

Физические механизмы формирования когерентного излучения в ультррелятивистском ЛСЭ

В.И. Курилко, Ю.В. Ткач

Систематизированы и обобщены методы и результаты теоретического моделирования динамики процессов коллективного электромагнитного взаимодействия в неравновесной системе пучков электронов-ондулятор. Установлены физические механизмы явлений, ответственных за испускание вынужденного (когерентного) излучения в указанных неравновесных системах класса лазеров на свободных электронах (ЛСЭ).

PACS numbers: 41.60.Cr, 52.60.+n

Содержание

1. Введение (241).
 2. Гидродинамическая теория магнитотормозного ЛСЭ-усилителя (243).
 - 2.1. Физическая постановка и исходные уравнения задачи. 2.2. Спектр собственных волн системы и аналитические асимптотики коэффициента усиления. 2.3. Анализ физического содержания результатов.
 3. Корпускулярная теория магнитотормозного ЛСЭ-усилителя (247).
 - 3.1. Физическая модель и общая схема метода анализа. 3.2. Картина поля релятивистского электрона в спиральном ондуляторе. 3.3. Усиление поля ондуляторного излучения моноэнергетического пучка электронов. 3.4. Анализ физического содержания результатов.
 4. Природа когерентного усиления ондуляторного излучения (254).
 - 4.1. Физическая модель и метод анализа проблемы. 4.2. Фактор когерентности для полной интенсивности излучения. 4.3. Аналитические асимптотики и численные расчеты фактора когерентности. 4.4. Обсуждение физического содержания результатов.
 5. Заключение (259).
- Список литературы (260).

1. Введение

Изучение физической природы механизмов, ответственных за динамику развития коллективных радиационных неустойчивостей потоков заряженных частиц в матери-

альных средах (включая внешние поля), сопровождает всю историю современной теоретической микрорадиоволновой электроники с самого ее зарождения (см., например, [1–57]¹). Фундамент соответствующей физической теории был заложен в 40-х годах классическими работами [1–3], в которых были сформулированы основные положения теории, сохранившие свой конструктивный характер и по сегодняшний день. К их числу в первую очередь относятся:

— определяющая роль элементарных эффектов излучения движущихся зарядов в материальных средах и внешних полях как первичных источников электромагнитного поля в рассматриваемых коллективных радиационных неустойчивостях (в том числе и используемых в микрорадиоволновой электронике);

— возможность существенного повышения пиковой мощности излучения движущихся зарядов за счет использования эффекта когерентности элементарных излучателей;

— способ генерации квазимонохроматического тормозного излучения, основанный на использовании в качестве материальной среды пространственно-периодического внешнего поля;

— предложение устройства для реализации вышеуказанного способа генерации тормозного излучения, позже названного ондулятором (ср. [3] и [76]).

Идеи о существовании количественных взаимосвязей между характеристиками элементарных эффектов излучения движущихся зарядов и параметрами коллективных радиационных неустойчивостей потоков заряженных частиц в тех же материальных средах высказывались уже в первых оригинальных работах по самосогласованной теории неустойчивостей (см., например, [4–13]).

¹ Здесь и далее мы цитируем, главным образом, те работы, в которых элементарные эффекты излучения движущихся зарядов используются для расчетов и интерпретации коллективных радиационных неустойчивостей потоков заряженных частиц. Более подробную информацию по самосогласованной теории этих неустойчивостей можно найти в монографиях [58–75].

В.И. Курилко. Национальный научный центр.
Харьковский физико-технический институт
310108 Харьков, ул. Академическая 1, Украина
Тел. (057) 235-61-15, Факс (057) 235-17-38
E-mail: kfti%kfti.kharkov.ua@relay.ussr.eu.net

Ю.В.Ткач. Институт электромагнитных исследований
310022 Харьков, просп. Правды 5, Украина
Тел.: (057) 243-59-52
E-mail: fractal@icmr.kharkov.ua

Статья поступила 17 мая 1994 г.

Более того, в ряде указанных и последующих работ данного направления были получены прямые количественные доказательства существования таких взаимосвязей. В частности, в [6] инкремент кинетической циклотронной неустойчивости потока электронов, несинфазно вращающихся в однородном внешнем магнитном поле, впервые был получен прямым суммированием интенсивностей некогерентного спонтанного² циклотронного излучения электронов (подробнее см. монографии [14, 26, 29, 32]).

В дальнейшем аналогичным методом были рассчитаны кинетические инкременты и для ряда других неустойчивостей немоноэнергетических потоков электронов, в том числе обусловленных элементарными эффектами черенковского возбуждения продольных волн в изотропной плазме [11], а также магнитотормозным (ондуляторным) излучением электронов в пространственно-периодическом магнитном поле [16, 28].

В течение последних трех с половиной десятилетий те же основополагающие идеи работ [1–3] обеспечили выявление физических механизмов и количественных закономерностей взаимосвязей параметров ряда ключевых коллективных гидродинамических радиационных неустойчивостей интенсивных моноэнергетических потоков точечных электронов (и их когерентных сгустков) с характеристиками соответствующих элементарных эффектов излучения. Так, в [12, 17, 25, 42, 52] (см. также монографии [18, 74]) именно корпускулярный подход позволил объяснить физическую природу поперечной неустойчивости в линейных резонансных ускорителях электронов.

Далее, тот же метод обеспечил установление функциональной взаимосвязи между спектрами спонтанного и вынужденного ондуляторного излучения (ОИ) моноэнергетических пучков электронов в магнитотормозных ЛСЭ-автогенераторах при относительно малых коэффициентах усиления на длине ондулятора (см. [19, 20, 30, 31]). В [23] этим методом впервые была объяснена физическая природа гидродинамической поляризационной неустойчивости моноэнергетического пучка электронов в изотропной плазме, теоретически предсказанная ранее в [4, 77].

В то же время поиск физических механизмов, ответственных за развитие абсолютных неустойчивостей протонных потоков свободных электронов в резонансных электродинамических структурах, привел не только к установлению определяющей роли спонтанного переходного излучения в развитии этих неустойчивостей [23, 38, 39, 42, 52, 55], но и к обнаружению неизвестного ранее явления вынужденного переходного взаимодействия равномерно движущегося заряда с полем регулярной (монокроматической) волны [78, 38–40, 45].

Наконец, в работах последних лет (см. [47–49, 53, 54, 56, 57]) были выявлены физические механизмы и количественные закономерности формирования интенсивного когерентного излучения в ультрарелятивистских магнитотормозных ЛСЭ, функционирующих в режиме усиления собственного ОИ электронов пучка. При этом необходимость учета эффектов когерентности элемен-

тарных излучателей и обратного влияния излучаемого ими поля на их движение (обеспечивающего формирование когерентно излучающих сгустков) потребовала использования нетрадиционного методического аппарата, впервые предложенного в [24].

Главной целью и основным практическим конечным результатом вышеуказанных работ [47–49, 56, 57] было решение проблемы оценки минимальной длины волны когерентного излучения ультрарелятивистских ЛСЭ. Физическое существо содержания этой проблемы заключается в следующем.

Как известно, повышением энергии электрона $E = m_0 c^2 \gamma$ (γ — релятивистский фактор) длину волны его ОИ $\lambda_{\text{и.г}} = D/2\gamma^2$ можно уменьшить вплоть до десятков пикометров (при длине периода ондулятора D порядка единиц сантиметров и энергии пучка электронов $E_{\text{max}} \approx 50$ ГэВ, соответствующей параметрам линейного резонансного ускорителя электронов в Стэнфорде [79]). Однако ввиду отсутствия в этом диапазоне длин волн достаточно эффективно отражающих зеркал единственно приемлемым способом получения когерентного микроволнового излучения интенсивного ультрарелятивистского пучка электронов является создание условий для реализации коллективного усиления пучком собственного ОИ электронов этого пучка (SASE-mode of operation³).

В SASE-режиме суммарное поле ОИ индивидуальных электронов группирует электроны в когерентно излучающие сгустки. Результирующее когерентное излучение сгустков называют вынужденным (см. [13, 44]), поскольку на линейной стадии развития соответствующей радиационной неустойчивости интенсивность излучения сгустков оказывается пропорциональной квадрату амплитуды излучаемого поля (как и в классической теории Эйнштейна).

SASE-режим для обеспечения генерации интенсивного когерентного излучения в диапазоне длин волн от вакуумного ультрафиолета до мягкого рентгена предложен в [80], а также детально описан теоретически в приближении интенсивного усиления в [81–84].

Однако использованный в [81–84] аппарат формализованной теории ЛСЭ не позволяет оценить область применимости этого приближения, а также выяснить, насколько далеко можно продвинуться по пути уменьшения длины волны вынужденного (когерентного) излучения ЛСЭ в SASE-режиме и какими средствами можно обеспечить такое продвижение.

В самом деле, по внешним, качественным, признакам используемая в SASE-режиме неравновесная система пучок электронов–ондулятор ничем не отличается от классического источника некогерентного ОИ, или (что то же самое) источника синхротронного излучения второго поколения. В этих условиях, естественно, возникает вопрос: какие параметры рассматриваемой системы необходимо изменить, в каком направлении и насколько, чтобы эта система перешла в оптимальный режим ЛСЭ, в котором само поле ОИ электронов пучка группирует их в когерентно излучающие сгустки?

В течение последних нескольких лет этот вопрос был детально изучен теоретически двумя взаимно дополняющими друг друга методами (ранее не применявшимися в

² Спонтанным излучением движущихся зарядов в классической радиоэлектронике называют те вынужденные заданными токами этих зарядов решения уравнений Максвелла, которые на бесконечности удовлетворяют условиям излучения.

³ SASE — общепринятая аббревиатура от Self Amplification of Spontaneous Emission.

теории ЛСЭ). Первый из них состоит в полномасштабном аналитическом моделировании (в дипольном приближении) динамики продольного движения моноэнергетического потока точечных электронов в суммарном поле ОИ каждого из индивидуальных электронов потока в лабораторной системе отсчета на основе решения самосогласованной системы уравнений Максвелла для микроволнового поля и кинетического уравнения Климонтовича для частиц пучка (методом характеристик; см. [56, 57]).

Существо содержания второго метода заключается в аналитическом и численном моделировании количественных закономерностей томпсоновского рассеяния электромагнитных волн сгустками заряженных частиц заданной идеализированной формы. Использование этого метода обеспечило выявление физической природы механизмов, ответственных за реализацию когерентного излучения электронов моноэнергетического пучка (в его собственной системе отсчета; см. [53, 54, 85–87]).

Полученные таким путем результаты и выводы корпускулярной теории ондуляторных ЛСЭ достаточно хорошо согласуются не только с соответствующими результатами классической формализованной теории режима интенсивного усиления ЛСЭ в соответствующих предельных случаях (см., например, [88, 73]), но и с аналогичными результатами теоретической квантовой электроники (см. [89, 90]), а также с проведенным авторами анализом совокупности данных экспериментальных исследований (см. [49]).

Необходимость систематизированного изложения методов и результатов корпускулярной теории ЛСЭ обусловлена рядом причин, важнейшими из которых являются следующие:

Во-первых, как отмечалось выше, только такая теория методически обеспечивает возможность полномасштабного теоретического моделирования процессов радиационного взаимодействия пучка электронов с ондулятором во всей области значений внешних параметров рассматриваемой неравновесной системы: от режима вынужденного когерентного излучения, характерного для ЛСЭ, до режима классического источника некогерентного ОИ второго поколения.

Во-вторых, только эта теория позволяет выявить вклад в указанные процессы эффектов когерентности ОИ индивидуальных излучателей (электронов пучка), который физически оказывается определяющим в повышении темпа радиационного торможения интенсивного моноэнергетического пучка электронов в ондуляторе по сравнению с темпом радиационного торможения каждого электрона той же энергии в том же ондуляторе.

В-третьих, в опубликованных до сих пор обзорах и монографиях по теории ЛСЭ не уделялось должного внимания освещению физической природы и количественных закономерностей механизмов реализации вынужденного когерентного ОИ в ЛСЭ.

Наконец, соответствующая научная информация по ключевым элементам указанных закономерностей до сих пор публиковалась только в разрозненных изданиях научной периодики, не специализирующихся в области ЛСЭ, а также в монографической литературе по ряду смежных областей современной теоретической физики, таких, как классическая электродинамика [91], квантовая электроника [89–90], теория плазмы [14, 26, 29, 32, 58, 59, 61–67, 69], теория ускорителей заряженных частиц [18,

72, 74, 92, 93], теоретическая микроволновая электроника [60, 68, 94].

Учитывая значительный научно-методический и прикладной интерес проблемы минимизации длины волны когерентного излучения ондуляторных ЛСЭ как для создания эффективных источников излучения, так и для выявления физических механизмов его формирования, ниже в систематизированном и обобщенном виде мы изложим совокупность известных на сегодня результатов теоретических исследований данного направления. При этом в целях обеспечения максимальной четкости описания основных физических и методических аспектов указанной проблемы мы ограничимся рассмотрением простейшей модели неравновесной системы данного класса.

1. Будем считать пучок электронов моноэнергетическим, безграничным и пространственно однородным, а его объемную плотность не слишком большой, чтобы можно было ограничиться предельным случаем томпсоновского рассеяния.

2. Будем также считать ондулятор безграничным, а его магнитное поле строго периодическим, циркулярно поляризованным и не слишком сильным, позволяющим ограничиться дипольным приближением в описании динамики поперечного движения и ОИ электронов.

3. Будем исследовать радиационную неустойчивость потока электронов в ондуляторе только в режиме усиления.

В рамках указанных предположений сначала мы опишем классическую формализованную гидродинамическую теорию ЛСЭ-усилителя, основанную на моделировании пучка электронов потоком заряженной жидкости (см. раздел 2), а затем мы изложим корпускулярную (кинетическую) теорию усиления регулярного сигнала в той же неравновесной системе, опирающуюся на моделирование пучка электронов потоком точечных заряженных частиц (см. раздел 3).

Основные количественные закономерности когерентного радиационного взаимодействия электронов моноэнергетического пучка в его собственной системе отсчета будут выявлены методами аналитического и численного моделирования процесса томпсоновского рассеяния плоских электромагнитных волн (ЭМВ) сгустками заряженных частиц заданной идеализированной формы, характеризуемой одним параметром размерности длины (см. раздел 4).

Наконец, в заключительной части данного обзора (см. раздел 5) мы обсудим результаты обоих альтернативных подходов и сформулируем соответствующие выводы.

2. Гидродинамическая теория магнитотормозного ЛСЭ-усилителя

2.1. Физическая постановка и исходные уравнения задачи

Итак, рассмотрим моноэнергетический пучок электронов с энергией $E \equiv m_0 c^2 \gamma$ и пространственно однородной равновесной плотностью n_0 , проходящий вдоль оси Oz спирального ондулятора с магнитным полем

$$\mathbf{H}_w(z) \equiv \mathbf{H}_0 [\mathbf{e}_x \cos(k_w z) + \mathbf{e}_y \sin(k_w z)]. \quad (1)$$

Здесь \mathbf{e}_x и \mathbf{e}_y — единичные векторы осей Ox и Oy декартовой системы координат, $k_w \equiv 2\pi/D$ (где D — длина периода ондулятора).

Будем считать амплитуду H_0 магнитного поля ондулятора не слишком большой: соответствующее условие имеет вид сильного неравенства

$$p \equiv \frac{|e|H_0 D}{2\pi m_0 c^2} \ll 1.$$

В этом приближении необходимо установить явный аналитический вид зависимости от внешних параметров рассматриваемой неравновесной системы ее основной коллективной характеристики — комплексного коэффициента усиления медленной волны плотности заряда (ВПЗ) пучка и волны его электромагнитного излучения (ЭМИ) на частоте ω , близкой к частоте ОИ индивидуального электрона пучка $\omega_{u,r} \equiv 2\pi c/\lambda_{u,r} = 4\pi c\gamma^2/D$.

Переходя к описанию методического аппарата самосогласованной линейной гидродинамической теории магнитотормозного ЛСЭ-усилителя, необходимо подчеркнуть, что эта теория моделирует пучок электронов непрерывной заряженной жидкостью, движущейся в суммарном поле ондулятора (1) и усиливаемом поле ЭМИ с компонентами электрического и магнитного полей \mathbf{E} и \mathbf{H} соответственно.

