

ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

Магнитный пробой с переворотом спина

Ю.Н. Прошин, Н.Х. Усеинов

Обзор теории магнитного пробоя с последовательным учетом спиновых степеней свободы электронов проводимости. Проведен анализ спектра электронов проводимости в областях аномального сближения траекторий различных зон. Получена основная динамическая характеристика магнитного пробоя — s -матрица четвертого ранга. Показано, что спин-орбитальное взаимодействие приводит к возникновению вероятности пробоя с переворотом спина. Обобщены и проанализированы на простых примерах основные положения теории когерентного магнитного пробоя. Исследован спектр электронов проводимости в условиях магнитного пробоя. Рассмотрены приложения теории к гальваномагнитным явлениям, к эффекту де Гааза — ван Альфена, к парамагнитному резонансу на электронах проводимости.

PACS numbers: 72.15. -v; 72.90. +y; 76.90. +d

Содержание

1. Введение (41).
2. Основные представления теории магнитного пробоя с учетом спиновых степеней свободы (43).
 - 2.1. Движение ЭП с произвольным законом дисперсии в магнитном поле по квазиклассической траектории.
 - 2.2. Условие возникновения МП.
 - 2.3. Учет спиновых степеней свободы ЭП в местах МП.
 - 2.4. Спектр ЭП в МП-области при $H = 0$.
 - 2.5. s -матрица с учетом СОВ для произвольного закона дисперсии.
3. Когерентный магнитный пробой (53).
 - 3.1. Стационарная волновая функция и движение волнового пакета по МП-конфигурации.
 - 3.2. Дисперсионные уравнения и МП-спектр.
 - 3.3. Фазовый спектр ЭП в условиях КМП. Проблемы вычисления энергетического спектра и g -фактора ЭП в условиях развитого МП.
 - 3.4. Основные тождества теории МП.
4. МП-осцилляции гальваномагнитных характеристик металла с учетом спиновых степеней свободы (64).
 - 4.1. Статический тензор проводимости в условиях стохастического МП.
 - 4.2. Эффективные s -матрицы и эффективные вероятности МП малых орбит.
 - 4.3. Осцилляции сопротивления в простой модели металла.
 - 4.4. Гальваномагнитные свойства цинка: теория и эксперимент.

5. Эффект де Гааза—ван Альфена в условиях МП с переворотом спина (73).
 - 5.1. Основные положения теории эффекта дГВА.
 - 5.2. МП-осцилляции плотности числа состояний с учетом спиновых степеней свободы.
 - 5.3. Осциллирующая часть термодинамического потенциала.
 - 5.4. Амплитуды эффекта дГВА в цинке для основных орбит.
 - 5.5. Осцилляции дГВА при МП и спиновое расщепление уровней Ландау на "иглах" в цинке.
 6. Влияние МП на парамагнитный резонанс ЭП в чистых металлах (Zn, Mg) (80).
 - 6.1. ПРЭП в металлах со сложной ПФ. "Сужение движением".
 - 6.2. Модели ПФ с g -анизотропией.
 - 6.3. Обсуждение модели. Гамильтониан задачи.
 - 6.4. Обсуждение экспериментальной ситуации. Оценка теоретических результатов.
 7. Заключение (85).
- Список литературы (86).

1. Введение

Предположение о том, что в достаточно сильном магнитном поле у электронов проводимости (ЭП) появляется возможность туннелирования между орбитами, проходящими по разным участкам поверхности Ферми (ПФ), если эти орбиты разделены малой энергетической щелью, блестяще подтвердилось более чем тридцатилетним развитием физики металлов. Эта гипотеза и термин "магнитный пробой" — МП (magnetic breakdown) были предложены Коэнном и Фаликовым [1] в 1961 г. для объяснения неожиданного результата Пристли [2]. Пристли в экспериментах по эффекту де Гааза—ван Альфена (дГВА) в Mg обнаружил "гигантскую" электронную орбиту, площадь которой превышала площадь сечения гексагональной зоны Бриллюэна.

В действительности история МП должна начинаться с работы Диллона и Шенберга 1955 г. [3], посвященной эффекту дГВА в Zn. Однако лишь в 1964 г. Пиппард [4] показал, что загадочный спад амплитуды осцилляций от

Ю.Н. Прошин. Казанский государственный университет, Физический факультет
420008 г. Казань, ул. Ленина 18, Россия
Тел. (8432) 31-81-92, Факс (8432) 38-09-94
E-mail: proshin@phys.ksu.ras.ru

Н.Х. Усеинов. Филиал Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова, Физико-технический факультет
432700 г. Ульяновск, ул. Льва Толстого 42, Россия
Тел. (8422) 32-15-98, Факс (8422) 31-86-51
E-mail: pvr@dl.univ.simbirsk.su

Статья поступила 4 августа 1994 г.,
после доработки 31 октября 1994 г.

"игл" с ростом магнитного поля, обнаруженный в [3], является следствием МП.

Многочисленные экспериментальные и теоретические исследования, последовавшие за работой [1], не только подтвердили правильность первоначальной гипотезы, но и обнаружили ряд интересных явлений, связанных с МП. Большинство этих результатов нашло свое отражение в подробных обзорах Старка, Фаликова [5] и Каганова, Слуцкина [6]. Обстоятельный обзор по экспериментальным методам и результатам исследования МП содержится в работе Алексеевского, Нижанковского [7] и в монографии Шенберга [8].

Таким образом, мы имеем дело с хорошо изученным явлением. Тем не менее оказалось, что последовательный учет спин-орбитального взаимодействия (СОВ) в теории МП заставляет пересмотреть некоторые представления, лежащие в основе этого явления. Обычно считалось [1–8], что в условиях МП у ЭП при подходе к области аномального сближения орбит имеются две возможности: либо остаться в своей зоне, либо перейти в соседнюю. При этом полагалось, что спин ЭП сохраняется. Выяснилось [9], что для металлов (или иных систем с ЭП), для которых роль СОВ существенна при образовании зонного спектра, в условиях МП возможно туннелирование ЭП в соседнюю зону с переворотом спина. Как будет показано ниже, появление дополнительного канала туннелирования значительно усложняет картину движения ЭП в условиях МП, а в ряде случаев существенно изменяет макроскопические характеристики системы.

В квазиклассическом приближении с учетом спиновых степеней свободы в постоянном магнитном поле ЭП при нулевой температуре движутся по орбитам, образованным сечением ПФ плоскостью, перпендикулярной направлению магнитного поля $\mathbf{H}(0, 0, H)$:

$$\varepsilon_{m\sigma}(\mathbf{p}) = \varepsilon_F = \text{const}, \quad p_z = p_{z0} = \text{const}, \quad (1)$$

где ε_F — энергия Ферми, $\varepsilon = \varepsilon_{m\sigma}(\mathbf{p})$ — произвольный закон дисперсии ЭП в отсутствие магнитного поля, но с учетом СОВ [10], $\mathbf{p}$ — квазиимпульс, p_z — его проекция на направление магнитного поля $\mathbf{H}$, m — номер зоны, $\sigma = \uparrow\downarrow$ — спиновый индекс. В отсутствие МП в достаточно чистых металлах при низких температурах m , p_z и σ — хорошие квантовые числа.

Топология электронных орбит определяет многие свойства металлов в магнитном поле (как кинетические, так и термодинамические; см., например, [11–13]). МП кардинальным образом меняет топологию траекторий ЭП (1) и характер их движения. Это связано с возможностью туннелирования ЭП из зоны в зону при сближении траекторий (1). Как показал Блаунт [14], вероятность такого туннелирования

$$w = \exp\left(-\frac{H_0}{H}\right), \quad (2)$$

т.е. она определяется отношением магнитного поля к величине $H_0 = H_0(\varepsilon_F, p_z)$, носящей название поля МП. Каждая траектория имеет свое поле пробоя. По порядку величины $H_0 \approx \Delta^2/\varepsilon_F$, где межзонная энергетическая щель $\Delta \approx v_M \delta r$ (v_M — скорость ЭП вблизи максимального сближения траекторий, δr — минимальное расстояние между траекториями в $\mathbf{p}$ -пространстве).

Кроме отмеченных изменений в характере движения ЭП, на макроскопические характеристики системы влияет возникающая в достаточно чистых металлах

квантовая интерференция участвующих в пробое ЭП. Вся совокупность явлений, обусловленных межзонными квантовыми переходами ЭП между траекториями разных зон в магнитном поле и их интерференцией, получила название "когерентный МП" [6]. Вследствие этого МП меняет отклик металла на внешние воздействия (электрические и магнитные поля, звук), что проявляется практически во всех электронных свойствах в достаточно сильных магнитных полях.

К настоящему времени МП наблюдался более чем в двадцати металлах, интерметаллических соединениях и некоторых сплавах [15] по эффектам де Гааза–ван Альфена и Шубникова–де Гааза, эффекту Холла и другим гальваномагнитным явлениям, в парамагнитном резонансе на ЭП (ПРЭП) [16, 17], в ряде других явлений и свойств металлов [5–8]. МП приводит, например, к гигантским МП-осцилляциям магнетосопротивления, к необычным осцилляциям магнитной восприимчивости металлов и коэффициента поглощения звука в металлах. С МП связано появление своеобразных нелинейных эффектов в затухании волн [18], статической проводимости [19–21] и распространении звука [22].

Число соединений, в которых наблюдается МП, постоянно растет. За годы, прошедшие со времени опубликования последнего обзора, кроме нормальных металлов (типа Mg, Al, Zn и т.д.) [23], МП наблюдался в ферромагнетиках [24–26], в двумерных гетероструктурах [27–29], в редкоземельных гексаборидах [30]. В соединении NbSe₃ при сильных магнитных полях (вплоть до 520 кГс) МП проявлялся в гигантских осцилляциях сопротивления в ультраквантовом пределе [31].

В связи с интенсивным изучением ПФ органических проводников — нового класса сверхпроводящих соединений, имеющих достаточно высокие температуры сверхпроводящего перехода (порядка 10 К) [32], появилось большое количество работ, связанных с наблюдением в них МП [33–43]. Отметим также практическое применение МП: на основе бериллия был создан [44] измеритель магнитного поля и его градиентов. Распространенность явления МП, разнообразие связанных с ним эффектов стимулирует дальнейшие теоретические и экспериментальные исследования в этой области.

Малость областей аномального сближения двух зон (МП-областей) позволяет рассматривать их как своеобразные точки квантового рассеяния ЭП, движущихся по квазиклассическим траекториям в магнитном поле. Часто эти малые области называют МП-узлами: они связывают квазиклассические участки траекторий (1) от разных зон в единую плоскую сеть. Такая плоская система траекторий в $\mathbf{p}$ -пространстве называется МП-конфигурацией [6, 45], а соответствующая ей система орбит в реальном $\mathbf{r}$ -пространстве — МП-сетью [5, 46]. Заметим, что в $\mathbf{r}$ -пространстве не существует какой-либо выделенной области для МП.

Основной динамической характеристикой МП является унитарная матрица МП-рассеяния или s -матрица [45, 6, 9], связывающая квазиклассические волновые функции ЭП сходящихся в МП-узле участков траекторий двух зон. Зная элементы s -матрицы, можно легко получить вероятность МП и скачок фазы волновой функции, возникающий при МП. Так, сумма квадратов модулей недиагональных по номеру зоны элементов s -матрицы определяет полную вероятность (2) перехода ЭП в другую зону [9].

Основанный на s -матрице и адекватный явлению математический аппарат позволил создать последовательную теорию МП и описать ряд эффектов. Среди них наиболее интересными являются гигантские квантовые осцилляции, обязанные когерентному МП [6, 18], интерференционная прозрачность малых орбит [6]. Была предсказана возможность квантовой локализации ЭП в условиях МП [47] (см. также работу [48], в которой этот эффект исследуется с иных позиций).

Однако в перечисленных выше теоретических работах, посвященных различным аспектам МП, спиновые степени свободы ЭП практически не учитывались. В теориях МП, развитых с помощью формализма s -матрицы Слуцкиным [6, 49] и концепции сети связанных орбит, предложенной Пиппардом [4, 46, 50] и получившей свое развитие в работах Чамберсов [51–53], Фаликова и Старка [5, 48, 54–58], полагалось, что ЭП с противоположными спинами движутся совершенно независимо. МП-рассеяние считалось двухканальным и существовали две независимые картины движения ЭП: со спинами вверх и вниз.

С другой стороны, известно (см., например, [10, 59]), что СОВ дает заметный вклад в формирование зонного спектра именно в тех областях квазиимпульсного пространства, где энергетическая щель между различными зонами становится малой. Следовательно, СОВ должно играть заметную роль при квантовом рассмотрении движения ЭП в малых областях, ответственных и за МП.

Действительно, в [60] на простой модели металла, ПФ которого пересекает зону Бриллюэна лишь в одном направлении, было доказано, что учет СОВ приводит к появлению ненулевой вероятности переворота спина ЭП при МП.

Чуть позже [9] для металла с произвольным законом дисперсии была построена полная s -матрица с учетом СОВ. Оказалось, что s -матрица не только удваивает свой ранг за счет спина, но и имеет ненулевые недиагональные по спиновому индексу и номеру зоны матричные элементы. Это приводит к возникновению нового (третьего!) канала МП-туннелирования с переворотом спина ЭП.

Учет СОВ не изменяет соотношения (2). Теперь w — полная вероятность туннелирования ЭП в соседнюю зону, равная сумме вероятностей пробоа с переворотом спина (w^s) и без переворота спина (w^0):

$$w^s = \frac{\alpha^2 w}{1 + \alpha^2}, \quad w^0 = \frac{w}{1 + \alpha^2}. \quad (3)$$

Параметр СОВ $\alpha = \alpha(\varepsilon_F, p_z)$ определяется отношением недиагональных по номеру зоны и спиновому индексу матричных элементов оператора скорости ЭП вблизи максимального сближения траекторий [9]. В отсутствие СОВ спин ЭП не переворачивается: $\alpha \equiv 0$. Учет СОВ приводит также к перенормировке характерного поля пробоа H_0 .

Таким образом, последовательная теория МП должна учитывать спиновые степени свободы ЭП. Траектории ЭП с противоположными спинами за счет СОВ в условиях МП объединяются.

Если же рассматривать теорию МП с переворотом спина с формальной точки зрения, то по сравнению с "бесспиновым" случаем [6] происходит следующее: s -матрица 2×2 становится матрицей 4×4 , а число

участков МП-конфигурации удваивается. И все! Но это приводит к существенному усложнению описания явления.

По счастью, теория МП, развитая в работах Слуцкина [18–20, 45, 47, 49] и отраженная в обзоре [6], *не содержит ограничений на ранг и вид s -матрицы*. Это позволило Слуцкину с соавторами применить s -матричный подход к описанию совершенно другого явления — многоканального зеркального отражения ЭП от поверхности и эффектов, с ним связанных [61–63].

В нашем случае это свойство теории МП позволяет провести обобщение основных ее положений, сконцентрированных в обзоре [6]. Обзор Каганова и Слуцкина [6], посвященный когерентному МП и насыщенный новыми понятиями и сложными формулами, оказался трудным для первого восприятия, особенно для неспециалистов в этой области физики. Поэтому мы хотели бы, во-первых, показать, к чему приводит учет спиновых степеней свободы ЭП в условиях МП и, во-вторых, в рамках теории МП с переворотом спина проиллюстрировать идеи, лежащие в основе подхода Слуцкина, на более доступном уровне, тем более что СОВ, как выяснилось, сказывается на всех свойствах МП-систем [9, 17, 60, 64–71]. Например, существенно меняется энергетический спектр ЭП, участвующих в пробое, кардинально меняется классификация состояний ЭП. В условиях МП практически исчезает интерференционная прозрачность малых орбит, видоизменяются гальваномагнитные свойства и эффект де Гааза–ван Альфена. При этом достоверность "доведенных до числа" теоретических результатов подтверждается экспериментальными данными.

