к частоте экситонного резонанса. В этом случае дисперсионное уравнение может иметь три различных корня [1] и для однозначного решения задачи необходимо привлекать так называемые дополнительные граничные условия [1, 4].

На наш взгляд, достаточно последовательное изложение причин возникновения этой проблемы и принципиальных путей ее решения дано в [1]. Заметим лишь, что возникает она в области сильной ПД. Но даже в случае сред со слабой ПД, т. е. когда длина волны λ падающего света много больше пространственного масштаба нелокальности d оптического отклика кристалла, среди ученых сохраняются очень серьезные, а часто и принципиальные разногласия по вопросу о виде материальных уравнений и граничных условий, которыми следует пользоваться в электродинамике ограниченных оптически активных сред [6–12].

Если в одних случаях получающиеся результаты, несмотря на существенно различные исходные положения, оказываются в целом не противоречащими друг другу [7–11], то в других — принципиально различными [6, 7, 12]. Прежде всего это относится к вопросу о том, должно [6, 12] или не должно [7–11] происходить изменение поляризационных характеристик света при его отражении (в условиях нормального падения на поверхность) от линейных изотропных гиротропных немагнитных (не обладающих спонтанным магнитным моментом) сред.

Заметим также, что в большинстве проводившихся экспериментов "на отражение" поляризационные эффекты в указанных выше условиях не наблюдались [13, 14]. Вместе с тем измерение оптической активности "на отражение" (например, в условиях полного внутреннего отражения [15] или в случае нелинейных сред [9, 10]) может обеспечить эффективный альтернативный метод спектроскопии хиральных материалов, который в ряде случаев (для тонких пленок или сильно поглощающих сред) намного более удобен, чем использующиеся в настоящее время методы, основанные на измерении поляризационных характеристик прошедшего света.

Одним из важных направлений исследований в последнее время являются попытки обнаружения поляризационных эффектов при отражении света от поверхности высокотемпературных сверхпроводников [16–18].

А.А. Голубков, В.А. Макаров Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Физический факультет
и Международный лазерный центр
119899 Москва, Воробьевы горы
Тел. (095) 939-12-25, (095) 939-31-47
Факс: (095) 939-31-13
E-mail: ilc@compnet.msu.su

Статья поступила 17 октября 1994 г.

При этом в прямую зависимость от наличия или отсутствия поляризационных эффектов ставится, в частности, справедливость или ложность анионной теории сверхпроводимости [18–20].

Нетрудно понять, что степень обоснованности такой точки зрения во многом зависит от ответа на вопрос, становящийся чрезвычайно актуальным: какими же все-таки граничными условиями и материальными уравнениями следует пользоваться при интерпретации достаточно противоречивых [13, 14, 16–18, 21, 22] результатов экспериментов по отражению света от сред с нелокальным оптическим откликом?

В настоящей работе, исходя из общих феноменологических соображений, показывается, что все противоречия между различными подходами в электродинамике ограниченных сред с ПД являются на самом деле результатом отдельных, недостаточно корректных предположений и утверждений, делавшихся их сторонниками.

Одним из наиболее принципиальных заблуждений, как нам представляется, является мнение о том, что граничные условия и материальные уравнения для электрического и магнитного полей можно рассматривать независимо друг от друга [7, 14, 23] и, следовательно, отдельно существуют "правильные" граничные условия и "правильные" материальные уравнения. Другой распространенной ошибкой является некорректный учет [12] или полное игнорирование [6] влияния на отражение света поверхностного тока поляризации [1, 9, 10, 24–26].

Ниже дается также краткий обзор позитивных результатов, полученных различными авторами, формулируются актуальные проблемы оптики ограниченных (преимущественно линейных) сред с ПД и обсуждаются возможные пути их решения.

2. Два основных подхода в электродинамике неограниченных сред с пространственной дисперсией

2.1. Общие положения

При анализе взаимодействия излучения с веществом исходной (и общей для всех авторов) является система уравнений Максвелла для электромагнитного поля в среде, получающаяся непосредственно после традиционного усреднения микроскопических уравнений [24, 27]:

$$\operatorname{rot}\mathbf{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \tag{1а}$$

$$\operatorname{rot}\mathbf{B} = \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c}\mathbf{j}, \quad \operatorname{div}\mathbf{E} = 4\pi\rho, \quad \operatorname{div}\mathbf{B} = 0, \tag{1б}$$

где $\mathbf{j} = \overline{\rho\mathbf{v}}$ — плотность тока, индуцированного в среде (ток поляризации), ρ — плотность связанных зарядов, $\mathbf{v}$ — скорость их движения ($\partial\rho/\partial t + \operatorname{div}\mathbf{j} = 0$). Здесь и далее предполагается, что плотность заряда и плотность тока внешних источников равны нулю.

Подчеркнем, что физический смысл напряженности электрического поля $\mathbf{E}$ и магнитной индукции $\mathbf{B}$, входящих в уравнения (1), однозначно определяется выражением для силы Лоренца, действующей на пробный точечный заряд q, движущийся со скоростью $\mathbf{u}$ [24]:

$$\mathbf{F} = q\left(\mathbf{E} + \frac{1}{c}\,[\mathbf{uB}]\right). \tag{2}$$

Система уравнений (1), очевидно, не является замкнутой, так как при ее записи предполагается, что величины ρ и $\mathbf{j}$ зависят от $\mathbf{E}$ и $\mathbf{B}$, но вид этой связи (так называемых материальных уравнений) не используется и не конкретизируется.

2.2. "Симметричные" материальные уравнения для индукции электрического и магнитного полей

При дальнейшем анализе системы уравнений (1) ток поляризации $\mathbf{j}$ часто представляют в виде суммы двух составляющих:

$$\mathbf{j} = \frac{\partial \mathbf{P}'}{\partial t} + c\operatorname{rot}\mathbf{M}, \tag{3}$$

и вводят векторы индукции электрического поля $\mathbf{D}'$ и напряженности магнитного поля $\mathbf{H}$:

$$\mathbf{D}' = \mathbf{E} + 4\pi\mathbf{P}', \qquad \mathbf{H} = \mathbf{B} - 4\pi\mathbf{M}, \tag{4}$$

где штрихи использованы для удобства дальнейшего изложения[1]. В этом случае уравнения Максвелла (1) принимают симметричный вид:

$$\operatorname{rot}\mathbf{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \tag{5а}$$

$$\operatorname{rot}\mathbf{H} = \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{D}'}{\partial t}, \quad \operatorname{div}\mathbf{D}' = 0, \quad \operatorname{div}\mathbf{B} = 0. \tag{5б}$$

Материальные уравнения после перехода к временным и пространственным фурье-компонентам также можно записать симметричным образом ($k = 2\pi/\lambda$) [1, 28]:

$$\begin{aligned} D'_i(\omega,\mathbf{k}) &= \varepsilon'_{ij}(\omega,\mathbf{k})\,E_j(\omega,\mathbf{k}) + \alpha_{ij}(\omega,\mathbf{k})\,H_j(\omega,\mathbf{k}),\\ B_i(\omega,\mathbf{k}) &= \beta_{ij}(\omega,\mathbf{k})\,E_j(\omega,\mathbf{k}) + \mu_{ij}(\omega,\mathbf{k})\,H_j(\omega,\mathbf{k}). \end{aligned} \tag{6}$$

Заметим, что соотношения (6) часто записывают несколько иначе: выражая $\mathbf{D}'$ и $\mathbf{H}$ через $\mathbf{E}$ и $\mathbf{B}$ (а затем, используя (5а), только через $\mathbf{E}$ [12]) или выражая $\mathbf{D}'$ через $\mathbf{E}$, а $\mathbf{B}$ через $\mathbf{H}$ [8].