Исходная система уравнений рассматриваемой физической задачи состоит из гидродинамических уравнений движения и непрерывности для эйлеровых скорости \mathbf{v} и объемной плотности n пучка (жидкости):

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = e \left\{ \mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{v}, \mathbf{H}_w + \mathbf{H}] \right\}, \quad (2a)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \text{div } \mathbf{j} = 0,$$

$$\mathbf{j} \equiv env, \quad \mathbf{p} \equiv m_0 \gamma \mathbf{v}, \quad \gamma \equiv \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{-1/2}, \quad (2b)$$

а также уравнений Максвелла для соответствующих высокочастотных полей \mathbf{E} и \mathbf{H} :

$$\text{rot } \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \quad \text{rot } \mathbf{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}.$$

Ограничиваясь рассмотрением одномерных коллективных колебаний моделируемой системы (не зависящих от поперечных координат x и y), а также линейным приближением, представим скорость \mathbf{v} и плотность n пучка в виде сумм соответствующих равновесных величин, не зависящих от времени, и малых высокочастотных добавок, которые гармонически изменяются с ростом эйлерового времени t (с частотой ω) и имеют амплитуды, зависящие только от продольной координаты z :

$$v_z(z, t) = v_0 + \tilde{v}_{||}(z) \Phi(t), \quad n(z, t) = n_0 + \tilde{n}(z) \Phi(t),$$

$$\tilde{v}_{\perp}(z, t) = -\frac{pc}{\gamma} \frac{\mathbf{H}_w(z)}{H_0} + \tilde{\mathbf{v}}_{\perp}(z) \Phi(t),$$

$$\mathbf{E}(z, t) = [\tilde{\mathbf{E}}_{\perp}(z) + \tilde{\mathbf{E}}_{||}(z)] \Phi(t), \quad \mathbf{H}(z, t) = \mathbf{H}_{\perp}(z) \Phi(t),$$

$$\Phi(t) \equiv \exp(-i\omega t),$$

где индексами "||" и " \perp " отмечены компоненты векторов, параллельные и перпендикулярные оси ондулятора соответственно.

Подставляя приведенные функции в (2) и удерживая линейные члены по амплитудам высокочастотных доба-

вок, после исключения поля $\mathbf{H}_{\perp}(z)$ получаем систему линейных однородных дифференциальных уравнений в полных производных по продольной координате z с коэффициентами, периодически зависящими от этой координаты:

$$\begin{aligned} \left(\frac{d^2}{dz^2} + k_0^2 \right) \tilde{E}_{\pm} &= -4\pi e i k_0 \left[n_0 \tilde{\beta}_{\pm}(z) - \tilde{n} \frac{p}{\gamma_0} \exp(\pm i k_w z) \right], \\ m_{\perp} \hat{D} \tilde{\beta}_{\pm} &= \frac{e}{c} \left[\frac{i}{\omega} \hat{D} \tilde{E}_{\pm} \pm i \tilde{\beta}_{||} H_0 \exp(\pm i k_w z) \right], \\ m_{||} \hat{D} \tilde{\beta}_{||} &= \frac{e}{c} \left\{ \frac{i}{2k_0} \frac{p}{\gamma_0} \left[\frac{d\tilde{E}_{+}}{dz} \exp(-i k_w z) + \frac{d\tilde{E}_{-}}{dz} \exp(+i k_w z) \right] + \right. \\ &\quad \left. + \tilde{E}_{||} + \frac{i}{2} H_0 [\tilde{\beta}_{+} \exp(-i k_w z) - \tilde{\beta}_{-} \exp(+i k_w z)] \right\}, \\ \hat{D} \tilde{n} + c n_0 \frac{d\tilde{\beta}_{||}}{dz} &= 0. \end{aligned} \quad (3a)$$

Здесь введены обозначения:

$$\begin{aligned} \hat{D} &\equiv -i\omega + v_0 \frac{d}{dz}, \quad \tilde{E}_{\pm} = \tilde{E}_x \pm i \tilde{E}_y, \\ \tilde{\beta}_{\pm} &\equiv \frac{\tilde{v}_x \pm i \tilde{v}_y}{c}, \quad \tilde{\beta}_{||} \equiv \frac{\tilde{v}_{||}}{c}, \quad k_0 \equiv \frac{\omega}{c}, \\ m_{\perp} &\equiv m_0 \gamma_0, \quad m_{||} \equiv m_0 \gamma_0^3. \end{aligned} \quad (3b)$$

Периодическая зависимость коэффициентов системы уравнений (3a) от продольной координаты является следствием периодической структуры магнитного поля ондулятора и исчезает в предельном случае $H_0 \rightarrow 0$. Именно эта неоднородность среды (поля \mathbf{H}_w) обеспечивает взаимодействие собственных волн неравновесной системы пучок-ондулятор, соответствующих указанному предельному случаю. Ниже мы классифицируем эти волны и вычислим коэффициент усиления для малых, но конечных значений параметра p .

2.2. Спектр собственных волн системы

и аналитические асимптотики коэффициента усиления

Для классификации спектра собственных волн системы уравнений (3) рассмотрим случай $H_0 = 0$, когда ее коэффициенты становятся постоянными. В этом случае система распадается на две независимые группы уравнений, соответствующие двум типам волн. Первые два уравнения дают спектр поперечных циркулярно поляризованных ЭМВ с дисперсией

$$k_{\perp}^2 = k_0^2 - \frac{\omega_{b\perp}^2}{c^2}, \quad \omega_{b\perp}^2 \equiv \frac{4\pi e^2 n_0}{m_{\perp}}, \quad (4a)$$

остальные три — спектр продольных ВПЗ с дисперсией

$$k_{||} \equiv \frac{\omega}{v_0} \pm \frac{\omega_{b||}}{v_0}, \quad \omega_{b||}^2 \equiv \frac{\omega_{b\perp}^2}{\gamma_0^2}. \quad (4b)$$

Следует отметить, что в правых частях формул (4) мы удержали лишь старшие члены соответствующих разложений по объемной плотности пучка, которую здесь и ниже мы считаем относительно малой.

При конечных значениях амплитуды H_0 поля ондулятора, играющего роль волны накачки (см. [62, 32]), поперечные ("t") и продольные ("l") волны данной неравновесной системы перестают быть независимыми и начинают взаимодействовать друг с другом.

Наибольшей интенсивности взаимодействие поперечных и продольных волн достигает при выполнении

условия резонанса, отражающего закон сохранения импульса взаимодействующих волн:

$$k_1^{(0)} = k_i^{(0)} + k_w. \quad (4в)$$

В этом случае при относительно малых плотностях потока частиц пучка волновое число ВПЗ $k_1^{(0)} \equiv \omega_*/v_0$ в точности равно сумме волновых чисел $k_i^{(0)} \equiv \omega_*/c$ и $k_w \equiv 2\pi/D$ поперечной ЭМВ E_- и поля ондулятора. Удовлетворяющая этому закону частота ω_* в точности равна частоте ОИ в том же ондуляторе $\omega_{u.r}$: $\omega_* = \omega_{u.r} = 4\pi c \gamma_0^2 / D$.

Соответствующую интенсивность рассматриваемого коллективного трехволнового взаимодействия можно оценить непосредственно из исходной системы уравнений (3) с помощью подстановок

$$\begin{aligned} \tilde{E}_-(z) &= \frac{m_0 c^2}{|e|D} a_-(z) \exp(ik_i^{(0)} z), & \tilde{\beta}_-(z) &= b_-(z) \exp(ik_i^{(0)} z), \\ \tilde{\beta}_\parallel(z) &= g(z) \exp(ik_1^{(0)} z), & \tilde{n}(z) &= n_0 h(z) \exp(ik_1^{(0)} z). \end{aligned} \quad (5)$$

Результирующая система уравнений для искомых безразмерных амплитуд $a_-(\xi)$, $h(\xi)$ и $g(\xi)$ принимает вид

$$\frac{da_-}{d\xi} = -\frac{2\pi r_0 n_0 D^2 p}{\gamma_0} h(\xi), \quad (6а)$$

$$\frac{dh}{d\xi} = -ik_1^{(0)} D g(\xi), \quad (6б)$$

$$\frac{dg}{d\xi} = -\frac{p}{2\gamma_0^4} a_-(\xi), \quad (6в)$$

где $r_0 \equiv e^2/m_0 c^2$ — классический радиус электрона, $\xi \equiv z/D$.

Система уравнений (6) эквивалентна одному дифференциальному уравнению в полных производных третьего порядка. Мы представим его для глубины модуляции пучка по плотности $h(\xi)$, отражающей эффект группировки частиц в когерентно излучающие сгустки (см., например, [83–88]):

$$\left(\frac{d^3}{d\xi^3} - ik^3 \right) h(\xi) = 0, \quad \kappa^3 \equiv \frac{4\pi^2 r_0 n_0 D^2 p^2}{\gamma_0^3}. \quad (7а)$$

Уравнение (7а) имеет решение, экспоненциально нарастающее с координатой ξ :

$$h(\xi) = \text{const} \exp \left\{ \kappa \xi \exp \frac{\pi i}{6} \right\}, \quad (7б)$$

с коэффициентом усиления

$$\Gamma_{\max} = \frac{\sqrt{3}}{2} \kappa. \quad (7в)$$

Именно это решение описывает эффект усиления медленной ВПЗ пучка, фазовая скорость которой меньше равновесной скорости пучка v_0 :

$$v_{ph} \equiv \frac{\omega_{u.r}}{k_1^{(0)} + \kappa/2D} = \frac{v_0}{1 + \kappa/8\pi\gamma_0^2}. \quad (7г)$$

Как следует из (6а), одновременно с данной ВПЗ по тому же экспоненциальному закону нарастает и амплитуда a_- поперечной волны ЭМИ. Именно этой особенностью рассмотренный выше параметрический усили-

тель с распределенными параметрами существенно отличается от пространственно однородного усилителя типа ЛБВ, в котором экспоненциальный рост амплитуды наблюдается только для медленной ВПЗ [94].

Если закон сохранения импульса (4в) не выполнен, так что рабочая частота рассматриваемого ЛСЭ-усилителя не равна частоте ОИ электронов пучка ($\omega = \omega_{u.r} + \Delta$, где $|\Delta| \ll \kappa \omega_{u.r}$), то коэффициент усиления Γ оказывается меньше максимального, определяемого формулой (7в), и спадает с ростом модуля $|\Delta|$.

В самом деле, при $|\Delta| \gg \kappa \omega_{u.r}$ из первого уравнения системы (3) следует не дифференциальная, а алгебраическая связь между глубиной модуляции пучка h и амплитудой E_- поля ЭМВ:

$$E_- = \frac{4\pi e i k_0 n_0 p \tilde{h}}{[k_0^2 - (k_1^{(0)} - k_w)^2] \gamma_0} \exp[i(k_1^{(0)} - k_w)z]. \quad (8а)$$

Подставляя выражение (8а) в правую часть третьего уравнения системы (3), после несложных алгебраических преобразований имеем аналогичную (6) систему из двух однородных дифференциальных уравнений второго порядка для глубины модуляции пучка по скорости (\tilde{g}) и плотности (\tilde{h}):

$$\frac{d\tilde{g}}{d\xi} = \frac{2\pi e^2 i n_0 p^2 k_1^{(0)} D}{[k_0^2 - (k_1^{(0)} - k_w)^2] \gamma_0} \tilde{h}, \quad \frac{d\tilde{h}}{d\xi} = -ik_1^{(0)} D \tilde{g}. \quad (8б)$$

Из условия отсутствия тривиального (нулевого) решения этой системы получаем аналитическую формулу для коэффициента усиления на периоде (ср. [88]):

$$\Gamma(\Delta) \equiv \left(\frac{\kappa^3}{2\pi} \frac{\omega_{u.r}}{\Delta} \right)^{1/2}, \quad \omega_{u.r} \gg \Delta \gg \kappa \omega_{u.r}. \quad (8в)$$

2.3. Анализ физического содержания результатов

Формулы (7) и (8) отражают существо хорошо известных в литературе (см., например, [88, 70, 71, 75]) результатов самосогласованной линейной гидродинамической теории магнитотормозного ЛСЭ-усилителя. Однако приведенные выше результаты были получены формализованным методом слабосвязанных параметрически взаимодействующих собственных волн неравновесной системы пучок-ондулятор. По этой причине они не дают прямых ответов на ряд методически важных вопросов, касающихся физической природы механизма коллективного усиления когерентного ОИ индивидуальных электронов. И это не удивительно, поскольку в рамках использованной при этом жидкостной модели пучка вклад каждого из индивидуальных излучателей выпадает из рассмотрения, а в конечные результаты теории входят только их коллективные параметры: объемные плотности частиц n , заряда $\rho_e \equiv ne$ и массы $\rho_m \equiv nm_0$.

Наиболее существенными для рассматриваемых ультракоротковолновых магнитотормозных ЛСЭ-усилителей, функционирующих в SASE-режиме, являются следующие два из вышеупомянутых вопроса:

1. Какими механизмами и при каких условиях в данной неравновесной системе может быть реализован режим вынужденного когерентного ОИ элементарных излучателей?

2. Какова роль ОИ индивидуальных излучателей в обеспечении передачи кинетической энергии пучка полю испускаемого им ЭМИ в ЛСЭ-усилителе?

Аргументация ответов на оба эти вопроса связывает их между собой. Тем не менее, раздельное изложение помогает лучше осветить существо их физического содержания, а также наметить пути поиска соответствующих количественно обоснованных ответов.

Первый из указанных вопросов методически важен тем, что ответ на него позволяет выяснить условия и границы применимости изложенной выше формализованной гидродинамической линейной самосогласованной теории ЛСЭ-усилителя, или (что то же самое) условия перехода данной неравновесной системы из режима источника некогерентного ОИ в SASE-режим (см. раздел 1). Интуитивно можно предполагать, что в пространстве внешних параметров системы область применимости метода и результатов гидродинамической теории снизу ограничена объемной плотностью частиц пучка n_0 и сверху — энергией электронов γ_0 .

Такое предположение основано, главным образом, на том, что моделирование пучка жидкостью физически может быть оправдано только в случае, когда число частиц пучка (в объеме с характерным размером порядка длины волны ОИ в системе покоя пучка $\lambda'_{u,r}$) $Q' \equiv n'_0 \lambda'_{u,r} = n_0 D^3 / 8\gamma_0^3$ достаточно велико по сравнению с единицей: $Q' \gg 1$. Последнее условие было сформулировано в [47–48] и дополнительно аргументировано сопоставлением зависимостей от энергии пучка γ_0 полных потоков энергии его вынужденного (когерентного) излучения в SASE-режиме и некогерентного ОИ.

В самом деле, как следует из нелинейной теории ЛСЭ-усилителя (см., например, [73, 83, 84]), соответствующий электронный КПД η_e по порядку величины равен коэффициенту усиления Γ_{\max} этого усилителя:

$$\eta_e \simeq \Gamma_{\max} \simeq \frac{\Gamma_0}{\gamma_0}. \quad (9a)$$

Из (9a) следует, что для пучка заданной объемной плотности в ондуляторе с заданной длиной периода D и фиксированной амплитудой H_0 напряженности магнитного поля мощность когерентного излучения в SASE-режиме не зависит от энергии пучка γ_0 :

$$P_{\text{coh}}(\gamma_0) \approx J_0 m_0 c^2 \Gamma_0, \quad (9б)$$

где J_0 — полный поток частиц пучка через ондулятор ($[J_0] = \text{с}^{-1}$), а расчетная длина ондулятора $L_{\text{опт}} \approx D/\Gamma_{\max}$ растет пропорционально γ_0 .

С другой стороны, на той же длине ондулятора $L_{\text{опт}}$ мощность некогерентного ОИ данного пучка P_{incoh} растет пропорционально γ_0^3 :

$$P_{\text{incoh}} = J_0 |F_z^{\text{rad}}|_1 L_{\text{опт}} = J_0 \frac{4\pi}{\Gamma_0} e^2 p^2 k_w^1 \gamma_0^3, \quad (9в)$$

поскольку сила $|F_z^{\text{rad}}|_1$ радиационного торможения электрона полем его ОИ пропорциональна γ_0^2 [91].

Из зависимости, приведенной на рис. 1, следуют два основных вывода.

1. Пренебрежение вкладом некогерентного ОИ в динамику процессов движения и излучения частиц пучка в ондуляторе допустимо только в ограниченной сверху области энергий пучка, где выполнено сильное неравенство $P_{\text{incoh}}(\gamma_0) \ll P_{\text{coh}}$.

2. Для обеспечения адекватного полномасштабного теоретического моделирования указанных процессов необходимо отказаться от основного исходного пред-

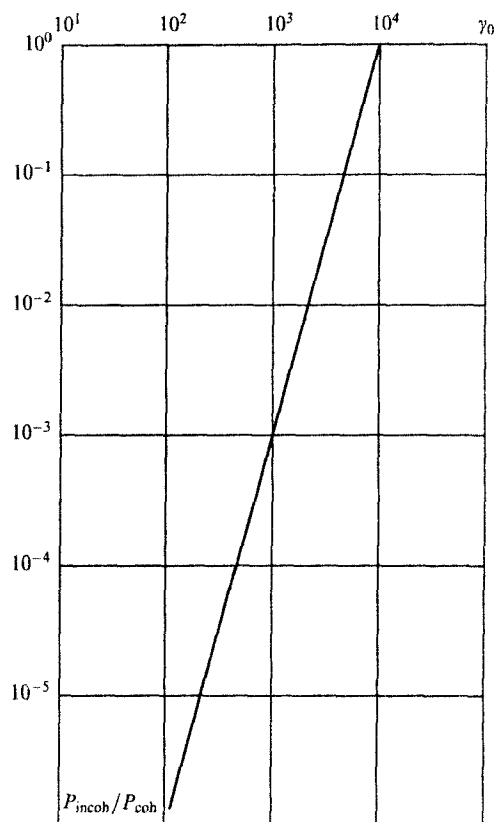


Рис. 1. Логарифмическая зависимость отношения когерентных и некогерентных потерь в ЛСЭ $P_{\text{incoh}}/P_{\text{coh}}$ от энергии пучка γ_0 ($\Gamma_0 = 1$, $r_0 = 10^{-13} D$, $\log(8\pi^2 p^2/3) = 1$)

положения гидродинамической теории ЛСЭ-усилителя — о возможности моделирования пучка электронов потоком непрерывной жидкости; следует рассматривать его как поток точечных излучателей (см. [47, 48, 56, 57]).

