Февраль 1995 г. **УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК** *Том 165, № 2*

МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ

Теория классического гравитационного поля

А.А. Логунов

В работе в рамках специальной теории относительности на основе принципа геометризации находятся уравнения для массивного гравитационного поля. Наличие массы гравитона имеет принципиальное значение для построения теории. Согласно этой теории гравитации, однородная и изотропная Вселенная развивается циклически, от большой плотности до минимальной и т.д., и может быть только плоской. Теория предсказывает существование во Вселенной значительной скрытой массы вещества. Существование во Вселенной "черных" дыр полностью исключается. Теория объясняет все известные наблюдательные факты в Солнечной системе.

PACS numbers: **04.20.−q, 03.30.+p, 02.40.−k, 98.80.−k**

Содержание

Введение

Общая теория относительности (ОТО) Эйнштейна, основные уравнения которой были построены Гильбертом и Эйнштейном в 1915 г., открыла новый этап в изучении гравитационных явлений. Однако наряду с успехами эта теория почти с момента рождения столкнулась с принципиальными трудностями в определении физических характеристик гравитационного поля и, как следствие, в формулировке законов сохранения энергии-импульса*.

* Редколлегия журнала УФН напоминает читателям о том, что вопросы, затрагиваемые в данной статье, неоднократно обсуждались на страницах нашего журнала с различных позиций. См., например, статьи Логунова А.А., Лоскутова Ю.М., Мествиришвили М.А. (*УФН* **155** (3) 369 (1988)) и Зельдовича Я.Б., Грищука Л.П. (там же, с. 517, а также статьи Логунова А.А. (*УФН* **160** (8) 133 (1990)) и Грищука Л.П. (там же, с. 147).

А.А. Логунов. Институт физики высоких энергий
142284 Протвино, Московская область, Россия
Тел. (095) 146-95-38, (095) 924-67-52. Факс (095) 230-23-37
E-mail: tyurin@mx.ihep.su

Статья поступила 24 августа 1994 г.,
после дополнений 29 декабря 1994 г.

Эйнштейн ясно понимал фундаментальное значение законов сохранения энергии-импульса, более того, он считал, что источником гравитационного поля должен быть суммарный тензор вещества и гравитационного поля вместе взятых. Так, в 1913 г. он писал, что "*тензор гравитационного поля $\vartheta_{\mu\nu}$ является источником поля наравне с тензором материальных систем $\Theta_{\mu\nu}$. Исключительное положение энергии гравитационного поля по сравнению со всеми другими видами энергии привело бы к недопустимым последствиям*". В этой же работе Эйнштейн пришел к убеждению, что "*в общем случае гравитационное поле характеризуется десятью пространственно-временными функциями*", компонентами метрического тензора риманова пространства $g_{\mu\nu}$. Однако на этом пути построения теории Эйнштейну не удалось сделать источником поля тензор вещества и гравитационного поля, поскольку вместо тензора гравитационного поля в ОТО возник псевдотензор в римановом пространстве.

В 1918 г. Шрёдингер показал, что при соответствующем выборе системы координат все компоненты псевдотензора энергии-импульса гравитационного поля вне сферически-симметричного источника можно обратить в нуль. Эйнштейн по этому поводу писал: "*Что же касается соображений Шрёдингера, то их убедительность заключается в аналогии с электродинамикой, в которой напряжения и плотность энергии любого поля отличны от нуля. Однако я не могу найти причину, почему так же должно обстоять дело и для гравитационных полей. Гравитационные поля можно задавать, не вводя напряжений и плотности энергии*".

Эйнштейн, как мы видим, отказался от концепции классического поля типа Фарадея–Максвелла, обладающего плотностью энергии-импульса, в применении к гравитационному полю, хотя и сделал важный шаг, связав гравитационное поле с тензорной величиной. В качестве такой величины Эйнштейн взял метрический тензор риманова пространства $g_{\mu\nu}$. Такой ход мысли для Эйнштейна, по-видимому, был вполне естественным, поскольку его взгляды на гравитационное поле сформировались под влиянием им же введенного принципа эквивалентности сил инерции и гравитации: "*...для бесконечно малой области координаты всегда можно выбрать таким образом, что гравитационное поле будет отсутствовать в ней*".

Эту мысль он подчеркивал неоднократно; так, например, в 1923 г. он писал: "*Для любой бесконечно малой окрестности точки в произвольном поле тяготения можно указать локальную систему координат в таком состоянии движения, что по отношению к этой локальной системе координат не существует поля тяготения* (*локальная инерциальная система*)". Так возникло представление, что гравитационное поле нельзя локализовать. Наличие псевдотензора энергии-импульса, по мнению Эйнштейна, находится в полном соответствии с принципом эквивалентности [1].

Но предыдущее утверждение Эйнштейна в действительности не выполняется в ОТО, поскольку физической характеристикой поля в этой теории необходимо считать тензор кривизны риманова пространства. Ясным осознанием этого мы обязаны Сингу, который писал: "*Если мы принимаем идею о том, что пространство-время является римановым четырехмерным пространством* (*а если мы релятивисты, так мы должны это сделать*), *то, очевидно, первая наша задача будет состоять в том, чтобы прочувствовать эту четырехмерность подобно тому, как мореплаватели далеких времен должны были ощутить сферичность океана. И первое, что нам нужно осмыслить, — это тензор Римана, поскольку этот тензор и есть гравитационное поле: если он обращается в нуль* (*и только в этом случае*) *— поля не существует. И, однако, что довольно странно, этот важнейший факт был отодвинут на задний план*". Далее он отмечал: "*В теории Эйнштейна в зависимости от того, отличен от нуля тензор Римана или равен нулю, гравитационное поле присутствует или отсутствует. Это свойство абсолютно, оно никак не связано с мировой линией какого-то наблюдателя*".

Таким образом, согласно ОТО, вещество (все поля материи, кроме гравитационного) характеризуется тензором энергии-импульса, а гравитационное поле — тензором кривизны Римана. Причем если первый имеет второй ранг, то второй — четвертый ранг, т.е. фактически в ОТО возникло принципиальное различие между характеристиками вещества и гравитационного поля.

Введение в ОТО псевдотензора энергии-импульса гравитационного поля не помогло Эйнштейну сохранить в его теории законы сохранения энергии-импульса. Это обстоятельство предельно ясно понимал Гильберт, который по этому поводу писал в 1917 г.: "*... я утверждаю, что для общей теории относительности, т.е. в случае общей инвариантности гамильтоновой функции, уравнений энергии, которые... соответствуют уравнениям энергии в ортогонально-инвариантных теориях, вообще не существует, я даже мог бы отметить это обстоятельство как характерную черту общей теории относительности*".

В ОТО, в силу отсутствия десятипараметрической группы движения пространства-времени, в принципе, нельзя ввести законы сохранения энергии-импульса и момента количества движения, подобные тем, какие имеют место в любой другой физической теории. Законы сохранения энергии-импульса и момента количества движения являются фундаментальными законами природы. Именно эти законы вводят единые универсальные физические характеристики для всех форм материи, которые позволяют количественно рассмотреть превращение одних форм материи в другие. В этой связи естественно стремление построить такую теорию гравитации, в которой имели бы место все законы сохранения энергии-импульса и момента количества движения и в которой гравитационное поле обладало бы плотностью энергии-импульса подобно тому, как это имеет место для электромагнитного поля Фарадея–Максвелла.

В ОТО скалярная плотность лагранжиана гравитационного поля содержит вторые производные от поля в отличие от всех других физических теорий.

Около пятидесяти лет назад Натан Розен в работе [1] показал, что если наряду с римановой метрикой $g_{\mu\nu}$ ввести метрику $\gamma_{\mu\nu}$ пространства Минковского, то всегда можно построить скалярную плотность лагранжиана гравитационного поля относительно произвольных координатных преобразований, которая будет содержать производные не выше первого порядка. Он, в частности, построил такую плотность лагранжиана, которая приводит к уравнениям Гильберта–Эйнштейна. Так возник двуметрический формализм. Однако такой подход сразу усложнил проблему построения теории гравитации, поскольку, используя тензоры $\gamma_{\mu\nu}$ и $g_{\mu\nu}$, можно написать довольно-таки большое число скалярных плотностей относительно произвольных координатных преобразований, и совершенно не ясно, какую скалярную плотность необходимо выбрать в качестве плотности лагранжиана для построения теории гравитации.

Розен, следуя этому пути, выбирал в качестве плотности лагранжиана разные скалярные плотности и на их основе строил различные теории гравитации, которые дают, вообще говоря, и разные предсказания для тех или иных гравитационных эффектов. Ниже мы увидим, что в рамках специальной теории относительности (СТО), которая описывает явления как в инерциальных, так и в неинерциальных системах отсчета, с помощью принципа геометризации, отражающего универсальность гравитационного взаимодействия поля с веществом, вводя массу гравитона, нам удастся объединить идею Пуанкаре о гравитационном поле [2] как о физическом поле в духе Фарадея–Максвелла с идеей Эйнштейна о римановой геометрии пространства-времени. Именно принцип геометризации поможет найти бесконечномерную некоммутативную калибровочную группу, которая позволит построить плотность лагранжиана собственно гравитационного поля. Все это привело к релятивистской теории гравитации (РТГ) [3], обладающей всеми зако-

[1] Вопрос: в гл. 19 и особенно гл. 20 книги "Гравитация" Мизнерна, Торна и Уиллера объясняется, почему энергия гравитационного поля не может быть локализована (§ 20.4 особенно). Так как автор придерживается противоположного мнения, то в чем ошибочность изложенных там аргументов?

Согласно ОТО именно так обстоит дело с энергией гравитационного поля, об этом в свое время писал и В.А. Фок. В РТГ вводится физическое гравитационное поле типа Фарадея–Максвелла в пространстве Минковского, а поэтому можно ввести понятие тензора энергии-импульса гравитационного поля. Суть расхождений — в разных исходных положениях ОТО и РТГ. Опыт проверит, какой подход более соответствует природе. Хотя общетеоретические представления также имеют важное значение.

нами сохранения, как это имеет место во всех других физических теориях.

В этой теории источником гравитационного поля, в силу геометризации, является сохраняющийся суммарный тензор вещества и гравитационного поля, именно этого и хотел Эйнштейн при построении теории гравитации. Мы увидим далее, что достаточно общие физические требования приводят к однозначному построению полной системы уравнений массивного гравитационного поля. Уравнения (66), (67) в данной теории существенно отличаются от уравнений Гильберта–Эйнштейна, поскольку в ней сохранено понятие инерциальной системы координат, а силы гравитации в принципе отличаются от сил инерции, так как они вызваны физическим полем. Необходимо особо подчеркнуть, что наличие у гравитационного поля массы покоя, как мы увидим далее, имеет принципиальное значение. В настоящей работе вновь дается изложение основных принципов и уравнений теории с некоторыми дополнениями и уточнениями.

Релятивистская теория гравитации с массой гравитона является полевой теорией в такой же степени, как и классическая электродинамика, поэтому ее можно было бы назвать классической гравидинамикой.

1. Основные положения РТГ

Приступая к построению теории гравитационного поля, мы будем исходить из следующих основных положений.

Положение I

В основе РТГ лежит специальная теория относительности, что означает, что пространство Минковского (псевдоевклидова геометрия пространства-времени) есть фундаментальное пространство для всех физических полей, в том числе и для гравитационного. Это положение является необходимым и достаточным, чтобы имели место как закон сохранения энергии-импульса, так и закон сохранения момента количества движения для вещества и гравитационного поля вместе взятых. Иными словами, пространство Минковского отражает динамические свойства, общие для всех форм материи. Это обеспечивает для них существование единых физических характеристик, которые позволяют количественно описать превращение одних форм материи в другие.

Пространство Минковского нельзя считать априорно существующим; поскольку оно отражает свойства материи, следовательно, оно неотделимо от нее. Хотя формально, именно в силу независимости пространства от вида материи, оно иногда рассматривается абстрактно в отрыве от материи.

Пространство Минковского допускает описание как в инерциальной системе координат (например, галилеевы координаты), так и в неинерциальной (ускоренной). С математической точки зрения это очевидно, поскольку в пространстве Минковского можно ввести весьма широкий класс допустимых координатных систем (в том числе криволинейных). Однако это в общем довольно простое обстоятельство долгое время было непонято даже крупными физиками. Это объясняется тем, что пространство Минковского многими рассматривалось как формальная геометрическая интерпретация специальной теории относительности. Такое представление существенно сужает рамки СТО. Для построения РТГ необходимо было исходить из наиболее общей формулировки СТО в форме: все физические процессы (в том числе и гравитационные) протекают в четырехмерном мире, т.е. в пространстве и времени с псевдоевклидовой геометрией. При таком представлении СТО процесс синхронизации часов, принцип постоянства скорости света отходят на задний план, поскольку они имеют сугубо ограниченный частный характер, так как физический смысл имеет только интервал.

