

МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ

Об интерпретации вычислительного эксперимента с классической кулоновской плазмой

А.М. Игнатов, А.И. Коротченко, В.П. Макаров, А.А. Рухадзе, А.А. Самохин

Показано, что выводы о нарушении принципиальных положений статистической механики и физической кинетики, сделанные Майоровым С.А., Ткачевым А.Н. и Яковленко С.И. (ниже именуемыми МТЯ) в статье (УФН 164 297 (1994)) по результатам вычислительного эксперимента с классической кулоновской плазмой, недостаточно обоснованы. Обнаружено, что результаты, полученные в этом эксперименте, допускают иную интерпретацию. Выяснено, что отказ от принципа детального равновесия не является неизбежным следствием результатов вычислительного эксперимента МТЯ, он не подтверждается и анализом динамики микропроцессов в настоящей работе. Показано, что вопреки мнению МТЯ существенную роль в поведении рассматриваемой плазмы могут играть пристеночные эффекты. Проведен анализ предельного случая рассматриваемой системы, состоящей из двух разноименно заряженных частиц в замкнутом объеме. Столкновения частиц с зеркально отражающими стенками в этом случае приводят к эргодическому поведению плазмы и к функции распределения, спадающей в области отрицательных энергий в системе центра масс.

Содержание

1. Введение (113).
2. Принцип детального равновесия: *pro e contra* (114).
3. Анализ микропроцессов (114).
4. Роль зеркально отражающих стенок (115).
5. Заключение (116).

Список литературы (117).

... место дислокации дьявола пока обнаружить не удалось ...
С.И. Яковленко. "Как мы обнаружили дьявола" [2]

1. Введение

В мартовском выпуске УФН под рубрикой "Из текущей литературы" опубликована статья "Метастабильная переохлажденная плазма" [1], авторы которой С.А. Майоров, А.Н. Ткачев, С.И. Яковленко (далее МТЯ), излагают обзор своих работ [3–4] по численному моделированию классической кулоновской плазмы в ограниченном объеме. В статье [1] содержится ряд утверждений и выводов, которые, на наш взгляд, недостаточно обоснованы и нуждаются в комментариях.

А.М.Игнатов, А.И.Коротченко, В.П. Макаров, А.А. Рухадзе,
А.А. Самохин. Институт общей физики РАН, 117942, Москва,
ул. Вавилова, 38
Тел. (095) 135-0247
E-mail: aign@ewm.gpi.msk.su

Статья поступила 8 августа 1994 г.,
после доработки 30 ноября 1994 г.

Поведение плазмы МТЯ исследовали методом динамики многих (ДМЧ) частиц, т.е. путем численного решения системы уравнений Ньютона для совокупности точечных зарядов, находящихся в замкнутом объеме и взаимодействующих между собой по закону Кулона. Согласно [1] в переохлажденной относительно ионизационного равновесия плазме, ограниченной зеркально (упруго) отражающими стенками, процесс рекомбинации быстро замедляется, и в системе устанавливается стационарное состояние, отличающееся от ожидаемого равновесия в объемно-рекомбинирующей плазме.

На основе своих результатов МТЯ делают вывод о "необходимости отказаться от давно сложившихся представлений об основах статистики классических термоизолированных (микроканонических) систем"¹ и о принципиальной возможности формирования долгоживущих плазменных образований типа шаровой молнии.

В [1] сообщается, что получить аналитическое выражение для функции распределения частиц по энергии в плазме, изолированных от "внешних стохастических воздействий"², удалось лишь "ценой отказа от принципа детального равновесия" и что "результаты компью-

¹ Мы заранее приносим извинения за обильное цитирование [1], что связано с жанром статьи.

² "Для того чтобы началась релаксация к термодинамическому равновесию, необходимо внешнее вмешательство, приводящее к частичной потере системой памяти о своем предыдущем состоянии. Теперь можно набраться смелости и сделать главный вывод. Если внешнее стохастическое воздействие необходимо для выполнения законов статистической механики, а эти законы хорошо согласуются с нашими наблюдениями за материальным миром, то должен существовать и какой-то внешний источник стохастического воздействия. Мы назвали этот источник внешним стохастизатором, а в другой терминологии — это дьявол" [2].