Последний вывод следует также из попыток найти обоснованный ответ на второй из поставленных выше вопросов. Действительно, определяющая роль ОИ индивидуальных электронов в процессе коллективного усиления ими когерентного ЭМИ не вызывает сомнений, поскольку в рассматриваемой системе не выполнены условия реализации альтернативных механизмов излучения движущихся зарядов. А именно: отсутствует среда, обеспечивающая понижение фазовой скорости ЭМВ, необходимое для реализации эффектов спонтанного излучения Вавилова–Черепкова (и/или аномального эффекта Доплера); отсутствуют электродинамические неоднородности среды, необходимые для реализации эффектов спонтанного и вынужденного переходного излучения равномерно движущихся электронов пучка [19, 23, 38, 39].

С другой стороны, о существенной роли ОИ индивидуальных электронов пучка в механизме развития рассмотренной нами радиационной неустойчивости пучка в режиме усиления свидетельствует также паличие максимума коэффициента усиления Γ на частоте $\omega_* = \omega_{u,r}$ (ср. (7) и (8)). Тем не менее, прямых доказательств, основанных на количественных результатах, изложенная выше гидродинамическая теория ЛСЭ-усилителя по данному вопросу не дает.

В заключение настоящего раздела заметим, что дополнительный интерес к рассматриваемому вопросу

стимулирует известный факт обращения в нуль на частоте $\omega_* = \omega_{u,r}$ интенсивности вынужденного излучения относительно короткого магнитотормозного ЛСЭ-автогенератора, возбуждаемого моноэнергетическим, предварительно немодулированным потоком электронов.

Последний результат был получен ранее несколькими методами [20, 30, 31], включая суммирование магнитотормозных потерь индивидуальных электронов [30]. Однако сам факт различия положений максимумов интенсивности вынужденного излучения ЛСЭ-усилителя и ЛСЭ-автогенератора на оси частот при этом не обсуждался. Ниже (см. раздел 3.4) объяснение этого различия будет дано на основе анализа специфики механизмов индуцированного взаимодействия электронов пучка с излучаемыми ими полями ОИ.

Резюмируя изложенное, следует заключить, что для полного выяснения условий и количественных закономерностей реализации механизмов вынужденного когерентного радиационного взаимодействия пучка электронов с ондулятором в SASE-режиме, а также объяснения физической природы этих механизмов необходим переход от моделирования пучка электронов потоком непрерывной жидкости к моделированию его потоком точечных электронов. Излагаемые ниже методический аппарат и аналитические результаты самосогласованной корпускулярной (кинетической) теории магнитотормозного ЛСЭ-усилителя обобщают материалы опубликованных ранее работ данного направления.

3. Корпускулярная теория магнитотормозного ЛСЭ-усилителя

3.1. Физическая модель и общая схема метода анализа

Физическая модель неравновесной системы пучок-ондулятор, рассматриваемая в данном разделе, полностью идентична исследованной выше. А именно, мы по-прежнему считаем, что пучок электронов моноэнергетический и пространственно однородный и что магнитное поле ондулятора описывается формулой (1).

Точно такой же является и конечная цель: расчет функциональной зависимости коэффициента усиления от внешних параметров системы. Единственное отличие состоит в используемом для этой цели методе. Отказавшись от моделирования пучка непрерывной жидкостью, мы будем представлять его потоком точечных электронов, движущихся в суммарном поле ондулятора (1) и результирующем поле ОИ всех индивидуальных электронов пучка.

Следуя [56, 57], мы сначала опишем в дипольном приближении явный вид конфигурации поля одиночного электрона (см. раздел 3.2), а затем найдем аналитические асимптотики действующей на пучок продольной силы суммарного ОИ всех электронов. Далее мы получим и решим аналитически уравнения движения электронов пучка под действием этой силы (см. раздел 3.3), вычислив коэффициент усиления.

3.2. Картина поля релятивистского электрона в спиральном ондуляторе

Пусть электрон с номером s влетает в начальный момент времени t_s в ондулятор при $z = 0$ и движется в положительном направлении оси Oz в поле (1). Траектория

электрона будет иметь вид

$$\mathbf{R}_s(\mathbf{r}, t; q_s) = \mathbf{r}_s + a_w \left[\mathbf{e}_y \cos(k_w z) - \mathbf{e}_x \sin(k_w z) \right] + \mathbf{e}_z z_s(\tau, q_s). \quad (10)$$

Здесь (для электрона) $\mathbf{r}_s \equiv \mathbf{e}_x x_s + \mathbf{e}_y y_s$ — радиус-вектор в плоскости $z = 0$ (при $t = t_s$); $\mathbf{q}_s \equiv (\mathbf{r}_s, t_s)$ — совокупность входных параметров; $\mathbf{R}_s \equiv \mathbf{e}_x X_s + \mathbf{e}_y Y_s + \mathbf{e}_z Z_s$ — лагранжева траектория (причем $Z_s(\tau, q_s) \equiv v_0 \tau + \Delta(\tau, q_s)$, $\tau \equiv t - t_s$ — лагранжево время, $\Delta(\tau, q_s)$ — продольное смещение электрона относительно его равновесной траектории $v_0 \tau$, обусловленное влиянием излучаемого поля, $\Delta(0, q_s) = 0$); $a_w \equiv \omega_w / k_w^2 v_0 \gamma_0$ (где $\omega_w \equiv |e| H_0 / m_0 c$, $\gamma_0 \equiv (1 - v_0^2/c^2)^{-1/2}$, $|e|$ и m_0 — абсолютная величина заряда и масса покоя электрона соответственно).

Требуется установить в явном аналитическом виде функциональные зависимости картины поля электрона от внешних параметров системы: \mathbf{r}_s , γ_0 , $p \equiv |e| H_0 D / 2 \pi m_0 c^2$.

3.2.1. Конфигурация полного поля релятивистского электрона. Рассмотрим явный вид поля, создаваемого электроном при его движении по траектории (10). В качестве исходных выберем выражения для полей запаздывающих потенциалов точечного заряда, который движется со скоростью $\mathbf{v}(t)$ и ускорением \mathbf{v} (см. [91]):

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{e}{(R' - \beta' R')^3} \left\{ (1 - \beta'^2) (\mathbf{R} - \beta' \mathbf{R}') + \frac{1}{c^2} \left[\mathbf{R}' \left((\mathbf{R}' - \beta' \mathbf{R}'), \dot{\mathbf{v}}' \right) \right] \right\}, \quad (11a)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \frac{[\mathbf{R}', \mathbf{E}]}{R'}, \quad (11b)$$

$$t' + \frac{R'}{c} = t, \quad \mathbf{R}' \equiv \mathbf{r} - \mathbf{R}_s(t', q_s), \quad (11b)$$

где штрихами отмечены функции запаздывающего времени t' .

Первое слагаемое в (11a) при $R' \rightarrow \infty$ убывает обратно пропорционально R^2 и остается конечным при $c \rightarrow \infty$. Отсюда следует, что это слагаемое описывает квазистатистическое поле равномерно движущегося заряда, соответствующее потенциалам Лиенара-Вихерта (см. [91]).

Второе слагаемое в (11a), убывающее на бесконечности как амплитуда сферически расходящейся волны и пропорциональное ускорению заряда, описывает поле тормозного излучения заряда, обусловленного его ускоренным движением [91].

В общем случае формулы (11) громоздки и малоприменимы для практического использования ввиду сложности определяемых ими функциональных зависимостей запаздывающего времени t' и радиус-вектора \mathbf{R}' от четырехмерной эйлеровой координаты точки наблюдения (\mathbf{r}, t) . Поэтому мы воспользуемся рядом дополнительных предположений, позволяющих существенно упростить указанные зависимости.

Прежде всего ограничимся рассмотрением ультрарелятивистских энергий заряда ($\gamma_0^2 \gg 1$). Кроме того, будем исследовать конфигурацию поля (11) в дипольном приближении (когда выполнено сильное неравенство $p \equiv |e| H_0 D / 2 \pi m_0 c^2 \ll 1$) и искать явные зависимости

правых частей от координат \mathbf{r} , \mathbf{r}_s и времени t методом итераций по малому параметру p .

В этих условиях основной вклад в поле ЭМИ, создаваемое зарядом в ондуляторе, вносят линейные по параметру p слагаемые. Учитывая относительную малость этого параметра, представим вектор \mathbf{R}' в (11) в виде двух слагаемых. Первое из них вычислим в нулевом приближении по p , соответствующем равномерному прямолинейному движению заряда вдоль оси ондулятора. Второе (линейное по p) слагаемое обусловлено ускоренным поперечным движением заряда в ондуляторе.

С учетом вышесказанного исходное уравнение примет вид

$$\mathbf{R}' - \beta_0 \mathbf{R}' = \mathbf{R}'_s(t, q_s). \quad (12a)$$

Решение его относительно параметра $\mathbf{R}' \equiv |\mathbf{r} - \mathbf{R}_s(t', q_s)|$ с точностью до линейных по p слагаемых дает

$$R' = \gamma_0^2 [(\beta_0 \mathbf{R}_0) + R_*] - \frac{\rho a_w}{R_*} \sin \chi. \quad (12b)$$

Здесь введены обозначения:

$$R_* \equiv \left((\delta z)_s^2 + \frac{\rho^2}{\gamma_0^2} \right)^{1/2}, \quad (\delta z)_s \equiv z - Z_s(\tau, q_s),$$

$$\chi \equiv \varphi - \vartheta, \quad \vartheta \equiv k_w z_0 = k_w \left\{ z - \gamma_0^2 [(\delta z)_s + \beta_0 R_*] \right\},$$

$$\rho \equiv \left[(x - x_s)^2 + (y - y_s)^2 \right]^{1/2},$$

$$\varphi = \arctan \frac{y - y_s}{x - x_s},$$

$$\mathbf{R}_0(\tau) = \mathbf{e}_x(x - x_s) + \mathbf{e}_y(y - y_s) + \mathbf{e}_z(\delta z)_s.$$

Подставляя (12a), (12b) и выражение для скорости в правую часть (11a) и разлагая в ряд по малому параметру p , получаем явный вид полного поля движущегося электрона в ондуляторе в виде двух слагаемых. Одно из них описывает поле излучения заряда ("r"), а второе — его квазистатическое поле ("c"):

$$\begin{aligned} \mathbf{E}^{(r)}(\mathbf{r}, t; q_s) = & \frac{|e|\beta_\perp}{R_*} \left\{ \frac{\rho \mathbf{R}_0}{R_*^2 \gamma_0^2} \left[\frac{3}{R_*} \cos \chi + \right. \right. \\ & + k_0 \left(1 - \frac{3}{(k_0 R_*)^2} \right) \sin \chi \Big] - \\ & - \operatorname{Re}[(\mathbf{e}_x - i\mathbf{e}_y) \exp(i\vartheta)] \times \\ & \times \left[\frac{1}{R_*} \left(1 + \beta_0 \frac{(\delta z)_s}{R_*} \right) + \right. \\ & \left. \left. + ik_0 \left(1 + \beta_0 \frac{(\delta z)_s}{R_*} - \frac{1}{(k_0 R_*)^2} \right) \right] \right\}, \quad (13a) \end{aligned}$$

$$\mathbf{E}^{(c)}(\mathbf{r}, t; q_s) = -\frac{|e|\mathbf{R}_0}{R_*^3 \gamma_0^2}, \quad (13b)$$

где $\beta_\perp \equiv v_\perp/c = p/\gamma_0$, $k_0 \equiv k_w \beta_0 \gamma_0^2$.

Для заряда с начальными координатами $t = t_s$, $x = x_s$, $y = y_s$, $z = 0$, инжектируемого в область $z > 0$, асимптотики полей (13) справедливы только в области влияния поля запаздывающего излучения заряда, определяемой неравенством $c(t - t_s) > (z^2 + \rho^2)^{1/2}$.

Таким образом, структура поля (13) учитывает конечное время распространения фронта собственного поля заряда, которое отлично от нуля только в точках

наблюдения, расположенных до границы области влияния поля, определяемой равенством $(z^2 + \rho^2)^{1/2} = c(t - t_s)^4$.

Как следует из (13a), фаза поля ϑ , излучаемого зарядом в направлении оси его спиральной траектории в ондуляторе ($z > Z_s$, $\rho = 0$, $\Delta = 0$), является линейной функцией эйлеровой координаты z точки наблюдения и эйлерового времени t :

$$\vartheta(z > Z_s, \rho = 0) = \omega_+ \left(t - t_s - \frac{z}{c} \right). \quad (14)$$

Это значит, что поле излучения вперед на этой оси имеет вид плоской волны с частотой

$$\omega_+ \equiv \frac{k_w v_0}{1 - \beta_0}, \quad (14a)$$

длиной волны

$$\lambda_+ \equiv D \frac{1 - \beta}{\beta_0} \approx \lambda_{u.r} = \frac{D}{2\gamma_0^2}$$

и фазовой скоростью, равной скорости света c :

$$v_{ph}^{(+)} = \frac{\omega_+}{k_+} = c, \quad k_+ \equiv \frac{\beta_0}{1 - \beta_0} k_w. \quad (14b)$$

Формулы (13a) и (13b) определяют также фазу, частоту и фазовую скорость волны поля излучения заряда назад ($z < Z_s$, $\rho = 0$):

$$\vartheta(z < Z_s, \rho = 0) = \omega_- \left(t - t_s + \frac{z}{c} \right), \quad (15)$$

$$\omega_- \equiv \frac{k_w v_0}{1 + \beta_0} \approx \frac{\omega_+}{4\gamma_0^2}, \quad (15a)$$

$$v_{ph}^{(-)} = -\frac{\omega_-}{k_-} = -c, \quad k_- \equiv \frac{\beta_0}{1 + \beta_0} k_w. \quad (15b)$$

Кроме того, из формул (13) видно, что с ростом расстояния ρ от оси траектории заряда создаваемые им поля убывают в γ_0 раз медленнее, чем вдоль оси. Отсюда, в частности, следует, что характерный размер области влияния поля (в которой заряд может излучать когерентно со своими соседями) в поперечном направлении оказывается в γ_0 раз большим, чем в продольном.

3.2.2. Конфигурация поля излучения. Как следует из (10), траектория электрона в ондуляторе представляет собой спираль с радиусом a_w и периодом D . Поэтому для анализа топографии поля излучения электрона удобно воспользоваться цилиндрической системой координат, ось Oz которой совпадает с осью его спиральной орбиты: $x = x_s + \rho \cos \varphi$, $y = y_s + \rho \sin \varphi$. Поперечные координаты электрона в этой системе, согласно (10), примут вид

$$\rho_s = a_w, \quad \varphi_s(\tau, q_s) = k_w Z_s(\tau, q_s) + \frac{\pi}{2}, \quad v_{\varphi s} = v_\perp. \quad (16)$$

Преобразование правых частей (13a), а также соответствующего выражения для \mathbf{H} (см. (11b)) в эту систему координат дает выражения для компонент поля, опреде-

⁴ Строго говоря, последнее утверждение справедливо в случае, когда на входе в ондулятор рождается электрон-позитронная пара, и появившийся электрон затем начинает двигаться вдоль оси ондулятора. В этом случае и поле электромагнитного излучения заряда, и его квазистатическое поле характеризуются общей границей области влияния $c(t - t_s) > (z^2 + \rho^2)^{1/2}$.

ляющих радиационные потери энергии заряда:

$$H_{\rho}^{(r)} = -\frac{|e|\beta_{\perp}}{R_*} \left[\frac{1}{R_*} \left(\beta_0 + \frac{(\delta z)_s}{R_*} \right) \sin \chi - k_0 \left(\beta_0 + \frac{(\delta z)_s}{R_*} - \frac{\beta_0}{(k_0 R_*)^2} \right) \cos \chi \right], \quad (17a)$$

$$E_{\varphi}^{(r)} = \frac{|e|\beta_{\perp}}{R_*} \left[\frac{1}{R_*} \left(1 + \beta_0 \frac{(\delta z)_s}{R_*} \right) \sin \chi - k_0 \left(1 + \beta_0 \frac{(\delta z)_s}{R_*} - \frac{1}{(k_0 R_*)^2} \right) \cos \chi \right], \quad (17b)$$

$$E_z^{(r)} = \frac{|e|\beta_{\perp}\rho}{R_*^3\gamma_0^2} (\delta z)_s \left[\frac{3}{R_*} \cos \chi + k_0 \left(1 - \frac{3}{(k_0 R_*)^2} \right) \sin \chi \right]. \quad (17b)$$

Следует подчеркнуть, что формулы (17), так же как и исходные формулы (13), полученные в линейном приближении по параметру $\rho \ll 1$, применимы в равной степени как в ближней, так и в дальней зонах поля излучения. Из этих формул, в частности, следует, что продольная компонента электрического поля излучения $E_z^{(r)}$ обращается в нуль в точке $z = Z_s(\tau, q_s)$, где находится заряд ($(\delta z)_s = 0$).

