

МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ

Эффект де Гааза–ван Альфена — пример электронного топологического перехода первого рода

Я. М. Блантер, М. И. Каганов, Д. В. Посвянский

Предлагается описание эффекта де Гааза–ван Альфена и поведения сверхрешетки в квантующем магнитном поле в терминах электронного топологического перехода. Показано, что вблизи перехода нарушается условие термодинамической устойчивости, что "ликвидирует" переход $1\frac{1}{2}$ рода и вызывает фазовый переход первого рода (по магнитному полю). Последний выражается в образовании кондоновских диамагнитных доменов.

PACS numbers: 05.50.+q, 05.70.Fh, 75.10.Jm, 75.90.+w

1. Цель настоящей заметки — предложить новый взгляд на детально изученное явление — эффект де Гааза–ван Альфена (дГВА). Как хорошо известно, зависимость термодинамических величин монокристаллов металла (в частности, магнитной восприимчивости) от магнитного поля H при низких температурах имеет осциллирующий характер (исчерпывающий обзор результатов в [1]). Причина явления — квантование движения электронов в магнитном поле. Традиционный подход к описанию эффекта дГВА состоит в следующем (см. [1]): физическое свойство (например, восприимчивость) представляется в виде суммы по квантованным уровням энергии, затем производится суммирование при помощи формулы Пуассона, и свойство оказывается разложенным в сумму периодических по H^{-1} функций. Ниже об этом сказано несколько подробнее. В стандартном подходе оказываются "задействованными" все заполненные уровни квантования. Мы предлагаем изучить влияние на физические свойства одного уровня — того, который только что начал или вот-вот начнет заполняться. Тем самым мы меняем "масштаб" рассмотрения: от исследования поведения термодинамической функции при изменении обратного магнитного поля на период мы переходим к изучению окрестности значения магнитного поля, определенного одним из уровней. При таком подходе видно, что в системе электронов проводимости происходит электронный топологический переход (ЭТП, см. [2, 3]).

Начнем с основных понятий. Естественно, они общие в обоих подходах. Движение электронов проводимости в магнитном поле определяется действующей на них силой Лоренца. Траектория электрона в $\mathbf{r}$ -пространстве подобна его траектории в $\mathbf{p}$ -пространстве. Характер движения электрона существенно зависит от формы сечения изоэнергетической поверхности плоскостью, перпендикулярной направлению магнитного поля. Если сечение замкнуто, то траектория является финитной, если открыто — инфинитной. В первом случае часть энергии электрона, связанная с движением в плоскости, перпендикулярной магнитному полю, квантуется. В наиболее важном для анализа квазиклассическом случае условие квантования может быть выписано явно (условие квантования Лифшица–Онсагера, см., например, [4]):

$$S(\varepsilon, p_z) = \frac{2\pi\hbar e H}{c} (n + \gamma), \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (1)$$

Здесь H — напряженность магнитного поля, направленного по оси z , $S(\varepsilon, p_z)$ — площадь сечения изоэнергетической поверхности $\varepsilon(\mathbf{p}) = \varepsilon$ плоскостью $p_z = \text{const}$, перпендикулярной направлению магнитного поля, а γ — постоянная, в большинстве случаев равная $1/2$. Кроме того, имеется квантование, обусловленное спином электрона, за счет которого каждый уровень энергии, определяемый уравнением (1), расщепляется на два. В простейшем случае пренебрежения спин-орбитальным взаимодействием величина расщепления равна $e\hbar/m_0c$, m_0 — масса свободного электрона.

Перестройка энергетического спектра электронов вследствие квантования, естественно, меняет их плотность состояний, что существенно сказывается на физических свойствах металла. Пусть закон дисперсии электронов и направление поля таковы, что электронные орбиты замкнуты. Квантование Лифшица–Онсагера (1) превращает трехмерный спектр в одномерный. Каждому квантовому числу n и проекции спина $\sigma = \pm 1/2$ соответствует своя одномерная зона (чаще говорят — подзона Ландау)

$$\varepsilon = \varepsilon_{n\sigma}(p_z). \quad (2)$$

Я.М. Блантер, Московский институт стали и сплавов, 117936 Москва, Ленинский просп., 4
Тел. (095) 236-99-43

М.И. Каганов, Институт физических проблем им. П.Л. Капицы РАН, 117334 Москва, ул. Косыгина, 2

Д.В. Посвянский, Институт радиоэлектроники РАН, 103097, Москва, Моховая, 11
Тел. (095) 203-47-17

Статья поступила 20 сентября 1994 г.

Структура подзоны Ландау определяется зависимостью площади сечения $S(\varepsilon, p_z)$ от p_z . Можно высказать несколько простых общих утверждений. С необходимостью площадь сечения $S(\varepsilon, p_z)$ должна при некотором значении p_z достигать своего максимального значения. Наибольший из максимумов определяет нижний край (дно) подзоны Ландау. Площадь сечения $S(\varepsilon, p_z)$ как функция p_z может иметь несколько экстремумов. Всем экстремумам соответствуют экстремумы зависимости $\varepsilon_n = \varepsilon_n(p_z)$. Значение квазиимпульса p_z , при котором $S(\varepsilon, p_z)$ имеет экстремальное значение, обозначим p_{zn} , $\varepsilon(p_{zn}) = \varepsilon_n$. Согласно (1), p_{zn} и ε_n определяются равенствами

$$S(\varepsilon_n, p_{zn}) = \frac{2\pi\hbar e H}{c} (n + \gamma),$$

$$\left. \frac{\partial S(\varepsilon_n, p_z)}{\partial p_z} \right|_{p_z=p_{zn}} = 0. \quad (3)$$

Раскладывая $S(\varepsilon, p_z)$ по степеням $p_z - p_{zn}$, получим

$$\varepsilon_{n\sigma}(p_z) \approx \varepsilon_{n\sigma}(p_{zn}) + \frac{(p_z - p_{zn})^2}{2m_{\parallel}}, \quad p_z \simeq p_{zn}, \quad (4)$$