Ниже мы рассмотрим эти и некоторые другие вопросы теории МП с возможным переворотом спина ЭП более подробно.

2. Основные представления теории магнитного пробоа с учетом спиновых степеней свободы

2.1. Движение ЭП с произвольным законом дисперсии в магнитном поле по квазиклассической траектории

Особую роль в развитии физики металлов сыграло представление об ЭП как слабовзаимодействующих квазичастицах [72] с произвольным законом дисперсии [11]

$$\varepsilon = \varepsilon_{m\sigma}(\mathbf{p}). \quad (4)$$

При этом энергия квазичастиц периодична по $\mathbf{p}$ с периодами обратной решетки. Выяснилось, что для многих выводов конкретный вид зависимости энергии от квазиимпульса не нужен.

Более того, следует подчеркнуть одно важное обстоятельство, существенно облегчающее решение многих задач. ЭП, естественно, является предельно квантовым объектом. Зонный характер энергетического спектра, понятия "спин", "квазичастица", "квазиимпульс", "вырождение", "поверхность Ферми" и т.п. — результат применения к ЭП законов квантовой механики. Однако движение квазичастицы с квазиимпульсом $\mathbf{p}$, спиновым состоянием σ , номером зоны m и энергией (4) во внешних полях в большинстве случаев квазиклассично [11].

Последнее обусловлено тем, что внешние поля относительно малы по сравнению с внутриатомными и изменяются на расстояниях, больших по сравнению с атомными.

Другими словами, характерные размеры электронных траекторий велики по сравнению с длиной волны де Бройля $\hbar/p_0$, где p_0 — характерный фермиевский импульс. При движении ЭП в магнитном поле это условие эквивалентно неравенству

$$\kappa = \frac{\hbar\omega_c}{\varepsilon_0} \ll 1, \quad (5)$$

где ω_c — характерная циклотронная частота движения ЭП в магнитном поле, ε_0 — характерная энергия ЭП, значение которой порядка энергии Ферми ε_F .

Условие (5) выполняется в полях $H \ll 10^8 - 10^9$ Гс, что позволяет выразить одноэлектронный гамильтониан $\hat{H}$ в магнитном поле через закон дисперсии ЭП согласно известному принципу соответствия [11]

$$\varepsilon_{m\sigma}(\mathbf{p}) \rightarrow \hat{H}_{m\sigma} = \varepsilon_{m\sigma}(\hat{\mathbf{p}}), \quad \hat{\mathbf{p}} = \hat{\mathbf{p}} + \frac{e}{c} \hat{\mathbf{A}}. \quad (6)$$

Здесь $\hat{\mathbf{p}}$ — оператор обобщенного импульса, $\hat{\mathbf{A}} = \mathbf{A}(\hat{\mathbf{r}})$ — векторный потенциал магнитного поля, $\hat{\mathbf{p}}$ — оператор кинематического импульса.

В нулевом по κ приближении ЭП можно рассматривать как классическую частицу, движение которой подчиняется уравнениям

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \frac{e}{c} [\mathbf{v}_{m\sigma} \times \mathbf{H}], \quad \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{v}_{m\sigma} = \frac{\partial \varepsilon_{m\sigma}}{\partial \mathbf{p}}. \quad (7)$$

Спиновый индекс σ оставлен в этих формулах лишь для полноты картины, так как в указанном приближении уравнения (7) описывают движение бесспиновой частицы. Умножая первое из них скалярно один раз на $\mathbf{v}_{m\sigma}$, а другой раз на $\mathbf{H}$, заключаем, что в постоянном однородном магнитном поле $\mathbf{H} = \mathbf{H}(0, 0, H)$ движение ЭП в $\mathbf{p}$ -пространстве происходит по траекториям, находящимся на изоэнергетической поверхности, аналогично (1):

$$\varepsilon_{m\sigma}(\mathbf{p}) = E = \text{const}, \quad p_z = p_{z0} = \text{const}, \quad (8)$$

где энергия E и проекция квазиимпульса на направление магнитного поля p_{z0} — сохраняющиеся величины.

Отметим, что существует тесная связь между траекториями в квазиимпульсном и обычном пространствах ($\mathbf{r}$ -пространство). Из (7) видно, что xy -проекция орбиты в $\mathbf{r}$ -пространстве, по существу, повторяет $\mathbf{p}$ -траекторию, отличаясь от нее лишь ориентацией и масштабом: первая получается из второй заменой

$$p_x = -\frac{e}{c} Hy, \quad p_y = \frac{e}{c} Hx. \quad (9)$$

Геометрически траектория (8) представляет собой контур сечения изоэнергетической поверхности $E = \text{const}$ плоскостью, перпендикулярной магнитному полю. Траектория (8), как правило, имеет сложную форму вследствие периодичности и анизотропности закона дисперсии (4). Если ПФ замкнута, то все ее сечения являются замкнутыми контурами (см. ниже рис. 1а). В случае открытой ПФ ее сечения могут быть

как замкнутыми, так и открытыми, т.е. продолжающимися по всей обратной решетке. (Влияние топологии ПФ на макроскопические свойства металлов в магнитном поле рассмотрено в очень подробном обзоре И.М. Лифшица и М.И. Каганова [12].)

Возьмем следующее приближение по κ и $\hbar$ и учтем спиновые степени свободы ЭП. Если векторный потенциал однородного магнитного поля, направленного вдоль оси z , выбран в виде $\mathbf{A} = A(Hy, 0, 0)$, то в областях $\mathbf{p}$ -пространства, где применимо квазиклассическое приближение, движение ЭП описывается гамильтонианом [73]

$$\hat{H}_{m\sigma}(\hat{\mathbf{p}}) = \varepsilon_{m\sigma}(\hat{\mathbf{p}}) + g_m(\mathbf{p}) \mu_B H \hat{\sigma}_z, \quad (10)$$

где $\hat{\mathbf{p}}$ определяется с помощью (6):

$$(\hat{p}_x, \hat{p}_y, \hat{p}_z) \rightarrow \left(\hat{p}_x + \frac{e}{c} H \hat{y}, \hat{p}_y, \hat{p}_z \right), \quad (11)$$

$g_m(\mathbf{p})$ — зависящий от $\mathbf{p}$ скалярный g -фактор ЭП [10], $\hat{\sigma}_z$ — спиновая матрица Паули, μ_B — магнетон Бора.

Второе слагаемое в (10) в пренебрежении СОВ учитывает только взаимодействие магнитного момента ЭП с полем. Для полноты картины заметим, что в общем случае это взаимодействие записывается в тензорном виде [10, 59, 74], что, естественно, приводит к появлению g -тензора¹. Формула (10) фактически вводит скалярный g -фактор (или эффективный спин) ЭП.

Линейность приближения по $\hbar$ дает право на такую последовательность [73]: сначала проводится квантование траектории без учета спина, а затем наложение спинового расщепления. Таким образом, из (10) следует, что при $H \neq 0$ появляется зеемановское расщепление "спиновых" уровней (рис. 1б)

$$\varepsilon_{m\uparrow}(p_z) - \varepsilon_{m\downarrow}(p_z) = g_m(p_z) \mu_B H \ll \varepsilon_0. \quad (12)$$

Учет СОВ приводит к отличию g -фактора ЭП от значения $g_0 = 2,0023$ для свободного электрона. Для наглядности можно представить, что ЭП, принадлежащие одной зоне (т.е. с одинаковыми номерами m и разными спиновыми индексами σ), движутся, вообще говоря, по немного отличающимся траекториям (8) (рис. 1в).

Учет спина ЭП приводит к появлению в магнитном поле ПФ для ЭП со спинами, направленными по и против поля. Особенно существенно такое расщепление ПФ в ферромагнитных металлах [24, 8]. В нормальных металлах это расщепление мало.

В рассматриваемом приближении квазиклассическая волновая функция ЭП в $\mathbf{p}$ -представлении имеет вид [78, 73, 9]

$$\Psi_{m\sigma}(P_y) = \frac{c_{m\sigma}}{|v_{m\sigma}^x|^{1/2}} \exp \left[\varphi_{m\sigma}(E, p_z) \right] \chi_\sigma \delta_{P_{x0} P_x} \delta_{P_z P_{z0}} \delta_{\sigma z_0 \sigma_z}, \quad (13)$$

¹ За исключением нескольких статей, в которых феноменологический g -тензор вводился для теоретической интерпретации экспериментальных данных по ПРЭП в Ag, Cu [75, 76] и Al [77], в подавляющем большинстве работ по теории g -фактора в металлах рассчитывалась (или использовалась) скалярная величина.

где символы Кронекера указывают на то, что P_x , $P_z = p_z$ и σ_z — сохраняющиеся величины. Отметим также, что в связи с выбранной калибровкой $P_y = p_y$. В формуле (13) мы использовали следующие обозначения: $c_{m\sigma}$ — произвольный постоянный множитель, $v_{m\sigma}^x = \partial \varepsilon_{m\sigma} / \partial P_x$ — x -компонента скорости на траектории (8), χ_σ — "спиновая" функция типа $\chi_\sigma = \lambda \chi_\uparrow^0 + \mu \chi_\downarrow^0$, где

$$\chi_\uparrow^0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \chi_\downarrow^0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (14)$$

Фаза $\varphi_{m\sigma}(E, p_z)$ волновой функции (13) с учетом спиновых степеней свободы выражается в виде [73, 9]

$$\varphi_{m\sigma}(E, p_z) = \frac{1}{\hbar} S_m(E, p_z) \pm \frac{1}{2\hbar} g_m \mu_B H t_m. \quad (15)$$

Первое слагаемое в (15) — бесспиновый вклад в фазу, при этом

$$S_m(E, p_z) = \frac{c}{eH} \int_{p_x}^{p_y} p_x^{(m)}(p_y') dp_y' \quad (16)$$

— приращение поперечного действия без учета спинового расщепления, $p_x^{(m)}(p_y, E, p_z)$ — решение уравнения (8). Второе слагаемое в (15) отвечает спиновому вкладу в фазу, при этом $t_m = t_m(E, p_z)$ — "бесспиновое" время движения ЭП по траектории в m -зоне, $g_m = g_m(E, p_z)$ — g -фактор ЭП, усредненный по траектории (8) [73, 79–82, 9]. Знаки " $\pm$ " в (15) соответствуют $\sigma = \uparrow, \downarrow$. При выводе выражения (15) используются квазиклассические уравнения движения (7).

По замкнутой траектории (8) движение ЭП, очевидно, периодически и его характеризует частота обращения (циклотронная частота)

$$\omega_m = \frac{eH}{cm_m(E, p_z)} = \frac{2\pi}{T_m(E, p_z)}. \quad (17)$$

Здесь $T_m(E, p_z)$ — период,

$$m_m = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial S_m(E, p_z)}{\partial E} \quad (18)$$

— эффективная циклотронная масса ЭП в m -зоне, зависящая от E и p_z , причем $S_m(E, p_z)$ есть "бесспиновая" площадь, заключенная внутри кривой. При записи (17), (18) мы пренебрегаем существенным лишь для ферромагнитных металлов спиновым индексом σ [24].

Финитное движение ЭП приводит к возникновению дискретных уровней энергии при каждом фиксированном значении продольного квазиимпульса p_z . Эти уровни определяются общими правилами квазиклассического квантования Лифшица–Онзагера [11]. В рассматриваемом случае условие квантования получается из требования, чтобы фаза (15) волновой функции (13) при обходе по любой замкнутой траектории (8) менялась на $2\pi n$. С учетом спина ЭП и СОВ это условие, используя (17), (18), можно записать в виде [11, 73]

$$S_m(E, p_z) \pm \pi g_m m_m \mu_B H = \frac{2\pi \hbar H}{c} (n + \gamma), \quad (19)$$

где n — целое число ($n \gg 1$), γ — поправка (порядка единицы) к числу n , которая вводится для уточнения квазиклассического условия квантования. Определение

этой поправки требует рассмотрения движения ЭП вблизи "точек остановки" [83, 84, 11].

Таким образом, в случае замкнутых траекторий квазиклассическое квантование приводит к выделению дискретных уровней энергии $E_{m\sigma}(n, p_z)$. Энергетическая зона, например m , распадается на ряд подзон Ландау, каждая из которых представляет собой полосу уровней энергии, различающихся значениями непрерывной переменной p_z . Учет спина ЭП приводит к расщеплению каждого уровня на два. Если в плоскости, перпендикулярной полю, ЭП движется инфинитно, то спектр изменяется и состоит из непрерывных зон конечной ширины [11, 83].

Для описания движения ЭП по траекториям (8) с учетом спинового расщепления (12) удобно представить ЭП в виде квазиклассического волнового пакета. Такое представление особенно полезно при изучении явлений переноса [11, 13]. Квантовая неопределенность волнового пакета по квазиимпульсу Δp мала по сравнению с характерным импульсом p_0 (порядка p_F или постоянной обратной решетки b), а соответствующая ей неопределенность по координате $\hbar/\Delta p$ много больше его дебройлевской длины волны, но много меньше характерного радиуса электронной орбиты cr_0/eH .

Из вышесказанного следует, что состояние ЭП (пакета) характеризуется двумя векторами: $\mathbf{P}$ и $\mathbf{R}$ — центрами его локализации в $\mathbf{p}$ - и $\mathbf{r}$ -пространствах, номером зоны m и спиновым индексом σ . Тогда при движении квазичастицы по траектории (8), определяемом уравнениями (7), набирается квазиклассическая фаза (15).

2.2. Условие возникновения МП

В ряде случаев квазиклассическим описанием движения ЭП в $\mathbf{p}$ -пространстве (7) пользоваться нельзя. Такое описание теряет смысл вблизи точек, где сближаются траектории (8) с различными номерами m , т.е. справедливо неравенство

$$\Delta(\mathbf{p}) = \Delta_{mm'}(\mathbf{p}) = |\varepsilon_{m\sigma}(\mathbf{p}) - \varepsilon_{m'\sigma}(\mathbf{p})| \ll \varepsilon_0, \quad (20)$$

где $\Delta_{mm'}(\mathbf{p})$ — ширина межзонной энергетической щели. Для некоторых m , m' щель $\Delta(\mathbf{p})$ может обращаться в нуль вдоль некоторых линий точек вырождения в $\mathbf{p}$ -пространстве. Как отмечалось в [11], такие линии вырождения должны быть примерно у половины металлов.

У большинства поливалентных металлов из-за малости псевдопотенциала аномальное сближение зон происходит вблизи плоскостей брэгговского отражения [50]. На этих плоскостях межзонная щель $\Delta(\mathbf{p})$ достигает минимума, характерное значение которого составляет $(10^{-2} - 10^{-1})\varepsilon_F$. Столь малые значения $\Delta(\mathbf{p})$ были экспериментально обнаружены именно благодаря наблюдению МП. Образование малых щелей возможно также за счет СОВ, снимающего вырождение в законе дисперсии (4) [10]. В макроскопических свойствах существование малых щелей проявляется, если они находятся вблизи ПФ. Подобная ситуация встречается достаточно часто, например в металлах Mg, Zn, Cd и др. При рассмотрении движения ЭП в таких областях $\mathbf{p}$ -пространства необходимо перейти к квантовому описанию (см. разделы 2.3–2.5).