Для определения поперечных полей излучения в точке $z = Z_s(\tau, q_s)$ вычислим с помощью (12в) значение фазы $\chi(z = Z_s) = \pi/2 + \gamma_0^2 k_w R_*$. Разложение затем содержащих эту фазу полей $E_{\varphi}^{(r)}$ и $H_{\rho}^{(r)}$ в (17) в ряды по R_* при $\gamma_0^2 k_w R_* \ll 1$ в дипольном приближении дает явные выражения для амплитуд поперечных полей излучения в точке, где находится заряд:

$$E_{\varphi}^{(r)}(z = Z_s, \rho = a_w) = \frac{2}{3} |e|\beta_{\perp} k_w^2 \beta_0^2 \gamma_0^4 = \frac{2}{3} |e|\beta_{\perp} k_0^2, \\ H_{\rho}^{(r)}(z = Z_s, \rho = a_w) = -\beta_0 E_{\varphi}^{(r)}(z = Z_s, \rho = a_w). \quad (18)$$

Как следует из формул (18), скорость изменения энергии заряда, обусловленного его радиационными потерями,

$$\left(\frac{dE^{\text{rad}}}{dt} \right)_1 \equiv -|e|(\mathbf{v} \cdot \mathbf{E}) = -|e|v_{\varphi} E_{\varphi}(z = Z_s, \rho = a_s) = \\ = -\frac{2}{3} c(r_0 H_w \beta_0 \gamma_0)^2 \quad (18a)$$

и соответствующая эффективная амплитуда действующей на заряд силы радиационного трения (продольной силы торможения излучением)

$$(F_z^{\text{rad}})_1 \equiv \frac{v_0}{c^2} \left(\frac{dE^{\text{rad}}}{dt} \right)_1 = -\frac{2}{3} e^2 \beta_{\perp}^2 k_w^2 \beta_0^3 \gamma_0^4 \quad (18b)$$

совпадают с соответствующими классическими результатами (см., например, [91, 95, 98]).

3.3. Усиление поля ондуляторного излучения моноэнергетического пучка электронов

По известной структуре поля ОИ индивидуального электрона можно найти суммарное поле ОИ потока электронов, действующее на каждый излучатель. В общем случае суммарное поле будет зависеть как от параметров самого пучка, так и от выбора конкретного режима работы ЛСЭ.

При определенных ограничениях на параметры пучка полное поле ОИ потока электронов и определяемая этим полем продольная группирующая сила могут быть вычислены в явном аналитическом виде. При этом ввиду сложности структуры продольной силы (см. ниже) целесообразно ограничиться рассмотрением строго моноэнергетического нерасходящегося пучка, а также отдельно исследовать предельные случаи пучков большой и малой интенсивности.

Соответствующий безразмерный параметр интенсивности пучка был определен выше как число его частиц в кубе с длиной стороны, равной длине излучаемой волны в системе покоя пучка: $Q' \equiv n_0' \lambda_{u.r}^3$, где n_0' — объемная плотность частиц пучка в этой системе. Будучи скаляром, число Q' не зависит от выбора системы отсчета и следующим образом выражается через параметры пучка и излучения в лабораторной системе:

$$Q' = Q = n_0 \gamma_0^2 \lambda_{u.r}^3 = n_0 \frac{D^3}{8\gamma_0^4}.$$

3.3.1. Продольная сила полного поля магнитотормозного излучения электронов пучка. Полная сила Лоренца в точке \mathbf{r} в момент времени t равна сумме сил, действующих со стороны полей индивидуальных излучателей:

$$\mathbf{F}^{(\text{tot})}(\mathbf{r}, t) \equiv \sum_s \mathbf{F}^{(b)}(\mathbf{r}, t; q_s). \quad (19)$$

Здесь суммирование по s в правой части распространяется только на те электроны, в область влияния которых попадает рассматриваемая точка \mathbf{r} .

Для дальнейшего представляет интерес только продольная компонента полной силы Лоренца, обеспечивающая группировку электронов в когерентно излучающие сгустки (при $Q \gg 1$). В эйлеровых переменных продольная сила, с которой излучатель с номером s действует на движущийся электрон, имеющий координату \mathbf{r} в момент времени t , имеет вид

$$F_z^{(b)}(\mathbf{r}, t; q_s) = -|e| \left\{ E_z(\mathbf{r}, t; q_s) - \beta_{\perp} \text{Re} [H_y(\mathbf{r}, t; q_s) + iH_x(\mathbf{r}, t; q_s)] \exp(ik_w z) \right\}. \quad (19a)$$

Продольное электрическое поле E_z в (19a) определяется формулой (13a), а выражение для поперечного магнитного поля $H_y + iH_x$ можно получить, используя формулы (13a) и (11b):

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}^{(r)} + \mathbf{H}^{(c)}, \\ H_y^{(r)}(\mathbf{r}, t; q) + iH_x^{(r)}(\mathbf{r}, t; q) = -|e|\beta_{\perp} [\exp(-i\vartheta)] \times \\ \times \left\{ \frac{1}{R_*^2} \left(\beta_0 + \frac{(\delta z)_s}{R_*} \right) - \frac{ik_0}{R_*} \left(\beta_0 + \frac{(\delta z)_s}{R_*} - \frac{\beta_0}{(k_0 R_*)^2} \right) + \right. \\ \left. + \frac{i\beta_0 \rho^2 k_0}{2R_*^3 \gamma_0^2} \left[1 - \frac{3}{(k_0 R_*)^2} + \frac{3i}{k_0 R_*} - \left(1 - \frac{3}{(k_0 R_*)^2} - \frac{3i}{k_0 R_*} \right) \exp(-2i\chi) \right] \right\}, \quad (20a)$$

$$H_y^{(c)}(\mathbf{r}, t; q_s) + iH_x^{(c)}(\mathbf{r}, t; q_s) = -\frac{|e|\beta_0 \rho}{R_*^3 \gamma_0^2} \exp(-i\varphi), \quad (20b)$$

где сохранены те же обозначения, что и в разделе 3.2.

Как видно из приведенных формул, в общем случае конфигурация продольной группирующей силы потока

моноэнергетических излучателей является достаточно сложной. Именно по этой причине результат суммирования в правой части (19) существенно зависит не только от средней объемной плотности излучателей-электронов и деталей их распределения в пространстве (при относительно малых значениях объемной плотности), но и от конкретного выбора исследуемого режима работы ЛСЭ. Ниже мы рассмотрим предельные случаи пучков большой и малой интенсивности.

а) *Интенсивный пучок электронов* ($Q \gg 1$). В этом предельном случае среднее расстояние между частицами пучка значительно меньше длины волны поля ОИ и в формуле (19) можно перейти от суммирования к интегрированию:

$$F_z^{(\text{tot})}(\mathbf{r}, t) = \int dt_s \int_{-\infty}^{\infty} dx_s \int_{-\infty}^{\infty} dy_s j_0(\mathbf{r}_s, t_s) \times \\ \times F_z^{(b)}(\mathbf{r}, t; q_s) \Theta[z - Z_s(\tau, q_s)]. \quad (21)$$

Если, кроме того, плотность потока излучателей j_0 в пространстве их входных параметров не зависит от поперечных координат x_s и y_s (излучатели расположены аксиально-симметрично относительно точки наблюдения излучения), то интегрирование по декартовым координатам в (21) сводится к интегрированию по введенным выше цилиндрическим координатам ρ и φ :

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx_s \int_{-\infty}^{\infty} dy_s = \int_0^{\infty} \rho d\rho \int_0^{2\pi} d\varphi \dots$$

Производя эту замену в выражении (21) для полной группирующей силы с учетом (19а), а также вида полей (17в), (20а), (20б), можно показать, что полное продольное электрическое поле $E_z^{(\text{tot})}$ обращается в нуль, так как его квазистатическая часть ("с") антисимметрична относительно продольной координаты источника⁵, а излучательная часть ("г"), кроме того, обращается в нуль в результате усреднения по углу φ (см. формулу (17в) для $E_z^{(r)}$).

По той же причине не даст вклада в (21) и квазистатическая часть поперечной компоненты магнитного поля. Отсюда следует, что группировку частиц пучка в когерентные сгустки обеспечивает только магнитная составляющая суммарного поля ОИ электронов пучка.

Заметим, что определяющая роль магнитной составляющей силы Лоренца при группировке частиц пучка в ондуляторе в когерентные сгустки хорошо известна для случая, когда конфигурация группирующего поля излучения предполагается заданной и имеет вид плоской поперечной ЭМВ (см., например, [30, 41, 71]). Отказавшись от этого предположения, мы рассматриваем группировку частиц пучка полем их собственного ОИ и, таким образом, получаем возможность исследования той области параметров пучка, в которой поле ЭМИ испускают электроны пучка.

В рассматриваемом предельном случае инъекции однородного по сечению интенсивного пучка магнитная составляющая полного поля ОИ зарядов формирует продольную группирующую силу

$$F_z^{(\text{tot})}(\mathbf{r}, t) = |e|\beta_{\perp} \text{Re} \int dt_s \int_0^{\infty} \rho d\rho \int_0^{2\pi} d\varphi j_0(t_s) \times \\ \times [H_y^{(r)}(\mathbf{r}, t; q_s) + iH_x^{(r)}(\mathbf{r}, t; q_s)] \exp(ik_w z) \times \\ \times \Theta[z - Z_s(\tau, q_s)] \Theta[c\tau - (z^2 + \rho^2)^{1/2}]. \quad (21a)$$

Первая и вторая ступенчатые функции Θ в (21а) определяют соответственно нижнюю ($t_s^{(\text{min})}$) и верхнюю ($t_s^{(\text{max})}$) границы области интегрирования по моментам влета частиц пучка в ондулятор при заданных координатах точки наблюдения z и t :

$$t_s^{(\text{min})}(z, t) = t - \frac{z}{v_0}, \quad t_s^{(\text{max})}(z, t) = t - \frac{z}{c}.$$

При этом верхний предел интегрирования по ρ зависит от продольной координаты точки наблюдения (z) и лагранжевого времени $\tau \equiv t - t_s$:

$$\rho_{\text{max}}(t, z) = (c^2\tau^2 - z^2)^{1/2}.$$

Подставляя в (21) магнитное поле излучения элементарного источника из (20), после интегрирования по ρ и φ с учетом ограниченности области влияния поля источника, получаем аналитическое выражение для продольной компоненты силы Лоренца когерентного излучения частиц пучка:

$$F_z^{(\text{tot})}(z, t) = -4\pi e^2 \beta_{\perp}^2 \gamma_0^2 \int_{t-z/v_0}^{t-z/c} dt_s j_0(t_s) \times \\ \times \cos[k_m(z - v_0\tau - \Delta)], \quad (21б)$$

$$k_m \equiv k_+ + k_w = \frac{\omega_m}{v_0} \approx 2\gamma_0^2 k_w.$$

Для дальнейшего упрощения правой части формулы (21б) необходимо конкретизировать вид функции распределения потока частиц на входе в ондулятор по времени влета t_s . Ниже мы остановимся на анализе группирующей силы (21б) в режиме усиления регулярного внешнего сигнала (amplification mode).

В этом режиме пучок на входе в ондулятор гармонически промодулирован по плотности на частоте модуляции ω_m , которую мы будем считать равной частоте излучения электрона в ондуляторе вперед ω_+ (см. (14а)):

$$j_0(t_s) = j_0 \left\{ 1 + \text{Re} [h(0) \exp(-i\omega_m t_s)] \right\}, \\ \omega_m \equiv k_m v_0 = \omega_+. \quad (22a)$$

Здесь $j_0 \equiv n_0 v_0$, $h(0)$ — безразмерная глубина модуляции пучка по плотности на входе в ондулятор в данном режиме, обеспечиваемая заданным внешним источником ($|h(0)| \ll 1$).

При наличии гармонической начальной группировки частиц в когерентные сгустки, поле их ОИ будет модулировать продольные смещения электронов-излучателей на той же частоте ω_m :

$$\Delta(\tau, t_s) = \text{Re} [a(z) \exp(-i\omega_m t_s)]. \quad (22б)$$

⁵ Здесь мы предполагаем интенсивность пучка ограниченной сверху настолько, что можно пренебречь продольными полями поляризационных колебаний пучка. В терминах теории рассеяния (см., например, [44, 70]) мы не рассматриваем случай рамановского рассеяния.

Подстановка (22а) и (22б) в (21б) и пренебрежение быстроосциллирующими (с частотой ω_m) слагаемыми под интегралом (21б), в линейном приближении ($k_m a \ll 1$) дают для полной группирующей силы выражение

$$F_z^{(\text{tot})}(z, t) = -\pi e^2 \beta_\perp^2 n_0 \operatorname{Re} \left[\exp(i\varphi_1) \int_0^z dz' f(z') \right],$$

$$\varphi_1 \equiv k_m z - \omega_m t. \quad (23)$$

В формуле (23) введено обозначение $f(z) \equiv h(0) - ik_m a$. Как видно из определения функции $f(z)$, она равна сумме глубин модуляции пучка на входе в ондулятор ($h(0)$) и в объеме последнего под действием поля излучения ($ik_m a(z)$, $a(0) = 0$). Отсюда следует, что введенная функция $f(z)$ равна полной глубине модуляции пучка по плотности: $f(z) = h(z)$.

Таким образом, в рассматриваемом предельном случае достаточно интенсивного пучка, когда среднее квадратичное расстояние между его частицами оказывается существенно меньше длины излучаемой волны, суммарная группирующая сила когерентного ОИ частиц пучка имеет вид плоской волны, бегущей с фазовой скоростью, равной невозмущенной скорости пучка (ср. [47, 48]):

$$F_z^{(\text{tot})}(x, t) = A(z) \cos \varphi_1(z, t), \quad (23a)$$

$$A(z) \equiv \frac{3}{\pi} (F_z^{(\text{rad})})_1 \int_0^{z/D} d\zeta h(\zeta) Q. \quad (23б)$$

Здесь для простоты физической трактовки результатов мы выразили амплитуду группирующей силы $A(z)$ через силу радиационного трения дипольного ОИ одиночного электрона $(F_z^{(\text{rad})})_1$ (см. (18б)), а также перешли к безразмерной переменной $\zeta = z/D$ под интегралом.

В результате оказывается очевидным, что именно эффект когерентности ОИ электронов интенсивного пучка ($Q \gg 1$) обеспечивает повышение скорости их группировки в когерентно излучающие сгустки и соответствующее сокращение длины радиационной релаксации пучка в ондуляторе.

При этом рост амплитуды группирующей силы за счет когерентного сложения полей излучения индивидуальных электронов в пределах каждого когерентного сгустка учитывает множитель $h(\zeta)Q$ в правой части (23б). В свою очередь, описываемый интегралом по продольной координате рост правой части этой формулы учитывает эффект когерентного сложения полей излучения последовательности сгустков, следующих за рассматриваемым [47, 48].

Что же касается фазы φ_1 силы (23), то она соответствует волне, бегущей вдоль оси ондулятора со скоростью $v_{ph} \equiv \omega_m/k_m$, равной продольной скорости пучка v_0 . Именно поэтому данная сила обеспечивает группировку частиц пучка в когерентные сгустки механизмом автофазировки Векслера–Макмиллана [92, 93, 74], оправдывая свое название группирующей.

б) *Пучок малой интенсивности* ($Q \ll 1$). В этом предельном случае замена суммирования в правой части (19) интегрированием не допустима, равно как и предположение об отсутствии зависимости функции $j_0(\mathbf{r}_s, t_s)$ от поперечных координат \mathbf{r}_s . При этом в правой части (20а) достаточно удержать лишь те слагаемые,

которые наиболее медленно спадают с ростом расстояния между частицами пучка (т. е. обратно пропорционально этому расстоянию).

Соответствующая асимптотика группирующей силы в рассматриваемом предельном случае имеет вид

$$F_z^{(b)}(\mathbf{r}, t; q_s) = -e^2 \beta_\perp^2 \frac{k_0}{R_*} \left\{ \left(\beta_0 + \frac{(\delta z)_s}{R_*} \right) \sin \psi_s - \right. \\ \left. - 2 \frac{\beta_0 \rho_s^2}{R_*^2 \gamma_0^2} \left[\sin \psi_s + \sin(\psi_s + 2\varphi - 2k_w z) \right] \right\},$$

$$\psi_s \equiv k_w z - \vartheta = k_w \gamma_0^2 \left[(\delta z)_s + \beta_0 R_* \right]. \quad (24a)$$

Как следует из общего вида зависимости функции R_* от ρ , для всех электронов с номером s , движущихся в общей трубке когерентности⁶ с рассматриваемым, можно считать малым отношение ρ/γ_0 по сравнению с характерным средним расстоянием $d_{||}$ между их продольными координатами:

$$\frac{(\rho_{ps}^2)^{1/2}}{\gamma_0} \leq d_{||} \equiv \langle (Z_p - Z_s)^2 \rangle^{1/2}.$$

Здесь угловыми скобками обозначена операция статистического усреднения по всем возможным значениям индексов s и p , а также введено обозначение $\rho_{ps} = [(x_p - x_s)^2 + (y_p - y_s)^2]^{1/2}$.