где $\varepsilon_{n\sigma}$ отличается от ε_n спиновым сдвигом:

$$\varepsilon_{n\sigma} = \varepsilon_n \pm \frac{e\hbar H \sigma}{m_0 c} \quad \left(\sigma = \pm \frac{1}{2} \right),$$

а значения эффективной продольной массы $m_{\parallel}$ можно выразить через значение циклотронной массы $m^* = (2\pi)^{-1} [\partial S(\varepsilon, p_z) / \partial \varepsilon]$:

$$m_{\parallel} = -2\pi m^* \left(\frac{\partial^2 S}{\partial p_z^2} \right)^{-1} \bigg|_{\varepsilon=\varepsilon_{n\sigma}, p_z=p_{n\sigma}}. \quad (5)$$

Знак $m_{\parallel}$ определяется как знаком циклотронной массы, так и структурой изоэнергетической поверхности (см. табл. 1). Для свободного электронного газа $m^* = m_0$, $\partial^2 S / \partial p_z^2 = -2\pi$ и $m_{\parallel} = m_0$.

Таблица 1

Носители	Площадь сечения S имеет	
	максимум	минимум
Электроны $m^* > 0$	$m_{\parallel} > 0$	$m_{\parallel} < 0$
Дырки $m^* < 0$	$m_{\parallel} < 0$	$m_{\parallel} > 0$

Формулы (2) и (4) справедливы не только в квазиклассическом приближении. Магнитное поле делает движение электронов одномерным, причем квазиимпульс p_z сохраняет свой смысл. Вблизи краев одномерной зоны по-прежнему справедлива формула (4) (см. [4], § 19, [5], а также ниже).

Для иллюстрации этих представлений рассмотрим два примера:

а) Закон дисперсии вдали от граней зоны Бриллюэна имеет вид¹

$$\varepsilon = \frac{p_{\perp}^2}{2m_{\perp}} - \frac{p_z^2}{2m_{\parallel}} + \frac{p_z^4}{4p_0^2 m_{\parallel}} + \varepsilon_c, \quad (6)$$

¹ По предположению точки $p_z = \pm p_0$, $p_z = 0$ расположены вдали от граней зоны Бриллюэна.

изоэнергетические поверхности схематически изображены на рис. 1.

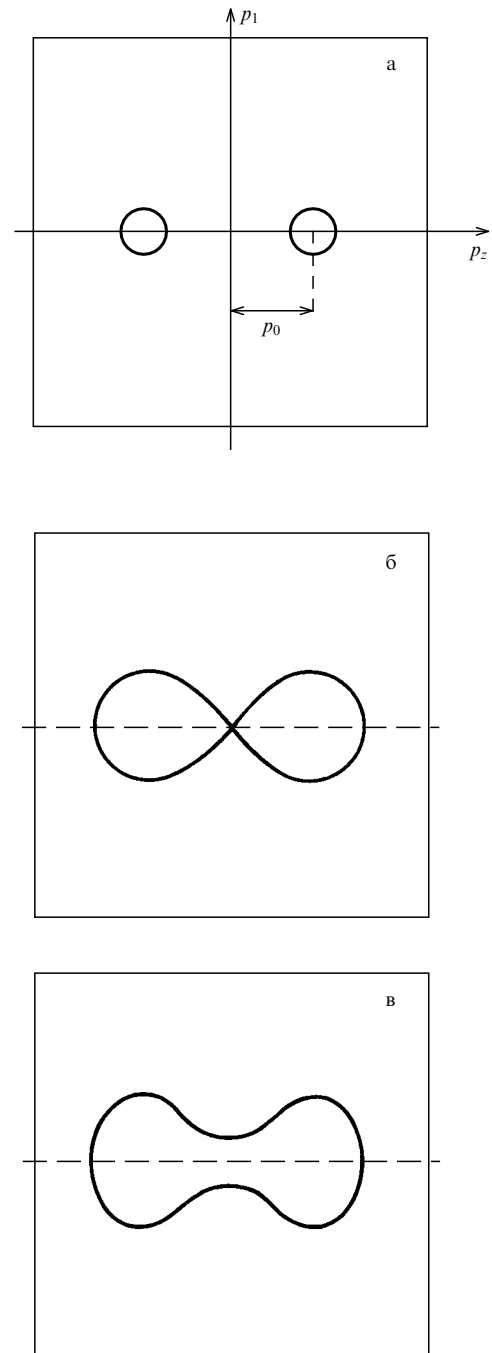


Рис. 1. Изоэнергетические поверхности спектра (6) при значениях энергии $\varepsilon < \varepsilon_c - p_0^2/2m_{\parallel}$ (а), $\varepsilon = \varepsilon_c$ (б), $\varepsilon > \varepsilon_c$ (в)

б) Изоэнергетические поверхности — гофрированные цилиндры (рис. 2).

Условие квантования уровней энергии в магнитном поле (1) в первом случае приобретает вид

$$S(\varepsilon, p_z) \equiv \pi p_{\perp}^2 = 2\pi m_{\perp} \left[\varepsilon - \varepsilon_c + \frac{p_z^2}{2m_{\parallel}} - \frac{p_z^4}{4p_0^2 m_{\parallel}} \right] =$$

$$= \frac{2\pi\hbar e H}{c} (n + \gamma), \quad (7)$$

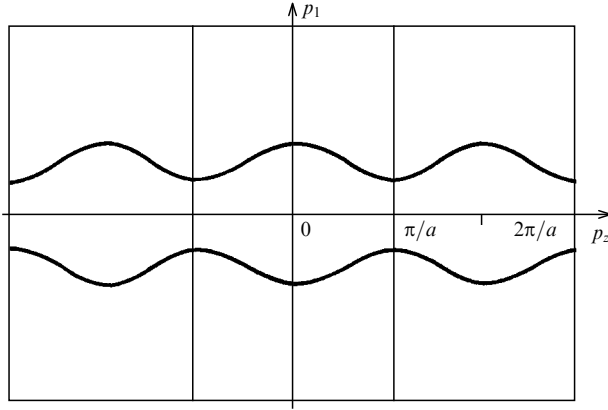


Рис. 2. Изоэнергетические поверхности спектра типа "гофрированный цилиндр"