терного моделирования привели к необходимости пересмотра одного из основных положений статистической механики и физической кинетики — закона возрастания энтропии в его ныне принятой формулировке".

Однако столь радикальный вывод о нарушении основ не следует, строго говоря, из представленных в [1] результатов вычислительного эксперимента, который допускает, на наш взгляд, иную интерпретацию, не требующую отказа от принципа детального равновесия или пересмотра других основ физической кинетики и статистической механики. Образно говоря, если у дома протекает крыша, совсем не обязательно ломать фундамент.

2. Принцип детального равновесия: *pro e contra*

Принцип детального равновесия является общим положением статистической физики, согласно которому любой микропроцесс в равновесной системе протекает с той же скоростью, что и обратный ему [5]. Этот принцип не конкретизирует явного вида равновесия, и для различных микропроцессов скорости могут быть разными в зависимости от условий, в которых находится рассматриваемая система. Его предполагаемое нарушение может свидетельствовать о неадекватном учете всех каналов ухода—прихода системы в данное состояние или о неравновесности системы.

МТЯ полагают, что заморозка рекомбинации связана с сохранением динамической памяти в плазме, изолированной от любых внешних воздействий при помощи зеркально отражающих стенок. При этом, с одной стороны, не анализируются корреляционные функции, которые могли бы свидетельствовать о сохранении динамической памяти. С другой стороны, отсутствуют какие-либо данные об элементарных актах рекомбинации—ионизации, которые могли бы раскрыть динамику микропроцессов наблюдаемого поведения плазмы. Очевидно, что результирующее замедление процесса рекомбинации может быть обусловлено как относительным уменьшением скорости рекомбинации, так и увеличением скорости ионизации.

Отсутствие в [1] конкретных данных о пространственно—временной динамике элементарных актов, в частности, о временах жизни образующихся связанных состояний и конкретных механизмах их распадов, не позволяют сделать обоснованные выводы о причинах "неожиданных свойств" рассматриваемой модели плазмы с зеркально отражающими стенками. Представляется по меньшей мере необоснованным делать столь радикальные выводы на основе косвенных данных.

Напомним также, что большинство распределение следует из принципа детального равновесия при ряде дополнительных предположений (см., например, [6]), которые в условиях численного эксперимента [1], вообще говоря, не выполняются. Поэтому отличие полученной функции распределения от большинской само по себе не свидетельствует о нарушении принципа детального равновесия.

3. Анализ микропроцессов

При интерпретации полученных результатов в [1] фактически предполагается, что обнаруженные "неожиданные

"свойства" классической кулоновской плазмы обусловлены объемными процессами, а роль ограничивающих стенок, зеркально (упруго) отражающих частицы плазмы, заключается в изоляции системы от "внешних стохастических воздействий", которые считаются необходимыми для установления ожидаемого равновесного состояния. Между тем, такое предположение не является очевидным и нуждается в специальной проверке, отсутствующей в [1]³.

При общем числе частиц в рассматриваемой системе $N_0 \leq 10^3$ значительная их часть находится в пристеночном слое, где поведение частиц существенно отличается от объемного. По этой причине нет оснований считать, что рассматриваемая система адекватно моделирует объемные свойства классической кулоновской плазмы. Кроме того, характерное время пролета частицы между стенками $\tau_{\text{wall}} = L/V_T$, где L — размер системы, а V_T — тепловая скорость, оказывается сравнимым или ненамного превосходит даже самые быстрые характерные объемные времена в системе, а по отношению ко времени объемной трехчастичной рекомбинации τ_r выполняется обратное неравенство $\tau_{\text{wall}} \ll \tau_r$.

Таблица 1. Фактические параметры трех вариантов расчетов [1].