В этих условиях правая часть (24а) приобретает наиболее простой вид для силы, с которой электрон с номером s действует на электрон с номером p :

$$F_z^{(b)}(\mathbf{R}_p, \mathbf{R}_s) = -\frac{e^2 \beta_\perp^2 k_0}{|\delta z_{ps}|} \left[\beta_0 + \operatorname{sgn}(\delta z)_{ps} \right] \sin \psi_s,$$

$$(\delta z)_{ps} \equiv Z_p - Z_s. \quad (24б)$$

Для дальнейшего анализа определяющее значение имеет оценка отношения модуля правой части формулы (24б) к амплитуде действующей на каждый электрон силы радиационного трения $|F_z^{(\text{rad})}|_1$ (см. (18б)):

$$\left| F_z^{(b)}(\mathbf{R}_p, \mathbf{R}_s) \right| \approx \frac{\lambda_0}{d_{||}} |F_z^{(\text{rad})}|_1. \quad (24)$$

Из приведенного выше определения числа частиц в когерентном сгустке Q следует равенство $\lambda_0/d_{||} \approx Q$. Подставляя эту оценку в правую часть (24), легко убедиться в том, что в предельном случае пучка малой интенсивности, когда выполнено сильное неравенство $Q \ll 1$, амплитуда силы радиационного взаимодействия каждой пары электронов-излучателей оказывается существенно меньше действующей на каждый из них собственной силы торможения излучением из-за убывания поля обратно пропорционально расстоянию между излучателями в дальней зоне каждого из них (подробнее см. раздел 4).

Особо следует подчеркнуть, что в предельном случае $Q \ll 1$ последнее утверждение остается справедливым и при учете влияния когерентных соседей рассматриваемого излучателя. В самом деле, амплитуда группирующей

⁶ Трубка когерентности (областью когерентности в поперечном направлении) с рассматриваемым электроном мы называем цилиндр, имеющий радиус порядка $\lambda_0 \gamma_0 \approx D/4\pi \gamma_0$, и высоту, равную продольному размеру области влияния электрона, вдоль траектории которого расположена ось цилиндра.

щей силы (24б) убывает с ростом текущего номера соседа s , в то время как соответствующая фаза ψ_s меняется по случайному закону.

Отсюда следует, что на каждый электрон-излучатель действуют поля излучения лишь ограниченного числа соседей с соответственно малыми амплитудами, так что движение его определяется в основном силой собственного радиационного трения $(F_z^{(rad)})_1$, как того и следовало ожидать из физической природы рассматриваемого явления (см. раздел 1).

3.3.2. Динамика продольного движения частиц пучка. Перейдем к описанию коллективной радиационной неустойчивости моноэнергетического потока электронов в ондуляторе.

а) Большие значения объемной плотности пучка ($Q \gg 1$); режим усиления регулярного внешнего сигнала. Соответствующее силе (23а) уравнение продольного движения частиц пучка в эйлеровых переменных имеет вид

$$\hat{D}\tilde{p}_z = F_z^{(tot)}(z, t), \quad (25)$$

где введены обозначения:

$$\hat{D} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + v_0 \frac{\partial}{\partial z}, \quad \tilde{p}_z \equiv m_{||}\tilde{v}_z = m_0\tilde{v}_z\gamma_0.$$

В целях нахождения явного вида уравнения для амплитуды введем в (25) эйлеровы плотность $n_E(z, t)$ и скорость $v_E(z, t)$ частиц пучка:

$$\begin{aligned} n_E(z, t) &= n_0 + \tilde{n}(z, t) = \\ &= n_0 \left\{ 1 + \operatorname{Re} \left[h(z) \exp(i\varphi_1(z, t)) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (25a)$$

$$\begin{aligned} v_E(z, t) &= v_0 + \tilde{v}_z(z, t) = \\ &= v_0 \left\{ 1 + \operatorname{Re} \left[g(z) \exp(i\varphi_1(z, t)) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (25b)$$

Подстановка (25а) и (25б) в (25) и пренебрежение быстроосциллирующими (с частотой ω_m) слагаемыми дают интегро-дифференциальное уравнение, связывающее функции $g(z)$ и $h(z)$ (ср. [45, 47, 48]):

$$m_{||}v_0^2 \frac{dg}{dz} = (F_z^{(rad)})_{tot} = \frac{3}{\pi} Q (F_z^{(rad)})_1 \int_0^{\zeta} d\zeta' h(\zeta'). \quad (26a)$$

Учитывая соотношение между функциями $g(z)$ и $h(z)$, вытекающее из уравнения непрерывности

$$\frac{dh}{dz} + ik_m g = 0, \quad (26b)$$

получаем для $h(\zeta)$ уравнение в полных производных третьего порядка:

$$\left(\frac{d^3}{d\zeta^3} - i\kappa^3 \right) h(\zeta) = 0, \quad \kappa \equiv \frac{(4\pi^2 n_0 r_0 D^2 p^2)^{1/3}}{\gamma_0}. \quad (26)$$

Уравнение (26) описывает динамику нарастания амплитуды ВПЗ, обусловленного группировкой частиц пучка в сгустки полем их вынужденного (когерентного) излучения в ондуляторе. Легко видеть, что оно полностью соответствует результату (7а), полученному в том же приближении ($p^2 \ll 1, \gamma_0 \gg 1$) методами формализованной гидродинамической теории ЛСЭ.

б) Конечные значения параметра Q ($Q \gtrsim 1$); режим усиления собственного ОИ электронов пучка (SASE-режим). В этом режиме основным источником начального (усиливаемого) поля являются флуктуации плотности частиц пучка, образующие когерентные сгустки [84, 97, 98]. Поле излучения этих сгустков, в свою очередь, группирует в когерентные сгустки попадающие в область влияния поля другие частицы пучка, что и приводит в конечном счете к испусканию интенсивного вынужденного (когерентного) излучения.

Специфика данного режима состоит в том, что флуктуации плотности частиц пучка появляются случайным образом и не скоррелированы друг с другом не только от одной реализации токового импульса к другой, но и в пределах каждого импульса от одной трубки когерентности к другой.

Из вышесказанного следует, что для обеспечения полномасштабного количественного моделирования динамики движения частиц пучка в SASE-режиме необходимо подставлять в группирующую силу (19) поле излучения в виде (20а). В частности, только таким методом можно описать рассматриваемый режим вблизи порога вынужденного излучения (т. е. вблизи нижней границы длин волн когерентного магнитотормозного излучения), где среднеквадратичное число частиц в когерентном сгустке Q не слишком велико по сравнению с единицей.

Учитывая статистический характер ожидаемых результатов, расчеты необходимо производить для достаточно большого числа различных распределений частиц пучка в пространстве на входе в ондулятор. Такие расчеты могут быть выполнены только численными методами, реализация которых требует выбора конкретных значений параметров моделируемого эксперимента. Поэтому мы ограничимся здесь лишь указанием необходимой методической базы для расчетов — лагранжевой динамики частиц пучка в поле группирующей силы, описываемой формулами (19) и (20), а также приведенной выше оценкой порядка величины отношения модуля группирующей силы к модулю силы радиационного трения индивидуального электрона при $Q \ll 1$ (см. (24)).

3.4. Анализ физического содержания результатов

Итак, полномасштабным аналитическим моделированием динамики самосогласованного движения моноэнергетического потока точечных электронов в суммарном поле ОИ каждого из электронов мы показали следующее:

1. Группировка электронов пучка суммарным полем ОИ в когерентно излучающие сгустки имеет место только при выполнении сильного неравенства $Q \gg 1$, обеспечивающего функционирование неравновесной системы в режиме источника вынужденного когерентного ЭМИ (т. е. в режиме ЛСЭ).

2. Только при выполнении условия $Q \gg 1$ применим метод описания пучка потоком непрерывной жидкости, используемый в классической формализованной самосогласованной теории ЛСЭ. Об этом свидетельствует, в частности, совпадение коэффициента усиления на периоде ондулятора (7) с аналогичным результатом корпускулярной теории (26) не только по функциональным зависимостям от внешних параметров неравновесной системы, но и по численному коэффициенту.

3. Если сильное неравенство $Q \gg 1$ не выполнено, то взаимное когерентное усиление ОИ индивидуальных электронов пучка отсутствует и неравновесная система функционирует в режиме традиционного источника некогерентного ОИ.

Переходя к обсуждению методических аспектов вышеприведенных результатов, необходимо отметить те из них, которые обеспечивают аргументированные ответы на вопросы заключительной части раздела 2.3.

Прежде всего заметим, что определяющая роль фактора когерентности в механизме функционирования ЛСЭ была впервые постулирована в полуфеноменологической корпускулярной теории [47] (см. также [48]). Именно из требования количественного учета эффектов когерентности ОИ индивидуальных электронов (как в пределах сгустков, образуемых полем ОИ, так и между этими сгустками) исходные уравнения динамики продольного движения были выбраны в виде (23) с точностью до численного коэффициента порядка единицы ($C = 3/\pi$).

Поскольку уравнения (23) получены нами более общим методом непосредственного суммирования аналитических асимптотик полей ОИ индивидуальных электронов при $Q \gg 1$, то отсюда следует, что в этом предельном случае вышеизложенные физические соображения верны не только качественно, но и правильно учтены количественно в [47, 48].

Таким образом, именно эффект когерентности элементарных излучателей играет ключевую роль в обеспечении существенного роста амплитуды группирующей силы (23б) по сравнению с силой торможения излучением индивидуальных электронов в том же ондуляторе, необходимого для группировки электронов-излучателей в когерентно излучающие сгустки на относительно короткой длине ондулятора и функционирования неравновесной системы в режиме ЛСЭ.

Поскольку при $Q \ll 1$ группировка электронов-излучателей отсутствует, то сформулированное впервые в [47] равенство

$$Q' \equiv n_0' \lambda_{u,r}^3 = \frac{n_0 D^3}{8\gamma_0^4} = 1$$

действительно разделяет области значений внешних параметров системы пучок электронов-ондулятор, в которых она излучает вынужденное когерентное ОИ ($Q' \gg 1$, режим ЛСЭ) и некогерентное ОИ ($Q' \ll 1$, режим источника синхротронного излучения второго поколения).

По вопросу о роли ОИ индивидуальных электронов в механизме коллективного усиления ЭМИ в режиме ЛСЭ необходимо заметить следующее.

Определяющий вклад ОИ в формирование когерентно излучающих сгустков виден непосредственно из использованного выше рассмотрения, в котором, кроме ОИ индивидуальных электронов при $Q' \gg 1$, нет никаких иных источников формирования продольной группирующей силы (23). Именно поэтому положение максимума коэффициента усиления на оси частот (ср. (7) и (8), а также (26)) в точности соответствует частоте ОИ индивидуального электрона.

Что же касается причин отмеченного в разделе 2.3 обращения в нуль в точке максимума интенсивности вынужденного когерентного излучения ЛСЭ-автогенера-

тора, то эти причины физически обусловлены спецификой реализации в нем механизма вынужденного взаимодействия пучка электронов с вынужденно излучаемым ими полем ЭМИ. Ниже мы более подробно остановимся на указанной специфике, которая, насколько нам известно, до сих пор в литературе не обсуждалась.

Автогенераторы, нагруженные моноэнергетическими пролетными потоками электронов относительно малой интенсивности, достаточно хорошо изучены в теоретической микрорадиоволновой электронике (вплоть до расчетов пороговых токов и электронных КПД) для всех элементарных эффектов излучения движущихся зарядов, включая эффект Вавилова-Черенкова [60], а также магнитотормозное [20, 30, 46, 68] и переходное [19, 23, 38, 39] излучения.

Общими отличительными признаками автогенераторов, нагруженных моноэнергетическими, предварительно немодулированными потоками электронов, являются:

— наличие резонатора, в котором имеет место накопление энергии поля вынужденного (когерентного) излучения частиц пучка на одной из собственных частот резонатора ($\Omega_0' \equiv \text{Re } \Omega_0$);

— линейная зависимость инкремента нарастания амплитуды поля собственных колебаний резонатора ($\delta'' \equiv \text{Im } \Omega_0$) от полного тока пучка, проходящего через резонатор;

— немонотонная зависимость этого инкремента для черенковских, переходных и ЛСЭ-автогенераторов от угла θ фазового скольжения частиц пучка относительно поля возбуждаемого ими собственного колебания резонатора:

$$\delta'' = \frac{\Omega_0'}{\pi s} G^3 \frac{d}{d\theta} \left\{ \left[\frac{\sin(\theta/2)}{\theta/2} \right]^2 \right\} C. \quad (27)$$

В (27) введены обозначения: $\theta \equiv \Omega_0' L/v_0 - \pi s$, L — длина области взаимодействия, v_0 — скорость частиц пучка, s — номер продольной гармоники колебаний, G — хорошо известный параметр, равный коэффициенту усиления на длине волны (для систем с локальными эффектами излучения движущихся зарядов в области взаимодействия — черенковским или ондуляторным, например). В рассматриваемом нами магнитотормозном ЛСЭ-автогенераторе параметр G равен произведению числа периодов ондулятора $N_0 \ll N_{\max}$ на коэффициент усиления Γ_{\max} : $G \equiv N_0 \Gamma_{\max}$.

Что же касается множителя G в правой части (27), то он представляет собой безразмерную нормировочную константу, зависящую от формы радиального профиля плотности частиц пучка и конкретного вида элементарного эффекта излучения электронов пучка в объеме резонатора.

В соответствии с исходными физическими предположениями теории автогенераторов данного класса, приводящей к формулам типа (27), в рассматриваемых условиях параметр G мал по сравнению с единицей: $G \ll 1$. Из этого неравенства следуют два вывода относительно основных физических свойств процесса вынужденного коллективного радиационного взаимодействия электронов пучка с полем их ЭМИ в рассматриваемой неравновесной системе (пучок электронов + резонатор + среда, обеспечивающая замедление попутной волны собственных колебаний резонатора):

1. Непосредственно из (27) видно, что в предельном случае $G \ll 1$ инкремент δ'' оказывается существенно меньше характерного расстояния $\Delta\Omega \equiv \pi|v_g|/L$ между собственными частотами резонатора, соответствующим ближайшим соседним значениям номера продольной гармоники s (v_g — групповая скорость попутной волны на частоте Ω_0 , $v_g \approx v_0$):

$$\frac{\delta''}{\Delta\Omega} = \frac{\Omega_0 L}{\pi s |v_g|} G^3 \ll 1. \quad (27a)$$

Из (27a) следует возможность генерации в приборах данного класса квазимонохроматических электромагнитных колебаний. (По этой причине в литературе по теоретической микрорадиоволновой электронике такие приборы называют монотронами [60, 19].)

2. Из (27) также видно, что характерное время пролета электронов пучка через область взаимодействия $\tau_p \equiv L/v_0$ в данной системе оказывается существенно меньше времени нарастания амплитуды поля собственных колебаний резонатора $\tau_f \equiv 1/\delta''$:

$$\frac{\tau_p}{\tau_f} \approx G^3 \ll 1. \quad (27b)$$

Из (27b) следует, что основная часть рабочей длины импульса электронов пучка в автогенераторах данного класса вынужденно взаимодействует не с полем собственного когерентного излучения (как это имеет место в рассмотренном выше ЛСЭ-усилителе), а с полем излучения своих предшественников, накопленным в резонаторе. Последний в этих условиях синхронизирует фазы вынужденного излучения последовательно входящих в него порций предварительно немодулированного пучка, обеспечивая тем самым когерентность излучения даже для тех порций, которые удалены друг от друга на расстояние, существенно большее длины области взаимодействия L . Однако, для того чтобы такая синхронизация имела место, необходимо выполнение особых условий.

Дело в том, что механизм автофазировки Векслера-Макмиллана, обеспечивающий группировку частиц пучка в когерентно излучающие сгустки полем попутной волны, при строгом синхронизме частиц пучка с излучаемым ими полем ($v_{ph}^{(s)} \equiv \Omega_0 L / \pi s = v_0$) формирует сгустки в нулевой фазе указанной волны (где квадрат частоты фазовых колебаний положителен [92, 93, 45, 74]). В этой фазе частицы не могут обмениваться энергией с полем. Именно по этой причине, в частности, инкремент (27) в точке $\theta = 0$ обращается в нуль.

Для того чтобы сформированные сгустки могли отдавать свою кинетическую энергию полю излучения, они должны несколько обгонять волну группирующей силы их ОИ (см. (23)), накапливаемого в объеме резонатора, и смещаться из нулевой фазы поля волны в ее тормозящую фазу [45]. Только в тормозящей фазе сформированные сгустки излучают вынужденно (и когерентно со своими предшественниками), обеспечивая тем самым необходимый для развития неустойчивости рост амплитуды поля попутной ЭМВ. Последний, в свою очередь, повышает глубину модуляции последующих порций пучка, чем и реализуется положительная обратная связь в данной неравновесной системе.

В рассмотренном нами выше магнитотормозном ЛСЭ-усилителе (равно как и в черенковских МСЭ-усилителях типа ЛБВ; см. [94]) необходимое для реализации

указанного фазового скольжения сгустков электронов понижение фазовой скорости усиливаемой медленной ВПЗ обеспечивается автоматически соответствующим положительным пучковым сдвигом волнового числа ВПЗ: $\Delta k \equiv \kappa/2D$ (см. (7г)).