Для наглядности обратимся к рис. 1а, на котором в схеме расширенных зон представлено изображение модельной ПФ, состоящей из большого электронного "пакета" в центре зоны Бриллюэна и дырочной

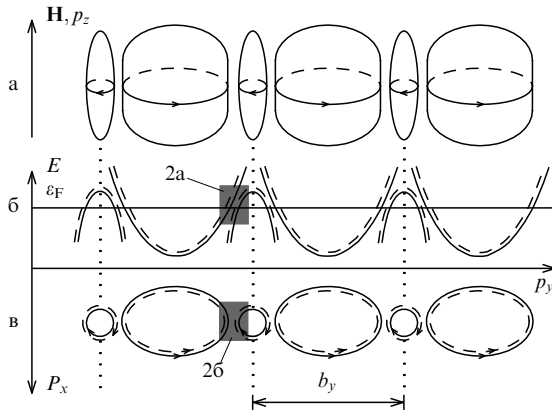


Рис. 1. Схематическое изображение зонной картины, приводящей к МП: (а) ПФ, состоящая из двух полостей (стрелками указаны направления движения ЭП по траекториям (8) в магнитном поле, спиновое расщепление не показано); (б) условное изображение зонного спектра в магнитном поле; (в) периодическая система квазиклассических траекторий (8) в плоскости $p_z = 0$. На рис. 1б и 1в сплошные линии соответствуют состояниям ЭП со спином вверх, штриховые — со спином вниз. Отмечены места наибольшего сближения траекторий разных зон (см. рис. 2а и 2б)

"сигары" на ее границе. На обеих полостях указаны траектории с экстремальными площадями ($p_z = 0$), стрелки показывают направление движения ЭП в магнитном поле.

В областях аномального сближения траекторий возможны квантовые межзонные переходы ЭП, в том

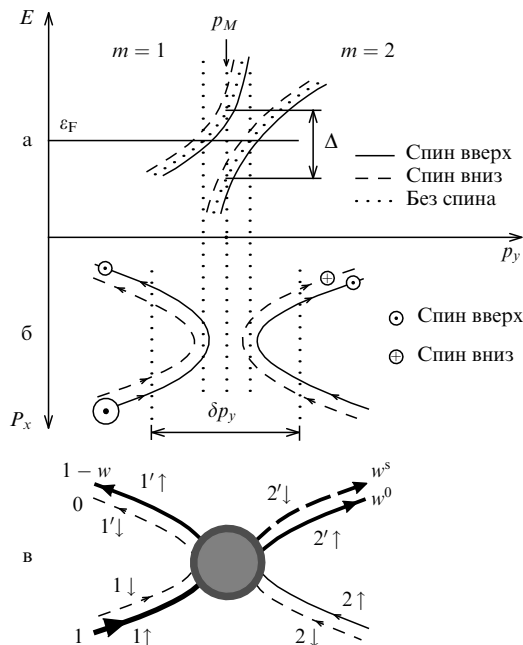


Рис. 2. (а) Область наибольшего сближения зон, отмеченная на рис. 1б (p_M — точка максимального пробоя, пунктиром показан "бесспиновый" спектр ЭП). (б) Область максимального сближения траекторий, отмеченная на рис. 1в (δp_y — размер МП-области, кружками схематически показан процесс МП-рассеяния ЭП). (в) Схематическое изображение МП-узла (показано рассеяние волнового пакета, вошедшего в МП-узел в первой зоне со спином вверх). Амплитудам пакета условно соответствуют толщина линий (в) и размеры кружков (б). Стрелками указаны направления движения ЭП и направления спина ЭП

числе с переворотом спина. Для простоты на рис. 1а спиновое расщепление не показано. ПФ, отвечающие ЭП с разными спинами, в магнитном поле вложены друг в друга, причем для дырочных и электронных полостей внешние полости соответствуют противоположным направлениям спина. Это хорошо видно из рис. 1б, на котором изображен зонный спектр, порождающий данную ПФ. Зависимость энергии ЭП от проекции квазиимпульса приведена для различных направлений спина (сплошные линии соответствуют спину вверх, штриховые — спину вниз). Опять же для наглядности спиновое расщепление сильно увеличено. На рис. 1в показаны получающиеся при сечении ПФ плоскостью $p_z = 0$ электронные орбиты. В отсутствие МП эти орбиты, как и показано на рисунке, замкнуты.

На рис. 2а и 2б области аномального сближения, выделенные на рис. 1б и 1в, приведены в увеличенном масштабе (p_M — точка максимального пробоя, в которой $\Delta(p)$ имеет свой минимум, δp_y — характерный размер МП-области).

На рис. 2б показан также процесс МП-рассеяния. Стрелками указано направление движения волновых пакетов (ЭП) по траекториям. Размеры кружков условно соответствуют амплитудам волновых пакетов. Попавший в МП-область ЭП со спином вверх (большой кружок) распадается на три волновых пакета меньшей амплитуды: два во второй зоне и один в первой. Более подробно спиновые степени свободы будут разобраны ниже при выводе s -матрицы. В частности, из вида s -матрицы следует, что ЭП, оставшись в своей зоне после МП не может изменить первоначальное направление спина.

Как отмечалось в разделе 1, малость МП-области позволяет заменить ее МП-узлом, схематическое изображение которого приведено на рис. 2в. Акт МП-рассеяния ЭП, находившегося в первой зоне со спином вверх, показан с помощью выделенных линий, толщина которых условно соответствует амплитудам волновых пакетов. Если заменить МП-области на рис. 1в МП-узлами (рис. 2в), то мы получим МП-конфигурацию, открытую при $w = 1$ вдоль оси p_y . На рис. 3б и 4 представлены другие возможные МП-конфигурации.

Обсудим на качественном уровне вопрос о магнитном поле, которое может вызвать межзонные переходы ЭП. Поле МП H_0 должно, естественно, выражаться через параметры зонного спектра в области аномального сближения траекторий (рис. 2). В первую очередь поле H_0 должно зависеть от межзонной щели Δ .

Первое предположение об условии возникновения МП было сделано Козном и Фаликовым [1]. Оно заключалось в том, что для наблюдения МП мера $\hbar\omega_c$ квантованности движения ЭП в магнитном поле должна быть больше или примерно равна межзонной щели Δ . По оценке Козна–Фаликова для наблюдения МП нужны поля не меньше 10^3 кГс, если взять щель наименьшую из известных: $\Delta \approx 10^{-2}\varepsilon_F$. Однако во многих случаях МП наблюдался при значительно меньших полях, что ставило под сомнение их критерий.

Блаунт [14] рассмотрел поведение электронов в пределе сильных и слабых магнитных полей. Он нашел, что вероятность переходов экспоненциально зависит от отношения H_0/H , и получил правильное выражение (2) для H_0 . Харрисон [85] показал, что это выражение справедливо и в области промежуточных полей. С

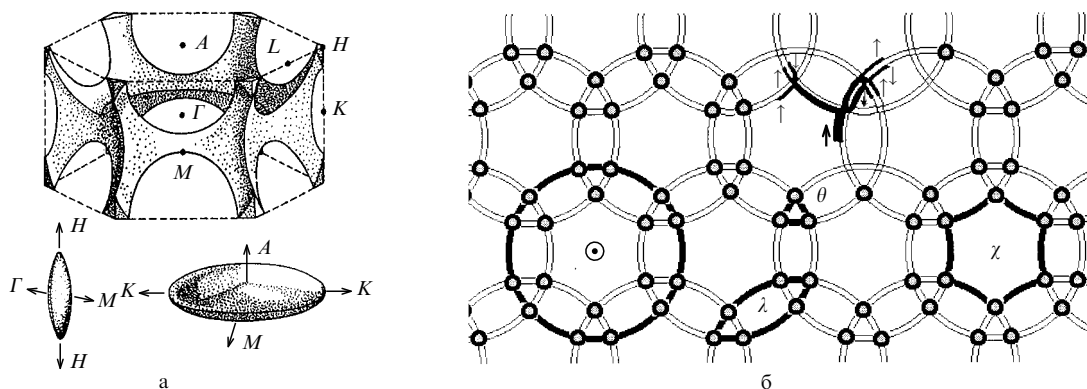


Рис. 3. (а) Наиболее существенные для дальнейшего рассмотрения части ПФ двухвалентного металла с гексагональной плотно упакованной кристаллической структурой (Be, Mg, Zn, Cd). Вверху — зона Бриллюэна и дырочный "монстр", лежащий во второй зоне; внизу слева — электронная "сигара" (Mg) или "игла" (Zn) в третьей зоне, центрированная на ребре зоны Бриллюэна относительно точки K ; внизу справа — электронная "линза", центрированная относительно точки Γ . (б) Двумерная МП-конфигурация, возникающая в металлах с гексагональной плотно упакованной кристаллической структурой при $\mathbf{H} \parallel \mathbf{c}$ в плоскости $p_z = 0$. МП-узлы показаны кружками. Выделенные орбиты ($\odot$, λ , θ , χ) обсуждаются в разделе 5. В центре рисунка условно показана эволюция квазиклассического пакета, стартовавшего с единичной амплитудой и спином вверх. После двух последовательных МП-рассеяний получается семь пакетов. Стрелками указаны конечные направления спина. Толщина линий условно соответствует амплитуде пакетов

другой точки зрения МП был исследован Пиппардом [46]. Он обратил внимание на то, что после частичного отражения электрона от МП-узла при последующих отражениях может происходить интерференция отраженной и прошедшей волн.

Таким образом, Пиппард впервые рассмотрел появляющиеся при пробое когерентные эффекты. Он исследовал структуру возникающих в результате таких процессов энергетических уровней для некоторых МП-сетей: одномерной сети, как на рис. 4г (у Пиппарда она образована из правильных окружностей), и двумерной сети (рис. 3б) [4]. Квантовомеханическую задачу о нахождении вероятности МП в частном случае почти свободных электронов решил Рейтц [86]. Учет СОВ в модели Рейтца привел к появлению вероятности переверота спина ЭП в условиях МП [60].

Последовательное решение уравнения Шрёдингера (без учета СОВ) было впервые получено Слущкиным [45], который рассмотрел явление МП как переход ЭП между близко расположенными энергетическими термами под влиянием адиабатического возмущения². При этом использовались только малость параметра квазиклассичности κ и малость отношения $\Delta(\mathbf{p})/\varepsilon_0$. Указанная процедура заключалась в нахождении закона дисперсии в МП-области и коэффициентов разложения блоховских множителей по собственным волновым функциям. Сшивая найденные решения с квазиклассическими волновыми функциями (13), можно получить основную характеристику МП — унитарную s -матрицу второго ранга, описывающую двухканальное рассеяние ЭП на МП-узлах. Она связывает коэффициенты волновых функций ЭП из (13) по разные стороны от областей МП. Полная s -матрица с учетом СОВ была рассчитана в [9] (см. ниже).

Для простоты рассмотрим качественно ситуацию в пренебрежении спиновыми степенями свободы. Чтобы оценить поле МП (2), воспользуемся наглядной интерпретацией МП из [87]. МП есть квантовое тунелирова-

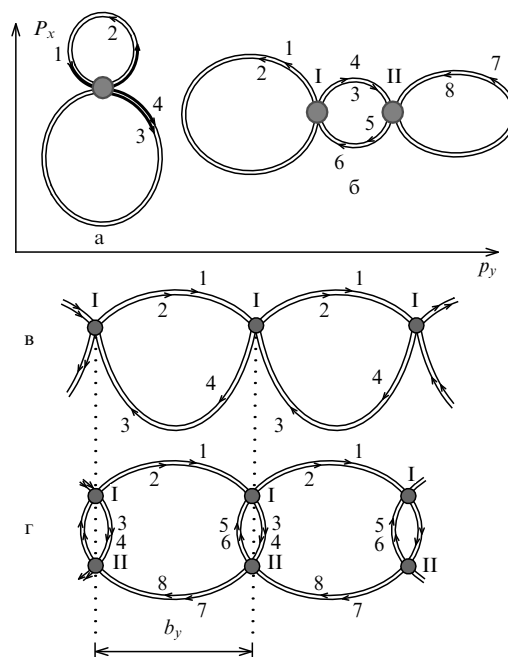


Рис. 4. Простые МП-конфигурации с учетом спиновых расщеплений: (а) двойная восьмерка; условно показано МП-рассеяние ЭП, находившегося на участке 1 (спин вверх); (б) замкнутая МП-конфигурация с неэквивалентными узлами I и II; (в) и (г) открытые МП-конфигурации с периодом b_y . Неэквивалентные участки пронумерованы арабскими цифрами: нечетные номера соответствуют движению ЭП со спином вверх, четные — вниз. Неэквивалентные МП-узлы отмечены римскими цифрами. Стрелки указывают направления движения ЭП

ние ЭП с изменением дискретного квантового числа — номера энергетической зоны m . Закон дисперсии $\varepsilon_{m\sigma}(\mathbf{p})$ представляет по существу дискретные уровни (термы) квантовой системы, непрерывно зависящие от векторного параметра $\mathbf{p}$ (рис. 1б и 2а). Изменяя во времени параметр $\mathbf{p}$, а вместе с ним и расстояние между термами $\Delta_{mm'}(\mathbf{p})$, магнитное поле создает нестационарное возмущение, вызывающее переходы электрона с одного уровня на другой (межзонные переходы). Характерное значение

² Аналог преддиссоциации молекул [84].

этого возмущения δE равно изменению ширины межзонной щели за время $\Delta t \sim \hbar/\Delta_{mm'}$. При $\delta E \ll \Delta_{mm'}$ вероятность перехода между зонами m и m' пренебрежимо мала. Если же $\delta E \sim \Delta_{mm'}$, то переходы становятся возможными: возникает МП.

Оценим возмущение δE . Согласно определению его можно записать в виде

$$\delta E \approx \Delta t \frac{d(\delta E)}{dt} = \frac{\hbar}{\Delta_{mm'}} \left| \frac{\partial \Delta_{mm'}}{\partial \mathbf{p}} \cdot \frac{d\mathbf{p}}{dt} \right|, \quad (21)$$

где производные подчиняются классическим уравнениям движения (7). Так как вдали от мест наибольшего сближения зон $|\partial \Delta_{mm'}/\partial \mathbf{p}|$ есть величина порядка характерной скорости электрона v_0 , то при $\Delta(\mathbf{p}) \sim \varepsilon_0 \approx mv_0^2/2$ в силу условия квазиклассичности (2) мы имеем

$$\delta E \sim \hbar \omega_c < |\Delta_{mm'}|.$$

Таким образом, малость параметра κ позволяет пренебречь межзонами переходами в тех областях $\mathbf{p}$ -пространства, где межзонная щель не мала. В случае наибольшего сближения зон, где $\Delta_{mm'} = \Delta(\mathbf{p}_M) \ll \varepsilon_0$, оценка $|\partial \Delta_{mm'}/\partial \mathbf{p}| \sim v_0$ не меняется, так как ПФ имеет аномальную кривизну. В этом случае возмущение $\delta E \sim \hbar \omega_c \varepsilon_0 / \Delta_{mm'} \gg \hbar \omega_c$, а критерий $\delta E \geq \Delta_{mm'}$ приобретает вид

$$\hbar \omega_c \geq \frac{\Delta^2}{\varepsilon_0}. \quad (22)$$

Поскольку нередко отношение Δ/ε_0 может быть меньше 0,01, критерий (22) налагает значительно менее жесткие ограничения на магнитное поле и обеспечивает вполне достижимое в эксперименте поле пробоя

$$H_0 \approx \frac{c\Delta^2}{e\hbar v_0^2}. \quad (23)$$

Например, значению $\Delta \approx 10^{-2}$ эВ соответствует значение $H_0 \approx 10 - 100$ кГс. Строгое рассмотрение (без учета СОВ) дает [14, 5, 45]

$$H_0 = \frac{\pi}{4} \frac{c\Delta^2}{e\hbar v_{1,2}^y}, \quad (24)$$

где $v_{1,2}^y$ — межзонный матричный элемент оператора компоненты скорости ЭП, перпендикулярной полю $\mathbf{H}$ (индексы 1, 2 — номера зон, связанных МП). Все величины в (24) определяются в точке МП.

Таким образом, соотношение (23) дает правильный порядок величины H_0 . Оно позволяет также найти ширину δp МП-области в $\mathbf{p}$ -пространстве, где происходят межзональные переходы (рис. 2б), которая весьма мала (порядка Δ/v_0). Время прохождения электроном этой области $\delta t \approx \hbar/\Delta = (\kappa)^{-1/2} \omega_c^{-1}$ также мало. Это дает основания считать МП-область на плоскости $p_z = \text{const}$ лишенной размеров точкой (рис. 2в). Электрон, движущийся по квазиклассической траектории (8) данной зоны, достигая "точки МП", имеет отличную от нуля вероятность перехода (2) на квазиклассическую траекторию другой зоны. Вероятность того, что ЭП останется в своей зоне, равна $1 - w$. Как мы покажем ниже, учет СОВ добавит к этим каналам МП еще один: межзонный переход ЭП в соседнюю зону с переворотом спина (с вероятностью w^s ; см. (3)).