Изложенный выше подход иногда называют симметричным [7]. На наш взгляд, он имеет ряд существенных недостатков. Во-первых, соотношения (3), (4), а следовательно, и (6) не являются однозначными, так как вводят четыре новых величины ($\mathbf{P}'$, $\mathbf{M}$, $\mathbf{D}'$ и $\mathbf{H}$) с помощью только трех соотношений.

Иногда при записи (3) говорят, что $\mathbf{P}'$ и $\mathbf{M}$ связаны с электрическим и магнитным моментами среды соответственно. Это, однако, не совсем корректно, так как остается неясным, насколько эти качественные определения $\mathbf{P}'$ и $\mathbf{M}$ определяют их количественно, поскольку в оптическом диапазоне частот понятие магнитного момента среды теряет свой физический смысл [4, 27].

Часто встречающиеся ссылки на возможность рассчитать $\mathbf{P}'$ и $\mathbf{M}$ квантовомеханически также малообоснованны, так как однозначный квантовомеханический расчет возможен опять же только для полной плотности тока поляризации $\mathbf{j}$ [29, 30], а не для отдельных ее частей. Следовательно, все равно будет возникать вопрос о том: как разбивать получающиеся выражения на две части?

[1] Поляризацию среды и индукцию электрического поля при записи уравнений в подходе Ландау – Лифшица во избежание недоразумений мы будем обозначать $\mathbf{P}$ и $\mathbf{D}$ (без штрихов).

Практическая неразрешенность этой проблемы связана, по-видимому, с искусственностью представления (3), которое не основано на сколько-нибудь глубоких физических соображениях. Более того, как следует из (3)–(5) и еще более очевидно из (1), волновое уравнение для $\mathbf{E}$ в случае однородных сред имеет вид

$$\Big[\mathbf{k}\,[\mathbf{k}\,\mathbf{E}(\omega,\,\mathbf{k})]\Big]+\frac{\omega^2}{c^2}\,\mathbf{E}(\omega,\,\mathbf{k})=\frac{4\pi i\omega}{c}\,\mathbf{j}(\omega,\,\mathbf{k}). \tag{7}$$

Зная $\mathbf{E}$, найти $\mathbf{B}$ уже нетрудно.

Таким образом, с точки зрения электродинамики неограниченных сред нас, в конечном счете, интересует только связь $\mathbf{j}(\omega,\,\mathbf{k})$ с $\mathbf{E}(\omega,\,\mathbf{k})$. Рассчитывать ее, исходя из (3), (4), (6), часто бывает достаточно сложно. И это в случае линейных однородных сред. Если же среда является неоднородной [12, 31] или нелинейной [32], то процедура расчета становится чрезвычайно громоздкой, хотя, конечно, и осуществимой, особенно если вводить различные упрощающие предположения [32].

На наш взгляд, именно сложность последовательного обобщения на случай неоднородных и нелинейных сред является самым существенным недостатком "симметричного" подхода в электродинамике. Более того, на уровне феноменологического рассмотрения эта проблема является достаточно искусственной: вначале неизвестно как разбивается выражение для $\mathbf{j}$ на несколько слагаемых, потом записывается для каждого из них материальное уравнение, а затем находится связь полного тока поляризации $\mathbf{j}$ с напряженностью электрического поля $\mathbf{E}$.

Ясно, что намного проще исходить непосредственно из системы (1) и записывать материальное уравнение сразу для полного тока поляризации $\mathbf{j}$, или, что практически то же самое, считать, что $\mathbf{M}=0$, а $\mathbf{j}=\partial\mathbf{P}/\partial t$.

2.3. Материальное уравнение Ландау–Лифшица для индукции электрического поля

Как указывалось выше, наиболее естественным в электродинамике неограниченных сред представляется введение полной поляризации среды $\mathbf{P}$ и соответствующей индукции электрического поля $\mathbf{D}$, включающей в себя полный ток поляризации $\mathbf{j}$ [27]:

$$\frac{\partial\mathbf{P}}{\partial t}=\mathbf{j},\qquad \mathbf{D}=\mathbf{E}+4\pi\mathbf{P}. \tag{8}$$

При этом $\mathbf{j}(\mathbf{r}_0,\,t)$, а следовательно, и $\mathbf{P}(\mathbf{r}_0,\,t)$, $\mathbf{D}(\mathbf{r}_0,\,t)$ могут, вообще говоря, зависеть от полей $\mathbf{E}$ и $\mathbf{B}$ не только в точке $\mathbf{r}_0$, но и в соседних. С другой стороны, поле $\mathbf{B}(\mathbf{r},\,t)$ связано с полем $\mathbf{E}(\mathbf{r},\,t)$ уравнением (1а). Это позволяет при феноменологическом рассмотрении считать, что $\mathbf{P}(\mathbf{r}_0,\,t)$ и $\mathbf{D}(\mathbf{r}_0,\,t)$ зависят только от поля $\mathbf{E}(\mathbf{r},\,t)$ во всем пространстве.

В изложенном подходе система уравнений Максвелла и материальное уравнение (последнее для краткости выписано для случая линейных сред) принимают, соответственно, вид [1, 27]

$$\operatorname{rot}\mathbf{E}=-\frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t},\quad \operatorname{div}\mathbf{D}=0,\quad \operatorname{div}\mathbf{B}=0, \tag{9а}$$

$$\operatorname{rot}\mathbf{B}=\frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t}, \tag{9б}$$

$$\mathbf{D}(t,\,\mathbf{r})=\int\limits_{-\infty}^{t}\mathrm{d}t'\int\hat{\varepsilon}(t,\,t';\,\mathbf{r},\,\mathbf{r}')\,\mathbf{E}(t',\,\mathbf{r}')\,\mathrm{d}\mathbf{r}'. \tag{10}$$

Последнее соотношение в случае однородных неограниченных сред можно записать следующим образом [2]:

$$D_i(\omega,\,\mathbf{k})=\varepsilon_{ij}(\omega,\,\mathbf{k})\;E_j(\omega,\,\mathbf{k}). \tag{11}$$

Подчеркнем еще раз, что, полагая в (9б) $\mathbf{B}=\mathbf{H}$, отнюдь не пренебрегают какими-либо магнитными эффектами. Все они учитываются в материальном уравнении (10), что, в частности, может отражаться на свойствах симметрии тензора $\varepsilon_{ij}(\omega,\,\mathbf{k})$. Так, использование принципа симметрии кинетических коэффициентов [33] приводит к соотношению [1, 24, 27]

$$\varepsilon_{ij}(\omega,\,\mathbf{k},\,\mathbf{B}_{\mathrm{ext}})=\varepsilon_{ji}(\omega,\,-\mathbf{k},\,-\mathbf{B}_{\mathrm{ext}}), \tag{12}$$

где $\mathbf{B}_{\mathrm{ext}}$ — постоянная во времени индукция магнитного поля, отличная от нуля при наличии внешнего магнитного поля или магнитной структуры (ферро- и антиферромагнетики).