Что же касается относительно слаботочных ЛСЭ-автогенераторов, описываемых формулами типа (27), то в них основным источником фазового скольжения сгустков, необходимого для их перемещения в тормозящую фазу поля попутной волны собственных колебаний резонатора, является нарушение закона сохранения импульса взаимодействующих волн (4в) и отличие соответствующей частоты Ω'_0 от $\omega_{u.r.}$

Если скорость частиц пучка v_0 превышает фазовую скорость $v_{ph}^{(s)}$ биений попутной ЭМВ ("t") и волны накачки ("w"):

$$v_0 > v_{ph}^{(s)} \equiv \frac{\Omega_0}{k_t^{(s)}} + k_w, \quad (28a)$$

то соответствующий набег фазы θ за время пролета электрона через ондулятор положителен: $0 < \theta < 2\pi$. В этой области значений θ вблизи входа в ондулятор когерентные сгустки электронов формируются в нулевой фазе поля группирующей силы (23), и по мере приближения к выходу из ондулятора они сдвигаются в область тормозящих фаз этой силы.

Естественно, что слишком малые и слишком большие смещения дают малые вклады в результирующий инкремент (27). По этой причине наибольшей эффективности вынужденное ОИ электронов пучка при смещении достигает при условии $\theta = \theta_*$, $\approx 2,65$, когда правая часть (27) максимальна [30, 71, 74].

В этом случае соответствующая оптимальная частота ЛСЭ-автогенератора Ω_+ тем больше превышает частоту $\omega_{u.r.}$, чем короче длина ондулятора:

$$\Omega_+ = \omega_{u.r.} \left(1 + \frac{\theta_* D}{2\pi L} \right), \quad (28b)$$

а на длине области взаимодействия сгусток успевает опередить бегущую волну группирующей силы почти на половину длины этой волны.

Таким образом, различие оптимальных частот ЛСЭ-усилителя и ЛСЭ-автогенератора несколько не ставит под сомнение определяющую роль ОИ индивидуальных электронов в первом из них и физически обусловлено спецификой механизма реализации вынужденного (когерентного) ОИ длинноимпульсного пучка ($\tau_f \gg \tau_p$) в резонаторе второго.

4. Природа когерентного усиления ондуляторного излучения

Результаты предыдущего раздела демонстрируют факт существенного ослабления поля ОИ электронов пучка при переходе от области $Q \gg 1$ к области $Q \ll 1$. Однако из этих результатов непосредственно не видно, каким образом реализуется усиление поля ОИ индивидуальных излучателей при $Q \gg 1$ и по какому закону эффективность усиления спадает с уменьшением параметра Q .

Приведенное в разделе 3.4 объяснение причины спада эффективности усиления ослаблением степени когерентности элементарных излучателей фактически было аргу-

ментировано лишь ссылками на полуфеноменологическую теорию [47, 48]. Ниже будет дано описание физической природы и количественных закономерностей механизма когерентного радиационного взаимодействия электронов пучка друг с другом как в пределах сгустков, формируемых группирующей силой (23), так и между сгустками.

4.1. Физическая модель и метод анализа проблемы

Целью настоящего раздела является обоснование выбора физической модели, соответствующей рассматриваемому процессу, а также метода ее теоретического описания.

Перейдем в систему отсчета, где моноэнергетический поток электронов покоится. Поле плоского ондулятора в рассматриваемом нами ультрарелятивистском случае ($\gamma_0 \gg 1$) близко к полю плоской ЭМВ. Поэтому процесс радиационного взаимодействия сгустков пучка с полем ондулятора в данной системе сводится к томпсоновскому рассеянию плоской ЭМВ на периодической последовательности неподвижных сгустков заряженных частиц.

Эффективность указанного взаимодействия естественно характеризовать степенью когерентности томпсоновского рассеяния, определив ее отношением полной интенсивности рассеянного излучения системы зарядов-рассеивателей к суммарной интенсивности рассеяния той же волны независимо каждым из индивидуальных зарядов, образующих рассматриваемую систему.

Конечной целью рассмотрения является установление функциональных зависимостей степени когерентности как от полного числа рассеивателей в сгустке и расстояний между ними в пределах индивидуальных сгустков, так и от периода следования таких сгустков.

Итак, рассмотрим сгусток из N идентичных точечных заряженных частиц, каждая из которых обладает зарядом q и массой m . Равновесное положение частицы в пространстве характеризуется вектором $\mathbf{r}_s \equiv \mathbf{e}_x x_s + \mathbf{e}_y y_s + \mathbf{e}_z z_s$, где s — номер частицы ($1 \leq s \leq N$). Пусть плоская линейно поляризованная ЭМВ с частотой ω_0 распространяется вдоль оси Oz , а ее электрическое поле параллельно оси Ox :

$$E_x(z, t) = E_0 \cos(\omega_0 t - k_0 z), \quad k_0 = \omega_0/c.$$

Найдем функциональные зависимости полной интенсивности рассеянного сгустком излучения от числа рассеивателей N и геометрических размеров сгустка, отнесенных к длине рассеиваемой волны $\lambda_0 \equiv c/\omega_0$.

4.2. Фактор когерентности

для полной интенсивности излучения

Определим фактор когерентности для полной интенсивности излучения как отношение полной интенсивности тормозного излучения (ТИ) сгустка $I_{\text{tot}}^{(N)}$ на частоте $\omega = \omega_0$ к сумме интенсивностей некогерентного ТИ образующих этот сгусток заряженных частиц $I_{\text{incoh}}^{(N)}$:

$$K_N \equiv \frac{I_{\text{tot}}^{(N)}}{I_{\text{incoh}}^{(N)}}, \quad (29)$$

где введены обозначения:

$$I_{\text{incoh}}^{(N)} = N I_{\text{incoh}}^{(1)} = N \frac{q^2 \omega_0^4 \alpha^2}{3c^3}, \quad \alpha \equiv \frac{qE_0}{m\omega_0^2}.$$

Полную мощность ТИ сгустка $I_{\text{tot}}^{(N)}$ определим как сумму радиационных потерь каждого из образующих сгусток зарядов-рассеивателей в суммарном поле торможения излучением всех его соседей:

$$I_{\text{tot}}^{(N)} = \sum_{s=1}^N \sum_{p=1}^N I_s^{(p)}. \quad (29a)$$

В формуле (29a) номера рассеивателей s и p принимают значения $1, 2, \dots, N$, а символом $I_s^{(p)}$ обозначена интенсивность излучения заряда с номером s в поле, которое создает в точке равновесия этого заряда \mathbf{r}_s его сосед, имеющий номер p :

$$I_s^{(p)} \equiv -q \left\langle \mathbf{V}_s(t) \mathbf{E}^{(p)}(\mathbf{r}_s, t) \right\rangle. \quad (29b)$$

Угловыми скобками в (29b) обозначена процедура усреднения по периоду поля рассеиваемой волны $T_0 \equiv 2\pi/\omega_0$, $\mathbf{V}_s(t)$ — колебательная скорость заряда с номером s в поле рассеиваемой им ЭМВ:

$$\mathbf{V}_s(t) = \omega_0 \alpha \sin(\omega_0 t - k_0 z), \quad (29b)$$

$\mathbf{E}^{(p)}(\mathbf{r}, t)$ — поле, создаваемое рассеивателем с номером p в точке наблюдения \mathbf{r} в момент времени t .

Определяемая формулами (29) интенсивность ТИ одиночного заряда в его собственном поле торможения излучением ($s = p$) дает хорошо известную в классической электродинамике интенсивность дипольного ТИ при томпсоновском рассеянии (см., например, [91]):

$$I_s^{(s)} = I_1^{(1)} \equiv \frac{q^2 \alpha^2 \omega_0^4}{3c^3}.$$

Как следует из формулы (11a) для поля ускоренно движущегося заряда, в рассматриваемых условиях правая часть (29) однозначно определяется полным числом рассеивателей N и их взаимным расположением в сгустке:

$$K_{\text{tot}}^{(N)} \equiv \sum_{s=1}^N \sum_{p=1}^N \frac{G_{sp}}{N} = 1 + \sum_{s=1}^N \sum_{p=1}^N \frac{G_{sp}(s \neq p)}{N}. \quad (30)$$

Здесь введены обозначения:

$$G_{sp} \equiv \frac{I_s^{(p)} + I_p^{(s)}}{2I_s^{(s)}} = 3 \left[\left(1 - 3 \frac{v_{sp}^{(x)2}}{v_{sp}^2} \right) v_{sp} \cos v_{sp} + \left(v_{sp}^2 - v_{sp}^{(x)2} - 1 + 3 \frac{v_{sp}^{(x)2}}{v_{sp}^2} \right) \sin v_{sp} \right] \frac{\cos v_{sp}^{(z)}}{2v_{sp}^3}, \quad (30a)$$

$$v_{sp} = k_0(\mathbf{r}_s - \mathbf{r}_p) = \mathbf{e}_x v_{sp}^{(x)} + \mathbf{e}_y v_{sp}^{(y)} + \mathbf{e}_z v_{sp}^{(z)}, \quad v_{sp}^2 \equiv (v_{sp}^{(x)}, v_{sp}^{(y)}, v_{sp}^{(z)}). \quad (30b)$$

4.3. Аналитические асимптотики

и численные расчеты фактора когерентности

В общем случае формула (30) сложна не только для аналитического исследования, но и для численных расчетов (ввиду сложности процедуры нумерации рассеивателей, особенно при большом их числе; $N \gg 1$). Поэтому представляет интерес рассмотрение сгустка, имеющего форму параллелепипеда со строго периодической последовательностью расположения рассеивателей вдоль направления каждого из ребер параллелепипеда, параллельных декартовым осям координат.

Обозначим полное число рассеивателей на ребре с номером $i = x, y, z$ символом n_i , а период их следования вдоль цепочки, параллельной данному ребру, — символом $d_2^{(i)}$. При этом полная длина соответствующего ребра $d_{\text{tot}}^{(i)} = (n_i - 1) d_2^{(i)}$, а полное число рассеивателей в сгустке N будет равно произведению чисел n_i : $N \equiv n_x n_y n_z$.

Выбор такой формы и структуры сгустка существенно упрощает не только общий вид правой части (30), но и обладает рядом преимуществ при аналитическом и численном исследовании ее зависимостей от числа рассеивателей в сгустке и расстояний между ними.

В самом деле, при указанном выборе существенно упрощается процедура нумерации рассеивателей в ходе численных расчетов. Кроме того, использование периодичности следования рассеивателей в каждой цепочке, параллельной ребру сгустка, позволяет перейти в правой части (30) от суммирования вкладов индивидуальных пар (различающихся значениями номеров s и p) к суммированию вкладов пар, различающихся расстояниями между ними.

Действительно, расстояние между двумя произвольно расположенными на одной из цепочек рассеивателями $d_i = (l_i - 1) d_2^{(i)}$, где $0 \leq l_i \leq n_i$. Как легко показать, полное число M_i пар на цепочке определяется формулой

$$M_i(n_i, l_i) = (n_i - l_i)(2 - \delta_{l_i 0}). \quad (31a)$$

Число пар, отличающихся фиксированным значением расстояния между ними, определяется значениями скаляров l_x, l_y, l_z и равно произведению чисел M_i :

$$M(\mathbf{n}, \mathbf{l}) = \prod_i M_i(n_i, l_i). \quad (31б)$$

При этом полное число таких пар

$$M_{\text{tot}}(\mathbf{n}) \equiv \sum_{\mathbf{l}=0}^{l=n} M(\mathbf{n}, \mathbf{l}) = N \left[N - (n_x n_y + n_y n_z + n_z n_x) - 1 + n_x + n_y + n_z \right] \quad (31в)$$

оказывается меньше числа слагаемых в правой части (30a), равного $N(N - 1)$.

Вклад каждой из пар определяется соответствующим тензором $G_{s,q}$. Поэтому окончательная формула для фактора когерентности рассматриваемой модели сгустка принимает вид

$$K_{\text{tot}}^{(N)}(\mathbf{n}, \mathbf{d}_2) = \sum_{l_x=0}^{n_x} \sum_{l_y=0}^{n_y} \sum_{l_z=0}^{n_z} M_x(n_x, l_x) M_y(n_y, l_y) M_z(n_z, l_z) G(\mathbf{l}, \mathbf{d}_2), \quad (31)$$

где введены обозначения:

$$G(\mathbf{l}, \mathbf{d}_2) \equiv 3 \left[\left(1 - 3 \frac{v_x^2}{v_t^2} \right) v_t \cos v_t + \left(v_t^2 - v_x^2 - 1 + 3 \frac{v_x^2}{v_t^2} \right) \sin v_t \right] \frac{\cos v_z}{2v_t^3},$$

$$v_t \equiv \mathbf{e}_x v_x + \mathbf{e}_y v_y + \mathbf{e}_z v_z, \quad v_t \equiv l_x k_0 d_2^{(x)}, \quad v_t^2 \equiv (v_t, v_t).$$

Наконец, одним из немаловажных достоинств выбранной нами структуры сгустка является то, что она включает в качестве частных предельных случаев сгустки, которые можно характеризовать одним-един-

ственным параметром длины. Последнее обстоятельство существенно облегчает выявление и анализ функциональной зависимости правой части (31) от указанного параметра.

Среди таких сгустков в первую очередь представляют интерес (для рассматриваемой нами задачи магнитотормозного ЛСЭ-усилителя) кубическая решетка рассеивателей ($n_x = n_y = n_z = n = M^{1/3}$, $d_2^{(x)} = d_2^{(y)} = d_2^{(z)} = d$), а также линейная цепочка рассеивателей ($n_x = n_y = 1$, $n_z = n = N$, $d_2^{(z)} = d$). Первая из моделей позволяет исследовать эффект когерентности в пределах одиночного сгустка, вторая — эффект когерентности между сгустками.

Ниже мы представим для этих моделей явные выражения факторов когерентности и их аналитические асимптотики, а также результаты численных расчетов зависимостей указанных факторов от параметра d для различных значений числа рассеивателей.

4.3.1 Аналитические представления и их асимптотики.

а) *Кубическая решетка* ($N = n^3$, $d_2^{(x)} = d_2^{(y)} = d_2^{(z)} = d$). Для этой решетки функциональная зависимость правой части (31) от минимального расстояния между парой соседних рассеивателей $\theta \equiv k_0 d$ и полного их числа N принимает вид

$$K_{\text{tot}}^{(N)}(N, \theta) = 3 \sum_{\mathbf{l}=0}^{\mathbf{n}} M(\mathbf{n}, \mathbf{l}) \left\{ \left(1 - 3 \frac{v_x^2}{v_t^2} \right) v_t \cos v_t + \left(v_x^2 + v_y^2 - 1 + 3 \frac{v_x^2}{v_t^2} \right) \sin v_t \right\} \frac{\cos v_z}{2(n v_t)^3}. \quad (32)$$

Из формулы (32) следуют простые аналитические представления ее левой части при малых и больших размерах сгустка:

$$K_{\text{tot}}^{(N)}(N, \theta) = \begin{cases} N \left[1 - (N^{2/3} - 1) \frac{\theta^2}{6} \right], & (n - 1)\theta \ll 1, \\ 1 + \frac{12}{N^{1/3}\theta} \sum_{\mathbf{l}} \prod_i (1 - \mu_i) \times \\ \times \sin(N^{1/3}\theta \mu_i) \cos(N^{1/3}\theta \mu_z) \times \\ \times \left(1 - \frac{\mu_x^2}{\mu_i^2} \right) \mu_i, & \theta \gg 1. \end{cases} \quad (32a)$$

$$(32б)$$

Первые слагаемые в правых частях формул (32a) и (32б) представляют собой хорошо известные асимптотические результаты классической теории томпсоновского рассеяния, соответствующие бесконечно малым (см. (32a)) и бесконечно большим (см. (32б)) расстояниям между индивидуальными рассеивателями [91]. При этом равенство правой части (32a) числу рассеивателей N физически соответствует максимальной степени их когерентности, а равенство правой части (32б) единице физически означает полное отсутствие когерентности.

В свою очередь, вторые слагаемые в правых частях формул (32a) и (32б) учитывают поправки, обусловленные конечными значениями параметра θ (равного минимальному расстоянию между двумя соседними рассеивателями, отнесенному к длине рассеиваемой волны).

б) *Линейная цепочка*. Полагая в правой части (31) $n_x = n_y = 0$, $n_z = n = N$, $\theta = k_0 d_2^{(z)} = k_0 d$, получаем явное аналитическое представление фактора когерентности

для линейной цепочки рассеивателей, ось которой параллельна направлению распространения рассеиваемой ЭМВ:

$$K_{\text{tot}}^{(L)}(n, \theta) = 1 + 3 \sum_{l=1}^n \left[2(n-l) \right] \left\{ v_l \cos v_l + (v_l^2 - 1) \sin v_l \right\} \frac{\cos v_l}{2nv_l^3}, \quad v_l \equiv l\theta. \quad (33)$$

Отсюда следуют аналитические асимптотики рассматриваемого фактора для относительно малых и больших длин цепочки:

$$K_{\text{tot}}^{(L)}(n, \theta) = \begin{cases} n \left[1 - 7(n^2 - 1) \frac{\theta^2}{60} \right], & (n-1)\theta \ll 1, \\ 1 + 3 \sum_{l=1}^n \left(1 - \frac{l}{n} \right) \frac{\sin(2l\theta)}{2l\theta}, & \theta \gg 1. \end{cases} \quad (33a) \quad (33b)$$

Как видно из формул (33a) и (33b), и в данном случае поправка, обусловленная конечным размером сгустка, отрицательна и пропорциональна квадрату этого размера (ср. (32a) и (33a)). Точно так же и в случае большого расстояния между двумя соседними рассеивателями фактор когерентности отличается от единицы лишь малой поправкой, обратно пропорциональной этому расстоянию. Отличие (33b) от (32b) состоит лишь в том, что указанная поправка в случае кубической решетки обратно пропорциональна числу рассеивателей на ребре куба, а в случае линейной цепочки слабо зависит от числа рассеивателей.