2.3. Учет спиновых степеней свободы ЭП в местах МП

Последовательный учет спиновых степеней свободы ЭП в зонной теории металлов обычно производится в два этапа. Сначала находят энергетический спектр и волновые функции ЭП с учетом СОВ в отсутствие магнитного поля, а затем, зная эти функции, рассчитывают спиновое расщепление уровней, появляющееся в магнитном поле.

Мы не будем рассматривать соответствующую, довольно сложную теорию (за подробностями можно обратиться к обзору Яфета [10], книгам Бира и Пикуса [59], Гантмахера и Левинсона [88], где приведен список литературы по этой проблеме). Приведем лишь некоторые относительно простые соображения, которые помогут понять важность учета СОВ при исследовании свойств металла в условиях МП, и оценим характерную энергию взаимодействия в местах МП.

Рассмотрим спектр ЭП при $\mathbf{H} = 0$ в присутствии СОВ. Одночастичное уравнение Шрёдингера запишем в следующем представлении [11, 59]:

$$\begin{aligned} \hat{H}(\mathbf{p}) u_{m\sigma}(\mathbf{r}) &= \varepsilon_{m\sigma}(\mathbf{p}) u_{m\sigma}(\mathbf{r}), \\ \hat{H}(\mathbf{p}) &= \exp\left(-\frac{i\mathbf{p}\mathbf{r}}{\hbar}\right) \hat{H} \exp\frac{i\mathbf{p}\mathbf{r}}{\hbar}. \end{aligned} \quad (25)$$

Здесь $\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_{s-o}$ — полный гамильтониан ЭП, где

$$\hat{H}_0 = \frac{\hat{\mathbf{p}}^2}{2m} + V(\mathbf{r}), \quad (26a)$$

$$\hat{H}_{s-o} = \frac{\hbar}{(2mc)^2} [\hat{\boldsymbol{\sigma}} \times \nabla V(\mathbf{r})] \cdot \hat{\mathbf{p}} \quad (26b)$$

— гамильтониан спин-орбитального взаимодействия, обладающий теми же трансляционными свойствами, что и периодическое поле кристалла $V(\mathbf{r})$.

Отметим, что квазиимпульс $\mathbf{p}$ входит в (25) как параметр. В присутствии СОВ блоховский множитель $u_{m\sigma}(\mathbf{r})$ стационарной волновой функции

$$\Psi_{m\sigma}(\mathbf{r}) = \exp\frac{i\mathbf{p}\mathbf{r}}{\hbar} u_{m\sigma}(\mathbf{r}) \quad (27)$$

становится спинором [10, 88]:

$$u_{m\sigma}(\mathbf{r}) = \begin{pmatrix} \lambda_{m\sigma}(\mathbf{r}) \\ \mu_{m\sigma}(\mathbf{r}) \end{pmatrix}. \quad (28)$$

Примем, что $|\lambda_{m\sigma}(\mathbf{r})| > |\mu_{m\sigma}(\mathbf{r})|$ [10]. Тогда собственное значение матрицы Паули $\langle \sigma_z \rangle_{\uparrow, \downarrow}$ больше нуля:

$$\langle \Psi_{m\uparrow} | \hat{\sigma}_z | \Psi_{m\uparrow} \rangle > 0.$$

Для нормальных металлов в отсутствие магнитного поля и в пренебрежении СОВ каждый уровень энергии, найденный из уравнения Шрёдингера, двукратно вырожден "по спину". При включении СОВ это вырождение в металлах с центром инверсии сохраняется:

$$\varepsilon_{m\uparrow}(\mathbf{p}) = \varepsilon_{m\downarrow}(\mathbf{p}) = \varepsilon_m(\mathbf{p}). \quad (29)$$

Из-за симметрии уравнения Шрёдингера по отношению к обращению времени и инверсии волновые функции ЭП $\Psi_{m\uparrow}(\mathbf{r})$ и $\Psi_{m\downarrow}(\mathbf{r})$ связаны операцией сопряжения $\hat{C}$:

$$\Psi_{m\downarrow} = \pm \hat{C} \Psi_{m\uparrow}, \quad \Psi_{m\uparrow} = \mp \hat{C} \Psi_{m\downarrow}, \quad \hat{C} = i\hat{\sigma}_y \hat{T} \hat{K}. \quad (30)$$

Здесь $\hat{T}$ и $\hat{K}$ суть операторы пространственной инверсии и комплексного сопряжения соответственно. Элементар-

ная ячейка выбирается таким образом, чтобы центр инверсии совпал с точкой $\mathbf{r} = 0$. Знаки " $\pm$ " зависят от четности волновой функции ЭП в центре m -зоны [10]: верхний знак — функция четная, нижний — нечетная. Отметим, что физически значимые результаты не должны зависеть от выбора знаков в определении (30).

В соответствии с терминологией работы [10] состояние ЭП (29) называется "невыврожденным", так как возможно еще случайное вырождение или пересечение энергетических уровней в некоторой точке $\mathbf{p}$ -пространства, связанное с симметрией кристалла. Такая ситуация называется "вырожденной".

В этом случае СОВ может снять вырождение и кардинально изменить электронный энергетический спектр. В общем случае степень влияния СОВ на зонный спектр и волновые функции ЭП зависит от соотношения характерной энергии взаимодействия ε_{s-o} и ширины запрещенной зоны в отсутствие магнитного поля

$$\Delta_{mm'}^0(\mathbf{p}) = |\varepsilon_{m\sigma}^0(\mathbf{p}) - \varepsilon_{m'\sigma}^0(\mathbf{p})|, \quad (31)$$

где $\varepsilon_{m\sigma}^0(\mathbf{p})$ — собственная энергия гамильтониана (26а). Например, при $\varepsilon_{s-o} \ll \Delta_{mm'}^0 \sim \varepsilon_0$ СОВ слабо влияет на спектр в этой области $\mathbf{p}$ -пространства и можно считать, что ширина межзонной щели (20) порядка ширины запрещенной зоны: $\Delta_{mm'}(\mathbf{p}) \sim \Delta_{mm'}^0(\mathbf{p})$. Поэтому для расчетов зонной структуры с учетом СОВ обычно используют теорию возмущений (см., например, [59, 81, 89–91]). Это верно и для МП-металлов (Zn, Mg, Be, Al и т.д.), где характерная энергия СОВ ε_{s-o} , как правило, много меньше энергии Ферми ε_F .

В первом порядке теории возмущений по $\hat{H}_{s-o}$ волновая функция $\Psi_{m\sigma}$ определяется формулой

$$\Psi_{m\sigma} = \Psi_{m\sigma}^0 + \sum_{m' \neq m, \sigma} \frac{\langle m\sigma | \hat{H}_{s-o} | m'\sigma' \rangle}{\varepsilon_{m\sigma}^0(\mathbf{p}) - \varepsilon_{m'\sigma'}^0(\mathbf{p})} \Psi_{m'\sigma'}^0. \quad (32)$$

Здесь $\Psi_{m\sigma}^0 = \Psi_{m\sigma}^0 \chi_{\sigma}^0$ — собственная функция основного гамильтониана. Так как в реальных металлах СОВ определяется областями, находящимися в глубине ионов [50, 90], то для оценок матричный элемент от $\hat{H}_{s-o}$ на блоховских функциях можно заменить матричным элементом от атомного гамильтониана СОВ на атомных волновых функциях. Другими словами, блоховские функции можно представить в виде ортогонализированных плоских волн или присоединенных плоских волн [92, 90, 81]. Тогда энергия ε_{s-o} заменяется энергией СОВ для соответствующего уровня в атоме металла соответствующего кристалла.

Таким образом, при $\varepsilon_{s-o} \ll \Delta(\mathbf{p})$ из (32) в указанном приближении следует

$$\left| \frac{\mu_{p\uparrow}}{\lambda_{p\uparrow}} \right| \approx \frac{\varepsilon_{s-o}}{\Delta(\mathbf{p})}. \quad (33)$$

Относительная поправка к энергии основного гамильтониана за счет СОВ порядка $(v_0/c) f(Z)$, где $f(Z)$ — растущая функция атомного номера Z . Так как скорость $v_0 \sim 10^6$ мс⁻¹, то обычно эта энергия порядка $10^{-2} - 10^{-3}$ эВ [10, 13]. Очевидно, что это малый эффект, однако он может оказаться существенным, когда речь идет о снятии СОВ вырождения уровней в данной области $\mathbf{p}$ -пространства.

При $\varepsilon_{s-o} \approx \Delta(\mathbf{p})$ для нахождения $\lambda_{p\uparrow}$ и $\mu_{p\uparrow}$ необходимо решить соответствующее секулярное уравнение, вид

которого зависит от зонной структуры металла [59, 81, 90, 91]. В этом случае $\mu_{p\uparrow}$ может стать порядка $\lambda_{p\uparrow}$, а при $\Delta^0(\mathbf{p}) = 0$ СОВ может привести к снятию вырождения, т.е. к $\Delta(\mathbf{p}) \neq 0$.

Из вышеприведенных оценок следует, что в областях $\mathbf{p}$ -пространства, где справедливо неравенство (20), при $\varepsilon_{s-o} \approx \Delta(\mathbf{p})$ СОВ заметно влияет на волновые функции и структуру зонного спектра ЭП. Возвращаясь к проблемам МП, можно сказать, что область $\mathbf{p}$ -пространства, "подозрительная" на МП, является "подозрительной" и на то, что здесь не обошлось без влияния СОВ. Кстати, о степени влияния СОВ на спектр ЭП косвенным образом можно судить по значению g -фактора ЭП. Оценка для $\Delta g(\mathbf{p})/g_0 = (g(\mathbf{p}) - g_0)/g_0$ дает точно такой же результат, как и (33) [10, 81, 89].

2.4. Спектр ЭП в МП-области при $H = 0$

Рассмотрим более подробно спектр ЭП с учетом СОВ при $H = 0$ внутри области, "подозрительной" на МП [9]. Это необходимо для того, чтобы затем построить эффективный гамильтониан, описывающий межзонные переходы в магнитном поле. Необходимо также определить области $\mathbf{p}$ -пространства, в которых межзонная щель имеет минимальное значение.

Пусть при $H = 0$ в окрестности некоторой точки $\mathbf{p}'$ близко подходят друг к другу две зоны, причём $\Delta(\mathbf{p}') \ll \varepsilon_0$. Так как $u_{m\sigma}(\mathbf{r})$ при данном $\mathbf{p}'$ образует полный набор ортонормированных функций, то можно разложить по ним $u_{m\sigma}(\mathbf{r})$ в любой другой точке $\mathbf{p}$:

$$u_{m\sigma}(\mathbf{r}) = \sum_{m', \sigma'} R_{m\sigma, m'\sigma'}(\mathbf{p}|\mathbf{p}') u_{m'\sigma'}(\mathbf{r}),$$

$$R_{m\sigma, m'\sigma'}(\mathbf{p}|\mathbf{p}') = \langle u_{m'\sigma'} | u_{m\sigma} \rangle. \quad (34)$$

В малой окрестности точки $\mathbf{p}'$ ($|\delta\mathbf{p}| \ll p_0$, $\delta\mathbf{p} = \mathbf{p} - \mathbf{p}'$) можно пренебречь влиянием остальных зон:

$$R_{m\sigma, m'\sigma'}(\mathbf{p}|\mathbf{p}') \sim \begin{cases} 1, & m, m' = 1, 2, \\ O\left(\frac{|\delta\mathbf{p}|}{p_0}\right), & m, m' \neq 1, 2. \end{cases} \quad (35)$$

Здесь для определенности мы приняли, что две anomalно сближающиеся зоны имеют номера $m = 1, 2$.

Используя малость $\delta\mathbf{p}$ и формулы (25) и (26), для $\hat{H}(\mathbf{p})$ получаем разложение

$$\hat{H}(\mathbf{p}) = \hat{H}(\mathbf{p}') + \hat{\mathbf{v}}(\mathbf{p}') \delta\mathbf{p} + O\left(\frac{|\delta\mathbf{p}|^2}{p_0^2}\right), \quad (36)$$

где

$$\hat{\mathbf{v}}(\mathbf{p}) = \exp\left(-\frac{i\mathbf{p}\mathbf{r}}{\hbar}\right) \hat{\mathbf{v}} \exp\frac{i\mathbf{p}\mathbf{r}}{\hbar},$$

$$\hat{\mathbf{v}} = \frac{i}{\hbar} [\hat{H}, \hat{\mathbf{r}}] = \frac{\hat{\mathbf{p}}}{m} + \frac{i}{\hbar} [\hat{H}_{s-o}, \hat{\mathbf{r}}] \quad (37)$$

— оператор скорости ЭП при $H = 0$. Подставляя (34) и (37) в уравнение Шрёдингера (25) и учитывая (35), приходим к системе из четырех уравнений на $R_{m\sigma, m'\sigma'}(\mathbf{p}|\mathbf{p}')$:

$$\sum_{m', \sigma'} \left\{ \left[\varepsilon_{m', \sigma'}^0(\mathbf{p}') - E \right] \delta_{m', m''} \delta_{\sigma', \sigma''} + \mathbf{v}_{m''\sigma'', m'\sigma'}(\mathbf{p}') \delta\mathbf{p} \right\} \times$$

$$\times R_{m\sigma, m'\sigma'}(\mathbf{p}|\mathbf{p}') = 0. \quad (38)$$

Здесь $(m, m', m'' = 1, 2)$

$$E = \varepsilon_{m\sigma}(\mathbf{p}), \quad \mathbf{v}_{m\sigma, m'\sigma'}(\mathbf{p}) = \langle u_{m\sigma} | \hat{\mathbf{v}}(\mathbf{p}) | u_{m'\sigma'} \rangle.$$

Симметрия по отношению к операции сопряжения волновой функции $\hat{C}$ (см. (30)) накладывает на матричные элементы $\hat{\mathbf{v}}(\mathbf{p})$ ограничения

$$\mathbf{v}_{m\uparrow, m\uparrow} = \mathbf{v}_{m\downarrow, m\downarrow}, \quad \mathbf{v}_{m\uparrow, m\downarrow} = \mathbf{v}_{m\downarrow, m\uparrow} = 0.$$

Теперь матрица $\hat{\mathbf{v}}(\mathbf{p})$ принимает вид

$$\hat{\mathbf{v}} = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{1,1}(\mathbf{p}) & 0 & \mathbf{c}(\mathbf{p}) & \mathbf{d}(\mathbf{p}) \\ 0 & \mathbf{v}_{1,1}(\mathbf{p}) & \mp \mathbf{d}(\mathbf{p}) & \pm \mathbf{c}(\mathbf{p}) \\ \mathbf{c}(\mathbf{p}) & \mp \mathbf{d}(\mathbf{p}) & \mathbf{v}_{2,2}(\mathbf{p}) & 0 \\ \mathbf{d}(\mathbf{p}) & \pm \mathbf{c}(\mathbf{p}) & 0 & \mathbf{v}_{2,2}(\mathbf{p}) \end{bmatrix}, \quad (39)$$

где для матричных элементов введены обозначения ($m = 1, 2$)

$$\mathbf{v}_{m,m}(\mathbf{p}) = \mathbf{v}_{m\sigma, m\sigma}(\mathbf{p}), \quad \mathbf{c}(\mathbf{p}) = \mathbf{v}_{1\uparrow, 2\uparrow}(\mathbf{p}), \quad \mathbf{d}(\mathbf{p}) = \mathbf{v}_{1\uparrow, 2\downarrow}(\mathbf{p}). \quad (40)$$

Верхние знаки в (39) соответствуют одинаковой четности волновых функций ЭП двух зон, нижние — разной.