А. Пуанкаре еще в начале века в книге "Наука и гипотеза" писал, что хотя "*...опыт играет необходимую роль в происхождении геометрии, но было бы ошибкой заключить, что геометрия — хотя бы отчасти — является экспериментальной наукой. Если бы она была экспериментальной наукой, она имела бы только временное, приближенное — и весьма грубо приближенное! — значение*". И далее: "*Предмет геометрии составляет изучение лишь частной "группы" перемещений, но общее понятие группы существует раньше в нашем уме, по крайней мере в виде возможности*".

"*Опыт направляет нас при этом выборе, но не делает его для нас обязательным; он показывает нам не то, какая геометрия наиболее правильна, а то, какая наиболее удобна*". Если следовать этой мысли А. Пуанкаре, то, руководствуясь такими фундаментальными физическими принципами, как законы сохранения энергии-импульса и момента количества движения материи, нам необходимо положить в основу именно псевдоевклидову геометрию пространства-времени. Но этот выбор не только *удобен*, он фактически *единственен* до тех пор, пока незыблемы законы сохранения. А. Эйнштейн в 1921 г. в статье "Геометрия и опыт" писал: "*Вопрос о том, имеет этот континуум евклидову, риманову или какую-либо другую структуру, является вопросом физическим, ответ на который должен дать опыт, а не вопросом соглашения о выборе на основе простой целесообразности*".

В принципе, это правильно, однако возникает вопрос: какие опытные факты необходимы, чтобы можно было однозначно сказать о характере геометрии? По нашему мнению, такими фактами могут быть фундаментальные законы сохранения энергии-импульса и момента количества движения, поскольку именно они отражают общие динамические свойства материи. Это и приводит нас к псевдоевклидовой геометрии пространства-времени как самой простейшей.

Таким образом, при установлении структуры геометрии пространства-времени естественно исходить не из частных опытных фактов (например, движение света и пробных тел), а из фундаментальных физических принципов, полученных путем обобщения многочисленных опытных данных, относящихся к различным формам материи.

Пространство Минковского имеет глубокое физическое содержание, так как оно определяет универсальные свойства материи, такие, как энергия, импульс, момент количества движения.

Гравитационное поле описывается симметрическим тензором второго ранга $\phi^{\mu\nu}$ и является реальным физическим полем, обладающим плотностью энергии-импульса, массой покоя m и поляризационными состояниями, соответствующими спину 2 и 0. Исключение из состояний поля $\Phi^{\mu\nu}$ представлений, соответствующих спину 1 и 0', осуществляется подчинением компонент

$\phi^{\mu\nu}$ уравнению поля

$$D_\mu \phi^{\mu\nu} = 0, \tag{1}$$

где D_μ — ковариантная производная в пространстве Минковского.

Уравнение (1), помимо исключения нефизических состояний поля, вводит в теорию метрику $\gamma_{\mu\nu}$ пространства Минковского, что позволяет отделить силы инерции от действия гравитационного поля. Выбором галилеевой метрики $\gamma_{\mu\nu}$ можно полностью исключить действие сил инерции. Метрика пространства Минковского позволяет ввести понятия эталонной длины и промежутка времени при отсутствии гравитационного поля. Далее мы увидим, что взаимодействие тензорного гравитационного поля с веществом можно ввести таким образом, чтобы оно как бы деформировало пространство Минковского, изменяя метрические свойства, не нарушая причинности.

Положение II

Поскольку гравитационное поле описывается симметрическим тензором второго ранга $\phi^{\mu\nu}$, а его взаимодействие с другими полями можно считать универсальным, открывается уникальная возможность "подключить" это поле в плотности лагранжиана вещества непосредственно к тензору $\gamma^{\mu\nu}$ по правилу

$$L_M(\tilde{\gamma}^{\mu\nu}, \phi_A) \to L_M(\tilde{g}^{\mu\nu}, \phi_A), \tag{2}$$

где

$$\tilde{g}^{\mu\nu} = \tilde{\gamma}^{\mu\nu} + \tilde{\phi}^{\mu\nu}, \quad \tilde{g}^{\mu\nu} = \sqrt{-g}\, g^{\mu\nu},$$
$$\tilde{\gamma}^{\mu\nu} = \sqrt{-\gamma}\, \gamma^{\mu\nu}, \; \tilde{\phi}^{\mu\nu} = \sqrt{-\gamma}\, \phi^{\mu\nu}; \tag{3}$$

ϕ_A — поля вещества; $g = \det g_{\mu\nu}$; $\gamma = \det \gamma_{\mu\nu}$; $\tilde{g}^{\mu\nu}\tilde{g}_{\nu\sigma} = \delta^\mu_\sigma$. Тензор $g_{\nu\sigma}$ определяется из последнего равенства. Подъем и опускание индексов у $\gamma^{\mu\nu}$ осуществляется с помощью тензора $\gamma_{\mu\nu}$, а у тензора $g^{\mu\nu}$ — с помощью метрического тензора риманова пространства. Под веществом мы понимаем все формы материи за исключением гравитационного поля.

Такой вид взаимодействия гравитационного поля с веществом вводит понятие эффективного риманова пространства, в котором происходит движение вещества, и называется принципом геометризации. Согласно принципу геометризации движение вещества под действием гравитационного поля $\phi^{\mu\nu}$ в пространстве Минковского с метрикой $\gamma_{\mu\nu}$ тождественно его движению в эффективном римановом пространстве с метрикой $g_{\mu\nu}$. Эффективное риманово пространство имеет в буквальном смысле слова полевое происхождение, обязанное присутствию гравитационного поля $\phi^{\mu\nu}$.

Поскольку метрические свойства при наличии гравитационного поля определяются тензором эффективного риманова пространства, а без гравитационного поля — тензором $\gamma_{\mu\nu}$ пространства Минковского, то данная теория способна дать ответ на вопрос, как изменяются размеры тела и ход часов при действии гравитационного поля. Если теория не содержит тензор $\gamma_{\mu\nu}$ в уравнениях поля, то она, в принципе, не может ответить на такие вопросы. В ОТО гравитационное поле характеризуется метрическим тензором $g_{\mu\nu}$, в нашей теории оно определяется тензорной величиной $\phi^{\mu\nu}$, а эффективное риманово пространство строится с помощью поля $\phi^{\mu\nu}$, а также метрического тензора $\gamma^{\mu\nu}$ пространства Минковского, фиксирующего определенный выбор системы координат.

В нашей теории существуют галилеевы (инерциальные) системы координат, а поэтому ускорение имеет абсолютный характер. Движение пробного тела в эффективном римановом пространстве происходит по геодезической линии этого пространства, но оно не является свободным, поскольку вызвано действием гравитационного поля. Если бы пробное тело было заряженным, то оно излучало бы электромагнитные волны, поскольку его движение в поле происходило бы с ускорением.

Так как эффективное риманово пространство создается гравитационным полем $\phi^{\mu\nu}$, находящимся в пространстве Минковского, то оно всегда может быть задано (и это очень важно) в одной системе координат. Это означает, что мы будем иметь дело только с такими римановыми пространствами, которые задаются в одной карте. С нашей точки зрения, полностью исключаются римановы пространства со сложной топологией, поскольку они не полевого происхождения. Следует отметить, что, поскольку вещество движется в эффективном римановом пространстве, в уравнения движения вещества не войдет метрический тензор пространства Минковского $\gamma_{\mu\nu}$. Пространство Минковского будет сказываться на движении вещества только через метрический тензор риманова пространства $g_{\mu\nu}$, определяемый из уравнений, в которые входит метрический тензор $\gamma_{\mu\nu}$.

Таким образом, хотя принцип геометризации и позволяет перейти к описанию движения в эффективном римановом пространстве, тем не менее метрика исходного пространства Минковского не исключается, она, как мы увидим далее, остается в уравнениях гравитационного поля, сохраняя тем самым понятие инерциальной системы, в которой силы инерции тождественно равны нулю.

2. Калибровочная группа преобразований

Поскольку плотность лагранжиана вещества имеет вид

$$L_M(\tilde{g}^{\mu\nu},\, \phi_A), \tag{4}$$

то легко найти калибровочную группу преобразований, при которых эта плотность меняется только на дивергенцию. Для этой цели воспользуемся инвариантностью действия

$$S_M = \int L_M(\tilde{g}^{\mu\nu},\, \phi_A)\, \mathrm{d}^4x \tag{5}$$

при произвольном бесконечно малом изменении координат

$$x'^\alpha = x^\alpha + \xi^\alpha(x), \tag{6}$$

где ξ^α — бесконечно малый четырехвектор смещения. При этих координатных преобразованиях полевые функции $\tilde{g}^{\mu\nu}$, ϕ_A изменяются следующим образом:

$$\tilde{g}'^{\mu\nu}(x') = \tilde{g}^{\mu\nu}(x) + \delta_\xi \tilde{g}^{\mu\nu}(x) + \xi^\alpha(x) D_\alpha \tilde{g}^{\mu\nu}(x),$$
$$\phi'_A(x') = \phi_A(x) + \delta_\xi \phi_A(x) + \xi^\alpha(x) D_\alpha \phi_A(x), \tag{7}$$

где выражения

$$\delta_\xi \tilde{g}^{\mu\nu}(x) = \tilde{g}^{\mu\alpha} D_\alpha \xi^\nu(x) + \tilde{g}^{\nu\alpha} D_\alpha \xi^\mu(x) - D_\alpha(\xi^\alpha \tilde{g}^{\mu\nu}),$$
$$\delta_\xi \phi_A(x) = -\xi^\alpha(x) D_\alpha \phi_A(x) + F^{B;\alpha}_{A;\beta} \phi_B(x) D_\alpha \xi^\beta(x) \qquad (8)$$

являются вариациями Ли.

Операторы δ_ξ удовлетворяют условиям алгебры Ли, т.е. коммутационному соотношению

$$[\delta_{\xi_1},\ \delta_{\xi_2}](\cdot) = \delta_{\xi_3}(\cdot) \qquad (9)$$

и тождеству Якоби

$$[\delta_{\xi_1}, [\delta_{\xi_2}, \delta_{\xi_3}]] + [\delta_{\xi_3}, [\delta_{\xi_1}, \delta_{\xi_2}]] + [\delta_{\xi_2}, [\delta_{\xi_3}, \delta_{\xi_1}]] = 0,$$

где

$$\xi_3^\nu = \xi_1^\mu D_\mu \xi_2^\nu - \xi_2^\mu D_\mu \xi_1^\nu = \xi_1^\mu \partial_\mu \xi_2^\nu - \xi_2^\mu \partial_\mu \xi_1^\nu. \qquad (10)$$

Для того чтобы имело место (9), необходимо выполнение следующих условий:

$$F^{B;\mu}_{A;\nu} F^{C;\alpha}_{B;\beta} - F^{B;\alpha}_{A;\beta} F^{C;\mu}_{B;\nu} = f^{\mu\alpha;\tau}_{\nu\beta;\sigma} F^{C;\sigma}_{A;\tau}, \qquad (11)$$

где структурные постоянные f равны

$$f^{\mu\alpha;\tau}_{\nu\beta;\sigma} = \delta^\mu_\beta \delta^\alpha_\sigma \delta^\tau_\nu - \delta^\alpha_\nu \delta^\mu_\sigma \delta^\tau_\beta. \qquad (12)$$

Легко убедиться, что они удовлетворяют тождеству Якоби

$$f^{\alpha\nu;\sigma}_{\beta\mu;\tau} f^{\tau\rho;\omega}_{\sigma\varepsilon;\delta} + f^{\nu\rho;\sigma}_{\mu\varepsilon;\tau} f^{\tau\alpha;\omega}_{\sigma\beta;\delta} + f^{\rho\alpha;\sigma}_{\varepsilon\beta;\tau} f^{\tau\nu;\omega}_{\sigma\mu;\delta} = 0 \qquad (13)$$

и обладают свойством антисимметрии

$$f^{\alpha\nu;\rho}_{\beta\mu;\sigma} = -f^{\nu\alpha;\rho}_{\mu\beta;\sigma}.$$

При координатном преобразовании (6) вариация действия равна нулю:

$$\delta_c S_M = \int_{\Omega'} L'_M(x')\, d^4x' - \int_\Omega L_M(x)\ \mathrm{d}^4x = 0. \qquad (14)$$

Первый интеграл в (14) можно записать в виде

$$\int_{\Omega'} L'_M(x')\ \mathrm{d}^4x' = \int_\Omega J\, L'_M(x')\ \mathrm{d}^4x,$$

где

$$J = \det\left(\frac{\partial x'^\alpha}{\partial x^\beta}\right).$$

В первом порядке по ξ^α детерминант J равен

$$J = 1 + \partial_\alpha \xi^\alpha(x). \qquad (15)$$

Учитывая разложение

$$L'_M(x') = L'_M(x) + \xi^\alpha(x) \frac{\partial L_M}{\partial x^\alpha},$$

а также (15), выражение для вариации можно представить в форме

$$\delta_c S_M = \int_\Omega [\delta L_M(x) + \partial_\alpha(\xi^\alpha L_M(x))]\ \mathrm{d}^4x = 0.$$