$N, \text{ см}^{-3}$	$T, \text{ эВ}$	δ	t/τ_{ei}	τ_r/τ_{ei}	τ_0/τ_{ei}	$\tau_{\text{wall}}/\tau_{ei}$
10^{20}	1,7	0,12	46	$4,6 \cdot 10^1$	1,4	8
10^{17}	0,28	0,28	59	$3,2 \cdot 10^2$	3,3	8
10^{14}	0,1	0,0006	50	$8,5 \cdot 10^4$	13,5	8

Характерные времена для трех вариантов расчетов, обсуждавшихся в [1], сведены в табл. 1, где N , T и δ — соответственно плотность, температура и параметр неидеальности плазмы, t — фактическое время счета, времена трехчастичной рекомбинации τ_r и кулоновских столкновений τ_0 рассчитаны по известным формулам, приведенным в [1], и записаны в масштабе $\tau_{ei} = N^{-1/3}/V_T$, т.е. характерного времени пролета среднего межчастичного расстояния.

Физический смысл последнего следует обсудить более подробно, поскольку оно играет существенную роль во всей идеологии МТЯ, однако, по их мнению, "... не возникает в рамках традиционного рассмотрения кинетических задач, основанного на оборванной боголюбовской цепочке". Прежде всего отметим, что τ_{ei} не зависит от взаимодействия между частицами и поэтому должно возникать даже в идеальном газе. В действительности, — это имеющее чисто кинематическую природу характерное время, за которое при достаточно резком начальном возмущении с характерным масштабом $N^{-1/3}$, происходит выравнивание плотности или другой интегральной характеристики среды. Разумеется, подобный процесс можно назвать релаксацией, но это не избавляет от необходимости анализа корреляционных функций и определения времени расцепления корреляций, которое в неидеальной плазме может быть порядка τ_{ei} , но определяется взаимодействием между частицами. Как тут не вспомнить хорошо известные эффекты типа спинового или плазменного эха!

³ Следует отметить, что природа "внешних стохастических воздействий" на физическом уровне МТЯ не обсуждается, а демонологические [2] и философские [3] аспекты проблемы рассмотрены С.И. Яковленко в отдельных публикациях.

Из табл. 1 следует, что статистические и кинетические свойства рассматриваемой системы в значительной мере определяются не объемными, а пристеночными процессами. В особенности это относится к последнему варианту, фактически представляющему собой кнудсеновский газ. В статье [1] выбор системы с зеркально отражающими стенками для моделирования объемных свойств плазмы мотивируется тем, что обычно используемые периодические граничные условия "... приводят к существенному отходу от исходных динамических уравнений, ... эти условия нельзя использовать при исследовании фундаментальных свойств плазмы". На наш взгляд, модель с зеркально отражающими стенками, будучи сама по себе, безусловно, интересной, при доступных в настоящее время параметрах вычислительного эксперимента отходит от реальной плазмы существенно дальше. Полезным в этой связи было бы сопоставление существующей теории объемной рекомбинации с вычислительными экспериментами, использующими периодические граничные условия, а также подробный сравнительный анализ вычислительных схем с периодическими граничными условиями и с зеркальным отражением от стенок.

4. Роль зеркально отражающих стенок

В разделе 4.2 статьи [1], озаглавленном "Аномальный дрейф в область положительных энергий" отмечается: "Для того, чтобы разумно интерпретировать результаты моделирования из первопринципов, пришлось предположить, что имеет место мощный дрейф по энергетической оси из области отрицательных энергий в область положительных энергий электронов. Этот дрейф обусловлен микрополями, создаваемыми всеми кулоновскими частицами".

Предположение о микрополевой природе аномального энергетического дрейфа не получает достаточного подтверждения в статье [1], в заключительной части которой просто констатируется: "Необходимы также исследования механизмов возникновения микрополового дрейфа по энергетической оси, обнаруженного при ДМЧ-моделировании". Возможная роль зеркальных стенок в формировании этого дрейфа не обсуждается и даже не упоминается⁴.

Замкнутый объем накладывает очевидные ограничения на поведение всех связанных состояний, размеры которых превосходят расстояние между стенками, и для тех состояний меньшего размера, которые имеют ненулевую скорость центра инерции относительно стенок. Дело в том, что зеркальное отражение отдельных частиц от стенок не исключает возможности обмена энергией между орбитальным движением и движением центра масс, т.е. взаимодействие связанного комплекса с идеально отражающей стенкой оказывается, вообще говоря, неупругим и вносит ненулевой вклад в перераспределение частиц между связанными и свободными состояниями.