3. Граничные условия на поверхности сред с нелокальным оптическим откликом

3.1. Процедура получения граничных условий

Следует подчеркнуть, что все приведенные выше соображения указывают лишь на бóльшую или меньшую степень формализма, а также на удобства или неудобства феноменологического введения тех или иных характеристик среды и ни в коем случае не могут рассматриваться как доводы за или против того или иного подхода в электродинамике неограниченных сред. Ясно также, что оба рассмотренных подхода будут давать одинаковые (с точностью до обозначений) результаты [1].

Различия же обычно возникают при рассмотрении взаимодействия электромагнитных волн с поверхностью (ср., например, [6, 7, 12]). По-видимому, значительную роль при этом играет привычка. Работая в основном со средами без ПД, многие привыкли считать, что тангенциальные составляющие полей $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$ (или $\mathbf{E}$ и $\mathbf{B}$ в подходе Ландау–Лифшица) непрерывны на границе раздела, совершенно упуская из виду условия применимости этого утверждения.

Между тем хорошо известно и даже вошло в учебники по общей физике [34] существование небольших нарушений формул Френеля при отражении под углом Брюстера и вблизи него [34, 35]. В частности, оказывается, что коэффициент отражения света не обращается в нуль ни для какого угла падения, хотя при угле Брюстера он и очень мал.

Отступления от формул Френеля объясняются наличием на поверхности отражающей среды (в том числе и не проявляющей естественной оптической активности) тонкого переходного слоя размером $d_0\ll\lambda$, свойства которого (в том числе оптические) отличны от свойств толщи среды.

Возникновение переходных слоев может быть обусловлено как внешними причинами (загрязнение, обработка, адсорбция газа и др.), так и особенностями молекулярной структуры самой отражающей среды вблизи поверхности [34, 35]. Последние фактически являются проявлением "скрытой", крайне слабой нело-

[2] Все вопросы, возникающие при введении тензора $\varepsilon_{ij}(\omega,\,\mathbf{k})$, подробно обсуждаются в [1].

кальности оптического отклика среды, которой неизбежно (хотя бы в силу своей дискретности) обладают все среды.

Существование же более заметной ПД приводит к тому, что влияние переходных слоев на отражение света может быть намного существеннее, чем в средах с практически локальным откликом. Это связано, в частности, с тем, что пространственный масштаб переходных слоев d_0 не меньше масштаба нелокальности оптического отклика среды d.

В связи с этим становится актуальным вопрос о том, как феноменологически учитывать влияние переходных слоев на отражение света. Ведь традиционно граничные условия получаются из уравнений Максвелла в результате предельного перехода, т. е. в предположении существования резкой границы между однородными средами.

Решить эту проблему можно, считая, что при переходе от одной среды к другой все характеристики вещества, а следовательно, и характеристики электромагнитного поля меняются непрерывно, хотя и достаточно быстро. Тогда, решая приближенно систему уравнений Максвелла в узкой переходной области, можно получить связь полей на ее противоположных границах в нужном приближении по малому параметру kd_0.

Сравнивая полученную таким образом связь с той связью, которая была бы между полями в тех же точках в случае резкой границы между однородными средами, нетрудно найти вид измененных граничных условий, использование которых в модели резкой границы позволяло бы, тем не менее, учитывать влияние реально существующего переходного слоя на отражение и преломление света.

При этом есть все основания интерпретировать появление дополнительных слагаемых в граничных условиях как результат существования на резкой границе двух сред поверхностных (т. е. существующих только на поверхности раздела) тока поляризации $\mathbf{i}$ и связанного заряда σ.

В случае плавной плоской и однородной в поперечном направлении границы между двумя однородными средами материальное уравнение для временных фурье-компонент электромагнитного поля в подходе Ландау–Лифшица ($\mathbf{E}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{D} \propto \exp(-i\omega t)$) может быть записано в виде

$$\mathbf{D}(z,\ \mathbf{E}) = \begin{cases} \mathbf{D}_{(1)}(\mathbf{E}), & z \leqslant z_1, \\ \mathbf{D}_{(s)}(z,\ \mathbf{E}), & z_1 \leqslant z \leqslant z_2, \\ \mathbf{D}_{(2)}(\mathbf{E}), & z \geqslant z_2. \end{cases} \tag{13}$$

Здесь и далее ось z направлена перпендикулярно поверхности раздела из первой среды во вторую, $z_{1,2}$ — границы области неоднородности ($z_2 - z_1 \approx d_0$).

Конкретный вид функционалов $\mathbf{D}_{(1)}$, $\mathbf{D}_{(2)}$ и $\mathbf{D}_{(s)}$ определяется оптическими и симметрийными свойствами однородных сред 1, 2 (вдали от их границ) и неоднородного слоя между ними соответственно. Для сред с ПД они содержат операторы дифференцирования. Так, для однородных нелинейных сред с ПД [9, 10, 36, 37]

$$\mathbf{D}_{(m)}(\mathbf{E}) = \hat{\varepsilon}_m \mathbf{E} + 4\pi \Big\{ \hat{\gamma}_m^{(1)} \vec{\nabla} \mathbf{E} + \hat{\chi}_m^{(2)} \mathbf{E}\mathbf{E} + \hat{\gamma}_m^{(2)} \mathbf{E} \vec{\nabla} \mathbf{E} + \\ + \hat{\chi}_m^{(3)} \mathbf{E}\mathbf{E}\mathbf{E} + \hat{\gamma}_m^{(3)} \mathbf{E}\mathbf{E} \vec{\nabla} \mathbf{E} + \ldots \Big\}. \tag{14}$$

В модели плавной границы явная зависимость $\mathbf{D}$ от z, задаваемая (13), является непрерывной:

$$\mathbf{D}_{(s)}(z_m,\ \mathbf{E}) = \mathbf{D}_{(m)}(\mathbf{E}), \quad m = 1,\ 2,$$

и достаточное число раз дифференцируемой. Отсюда ясно, что поля $\mathbf{E}$ и $\mathbf{B}$, удовлетворяющие уравнениям Максвелла (9) и материальному уравнению (13), являются непрерывными и дифференцируемыми, а следовательно, граничные условия для решения задачи о прохождении излучения из первой среды во вторую не требуются (за исключением, естественно, условий на бесконечности).

В модели резкой границы функциональная связь (13) принимает вид

$$\mathbf{D}_{(0)}(z,\ \mathbf{E}) = \begin{cases} \mathbf{D}_{(1)}(\mathbf{E}), & z < z_0 \\ \mathbf{D}_{(2)}(\mathbf{E}), & z > z_0, \end{cases} \tag{15}$$

где z_0 — произвольно выбранное положение модельной границы ($z_1 \leqslant z_0 \leqslant z_2$). Видно, что $\mathbf{D}_{(0)}$ имеет разрыв при $z = z_0$, а следовательно, поля $\mathbf{E}^{(0)}(z)$ и $\mathbf{B}^{(0)}(z)$, являющиеся решением уравнений (9) и (15) во всем пространстве, могут иметь разрыв в точке $z = z_0$.