4.3.2. Численные расчеты. а) *Кубическая решетка.* Численные расчеты функциональных зависимостей правой части (32) от минимального расстояния между двумя соседними рассеивателями в решетке ($\theta = k_0 d$) и полного их числа на ребре куба ($n \equiv N^{1/3}$) были проведены в области $0 \leq \theta \leq \pi$ для значений числа n в диапазоне $2 \leq n \leq 10$. Результаты этих расчетов представлены графиками на рис. 2 и 3.

Как видно из графиков, в данной области значений θ фактор когерентности является монотонно убывающей функцией аргумента $(n-1)\theta/\pi$ и монотонно растущей функцией числа рассеивателей $N = n^3$ (рис. 2).

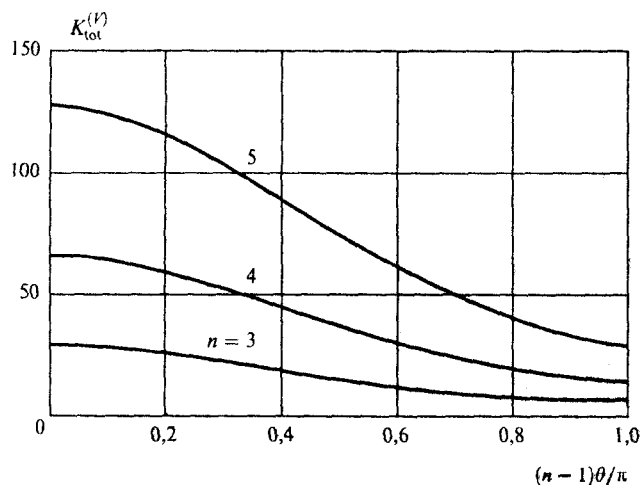


Рис. 2. Зависимость фактора когерентности $K_{\text{tot}}^{(V)}$ от длины ребра куба $(n-1)\theta/\pi$ для трех значений n

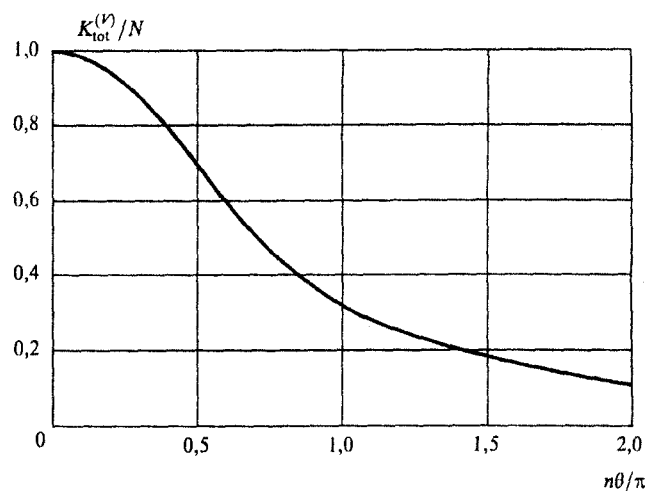


Рис. 3. Зависимость приведенного фактора когерентности $K_{\text{tot}}^{(V)}/N$ от длины ребра куба $n\theta/\pi$

Вместе с тем при $n \geq 3$ приведенный фактор когерентности $K_{\text{tot}}^{(V)}(N, \theta)/N$ (отношение фактора когерентности $K_{\text{tot}}^{(V)}(N, \theta)$ к его максимальному значению, равному $K_{\text{tot}}^{(V)}(N, 0) = N$) оказывается универсальной функцией $n\theta/\pi$, не зависящей от полного числа рассеивателей (рис. 3). В частности, в точке $n\theta = \pi$ эта функция оказывается примерно в три раза меньше своего максимума, равного единице. Отсюда следует, что существенное (примерно троекратное) ослабление степени когерентности рассеивателей в сгустке наступает при увеличении размеров сгустка до половины длины рассеиваемой волны:

$$K_{\text{tot}}^{(V)}(n, \theta) \approx \frac{1}{3} K_{\text{tot}}^{(V)}(n, 0), \quad n \geq 3.$$

б) *Линейная цепочка.* Численные расчеты фактора $K_{\text{tot}}^{(L)}(n, \theta)$ для линейной цепочки были проведены по формуле (33) в более широком диапазоне значений числа n ($3 \leq n \leq 120$) для конечных значений длины цепочки, ограниченных неравенствами $0 < (n-1)\theta \leq \pi$. Представленные на рис. 4 и 5 результаты некоторых из этих расчетов свидетельствуют о том, что:

в рассматриваемой области значений длины сгустка фактор когерентности монотонно убывает с ростом

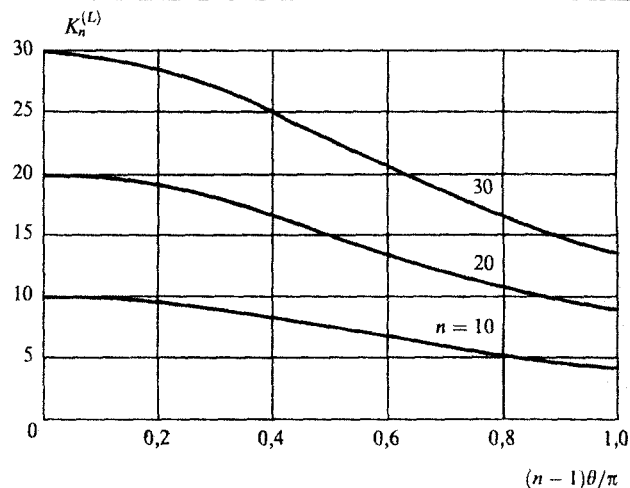


Рис. 4. Зависимость фактора когерентности $K_n^{(L)}$ от длины цепочки $(n-1)\theta/\pi$ для трех значений n

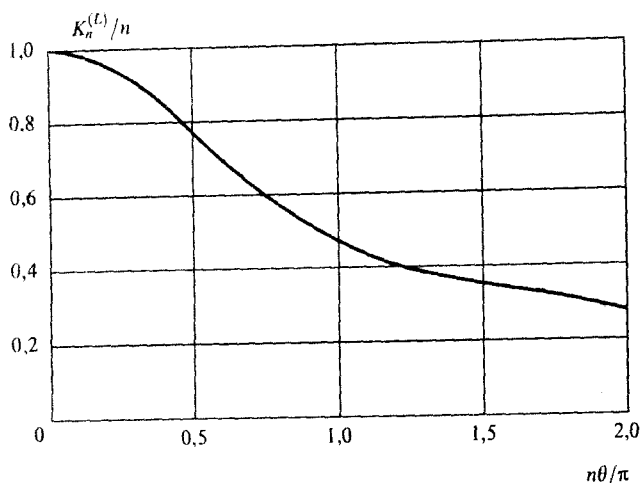


Рис. 5. Зависимость приведенного фактора когерентности $K_n^{(L)}/n$ от длины цепочки $n\theta/\pi$

длины $(n-1)\theta/\pi$ и монотонно растет с увеличением числа рассеивателей n (рис. 4);

для значений $n \geq 4$ приведенный фактор когерентности — отношение $K_n^{(L)}/n$ является монотонно убывающей функцией аргумента $n\theta/\pi$, не зависящей от числа n (ср. рис. 3 и 5);

при длине цепочки, равной половине длины волны, отношение $K_n^{(L)}/n$ равно примерно $1/2$, т.е. приведенный фактор когерентности оказывается больше, чем в случае кубической решетки (ср. рис. 3 и 5).

4.3.3. Когерентность между сгустками. Особый интерес для теории и приложений ультракоротковолновых магнитотормозных ЛСЭ представляют расчеты функциональной зависимости правых частей (32) и (33) от расстояния между соседними рассеивателями θ в области $\theta \approx 2$. Результаты расчетов, описывающие эффективность когерентного взаимодействия сгустков между собой, приведены на рис. 6.

Как следует из графиков, в случае линейной цепочки сгустков относительный выигрыш в интенсивности рассеянного излучения, обусловленный когерентным взаимодействием сгустков, слабо зависит от полного числа

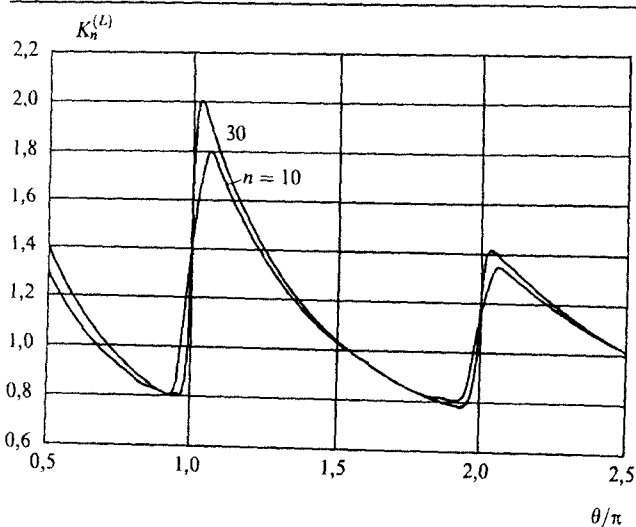


Рис. 6. Зависимость фактора когерентности $K_n^{(L)}$ от расстояния θ/π между звеньями линейной цепочки для двух значений n

сгустков в цепочке и даже при $n = 30$ не превосходит 40 %:

$$\delta_n^{(L)}(\theta) \equiv K_{\text{tot}}^{(L)}(n, \theta) - 1 \leq 0,4, \quad n \leq 30, \quad \theta \approx 2\pi.$$

4.4. Обсуждение физического содержания результатов

Переходя к обсуждению изложенных выше результатов, остановимся прежде всего на деталях физической природы механизма, обеспечивающего реализацию когерентного ТИ зарядов-рассеивателей.

Как следует из приведенной процедуры расчета фактора когерентности (30), радиационное взаимодействие каждой пары рассеивателей представляет соответствующий элемент матрицы G_{sp} . Физически этот элемент учитывает эффект взаимного влияния полей ТИ зарядов с номерами s и p . Именно специфика пространственной структуры поля позволяет объяснить причины роста фактора когерентности по мере уменьшения расстояния между рассеивателями в сгустке, равно как и быстрый его спад по мере роста этого расстояния.

В самом деле, при малых размерах сгустка, когда все рассеиватели расположены в ближних зонах полей дипольного ТИ своих соседей, амплитуды полей равны. Фазы этих полей в данном случае совпадают, поскольку фазы колебаний каждого из рассеивателей навязаны общим полем рассеиваемой ими ЭМВ. Отсюда ясно, что в предельном случае $\theta \rightarrow 0$ имеет место наиболее эффективное когерентное сложение полей торможения излучением [91] всех индивидуальных зарядов сгустка: $G_{sq}(\theta \rightarrow 0) \rightarrow 1$. Именно такое сложение дает максимум фактора когерентности (см. (32a) и (33a)).

В альтернативном предельном случае при относительно больших размерах сгустка ($\theta \gg 1$) каждый рассеиватель располагается в дальних зонах полей дипольного ТИ всех своих соседей, где амплитуды полей убывают обратно пропорционально минимальному расстоянию между каждой парой ближайших соседей. Об этом, в частности, свидетельствует закон убывания недиагональных элементов матрицы G_{sp} :

$$G_{sp}(v_{sp} \gg 1) \approx 3 \left[(v_{sp}^{(y)})^2 + (v_{sp}^{(z)})^2 \right] \frac{\sin v_{sp} \cos v_{sp}^{(z)}}{2v_{sp}^3} \approx O\left(\frac{1}{v_{sp}}\right).$$

Именно вследствие убывания эффективности обменного радиационного взаимодействия рассеивателей с ростом расстояний между ними в данном предельном случае рассеяние падающей ЭМВ сгустком происходит почти полностью некогерентно:

$$\delta_N^{(V)}(\theta) \equiv K_{\text{tot}}^{(V)}(N, \theta) - 1 = O\left(\frac{1}{N^{1/3}\theta}\right).$$

Особо следует подчеркнуть отмеченный выше достаточно быстрый спад фактора когерентности с ростом θ при размерах сгустка, сравнимых с половиной длины рассеиваемой им волны (см. рис. 3 и 5). В области $\theta \geq 2\pi$ этот спад настолько интенсивен, что практически полностью исключает когерентное усиление интенсивности ТИ соседей (см. рис. 6) даже при достаточно большом их числе.

В заключение настоящего раздела необходимо отметить следующее. Выше мы описывали закономерности когерентности в полном потоке энергии рассеянного излучения и не рассматривали угловое распределение потока.

Как показано в [53], в общем случае когерентное усиление плотности потока энергии поля ТИ в избранных направлениях может иметь место и при достаточно больших расстояниях между индивидуальными рассеивателями ($\theta \gg 1$), особенно для сгустков с пространственно-периодической структурой. Однако когерентность, обеспечивающая лишь локальные максимумы в угловом спектре излучения, не приводит к росту полной интенсивности излучения, а лишь свидетельствует о перераспределении в пространстве потока энергии некогерентного ТИ заряженных частиц, образующих рассматриваемый сгусток.

По указанной причине локальные максимумы плотности потока энергии ТИ не представляют интереса в магнитотормозных ЛСЭ, где необходимое для уменьшения длины ондулятора существенное сокращение длины коллективного радиационного торможения пучка полем его вынужденного (когерентного) ОИ может быть обеспечено только ростом полной интенсивности излучения.

5. Заключение

Суммируя результаты и выводы изложенного выше анализа, сформулируем ключевые этапы процесса развития коллективной радиационной неустойчивости моноэнергетического релятивистского пучка электронов в ондуляторе (для SASE-режима ЛСЭ-усилителя).

Прежде всего первичным источником электромагнитного поля в рассматриваемой неравновесной системе является спонтанное ОИ индивидуальных электронов пучка.

Далее, при достаточно больших объемных плотностях пучка n_0 и не слишком больших его энергиях γ_0 , когда выполнено сильное неравенство $Q \equiv n_0 D^3 / 8\gamma_0^4 \gg 1$ (обеспечивающее достаточно большое число электронов в кубе с размером ребра порядка длины волны ОИ в системе покоя пучка), индивидуальные излучатели испускают когерентное ОИ. При этом когерентными оказываются по крайней мере электроны в пределах сгустков с размерами не более длины волны ОИ (в системе покоя пучка), образуемых возмущениями плотности частиц пучка. Результирующее поле когерентного ОИ такого сгустка имеет вид волны, бегущей впереди сгустка со скоростью света.

Наконец, биения поля когерентного ОИ сгустка с волной периодической модуляции поперечной скорости частиц пучка в поле ондулятора дают продольную компоненту силы Лоренца, фазовая скорость которой равна невозмущенной скорости пучка. Именно эта сила обеспечивает группировку частиц пучка, попадающих в область влияния силы, в когерентные сгустки механизмом автофазировки Векслера–Макмиллана.

Таким образом, в рассматриваемой неравновесной системе реализуется положительная обратная связь, необходимая для развития коллективной радиационной неустойчивости: рост амплитуды поля когерентного ОИ углубляет модуляцию пучка по плотности, увеличивая тем самым степень когерентности ОИ индивидуальных электронов. Неравновесная система релятивистский пучок электронов–ондулятор функционирует при этом в SASE-режиме магнитотормозного ЛСЭ.

Если же интенсивность пучка мала, а его энергия достаточно велика, то среднее расстояние между элементарными излучателями в системе покоя пучка

$(\langle \Delta r^2 \rangle)^{1/2} \approx n_0^{-1/3}$ оказывается существенно больше длины волны их ОИ в этой системе $\lambda'_{u.r.}$. Именно поэтому когерентность ОИ электронов пучка в данном предельном случае не может быть обеспечена (вследствие достаточно быстрого убывания амплитуд полей ОИ индивидуальных электронов с ростом расстояния в их дальних зонах, где расположено большинство соседей-излучателей). Рассматриваемая неравновесная система функционирует при этом в режиме источника некогерентного ОИ.

Итак, необходимым условием качественного перехода системы из режима источника некогерентного ОИ в режим вынужденного (когерентного) ОИ является увеличение числа Q элементарных излучателей в объеме с характерным линейным размером порядка длины волны ОИ (в системе покоя пучка) до значений, существенно больших единицы ($Q \gg 1$).