⁴ Это обстоятельство представляется удивительным, поскольку одновременно подчеркивается существенная роль тех же стенок с другими законами отражения. В частности, в [5] отмечается, что в равновесии связь между температурами терmostатирующей стенки $T_{\text{ст}}$ и газа T определяется соотношением $T = 3T_{\text{ст}}/4$ (?).

Столкновение связанного комплекса из двух разноименных зарядов с зеркальной стенкой может привести к его "ионизации", равно как возможен и обратный процесс. Для выяснения влияния стенок на эргодические свойства кулоновских систем уместно рассмотреть предельно упрощенный случай двух частиц в замкнутом объеме. Эргодическая гипотеза гласит, что временное среднее любой динамической величины совпадает с ее средним по фазовому пространству по мере $\delta(H(\mathbf{p}_i, \mathbf{q}_i) - H_0)$, где H_0 — полная энергия системы, а гамильтониан в данном случае имеет вид

$$H(\mathbf{p}_i, \mathbf{q}_i) = \frac{\mathbf{p}_1^2}{2m_1} + \frac{\mathbf{p}_2^2}{2m_2} - \frac{e^2}{|\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2|}. \quad (1)$$

Таким образом, в предположении эргодичности системы функция распределения по энергии связи в системе центра масс должна быть равна

$$f(\epsilon, H_0) = \int_{\mathbf{q}_i \in V} d\mathbf{p}_i d\mathbf{q}_i \delta(H(\mathbf{p}_i, \mathbf{q}_i) - H_0) \delta(E(\mathbf{p}_i, \mathbf{q}_i) - \epsilon), \quad (2)$$

где

$$E(\mathbf{p}_i, \mathbf{q}_i) = H(\mathbf{p}_i, \mathbf{q}_i) - \frac{(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2)^2}{2(m_1 + m_2)} \quad (3)$$

— полная энергия пары частиц в системе центра масс. Интегрирование в формуле (2) проводится по всем импульсам и по некоторой области V конфигурационного пространства. Если эта область инвариантна относительно каких-либо трансляций или вращений, то в (2) нужно учесть соответствующие интегралы движения.

Отметим, что в [1] используется функция распределения $f(\epsilon)$ по полной энергии частицы в лабораторной системе координат и критерием связанного состояния является условие отрицательности этой энергии, не соответствующее более адекватному критерию с использованием парных корреляционных функций. В частности, при таком подходе нельзя различить двух- и многочастичные связанные комплексы. Очевидно также, что в слабонеидеальной плазме критерий по функции $f(\epsilon)$ дает заниженное число парных связанных состояний. Так, например, связанный комплекс из двух частиц, движущийся с достаточно большой скоростью центра масс, может иметь положительную полную энергию. Мы в данном случае используем другой критерий и считаем комплекс связанным, если $E(\mathbf{p}_i, \mathbf{q}_i) < 0$, т.е. орбиты частиц в системе центра масс эллиптичны.

Отметим два очевидных свойства интеграла (2). Во-первых, $f(\epsilon, H_0) \neq 0$ только при $\epsilon < H_0$, причем $f(\epsilon, H_0) \simeq (H_0 - \epsilon)^{d/2-1}$ при $\epsilon \rightarrow H_0$, где d — размерность области V . Во-вторых, легко вычислить асимптотику $f(\epsilon, H_0)$ при $\epsilon < 0$ и $|\epsilon| \gg e^2/L$, где L — минимальный характерный размер области V :

$$f(\epsilon, H_0) \simeq \begin{cases} \epsilon^{-2}, & d = 2, \\ \epsilon^{-5/2}, & d = 3. \end{cases} \quad (4)$$

Для некоторых областей V интеграл в (2) можно вычислить аналитически, однако соответствующие выражения слишком громоздки, и мы их не приводим.