Наша задача заключается в том, чтобы найти граничные условия для полей в точке $z = z_0$, причем это должны быть такие граничные условия, при которых в заданном приближении по параметру kd_0 поля $\mathbf{E}^{(0)}$ и $\mathbf{E}$, а также $\mathbf{B}^{(0)}$ и $\mathbf{B}$ соответственно равны в точке $z = z_m$, если они равны при $z = z_l$, где $m = 1,\ 2$, а $l = 1 + \delta_{1m}$.

В рамках "симметричного" подхода соотношения, аналогичные уравнениям (13) и (15), должны быть записаны для $\mathbf{D}'(z,\ \mathbf{E})$ и $\mathbf{D}'_{(0)}(z,\ \mathbf{E})$ (с помощью соответствующих функционалов $\mathbf{D}'_{(1)}$, $\mathbf{D}'_{(2)}$ и $\mathbf{D}'_{(s)}$), а также для $\mathbf{B}(z,\ \mathbf{H})$ и $\mathbf{B}_{(0)}(z,\ \mathbf{H})$ (через $\mathbf{B}_{(1)}$, $\mathbf{B}_{(2)}$, и $\mathbf{B}_{(s)}$).

Естественно, описанную процедуру можно проделать в рамках любого из рассмотренных в разделе 2 подходов в электродинамике неограниченных сред, получая при этом эквивалентные (с точностью до обозначений) результаты, причем сделать это можно для любых углов падения. Однако ниже для простоты мы ограничимся рассмотрением случая нормального падения света на границу раздела сред в первом приближении по параметру kd_0.

3.2. Граничные условия, соответствующие "симметричным" материальным уравнениям

Одно из существенных отличий "симметричного" подхода заключается в том, что он в явном виде фактически подразумевает возможность существования на резкой границе раздела однородных сред поверхностного тока связанных зарядов (второе слагаемое в (3) в этом случае превращается в δ-функцию). Это, собственно, и позволяет без особых видимых проблем в модели резкой границы получать из (5) достаточно корректные граничные условия, которыми, насколько нам известно, и пользуются все сторонники "симметричного" подхода. В обозначениях раздела 3.1 эти условия имеют вид

$$\mathbf{E}_{1\mathrm{t}}^{(0)} = \mathbf{E}_{2\mathrm{t}}^{(0)}, \quad D'_{(1)\mathrm{n}}(\mathbf{E}_1^{(0)}) = D'_{(2)\mathrm{n}}(\mathbf{E}_2^{(0)}),$$

$$B_{(1)\mathrm{n}}(\mathbf{H}_1^{(0)}) = B_{(2)\mathrm{n}}(\mathbf{H}_2^{(0)}), \tag{16}$$

$$[\mathbf{n},\ \mathbf{H}_2^{(0)} - \mathbf{H}_1^{(0)}] = 0. \tag{17}$$

Здесь и далее $\mathbf{n}$ — нормаль к границе раздела, направленная из среды 1 в среду 2, индексы "n" и "t" соответствуют нормальной и тангенциальной компонентам векторов, а также использованы обозначения вида $\mathbf{E}_1^{(0)} = \mathbf{E}^{(0)}(z_{0-})$, $\mathbf{E}_2^{(0)} = \mathbf{E}^{(0)}(z_{0+})$ и т. п.

Однако, как указывалось выше, введение величин $\mathbf{M}$ и $\mathbf{P}'$, строго говоря, не является однозначным, а следовательно, не является полностью корректным и граничное условие (17) (вектор $\mathbf{H}_t = \mathbf{B}_t - 4\pi\mathbf{M}_t$ не может быть непрерывным при любом выборе $\mathbf{M}$ [3]). Причина этой проблемы лежит не только в недостатках "симметричного" подхода. Она связана прежде всего с некорректностью, допущенной при выводе формулы (17).

Дело в том, что при получении (17) учитывается фактически только приповерхностная неоднородность "магнитного момента среды" $\mathbf{M}$ (на условность этого понятия мы уже указывали в разделе 2.2) и никак не учитывается возможная неоднородность ее "электрического момента" $\mathbf{P}'$.

Учет последней (в соответствии с разделом 3.1) приведет к изменению правой части (17):

$$\left[\mathbf{n},\ \mathbf{H}_2^{(0)} - \mathbf{H}_1^{(0)}\right] = \frac{4\pi}{c}\,(\mathbf{i}'_{1,2})_t, \tag{18}$$

где

$$\mathbf{i}'_{1,2} = -\frac{i\omega}{4\pi}\int\limits_{z_1}^{z_{0-}} \Delta\mathbf{D}'\,\mathrm{d}l - \frac{i\omega}{4\pi}\int\limits_{z_{0+}}^{z_2} \Delta\mathbf{D}'\,\mathrm{d}l, \tag{19}$$

а $\Delta\mathbf{D}' = \mathbf{D}'(z, \mathbf{E}) - \mathbf{D}'_{(0)}(z, \mathbf{E}^{(0)})$ характеризует отличие реальной индукции $\mathbf{D}'$ электрического поля вблизи поверхности от индукции $\mathbf{D}'_{(0)}$, фигурирующей в модели резкой границы.

Интегрирование в (19) ведется по глубине поверхностного (переходного) слоя (за исключением точки $z = z_0$, в которой вектор $\mathbf{D}'_{(0)}$ не определен), а значение z_0 задается выбранным положением модельной (резкой) границы раздела двух сред. Заметим, что величина $\mathbf{i}'_{1,2}$ зависит, очевидно, от характеристик обеих граничащих между собой сред. Использование (18) вместо (17) в случае нормального падения света на линейные изотропные гиротропные среды (а именно такие среды и рассматриваются в большинстве работ) при традиционном [2, 8, 13, 31, 38] выборе вида материальных уравнений (6):

$$\mathbf{D}' = \varepsilon'\mathbf{E} - ig\mathbf{H}, \quad \mathbf{B} = \mu\mathbf{H} + ig\mathbf{E}, \tag{20}$$

удовлетворяющих принципу симметрии кинетических коэффициентов [33] и модельным молекулярным представлениям [3], отразится только на результатах расчета фаз отраженной и прошедшей волн.

Дело в том, что в этом простейшем случае учет $\mathbf{i}'_{1,2}$ фактически эквивалентен малому сдвигу (на величину, превышающую d_0) модельной границы раздела сред, т. е. небольшой коррекции оптической толщины среды, учитывающей неоднородность ее оптических свойств вблизи поверхности (см. конец раздела 4 после формул (35), (36)).

Тем не менее использование (17) вместо (18) является потенциально опасным, так как, став привычным, может привести, в частности, к очередным "противоречиям" между различными подходами в электродинамике *анизотропных* сред с ПД.

Перейдем теперь к анализу граничных условий, возникающих в подходе Ландау–Лифшица.

[3] Напомним, что в отличие от величин $\mathbf{M}$ и $\mathbf{P}'$ напряженность электрического поля $\mathbf{E}$ и магнитная индукция $\mathbf{B}$ определены однозначно (см. (2)).