откуда получаем квантованные значения энергии:

$$\varepsilon_n(p_z) = \varepsilon_c + \frac{eH\hbar}{m_{\perp}c}(n + \gamma) - \frac{p_z^2}{2m_{\parallel}} + \frac{p_z^4}{4p_0^2 m_{\parallel}}. \quad (8)$$

Структура энергетических зон, т. е. зависимость энергии как функции p_z при двух значениях n , показана на рис. 3а. Как видно из (7), площадь сечения $S(\varepsilon, p_z)$ при фиксированных значениях n и ε имеет один минимум (при $p_z = 0$) и два максимума (при $p_z = \pm p_0$), а в согласии с выводами, сделанными в общем случае, при этих значениях p_z энергия $\varepsilon_n(p_z)$ также имеет экстремумы: при $p_z = 0$ — максимум, при $p_z = \pm p_0$ — минимумы.

Во втором случае $\varepsilon = \varepsilon_n(p_z)$ — периодическая функция квазиимпульса (рис. 3б), причем в каждой ячейке обрат-

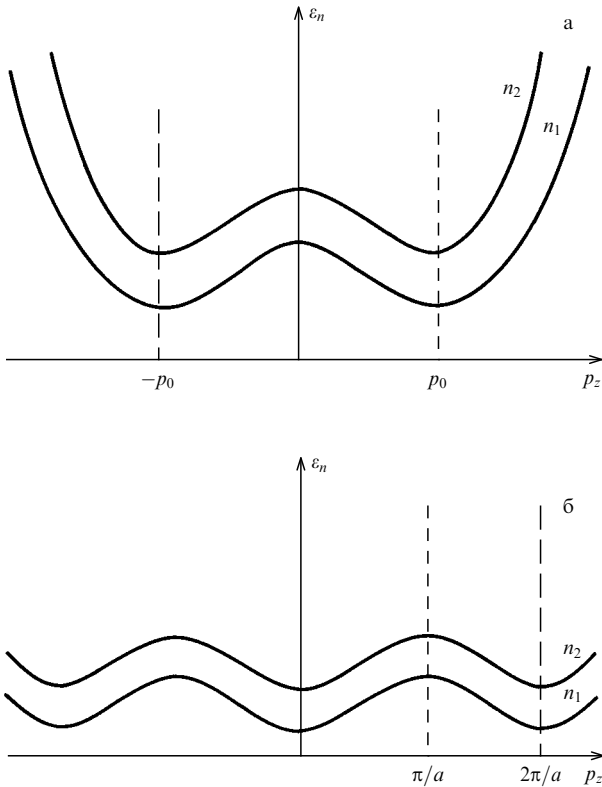


Рис. 3. Структура энергетических зон для спектра (б) (а) и для спектра типа "гофрированный цилиндр" (б). На каждом из рисунков $n_2 > n_1$

ного пространства заведомо имеется по одному минимуму и максимуму.

Вернемся к общему случаю. Плотность электронных состояний в магнитном поле есть [4]

$$v(\varepsilon) = \frac{eH}{(2\pi\hbar)^2 c} \sum_{n,\sigma} \int dp_z \delta[\varepsilon - \varepsilon_{n\sigma}(p_z)]. \quad (9)$$

При $\varepsilon = \varepsilon_{n\sigma}$ проекция скорости электрона v_z обращается в нуль и, следовательно, $v(\varepsilon)$ при $\varepsilon = \varepsilon_{n\sigma}$ имеет корневую особенность ($v(\varepsilon) \propto |\varepsilon - \varepsilon_{n\sigma}|^{-1/2}$).

При обычном подходе сумма по n преобразуется по формуле Пуассона, так что плотность состояний оказывается представленной в виде суммы гармонических (по H^{-1}) функций с периодами, обратно пропорциональными экстремальным (по p_z) сечениям S_m поверхности Ферми плоскостями, перпендикулярными оси p_z : $\Delta H^{-1} = 2\pi e\hbar/cS_m$. Знание плотности состояний позволяет найти выражения для любых термодинамических величин. В сильных магнитных полях $T \ll \hbar\omega_c$ ($\omega_c = eH/m^*c$ — циклотронная частота обращения электрона) постоянная составляющая магнитной восприимчивости меньше осциллирующей, и восприимчивость определяется именно последней. Выражение для магнитной восприимчивости имеет вид [6]

$$\begin{aligned} \tilde{\chi}_{zz} = & \frac{1}{\hbar^3} \frac{1}{2^{3/2}\pi^{7/2}} \sqrt{\frac{e\hbar}{c}} \frac{1}{H^{3/2}} \sum_m \frac{S_m^2}{m^* \sqrt{|\partial^2 S / \partial p_z^2|_m}} \times \\ & \times \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\psi(2\pi^2 k T / \hbar\omega_c)}{\sqrt{k}} \cos \left[k \left(\frac{cS_m}{e\hbar H} - \pi \right) \pm \frac{\pi}{4} \right] \times \\ & \times \cos \left(\pi k \frac{m^*}{m_0} \right), \quad \psi(z) = \frac{z}{\sinh z}. \end{aligned} \quad (10)$$

Из (10) следует, что при $T \rightarrow 0$, поскольку $\psi(0) = 1$, амплитуда осцилляций восприимчивости сводится к суммированию ряда $1/\sqrt{k}$ и, таким образом, стремится к бесконечности. Рост восприимчивости приводит к нестабильности электронной системы и разбиению металла на области с различными значениями магнитной индукции (домены Кондона, см., например, [1, 7]). Однако характер роста χ_{zz} с температурой или с магнитным полем определить очень трудно, так как для этого необходимо просуммировать ряд (10).