В силу произвольности объема интегрирования Ω имеем тождество

$$\delta L_M(x) = -\partial_\alpha(\xi^\alpha(x) L_M(x)), \qquad (16)$$

где вариация Ли δL_M равна

$$\delta L_M(x) = \frac{\partial L_M}{\partial \tilde{g}^{\mu\nu}} \delta\tilde{g}^{\mu\nu} + \frac{\partial L_M}{\partial(\partial_\alpha \tilde{g}^{\mu\nu})} \delta(\partial_\alpha \tilde{g}^{\mu\nu}) + \frac{\partial L_M}{\partial \phi_A} \delta\phi_A + \frac{\partial L_M}{\partial(\partial_\alpha \phi_A)} \delta(\partial_\alpha \phi_A). \qquad (17)$$

Отсюда, в частности, следует, что если скалярная плотность зависит только от $\tilde{g}^{\mu\nu}$ и ее производных $\partial_\alpha \tilde{g}^{\mu\nu}$, то при преобразовании (8) она также изменится только на дивергенцию

$$\delta L(\tilde{g}^{\mu\nu}(x)) = -\partial_\alpha(\xi^\alpha(x)\, L(\tilde{g}^{\mu\nu}(x))), \qquad (16a)$$

где вариация Ли δL равна

$$\delta L(\tilde{g}^{\mu\nu}(x)) = \frac{\partial L}{\partial \tilde{g}^{\mu\nu}} \delta\tilde{g}^{\mu\nu} + \frac{\partial L}{\partial(\partial_\alpha \tilde{g}^{\mu\nu})} \delta(\partial_\alpha \tilde{g}^{\mu\nu}) + \frac{\partial L}{\partial(\partial_\alpha \partial_\beta \tilde{g}^{\mu\nu})} \delta(\partial_\alpha \partial_\beta \tilde{g}^{\mu\nu}). \qquad (17a)$$

Вариации Ли (8) были установлены в контексте координатных преобразований (6). Однако можно встать и на другую точку зрения, согласно которой преобразования (8) можно рассматривать как калибровочные преобразования. В этом случае произвольный бесконечно малый четырехвектор $\xi^\alpha(x)$ будет уже калибровочным вектором, а не вектором смещения координат. В дальнейшем, чтобы подчеркнуть отличие калибровочной группы от группы координатных преобразований, для группового параметра мы будем использовать обозначение $\varepsilon^\alpha(x)$, а преобразования полевых функций

$$\tilde{g}^{\mu\nu}(x) \to \tilde{g}^{\mu\nu}(x) + \delta\tilde{g}^{\mu\nu}(x),$$
$$\phi_A(x) \to \phi_A(x) + \delta\phi_A(x) \qquad (18)$$

с приращениями

$$\delta_\varepsilon \tilde{g}^{\mu\nu}(x) = \tilde{g}^{\mu\alpha} D_\alpha \varepsilon^\nu(x) + \tilde{g}^{\nu\alpha} D_\alpha \varepsilon^\mu(x) - D_\alpha(\varepsilon^\alpha \tilde{g}^{\mu\nu}),$$
$$\delta_\varepsilon \phi_A(x) = -\varepsilon^\alpha(x) D_\alpha \phi_A(x) + F^{B;\alpha}_{A;\beta} \phi_B(x)\, D_\alpha \varepsilon^\beta(x) \qquad (19)$$

будем называть калибровочными преобразованиями.

В полном соответствии с формулами (9) и (10) операторы удовлетворяют той же алгебре Ли, т.е. коммутационному соотношению

$$[\delta_{\varepsilon_1},\ \delta_{\varepsilon_2}](\cdot) = \delta_{\varepsilon_3}(\cdot) \qquad (20)$$

и тождеству Якоби

$$[\delta_{\varepsilon_1}, [\delta_{\varepsilon_2}, \delta_{\varepsilon_3}]] + [\delta_{\varepsilon_3}, [\delta_{\varepsilon_1}, \delta_{\varepsilon_2}]] + [\delta_{\varepsilon_2}, [\delta_{\varepsilon_3}, \delta_{\varepsilon_1}]] = 0. \qquad (21)$$

Здесь аналогично предыдущему имеем

$$\varepsilon_3^\nu = \varepsilon_1^\mu D_\mu \varepsilon_2^\nu - \varepsilon_2^\mu D_\mu \varepsilon_1^\nu = \varepsilon_1^\mu \partial_\mu \varepsilon_2^\nu - \varepsilon_2^\mu \partial_\mu \varepsilon_1^\nu.$$

Калибровочная группа возникла из геометризованной структуры скалярной плотности лагранжиана вещества $L_M(\tilde{g}^{\mu\nu}, \phi_A)$, которая в силу тождества (16) изменяется только на дивергенцию при калибровочных преобразованиях (19). Таким образом, принцип геометризации, который определил универсальный характер взаимодействия вещества и гравитационного поля, дал нам возможность сформулировать некоммутативную бесконечномерную калибровочную группу (19).

Существенная разница между калибровочными и координатными преобразованиями проявится в решающем месте в теории при построении скалярной плотности лагранжиана собственно гравитационного поля. Разница возникает из-за того, что при калибровочном преобразовании метрический тензор $\gamma_{\mu\nu}$ не изменяется; следовательно, в силу (3) имеем

$$\delta_\varepsilon \tilde{g}^{\mu\nu}(x) = \delta_\varepsilon \tilde{\phi}^{\mu\nu}(x).$$

На основании (19) следует преобразование для поля

$$\delta_\varepsilon \tilde{\phi}^{\mu\nu}(x) = \tilde{g}^{\mu\alpha} D_\alpha \varepsilon^\nu(x) + \tilde{g}^{\nu\alpha} D_\alpha \varepsilon^\mu(x) - D_\alpha(\varepsilon^\alpha \tilde{g}^{\mu\nu}).$$

Но это преобразование для поля существенно отличается от его преобразования при смещении координат:

$$\delta_\xi \tilde{\phi}^{\mu\nu}(x) = \tilde{\phi}^{\mu\alpha} D_\alpha \xi^\nu(x) + \tilde{\phi}^{\nu\alpha} D_\alpha \xi^\mu(x) - D_\alpha(\xi^\alpha \tilde{\phi}^{\mu\nu}).$$

При калибровочных преобразованиях (19) уравнения движения для вещества не изменяются, поскольку при любых таких преобразованиях плотность лагранжиана вещества изменяется только на дивергенцию.

3. Плотность лагранжиана и уравнения движения для собственно гравитационного поля

Как известно, используя только тензор $g_{\mu\nu}$, невозможно построить скалярную плотность лагранжиана собственно гравитационного поля относительно произвольных координатных преобразований в виде квадратичной формы производных не выше первого порядка. Поэтому в такую плотность лагранжиана будет обязательно входить наряду с метрикой $g_{\mu\nu}$ также и метрика $\gamma_{\mu\nu}$. Но, так как при калибровочном преобразовании (19) метрика $\gamma_{\mu\nu}$ не изменяется, следовательно, чтобы при этом преобразовании плотность лагранжиана собственно гравитационного поля изменялась только на дивергенцию, должны возникнуть сильные ограничения на ее структуру. Именно здесь и возникает принципиальная разница между калибровочным и координатным преобразованиями.

В то время, как координатные преобразования не накладывают почти никаких ограничений на структуру скалярной плотности лагранжиана собственно гравитационного поля, калибровочные преобразования позволяют нам найти плотность лагранжиана. Прямой общий метод построения лагранжиана приведен в монографии [3].

Здесь мы изберем более простой метод построения лагранжиана. На основании (16а) заключаем, что простейшие скалярные плотности $\sqrt{-g}$ и $\tilde{R} = \sqrt{-g}R$, где R — скалярная кривизна эффективного риманова пространства, при калибровочном преобразовании (19) изменяются следующим образом:

$$\sqrt{-g} \to \sqrt{-g} - D_\nu(\varepsilon^\nu \sqrt{-g}), \tag{22}$$

$$\tilde{R} \to \tilde{R} - D_\nu(\varepsilon^\nu \tilde{R}). \tag{23}$$

Скалярная плотность $\tilde{R}$ выражается через символы Кристоффеля

$$\Gamma^\lambda_{\mu\nu} = \frac{1}{2}\, g^{\lambda\sigma}(\partial_\mu g_{\sigma\nu} + \partial_\nu g_{\sigma\mu} - \partial_\sigma g_{\mu\nu}) \tag{24}$$

в виде

$$\tilde{R} = -\tilde{g}^{\mu\nu}(\Gamma^\lambda_{\mu\nu}\Gamma^\sigma_{\lambda\sigma} - \Gamma^\lambda_{\mu\sigma}\Gamma^\sigma_{\nu\lambda}) - \partial_\nu(\tilde{g}^{\mu\nu}\Gamma^\sigma_{\mu\sigma} - \tilde{g}^{\mu\sigma}\Gamma^\nu_{\mu\sigma}). \tag{25}$$

Поскольку символы Кристоффеля не являются тензорными величинами, каждое слагаемое в (25) не является скалярной плотностью. Однако, если ввести тензорные величины $G^\lambda_{\mu\nu}$:

$$G^\lambda_{\mu\nu} = \frac{1}{2}\, g^{\lambda\sigma}(D_\mu g_{\sigma\nu} + D_\nu g_{\sigma\mu} - D_\sigma g_{\mu\nu}), \tag{26}$$

то скалярную плотность можно тождественно записать в виде

$$\tilde{R} = -\tilde{g}^{\mu\nu}(G^\lambda_{\mu\nu} G^\sigma_{\lambda\sigma} - G^\lambda_{\mu\sigma} G^\sigma_{\nu\lambda}) - D_\nu(\tilde{g}^{\mu\nu} G^\sigma_{\mu\sigma} - \tilde{g}^{\mu\sigma} G^\nu_{\mu\sigma}). \tag{27}$$

Заметим, что в (27) каждая группа членов в отдельности ведет себя при произвольных координатных преобразованиях как скалярная плотность. Учитывая (22) и (23), выражение

$$\lambda_1(\tilde{R} + D_\nu Q^\nu) + \lambda_2\sqrt{-g} \tag{28}$$

при произвольных калибровочных преобразованиях изменяется только на дивергенцию. Выбирая векторную плотность Q^ν равной

$$Q^\nu = \tilde{g}^{\mu\nu} G^\sigma_{\mu\sigma} - \tilde{g}^{\mu\sigma} G^\nu_{\mu\sigma},$$

мы исключаем из предыдущего выражения члены с производными выше первого порядка и получаем плотность лагранжиана:

$$-\lambda_1 \tilde{g}^{\mu\nu}(G^\lambda_{\mu\nu} G^\sigma_{\lambda\sigma} - G^\lambda_{\mu\sigma} G^\sigma_{\nu\lambda}) + \lambda_2\sqrt{-g}. \tag{29}$$

Таким образом, мы видим, что требование, чтобы плотность лагранжиана собственно гравитационного поля при калибровочном преобразовании (19) изменялась только на дивергенцию, однозначно определяет структуру плотности лагранжиана (29). Но если ограничиться только этой плотностью, то уравнения гравитационного поля будут калибровочно инвариантными, а метрика пространства Минковского $\gamma_{\mu\nu}$ не войдет в систему уравнений, определяемых плотностью лагранжиана (29). Поскольку в таком подходе исчезает метрика пространства Минковского, то и исключается возможность представления гравитационного поля как физического поля типа Фарадея–Максвелла в пространстве Минковского.

При плотности лагранжиана (29) введение метрики $\gamma_{\mu\nu}$ с помощью уравнений (1) не спасает положение, поскольку физические величины — интервал и тензор кривизны риманова пространства, а также тензор $t^{\mu\nu}_g$ гравитационного поля — будут зависеть от выбора калибровки, что физически недопустимо. Для того чтобы сохранить представления о поле в пространстве Минковского и исключить такую неоднозначность, необходимо добавить в плотность лагранжиана гравитационного поля член, нарушающий калибровочную группу. На первый взгляд, может показаться, что здесь возникает большой произвол в выборе плотности лагранжиана гравитационного поля, так как нарушить группу можно весьма различными способами. Однако оказывается, что это не так, поскольку наше физическое требование на поляризационные свойства гравитационного поля как поля со спинами 2 и 0, накладываемое уравнениями (1), приводит к тому, что член, нарушающий группу (19), должен быть выбран таким образом, чтобы уравнения (1) являлись следствиями системы уравнений гравитационного поля и полей вещества, ибо только в этом случае у нас не возникает переопределенная система дифференциальных уравнений. Для этой цели в скалярную плотность лагранжиана гравитационного поля введем член вида

$$\gamma_{\mu\nu}\tilde{g}^{\mu\nu}, \tag{30}$$

который при наличии условий (1) и при преобразованиях (19) изменяется также на дивергенцию, но только на классе векторов, удовлетворяющих условию

$$g^{\mu\nu}D_\mu D_\nu \varepsilon^\sigma(x) = 0. \tag{31}$$

Почти аналогичная ситуация имеет место в электродинамике с массой покоя фотона, отличной от нуля. С учетом (28)–(30) общая скалярная плотность лагранжиана имеет вид [2]

$$L_g = -\lambda_1 \tilde{g}^{\mu\nu}(G^\lambda_{\mu\nu}\,G^\sigma_{\lambda\sigma} - G^\lambda_{\mu\sigma}\,G^\sigma_{\nu\lambda}) + \\ + \lambda_2\sqrt{-g} + \lambda_3\,\gamma_{\mu\nu}\,\tilde{g}^{\mu\nu} + \lambda_4\sqrt{-\gamma}. \tag{32}$$

Последний постоянный член в (32) мы ввели, чтобы с его помощью обратить в нуль плотность лагранжиана при отсутствии гравитационного поля. Сужение класса калибровочных векторов из-за введения члена (30) автоматически приводит к тому, что уравнения (1) будут следствиями уравнений гравитационного поля. В этом мы непосредственно убедимся ниже.