3.3. Граничные условия в электродинамике Ландау–Лифшица. Материальное уравнение для поверхностного тока поляризации

Если воспользоваться системой уравнений Максвелла вида (1) или (9) и осуществить процедуру, описанную в разделе 3.1, то в случае нормального падения света соответствующие граничные условия примут вид [1, 24]

$$\mathbf{E}_{1t}^{(0)} = \mathbf{E}_{2t}^{(0)},\ B_{1n}^{(0)} = B_{2n}^{(0)},\ D_{(1)n}(\mathbf{E}_1^{(0)}) = D_{(2)n}(\mathbf{E}_2^{(0)}), \tag{21а}$$

$$\left[\mathbf{n},\ \mathbf{B}_2^{(0)} - \mathbf{B}_1^{(0)}\right] = \frac{4\pi}{c}\,(\mathbf{i}_{1,2})_t, \tag{21б}$$

где плотность поверхностного тока связанных зарядов $\mathbf{i}_{1,2}$ выражается через $\Delta\mathbf{D}$ точно так же, как величина $\mathbf{i}'_{1,2}$ выражалась через $\Delta\mathbf{D}'$ в формуле (19), а $\Delta\mathbf{D} = \mathbf{D}(z, \mathbf{E}) - \mathbf{D}_{(0)}(z, \mathbf{E}^{(0)})$ характеризует отличие реальной индукции $\mathbf{D}$ электрического поля вблизи поверхности от индукции $\mathbf{D}_{(0)}$, фигурирующей в модели резкой границы.

Следует заметить, что, учитывая связь $\mathbf{D}$ с $\mathbf{j}$ (см. (8)), а также то, что в нулевом приближении по параметру kd_0 поле $\mathbf{E}_t^{(0)}(z) = \mathbf{E}_t(z)$, выражение для $\mathbf{i}_{1,2}$ можно представить в виде

$$\mathbf{i}_{1,2} = \int\limits_{z_1}^{z_{0-}} \Delta\mathbf{j}(\zeta)\,\mathrm{d}\zeta + \int\limits_{z_{0+}}^{z_2} \Delta\mathbf{j}(\zeta)\,\mathrm{d}\zeta, \tag{21в}$$

где $\Delta\mathbf{j}(z) = \mathbf{j}(z, \mathbf{E}(z)) - \mathbf{j}_{(0)}(z, \mathbf{E}^{(0)}(z))$ характеризует отличие реального тока поляризации вблизи поверхности $\mathbf{j} = -(i\omega/4\pi)(\mathbf{D} - \mathbf{E})$ от тока поляризации $\mathbf{j}_{(0)} = -(i\omega/4\pi)(\mathbf{D}_{(0)} - \mathbf{E}^{(0)})$, фигурирующего в модели резкой границы.

Из (21б) и (21в) особенно наглядно видно, что величина $\mathbf{i}_{1,2}$ действительно имеет смысл "поверхностного" тока поляризации, существование которого необходимо предполагать, если мы хотим считать границу между средами 1 и 2 резкой.

Чтобы лишний раз убедиться в полной эквивалентности граничных условий (18) и (21б), заметим, что в силу (3), (4), (8) и (19)

$$\mathbf{i}_{1,2} = c\left[\mathbf{n},\ \mathbf{M}_{(2)}(\mathbf{H}_2^{(0)}) - \mathbf{M}_{(1)}(\mathbf{H}_1^{(0)})\right] + \mathbf{i}'_{1,2}, \tag{22}$$

где $\mathbf{M}_{(m)}(\mathbf{H}) = \big(\mathbf{B}_{(m)}(\mathbf{H}) - \mathbf{H}\big)/4\pi$, $m = 1, 2$. Таким образом, граничные условия (18) и (21б) для $\mathbf{H}^{(0)}$ и $\mathbf{B}^{(0)}$ выражают одно и то же, просто в разных обозначениях.

В результате возникает естественный вопрос: почему же "симметричный" и "несимметричный" подходы дают часто принципиально различные результаты? Нетрудно убедиться, что причины лежат либо в полном игнорировании поверхностного тока [6], либо в его некорректном расчете [12].

В связи с вышесказанным подчеркнем, что, хотя с формальной точки зрения в подходе Ландау–Лифшица достаточно использовать одно материальное уравнение вида (10), связывающее векторы $\mathbf{D}$ и $\mathbf{E}$, по существу это оказывается очень неудобным.

Дело в том, что в этом случае в одном материальном уравнении объединяются два физически различных явления: ток поляризации в толще однородной среды и ток поляризации, возникающий только вблизи границы. При этом они могут различаться не только по "месту проявления", но и по причинам возникновения и симметрийным свойствам.

В частности, как указывалось выше, существенное влияние на ток поляризации вблизи поверхности оказывает внутренне присущая границе раздела сред с ПД неоднородность свойств среды [9, 10, 25]. Симметрийные свойства среды в толще и на поверхности могут различаться даже для идеальных поверхностей [9, 10, 25, 26, 39], не говоря уже о влиянии возможных дефектов кристаллической решетки, окислов, покрытий и т. п.

Все это говорит о принципиальной необходимости записи двух материальных уравнений[4]: одного для **D** в толще среды (в предположении однородности или, при необходимости, слабой неоднородности свойств вещества, масштаб которой много больше характерного масштаба нелокальности оптического отклика среды), а другого для поверхностного тока поляризации $\mathbf{i}_{1,2}$ [9, 10, 26]:

$$\mathbf{i}_{1,2} = \hat{\kappa}^{(1)}\mathbf{S} + \hat{\kappa}^{(2)}\mathbf{SS} + \hat{\kappa}^{(3)}\mathbf{SSS} + \ldots, \tag{23}$$

где вектор $\mathbf{S} = \mathbf{E} + 4\pi(\mathbf{Pn})\mathbf{n}$, в отличие от векторов **E** и **P**, слабо изменяется в пределах переходного слоя и потому более удобен при записи материального уравнения для поверхностного тока поляризации. В (23) и далее индекс "0", напоминающий о модели резкой границы, для краткости опущен.

При этом удобно различать вклады в $\mathbf{i}_{1,2}$, обусловленные поверхностными механизмами (прежде всего, приповерхностной неоднородностью и симметрийными особенностями поверхности), и вклады, существование которых обусловлено свойствами граничащих сред в целом[5]. Для последних соответствующие материальные тензоры могут быть связаны определенным образом с материальными тензорами, характеризующими оптические свойства однородной толщи среды.

Установление связи между этими тензорами и ее вида для различных типов сред является одной из важнейших задач электродинамики ограниченных сред. В настоящее время такую связь можно считать частично установленной только для линейных (не обязательно изотропных) немагнитных сред, удовлетворяющих условиям применимости принципа симметрии кинетических коэффициентов:

$$\kappa^{(1)}_{jp}(\omega) = -i\omega\left(\chi^{(s)}_{jp} - \frac{1}{2}\,\gamma^{(1)}_{1,jpz} + \frac{1}{2}\,\gamma^{(1)}_{2,jpz}\right), \quad j, p = x, y. \tag{24}$$

Симметричный тензор $\hat{\chi}^{(s)}$ в (24) характеризует приповерхностную неоднородность диэлектрической проницаемости среды $\hat{\varepsilon}$, а антисимметричные по перестановке первых двух индексов тензоры $\hat{\gamma}^{(1)}_1$ и $\hat{\gamma}^{(1)}_2$ описывают гиротропные свойства толщи однородных сред 1 и 2 соответственно (см. (14)). Напомним, что при записи (24) считалось, что $\mathbf{E} = \mathbf{E}(\omega)\exp(-i\omega t)$.