Для проверки эргодичности системы был проведен следующий численный эксперимент. Изучалась динамика двух частиц с единичными массами и разноименными единичными зарядами при зеркальном отражении от стенок, расположенных по сторонам квадрата (т.е. $d = 2$) с единичной площадью. Поскольку траектории частиц явно определяются по известным из механики формулам, вся задача сводится к определению, какая частица, когда и где столкнется со стенкой, после чего она зеркально отражается. Таким образом, нет необходимости численно решать какие-либо дифференциальные уравнения, а при вычислении корней алгебраических уравнений можно достичь гораздо более высокой точности, например, после нескольких тысяч соударений относительное изменение полной энергии составляло величину порядка 10^{-7} .

Функция распределения $f(\epsilon, H_0)$ строилась в виде гистограммы полного времени пребывания системы в состоянии с энергией связи из интервала $(\epsilon, \epsilon + \Delta\epsilon)$. Типичный вариант расчета $f(\epsilon, H_0)$ с полной энергией $H_0 = 0,3$, полученный после примерно десяти тысяч столкновений со стенкой, представлен ломаной линией на рис. 1. Хвост функции распределения на рис. 1 обрезан при $\epsilon = -10$. В наших расчетах при $H_0 = 0,3$ наибольшая по модулю величина $|\epsilon|$ достигала 10^3 . Сплошной линией показана вычисленная аналитически зависимость (2), причем нормировка выбрана так, чтобы интегралы от обеих функций совпадали.

Соответствие между аналитической зависимостью и результатами численного эксперимента позволяет утверждать, что для классической "плазмы", состоящей из двух частиц, эргодическая гипотеза подтверждается. Следует подчеркнуть, что большое число столкновений необходимо лишь для того, чтобы обойти по возможности всю изоэнергетическую поверхность и набрать

статистику. Аналогичные результаты были получены нами и при использовании ансамбля из большого числа невзаимодействующих между собой пар частиц с одной и той же полной энергией — достаточно при этом ограничиться всего несколькими соударениями со стенкой. Отметим, что функция распределения (2) отличается от больцмановской, но это не требует отказа (что, фактически, сделано в работе [1]) ни от принципа детального равновесия, ни от предположения об эргодичности данной системы. Отличие полученной в [1] функции распределения $f(\epsilon)$ от ожидаемой для объемно рекомбинирующей плазмы может быть связано, таким образом, с влиянием зеркально отражающих стенок, роль которых нельзя не учитывать в соответствии с указанными в табл. 1 соотношениями характерных времен.

В работе [1] затягивание времени рекомбинации связывалось с неполным перемешиванием в системе, т.е. сохранением динамической памяти. Аналогичный вывод о сохранении динамической памяти в условиях эксперимента [1], но для не ограниченной стенками плазмы, был сделан также в [7] на основе вычисления показателей Ляпунова. Это объяснялось [7] присутствием инвариантных торов в фазовом пространстве кулоновской системы, что естественным образом должно приводить к нарушению эргодичности.

В неограниченной системе существование связанных комплексов достаточно малых размеров, слабо взаимодействующих с остальной системой, и соответствующих им инвариантных торов не вызывает сомнений. Однако из соответствия аналитической и вычисленной кривых на рис. 1 следует, что зеркально отражающие стенки приводят к полному разрушению инвариантных торов и формированию функции распределения, спадающей в области отрицательных энергий. Таким образом, возможен другой вывод из результатов численных экспериментов [1]: эргодичность кулоновской плазмы не только не нарушается, но и улучшается.

5. Заключение

Перечислим в заключение основные выводы данной работы.

Отказ от принципа детального равновесия не является неизбежным следствием результатов вычислительного эксперимента [1] и не подтверждается анализом динамики микропроцессоров.

Соотношение характерных времен в вычислительном эксперименте [1] показывает, что существенную роль в поведении рассматриваемой плазмы могут играть пристеночные эффекты.

Анализ предельного случая рассматриваемой системы, состоящей из двух разноименно заряженных частиц в замкнутом объеме, показывает, что столкновения с зеркально отражающими стенками приводят к эргодическому поведению с функцией распределения, спадающей в области отрицательных энергий в системе центра масс.