Согласно принципу наименьшего действия уравнения для собственного гравитационного поля имеют вид

$$\frac{\delta L_g}{\delta \tilde{g}^{\mu\nu}} = \lambda_1 R_{\mu\nu} + \frac{1}{2}\,\lambda_2\,g_{\mu\nu} + \lambda_3\,\gamma_{\mu\nu} = 0; \tag{33}$$

здесь

$$\frac{\delta L_g}{\delta \tilde{g}^{\mu\nu}} = \frac{\partial L_g}{\partial \tilde{g}^{\mu\nu}} - \partial_\sigma\left(\frac{\partial L}{\partial(\partial_\sigma \tilde{g}^{\mu\nu})}\right),$$

где $R_{\mu\nu}$ — тензор Риччи — запишем в форме

$$R_{\mu\nu} = D_\lambda\,G^\lambda_{\mu\nu} - D_\mu\,G^\lambda_{\nu\lambda} + G^\sigma_{\mu\nu}\,G^\lambda_{\sigma\lambda} - G^\sigma_{\mu\lambda}\,G^\lambda_{\nu\sigma}. \tag{34}$$

Поскольку в случае отсутствия гравитационного поля уравнения (33) должны тождественно выполняться, отсюда следует

$$\lambda_2 = -2\,\lambda_3. \tag{35}$$

Найдем теперь плотность тензора энергии-импульса гравитационного поля в пространстве Минковского:

$$t^{\mu\nu}_g = -2\frac{\delta L_g}{\delta\,\gamma_{\mu\nu}} = 2\sqrt{-\gamma}\left(\gamma^{\mu\alpha}\gamma^{\nu\beta} - \frac{1}{2}\gamma^{\mu\nu}\gamma^{\alpha\beta}\right)\frac{\delta L_g}{\delta\tilde{g}^{\alpha\beta}} + \\ + \lambda_1\,J^{\mu\nu} - 2\lambda_3\,\tilde{g}^{\mu\nu} - \lambda_4\,\tilde{\gamma}^{\mu\nu}, \tag{36}$$

где

$$J^{\mu\nu} = D_\alpha D_\beta(\gamma^{\alpha\mu}\tilde{g}^{\beta\nu} + \gamma^{\alpha\nu}\tilde{g}^{\beta\mu} - \gamma^{\alpha\beta}\,\tilde{g}^{\mu\nu} - \gamma^{\mu\nu}\,\tilde{g}^{\alpha\beta}). \tag{37}$$

Если в выражении (36) учесть динамические уравнения (33), то мы получим уравнение для собственно гравитационного поля в форме [3]

$$\lambda_1\,J^{\mu\nu} - 2\,\lambda_3\tilde{g}^{\mu\nu} - \lambda_4\,\tilde{\gamma}^{\mu\nu} = t^{\mu\nu}_g. \tag{38}$$

Для того чтобы это уравнение в случае отсутствия гравитационного поля удовлетворялось тождественно, необходимо положить

$$\lambda_4 = -2\,\lambda_3. \tag{39}$$

Поскольку для собственно гравитационного поля всегда имеет место равенство

$$D_\mu\,t^{\mu\nu}_g = 0, \tag{40}$$

из уравнения (38) следует

$$D_\mu\,\tilde{g}^{\mu\nu} = 0. \tag{41}$$

Таким образом, уравнение (1), определяющее поляризационные состояния поля, непосредственно следует из уравнения (38). С учетом уравнений (41) полевые уравнения (38) можно записать в виде

$$\gamma^{\alpha\beta}\,D_\alpha\,D_\beta\,\tilde{\phi}^{\mu\nu} - \frac{\lambda_4}{\lambda_1}\,\tilde{\phi}^{\mu\nu} = -\frac{1}{\lambda_1}\,t^{\mu\nu}_g. \tag{42}$$

[2] Вопрос: на с. 188 утверждается, что в ОТО скалярная плотность лагранжиана гравитационного поля содержит вторые производные $g_{\mu\nu}$. Но в ОТО из гравитационного действия они выделяются в дифференциальный член, который не варьируется. Точно так же действует и автор в § 3 своей статьи. В чем различие и преимущество? Действительно, если в ОТО в плотности лагранжиана гравитационного поля выделить члены со вторыми производными, которые образуют дивергенцию, то мы получим некоторое выражение, которое содержит только производные первого порядка (см. первый член в формуле (25)). Но это выражение не является плотностью скаляра относительно произвольных координатных преобразований. В РТГ мы имеем дело, как и во всех других физических теориях, с плотностью скаляра, содержащей производные не выше первого порядка (см. формулу (32)). Это позволяет ввести понятие тензора энергии-импульса гравитационного поля. В этом состоит различие.

[3] Вопрос: если уравнение (33) — это уравнение для гравитационного поля, то уравнение (36) — это определение $t^{\mu\nu}_g$. Но тогда и (43) есть определение $t^{\mu\nu}_g$. А вместе с тем (43) выглядит как волновое уравнение для $\Phi^{\mu\nu}$ с источником $t^{\mu\nu}_g$ в правой части, для которого должно быть дано отдельное выражение через производные $\Phi^{\mu\nu}$ не выше первой, если претендовать на описание гравитационного поля как обычного физического поля. Где это выражение для $t^{\mu\nu}_g$?

Соотношение (36) — это тождество (или определение). Но как только в этом тождестве мы используем уравнение поля (33), оно также становится уравнением. Выражение для $t^{\mu\nu}_g$ можно получить, если в (36) подставить (44) и (55). Поскольку гравитационное поле, в силу геометризации, создает эффективное риманово пространство, то $t^{\mu\nu}_g$ обязательно будет содержать и члены со вторыми производными. Именно эта часть тензора гравитационного поля идет на формирование риманова пространства. Гравитационное поле — особое поле, поскольку его взаимодействие затрагивает производные второго порядка в уравнениях поля. Этим оно отличается от всех других полей.

В галилеевых координатах это уравнение имеет простой вид

$$\Box\,\tilde{\phi}^{\mu\nu} - \frac{\lambda_4}{\lambda_1}\,\tilde{\phi}^{\mu\nu} = -\frac{1}{\lambda_1}\,t_g^{\mu\nu}. \qquad (43)$$

Числовому фактору $-\frac{\lambda_4}{\lambda_1} = m^2$ естественно придать смысл квадрата массы гравитона, а значение $-1/\lambda_1$ согласно принципу соответствия необходимо взять равным 16π. Таким образом, все неизвестные постоянные, входящие в плотность лагранжиана, определены:

$$\lambda_1 = -\frac{1}{16\pi}, \quad \lambda_2 = \lambda_4 = -2\,\lambda_3 = \frac{m^2}{16\,\pi}. \qquad (44)$$

Построенная скалярная плотность лагранжиана собственно гравитационного поля будет иметь вид

$$L_g = \frac{1}{16\,\pi}\,\tilde{g}^{\mu\nu}(G^{\lambda}_{\mu\nu}\,G^{\sigma}_{\lambda\sigma} - G^{\lambda}_{\mu\sigma}\,G^{\sigma}_{\nu\lambda}) - \\ - \frac{m^2}{16\,\pi}\left(\frac{1}{2}\,\gamma_{\mu\nu}\tilde{g}^{\mu\nu} - \sqrt{-g} - \sqrt{-\gamma}\right). \qquad (45)$$

Соответствующие ей динамические уравнения для собственно гравитационного поля могут быть записаны в форме

$$J^{\mu\nu} - m^2\,\tilde{\phi}^{\mu\nu} = -16\pi\,t_g^{\mu\nu}, \qquad (46)$$

или

$$R^{\mu\nu} - \frac{m^2}{2}\,(g^{\mu\nu} - g^{\mu\alpha}g^{\nu\beta}\gamma_{\alpha\beta}) = 0. \qquad (47)$$

Эти уравнения существенно ограничивают класс калибровочных преобразований, оставляя лишь тривиальные, удовлетворяющие условиям Киллинга. Такие преобразования являются следствием лоренцевой инвариантности и имеют место в любой теории.

Построенная выше плотность лагранжиана приводит к уравнениям (47), из которых следует, что уравнения (41) являются их следствиями, а поэтому вне вещества мы будем иметь десять уравнений для десяти неизвестных полевых функций. С помощью уравнений (41) неизвестные полевые функции $\phi^{o\alpha}$ легко выражаются через полевые функции ϕ^{ik}, где значки i и k пробегают значения 1, 2, 3. Таким образом, в плотности лагранжиана собственно гравитационного поля структура массового члена, нарушающего калибровочную группу, однозначно определяется поляризационными свойствами гравитационного поля [4].

[4] Вопрос: не ясна причина введения массы гравитона. Не совпадает ли она с причиной введения Λ-члена. Если нет, то почему массивное гравитационное поле не считается материальным?

В РТГ вводится пространство Минковского, а следовательно, сохраняется понятие инерциальной системы координат. Ускорение имеет абсолютный смысл. Гравитационное поле рассматривается как тензорное физическое поле типа Фарадея–Максвелла с поляризационными свойствами, соответствующими представлениям со спином 2 и 0. Источником гравитационного поля при таком подходе является тензор энергии-импульса материи. Гравитационное поле в силу принципа геометризации создает эффективное риманово пространство.

На с. 192, 193 показано, что эти идеи можно реализовать только путем введения массы гравитона. Причина введения массы гравитона не совпадает с причиной введения в ОТО Λ-члена. Массивное гравитационное поле является материальным; оно, как и все другие поля, также является источником гравитационного поля.

4. Уравнение движения для гравитационного поля и вещества

Полная плотность лагранжиана вещества и гравитационного поля равна

$$L = L_g + L_M(\tilde{g}^{\mu\nu},\,\phi_A), \qquad (48)$$

где L_g определяется выражением (45).

На основании (48) с помощью принципа наименьшего действия получим полную систему уравнений для вещества и гравитационного поля:

$$\frac{\delta L}{\delta\tilde{g}^{\mu\nu}} = 0, \qquad (49)$$

$$\frac{\delta L_M}{\delta\phi_A} = 0. \qquad (50)$$

Поскольку при произвольном бесконечно малом изменении координат вариация действия $\delta_c S_M$ равна нулю,

$$\delta_c S_M = \delta_c\int L_M(\tilde{g}^{\mu\nu},\,\phi_A)\,\mathrm{d}^4x = 0,$$

отсюда можно получить тождество [3] в форме

$$g_{\mu\nu}\nabla_\lambda T^{\lambda\nu} = -D_\nu\left(\frac{\delta L_M}{\delta\phi_A}\,F^{B;\,\nu}_{A;\,\mu}\,\phi_B(x)\right) - \frac{\delta L_M}{\delta\phi_A}\,D_\mu\,\phi_A(x). \qquad (51)$$

Здесь $T^{\lambda\nu} = -2(\delta L_M/\delta g_{\lambda\nu})$ — плотность тензора вещества в римановом пространстве; ∇_λ — ковариантная производная в этом пространстве с метрикой $g_{\lambda\nu}$. Из тождества (51) следует, что если выполняются уравнения движения вещества (50), имеет место уравнение

$$\nabla_\lambda\,T^{\lambda\nu} = 0. \qquad (52)$$

В том случае, если число уравнений (50) для вещества равно четырем, вместо них можно использовать эквивалентные им уравнения (52). Поскольку в дальнейшем мы будем иметь дело только с такими уравнениями для вещества, то всегда будем пользоваться уравнениями для вещества в форме (52). Таким образом, полная система уравнений для вещества и гравитационного поля будет иметь вид

$$\frac{\delta L}{\delta\tilde{g}^{\mu\nu}} = 0, \qquad (53)$$

$$\nabla_\lambda\,T^{\lambda\nu} = 0. \qquad (54)$$

Вещество будет описываться скоростью $\mathbf{v}$, плотностью вещества ρ и давлением p. Гравитационное поле определяется десятью компонентами тензора $\phi^{\mu\nu}$.