В соответствии со сказанным после формулы (29) результаты, полученные ниже, не зависят от выбора знаков в (39). Поэтому в дальнейшем мы будем опускать нижние знаки. Инвариантность $\hat{H}$ относительно операции пространственной инверсии $\hat{T}$ позволяет выбрать фазовые множители у волновых функций так, чтобы $\text{Im } \mathbf{c}(\mathbf{p}) = \text{Im } \mathbf{d}(\mathbf{p}) = 0$ во всех точках $\mathbf{p}$ -пространства [45, 68].

Таким образом, учет СОВ приводит к появлению в матрице (39) недиагональных по спину и номеру зоны матричных элементов оператора скорости ЭП. Существование именно этого матричного элемента, т.е. элемента $\mathbf{d}(\mathbf{p}) \neq 0$, в свою очередь приводит к возникновению вероятности МП с переворотом спина. Поэтому полезно оценить его значение.

При $\varepsilon_{s-o} \ll \Delta(\mathbf{p})$ можно воспользоваться (32) и (33) и получить оценку для $\mathbf{d}(\mathbf{p})$ от основного слагаемого оператора скорости $\hat{\mathbf{p}}/m$ в (37):

$$|\mathbf{d}(\mathbf{p})| \approx \frac{\varepsilon_{s-o} v_0}{\Delta(\mathbf{p})}, \quad (41)$$

где v_0 — характерная скорость ЭП. При $\varepsilon_{s-o} \geq \Delta_{mm'}^0(\mathbf{p})$ оценка (41), естественно, не работает, а модуль элемента $\mathbf{d}(\mathbf{p})$ может стать порядка v_0 . В отсутствие СОВ матрица (39) распадается на две независимые матрицы второго ранга³, система (38) переходит в две независимые системы из двух уравнений для каждого направления спина ЭП. В этом предельном случае мы придем к результатам работ [45, 6].

Приравняв определитель системы (38) нулю, находим спектр ЭП вблизи точки $\mathbf{p}'$ (напомним, что $\mathbf{p} = \mathbf{p}' + \delta\mathbf{p}$):

$$\varepsilon_{1\uparrow, 2\uparrow}(\mathbf{p}) = \varepsilon_{1\downarrow, 2\downarrow}(\mathbf{p}) = \frac{1}{2} \sum_m \varepsilon_m(\mathbf{p}') + \frac{1}{2} \sum_m \mathbf{v}_{m,m}(\mathbf{p}') \cdot \delta\mathbf{p} \pm \sqrt{\frac{1}{4} [\Delta(\mathbf{p}') + \mathbf{b}(\mathbf{p}') \cdot \delta\mathbf{p}]^2 + [\mathbf{c}(\mathbf{p}') \cdot \delta\mathbf{p}]^2 + [\mathbf{d}(\mathbf{p}') \cdot \delta\mathbf{p}]^2}, \quad (42)$$

³ Это хорошо видно, если при $\mathbf{d}(\mathbf{p}) = 0$ поменять местами в исходной матрице первую и третью строки, а также первый и третий столбцы. При этом образуется блочно-диагональная матрица и каждый ненулевой блок отвечает определенному направлению спина ЭП.

где $\mathbf{b} = \mathbf{v}_{1,1} - \mathbf{v}_{2,2}$, $\Delta(\mathbf{p}') = \varepsilon_1(\mathbf{p}') - \varepsilon_2(\mathbf{p}')$. Очевидно, что спектр остается двукратно вырожденным по спину ($\mathbf{H} = 0$).

Малость $\Delta(\mathbf{p}')$ в (42) означает, что закон дисперсии $\varepsilon_{m\sigma}(\mathbf{p})$ (и соответствующие блоховские множители) в окрестности $\mathbf{p}'$ являются "острыми" функциями аргумента: характерный интервал их изменения меньше, чем $(\Delta/\varepsilon_0)p_0$ (подробнее об этом см. в [45, 9]). Для анализа поведения ЭП в МП-областях при $H \neq 0$ нам потребуются функции, плавно зависящие хотя бы от одной компоненты $\mathbf{p}$. В этом случае для построения эффективного гамильтониана в МП-области удастся воспользоваться модифицированными функциями Кона–Латтинжера [45]. Такими функциями являются $\varepsilon_{m\sigma}(\mathbf{p})$ (и соответствующие им $u_{m\sigma}(\mathbf{r})$), где $\mathbf{p}$ принадлежит области $\mathbf{p}$ -пространства вблизи $\mathbf{p}'$, в которой достигается минимум $\Delta(\mathbf{p}) = \varepsilon_{1\sigma}(\mathbf{p}) - \varepsilon_{2\sigma}(\mathbf{p})$.

В [9] показано, что топология области "минимального Δ " существенно зависит от взаимной ориентации входящих в (42) векторов $\mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ и $\mathbf{d}$ — матричных элементов оператора скорости ЭП. Минимум $\Delta(\mathbf{p})$ соответствует минимуму подкоренного выражения в (42), который определяется системой линейных алгебраических уравнений

$$\mathbf{b}(\mathbf{p}') \cdot \delta\mathbf{p} + 4\mathbf{c}(\mathbf{p}') \cdot \delta\mathbf{p} + 4\mathbf{d}(\mathbf{p}') \cdot \delta\mathbf{p} = -\Delta(\mathbf{p}') \mathbf{b}(\mathbf{p}') \quad (43)$$

относительно неизвестных δp_x , δp_y и δp_z .

Поскольку различные проекции матричных элементов векторного оператора (39) скорости ЭП вычисляются совершенно независимо, то, вообще говоря, не существует каких-либо ограничений на взаимную ориентацию векторов $\mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ и $\mathbf{d}$, определенных в (40) и (42). В общем случае они должны быть линейно независимы. При этом существует единственное решение системы (43) — точка вырождения в $\mathbf{p}$ -пространстве (назовем ее $\mathbf{p}_T$), определяемая пересечением трех плоскостей:

$$\mathbf{b}(\mathbf{p}') \cdot \delta\mathbf{p} = -\Delta(\mathbf{p}'), \quad \mathbf{c}(\mathbf{p}') \cdot \delta\mathbf{p} = 0, \quad \mathbf{d}(\mathbf{p}') \cdot \delta\mathbf{p} = 0. \quad (44)$$

В точке вырождения $\Delta(\mathbf{p}_T)$ обращается в нуль. Этот тип спектра мы рассмотрим ниже, а пока заметим, что в отсутствие СОВ такой спектр возникнуть не может.

Разберем более подробно случаи, когда определитель системы (43) обращается в нуль (векторы $\mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ и $\mathbf{d}$ линейно зависимы). Наиболее простым и понятным с физической точки зрения является случай коллинеарности векторов $\mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ и $\mathbf{d}$. В этом случае, как видно из (42), всюду вблизи точки $\mathbf{p}'$ значения $\varepsilon_0 \gg \Delta(\mathbf{p}) > 0$, а минимум $\Delta(\mathbf{p})$ достигается на плоскости наибольшего сближения зон [9] (далее M -плоскость [45])

$$\mathbf{b}(\mathbf{p}') \cdot \delta\mathbf{p} = -\frac{\Delta(\mathbf{p}') |\mathbf{b}(\mathbf{p}')|^2}{|\mathbf{b}(\mathbf{p}')|^2 + 4|\mathbf{c}(\mathbf{p}')|^2 + 4|\mathbf{d}(\mathbf{p}')|^2}.$$

Из-за малости псевдопотенциала для многих металлов такой спектр часто встречается. При этом M -плоскость совпадает с границей зоны Бриллюэна [92, 50, 11, 90].

Кстати, в [50] малость псевдопотенциала (но уже по сравнению с СОВ) приводилась в качестве аргумента сильного влияния СОВ на электронный спектр в МП-областях Zn, Mg и других гексагональных металлов. Возможны и другие механизмы возникновения вышеприведенного спектра, например удвоение одного из перио-

дов решетки металла, обусловленное малым смещением его атомов [93].

Примерный вид изоэнергетической поверхности $\varepsilon_{m\sigma}(\mathbf{p}) = E$ вблизи M -плоскости приведен на рис. 5а. В этой области закон дисперсии (42) модифицируется и определяется формулой

$$\varepsilon_{1\sigma, 2\sigma}(\mathbf{p}) = \frac{1}{2} \sum_m \varepsilon_m(\mathbf{p}_M) + \frac{1}{2} \sum_m v_{m,m}''(\mathbf{p}_M) \cdot \delta p_n \pm \sqrt{\frac{1}{4} [\Delta(\mathbf{p}_M)]^2 + [c^n(\mathbf{p}_M) \cdot \delta p_n]^2 (1 + \alpha^2)}. \quad (45)$$

Здесь $\delta p_n = \mathbf{n}(\mathbf{p} - \mathbf{p}_M)$, $\alpha = |d^n(\mathbf{p}_M)/c^n(\mathbf{p}_M)|$, точка $\mathbf{p}_M$ лежит на M -плоскости, $\mathbf{n}$ — единичный вектор нормали к M -плоскости, образующей с магнитным полем $\mathbf{H}$ угол $\pi/2 - \theta$.

Заметим, что функции $\varepsilon_{m\sigma}(\mathbf{p}_M)$ и $u_{m\mathbf{p}_M\sigma}$ ($m = 1, 2$) теперь плавно зависят от $\mathbf{p}_M$, интервал их изменения на M -плоскости порядка p_0 . Кроме того, наименьшее расстояние между траекториями $\varepsilon_{1\sigma}(\mathbf{p}) = E$, $p_z = p_{z0}$ и $\varepsilon_{2\sigma}(\mathbf{p}) = E$, $p_z = p_{z0}$ достигается в точках их пересечения с M -плоскостью, причем $\delta p(E, p_z) \sim \Delta/v_0$ — плавная функция своих аргументов. Видно, что влияние СОВ сводится к возникновению перенормировочного множителя $1 + \alpha^2$ в подкоренном выражении (ср. (45) с аналогичной формулой из [45]).

Еще один известный в теории МП [6, 45] тип спектра возникает при условии компланарности векторов $\mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ и $\mathbf{d}$, причем $\mathbf{c} \parallel \mathbf{d}$, а $\mathbf{b}$ не параллелен им. Из (42) и (43) легко

видеть, что в этом случае $\Delta(\mathbf{p})$ обращается в нуль на линии пересечения двух плоскостей:

$$\mathbf{b}(\mathbf{p}') \cdot \delta \mathbf{p} = -\Delta(\mathbf{p}'), \quad \mathbf{c}(\mathbf{p}') \cdot \delta \mathbf{p} = 0,$$

проходящей вблизи точки $\mathbf{p}'$.

Если изоэнергетическая поверхность $\varepsilon_{m\sigma}(\mathbf{p}) = E$ пересекается такой линией "обязательного" вырождения [11] (p_0 -линией [45]), то ее участки вблизи пересечения имеют вид эллиптического конуса (рис. 5б). Заметим, что учет СОВ в этом случае приводит к возникновению такого же перенормировочного множителя $1 + \alpha^2$ (см. (45)) и не снимает вырождения, а полости конуса, относящиеся к разным зонам, разделяются конической точкой $\mathbf{p}_0$, в которой $\varepsilon_1(\mathbf{p}_0) = \varepsilon_2(\mathbf{p}_0) = E$. Подробно этот случай разобран в [6, 45, 68].

Качественно новый тип спектра возникает в предположении, что векторы $\mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ и $\mathbf{d}$ находятся в одной плоскости, но среди них нет параллельных. Здесь уже существенно, что $\mathbf{d}(\mathbf{p}) \neq 0$. В этом случае повсюду вблизи точки $\mathbf{p}'$ значения $\Delta(\mathbf{p}) \neq 0$, а минимум $\Delta(\mathbf{p})$ достигается на линии аномального сближения плоскостей (назовем ее p_Δ -линией). Выражая $\mathbf{b}$ через $\mathbf{c}$ и $\mathbf{d}$, после несложных преобразований можно получить из (43) уравнения двух плоскостей, пересечением которых и будет p_Δ -линия. Первая плоскость задается уравнением

$$\mathbf{c} \cdot \delta \mathbf{p} = - \frac{\Delta(\mathbf{p}') [\mathbf{c} \times \mathbf{d}] [\mathbf{b} \times \mathbf{d}] |[\mathbf{c} \times \mathbf{d}]|^2}{|[\mathbf{c} \times \mathbf{d}] \cdot [\mathbf{b} \times \mathbf{d}]|^2 + |[\mathbf{c} \times \mathbf{d}] \cdot [\mathbf{b} \times \mathbf{c}]|^2 + 16|[\mathbf{c} \times \mathbf{d}]|^2},$$

в котором все величины берутся в точке $\mathbf{p}'$. Уравнение для второй плоскости отличается от приведенного выше перестановкой $\mathbf{c} \leftrightarrow \mathbf{d}$ и знаком перед дробью.

Изоэнергетическая поверхность вблизи p_Δ -линии задается уравнением двухполостного гиперболоида, причем сама точка с минимальной межзонной щелью $p_\Delta = p_\Delta(E)$ находится между двумя полостями этой фигуры (рис. 5в). Спектр такого типа может возникнуть вследствие снятия вырождения СОВ вдоль какой-либо линии симметрии.

Теперь обсудим спектр (43) типа $\mathbf{p}_T$ -точки. Точка $\mathbf{p}_T$ попадает на изоэнергетическую поверхность $\varepsilon_{m\sigma}(\mathbf{p}) = E$ только при критическом значении энергии $E = E_{cr}$. В этом случае точка становится конической и спектр совпадает со спектром, разобранным для p_0 -линии. В общем же случае реализуется спектр типа разрыва перемишки [11, 12] и ситуация сильно зависит от значения энергии E (для ЭП, участвующих в МП, $E = \varepsilon_F$). Если перемишка рвется, то при $E \neq E_{cr}$ спектр вблизи точки $\mathbf{p}_T$ аппроксимируется уравнением двухполостного гиперболоида, но, в отличие от случая p_Δ -линии, при дальнейшем росте $|E - E_{cr}|$ межзонная щель $\Delta(\mathbf{p}_T)$ сильно растет. Если перемишка "утолщается", то спектр описывается уравнением однополостного гиперболоида, полностью находящегося в одной зоне.

Таким образом, здесь имеет место ситуация электронно-топологического перехода Лифшица [11, 12] с конической точкой, что делает этот случай интересным для изучения магнитных свойств ЭП в зависимости от внешнего давления или от изменения концентрации сплава⁴. Отметим, что влияние конической точки на МП в условиях перехода Лифшица рассматривалось в

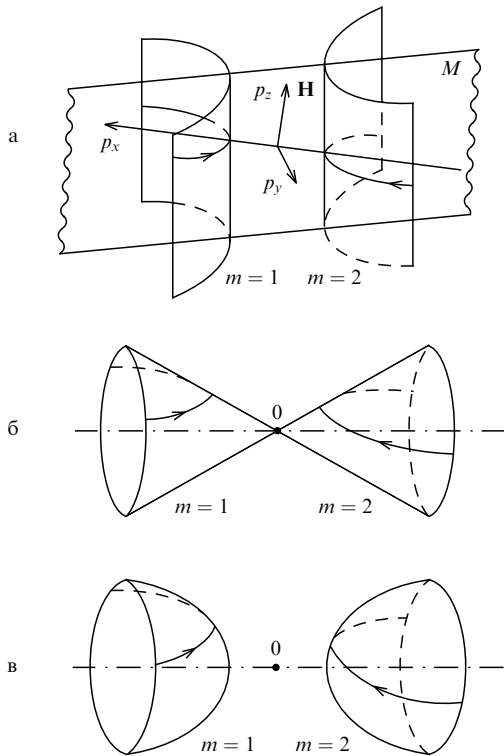


Рис. 5. Схематическое изображение изоэнергетических поверхностей в областях аномального сближения двух зон: (а) спектр типа M -плоскости; поле $\mathbf{H}$ образует с M -плоскостью угол θ . (б) спектр типа p_0 -линии. Точка 0 — $p_0(E)$ -точка вырождения. (в) спектр типа p_Δ -линии. Точка 0 — $p_\Delta(E)$ -точка с минимальной межзонной щелью. Стрелками указаны направления движения ЭП по траекториям (8). Для наглядности спиновое расщепление не показано

⁴ Таким образом можно менять положения уровня Ферми.