Поступим по-другому. Когда энергия ε достаточно близка к одному из значений $\varepsilon_{n\sigma}(p_n)$ (в дальнейшем мы будем обозначать это значение ε_n и называть уровнем энергии), чтобы можно было воспользоваться разложением (2), плотность состояний может быть представлена в виде $v(\varepsilon) = v_0(\varepsilon) + \delta v_n(\varepsilon)$, где $v_0(\varepsilon)$ — результат суммирования в (9) по всем уровням, кроме расположенных вблизи ε_n , а

$$\delta v_n(\varepsilon) = \frac{eH}{2(2\pi\hbar)^2 c} \sqrt{\frac{|2m_{\parallel}|}{|\varepsilon - \varepsilon_n|}} \theta(\pm(\varepsilon - \varepsilon_n)) \quad (11)$$

— добавка к плотности состояний, связанная с этим уровнем. Верхний знак в аргументе θ -функции относится к случаю, когда продольная эффективная масса положительна. Для определенности предположим, что $m_{\parallel} > 0$. Обратим внимание на то, что плотность $v_0(\varepsilon)$ при $\varepsilon \rightarrow \varepsilon_n$ остается конечной, а $\delta v_n(\varepsilon)$ обращается в бесконечность, так что вблизи $\varepsilon = \varepsilon_n$ есть область значений, где $\delta v_n(\varepsilon) \gg v_0(\varepsilon)$.

Полное число электронных состояний с энергией, меньшей ε , имеет аномальную часть

$$\delta N_n(\varepsilon) = \frac{eH\sqrt{2m_{\parallel}}}{(2\pi\hbar)^2 c} \sqrt{|\varepsilon - \varepsilon_n|} \theta(\varepsilon - \varepsilon_n), \quad (12)$$

а термодинамический потенциал представляется в виде $\Omega = \Omega_0 + \delta\Omega_n$, где

$$\delta\Omega_n = -\frac{eH_n/2m_{\parallel}}{(2\pi\hbar)^2 c} \int_{\varepsilon_n}^{\varepsilon} \frac{\sqrt{\varepsilon - \varepsilon_n} d\varepsilon}{\exp[(\varepsilon - \mu)/T] + 1}. \quad (13)$$

Поле H_n определяется из условия $\varepsilon_n = \mu$ (μ — химический потенциал). При нулевой температуре

$$\delta\Omega_n = -\frac{2}{3} \frac{eH_n\sqrt{2m_{\parallel}}}{(2\pi\hbar)^2 c} z^{3/2} \theta(z). \quad (14)$$

Мы ввели важный для дальнейшего энергетический параметр $z = \mu - \varepsilon_n$.

Формально ситуация напоминает ЭТП [2] (обзор результатов см. в [3]). Как известно, если в металле поверхность Ферми меняет свою топологию (зарождается новая полость или исчезает перемычка), то плотность состояний на поверхности Ферми в чистом кристалле получает сингулярную добавку. Последняя равна нулю с той стороны от перехода, где число полостей поверхности Ферми меньше, а с другой стороны корневым образом зависит от параметра $z = \mu - \varepsilon_c$, где ε_c — значение энергии, соответствующее изменению топологии поверхности Ферми. Термодинамический потенциал при нулевой температуре также получает сингулярную добавку, которая с одной стороны от перехода равна нулю, а с другой пропорциональна $|z|^{5/2}$. Таким образом, в соответствии с терминологией Эренфеста трехмерный ЭТП при нулевой температуре является фазовым переходом $2\frac{1}{2}$ -го рода. Подчеркнем во избежание недоразумения, что речь идет о фазовом переходе не по температуре, а по внешним параметрам (например, по давлению, концентрации примесей или магнитному полю). При конечной температуре, а также в неидеальном кристалле особенность термодинамического потенциала размывается, и ЭТП фактически перестает быть фазовым переходом, но проявляется в виде аномалий. В частности, аномальная часть электронной теплоемкости растет корневым образом с увеличением z , а коэффициент теплового расширения обращается в бесконечность как $|z|^{-1/2}$.

Аналогично рассуждая, можно заключить, что в рассматриваемом случае при пересечении энергией Ферми уровней $\varepsilon_{n\sigma}$ происходит фазовый переход $1\frac{1}{2}$ рода — одномерный ЭТП², состоящий в возникновении или исчезновении "одномерной полости" на уровне Ферми (в появлении электронов в новой подзоне Ландау, когда ε_n соответствует наибольшему максимуму (по p_z) $S(\varepsilon, p_z)$).

При конечной температуре, а также в неидеальном кристалле особенность размывается, и фазовый переход превращается в аномалию (см. ниже). Каковы особенности термодинамических величин? Будем считать, что $T \ll \hbar\omega_c$ и $|z| \ll \hbar\omega_c$, а число заполненных подзон Ландау

столь велико, что химический потенциал можно считать слабо зависящим от магнитного поля (это обычная ситуация при наблюдении эффекта дГВА). Прежде всего определим зависимость параметра z от температуры, объема и магнитного поля. Из условия постоянства числа электронов N получаем при $T \ll |z|$

$$\frac{\partial z}{\partial T} = -\frac{\pi^2 T}{3} \frac{v'(z)}{v(z)}, \quad \frac{\partial z}{\partial V} = -\frac{N}{V^2 v(z)}. \quad (15)$$

Так как согласно (11) $v(z) \propto 1/\sqrt{z}$ при $z \rightarrow 0$, то

$$\frac{\partial z}{\partial T} = \frac{\pi^2 T}{6z} \theta(z), \quad \frac{\partial z}{\partial V} \propto \frac{1}{\sqrt{z}}, \quad z \rightarrow 0. \quad (16)$$

Поскольку $v(z)$ обращается в бесконечность как $1/\sqrt{z}$, при $|z| \rightarrow 0$ аномальная часть плотности состояний значительно больше нормальной: $v_0 \ll \delta v_n$ и $|v'_0| \ll |\delta v'_n|$.