Соотношение (24) может быть получено в результате подстановки в формулу для поверхностного тока поляризации $\mathbf{i}_{1,2}$ выражения для индукции электрического поля в неоднородной линейной среде, удовлетворяющего принципу симметрии кинетических коэффициентов (см., например, [40])[6].

Впервые результат, аналогичный (24), был получен в работах [9, 10] для границы негиротропная среда–гиротропная среда ($\gamma^{(1)}_1 = 0$) на основе использования симметричного подхода и последующего установления (с использованием принципа симметрии кинетических коэффициентов) связи возникающих при этом материальных тензоров с материальными тензорами, известными по подходу Ландау–Лифшица.

В обозначениях работ [9, 10]

$$\chi^{(s)}_{jp} = \tilde{L}\chi^{(1)}_{s,jp} + \left\{f_{qj}\,e_{qzp} + f_{qp}\,e_{qzj}\right\},$$

где $\tilde{L}$ — эффективный размер области приповерхностной неоднородности ($\tilde{L} \sim d_0$), $\hat{\chi}^{(1)}_s$ — симметричный тензор, характеризующий приповерхностную неоднородность тензора $\hat{\varepsilon}'$, возникающего в симметричном подходе при записи материального уравнения для $\mathbf{D}'$ (см. (6)), $\hat{f}$ — псевдотензор гирации ($\gamma^{(1)}_{2,jpr} = e_{jpq}f_{qr}$), e_{jpr} — символ Леви–Чивита [41].

Заметим, что в [9, 10] рассматривались также нелинейные среды. При этом в соответствии с (22) тензоры $\hat{\kappa}^{(n)}$, входящие в (23), разбивались на две части:

$$\kappa^{(n)}_{jp_1\ldots p_n} = -i\omega\left\{e_{jzq}\,\beta^{(n)}_{qp_1\ldots p_n} + \tilde{L}\chi^{(n)}_{s,jp_1\ldots p_n}\right\}, \tag{25}$$

связанные с существованием "магнитного момента" среды **M** и приповерхностной неоднородности $\mathbf{P}'$ соответственно.

Следует, однако, иметь в виду, что, как уже неоднократно указывалось, подобное разбиение не является однозначным (вследствие неоднозначности введения $\mathbf{P}'$ и **M** в симметричном подходе), а следовательно, тензоры $\hat{\beta}^{(n)}$ и $\hat{\chi}^{(n)}_s$ каждый в отдельности не имеют четко определенного физического смысла. Однозначно определен лишь тензор $\hat{\kappa}^{(n)}$, являющийся их комбинацией.

Следует подчеркнуть, что именно вследствие (24) оказываются запрещенными (в первом приближении по параметру ПД kd, в случае нормального падения света) поляризационные эффекты при отражении от линейных немагнитных сред [9, 10].

4. Отражение света от линейной изотропной гиротропной среды: сравнение различных подходов

В качестве наглядного, на наш взгляд, примера рассмотрим конкретную задачу — отражение (при нормальном падении) плоской волны от оптической системы, состоящей из изотропной гиротропной немагнитной среды без поглощения и помещенного за ней зеркала с коэффициентом отражения $R = 1$.

Электрическое поле в вакууме перед средой ($z < 0$)

$$\mathbf{E}^{(1)} = \mathbf{E}_{\mathrm{i}}\exp(-i\omega t + ikz) + \mathbf{E}_{\mathrm{r}}\exp(-i\omega t - ikz), \tag{26}$$

где $\mathbf{E}_{\mathrm{i}}$ и $\mathbf{E}_{\mathrm{r}}$ — амплитуды падающей и отраженной волн соответственно, $k = \omega/c$.

Материальные уравнения для изотропных гиротропных сред в "симметричном" подходе и в подходе Ландау–Лифшица записываются соответственно в виде [2, 8, 11, 27]

[4] Похожая ситуация часто возникает и в случае ограниченных сред с сильной ПД, когда при переходе от (10) к (11) возникает необходимость записи дополнительных граничных условий [1].

[5] Соотношения (22), в частности, наглядно показывают, что введение в рамках "симметричного" подхода "магнитного момента среды" фактически выделяет ту часть поверхностного тока, возникновение которой существенным образом связано со свойствами толщи среды. Само по себе это не так уж плохо, но при этом важно иметь в виду возможность существования поверхностных токов $\mathbf{i}'_{1,2}$ чисто приповерхностного происхождения (не связанных однозначно и напрямую со свойствами толщи среды).

[6] Можно показать, что возникающий при этом ряд интегралов будет сходиться, хотя ряд для **D**, полученный в [40], в наших условиях (масштаб неоднородности $d_0 \sim d$) может оказаться расходящимся. Физически это обусловлено тем, что поверхностный ток поляризации всегда ограничен.

$$\mathbf{D}' = \varepsilon'\mathbf{E} - ig\mathbf{H}, \quad \mathbf{B} = \mu\mathbf{H} + ig\mathbf{E}, \tag{27}$$

$$\mathbf{D} = \varepsilon\mathbf{E} - 4\pi f_0 \operatorname{rot}\mathbf{E}, \tag{28}$$

причем $\varepsilon = \varepsilon'\mu - g^2$, $g = 2\pi\omega f_0/c$, а $\mu = 1$ (мы рассматриваем в данном случае немагнитную среду).

Собственные волны в изотропных гиротропных средах являются, как известно, циркулярно поляризованными и имеют различные волновые векторы [10, 12]:

$$q_{\pm}^{(1)} = kn_{\pm}^{(1)}, \quad q_{\pm}^{(-1)} = kn_{\pm}^{(-1)}, \quad n_{\pm}^{(\eta)} = \pm g + \eta\,\varepsilon^{1/2},$$

где $\eta = -1, 1$. Электрическое поле может быть записано следующим образом:

$$\mathbf{E}^{(2)} = \mathbf{e}_+ E_{t+} \exp(-i\omega t + iq_+^{(1)} z) + \mathbf{e}_- E_{t-} \exp(-i\omega t + iq_-^{(1)} z) + \\ + \mathbf{e}_+ \tilde{E}_+ \exp(-i\omega t + iq_+^{(-1)} z) + \mathbf{e}_- \tilde{E}_- \exp(-i\omega t + iq_-^{(-1)} z). \tag{29}$$

В формуле (29) $\mathbf{e}_{\pm} = (\mathbf{i} \mp i\mathbf{j})/\sqrt{2}$ — единичные векторы различной циркулярной поляризации ($\mathbf{i}$ и $\mathbf{j}$ — единичные векторы, направленные вдоль осей x и y, ось z направлена перпендикулярно поверхности раздела), $\mathbf{E}_t$ и $\tilde{\mathbf{E}}$ — амплитуды волн, распространяющихся в среде по направлению к зеркалу и от зеркала соответственно.