работах Недорезова [80]. В настоящем обзоре мы считаем энергию E фиксированной. При этом в интересных для МП приложениях спектр (43) типа $\mathbf{p}_T$ -точки сводится либо к спектру типа p_0 -линии, либо к спектру типа p_Δ -линии.

Если формально рассмотреть квазиклассическое движение ЭП в магнитном поле, то для всех типов спектра траектории (8) с $\sigma = \text{const}$ на участках наибольшего сближения являются различными ветвями одной гиперболы (рис. 5а–5в). Фактически же квазиклассические уравнения (7) с гамильтонианом (6) и волновые функции (13) здесь неприменимы. Однако, как показано в [45, 9], малость параметров κ и Δ/ε_0 позволяет обобщить принцип соответствия (11) на случай МП.

Наиболее интересным с точки зрения МП (и часто реализующимся) является спектр типа M -плоскости. Из рис. 4а легко видеть, что при этом типе спектра и благоприятном направлении магнитного поля образуется довольно "толстый" слой траекторий, по которым ЭП попадают в МП-область, так как минимальное расстояние $\delta r \approx \Delta/v_0$, разделяющее траектории разных зон, очень слабо зависит от p_z . Для всех этих ЭП имеется заметная вероятность МП. Например, в Mg при магнитном поле, параллельном гексагональной оси, относительная толщина такого слоя $\delta p_z^{\text{МП}}/b_z$ достигает 0,14 [5], причем она практически не зависит от значения магнитного поля.

Для спектров, изображенных на рис. 4б и 4в, расстояние $\delta r(E, p_z)$ быстро растет с удалением плоскости $p_z = p_{z0}$ от оси симметрии. Следовательно, быстро уменьшается и вероятность $w(p_z)$ МП (при данном поле). Другими словами, образуются "тонкие" МП-слои, толщина которых зависит от значения магнитного поля.

Заметим, что в исключительных случаях МП-слои и с малой толщиной могут привести к возникновению гигантских осцилляций, например, в статической проводимости [6]. В общем же случае, для того чтобы наблюдать МП-явления на практике, необходима достаточная толщина МП-слоя (достаточно большое число ЭП, участвующих в МП) или нахождение МП-слоев вблизи экстремальных сечений ПФ. Поэтому в дальнейшем мы основное внимание уделим спектру типа M -плоскости, тем более что структура s -матрицы не зависит от типа спектра [9, 68].

Качественно влияние СОВ на спектр ЭП в магнитном поле ($\mathbf{H} \neq 0$) сводится к следующему. Вдали от МП-областей, как было показано в разделе 2.1, хорошо работает квазиклассическое приближение и спиновое вырождение снимается, образуя практически чистые спиновые состояния с эффективным g -фактором $g(\mathbf{p}) \approx g_0$, поскольку в данном случае $\Delta(\mathbf{p}) \ll \varepsilon_0$. В МП-области также происходит снятие вырождения по спину. При $\Delta(\mathbf{p}) \sim \varepsilon_{s=0}$ в этой малой области $\mathbf{p}$ -пространства образуются смешанные спиновые состояния, принадлежащие различным зонам. Близко подходящие друг к другу квазиклассические траектории (8) с различными направлениями спина схематично изображены на рис. 2б.

2.5. s -матрица с учетом СОВ для произвольного закона дисперсии

Последовательный учет спиновых степеней свободы ЭП в теории МП приводит к необходимости вычисления основной динамической характеристики МП — полной

s -матрицы четвертого ранга для произвольного закона дисперсии. Такое вычисление было проделано в [9] после обобщения правил построения эффективного гамильтониана в МП-области. Не останавливаясь на деталях расчета s -матрицы (подробности можно найти в [45, 94, 9]), кратко изложим, как ее можно получить, и приведем ее окончательное выражение с учетом спиновых степеней свободы. Все нижеприведенные формулы этого раздела в пренебрежении СОВ переходят в известные результаты, изложенные в обзоре [6].

Для нахождения s -матрицы необходимо построить при $H \neq 0$ эффективный гамильтониан, который определяет динамику ЭП в неквазиклассической области с характерным размером $\delta r \ll p_0$ (рис. 2б), где существенны межзонные переходы ЭП. Без потери общности, чтобы не менять выбранную в разделе 2.1 калибровку векторного потенциала, можно положить, что M -плоскость пересекается плоскостью $p_z = p_{z0}$ по прямой $p_y = p_{My} = 0$, а магнитное поле $\mathbf{H}$ образует с M -плоскостью угол θ (рис. 4а).

Для записи s -матрицы в явном виде как функции $\mathbf{H}$ и основных параметров задачи необходимо исследовать уравнение Шрёдингера в малой окрестности $p_{My} = 0$. Заметим, что с точностью до переобозначения осей $p_y \leftrightarrow p_x$ здесь можно воспользоваться рис. 2б. Соответствующее уравнение Шрёдингера в МП-области получается из формулы (38) заменой $\mathbf{p}$ на $\mathbf{P} - (e/c)\mathbf{A}$, $\mathbf{p}'$ на $\mathbf{p}_M$, матричных элементов $\mathbf{v} \delta \mathbf{r}$ на матричные элементы $v^y \delta p_y$ и $R_{m\sigma, m'\sigma'}$ на $\beta_{m'\sigma'}(\mathbf{P})$, где $\beta_{m\sigma}(\mathbf{P})$ — коэффициенты разложения стационарной волновой функции ЭП по модифицированным функциям Кона–Латтинжера [95], в которых учтены и спиновые степени свободы [9]:

$$\Psi_{m\mathbf{P}\sigma}^{\text{KL}} = u_m; P_x + eHy/c, p_{My}, p_z; \sigma(\mathbf{r}) \exp\left(\frac{i}{\hbar} \mathbf{P} \mathbf{r}\right).$$

Здесь зависимость от p_y входит только в экспоненту, а зависимость от P_x является плавной, так как ось P_x параллельна M -плоскости.

Области применимости полученных квантовых решений и квазиклассических функций (13) перекрываются. После исключения из рассмотрения малой квантовой области получается s -матрица, связывающая коэффициенты $c_{m\sigma}$ из (13) по разные стороны от МП-области. При вероятности $w \sim 1$ размер МП-областей порядка $(\Delta/\varepsilon_0)p_0$, что позволяет заменить их МП-узлами. Схематическое изображение такого МП-узла приведено на рис. 2в.

Каждый квазиклассический участок траектории (8) можно характеризовать набором $i_0\sigma$, где i_0 — "бесспиновый" номер участка [6], зависящий от номера зоны m , а σ определяет направление спина ЭП на этом участке. В присутствии СОВ основная динамическая характеристика МП s -матрица связывает в МП-узле амплитуды $c_{i_0\sigma}$ восьми квазиклассических волновых функций $\Psi_{i_0\sigma}$ до и после МП-рассеяния (с точностью до обозначений они совпадают с (13)):

$$c_{i_0\sigma} = \sum_{i_0'\sigma'} s_{i_0\sigma, i_0'\sigma'} c_{i_0'\sigma'}. \quad (46)$$

Здесь штрихами помечены номера квазиклассических участков, выходящих из МП-узла (рис. 2в).

Матричные элементы $s_{i_0\sigma, i_0'\sigma'}$ выражаются в терминах закона дисперсии [9] в точке максимального пробоя $\mathbf{p}_M$ и

записываются в виде

$$\hat{s} = \begin{bmatrix} \tau \exp(\mp iA) & 0 & \pm \rho/\beta & \pm \alpha \rho/\beta \\ 0 & \tau \exp(\mp iA) & \mp \alpha \rho/\beta & \pm \rho/\beta \\ \mp \rho/\beta & \pm \alpha \rho/\beta & \tau \exp(\pm iA) & 0 \\ \mp \alpha \rho/\beta & \mp \rho/\beta & 0 & \tau \exp(\pm iA) \end{bmatrix}, \quad (47)$$

где

$$\rho = \exp\left(-\frac{H_0}{2H}\right), \quad \rho^2 + \tau^2 = 1, \\ \alpha = \left| \frac{d^y(\mathbf{p}_M)}{c^y(\mathbf{p}_M)} \right|, \quad \beta = (1 + \alpha^2)^{1/2}. \quad (48)$$

Недиагональные по номеру зоны матричные элементы скорости d^y , c^y определены (40). Из (41) следует, что при сильном влиянии СОВ параметр α в (48) порядка единицы, при слабом СОВ параметр $0 \leq \alpha \ll 1$.

Скачок фазы A волновой функции (13) при МП определяется выражением

$$A = \frac{\pi}{4} + \frac{H_0}{\pi H} + \arg \Gamma\left(\frac{H_0}{\pi H}\right) - \frac{H_0}{\pi H} \ln \frac{H_0}{\pi H}. \quad (49)$$

Здесь $\Gamma(x)$ — гамма-функция [96]. Поле пробоя H_0 перенормируется за счет СОВ:

$$H_0 = \frac{\pi}{4} \frac{c\Delta^2}{e\hbar\beta|v^x v_{1,2}^n \cos \theta|} = \frac{H_0^0}{\beta}, \quad (50)$$

где индекс n обозначает нормальную к M -плоскости компоненту скорости, $H_0^0(p_z)$ — характерное поле пробоя без учета СОВ ($\alpha = 0$, $\beta = 1$), плавно зависящее от E и p_z , а также от θ и практически совпадающее с выражением (24), если учесть, что $v^y = v^n \cos \theta$.

Для других типов спектра, представленных на рис. 4, структура s -матрицы не меняется. Меняется лишь выражение для H_0 [6, 45, 68]. Заметим, что впервые s -матрица 4×4 была получена Белоколомом с помощью теоретико-группового подхода при рассмотрении МП в конкретном металле — в таллии [94]. В работе [94], однако, не был выявлен физический смысл матричных элементов переходов, хотя общая структура полученной там матрицы совпадает со структурой (47), выведенной для произвольного закона дисперсии [9].

Выбор знаков в (47) определяется знаком разности

$$\varepsilon_{m\sigma}(\mathbf{p}_M) - \varepsilon_{m'\sigma}(\mathbf{p}_M), \quad m = m(i_0), \quad m' = m'(i'_0). \quad (51)$$

Здесь m и m' — номера зон, связанных МП ($m \neq m'$). Верхние знаки в (47) соответствуют положительной величине в (51). Из (47) видно, что вероятность МП с переворотом спина ЭП имеет вид

$$w^s = |s_{i_0\sigma, i'_0\sigma'}|^2 = \frac{\alpha^2}{1 + \alpha^2} \exp\left(-\frac{H_0}{H}\right), \quad i_0 \neq i'_0, \quad \sigma \neq \sigma'. \quad (52)$$

Полная вероятность межзонного перехода (см. (2), а также (3))

$$w = w^0 + w^s = \rho^2 = 1 - \tau^2 = \exp\left(-\frac{H_0}{H}\right). \quad (53)$$

Еще раз подчеркнем, что полученная s -матрица определяет *трехканальное* рассеяние ЭП. Запрет переворота спина ЭП в случае, если он остается в своей зоне,

следует из равенства нулю недиагональных по спин-овому индексу матричных элементов (47), принадлежащих одной зоне. Из (47) легко видеть, что в отсутствие СОВ ($\alpha = 0$) элементы, стоящие на побочной диагонали, обращаются в нуль. При этом s -матрица распадается на две независимые матрицы второго порядка для каждого направления спина ЭП (для доказательства этого утверждения можно воспользоваться процедурой, описанной в сноске 3). Каждая из таких матриц совпадает с s -матрицей, полученной в [45].

3. Когерентный магнитный пробой

Для исследования свойств металлов в условиях МП необходим математический аппарат, учитывающий двойственный характер динамики ЭП: квазиклассичность движения по участкам МП-конфигурации и квантовое рассеяние на МП-узлах. В [49, 6] показано, что энергетический спектр и макроскопические характеристики металла могут быть выражены в терминах квазиклассических волновых функций и s -матриц. Как отмечалось, с формальной стороны математический аппарат теории МП достаточно просто обобщается на случай учета спиновых степеней свободы и СОВ. Поэтому мы ограничимся лишь кратким его изложением, отмечая особенности, возникающие с учетом СОВ.

Решающее значение в построении математического аппарата теории МП имел учет интерференционных процессов [18, 19]. В результате наложения квазиклассических волн (13) с равными фазами (15), набираемыми ЭП на одинаковых участках МП-конфигурации, и многократного квантового рассеяния на МП-узлах образуется интерференционная картина, приводящая к возникновению специфического спектра — МП-спектра. Когда влиянием слабо неоднородных полей можно пренебречь, проявляются когерентные эффекты и устанавливается постоянный МП-спектр. Эта ситуация называется когерентным *магнитным пробоем* (КМП) [6].

Квантовая интерференционная картина разрушается, если неоднородное возмущение таково, что за время прохождения электроном участка МП-конфигурации оно способно изменить приращение действия (16) на величину, превосходящую постоянную Планка $\hbar$. Таким образом, неоднородные поля малой амплитуды очень сильно влияют на интерференционное движение волнового пакета по МП-конфигурации и практически несущественны для классической динамики ЭП по ней [6, 57, 58].

Характер движения ЭП по МП-конфигурации существенно зависит от соотношения характерных времен задачи [6]:

$$\tau_{s,a} \gg \tau_p \gg T_c, \quad (54a)$$

$$\tau_p \gg \tau_{s,a} \gg T_c, \quad (54б)$$

$$\tau_p \gg T_c \gg \tau_{s,a}, \quad (54в)$$

$$T_c \gg \tau_p, \tau_{s,a}. \quad (54г)$$

Здесь τ_p — время релаксации импульса, определяемое электрон-примесным рассеянием или коротковолновыми фононами [97], $\tau_{s,a}$ — время малоуглового рассеяния⁵, $T_c = 2\pi/\omega_c$ — характерное время движения ЭП по

⁵ Рассеяние ЭП в слабых неоднородных полях (дислокации, границы блоков мозаичности, длинноволновые фононы и т.д.), которые сопровождаются малым изменением квазиимпульса $q_{s,a}$.

траектории в магнитном поле (16). При учете спиновых степеней свободы мы далее везде будем предполагать, что время спиновой релаксации много больше любого другого характерного времени. Это условие справедливо для чистых металлов и низких температур [98, 99]. Таким образом, переворот спина ЭП при движении по МП-конфигурации определяется лишь МП-рассеянием (52).

В случае выполнения условий (54а), (54б) возникает КМП. При выполнении условия (54в) малоугловое рассеяние разрушает когерентную интерференцию, стохастизирует динамику электрона. При этом само поле стохастизации не входит в окончательные выражения для кинетических характеристик металла. Совокупность явлений, возникающих в этой ситуации, называется *стохастическим магнитным пробоем* (СМП).

Подчеркнем, что система неравенств (54в) предполагает выполнение еще одного неравенства: $\tau_{s.a}^{tr} \sim \tau_{s.a}(p_0/q_{s.a})^2 \gg T_c$. Это означает, что как примесное, так и малоугловое рассеяние не мешает ЭП много раз до эффективного рассеяния пройти замкнутую МП-конфигурацию или пройти много периодов по открытой МП-конфигурации.

При выполнении условия (54г) МП вообще не виден на фоне примесного рассеяния, перебрасывающего ЭП из зоны в зону.