Далее, при $T = 0$ и

$$0 < \mu_0 - \varepsilon_n \ll \left[\frac{eH_n\sqrt{m_{\parallel}}}{c\hbar^2 v^2(\mu_0)} \right]^2$$

имеем

$$\begin{aligned} z(H) &= \mu(H) - \varepsilon_n = \\ &= (\mu_0 - \varepsilon_n)^2 \frac{v^2(\mu_0)\sqrt{2}\pi^2 c\hbar^3}{m_{\parallel} eH_n} \propto (H_n - H)^2, \end{aligned} \quad (17)$$

где μ_0 — значение химического потенциала в отсутствие магнитного поля.

Термодинамические величины — электронную теплоемкость C , термический коэффициент электронного давления $\alpha = T^{-1} \partial P / \partial T$ и сжимаемость $\kappa = \partial P / \partial V$ — нам будет удобно с учетом выражений (15), (16) представить в следующем виде:

$$C = \frac{\pi^2 T}{3} v(z), \quad (18)$$

$$\alpha = \frac{\pi^2 T}{3} \left[v(z) - \frac{N v'(z)}{V v(z)} \right], \quad (19)$$

$$\kappa = -\frac{N^2}{V^2} \frac{1}{v(z)}. \quad (20)$$

Таким образом, теплоемкость имеет особенность, обращающуюся в бесконечность при $z \rightarrow 0$:

$$\frac{\delta C}{T} = \frac{\pi^2 a_1}{3} \frac{1}{\sqrt{z}} \theta(z). \quad (21)$$

Мы ввели обозначение $a_1 = [eH_n/2(2\pi\hbar)c] \sqrt{|2m_{\parallel}|}$. Термический коэффициент давления (а вместе с ним и коэффициент теплового расширения) имеет еще более сильную особенность:

$$\delta\alpha = \frac{\pi^2 N}{6Vz} \theta(z), \quad (22)$$

а электронная составляющая сжимаемости при $z > 0$ корневым образом обращается в нуль:

$$\kappa = -\frac{N^2}{V^2} a_1 \sqrt{z}, \quad z > 0. \quad (23)$$

² Естественно, это — следствие одномеризации электронного спектра в магнитном поле.

При $z < 0$ все электронные характеристики равны своим фоновым значениям, связанным с величиной v_0 . Считая, что изменяется магнитное поле, мы получаем, что теплоемкость и коэффициент теплового расширения расходятся соответственно как $(H_n - H)^{-1}$ и $(H_n - H)^{-2}$, а электронная составляющая сжимаемости пропорциональна $H_n - H$.

Однако при переходе $1\frac{1}{2}$ рода возникает явление, которого нет при ЭТП. Чтобы в этом убедиться, вычислим аномалию магнитной восприимчивости³ $\delta\chi = -\partial^2\delta\Omega/\partial H^2$. Оставляя лишь расходящийся при $z \rightarrow 0$ вклад, имеем

$$\delta\chi = -\frac{eH_n}{c} \left(\frac{\partial \varepsilon_n}{\partial H} \right)^2 \frac{\sqrt{2m_{\parallel}}}{(2\pi\hbar)^2} \int_0^{\infty} \frac{\partial n_F(\varepsilon + \varepsilon_n)}{\partial \varepsilon} \frac{d\varepsilon}{2\sqrt{\varepsilon}}. \quad (24)$$

В предельных случаях получаем: при $T \ll z$

$$\delta\chi = \frac{eH_n}{2c} \left(\frac{\partial \varepsilon_n}{\partial H} \right)^2 \frac{\sqrt{2m_{\parallel}}}{(2\pi\hbar)^2 \sqrt{z}} \theta(z) \left(1 + \frac{\pi^2}{8} \sqrt{\frac{T}{z}} \right), \quad (25)$$

при $z \ll T$

$$\delta\chi = \frac{eH_n}{2c} \left(\frac{\partial \varepsilon_n}{\partial H} \right)^2 \frac{\sqrt{2m_{\parallel}}}{(2\pi\hbar)^2 \sqrt{2T}} \left(A_1 + \frac{z}{T} A_2 \right), \quad (26)$$

$$A_1 = \int_0^{\infty} \frac{d\xi}{\cosh^2 \xi^2} \approx 0,953,$$

$$A_2 = \int_0^{\infty} \frac{\sinh \xi^2 d\xi}{\cosh^3 \xi^2} \approx 0,298. \quad (27)$$

В области малых температур и малых z (т. е. в ситуации, когда химический потенциал μ лежит достаточно близко к ε_n) восприимчивость велика (и положительна), а в пределе стремится к бесконечности. В частности, в заштрихованной области на фазовой диаграмме $z - T$, приведенной на рис. 4⁴, магнитная восприимчивость больше $(4\pi)^{-1}$.

Существование большой магнитной восприимчивости ставит вопрос о том, от магнитного поля H или от

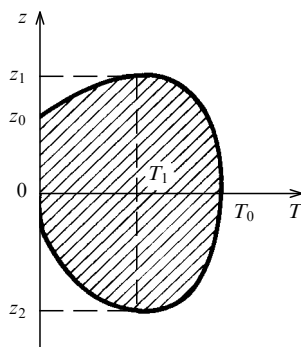


Рис. 4. Фазовая диаграмма в координатах $z - T$. Заштрихована область существования кондоновских доменов; вдоль ограничивающей ее линии происходит фазовый переход первого рода

³ Для простоты мы не учитываем эффекты анизотропии.

⁴ Величины z_0 и T_0 находятся из выражений (25), (26) и из равенства $\delta\chi = (4\pi)^{-1}$ соответственно при $T = 0$ и $z = 0$ (вкладом $\chi_0 \ll 1$, естественно, можно пренебречь).

магнитной индукции B зависят термодинамический потенциал Ω и другие термодинамические характеристики электронов проводимости. В обычных условиях (в немагнитных средах) этот вопрос не возникает, так как магнитная восприимчивость (и диа-, и парамагнетиков) очень мала, в результате чего $B \simeq H$. Наиболее важная осциллирующая часть термодинамического потенциала определяется электронами на орбитах макроскопических размеров (значительно превышающих размер ячейки кристалла). При движении по такой орбите электрон "воспринимает" *среднее* магнитное поле, т. е. индукцию B . Поэтому аргументом термодинамического потенциала Ω является B , а не H , и, следовательно, во всех выписанных выше формулах надо заменить H на B .