Итак, мы имеем 15 неизвестных. Для их определения необходимо к 14 уравнениям (53)–(54) добавить уравнение состояния вещества. Если принять во внимание соотношения

$$\frac{\delta L_g}{\delta\tilde{g}^{\mu\nu}} = -\frac{1}{16\,\pi}\,R_{\mu\nu} + \frac{m^2}{32\,\pi}\,(g_{\mu\nu} - \gamma_{\mu\nu}), \qquad (55)$$

$$\frac{\delta L_M}{\delta\tilde{g}^{\mu\nu}} = \frac{1}{2\sqrt{-g}}\left(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\,g_{\mu\nu}\,T\right), \qquad (56)$$

то систему уравнений (53) и (54) можно представить в форме

$$\left(R^{\mu\nu}-\frac{1}{2}\,g^{\mu\nu}R\right)+\frac{m^2}{2}\left[g^{\mu\nu}+\right.$$
$$\left.+\left(g^{\mu\alpha}g^{\nu\beta}-\frac{1}{2}\,g^{\mu\nu}g^{\alpha\beta}\right)\gamma_{\alpha\beta}\right]=\frac{8\,\pi}{\sqrt{-g}}\,T^{\mu\nu}, \qquad (57)$$

$$\nabla_\lambda\,T^{\lambda\nu}=0. \qquad (58)$$

В силу тождества Бьянки

$$\nabla_\mu\left(R^{\mu\nu}-\frac{1}{2}\,g^{\mu\nu}\,R\right)=0$$

из уравнений (57) имеем

$$m^2\sqrt{-g}\left(g^{\mu\alpha}g^{\nu\beta}-\frac{1}{2}\,g^{\mu\nu}g^{\alpha\beta}\right)\nabla_\mu\,\gamma_{\alpha\beta}=16\,\pi\,\nabla_\mu\,T^{\mu\nu}. \qquad (59)$$

Учитывая выражение

$$\nabla_\mu\,\gamma_{\alpha\beta}=-G^\sigma_{\mu\alpha}\,\gamma_{\sigma\beta}-G^\sigma_{\mu\beta}\,\gamma_{\sigma\alpha}, \qquad (60)$$

где $G^\sigma_{\mu\alpha}$ определено формулой (26), найдем

$$\left(g^{\mu\alpha}g^{\nu\beta}-\frac{1}{2}\,g^{\mu\nu}g^{\alpha\beta}\right)\nabla_\mu\,\gamma_{\alpha\beta}=\gamma_{\mu\lambda}g^{\mu\nu}(D_\sigma\,g^{\sigma\lambda}+G^\beta_{\alpha\beta}\,g^{\alpha\lambda}); \qquad (61)$$

но так как

$$\sqrt{-g}(D_\sigma\,g^{\sigma\lambda}+G^\beta_{\alpha\beta}\,g^{\alpha\lambda})=D_\sigma\,\tilde{g}^{\lambda\sigma}, \qquad (62)$$

выражение (61) принимает вид

$$\sqrt{-g}\left(g^{\mu\alpha}g^{\nu\beta}-\frac{1}{2}\,g^{\mu\nu}g^{\alpha\beta}\right)\nabla_\mu\,\gamma_{\alpha\beta}=\gamma_{\mu\lambda}\,g^{\mu\nu}\,D_\sigma\,\tilde{g}^{\lambda\sigma}. \qquad (63)$$

Используя (63), выражение (59) можно представить в форме

$$m^2\gamma_{\mu\lambda}\,g^{\mu\nu}D_\sigma\tilde{g}^{\lambda\sigma}=16\pi\,\nabla_\mu\,T^{\mu\nu}.$$

Это выражение перепишем в виде

$$m^2D_\sigma\tilde{g}^{\lambda\sigma}=16\,\pi\,\gamma^{\lambda\nu}\nabla_\mu\,T^\mu_\nu. \qquad (64)$$

С помощью этого соотношения уравнение (58) можно заменить уравнением

$$D_\sigma\tilde{g}^{\nu\sigma}=0. \qquad (65)$$

Таким образом, система уравнений (57) и (58) сводится к системе гравитационных уравнений в виде

$$\left(R^{\mu\nu}-\frac{1}{2}\,g^{\mu\nu}R\right)+\frac{m^2}{2}\left[g^{\mu\nu}+\right.$$
$$\left.+\left(g^{\mu\alpha}g^{\nu\beta}-\frac{1}{2}\,g^{\mu\nu}\,g^{\alpha\beta}\right)\gamma_{\alpha\beta}\right]=\frac{8\,\pi}{\sqrt{-g}}\,T^{\mu\nu}, \qquad (66)$$
$$D_\mu\,\tilde{g}^{\mu\nu}=0. \qquad (67)$$

Эти уравнения форминвариантны относительно преобразований Лоренца, т.е. в любой инерциальной (галилеевой) системе координат явления описываются одинаковыми уравнениями.

Конкретная инерциальная галилеева система координат выделяется самой постановкой физической задачи (начальными и граничными условиями). Описание данной поставленной физической задачи в разных инерциальных (галилеевых) системах координат, конечно, различно, но это не противоречит принципу относительности. Если ввести тензор

$$N^{\mu\nu}=R^{\mu\nu}-\frac{m^2}{2}\,[g^{\mu\nu}-g^{\mu\alpha}g^{\nu\beta}\gamma_{\alpha\beta}],\quad N=N^{\mu\nu}g_{\mu\nu},$$

то систему уравнений (66) и (67) можно записать в форме

$$N^{\mu\nu}-\frac{1}{2}\,g^{\mu\nu}N=\frac{8\,\pi}{\sqrt{-g}}\,T^{\mu\nu}, \qquad (66a)$$

$$D_\mu\,\tilde{g}^{\mu\nu}=0. \qquad (67a)$$

Она может быть представлена также в виде

$$N^{\mu\nu}=\frac{8\,\pi}{\sqrt{-g}}\left(T^{\mu\nu}-\frac{1}{2}\,g^{\mu\nu}\,T\right), \qquad (68)$$

$$D_\mu\tilde{g}^{\mu\nu}=0, \qquad (69)$$

или

$$N_{\mu\nu}=\frac{8\,\pi}{\sqrt{-g}}\left(T_{\mu\nu}-\frac{1}{2}\,g_{\mu\nu}\,T\right), \qquad (68a)$$

$$D_\mu\tilde{g}^{\mu\nu}=0. \qquad (69a)$$

Следует особо подчеркнуть, что как в систему (68), так и в систему уравнений (69) входит метрический тензор пространства Минковского.

Преобразования координат, которые оставляют метрику пространства Минковского форминвариантной, связывают физически эквивалентные системы отсчета. Простейшими из них будут инерциальные системы. Поэтому возможные калибровочные преобразования, удовлетворяющие условиям Киллинга

$$D_\mu\varepsilon_\nu+D_\nu\varepsilon_\mu=0,$$

не выводят нас из класса физически эквивалентных систем отсчета.

Если мысленно допустить возможность экспериментального измерения характеристик риманова пространства и движения вещества со сколь угодно большой точностью, то на основании уравнений (68а) и (69а) мы можем определить метрику пространства Минковского и найти галилеевы (инерциальные) системы координат. Таким образом, пространство Минковского является, в принципе, наблюдаемым.

Существование пространства Минковского находит отражение в законах сохранения, а поэтому проверка их в физических процессах является в то же время проверкой структуры пространства-времени.

Системе гравитационных уравнений можно придать и другую эквивалентную форму [5]:

$$\gamma^{\alpha\beta} D_\alpha D_\beta \tilde{\phi}^{\mu\nu} + m^2\,\tilde{\phi}^{\mu\nu} = 16\,\pi\, t^{\mu\nu}, \tag{70}$$

$$D_\mu \tilde{\phi}^{\mu\nu} = 0, \tag{71}$$

где $t^{\mu\nu} = -2(\delta L/\delta\gamma_{\mu\nu})$ — сохраняющаяся плотность тензора энергии-импульса вещества и гравитационного поля в пространстве Минковского. Такая форма уравнений по виду напоминает уравнения электродинамики с массой фотона μ при отсутствии гравитации

$$\gamma^{\alpha\beta} D_\alpha D_\beta A^\nu + \mu^2\, A^\nu = 4\,\pi\, j^\nu, \tag{72}$$

$$D_\nu\, A^\nu = 0. \tag{73}$$

Если в электродинамике источником векторного поля A^ν является сохраняющийся электромагнитный ток j^ν, создаваемый заряженными телами, то в РТГ источником тензорного поля является сохраняющийся полный тензор энергии-импульса вещества и гравитационного поля. Поэтому гравитационные уравнения будут нелинейными даже для собственно гравитационного поля.

Особо отметим, что в уравнениях (66) наряду с известным космологическим членом возник еще член, содержащий метрику $\gamma_{\mu\nu}$ пространства Минковского, причем оба эти члена вошли с общей постоянной, которая совпадает с массой гравитона, а поэтому она крайне мала. Второй массовый член в уравнениях (66), содержащий метрику $\gamma_{\mu\nu}$, приводит к возникновению сил отталкивания, которые весьма велики в сильных гравитационных полях. Это обстоятельство изменяет характер коллапса и развития Вселенной [6].

Как мы видели ранее, наличие массы покоя гравитона имеет принципиальное значение для построения полевой теории гравитационного поля. Именно благодаря наличию массы гравитона из теории следует, что однородная и изотропная Вселенная может быть только плоской.

В заключение данного раздела особо отметим, что теория тензорного гравитационного поля в пространстве Минковского, которая вводит эффективное риманово пространство-время, реализуется только при условии, что гравитационное поле обладает массой покоя.

5. Принцип причинности в РТГ

РТГ построена в рамках СТО подобно теориям других физических полей. Согласно СТО, любое движение какого-либо точечного пробного тела всегда происходит внутри светового конуса причинности пространства Минковского. Следовательно, неинерциальные системы отсчета, реализуемые пробными телами, также должны находиться внутри конуса причинности псевдоевклидова пространства-времени. Этим самым определяется весь класс возможных неинерциальных систем отсчета. Локальное равенство трехмерной силы инерции и гравитации при действии на материальную точку будет иметь место, если световой конус эффективного риманова пространства не выходит за пределы светового конуса причинности пространства Минковского. Только в этом случае трехмерную силу гравитационного поля, действующую на пробное тело, можно локально скомпенсировать, перейдя в допустимую неинерциальную систему отсчета, связанную с этим телом.

Если бы световой конус эффективного риманова пространства выходил за пределы светового конуса причинности пространства Минковского, то это означало бы, что для такого "гравитационного поля" не существует допустимой неинерциальной системы отсчета, в которой это "силовое поле" при действии на материальную точку можно было бы скомпенсировать. Иными словами, локальная компенсация 3-силы грави-

[5] Из уравнений (70) можно получить простейший вывод интервала для риманова пространства в первом приближении по гравитационной постоянной. Именно этот интервал и позволяет объяснить все известные гравитационные эффекты в Солнечной системе, за исключением смещения перигелия Меркурия, поскольку для этого уже необходимо следующее приближение по гравитационной постоянной.

Для статического сферически-симметричного тела в данном приближении в галилеевых координатах инерциальной системы уравнение (70) принимает вид

$$\Delta\tilde{\Phi}^{00} = -16\pi t^{00}, \quad \Delta\tilde{\Phi}^{0i} = 0,$$
$$\Delta\tilde{\Phi}^{ik} = 0, \quad i, k = 1, 2, 3.$$

Отсюда

$$\tilde{\Phi}^{0i} = 0, \quad \tilde{\Phi}^{ik} = 0,$$

а для $\tilde{\Phi}^{00}$ вдали от источника имеем

$$\tilde{\Phi}^{00} = \frac{4M}{r}, \quad M = \int t^{00}\, \mathrm{d}^3 x$$

— инертная масса источника. Согласно принципу геометризации (3) получим

$$\tilde{g}^{00} = 1 + \frac{4M}{r}, \quad \tilde{g}^{0i} = 0, \quad \tilde{g}^{11} = \tilde{g}^{22} = \tilde{g}^{33} = -1, \quad \tilde{g}^{ik} = 0,$$

если $i \neq k$. Отсюда имеем

$$g_{00} = 1 - \frac{2M}{r}, \quad g_{11} = g_{22} = g_{33} = -\left(1 + \frac{2M}{r}\right).$$

Из этих выражений очевидно, что на месте активной гравитационной массы тела оказалась инертная масса. Это произошло не из-за локальной тождественности сил гравитации и инерции, а из-за того, что источником гравитационного поля является тензор энергии-импульса материи. При рассмотрении эффектов в Солнечной системе зависимостью величин от массы гравитона, ввиду ее малости, можно пренебречь.

[6] Вопрос: если для массы гравитона предполагается значение, определяемое постоянной Хаббла

$$\left(\frac{mc}{\hbar} \sim H \sim 10^{-28}\,\text{см}^{-1}\right),$$

то физически не понятно, как такая малая масса может остановить коллапс звезды. По-видимому, член с массой гравитона станет существенным, только когда радиус звезды будет отличаться от ее гравитационного радиуса не более чем на

$$\Delta r \sim r_g \left(\frac{mc}{\hbar}\, r_g\right)^2,$$

что для звезд с массой Солнца составляет 10^{-40} см и намного порядков меньше планковской длины. О какой классической теории гравитации тогда можно говорить?

Масса гравитона действительно играет существенную роль в области около сферы Шварцшильда. Именно здесь и находится особенность метрического коэффициента V. В отличие от ОТО особенность V возникает не на гравитационном радиусе, а несколько в другой близкой точке Z_g. Метрический коэффициент U в этой точке не равен нулю, он всегда больше нуля. Это приводит к тому, что точка Z_g является точкой поворота для падающего пробного тела. Разница между Z_g и $2M$ действительно крайне мала, но она не имеет физического смысла, а поэтому отпадает и сам вопрос.