3.1. Стационарная волновая функция

и движение волнового пакета по МП-конфигурации

В условиях МП квазиклассическая теория хорошо определенных траекторий на ПФ, изложенная в разделе 2.1, перестает быть справедливой. Эта теория может быть применена лишь в пределе слабых полей, когда МП не возникает. В пределе очень сильных полей ($H \gg H_0$), когда ЭП пробивается через все щели, влияние СОВ приводит к необходимости учитывать вероятность переворота спина ЭП (47) при каждом таком туннелировании. В основном же приходится иметь дело с промежуточной ситуацией, когда проявляются черты, присущие обоим предельным случаям. С учетом спиновых степеней свободы квазиклассические участки (8) с разнонаправленными спинами ЭП при $w^s \neq 0$ объединяются в одну МП-конфигурацию. Каждый МП-узел теперь включает восемь квазиклассических участков: четыре входящих и четыре выходящих (рис. 2в).

Движение ЭП по МП-конфигурации описывается стационарной волновой функцией

$$\Psi = \sum_{i_0, \sigma}^{N_0} c_{i_0 \sigma} \Psi_{i_0 \sigma}(P_y) \delta_{p_{x0}, p_x} \delta_{p_{z0}, p_z}, \quad (55)$$

являющейся суперпозицией волновых функций отдельных участков $\Psi_{i_0 \sigma}$ (см. текст перед (46)). Суммирование по i_0 в (55) ведется до N_0 — полного числа неэквивалентных участков, входящих в МП-конфигурацию, без учета спина. Схематичное изображение некоторых МП-конфигураций приведено на рис. 1в, 3б и 4.

Требование однозначности волновой функции (55) накладывает ограничения на амплитуды $c_{i_0 \sigma}$. Они должны удовлетворять системе линейных уравнений

$$c_{i_0 \sigma} - \sum_{i_0' \sigma'}^{N_0} V_{i_0 \sigma, i_0' \sigma'}^{(0)} \exp(i \vec{r}_{i_0' \sigma'}^j) c_{i_0' \sigma'} = 0. \quad (56)$$

Здесь $\hat{V}^{(0)}$ — унитарная матрица ранга $2N^0$, имеющая в каждом $i_0' \sigma'$ -м столбце только три ненулевых элемента. Они стоят в строках $i_0 \sigma$, номера которых совпадают с номерами участков, связанных с $i_0' \sigma'$ общим узлом

$$V_{i_0 \sigma, i_0' \sigma'}^{(0)} = s_{i_0 \sigma, i_0' \sigma'}^{(0)}, \quad (57)$$

где $\hat{s}^{(0)}$ определяется из (47), если положить все $A = 0$.

Система уравнений (56) получается путем сшивания функций (13) с учетом каналов рассеяния (46) и фазы, набранной на участке $i_0 \sigma$:

$$\gamma_{i_0 \sigma}(E, P_z) = \varphi_{i_0 \sigma}(E, P_z) + R n_{i_0} + \frac{1}{2} (A_{\bar{i}_0} + A_{i_0}), \quad (58)$$

где

$$\varphi_{i_0 \sigma}(E, P_z) = \frac{1}{\hbar} S_{i_0}(E, p_z) + \gamma_{i_0 \sigma}^s(E, p_z) + \delta_{i_0} \quad (59)$$

— квазиклассическая фаза волновой функции (13), набранная ЭП на участке $i_0 \sigma$ между двумя последовательными МП-рассеяниями. Второе слагаемое в (58) учитывается при рассмотрении открытых периодических МП-конфигураций (с периодом b_y , см. рис. 1в, 4в и 4г), причем $R = cb_y P_x / e \hbar H$; $n_{i_0} = 0$, если i_0 — внутренний участок, $n_{i_0} = \text{sgn}(\partial P_y / \partial P_x)$ для участков, пересекающих границы элементарной ячейки [6]. Для замкнутых МП-конфигураций (рис. 4а и 4б) все $n_{i_0} = 0$. Скачок фазы A_{i_0} в (58) определен в (49), где $\bar{i}_0$ — номер участка, входящего в МП-узел, из которого выходит участок i_0 , причем $m(\bar{i}_0) = m(i_0)$.

Далее, в формуле (59) $S_{i_0}(E, p_z)$ — приращение поперечного действия (16), $\delta_{i_0} = \pm \pi/2$ — сумма всех скачков фаз, возникающих на i_0 -участке при прохождении классических точек поворота [45, 84]. Спиновый вклад $\gamma_{i_0 \sigma}^s(E, p_z)$ в фазу (59) определяется соотношением

$$\gamma_{i_0 \sigma}^s(E, p_z) = \pm \frac{1}{2\hbar} g_{i_0} \mu_B \hbar T_{i_0}(E, p_z) = \pm \frac{\pi}{2} \frac{m_{i_0}}{m} g_{i_0} \quad (60)$$

(см. также (15)). Здесь $g_{i_0}(E, p_z)$ и $m_{i_0}(E, p_z)$ — g -фактор и эффективная циклотронная масса ЭП на i_0 -участке, $T_{i_0}(E, p_z)$ — время прохождения ЭП i_0 -участка. Подчеркнем, что эти три величины не зависят от спинового индекса, т.е. являются "бесспиновыми". Отметим, что величина $g_{i_0}^s = g_{i_0} m_{i_0} / 2m$, иногда называемая параметром спинового расщепления [8, 11], наряду с параметром СОВ α (см. (48)), является параметром теории МП, учитывающей спиновые степени свободы.

Для более ясного понимания возникающих интерференционных процессов сопоставим двойственному характеру движения ЭП эволюцию во времени квазиклассического волнового пакета по МП-конфигурации. Волновой пакет, локализованный на участке $i_0 \sigma$ в момент времени t , обозначим через $|t; i_0 \sigma\rangle$. Двигаясь по квазиклассическому участку $i_0 \sigma$ до ближайшего МП-узла, волновой пакет набирает фазу (59). Проходя через МП-узлы, он расщепляется на три пакета:

$$|t; i_0 \sigma\rangle = \sum_{i_0' \sigma'} s_{i_0 \sigma, i_0' \sigma'} |t; i_0' \sigma'\rangle. \quad (61)$$

В целях упрощения записи введем вместо двух индексов $i_0 \sigma$ одно обозначение для квазиклассического участка i , причем нечетные номера участков обозначают состояния ЭП со спином вверх, а четные — состояния со спином

вниз, т.е. $\sigma = \uparrow$ и $\sigma = \downarrow$ соответственно. Новый номер участка i однозначно определяет номер зоны, в которой находится волновой пакет, и направление спина: $m\sigma = m\sigma(i)$.

Учет спиновых степеней свободы и существование третьего канала рассеяния ($\alpha \neq 0$) приводит к удвоению числа квазиклассических участков траектории (8), составляющих МП-конфигурацию, по сравнению с "бесспиновым" описанием [5–8]. Удваивается и число неэквивалентных участков. Для того чтобы воспользоваться результатами [6, 49], присвоим неэквивалентным участкам разные номера ($i, j, \dots$) от 1 до N . В случае замкнутой МП-конфигурации в качестве N выступает полное число участков. С учетом спиновых степеней свободы N равно учетверенному числу МП-узлов, т.е. $N = 2N^0$, где N^0 — число участков МП-конфигурации в теории МП без учета СОВ.

Таким образом, каждый пакет $|t; i\rangle$, возникающий после любого МП-рассеяния, развивается квазиклассически до тех пор, пока не рассеется на следующем МП-узле, и т.д. Такое рассеяние происходит в моменты времени

$$t_L = \sum_{i=1}^N l_i T_i \equiv \mathbf{L}T, \quad (62)$$

где T_i — время движения по участку i ; l_i — целые неотрицательные числа, равные числу прохождений ЭП по участку i . Время t_L отсчитывается от момента первого рассеяния. Совокупность N величин $\{A_i\}$ в (62), относящихся к квазиклассическим участкам МП-конфигурации ($i = 1, 2, \dots, N$), в дальнейшем называется N -вектором и обозначается как вектор $\mathbf{A}$ [6]. Поэтому выражение (62) записано как скалярное произведение векторов $\mathbf{L}T$.

В результате многократного рассеяния квазиклассические пакеты размножаются, их число растет экспоненциально со временем (рис. 3б). Каждому пакету, возникшему на каком-либо из участков, например на участке i , можно сопоставить определенную траекторию, которую он проходит за время $\mathbf{L}T$, перемещаясь между участками i и j . Эту траекторию, которая в общем случае может быть как замкнутой, так и открытой, называют λ -путем. Ей соответствует пакет с амплитудой $a_{i,j}^{(\lambda)}(\mathbf{L})$, содержащей фазовый множитель $\exp\{i\gamma^{(\lambda)}\}$ и произведение элементов s -матриц от МП-узлов, через которые проходит λ -путь. Целые числа $l_1, l_2, \dots, l_N$ указывают кратность вхождения каждого из участков всей МП-конфигурации в λ -путь, причем некоторые из них могут быть нулями.

Принципиальную роль в теории МП играет то обстоятельство, что любой паре участков (i, j) и времени $\mathbf{L}T$ можно сопоставить, как правило, много λ -путей, отличающихся порядком прохождения квазиклассических участков. Пакеты, соответствующие таким λ -путям, различаются только своими амплитудами $a_{i,j}^{(\lambda)}(\mathbf{L})$ и потому интерферируют, образуя пакет с суммарной амплитудой

$$A_{i,j}(\mathbf{L}) = \sum_{\lambda} a_{i,j}^{(\lambda)}(\mathbf{L}). \quad (63)$$

С точки зрения квантовой механики выражение (63) является фейнмановским интегралом по траекториям, который превратился в сумму по λ -путям из-за своеобразного сочетания в условиях МП квазиклассического

движения по участкам и малости МП-областей. В квазиклассическом случае ($w = 0$) для каждой пары участков (если они связаны между собой классической траекторией) существует только один λ -путь.

Суммарная амплитуда интерферирующих пакетов (63) представляет собой квантовую амплитуду вероятности обнаружения ЭП на участке j в момент времени $\mathbf{L}T$ после первого рассеяния на стартовом участке i . Для того чтобы полностью описать динамику ЭП в условиях МП необходимо знать весь бесконечный набор амплитуд $A_{i,j}(\mathbf{L})$. Их можно вычислить, используя комбинаторику [5]. В простейших случаях это не вызывает затруднений [8], однако в общем случае произвольной МП-конфигурации комбинаторный анализ оказывается очень громоздким. В действительности математический аппарат теории МП позволяет обойтись без комбинаторики, так как амплитуды $A_{i,j}(\mathbf{L})$ удовлетворяют рекуррентным соотношениям, выведенным в [18] (правда, без учета СОВ и спина ЭП).

Проиллюстрируем вывод рекуррентных соотношений с учетом спиновых степеней свободы ЭП на простом примере замкнутой МП-конфигурации в виде восьмерки с одним МП-узлом и с четырьмя неэквивалентными участками (рис. 4а). В новых обозначениях $i = 1, 2$ соответствуют движению ЭП в первой зоне, $i = 3, 4$ — во второй.

В согласии со структурой s -матрицы (47) после старта волнового пакета на участке $i = 1$ и прохождения области МП образуются три пакета: один в своей зоне с первоначальным направлением спина ($i' = 1$) и два в другой зоне с разными направлениями спина ($i' = 3, 4$). Они, в свою очередь, рассеиваются через времена $T_1, T_3, T_4 = T_3$ соответственно. Далее пакет $|t; i\rangle$ снова испытывает рассеяние, порождая каждый раз по три новых локализованных на участках $i = 1-4$ состояния. Ясно, что в моменты времени $t_1 + \mathbf{L}T$, наряду с рассеянием, будет происходить интерференция некоторых пакетов, которые будут встречаться на участке j . Здесь t_1 — момент времени первого расщепления начального пакета, $\mathbf{L} = \mathbf{L}(l_1, l_2, l_3, l_4)$. Все интерферирующие пакеты имеют одинаковую структуру, но разные амплитуды.

Суммарная амплитуда (63) всех пакетов, стартовавших на участке i и интерферирующих в момент времени $t_i + \mathbf{L}T$ на участке j ($j = 1-4$), удовлетворяет соотношениям

$$\begin{aligned} A_{i,1}(\mathbf{L}) &= \tau \exp(i\gamma_1) A_{i,1}(\mathbf{L} - \mathbf{e}_1) - \\ &\quad - \frac{\rho}{\beta} \exp(i\gamma_3) A_{i,3}(\mathbf{L} - \mathbf{e}_3) + \frac{\alpha\rho}{\beta} \exp(i\gamma_4) A_{i,4}(\mathbf{L} - \mathbf{e}_4), \\ A_{i,2}(\mathbf{L}) &= \tau \exp(i\gamma_2) A_{i,2}(\mathbf{L} - \mathbf{e}_2) - \\ &\quad - \frac{\rho}{\beta} \exp(i\gamma_4) A_{i,4}(\mathbf{L} - \mathbf{e}_4) - \frac{\alpha\rho}{\beta} \exp(i\gamma_3) A_{i,3}(\mathbf{L} - \mathbf{e}_3), \\ A_{i,3}(\mathbf{L}) &= \tau \exp(i\gamma_3) A_{i,3}(\mathbf{L} - \mathbf{e}_3) + \\ &\quad + \frac{\rho}{\beta} \exp(i\gamma_1) A_{i,1}(\mathbf{L} - \mathbf{e}_1) + \frac{\alpha\rho}{\beta} \exp(i\gamma_2) A_{i,2}(\mathbf{L} - \mathbf{e}_2), \\ A_{i,4}(\mathbf{L}) &= \tau \exp(i\gamma_4) A_{i,4}(\mathbf{L} - \mathbf{e}_4) + \\ &\quad + \frac{\rho}{\beta} \exp(i\gamma_2) A_{i,2}(\mathbf{L} - \mathbf{e}_2) - \frac{\alpha\rho}{\beta} \exp(i\gamma_1) A_{i,1}(\mathbf{L} - \mathbf{e}_1), \end{aligned} \quad (64)$$

где $\mathbf{e}_j$ — единичный N -вектор с одной ненулевой компонентой, порядковый номер которой совпадает с номером участка, на котором происходит интерференция, т.е. $\mathbf{e}_j = \{\delta_{1,j}, \delta_{2,j}, \dots, \delta_{N,j}\}$.

Соотношения (64) очевидны из вида s -матрицы (47), рис. 4а и простых комбинаторных соображений. Кроме того, для получения (64) необходимо учесть граничные условия

$$\begin{aligned} A_{i,j}(\mathbf{0}) &= \delta_{i,j}, \\ A_{i,j}(-1, l_2, l_3, l_4) &= A_{i,j}(l_1, -1, l_3, l_4) = \\ &= A_{i,j}(l_1, l_2, -1, l_4) = A_{i,j}(l_1, l_2, l_3, -1) = 0, \end{aligned} \quad (65)$$

где $\delta_{i,j}$ — символ Кронекера, который можно представить как единичный δ -образный импульс, возникший на участке $i = j$, а $\mathbf{0} = \{0, 0, 0, 0\}$ — нуль-вектор.

Формулы (64) можно переписать как обычное произведение матриц:

$$A_{i,j}(\mathbf{L}) = \sum_{k=1}^{N=4} A_{i,k}(\mathbf{L} - \mathbf{e}_k) V_{k,j}^{(0)} \exp(i\gamma_k), \quad (66)$$

где с левой стороны стоит матрица амплитуд, интерферирующих на участке j , с правой — произведение матрицы $A_{i,k}(\mathbf{L} - \mathbf{e}_k)$, интерферирующей на участке k , на динамическую матрицу $V_{k,j}^{(0)}$, вид которой определен в (57).

Приведенные выражения (64)–(66) допускают непосредственное обобщение на другие виды МП-конфигураций. В частности, рекуррентные соотношения (66) справедливы для всех неотрицательных $l_1, l_2, \dots, l_N$, за исключением $\mathbf{L} = \mathbf{0}$. При этом $A_{i,k}(\mathbf{L})$ удовлетворяет граничным условиям

$$A_{i,j}(\mathbf{0}) = \delta_{i,j}, \quad A_{i,j}(\mathbf{L} - (l_k + 1)\mathbf{e}_k) = 0, \quad (67)$$

где k принимает значения от 1 до N .