Используя равенство

$$H = B - 4\pi M(B), \quad (28)$$

где $M(B) = -\partial\Omega(B)/\partial B$ — намагниченность образца, нетрудно показать, что условие термодинамической устойчивости $\partial H/\partial B > 0$ (см. [8]) формулируется как неравенство

$$\chi > \frac{1}{4\pi}. \quad (29)$$

Таким образом, область, заштрихованная на рис. 4, — это область неустойчивости. Существование области неустойчивости в зависимости $H = H(B)$ (рис. 5) показывает, что в электронной подсистеме металла обязательно должен произойти фазовый переход первого рода, при котором система разбивается на две фазы с различными значениями индукции (эффект Шёнберга, см. [1, 7]).

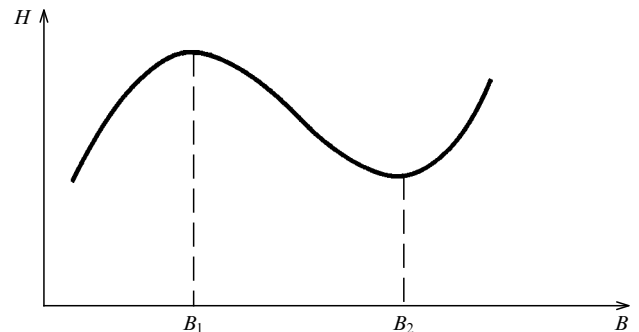


Рис. 5. Типичная зависимость магнитного поля H от индукции B вблизи точки фазового перехода. При $B_1 < B < B_2$ нарушается термодинамическое неравенство $\partial H/\partial B > 0$, и система неустойчива по отношению к образованию кондоновских доменов

Итак, при заданной температуре T_1 (см. рис. 4) при $z_1 < z < z_2$ система состоит из двух фаз с индукциями, соответствующими $B(z_1)$ и $B(z_2)$ — диамагнитные домены Кондона [9]. Вся ситуация очень похожа на переход жидкость–пар в системе, описываемой уравнением Вандер-Ваальса.

Область существования доменов легко оценить. Так, при нулевой температуре восприимчивость обращается в $(4\pi)^{-1}$ при $z = z_0$ (см. рис. 4), что в согласии с (17) соответствует индукции

$$H_0 = H_n \left(1 - \frac{v(\mu_0)e^2\hbar^2}{\pi c^2 m_{\parallel}^2} \right). \quad (30)$$

Обращение в бесконечность амплитуды осцилляций дГВА и появление кондоновских доменов может быть интерпретировано как электронный топологический переход — фазовый переход первого рода, предшествующий переходу $1\frac{1}{2}$ рода (и тем его ликвидирующий).

В работе И. М. Лифшица [2] есть замечание о том, что при ЭТП (в отсутствие магнитного поля) сжимаемость $\partial P/\partial V$ приобретает конечную положительную добавку, из-за чего может произойти потеря устойчивости кристалла. Подчеркнем, что при $H = 0$ добавка конечна, и полное значение сжимаемости может оказаться отрицательным лишь при $|z| \neq 0$. В магнитном поле (при $T \rightarrow 0$) неустойчивость должна возникнуть обязательно и обязательно должен произойти фазовый переход первого рода. Его следствие — неоднократно наблюдавшееся [1] разбиение металла на домены. Это означает, что неоднократно наблюдался электронный топологический переход первого рода.

2. В настоящее время большой интерес вызывают искусственно созданные (рукотворные) объекты. К ним принадлежат кристаллы со сверхструктурой — сверхрешетки с периодически меняющимися свойствами, период которых значительно превышает постоянную решетки. Среди таких объектов встречаются системы чередующихся слоев "вырожденный полупроводник–диэлектрик". Движение в слое полупроводника можно считать квазисвободным. Связь между слоями, как правило, слаба. Если туннельная проницаемость диэлектрических барьеров не слишком слаба, и система обладает достаточно строгой периодичностью, то поперек слоев (вдоль оси z) возможно зонное движение. Реально выйти за пределы слабой связи не удастся (см., например, [10]), и закон дисперсии носителей имеет простой вид (при $H = 0$):

$$\varepsilon(\mathbf{p}) = \frac{p_x^2 + p_y^2}{2m_{\perp}} + \Delta \sin^2\left(\frac{p_z d}{2\hbar}\right), \quad (31)$$

где $m_{\perp}$ — эффективная масса движения в проводящем слое, Δ — ширина мини-зоны, связанная с туннельной прозрачностью слоев диэлектрика, а d — период сверхрешетки. В магнитном поле, направленном вдоль оси z (перпендикулярно слоям), спектр становится квантованным (связанное со спином расщепление мы для простоты не учитываем):

$$\varepsilon_n(p_z) = \hbar\omega_c \left(n + \frac{1}{2}\right) + \Delta \sin^2\left(\frac{p_z d}{2\hbar}\right), \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad (32)$$

циклотронная частота вращения электрона равна $\omega_c = eH/m_{\perp}c$. Плотность состояний такой системы, согласно (9), есть

$$v(\varepsilon) = \frac{eH}{\pi^2 c d \hbar} \sum_n \left[\varepsilon - \hbar\omega_c \left(n + \frac{1}{2}\right) \right]^{-1/2} \times \left[\hbar\omega_c \left(n + \frac{1}{2}\right) + \Delta - \varepsilon \right]^{-1/2}, \quad (33)$$

причем, естественно, энергия лежит в интервалах

$$\hbar\omega_c \left(n + \frac{1}{2}\right) < \varepsilon < \hbar\omega_c \left(n + \frac{1}{2}\right) + \Delta, \quad (34)$$

а вне этих интервалов $v(\varepsilon) \equiv 0$, если $\hbar\omega_c > \Delta$.