тации силой инерции возможна лишь тогда, когда гравитационное поле как физическое поле, воздействуя на частицы, не выводит их мировые линии за пределы конуса причинности псевдоевклидова пространства-времени. Данное условие следует рассматривать как принцип причинности, позволяющий отбирать решения системы уравнений (66) и (67), которые имеют физический смысл и соответствуют гравитационным полям.

Принцип причинности не выполняется автоматически. Это связано с тем, что гравитационное взаимодействие входит в коэффициенты при вторых производных в уравнениях поля, т.е. изменяет исходную геометрию пространства-времени. Эта особенность присуща только гравитационному полю. Взаимодействие всех других известных физических полей обычно не затрагивает вторых производных уравнений поля и поэтому не изменяет исходную псевдоевклидову геометрию пространства-времени.

Дадим теперь аналитическую формулировку принципа причинности в РТГ. Поскольку в РТГ движение вещества под действием гравитационного поля в псевдоевклидовом пространстве-времени эквивалентно движению вещества в соответствующем эффективном римановом пространстве-времени, то для причинно-связанных событий (мировых линий частиц и света), с одной стороны, мы должны иметь условие

$$ds^2 = g_{\mu\nu}\, dx^\mu\, dx^\nu \geqslant 0, \tag{74}$$

а с другой, для таких событий должно обязательно выполняться неравенство

$$d\sigma^2 = \gamma_{\mu\nu}\, dx^\mu\, dx^\nu \geqslant 0. \tag{75}$$

Для выбранной системы отсчета, реализуемой физическими телами, имеет место условие

$$\gamma_{oo} > 0. \tag{76}$$

В выражении (75) мы выделим времени- и пространственноподобные части:

$$d\sigma^2 = \left(\sqrt{\gamma_{oo}}\, dt + \frac{\gamma_{oi}\, dx^i}{\sqrt{\gamma_{oo}}}\right)^2 - s_{ik}\, dx^i\, dx^k; \tag{77}$$

здесь латинские индексы i, k пробегают значения 1, 2, 3;

$$s_{ik} = -\gamma_{ik} + \frac{\gamma_{oi}\gamma_{ok}}{\gamma_{oo}}, \tag{78}$$

s_{ik} является метрическим тензором трехмерного пространства в четырехмерном псевдоевклидовом пространстве-времени. Квадрат пространственного расстояния определяется выражением

$$dl^2 = s_{ik}\, dx^i\, dx^k. \tag{79}$$

Представим скорость $v^i = dx^i/dt$ в виде $v^i = ve^i$, где v — модуль скорости, e^i — произвольный единичный вектор в трехмерном пространстве

$$s_{ik} e^i\, e^k = 1. \tag{80}$$

При отсутствии гравитационного поля скорость света в выбранной системе координат легко определить из выражения (77), полагая его равным нулю:

$$\left(\sqrt{\gamma_{oo}}\, dt + \frac{\gamma_{oi}\, dx^i}{\sqrt{\gamma_{oo}}}\right)^2 = s_{ik}\, dx^i\, dx^k.$$

Отсюда находим

$$v = \sqrt{\gamma_{oo}} \Big/ \left(1 - \frac{\gamma_{oi}\, e^i}{\sqrt{\gamma_{oo}}}\right). \tag{81}$$

Таким образом, произвольный четырехмерный изотропный вектор в пространстве Минковского u^ν равен

$$u^\nu = (1,\, v\, e^i). \tag{82}$$

Для одновременного выполнения условий (74) и (75) необходимо и достаточно, чтобы для любого изотропного вектора

$$\gamma_{\mu\nu}\, u^\mu\, u^\nu = 0 \tag{83}$$

выполнялось условие причинности

$$g_{\mu\nu}\, u^\mu\, u^\nu \leqslant 0, \tag{84}$$

которое и означает, что световой конус эффективного риманова пространства не выходит за пределы светового конуса причинности псевдоевклидова пространства-времени. Условия причинности можно записать в следующей форме:

$$g_{\mu\nu}\, v^\mu\, v^\nu = 0, \tag{83a}$$

$$\gamma_{\mu\nu} v^\mu\, v^\nu \geqslant 0. \tag{84a}$$

В ОТО физический смысл имеют такие решения уравнений Гильберта–Эйнштейна, которые удовлетворяют в каждой точке пространства-времени неравенству

$$g < 0,$$

а также требованию, называемому условием энергодоминантности, которое формулируется следующим образом. Для любого времениподобного вектора K_ν должно выполняться неравенство

$$T^{\mu\nu}\, K_\mu\, K_\nu \geqslant 0,$$

а величина $T^{\mu\nu}\, K_\nu$ для данного вектора K_ν должна образовывать непространственноподобный вектор.

В нашей теории физический смысл имеют такие решения уравнений (68а) и (69а), которые наряду с этими требованиями должны также удовлетворять условиям причинности (83а) и (84а). Последнее на основании уравнения (68а) можно записать в следующей форме:

$$R_{\mu\nu}\, K^\mu K^\nu \leqslant \frac{8\pi}{\sqrt{-g}}\left(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\, g_{\mu\nu}\, T\right) K^\mu K^\nu + \frac{m^2}{2}\, g_{\mu\nu}\, K^\mu K^\nu. \tag{85}$$

Если плотность энергии-импульса вещества взять в форме

$$T_{\mu\nu} = \sqrt{-g}\, \left[(\rho + p) U_\mu U_\nu - p g_{\mu\nu}\right],$$

то на основании (68а) можно установить между интервалом пространства Минковского $d\sigma$ и интервалом эффективного риманова пространства ds следующую связь:

$$\frac{m^2}{2}\, d\sigma^2 = ds^2 \left[4\pi(\rho + 3p) + \frac{m^2}{2} - R_{\mu\nu} U^\mu U^\nu\right],$$

где

$$U^\mu = \frac{dx^\mu}{ds}.$$

В силу принципа причинности имеет место неравенство

$$R_{\mu\nu} U^\mu U^\nu < 4\pi(\rho + 3p) + \frac{m^2}{2},$$

которое является частным случаем неравенства (85) или

$$\sqrt{-g} R_{\mu\nu} v^\mu v^\nu \leqslant 8\pi T_{\mu\nu} v^\mu v^\nu. \tag{85a}$$

А. Эйнштейн в 1918 г. дал принципу эквивалентности следующую формулировку: "*Инерция и тяжесть тождественны; отсюда и из результатов специальной теории относительности неизбежно следует, что симметричный «фундаментальный тензор» $g_{\mu\nu}$ определяет метрические свойства пространства, движения тел по инерции в нем, а также и действие гравитации*". Отождествление в ОТО гравитационного поля с метрическим тензором $g_{\mu\nu}$ риманова пространства позволяет выбором системы координат сделать равными нулю все компоненты символа Кристоффеля во всех точках произвольной линии. Но при этом и в ОТО гравитационное поле выбором системы координат не исключается, поскольку движение двух близких материальных точек не будет свободным из-за наличия тензора кривизны, который в силу тензорных свойств никогда нельзя обратить в нуль выбором системы координат [7].

В РТГ гравитационное поле является физическим полем в духе Фарадея–Максвелла, а поэтому сила гравитации описывается четырехвектором, а следовательно, путем выбора системы координат, только при выполнении условий (83) и (84) можно силами инерции уравновесить трехмерную часть силы гравитации. Содержание принципа эквивалентности в РТГ в корне изменяется и сводится к условиям (83) и (84), которые дают возможность выбора такой системы координат, в которой сила гравитации может быть уравновешена силой инерции [8]. Движение же материальной точки в гравитационном поле, независимо от системы координат, никогда не может быть свободным. Последнее особенно очевидно, если уравнение геодезической записать в форме [1]:

$$\frac{DU^\nu}{d\sigma} = -G^\rho_{\alpha\beta} U^\alpha U^\beta (\delta^\nu_\rho - U^\nu U_\rho).$$

Здесь

$$d\sigma^2 = \gamma_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu, \; U^\nu = \frac{dx^\nu}{d\sigma}.$$

Свободное движение в пространстве Минковского описывается уравнением

$$\frac{DU^\nu}{d\sigma} = \frac{dU^\nu}{d\sigma} + \gamma^\nu_{\mu\lambda} U^\mu U^\lambda = 0,$$

$\gamma^\nu_{\mu\lambda}$ — символы Кристоффеля пространства Минковского. Мы видим, что движение по геодезической риманова пространства есть движение пробного тела под действием силы F^ν:

$$F^\nu = -G^\rho_{\alpha\beta} U^\alpha U^\beta (\delta^\nu_\rho - U^\nu U_\rho),$$

причем эта сила есть четырехвектор. Ситуация здесь точно такая же, какая имеет место и для других известных физических сил.

В СТО между силами инерции и физическими силами (электромагнитными, ядерными и т.д.) имеется принципиальная разница. Силы инерции всегда могут быть обращены в нуль простым выбором системы отсчета, тогда как физические силы ни каким выбором системы отсчета в принципе нельзя обратить в нуль, поскольку они имеют векторную природу в пространстве Минковского. В ОТО гравитационные силы локально тождественны силам инерции, а поэтому они принципиально отличаются от всех других физических сил [9]. В РТГ в противоположность ОТО гравитационные силы, как и все другие физические силы, имеют одинаковую — векторную — природу в четырехмерном пространстве-времени.

В локальной тождественности инерции и гравитации Эйнштейн увидел главную причину равенства инертной

[7] Вопрос: согласен ли автор со следующим утверждением ОТО: гравитация проявляется в том, что хотя выбором системы координат ускорение одной пробной частицы можно сделать равным нулю, в истинном гравитационном поле нельзя сделать равным нулю относительное ускорение двух близких пробных частиц.

Такое утверждение точно следует из ОТО, и я здесь об этом пишу.

Согласно РТГ дело обстоит иначе. Гравитационное поле в РТГ описывается не только тензором кривизны, но и вектором 4-силы. Но это означает, что поле, описываемое вектором 4-силы, обратить в нуль нельзя, а поэтому переход в систему координат, связанную с пробным телом в гравитационном поле, есть переход не в локально-инерциальную систему координат, как это считается в ОТО, а в ускоренную систему координат относительно инерциальной системы координат пространства Минковского. Именно поэтому движение пробного тела по геодезической риманова пространства не является свободным движением по инерции, происходящим без воздействия сил.

[8] Вопрос: утверждение автора о том, что "содержание принципа эквивалентности в корне отличается от его содержания в ОТО" остается неясным. Автор просто называет его принципом геометризации. Содержание же его в ОТО см., например, в книге "Теория поля" Ландау и Лифшица (§ 87).

Принцип эквивалентности в ОТО и принцип геометризации в РТГ — это разные вещи. Согласно принципу эквивалентности в ОТО, как пишут многие (в том числе "Теория поля" Ландау и Лифшица, см. § 87), гравитационное поле можно локально исключить путем перехода в локально-инерциальную систему координат. В РТГ гравитационное поле является физическим полем, а поэтому его нельзя даже локально исключить выбором системы координат. Силами инерции можно локально уравновесить лишь трехмерную силу гравитации. В РТГ сохраняется понятие инерциальной системы координат, а поэтому система локально-инерциальная с точки зрения ОТО в нашей теории является ускоренной. В уравнения поля РТГ входит метрический тензор пространства Минковского, поэтому согласно принципу геометризации силы инерции отделены от сил гравитации, поскольку они определяются символами Кристоффеля пространства Минковского. В ОТО такого разделения в принципе не может быть.

[9] Вопрос: автор утверждает, что "в ОТО гравитационные силы тождественны силам инерции". Это не так (об этом см. в "Теории поля" Ландау и Лифшица, § 81, 82).

В ОТО Эйнштейн и многие другие (см. "Теория поля" Ландау и Лифшица, § 81, 82) пишут о различии сил гравитации и сил инерции в конечной области или во всем пространстве. Что касается бесконечно малой области, то здесь Эйнштейн (а также Ландау и Лифшиц в "Теории поля", см. § 87) считает, что локально гравитационное поле можно исключить выбором системы координат. Это утверждение в ограниченном смысле правильно, если вспомнить, что в уравнения движения для точечного тела без спина гравитационные силы входят через символы Кристоффеля риманова пространства, т.е. через силы инерции. Именно этот смысл я и вложил в свои слова. Для точности я добавил теперь слово "локально".

и гравитационной масс. Однако, по нашему мнению, как это видно из уравнений (70), причина этого равенства заключается в том, что источником гравитационного поля является сохраняющаяся суммарная плотность тензора вещества и гравитационного поля. Именно поэтому равенство инертной и гравитационной масс не требует локального отождествления сил гравитации и инерции. Однако геометризация, определяемая принципом геометризации, оказывается необходимой.

6. Некоторые физические выводы РТГ

Система уравнений РТГ (66) и (67) приводит к совершенно другим качественно новым физическим выводам по сравнению с ОТО. Так, например, совершенно меняется представление о коллапсе. Оказывается, что при коллапсе сферически-симметричного тела произвольной массы процесс сжатия в области, близкой к сфере Шварцшильда, останавливается и сменяется последующим расширением. Это означает, что в природе наряду со сжимающимися объектами должны существовать и расширяющиеся объекты. Таким образом, согласно РТГ существование в природе "черных дыр" (объектов, не имеющих материальных границ и "отрезанных" от внешнего мира) полностью исключается [10].