Различные интерпретации вычислительного эксперимента [1], в которых не учитывается указанное в данной работе влияние стенок, на наш взгляд, не являются обоснованными.

Разумеется, мы не останавливаемся на всех аспектах обсуждаемой работы. Отметим лишь, что весьма гипотетическая аналогия между ионизацией плазмы и мета-

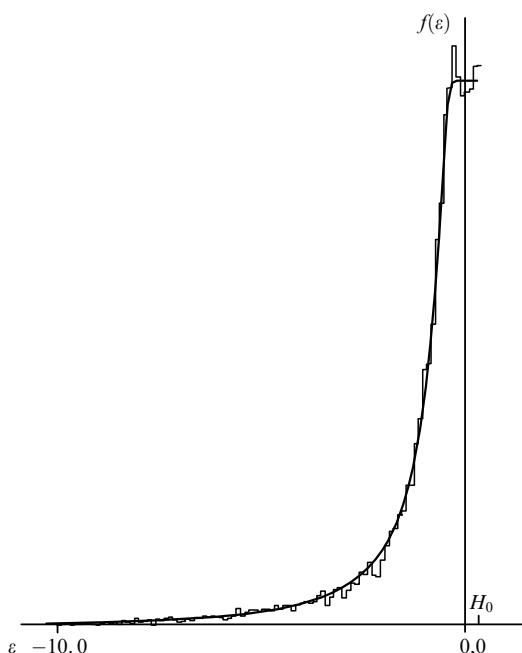


Рис. 1. Функция распределения по энергии в системе центра масс для двух частиц в замкнутом объеме. Сплошная линия — аналитическая зависимость (2), ломаная линия — гистограмма по результатам численных расчетов

стабильными состояниями при фазовых переходах первого рода, отраженная в аннотации и названии статьи, но практически не развитая в основном тексте, порождает больше вопросов, чем ответов.

Благодарности

Авторы выражают благодарность участникам семинаров отдела физики плазмы и теоретического отдела ИОФРАН за полезные стимулирующие дискуссии.

Список литературы

1. Майоров С А, Ткачев А Н, Яковленко С И УФН **164** 297 (1994)
2. Яковленко С И Препринт ИОФАН № 51, 1991.
3. Майоров С А, Ткачев А Н, Яковленко С И Изв. вузов. Сер. Физика (11), 5 (1991); *ibidem* (2) 10 (1992); *ibidem* (11) 76 (1992); *ibidem* (1) 68 (1993)
4. Майоров С А, Ткачев А Н, Яковленко С И Мат. моделирование **4** (7) 3 (1992)
5. Физический энциклопедический словарь (Под ред. А.М. Прохорова) (М.: "Советская энциклопедия", 1983)
6. Исихара А Статистическая физика (М.: Мир, 1973)
7. Жидков А Г, Галеев Р Х Физика плазмы **19** 1181 (1993)

ON THE INTERPRETATION OF A COMPUTER EXPERIMENT WITH CLASSICAL COULOMB PLASMA

A M Ignatov, V P Korotchenko, V P Makarov, A A Rukhadze, A A Samokhin

General Physics Institute Russian Academy of Sciences, ul. Vavilova, 38, Moscow, 117942 Russia

Tel: (7-095) 135 02 47

E-mail: aign@ewr.gpi.su

The conclusions on the violations of some of the basic principles of statistical mechanics and physical kinetics — reported by Mayorov, Tkachev, and Yakovlenko (hereafter referred to as MTY) in Usp. Fiz. Nauk **164** (3) 297 (1994) [Physics—Uspekhi 62 (3) 276 (1994)] — are shown to be insufficiently substantiated. MTY have drawn these conclusions from the results of their computer experiment with a classical Coulomb plasma; however, these data are found to admit an alternative interpretation. The alleged necessity to reject the detailed balancing principle is shown not to be an inevitable consequence of the MTY simulation results; this necessity is also discarded by the microscopic process analysis in the present study. Contrary to the MTY implicit assumption, the behaviour of the considered plasma is substantially dependent on near-wall phenomena. A limiting case of the considered system (two opposite charge-sign particles confined in a closed space) is analyzed: the particle collisions with perfect-reflector walls are found to make the system behaviour ergodic and to lead to a distribution function sloping down in the domain of negative center-of-mass energies.