Граничные условия на передней поверхности среды ($z = 0$) в разных подходах, естественно, будут различными. Однако для краткости мы запишем их в едином виде:

$$E_{i\pm} + E_{r\pm} = E_{t\pm} + \tilde{E}_{\pm}, \quad E_{i\pm} - E_{r\pm} = n_0(E_{t\pm} - \tilde{E}_{\pm}) - \\ - \frac{4\pi i\omega}{c}\,\beta\chi_0^{(s)}(E_{t\pm} + \tilde{E}_{\pm}) \pm \alpha g(E_{t\pm} + \tilde{E}_{\pm}). \tag{30}$$

Здесь $n_0 = \varepsilon^{1/2}$, $E_{i,r\pm} = (\mathbf{e}_{\pm}^{*}\mathbf{E}_{i,r})$ — амплитуды собственных волн. Значениям параметров $\alpha = 0$ и $\beta = 0$ в (30) соответствуют граничные условия, получающиеся в рамках "симметричного" подхода из (16), (17) с учетом (26), (27) и (29) [8].

Если же пользоваться подходом Ландау–Лифшица и исходить из (21), (23), то с учетом (26), (28), (29) и равенства (24), которое для границы между изотропной и изотропной гиротропной средами (в этом случае $\hat{\gamma}_1^{(1)} = 0$, $\gamma_{2,jpr}^{(1)} = f_0\,e_{jpr}$, а $\chi_{jp}^{(s)} = \chi_0^{(s)}\delta_{jp} + \Delta\chi^{(s)}\delta_{jz}\delta_{zp}$) принимает вид

$$\kappa_{jp}^{(1)}(\omega) = -i\omega\left(\chi_0^{(s)}\delta_{jp} + \Delta\chi^{(s)}\delta_{jz}\delta_{zp} + \frac{1}{2} f_0\, e_{jpz}\right),$$

получим граничные условия (30) с $\alpha = 0$ и $\beta = 1$ [9, 10]. При этом они отличаются от предыдущих дополнительным слагаемым, описывающим влияние приповерхностной неоднородности диэлектрической проницаемости среды ε.

Случай $\beta = 0$ и $\alpha = 1$ соответствует полному пренебрежению влиянием поверхностного тока поляризации [6], а $\beta = 0$ и $\alpha = -1$ — граничным условиям, предложенным в [12].

Будем считать, что зеркало расположено вплотную к среде ($z = L$, где L — длина среды). Тогда граничные условия на задней поверхности среды во всех четырех случаях будут иметь вид

$$E_{t\pm}\exp(iq_{\pm}^{(1)}L) + \tilde{E}_{\pm}\exp(iq_{\pm}^{(-1)}L) = 0. \tag{31}$$

Из уравнений (30), (31) нетрудно найти коэффициенты отражения от рассматриваемой системы циркулярно поляризованных волн $R_{\pm} \equiv E_{r\pm}/E_{i\pm}$:

$$R_{\pm} = \frac{(1 - n_0 - \gamma_{\pm}) - (1 + n_0 - \gamma_{\pm})\exp(i\psi)}{(1 + n_0 + \gamma_{\pm}) - (1 - n_0 + \gamma_{\pm})\exp(i\psi)}, \tag{32}$$

где $\psi = 2kL\sqrt{\varepsilon}$, а $\gamma_{\pm} = -4\pi i\omega\beta\chi_0^{(s)}/c \pm \alpha g$.

В случае непоглощающей среды ($\operatorname{Im}\chi_0^{(s)} = \operatorname{Im} g = \operatorname{Im}\varepsilon = 0$, $\gamma_{\pm}^{*} = -\gamma_{\mp}$, где звездочка обозначает комплексное сопряжение) и в первом приближении по малому параметру пространственной дисперсии kd ($g \sim k\chi_0^{(s)} \sim kd$) получим

$$|R_{\pm}|^2 = 1 \pm \alpha\delta, \quad \delta = \frac{4g(\cos\psi - 1)}{(1 + \varepsilon) - (1 - \varepsilon)\cos\psi}, \tag{33}$$

а интенсивность света, отраженного от системы, равна

$$W_r = (1 + \alpha\delta b_0)W_0, \tag{34}$$

где $b_0 = (|E_{i+}|^2 - |E_{i-}|^2)/2W_0$, $W_0 = (|E_{i+}|^2 + |E_{i-}|^2)/2$ — эллиптичность и интенсивность падающего света соответственно. Очевидно, b_0 может быть как положительной, так и отрицательной величиной. Более того, знаки α, δ и b_0 являются полностью независимыми.

Следовательно, если пользоваться граничными условиями (30) с $\alpha \neq 0$ (т. е. пренебрегать поверхностным током поляризации [6] или использовать для него недостаточно корректно полученные выражения [12]), то в стационарном режиме интенсивность W_r отраженного света может оказаться больше интенсивности W_0 падающего излучения, что явно противоречит закону сохранения энергии.

Сравним теперь результаты, получающиеся при использовании "симметричного" подхода с граничными условиями (16), (17) ($\alpha = 0$ и $\beta = 0$) и последовательно проводимого подхода Ландау–Лифшица ($\alpha = 0$ и $\beta \neq 0$). Как видно из (33), в этих двух случаях $|R_{\pm}| = 1$ и, следовательно, (32) можно переписать в виде

$$R_{\pm} = \exp(i\Phi). \tag{35}$$

Здесь $\Phi = \Phi_0 + 2\beta k\Delta$ характеризует различие между фазами отраженного и падающего света в точке $z = 0$, причем $\Delta = 4\pi\chi_0^{(s)}/(1 - \varepsilon)$, а

$$\tan\Phi_0 = \frac{2n_0\sin\tilde{\psi}}{(n_0^2 - 1) + (n_0^2 + 1)\cos\tilde{\psi}}, \tag{36}$$

где $\tilde{\psi} = 2k\sqrt{\varepsilon}\tilde{L}$, причем $\tilde{L} = L - \beta\Delta$.

Из (35), (36) видно, что учитываемое в последовательно проводимом подходе Ландау–Лифшица влияние приповерхностной неоднородности $\chi_0^{(s)}$ диэлектрической проницаемости *в случае изотропной среды* сводится к физически легко объяснимому изменению оптической длины среды. (Это эквивалентно малому смещению ее передней "резкой" границы на величину Δ.)

Изменение оптической длины среды приводит к изменению фаз отраженной и прошедшей волн по сравнению с фазами, рассчитанными на основе традиционных "симметричных" граничных условий (16), (17) (см. (35), (36) при $\beta = 0$). Это обусловлено тем, что, как указывалось в разделе 3.2, граничные условия (17) не учитывают в полном объеме неоднородность оптических свойств среды в приповерхностном слое.

Указанный недостаток "симметричного" подхода может быть, однако, устранен, если вместо граничного условия (17) воспользоваться уточненным граничным условием (18). В последнем случае результаты, получаемые при использовании последовательно проводимых "симметричного" подхода и подхода Ландау–Лифшица будут полностью совпадать.