Другой важный физический вывод относится к развитию однородной и изотропной Вселенной. Из уравнений (66) и (67), а также из условий причинности (83) и (84) следует, что однородная и изотропная Вселенная существует бесконечное время, а ее трехмерная геометрия является евклидовой. Развитие Вселенной идет циклически от максимальной конечной плотности до минимальной, затем опять до максимальной (в случае отсутствия диссипации) и т.д. Теория предсказывает существование во Вселенной большой "скрытой" массы вещества, так как согласно уравнениям (66) и (67) полная плотность вещества в настоящее время равна

$$\rho = \rho_c + \frac{1}{16\pi G}\left(\frac{m c^2}{\hbar}\right)^2 . \qquad (86)$$

Отсюда видно, что плотность вещества даже для достаточно малой массы гравитона близка к критической плотности ρ_c, определяемой постоянной Хаббла H и равной

$$\rho_c = \frac{3H^2}{8\pi G} . \qquad (87)$$

РТГ объясняет все известные гравитационные эксперименты в Солнечной системе и позволяет, как мы видели ранее, ввести для гравитационного поля так же, как это имело место для других физических полей, понятие тензора энергии-импульса. Поскольку в силу геометризации источником гравитационного поля является сохраняющаяся суммарная плотность тензора вещества и гравитационного поля, из уравнений (70) непосредственно следует, что инертная масса статического тела точно равна его активной гравитационной массе, при этом такое равенство не предполагает локальной тождественности гравитации и инерции [11].

С другой стороны, движение нейтрального пробного тела в заданном гравитационном поле не зависит от массы тела, поскольку оно происходит по геодезической линии эффективного риманова пространства. На основании этого следует сделать вывод, что пассивная гравитационная масса пробного тела также равна его инертной массе, а следовательно, эта масса пробного тела равна его активной гравитационной массе. Плотность тензора энергии-импульса $-2(\delta L_g/\delta g_{\mu\nu})$ гравитационного поля в римановом пространстве вне вещества согласно уравнениям (66) равна нулю. Однако это не означает отсутствие гравитационного излучения, поскольку гравитационная волна, переносящая энергию, движется на эффективном гравитационном фоне.

Что касается гравитационного излучения массивных гравитонов, то этот вопрос рассмотрен в статье [4], в которой автор показал, что проводившиеся ранее расчеты основывались на некорректно полученном общем выражении для интенсивности. При его выводе не учитывался тот важный факт, что в действительности гравитоны распространяются не в пространстве Минковского, а в эффективном римановом пространстве. Учет этого обстоятельства привел автора к утверждению, что интенсивность гравитационного излучения массивных гравитонов является положительно-определенной величиной. Ее выражение приведено в работе [4]. Система гравитационных уравнений (66) и (67) открывает новые возможности для исследований как в принципиальном плане, так и в конкретном при изучении тех или иных гравитационных явлений.

В заключение следует сделать важные замечания. Можно ли положить массу гравитона равной нулю? Поскольку масса гравитона в нашей теории снимает вырождение по калибровочной группе, ее обращение в нуль непосредственно в уравнениях (66) и (67) не является корректным. В нашей теории она не должна быть равной нулю. Система гравитационных уравнений (66) и (67) является гиперболической, причем принцип причинности обеспечивает существование во всем пространстве пространственноподобной поверхности, которую каждая непространственноподобная кривая в римановом

---

[10] Вопрос: если РТГ запрещает черные дыры, то нельзя ли увидеть это на явном решении уравнений РТГ, аналогичном шварцшильдовскому в ОТО?

В работе Ю.М. Лоскутова (*ТМФ* **82** 304 (1990)) показано, что для сферически-симметричного статического тела метрические коэффициенты риманова пространства имеют в области близкой к сфере Шварцшильда следующий вид:

$$ds^2 = U(Z)dt^2 - V(Z)dZ^2 - Z^2 d\Omega^2,$$
$$V(Z) = \frac{Z}{Z - Z_g}, \quad U(Z) = (1 + 2mM)\,\frac{Z - Z_g}{Z} + qm^2M^2, \quad q > 0.$$

Особенность V возникла в точке Z_g, равной

$$Z_g = 2M + (6 - c^2)m^2M^3 \ln\frac{1}{mM}, \quad c^2 < 4,$$
$$-g = UVZ^4 \sin^2\Theta.$$

Сфера радиуса Z_g является сингулярной, причем эту особенность нельзя устранить выбором системы координат. Отсюда очевидно, что согласно РТГ в природе невозможны черные дыры.

К сожалению, точное решение сферически-симметричной статической задачи пока не найдено.

[11] Вопрос: что такое активная и пассивная гравитационные массы?

Масса, которая создает гравитационное поле, называется активной. Действие этого поля на другое тело характеризуется пассивной гравитационной массой. В ньютоновой механике, в силу третьего закона Ньютона, пассивная и активная массы равны.

пространстве пересекает только один раз, т.е., иначе говоря, существует глобальная поверхность Коши, на которой и задаются для той или иной задачи начальные физические условия.

Пенроузом и Хокингом [5] при определенных общих условиях доказаны теоремы о существовании сингулярности в ОТО. Поскольку на основании уравнений (68а) вне вещества для изотропных векторов риманова пространства, в силу условий причинности (85а), имеет место неравенство

$$R_{\mu\nu}\, v^{\mu}\, v^{\nu} \leqslant 0, \tag{88}$$

то условия теоремы о существовании сингулярности в РТГ не выполняются, следовательно, и их утверждения для РТГ не применимы. В данной теории пространственноподобные события в отсутствие гравитационного поля никогда не могут стать под действием гравитационного поля временилодобными. В силу принципа причинности эффективное риманово пространство-время в РТГ будет обладать изотропной и времениподобной геодезической полнотой.

На основании всего изложенного выше можно сделать следующий общий вывод. Если в силу универсальности гравитации принять, что источником гравитационного поля в пространстве Минковского является сохраняющийся тензор энергии-импульса вещества и массивного гравитационного поля, то само это поле будет проявляться как тензорное поле второго ранга. По аналогии с электродинамикой уравнения поля естественно записать в следующем виде:

$$\Box\, \phi^{\mu\nu} + m^2\, \phi^{\mu\nu} = \lambda\, t^{\mu\nu}, \qquad \partial_{\mu}\, \phi^{\mu\nu} = 0.$$

Но такая система уравнений следует из лагранжева формализма только в том случае, если взаимодействие вещества и гравитационного поля осуществляется согласно принципу геометризации, который и сводит действие этого поля к эффективной геометрии пространства-времени.

Таким образом, принятие сохраняющегося тензора энергии-импульса материи как универсального источника гравитационного поля с необходимостью приводит к эффективной римановой геометрии.

Поскольку полевая теория гравитации требует введения массы гравитона, а по структуре теории она близка к электродинамике, то вполне вероятно, что масса покоя фотона также не равна нулю.

7. Принцип Маха

Ньютон при формулировке законов механики ввел понятие абсолютного пространства, которое остается всегда одинаковым и неподвижным. Именно по отношению к этому пространству он и определял ускорение тела. Это ускорение имело абсолютный характер. Введение такой абстракции, как абсолютное пространство, оказалось чрезвычайно плодотворным. Отсюда, в частности, возникли понятия инерциальных систем отсчета во всем пространстве, принцип относительности для механических процессов и сложилось представление о физически выделенных состояниях движения. Эйнштейн по этому поводу в 1923 г. писал следующее: "*Системы координат, находящиеся в таких состояниях движения, отличаются тем, что сформулированные в этих координатах законы природы принимают наиболее простой вид*". И далее: "*...согласно классической механике существует относительность скорости, но не относительность ускорения*". Так утвердилось в теории представление об инерциальных системах отсчета, в которых материальные точки, не подвергающиеся действию сил, не испытывают ускорения и находятся в своем состоянии покоя или равномерного и прямолинейного движения. Однако абсолютное пространство Ньютона или инерциальные системы отсчета введены, фактически, априорно в отрыве от характера распределения материи во Вселенной.

Мах проявил достаточную смелость, подвергнув серьезной критике основные положения механики Ньютона. Как он сам позднее писал, ему с большим трудом удалось опубликовать свои идеи. Хотя Мах и не построил физическую теорию, свободную от указанных им недостатков, он оказал огромное влияние на развитие физической теории. Он привлек внимание ученых к анализу основных физических понятий.

Приведем ряд высказываний Маха [6], которые получили в литературе название принципа Маха. "*Никто не может ничего сказать об абсолютном пространстве и абсолютном движении, это нечто лишь мыслимое, на опыте не обнаружимое*". И далее: "*Вместо того чтобы относить движущееся тело к пространству* (*к какой-нибудь координатной системе*), *будем рассматривать непосредственно его отношение к телам мира, посредством которых только и можно определить систему координат. ...даже в простейшем случае, когда мы будто бы рассматриваем взаимодействие только двух масс, невозможно отвлечься от остального мира. ... Если тело вращается относительно неба неподвижных звезд, то возникают центробежные силы, а если оно вращается относительно другого тела, а не относительно неба неподвижных звезд, то центробежных сил нет. Я ничего не имею против, чтобы первое вращение назвать абсолютным, если только не забывать, что это не означает ничего другого, кроме вращения относительно неба неподвижных звезд*".

Поэтому Мах писал: "*...нет необходимости связывать закон инерции с каким-то особым абсолютным пространством. Самый естественный подход настоящего естествоиспытателя таков: сначала рассматривать закон инерции как достаточно приближенный, соотнести его пространственно с неподвижным звездным небом, ... и затем следует ожидать поправок или развития наших знаний на основе дальнейшего опыта. Недавно Ланге опубликовал критическую статью, в которой он излагает, как можно было бы, согласно его принципам, ввести новую систему координат, если бы обычное грубое отнесение к неподвижному звездному небу оказалось больше непригодным вследствие более точных астрономических наблюдений. Между мной и Ланге нет различия во мнениях относительно теоретической формальной ценности заключений Ланге, а именно, что в настоящее время неподвижное звездное небо является единственной практически пригодной системой отсчета, а также относительно метода определения новой системы отсчета посредством постепенных поправок*". Далее Мах приводит высказывания С.Неймана: "*Так как все движения должны быть отнесены к системе альфа* (*системе инерции*), *она, очевидно, представляет некую косвенную связь между всеми процессами, происходящими во Вселенной, и, следовательно, содержит* *в себе, можно сказать, столь же загадочный, сколь и сложный универсальный закон*". Мах по этому поводу замечает: "*Я думаю, что с этим согласится всякий*".

Из высказываний Маха очевидно, что, поскольку речь идет о законе инерции, согласно которому по Ньютону "*...всякое отдельно взятое тело, поскольку оно предоставлено самому себе, удерживает свое состояние покоя или равномерного прямолинейного движения...*", то, естественно, встает вопрос об инерциальных системах отсчета и о их связи с распределением материи. Мах и его современники вполне ясно понимали, что такая связь должна иметь место в природе. Именно такой смысл далее и будет вкладываться в понятие "принцип Маха".

Мах писал: "*Хотя я и думаю, что астрономические наблюдения сделают необходимыми сначала лишь очень незначительные поправки, я все же допускаю, что закон инерции в той простой форме, которую ему придал Ньютон, имеет для нас, людей, лишь ограниченное и преходящее значение*". Как мы увидим далее, в этом Мах не оказался прав. Мах не дал математического оформления своей идеи, а поэтому весьма часто разные авторы вкладывают в принцип Маха свой смысл. Мы здесь пытаемся сохранить тот смысл, который вкладывал в него сам Мах.

Пуанкаре, а затем Эйнштейн обобщили принцип относительности на все физические явления. В формулировке Пуанкаре [2] он звучит так: "*...принцип относительности, согласно которому законы физических явлений должны быть одинаковыми для неподвижного наблюдателя и для наблюдателя, совершающего равномерное поступательное движение, так что мы не имеем и не можем иметь никакого способа определять, находимся ли мы в подобном движении или нет*". Применение этого принципа к электромагнитным явлениям привело Пуанкаре, а затем и Минковского к открытию псевдоевклидовой геометрии пространства-времени и тем самым еще в большей степени укрепило гипотезу о существовании инерциальных систем отсчета во всем пространстве. Такие системы отсчета являются физически выделенными, а поэтому ускорение относительно них имеет абсолютный смысл.

В общей теории относительности (ОТО) отсутствуют инерциальные системы отсчета во всем пространстве. Эйнштейн об этом в 1929 г. писал: "*Исходным пунктом теории служит утверждение, что не существует физически выделенного состояния движения, т.е. не только скорость, но и ускорение не имеет абсолютного смысла*".