Соответствующие значения минимальной длины волны вынужденного (когерентного) ОИ моноэнергетического пучка заданной плотности n_0 и максимальной энергии пучка γ_* определяются формулами

$$\min \lambda_{u.r.}^{(coh)} = \left(\frac{2}{n_0 D} \right)^{1/2}, \quad (34)$$

$$\gamma_* \equiv \max \gamma_0 = \left(\frac{n_0 D^3}{8} \right)^{1/4}. \quad (35)$$

Особо следует подчеркнуть, что вышеприведенное теоретическое значение минимальной длины волны когерентного ОИ ЛСЭ-усилителя представляет чисто методический интерес как предел, наверняка недостижимый в эксперименте. Дело в том, что физически этот предел соответствует минимальной степени когерентности ОИ (границе перехода ЛСЭ-усилителя в режим источника некогерентного ОИ).

В конкретных условиях эксперимента, для реализации которого необходимы значительные затраты (подробнее см., например, [79, 99–103]), отсутствие или низкий уровень когерентности ОИ индивидуальных электронов пучка не дает возможности существенно сократить длину коллективного торможения пучка полем его ОИ и, соответственно, уменьшить длину ондулятора, которая всегда ограничена сверху конечными значениями тепловой скорости и расходимости пучка.

По указанным причинам наилучшими для экспериментального моделирования являются такие параметры эксперимента, которые обеспечивают оптимальный компромисс между стремлением к максимально возможному укорочению длины волны излучения, с одной стороны, и соответствующей потерей степени его когерентности (т. е. уменьшением электронного КПД ЛСЭ и увеличением длины ондулятора и степени моноэнергетичности пучка) — с другой.

Иными словами, оптимально короткая длина волны когерентного излучения пучка электронов в ЛСЭ будет обязательно больше абсолютного минимума (34) настолько, насколько это допустимо потерями в степени когерентности излучения (в том числе и за счет роста вкладов немонотонности и расходимости электронов пучка).

Завершая изложение обзора, отметим моменты, касающиеся степени достоверности и общности соответствующих результатов и выводов.

Прежде всего проведенный в [49] анализ совокупности данных эксперимента подтверждает вывод о наличии корреляции между степенью когерентности ОИ и параметром Q . Действительно, максимальные значения фактора когерентности K_{tot} получены в длинноволновой области ОИ. При этом измеренные значения фактора K_{tot} , как и следовало ожидать, оказались меньше предсказываемых теорией идеализированной модели ЛСЭ-усилителя из-за несоответствия реальных условий эксперимента исходным предпосылкам теории (конечной ширины спектра энергии пучка, отличной от нуля расходимости и наличия радиальных градиентов плотности пучка).

По мере уменьшения параметра Q измеренные значения фактора K_{tot} убывают. Однако при малых коэффициентах усиления на длине ондулятора ($G \ll 1$), где приходится использовать режим ЛСЭ-автогенератора, указанные значения оказываются больше рассчитанных теоретически для режима ЛСЭ-усилителя. Причиной тому является накопление энергии вынужденного ОИ в резонаторе, обеспечивающее существенное повышение степени когерентности электронов пучка (см. раздел 3.4).

Далее, как следует из [89, 90], аналогичные описанным в разделе 4 механизмы когерентного усиления излучения элементарных излучателей действуют и в квантовой электронике.

Наконец, в случае черенковской неустойчивости моноэнергетического потока заряженных дисков в волноводе (например, формальное применение результатов гидродинамической теории в области $Q \ll 1$, где Q — число дисков на длине волны), приводит к парадоксальному выводу о возможности реализации такой неустойчивости на длине усилителя $l_R \sim Q^{-1/3}$, существенно меньшей среднего расстояния между дисками $((\Delta z)^2)^{1/2} \approx Q^{-1}$.

Из вышесказанного, в частности, следует, что в области конечных значений параметра Q (не удовлетворяющих сильному неравенству $Q \gg 1$) методы корпускулярной теории радиационных неустойчивостей оказываются предпочтительными не только для теоретического моделирования SASE-режимов магнитотрон-мозных ЛСЭ-усилителей.

Авторы искренне благодарны участникам семинаров В.Л. Гинзбурга, А.А. Рухадзе, А.Н. Лебедева (ФИ им. П.Н. Лебедева РАН) и К.Н. Степанова (ННЦ ХФТИ) за полезные обсуждения материалов изложенного выше обзора, а также В.В. Огневенко за помощь в выполнении аналитических и численных расчетов, результаты которых опубликованы в [53, 54, 56, 57, 85–87].

Список литературы

1. Гинзбург В Л *ДАН СССР* **56** 145 (1947)
2. Гинзбург В Л *ДАН СССР* **56** 253 (1947)
3. Гинзбург В Л *Изв. АН СССР. Сер. Физ.* **11** 165 (1947)
4. Ахизер А И, Файнберг Я Б *ДАН СССР* **69** 555 (1949)
5. Ахизер А И, Файнберг Я Б *ЖЭТФ* **21** 1262 (1951)
6. Железняков В В *Изв. вузов. Сер. Радиофиз.* **2** 14 (1959)
7. Гапонов А В *Изв. вузов. Сер. Радиофиз.* **2** 443 (1959)
8. Гапонов А В *Изв. вузов. Сер. Радиофиз.* **2** 450 (1959)
9. Гапонов А В *ЖЭТФ* **39** 326 (1960)
10. Файнберг Я Б *Атом. энергия* **11** 313 (1961)
11. Андронов А А *Изв. вузов. Сер. Радиофиз.* **31** 161 (1961)
12. Воскресенский Г В, Короза В И, Серебряков Ю Н *Атом. энергия* **20** 3 (1968)
13. Гапонов А В, Петелин М И, Юлпатов В К *Изв. вузов. Сер. Радиофиз.* **10** 1414 (1967)
14. Цытович В Н *Нелинейные эффекты в плазме* (М.: Наука, 1967)
15. Файнберг Я Б *Чехослов. физ. ж.* **5** 652 (1968)
16. Pantell R H, Soncini S, Puthoff H E *IEEE J. Quantum Electron.* **QE-4** 905 (1968)
17. Panofsky W K H, Bander M *Rev. Sci. Instrum.* **39** 206 (1968)
18. Бурштейн Э Л, Воскресенский Г В *Линейные ускорители электронов с интенсивными пучками* (М.: Атомиздат, 1970)
19. Юлпатов В К *Изв. вузов. Сер. Радиофиз.* **13** 1784 (1970)
20. Madey J M J *J. Appl. Phys.* **42** 1906 (1971)
21. Madey J M J, Schwettman H A, Fairbank W M *IEEE Trans. Nucl. Sci.* **NS-20** 980 (1973)
22. Sukhatme V P, Wolf P E *J. Appl. Phys.* **44** 2331 (1973)
23. Калмыкова С С *ДАН СССР* **208** 1062 (1973)
24. Курилко В И *ДАН СССР* **208** 1059 (1973)
25. Курилко В И, Крамской Г Д, Шендрик В А *ЖТФ* **43** 2609 (1973)
26. Гинзбург В Л *Теоретическая физика и астрофизика* (М.: Наука, 1981)
27. Незлин М В *УФН* **120** 481 (1976)
28. Hasegawa A, Mima K, Sprangle P et al. *Appl. Phys. Lett.* **29** 542 (1976)
29. Железняков В В *Электромагнитные волны в космической плазме* (М.: Наука, 1977)
30. Коломенский А А, Лебедев А Н *Квант. электрон.* **5** 1543 (1978)
31. Madey J M J *Nuovo Cimento B* **50** 64 (1979)
32. Арцимович А А, Сагдеев Р З *Физика плазмы для физиков* (М.: Атомиздат, 1979)
33. Гапонов А В, Петелин М И *Изв. АН СССР. Сер. Физ.* **4** 11 (1979)
34. Айзацкий Н И, Курилко В И, Препринт ХФТИ АН УССР 79-14 (Харьков, 1979)
35. Винокуров Н А, Препринт 81-02 ИЯФ СО АН СССР (Новосибирск, 1981)
36. Федоров М В *УФН* **135** 213 (1981)
37. Gover A, Sprangle Ph *IEEE J. Quantum Electron.* **QE-17** 1196 (1981)
38. Калмыкова С С *УФН* **137** 725 (1982)
39. Калмыкова С С, Курилко В И, в кн. *Материалы II симп. по переходному излучению частиц высоких энергий* (Ереван, 1983) (Ереван: ЦНИИ-Атоминформ, 1984) с. 145
40. Гинзбург В Л, Цытович В Н *Переходное излучение и переходное рассеяние* (М.: Наука, 1984)
41. Colson W B *Nucl. Instrum. Methods A* **237** 1 (1985)
42. Gluckstern R L, Cooper R K, Channel P I. *Part. Accel.* **16** 125 (1985)
43. Файнберг Я Б *Физ. плазмы* **13** 607 (1987)
44. Кузелев М В, Рухадзе А А *УФН* **152** 285 (1987)
45. Калмыкова С С, Курилко В И *УФН* **155** 681 (1988)
46. Вайнштейн Л А *ЖЭТФ* **94** 40 (1988)
47. Курилко В И, Ткач Ю В, в кн. *Вопросы атомной науки и техники. Сер. Техника физического эксперимента* Вып. I (36) (М.: ЦНИИ-Атоминформ, 1988) с. 61
48. Курилко В И, Ткач Ю В, в кн. *Плазменная электроника* (Киев: Наукова думка, 1989) с. 207
49. Kurilko V I, Tkach Yu V *Nucl. Instrum. Methods A* **282** 431 (1989)
50. He Yiping, Chen Deming *Int. J. Infrared Mill. Waves* **11** 73 (1990)
51. Вайнштейн Л А, Клеев А И *ДАН СССР* **311** 861 (1990)
52. Буляк Е В, Курилко В И, Мондрус И Н, Папкович В Г в кн. *Вопросы атомной науки и техники. Сер. Ядерная физика (теория и эксперимент)* Вып. 3 (21) (М.: ЦНИИ-Атоминформ, 1990) с. 45
53. Курилко В И, Огневенко В В *ЖЭТФ* **102** 1496 (1992)
54. Kurilko V I, Ognivenko V V, in *Proc. Kharkov Int. Sem. on Plasma, Laser and Linear Collective Accelerators* (Ukraine, Kharkov, Oct. 1992) (Kharkov: Test-Radio, 1993) p. 178
55. Буляк Е В, Иванов Г М, Курилко В И и др. *ЖТФ* **63** 152 (1993)
56. Курилко В И, Огневенко В В *ДАН России* **335** 437 (1994)
57. Курилко В И, Огневенко В В *Физ. плазмы* **20** 633 (1994)
58. Allis W P, Buchsbaum S J, Bers A *Waves in Anisotropic Plasmas* (Cambr./Mass.: MIT Press, 1963) [Перевод: Эллис В. Буксбаум С, Берс А *Волны в анизотропной плазме* (М.: Атомиздат, 1966)]
59. Михайловский А Б *Теория плазменных неустойчивостей* Т. 1 (М.: Атомиздат, 1970)

60. Шевчик В Н, Трубецков Д Н *Аналитические методы расчета в электронике СВЧ* (М.: Сов. радио, 1970)
61. Kroll N A, Trivelpiece A N *Principles of Plasma Physics* (N.Y.: McGraw-Hill Book Comp., 1973) [Перевод: М.: Мир, 1973]
62. Силин В П *Параметрическое воздействие излучения большой мощности на плазму* (М.: Наука, 1973)
63. Ахиезер А И, Ахиезер И А, Половин Р В и др. *Электродинамика плазмы* (М.: Наука, 1974)
64. Кадомцев Б Б *Коллективные явления в плазме* (М.: Наука, 1987)
65. Иванов А А *Физика сильнонеравновесной плазмы* (М.: Госатомиздат, 1977)
66. Lawson J D *The Physics of Charged Particles Beams* (Eds W Marshall, D H Wilkinson) (Oxford: Clarendon Press, 1977) [Перевод: Лоусон Дж *Физика пучков заряженных частиц* (М.: Мир, 1980)]
67. Александров А Ф, Богданкевич А С, Рухадзе А А *Основы электродинамики плазмы* (М.: Высшая школа, 1978)
68. Гиротрон (Ред. А В Гапонов-Грехов) (Горький: ИПФ АН СССР, 1981)
69. Ерохин Н С, Кузелев М В, Моисеев С С *Неравновесные и резонансные процессы в плазменной радиофизике* (М.: Наука, 1982)
70. *Генераторы когерентного излучения на свободных электронах* (Ред. А А Рухадзе) (М.: Мир, 1983)
71. Marshall Th C *Free-Electron Laser* (N.Y.-L.: McMillan Publ. Co., 1985) [Перевод: Маршалл Т *Лазеры на свободных электронах* (Ред. А А Рухадзе) (М.: Мир, 1987)]
72. Диканский Н С, Пестриков Д В *Физика интенсивных пучков в накопителях* (Новосибирск: Наука, 1989)
73. Кузелев М В, Рухадзе А А *Электродинамика плотных электронных пучков в плазме* (М.: Наука, 1990)
74. Лебедев А Н, Шальнов А В *Основы физики и техники ускорителей* (М.: Энергоатомиздат, 1991)
75. Reuter H P, Antonsen T M *Principles of FEL* (L.: Chapman and Hall, 1993)
76. Motz H J. *Appl. Phys.* **22** 527 (1951)
77. Bohm D, Gross E *Phys. Rev.* **75** 1851 (1949)
78. Калмыкова С С *ДАН УССР А 2*, **72** (1981)
79. Ben-Zvi J, Corbett J, Johnson E et al., in *Proc. Workshop on Fourth Generation Light Sources* (Stanford, Febr. 1992) (Stanford: CA: SSRL, 1992)
80. Bonifacio R, Pellegrini C, Narducci L M *Opt. Commun.* **50** 251 (1984)
81. Murphy J B and Pellegrini C *Nucl. Instrum. Methods A* **237** 159 (1984)
82. Bonifacio R, and Casagrande F *Nucl. Instrum. Methods A* **237** 168 (1985)
83. Pellegrini C *Nucl. Instrum. Methods A* **239** 127 (1985)
84. Kim K-J *Nucl. Instrum. Methods A* **250** 396 (1986)
85. Курилко В И, Огнивенко В В *ДАН Украины* **10** 78 (1992)
86. Курилко В И, Огнивенко В В *ДАН Украины* **12** 68 (1993)
87. Курилко В И, Огнивенко В В *Физ. плазмы* **20** 475 (1994)
88. Sprangle Ph, Smith R A *Phys. Rev. A* **21** 293 (1980)
89. Файн В М, Ханин Я И *Квантовая радиофизика* (М.: Сов. радио, 1965)
90. Клышко Д Н *Физические основы квантовой электроники* (Ред. А А Рухадзе) (М.: Наука, 1986)
91. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Теория поля* (М.: Наука, 1973)
92. Коломенский А А, Лебедев А Н *Теория циклических ускорителей* (М.: Физматгиз, 1962)
93. Калчинский И М *Теория линейных резонансных ускорителей* (М.: Энергоатомиздат, 1982)
94. Вайнштейн Л А, Солнцев В А *Лекции по сверхвысокочастотной электронике* (М.: Сов. радио, 1973)
95. Базылев В А, Живаго Н К *Излучение быстрых частиц в веществе и во внешних полях* (М.: Наука, 1987)
96. Никитин М М, Эпп В Я *Ондуляторное излучение* (М.: Энергоатомиздат, 1988)
97. Krinsky S, Yu L H *Phys. Rev. A* **35** 3406 (1987)
98. Krinsky S, Yu L H *Nucl. Instrum. Methods A* **285** 119 (1989)
99. Kim K-J, Bisongano J J, Garren A A et al. *Nucl. Instrum. Methods A* **239** 54 (1985)
100. Cornacchia M, Bisongano J, Chattopadhyay S et al. *Nucl. Instrum. Methods A* **250** 57 (1986)
101. Gover A, Jerby E, La Sala J E, Deacon D A G *Nucl. Instrum. Methods A* **250** 183 (1986)
102. La Sala J E, Deacon D A J and Madey J M J *Nucl. Instrum. Methods A* **250** 262 (1986)
103. Negraus N, Brinker F, Friedl J et al. *Part. Accel.* **33** 171 (1990)

PHYSICAL MECHANISMS OF THE COHERENT RADIATION EMISSION IN THE ULTRARELATIVISTIC FEL

V.I. Kurilko

National Science Center. Kharkov Institute of Physics and Technology
ul. Akademicheskaja 1, 310108 Kharkov, Ukraine
Tel. (7-057) 235-6115, Fax (7-057) 235-1738
E-mail: kfti%kfti.kharkov.ua@relay.ussr.eu.net

Yu. V. Tkach

Institute of Electromagnetic Researches
prosp. Pravdy 5, 310022 Kharkov, Ukraine
Tel. (7-057) 243-5952
E-mail: fractal@iemr.kharkov.ua

Given article systematises and generalises methods and results of the theoretical simulation of the collective processes of the electromagnetic interaction in the nonequilibrium system "electron beam plus magnetic undulator". The physical mechanisms of the phenomena, responsible for the emission of stimulated (coherent) radiation in the specified nonequilibrium systems of free electron lasers (FEL) class are stated by means of the analysis of the large scope of materials.

PACS numbers: 41.60.Cr, 52.60.+n

Bibliography — 103 references

Received 17 May 1994