PACS numbers: 52.20. —j, 52.25.Jm

Received 8 August, revised 30 November 1994

Комментарий к статье

А.М. Игнатова, А.И. Коротченко, В.П. Макарова, А.А. Рухадзе, А.А. Самохина "Об интерпретации вычислительного эксперимента с классической кулоновской плазмой"

С.А. Майоров, А.Н. Ткачев, С.И. Яковленко

Об ошибочности новой интерпретации. Основное содержание комментируемой статьи Игнатова и др. состоит в том, что в ней дана новая интерпретация той части результатов наших вычислительных экспериментов, которая изложена в основном в работе [1] и кратко описана в обзоре [2]. Мы обнаружили замедление рекомбинационной релаксации в системе большого числа кулоновских частиц (~ 1000), помещенной в трехмерный ящик с зеркально отражающими (абсолютно упругими) стенками. Авторы комментируемой статьи объясняют этот эффект "ионизацией" связанных частиц на стенках. По их мысли, при столкновении со стенкой идет ионизация за счет перераспределения полной энергии пары частиц между энергией их движения как целого и энергией связи пары.

Эта интерпретация ошибочна.

1. Для обсуждаемых результатов наших вычислительных экспериментов указанный эффект очень слаб. Действительно, в рассматриваемом случае эффекты неинерциальности при отражении связанных частиц от стенок пренебрежимо малы ввиду большого различия массы электрона и протона (напомним, что мы моделировали динамику частиц с реальными массами). Слабость обсуждаемых эффектов следует из простых оценок. Кроме того, мы это проверяли и прямым моделированием. Ясно, что в случае бесконечной массы иона указанные эффекты вообще отсутствуют. Расчеты же, проведенные нами в предположении бесконечно большой массы иона, как и следовало ожидать, дали функции распределения электронов практически не отличающиеся от случая ионов с массой протона.

2. В рассматривавшейся нами переохлажденной плазме (начальные условия соответствуют низкой температуре и полной ионизации), согласно принятым представлениям, любой обратимый на микроскопических временах обмен энергией между поступательными и ионизационными степенями свободы должен приводить не к ионизации, как полагают авторы комментируемой статьи, а к противоположному эффекту — преимущественной рекомбинации. Это тоже непосредственно

проверялось нами в вычислительных экспериментах. В случае частиц с равной массой функция распределения по полной энергии приближалась к рекомбинационной (как и следовало ожидать, увеличивалось количество связанных электронов по сравнению с аналогичными условиями в электрон-ионной плазме). Результаты моделирования динамики многих частиц с равной массой и обсуждение эффектов, обусловленных неинерциальностью системы центра инерции при отражении от стенки можно найти в работе [3].

Итак, замедление рекомбинационной релаксации в наших условиях нельзя связать с высказанным Игнатовым и др. предположением о деформации распределения связанных электронов за счет отражения частиц от абсолютно упругих стенок.

Другие неверные утверждения. Следует также отметить, что в статье Игнатова и др. имеется еще целый ряд существенных неточностей как в понимании процесса тройной рекомбинации, так и в пересказе результатов работ других авторов. Создается, в частности, впечатление, что авторы комментируемой статьи изучали наши результаты не только по научным работам, приведенным в списке литературы обзора [2], сколько по научно-популярной литературе, ими упоминаемой. Приведем лишь некоторые примеры.

1. Как следует из пункта 3 обсуждаемой статьи, ее авторы не поняли, что время установления рекомбинационной релаксации (установления распределения в "горлышке стока") много меньше времени рекомбинации (времени перетекания основного количества электронов через "горлышко стока") и, проведя неадекватное сопоставление времен в табл. 1, сделали неверный вывод о недостаточности времени счета. Это особенно удивительно в связи с тем, что в работе [1] (цитированной под тем же номером в обзоре [2]) данный вопрос детально разобран. Там же проведено сравнение характерных времен рекомбинационной релаксации и времен счета; все эти времена, как и параметры расчетов, приведены в таблицах. Да и в обсуждаемом Игнатовым и др. обзоре [2] несоответствие времен релаксации, полученных из моделирования и вытекающих из традиционной теории, убедительно демонстрирует рис. 1, взятый из работы [4].