5. Заключение

Из изложенного ясно, что граничные условия (16), (18) и условия (21) (каждое по-своему и в совокупности с соответствующими материальными уравнениями и уравнениями Максвелла) отражают существование одной и той же реальности — поверхностного тока поляризации и, следовательно, принципиально эквивалентны.

Часто встречающаяся ошибка, которую в той или иной степени повторяют многие участвующие в дискуссии по электродинамике ограниченных сред с пространственной дисперсией [2, 7, 14, 23], заключается в сведении проблемы к вопросу: какие материальные уравнения — симметричные или несимметричные — являются правильными или "самыми" правильными? Правильны и те, и другие, но каждому из них соответствуют *свои* граничные условия.

Причина этого в том, что по внутренней логике электродинамики вначале идут уравнения Максвелла, потом материальные уравнения и только потом граничные условия, выражения для энергии, вектора Умова–Пойнтинга и т. п., которые являются *следствием* уравнений Максвелла и материальных уравнений и потому меняются при изменении последних. Более того, оказывается, что при рассмотрении граничных задач удобно, а часто и просто необходимо введение нового материального уравнения — уравнения для поверхностного тока поляризации!

Если говорить о преимуществах каждого из рассмотренных подходов, то "симметричные" материальные уравнения, по-видимому, удобны при рассмотрении электродинамики движущихся или магнитных сред [2, 42]. При решении же задач о взаимодействии излучения с нелинейными кристаллами без магнитных структур наиболее эффективен подход Ландау–Лифшица [27, 36, 37, 43], дополняемый при необходимости соответствующим материальным уравнением (23) для поверхностного тока поляризации (см. также [9, 10]).

Авторы благодарны Н.И. Коротееву, К.Н. Драбовичу и С.Н. Волкову за полезные обсуждения.

Работа выполнена при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 93-02-15026).

Список литературы

1. Агранович В М, Гинзбург В Л *Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии и теория экситонов* (М.: Наука, 1979)
2. Федоров Ф И *Теория гиротропии* (Минск: Наука и техника, 1976)
3. Волькенштейн М В *Молекулярная оптика* (М.: Гостехиздат, 1951)
4. Пекар С И *Кристаллооптика и добавочные световые волны* (Киев, 1982)
5. Ерицян О С *УФН* **138** 645 (1982)
6. Lalov I J, Miteva A I *J. Chem. Phys.* **85** 5505 (1986)
7. Silverman M P *J. Opt. Soc. Am. A* **6** 830 (1986)
8. Silverman M P, Badoz J *J. Opt. Soc. Am. A* **7** 1163 (1990)
9. Голубков А А, Макаров В А *Опт. и спектр.* **67** 1134 (1989)
10. Golubkov A A, Makarov V A *J. Mod. Opt.* **37** 1531 (1990)
11. Вальков А Ю, Романов В П, Шалагиков А Н *Опт. и спектр.* **69** 635 (1990)
12. Bungay A R, Svirko Yu P, Zheludev N I *Phys. Rev. B* **47** 11730 (1993)
13. Takizawa T *J. Phys. Soc. Jpn* **50** 3054 (1981)
14. Лукьянов А Ю, Новиков М А *Письма в ЖЭТФ* **51** 591 (1990)
15. Silverman M P, Badoz J, Briat B *Opt. Lett.* **17** 886 (1992)
16. Weber H J, Weitbrecht D, Brach D et al. *Solid State Commun.* **76** 511 (1990)
17. Lyons K B, Kwo J, Dillon J F et al. *Phys. Rev. Lett.* **64** 2949 (1990)
18. Spielman S, Dodge J S, Lombardo L W et al. *Phys. Rev. Lett.* **68** 3472 (1992)
19. Halperin B I, March-Russell J, Wilczek F *Phys. Rev. B* **40** 8726 (1989)
20. Live B G *Phys. Today* **44** 17 (1991)
21. Bungay A R, Svirko Yu P, Zheludev N I *Phys. Rev. Lett.* **70** 3039 (1993)
22. Bungay A R, Kugler N, Zheludev N I *Phys. Lett. A* **174** 335 (1993)
23. Schlagheck U *Z. Phys.* **258** 223 (1973)
24. Силин В П, Рухадзе А А *Электромагнитные свойства плазмы и плазмоподобных сред* (М., 1961)
25. Kenji Natori *J. Phys. Soc. Jpn* **44** 596 (1976)
26. Рязанов М И *ЖЭТФ* **93** 1281 (1987)
27. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Электродинамика сплошных сред* (М.: Наука, 1992)
28. Hornreich E M, Shtrikman S *Phys. Rev.* **171** 1065 (1968)
29. Nakano H, Kimura H *J. Phys. Soc. Jpn* **27** 519 (1969)
30. Белый В Н, Сердюков А Н *Опт. и спектроск.* **40** 593 (1976)
31. Сердюков А Н, Хило Н А *Опт. и спектроск.* **40** 325 (1976)
32. Бокуть Б В, Сердюков А Н *Опт. и спектроск.* **38** 327 (1975)
33. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Статистическая физика* Ч. 1 (М.: Наука, 1976)
34. Сивухин Д В *Общий курс физики.* Т. V (М.: Наука, 1980) § 70
35. Кизель В А *Отражение света* (М.: Наука, 1973)
36. Ахманов С А, Жариков В И *Письма в ЖЭТФ* **6** 644 (1967)
37. Akhmanov S A, Lyakhov G A, Makarov V A, Zharikov V I *Opt. Acta* **29** 1359 (1982)
38. Bassiri S, Papas C H, Engheta N *J. Opt. Soc. Am. A* **5** 1450 (1988)
39. Ахманов С А, Емельянов В И, Коротеев Н И, Семиногов В Н *УФН* **147** 675 (1985)
40. Вальков А Ю, Романов В П, Шалагиков А Н *ЖЭТФ* **96** 926 (1989)
41. Корн Г, Корн Т *Справочник по математике* (М.: Наука, 1984) с. 503
42. Березин А В, Толкачев Е А, Трегубович А Я, Федоров Ф И *ЖПС* **47** 113 (1987)
43. Ахманов С А, Хохлов Р В *Проблемы нелинейной оптики* (М.: ВИНИТИ АН СССР, 1964)

BOUNDARY CONDITIONS FOR ELECTROMAGNETIC FIELD ON THE SURFACE OF MEDIA WITH WEAK SPATIAL DISPERSION

A.A. Golubkov, V.A. Makarov
Physics Department and International Laser Center,
M.V. Lomonosov Moscow State University, Vorobievy gory, 119899 Moscow
Tel. (7-095) 939-12 25, (7-095) 939 31 47. Fax (7-095) 939-31 13
E-mail: ilc@compnet.msu.su

Using the general phenomenological consideration the contradictions which often arise between different approaches to electrodynamics of bounded media with spatial dispersion are shown to be a result of incorrect assumptions which have been done by its supporters. The important problems in optics of bounded media with spatial dispersion are pointed out. The different ways of solution are discussed.

PACS numbers: **41.20–q**, **41.90.+e**, 78.20.Wc
Bibliography — 43 references

Received 17 October 1994