Принцип Маха в его формулировке в ОТО оказался невостребованным. Следует, однако, отметить, что представления об инерциальных системах отсчета во всем пространстве имеют достаточно весомую экспериментальную основу, поскольку, например, переходя от системы координат, связанной с Землей, к системе координат, связанной с Солнцем, а затем к Метагалактике, мы все с большей точностью приближаемся к инерциальной системе отсчета. Поэтому нет никаких серьезных оснований для отказа от такого важного понятия, как инерциальная система отсчета. С другой стороны, наличие фундаментальных законов сохранения энергии-импульса и момента количества движения также с необходимостью приводит к существованию инерциальных систем отсчета во всем пространстве. Псевдоевклидова геометрия пространства-времени отражает общие динамические свойства материи и в то же время вводит инерциальные системы отсчета. Хотя псевдоевклидова геометрия пространства-времени возникла при изучении материи, а поэтому и неотделима от нее, тем не менее можно формально говорить о пространстве Минковского в отсутствие материи. Однако так же, как и ранее в механике Ньютона, в специальной теории относительности нет ответа на вопрос, как инерциальные системы отсчета связаны с распределением материи во Вселенной.

Открытие псевдоевклидовой геометрии пространства и времени позволило с единой точки зрения рассмотреть не только инерциальные, но и ускоренные системы отсчета. Большая разница проявилась между силами инерции и силами, вызванными физическими полями. Она состоит в том, что силы инерции всегда можно сделать равными нулю, путем выбора соответствующей системы отсчета, тогда как силы, вызванные физическими полями, в принципе, нельзя обратить в нуль выбором системы отсчета, так как они имеют векторную природу в четырехмерном пространстве-времени. Поскольку в РТГ гравитационное поле является физическим полем в духе поля Фарадея–Максвелла, силы, вызванные таким полем, не могут быть обращены в нуль выбором системы отсчета.

Другая ситуация имеет место в общей теории относительности. Гравитационные силы в ней не имеют векторной природы в четырехмерном пространстве и времени, а поэтому они могут быть локально обращены в нуль выбором системы отсчета. Основные уравнения РТГ (66) и (67) благодаря наличию массы покоя гравитационного поля содержат, наряду с римановой метрикой, также метрический тензор пространства Минковского, но это означает, что, в принципе, метрику этого пространства можно выразить через геометрические характеристики эффективного риманова пространства, а также через величины, характеризующие распределение вещества во Вселенной. Это легко осуществить, перейдя в уравнениях (66) от контравариантных величин к ковариантным. Таким путем мы получим

$$\frac{m^2}{2}\,\gamma_{\mu\nu}(x) = \frac{8\,\pi}{\sqrt{-g}}\left(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\,g_{\mu\nu}\,T\right) - R_{\mu\nu} + \frac{m^2}{2}\,g_{\mu\nu}\,. \quad (89)$$

Отсюда мы видим, что в правой части уравнений содержатся только геометрические характеристики эффективного риманова пространства и величины, определяющие распределение вещества в этом пространстве.

Экспериментально изучая движения частиц, света в римановом пространстве, в принципе, можно найти метрический тензор пространства Минковского, а следовательно, и построить инерциальную систему отсчета. Таким образом, РТГ, построенная в рамках специальной теории относительности, позволяет дать математическую формулировку принципа Маха. Мы видим, что специальный принцип относительности имеет всеобщее значение независимо от вида материи.

Для гравитационного поля его требования выражаются в условии форминвариантности уравнений (66) и (67) относительно группы Лоренца. Лоренц-форминвариантность физических уравнений остается важнейшим физическим принципом при построении теории, поскольку именно этот принцип дает возможность ввести универсальные характеристики для всех форм материи.

А. Эйнштейн в работе 1950 г. писал: "*...не следует ли в конце концов попробовать сохранить понятие инерциаль-*

ной системы, оставив все попытки объяснить фундаментальную черту гравитационных явлений, которая проявляет себя в системе Ньютона как эквивалентность инертной и тяготеющей масс?" В разделе 6 мы установили, что равенство инертной и гравитационной масс является непосредственным следствием уравнений (70), в которых сохраняющаяся суммарная плотность тензора энергии-импульса вещества и гравитационного поля является, в силу геометризации, источником гравитационного поля, и это равенство ни в какой мере не исключает понятия инерциальной системы. Это понятие в РТГ полностью остается и отражает общие динамические свойства материи — законы сохранения энергии-импульса и момента количества движения. Таким образом, эквивалентность инертной и тяготеющей масс не требует отказа от понятия инерциальной системы. В противоположность нашему выводу А. Эйнштейн на поставленный им вопрос ответил следующим образом: "*Тот, кто верит в постижимость природы, должен дать ответ — нет*".

Идеи Маха оказали глубокое влияние на взгляды Эйнштейна на гравитацию при построении общей теории относительности. В одной из работ Эйнштейн пишет: "*Принцип Маха: G-поле полностью определено массами тел*". Но оказывается, что в ОТО и это положение не выполняется, поскольку имеются решения и в отсутствие материи. Попытка устранения этого обстоятельства путем введения λ-члена не дала желаемого результата. Оказалось, что и уравнения с λ-членом в отсутствие материи также имеют решения, отличные от нуля. Мы видим, что Эйнштейн вложил в понятие "принцип Маха" совсем другой смысл. Но и в таком понимании принцип Маха не нашел своего места в ОТО.

Имеет ли место принцип Маха в формулировке Эйнштейна в РТГ? В отличие от ОТО в этой теории в силу принципа причинности имеются пространственно-подобные поверхности во всем пространстве (глобальные поверхности Коши). И если на одной из таких поверхностей вещество отсутствует, то на основании требования энергодоминантности, налагаемого на тензор вещества, оно будет отсутствовать всегда [5]. Поскольку вещество в природе существует, то отсюда следует, что система однородных во всем пространстве гравитационных уравнений не имеет решений, реализуемых в природе. Иначе говоря, все решения этой системы не имеют физического смысла при данном развитии Вселенной. Такое отбрасывание решений системы однородных гравитационных уравнений стало возможным не только в силу уравнений, но прежде всего благодаря характеру реальной Вселенной.

В принципе, уравнения теории не отвергают вселенные, построенные из гравитационного поля, без вещества. Они отвергнуты самим развитием материи. Почему наша Вселенная оказалась с веществом — теория пока не дает ответа. Физический смысл имеют решения только системы неоднородных гравитационных уравнений, когда в какой-либо части пространства или во всем пространстве имеется вещество. Это означает, что гравитационное поле и эффективное риманово пространство в реальной Вселенной не могли возникнуть без порождающего их вещества. Мы видим, что и в формулировке Эйнштейна принцип Маха реализуется в релятивистской теории гравитации.

Имеется, однако, существенное различие в понимании G-поля в нашей теории и в ОТО. Под G-полем Эйнштейн понимал риманову метрику, тогда как в нашем представлении гравитационное поле есть физическое поле. Такое поле входит в риманову метрику наряду с плоской метрикой, а поэтому при отсутствии вещества и гравитационного поля метрика не исчезает, а остается метрикой пространства Минковского. В литературе имеются и другие формулировки принципа Маха, отличные по смыслу от идей Маха и Эйнштейна, но поскольку они, по нашему мнению, не сформулированы достаточно определенно, мы их не рассматривали. Так как гравитационные силы в РТГ обязаны физическому полю типа Фарадея–Максвелла, то ни о какой единой сущности сил инерции и гравитации, в принципе, не может быть и речи.

Иногда суть принципа Маха видят в том, что, якобы, согласно ему силы инерции определяются взаимодействием с материей Вселенной. С полевой точки зрения, такой принцип не может иметь место в природе. Дело здесь в том, что, хотя инерциальные системы отсчета, как мы видели выше, связаны с распределением материи во Вселенной, силы инерции не являются результатом взаимодействия с материей Вселенной, поскольку всякое воздействие материи возможно только через физические поля; но это означает, что силы, вызванные этими полями, в силу их векторной природы нельзя обратить в нуль выбором системы отсчета. Таким образом, силы инерции, непосредственно определяются не физическими полями, а строго определенной структурой геометрии и выбором системы отсчета.

Псевдоевклидова геометрия пространства-времени, отражая динамические свойства, общие для всех форм материи, с одной стороны, подтвердила гипотезу о существовании инерциальных систем отсчета, а с другой стороны, показала, что силы инерции, возникающие при соответствующем выборе системы отсчета, выражаются через символы Кристоффеля пространства Минковского. Поэтому они не зависят от природы тела. Все это стало ясным, когда было показано, что специальная теория относительности применима не только в инерциальных системах отсчета, но и в неинерциальных (ускоренных). Это позволило в работе [7] дать принципу относительности более общую формулировку: "*Какую бы физическую систему отсчета мы ни избрали* (*инерциальную или неинерциальную*), *всегда можно указать бесконечную совокупность других систем отсчета, таких, в которых все физические явления протекают одинаково с исходной системой отсчета, так что мы не имеем и не можем иметь никаких экспериментальных возможностей различить, в какой именно системе отсчета из этой бесконечной совокупности мы находимся*".

В РТГ между силами инерции и гравитации имеется существенное различие [12] в том, что по мере удаления от тел гравитационное поле становится достаточно слабым, тогда как силы инерции в зависимости от выбора системы отсчета могут быть сколь угодно большими. И только в инерциальной системе отсчета они равны нулю.

[12] Вопрос: утверждается, что "в РТГ между силами инерции и гравитации имеется существенное различие...", и далее создается впечатление, что в ОТО этого различия нет. В действительности, именно об этом различии говорит ОТО, см. "Теория поля" Ландау и Лифшица, § 81, 82.

Поэтому неправильно считать, что силы инерции нельзя отделить от сил гравитации. В повседневной жизни их различие почти очевидно.

Построение РТГ позволило установить связь инерциальной системы отсчета с распределением материи во Вселенной и тем самым глубже понять природу сил инерции и их различие с материальными силами. В нашей теории силам инерции отведена такая же роль, которую они играют в любых других полевых теориях.

Работа выполнена при поддержке Российского Фонда фундаментальных исследований.

В РТГ между силами гравитации и инерции никакой связи нет. Трехмерную силу гравитации можно уравновесить силой инерции путем выбора соответствующей системы координат и больше ничего. В ОТО, следуя Эйнштейну, можно говорить, в ограниченном смысле, о локальной тождественности сил инерции и гравитации. См. сноску 9.

Однако ситуация в ОТО несколько сложнее. Как показал Синг, гравитационное поле в ОТО характеризуется тензором кривизны и только им, а следовательно, различие между гравитацией и инерцией существует даже локально. Это приводит к тому, что ускорение свободного падения (980 см/с^2), как показал Синг, не обусловлено гравитационным полем. В РТГ гравитационное поле характеризуется не только тензором кривизны, но и вектором 4-силы, а поэтому ускорение свободного падения обусловлено действием гравитационного поля.

Автор выражает благодарность С.С. Герштейну за ценные обсуждения.

Список литературы

1. Rosen N *Phys. Rev.* **57** 147 (1940)
2. Poincaré H *Bulletin des Sciences Mathematiques 2* **28** 302 (1904); Poincaré H *Sur la dynamique de l'electron.* Comptes rendus des seances de l'Akademie des sciences (Paris, 1905) Vol. 140, p. 1504; Poincaré H. *Sur la dynamique de l'electron* (Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo, 1906) Vol. XXI, p. 129
3. Logunov A A, Mestvirishvili M A *The Relativistic Theory of Gravitation* (M.: Mir, 1989); Логунов А А, Меcтвиришвили М А *Релятивистская теория гравитации* (М.: Наука, 1989); Логунов А А, Меcтвиришвили М А *Основы релятивистской теории гравитации* (М.: Изд-во МГУ, 1986)
4. Лоскутов Ю М *Вестн. МГУ Сер.* 3. *Физ. Астрон.* **32** (4) 49 (1991)
5. Penrose R *Phys. Rev. Lett.* **14** 57 (1965); Hawking S W, Penrose R The singularities of gravitational collapse and cosmology. *Phys. Roy.* (London, 1970) *A* **314** 529; Хокинг С, Эллис Дж *Крупномасштабная структура пространства-времени* (М.: Мир, 1977)
6. Мах Э *Механика. Историко–критический очерк ее развития.* (Глава 2. Развитие принципов динамики). В сб.: *Альберт Эйнштейн и теория гравитации* (М.: Мир, 1979)
7. Логунов А А *Лекции по теории относительности и гравитации. Современный анализ проблемы* (М.: Наука, 1987)

CLASSICAL GRAVITATIONAL FIELD THEORY

A.A. Logunov
Institute of High Energy Physics
142284, Protvino, Moscow Region, Russia
Tel. (095) 924-67-52
Fax (095) 230-23-37
E-mail: tyurin@mx.ihep.su

Equations for the massive gravitational field are obtained in the article on the base of the Geometrization Principle in the framework of the Special Relativity Theory. The presence of nonzero graviton mass is of fundamental importance for construction of the theory. According to this theory of gravitation the homogeneous and isotropic Universe evolves in cycles, from large density to the smallest density and so on, and can only be flat. The theory predicts a considerable amount of hidden mass in the Universe. Existence of "black holes" in the Universe is totally excluded. The theory explains all the facts that are known from observations in the Solar system.

PACS numbers: **04.20.−q, 03.30.+p, 02.40.−k, 98.80.−k**

Bibliography — 7 references

Received 24 August, after addition 29 December 1994