Видно, что в сильных магнитных полях (при $\hbar\omega_c > \Delta$) в энергетическом спектре имеются щели. Разрешенные и запрещенные зоны (полосы) энергий чередуются, не перекрываясь. Ширина каждой разрешенной зоны в сверхрешетке объемом 1 см^3 равна Δ , а полная емкость зоны составляет $N_H = eH/\pi\hbar c d$ (см^{-3}). Таким образом, если плотность носителей N кратна N_H ($N = sN_H$, $s = 1, 2, \dots$), то при $T = 0$ сверхрешетка представляет собой диэлектрик: в системе есть только заполненные и пустые зоны. Правда, это необычный диэлектрик. Все диссипативные компоненты проводимости равны нулю, а холловская $\sigma_{xy} = -\sigma_{yx}$ отлична от нуля и равна $e^2 s / \pi\hbar d$. Легко понять, что описываемое явление — трехмерный аналог квантового эффекта Холла (см. [11], а также [12]). При введении двумерной проводимости $\sigma_{ik}^{(2)} = d\sigma_{ik}$ ступеньки приобретают обычный вид $\sigma_{ik}^{(2)} = 2e^2 s / h$.

При $N = sN_H$ и $T = 0$ химический потенциал электронов μ располагается в середине запрещенной зоны. При $T \ll \hbar\omega_c$ число электронов в первой "пустой" зоне (в зоне проводимости) и число дырок в последней "заполненной" зоне (в валентной зоне) экспоненциально мало: $N_e = N_h \propto \exp(-\hbar\omega_c/2T)$.

Заполнение зон можно регулировать при постоянной плотности носителей, изменяя магнитное поле. При $H \neq H_s = \pi\hbar c Nd/es$ обязательно есть частично заполненная зона, и система представляет собой "металл" (вырожденный полупроводник). Таким образом, с помощью изменения магнитного поля можно моделировать переход металл–диэлектрик [11]. Последний также является примером топологического фазового перехода $1\frac{1}{2}$ рода. Однако, как и в рассмотренном выше случае, до перехода $1\frac{1}{2}$ рода "дело не доходит". При приближении магнитного поля к одному из значений H_s возрастает магнитная восприимчивость, что приводит к нарушению устойчивости. В результате происходит фазовый переход первого рода. Такая ситуация имеет место по крайней мере при $T = 0$, когда для магнитной восприимчивости можно получить следующее выражение:

$$\chi = \frac{2e^2}{\pi c^2 d m} \frac{s + 1/2}{\sqrt{1 - X^2}}, \quad X = 2 \sin^2\left(\frac{\pi N}{N_H}\right) - 1. \quad (35)$$

Эту же формулу можно считать справедливой при температурах $T \ll \mu'$, где μ' — химический потенциал, отсчитанный от края зоны.

Достаточно близко от перехода металл–диэлектрик, когда выполнено неравенство

$$\hbar\omega_c \gg T \gg \mu'$$

(или при $H \rightarrow H_s$: $|H - H_s| \ll H_s \sqrt{\pi T/\Delta}$), в системе происходит снятие вырождения, и электронный газ становится бoльцмановским. В этом случае химический потенциал лежит в центре запрещенной зоны, а магнитная восприимчивость определяется выражением

$$\chi = \frac{2e^2}{\pi c^2 d m} \hbar\omega_c T \exp\left(-\frac{\hbar\omega_c - \Delta}{2T}\right) \left[\left(s + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(s + \frac{3}{2}\right)^2 \right], \quad \hbar\omega_c - \Delta \gg T. \quad (36)$$

Видно, что в этой области восприимчивость экспоненциально мала. На рис. 6а, б представлены зависимости магнитной восприимчивости от магнитного поля соот-

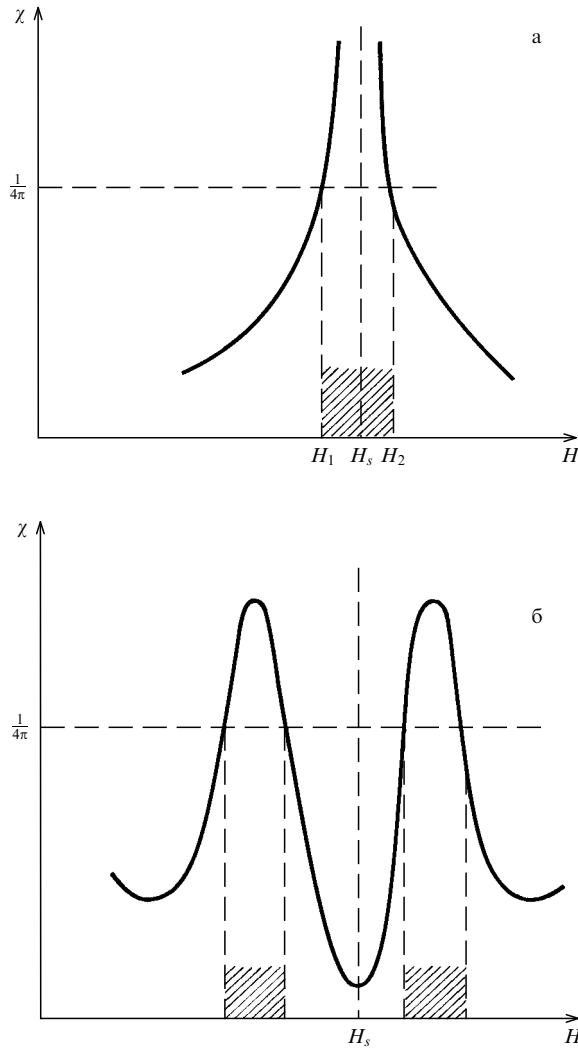


Рис. 6. Зависимость магнитной восприимчивости от магнитного поля для сверхрешетки при $T = 0$ (а) и $T \neq 0$ (б). Заштрихованы области значений магнитных полей, в которых $\chi > (4\pi)^{-1}$, т. е. области существования доменов. При $T \rightarrow 0$ максимумы "уходят" на бесконечность, а минимум исчезает