2. В том же пункте 3 комментируемой статьи авторы справедливо утверждают, что для выявления природы характерного времени t_{ci} надо определить время расцепления корреляций. Именно это и было сделано нами в работе [5] на основании, в частности, анализа корреляционных функций плазменных микрополей и потенциальных энергий электронов и ионов. Прямая ссылка на эту работу дана в обзоре [2] на с. 299, где это время вводится.

3. В п. 4 комментируемой статьи авторы используют результат своего рассмотрения двумерного случая двух частиц с одинаковой массой для интерпретации наших результатов, что вызывает удивление. И без численных расчетов ясно, что для двух энергоизолированных частиц равновесное распределение не будет больцмановским. Это не зависит от того, стеночный или какой-нибудь другой механизм вызывает релаксацию к равновесию.

Распределение же для "ансамбля из большого числа невзаимодействующих между собою пар", обсуждаемое авторами, на самом деле радикально отличается от равновесного распределения для уже хотя бы десятка частиц.

Вопрос о том, начиная со скольких частиц равновесное распределение для моделируемых нами условий будет близко к бульмановскому, довольно подробно обсужден в Приложении нашей работы [1]. Надо, кстати, напомнить, что мы наиболее детально сопоставляем результаты моделирования не с бульмановским распределением, а с рекомбинационным, т.е. с тем, которое следует из традиционной теории рекомбинации, основанной на принципе детального баланса в обычной формулировке.

4. В конце п.4 Игнатов и др. утверждают, что в заметке [6] сделан вывод, аналогичный нашему, относительно сохранения динамической памяти в системе многих кулоновских частиц. На самом же деле там сделано диаметрально противоположное утверждение о том, что рассматриваемое "движение неустойчиво по Ляпунову, а следовательно, стохастично" [6]. Кстати, это утверждение получено в [6] на основе ошибочного анализа характера движения динамической системы (подробнее см. [7]).

5. В сноске к п. 4 авторы приписывают нам заведомо ошибочное утверждение о том, что равновесие газа со стенкой имеет место при разных стеночной и газовой температурах. В наших работах сделано другое утверждение. Мы пишем (см., например, [1, с.11 и 8, с. 9], что при неупругом отражении частиц от стенок (такие вычислительные эксперименты нами также проводились) нарушается равновесие и поэтому максвелловость распределения надо независимо контролировать (что и делалось в расчетах). Факт нарушения равновесия при выбранном нами законе отражения проиллюстрирован тем, что в этом случае равенство энергетических потоков со стенки и на стенку имеет место при различающейся стеночной и газовой температурах.

На других неточностях обсуждаемой статьи нет возможности останавливаться, читатель может сам установить истинное положение дел, ознакомившись с нашими работами.

Список литературы

- Майоров С А, Ткачев А Н, Яковленко С И *Изв. вузов. Сер. Физика* **34** (11) 3 (1991)
- Майоров С А, Ткачев А Н, Яковленко С И *УФН* **164** (3) 297 (1994)
- Майоров С А, Яковленко С И *Изв. вузов. Сер. Физика* **37** (11) 44 (1994)
- Ткачев А Н, Яковленко С И *Изв. вузов. Сер. Физика* **37** (9) 3 (1994)
- Майоров С А, Ткачев А Н, Яковленко С И *Изв. вузов. Сер. Физика* **35** (2) 10 (1992)
- Жидков А Г, Галеев Р Х *Физика плазмы* **19** (9) 1181 (1993)
- Майоров С А, Ткачев А Н, Яковленко С И *Изв. вузов. Сер. Физика* **37** (8) 127 (1994); *Физика плазмы* **20** (12) 1107 (1994)
- Майоров С А, Ткачев А Н, Яковленко С И *Математическое моделирование* **4** (7) 3 (1992)