ответственно для случаев $T = 0$ и $T \neq 0$. При нулевой температуре увеличение и уменьшение поля сопровождается двумя фазовыми переходами первого рода (разбиением системы на кондоновские домены). Поля H_1 и H_2 (рис. 6а) могут быть легко найдены:

$$H_{1,2} = H_s \left[1 \mp \frac{4e^2}{\pi c^2 d m} \left(s + \frac{1}{2} \right) \right]. \quad (37)$$

При конечной температуре максимальное значение восприимчивости достигается при полях

$$H \approx H_s \left(1 \mp \sqrt{\frac{\pi T}{\Delta}} \right). \quad (38)$$

При температурах

$$\sqrt{\frac{\pi T}{\Delta}} > \frac{4e^2}{\pi c^2 d m} \left(s + \frac{1}{2} \right) \quad (39)$$

восприимчивость нигде не превосходит $1/4\pi$, и область неустойчивости, связанная с образованием кондоновских доменов, отсутствует: в системе имеется только переход металл–диэлектрик (хотя, естественно, размытый, так как $T \neq 0$).

Следует отметить, что в отличие от трехмерного случая в сверхрешетках (при низких температурах) равновесные электроны появляются только в результате легирования. Из-за столкновений электронов с примесями уровень Ландау уширяется. Это приводит к уменьшению амплитуды осцилляций восприимчивости, что характеризуется эффективной дингловской температурой T_D , где $T_D \simeq \hbar/\tau$, τ — характерное время рассеяния электронов на примесях. В работе [13] было вычислено время рассеяния электронов в поле точечных дефектов $U(\mathbf{r}) = U_0 \sum_i \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i)$:

$$\tau^{-1} = \frac{U_0^2 N_i e H}{2\pi^2 \hbar c d \Delta} \sqrt{x(1-x)}, \quad x = \frac{\mu'}{\Delta}, \quad (40)$$

где N_i — концентрация примесей, от ее величины зависит возможность существования фазового перехода первого рода.

Надо, однако, иметь в виду возможность создания заселенности подзон Ландау без введения примесей (например, с помощью световой накачки). Такой способ может оказаться удобным для наблюдения фазовых переходов в сверхрешетках.

Список литературы

1. Шёнберг Д *Магнитные осцилляции в металлах* (М.: Мир, 1985)
2. Лифшиц И М *ЖЭТФ* **38** 1569 (1960)
3. Varlamov A A, Egorov V S, Pantsulaya A V *Adv. Phys.* **38** 469 (1989); Blanter Ya M, Kaganov M I, Pantsulaya A V, Varlamov A A *Phys. Rep.* **245** 159 (1994)
4. Лифшиц И М, Азбель М Я, Каганов М И *Электронная теория металлов* (М.: Наука, 1971)
5. Азбель М Я, Скроцкая Е Г *ЖЭТФ* **47** 1958 (1964)
6. Лифшиц И М, Косевич А М *ЖЭТФ* **29** 720 (1955)
7. Абрикосов А А *Основы теории металлов* (М.: Наука, 1987)
8. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Электродинамика сплошных сред* (М.: Наука, 1992)
9. Condon J H *Phys. Rev.* **145** 526 (1966)
10. Силин А П *УФН* **147** 485 (1985)
11. Луцкий В Н, Каганов М И, Шик А Я *ЖЭТФ* **92** 721 (1987)
12. Вендлер Л, Каганов М И *Письма ЖЭТФ* **44** 345 (1986)
13. Калафати Ю Д, Посвянский Д В *Письма ЖЭТФ* **57** 655 (1993)

DE HAAS-VAN ALPHEN EFFECT — THE EXAMPLE OF THE ELECTRONIC TOPOLOGICAL TRANSITION OF THE FIRST ORDER**Ya. M. Blanter***Institute of Steel and Fusions, 4, Leninsky Prospect 117936, Moscow, Russia**Tel. (7-095) 236-9343***M. I. Kaganov***Institute of Physics Problem 2, Ulitsa Kosygina 117334, Moscow, Russia***D.V. Posvyanskii***Institute of Radioelectronics of Russian Academy of Sciences**11, Ulitsa Mokhovaya, 103097, Moscow, Russia**Tel. (095) 203-47-17*

A description of the de Haas-van Alphen effect and of superlattice behavior in a quantizing magnetic field is given in terms of the electronic topological transition. It is shown that, in the vicinity of the transition, conditions of thermodynamic stability are violated. This leads to the "elimination" of $1\frac{1}{2}$ -order phase transition and induces the first-order phase transition (governed by the magnetic field). The latter manifests itself in the appearance of diamagnetic domains.

PACS numbers: **05.50. + q**, 05.70.Fh, 75.10.Jm, **75.90. + w**

Bibliography — 13 references

Received 25 September 1994

Новая методика изучения английского языка для научных работников

Предлагается новая оригинальная "Ассоциативно — функциональная методика изучения грамматики иностранного языка" Дениса Рунова (английская версия), позволяющая в кратчайший срок освоить классический курс английской грамматики. Эта методика создана в результате исследований в области филологии, психолингвистики и когнитивной психологии и действует на уровне логики и психоаналитики. В ее основе подход, базирующийся на механизме ассоциативного мышления, посредством которого наше сознание перерабатывает воспринимаемую ситуацию в ее грамматико-речевое выражение. Методика рассчитана на интеллектуальных слушателей. Каждое занятие — это одновременно и урок логики, системного анализа причинно-следственных связей, которые управляют речью носителя языка. Определение информационной ценности тех или иных грамматических форм, установление их иерархии, адекватное использование этих форм в англоязычной речи — все это требует от слушателей глубокого понимания и лишь потом, как результат, творческого применения полученных навыков.

Курсы, обладающие эксклюзивным правом на использование этой методики работают в Санкт-Петербурге и в ближайшее время откроются в Москве.

**Контактные телефоны (812) 152-27-28,
(812) 234-17-43,
(095) 307-76-86.**