После введения унитарной матрицы N -го ранга

$$U_{k,j}(\gamma) = V_{k,j}^{(0)} \exp(i\gamma_k), \quad (68)$$

выраженной через $\hat{V}^{(0)}$ и γ_k (см. (57), (58)), соотношение (66) для любой МП-конфигурации принимает вид

$$A_{i,j}(\mathbf{L}) = \sum_{k=1}^N A_{i,k}(\mathbf{L} - \mathbf{e}_k) U_{k,j}, \quad (69)$$

где матрица $U_{k,j}$ в случае произвольной МП-конфигурации строится по следующему правилу: в ее j -м столбце отличны от нуля только три элемента. Эти элементы находятся на строках k , номера которых совпадают с номерами участков, связанных с участком j общим МП-узлом с ненулевой вероятностью МП-перехода.

Систему рекуррентных соотношений (69) совместно с граничными условиями (67) можно представить в компактной форме, используя производящие функции [6, 18]

$$F_{i,j}(\gamma) = \sum_{\mathbf{L}} \bar{A}_{i,j}(\mathbf{L}) \exp(i\mathbf{L}\gamma), \quad (70)$$

где штрих у знака суммы означает отсутствие члена с $\mathbf{L} = \mathbf{0}$,

$$\bar{A}_{i,j}(\mathbf{L}) = \sum_{\lambda} \bar{a}_{i,j}^{(\lambda)}(\mathbf{L})$$

— плавная часть амплитуды (63). Здесь $\bar{a}_{i,j}^{(\lambda)}$ — произведение элементов s -матрицы от МП-узлов, через который проходит λ -путь, причем без учета фаз, набираемых на участках и при МП, так как фазы, входящие в γ , учитываются отдельно (см., например, (70)).

Матрица (70) удовлетворяет линейной системе уравнений

$$F_{i,j}(\gamma) = \sum_k^N F_{i,k}(\gamma) V_{k,j}^{(0)} \exp(i\gamma_k) + V_{i,j}^{(0)} \exp(i\gamma_j). \quad (71)$$

Для вышеприведенного примера МП-конфигурации с одним МП-узлом (рис. 4а) после подстановки рекуррентных соотношений (64) в (70) с учетом граничных условий (65) получается аналогичная система уравнений.

Учитывая связь между $\hat{U}$ и $\hat{V}$, уравнения (71) можно записать в матричной форме:

$$\hat{F}(\gamma) = \hat{F}(\gamma) \hat{U}(\gamma) + \hat{U}(\gamma). \quad (72)$$

Таким образом, для того чтобы найти амплитуду $\bar{A}_{i,j}(\mathbf{L})$, нужно решить систему N линейных уравнений (71) и найти соответствующую фурье-компоненту полученного решения.

3.2. Дисперсионные уравнения и МП-спектр

В разделе 2.1 отмечалось, что в магнитном поле уровни энергии ЭП квантуются, а правило квантования определяется выражением (19). Из него следует, что расстояние между дискретными уровнями энергии $E_{m\sigma}(n, p_z)$ равно $\Delta E_m = \hbar\omega_m(E, p_z)$ и весьма слабо зависит от номера уровня n . В предыдущем разделе мы показали, что в условиях МП вместо простого периодического движения центра пакета в пределах одной зоны возникает сложная картина квантовой интерференции огромного числа пакетов. Ясно, что в этом случае энергетический электронный спектр качественно отличается от квазиклассического.

Чтобы как-то разрешить трудную квантовомеханическую задачу движения ЭП при МП и нахождения МП-спектра, Пиппард (см., [46, 4, 50]) ввел понятие сеть связанных орбит (network of orbits) в реальном пространстве. В рамках такого подхода возникает достаточно наглядная картина движения ЭП, что позволяет работать в терминах вероятностей перескока ЭП с одной орбиты на другую и набора фаз при движении ЭП по ним и получить дисперсионные уравнения, решение которых определяет энергетический МП-спектр ЭП.

Идея этого метода достаточно подробно проиллюстрирована в книге [8] на простой модели металла, в которой получается сеть связанных круговых орбит вдоль направления в $\mathbf{r}$ -пространстве, перпендикулярного направлению изменения потенциала решетки. Похожую сеть можно получить из МП-конфигурации, представленной на рис. 4г, используя связь $\mathbf{p}$ - и $\mathbf{r}$ -траекторий (9). Отметим также работы [51–53], посвященные анализу МП-сетей и нахождения МП-спектра на основе сложных комбинаторных построений.

Изложенный в предыдущем разделе математический аппарат позволяет формализовать и упростить процедуру нахождения дисперсионных уравнений по крайней мере для простых одномерных периодических МП-конфигураций [49, 6] и в случае учета спиновых степеней свободы [9]. Эта процедура сводится к нахождению

определителя системы уравнений (56) или матрицы $\hat{E} - \hat{U}(\gamma)$, где $\hat{E}$ — единичная матрица. Матрица $\hat{E} - \hat{U}(\gamma)$ получается также из уравнения (72), а нули детерминанта

$$\det |\hat{E} - \hat{U}(\gamma)| = 0 \quad (73)$$

определяют особые точки производящей функции $F_{i,j}(\gamma)$.

Как следует из общих положений квантовой механики [84], корни уравнения (73) определяют возможные значения энергии ЭП в условиях МП, т.е. МП-спектр, а величины $F_{i,j}(\gamma)$ имеют смысл стационарной квантовой амплитуды перехода ЭП с участка i на участок j . Из унитарности матрицы $\hat{U}(\gamma)$ и известных свойств определителей следует, что

$$\det |\hat{E} - \hat{U}(\gamma)| = 2 \exp \left\{ \frac{i}{2} \left[\sum_{i=1}^N \gamma_i + \chi_0 \right] \right\} D(\gamma), \quad (74)$$

где $\chi_0 = (\pi/2)[-1 + \text{sgn}(\det |\hat{V}|)]$, $D(\gamma)$ — действительная функция фаз γ_i , периодичная по ним с периодом 2π .

Из (74) видна действительность нулей спектрального уравнения (73), при этом $D(\{\gamma_i\})$ представляет собой конечный тригонометрический полином относительно N фаз γ_i , коэффициенты которого зависят только от вероятностей МП и параметра СОВ, т.е. от ρ , τ и α (см. (47)). Таким образом, из решения трансцендентного уравнения

$$D(\{\gamma_i\}) = 0, \quad (75)$$

называемого дисперсионным, определяется МП-спектр.

Квазиклассичность движения между МП-узлами означает существование больших фаз (59) волновых функций ЭП, зависящих от энергии, проекции импульса на магнитное поле и самого поля. Независимость фаз, набранных на разных участках i , несоизмеримость их и их производных (по энергии и импульсу) приводит к тому, что энергия ЭП в условиях МП становится квазислучайной функцией от E и p_z [6]. С учетом спина эти фазы зависят также от значения g -фактора ЭП на участке i , и, следовательно, в общем случае g -фактор ЭП, характеризующий всю МП-конфигурацию, также должен быть квазислучаен.

С нашей точки зрения одним из наиболее важных результатов теории МП с переворотом спина ЭП является *невозможность* отделения (в общем случае) спиновых степеней свободы от "орбитальных". Более того, раньше считалось [4–8], что движение ЭП в условиях МП является квазиклассическим как в случае отсутствия МП ($w = 0$), так и в случае полного пробоя ($w = 1$). В нашем случае это остается правильным только для ЭП, движущихся по своим "законным" траекториям в случае $w = 0$. При $w = 1$ (и $w^s \neq 0$!) волновые функции ЭП перепутываются, что, как мы увидим позже, ведет к образованию состояний с эффективным спином $1/2$, каждое из которых является смесью "допробойных" состояний с противоположными спинами. Проявляется это в появлении эффективного g -фактора ЭП, определяемого "спиновым" расщеплением в магнитном поле (см. (12) и (19)).

В более сложном случае — в случае развитого МП ($w(1-w) \neq 0$) при учете переворота спина ($w^s \neq 0$) необходимо говорить об изменении классификации состояний МП-системы. При вычислении физических характе-

ристик системы это проявляется в большинстве случаев в невозможности выделения отдельного суммирования по спиновому индексу. Такое суммирование можно провести только для отдельных частных случаев, например для составных МП-орбит, которые полностью лежат в одной зоне и на которых спин ЭП в условиях МП не переворачивается. В общем же случае имеются состояния ЭП, определяемые решениями дисперсионного уравнения (75), число которых *удваивается* по сравнению с "бесспиновым" случаем. При этом невозможно сказать, какой спин имеет каждое из этих состояний.

Таким образом, для замкнутых МП-конфигураций при фиксированном значении p_z уравнение (75) определяет дискретный набор уровней Ландау, модифицированных МП:

$$E = E(n, p_z), \quad (76)$$

а для открытых МП-конфигураций возможен спектр типа магнитных зон [4, 6]:

$$E = E(n, p_z, R), \quad (77)$$

где n — номер решения дисперсионного уравнения с учетом СОВ, а непрерывный параметр R определен в (58). При развитом МП ($w(1-w) \sim 1$) уровни энергии $E(n, p_z)$ и $E(n, p_z, R)$ располагаются хаотически: их зависимость от p_z представляет собой случайную функцию. В этом случае номер МП-уровня n , в отличие от квазиклассического приближения [11, 13], не имеет простого физического смысла числа квантов магнитного потока, пронизывающего площадь, заключенную внутри классической траектории ЭП.

Разберем все это более подробно на примере построения $D(\gamma)$ -функции для простых МП-конфигураций с учетом спиновых степеней свободы (рис. 4).

(а) Сначала рассмотрим замкнутую МП-конфигурацию с одним МП-узлом (рис. 4а), которую с учетом спинового расщепления можно назвать "двойной восьмеркой". Используя (47), (53), (58), (68), (73), найдем определитель четвертого порядка. Опуская фазовый множитель (см. (74)), с помощью простых преобразований получаем из него дисперсионное уравнение

$$\begin{aligned} D(\{\gamma_i\}) = & \cos \Omega - \\ & - (1-w)^{1/2} \sum_{i=1}^4 \cos \Omega_i + (1-w) \sum_{i=1}^3 \cos \Omega_{i,4} + \\ & + \frac{w}{1+\alpha^2} (\cos \Omega_{2,4} + \alpha^2 \cos \Omega_{2,3}) = 0, \end{aligned} \quad (78)$$

где

$$\Omega = \frac{1}{2}(\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 + \gamma_4), \quad \Omega_i = \Omega - \gamma_i, \quad \Omega_{i,j} = \Omega_i - \gamma_j. \quad (79)$$

В отсутствие СОВ ($\alpha = 0$) уравнение (78) факторизуется:

$$\begin{aligned} D^0(\{\gamma_i\}) = & 2 \left(\cos \frac{\gamma_1 + \gamma_3}{2} - \sqrt{1-w} \cos \frac{\gamma_1 - \gamma_3}{2} \right) \times \\ & \times \left(\cos \frac{\gamma_2 + \gamma_4}{2} - \sqrt{1-w} \cos \frac{\gamma_2 - \gamma_4}{2} \right) = 0. \end{aligned} \quad (80)$$

Если во всех γ_i положить $\gamma_i^s = 0$ (см. (60)), что эквивалентно полному пренебрежению спиновым расщеплением, то каждый множитель в (80) совпадает с функцией $D(\{\gamma_i\})$ для простой "восьмерки", приведенной в [6].

При $w = 0$ (слабые поля, $H \ll H_0$ — отсутствие пробоя) спектр становится квазиклассическим. В этом случае дисперсионная функция (78) разбивается на сомножители:

$$D_{w=0}(\{\gamma_i\}) = 8 \sin \frac{\gamma_1}{2} \sin \frac{\gamma_2}{2} \sin \frac{\gamma_3}{2} \sin \frac{\gamma_4}{2}. \quad (81)$$

Равенство нулю каждого из них приводит к условию Лифшица–Онзагера типа (19):

$$S_i(E, p_z) - (-1)^i \pi g_i \mu_B m_i H = \frac{2\pi e \hbar H}{c} \left(n + \frac{1}{2} \right), \quad (82)$$

и определяет спектр, возникающий при движении ЭП по квазиклассическим траекториям. Здесь

$$S_i(E, p_z) = \int_{p_x}^{p_y} p_x^{m(i)}(p'_y) dp'_y \quad (83)$$

— площадь сечения изоэнергетической поверхности без учета спинового расщепления (интегрирование проводится вдоль всего i -участка),

$$m_i = \frac{eHT_i}{2\pi c} = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{\partial S}{\partial E} \right)_i \quad (84)$$

— эффективная циклотронная масса на i -участке (T_i — время движения по участку). При этом выполняются следующие равенства:

$$m_{k-1} = m_k, \quad T_{k-1} = T_k, \quad S_{k-1} = S_k, \\ g_{k-1} = g_k = g_{m(k)}, \quad k = 2l, \quad (85)$$

где l — целое число (в рассматриваемом примере $l = 1, 2$). ЭП движутся в этом случае по своим исходным орбитам, не переходя из зоны в зону.

При $w = 1$ (сильные поля, $H \gg H_0$ — полный пробой) движение ЭП с учетом спиновых степеней свободы не является полностью квазиклассическим. ЭП в этом предельном случае движутся, "не замечая" межзонных щелей, как и было ранее [5, 6]. Однако при каждом прохождении ЭП через МП-узел появляется возможность переворота спина, связанная с учетом СОВ. Возникают новые траектории, составленные из участков старых квазиклассических орбит. В результате смешивания состояний с противоположными спинами дисперсионная функция (78) принимает вид

$$D_{w=1}(\{\gamma_i\}) = \cos \frac{\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 + \gamma_4}{2} + \\ + \frac{1}{1 + \alpha^2} \left(\cos \frac{\gamma_1 - \gamma_2 + \gamma_3 - \gamma_4}{2} + \right. \\ \left. + \alpha^2 \cos \frac{\gamma_1 - \gamma_2 - \gamma_3 + \gamma_4}{2} \right). \quad (86)$$

Ясно, что условия квантования в обоих предельных случаях не совпадают, поскольку топологии орбит совершенно различны. По аналогии с (82), используя (83)–(86), можно записать условие Лифшица–Онзагера

для получающейся полной "восьмерки":

$$S^{(w=1)}(E, p_z) \pm \pi g^{(w=1)} \mu_B m^{(w=1)} H = \frac{2\pi e \hbar H}{c} \left(n + \frac{1}{2} \right), \quad (87)$$

где $S^{(w=1)} = S_1 + S_3$ — полная "бесспиновая" площадь фигуры, $m^{(w=1)} = m_1 + m_3$. Выражение (87) позволяет ввести эффективный спин ЭП: знак плюс (минус) соответствует состоянию с эффективным спином вверх (вниз).

В итоге мы приходим к очень интересному результату. Несмотря на то что ЭП проходит участки МП-конфигурации с *разнонаправленными* спинами (четными и нечетными номерами), в условиях полного пробоя смесь состояний вырождается в два (!) эффективных "квантовых" состояния, отличающихся направлением *эффективного спина*. Это ведет к появлению эффективного g -фактора новой орбиты, который в случае полного пробоя записывается в виде

$$g^{(w=1)} = \frac{2}{\pi} \frac{m}{m^{(w=1)}} \arccos \left\{ \frac{1}{1 + \alpha^2} \cos \left[\frac{\pi}{2m} (g_1 m_1 + g_3 m_3) \right] \right\}. \quad (88)$$

Напомним, что здесь, как и в (26а), m — масса свободного электрона. Эффективный g -фактор новой орбиты выражается естественным образом через характеристики участков (g_i , m_i) и параметр СОВ α , определенный формулой (47).

Для иллюстрации полученного результата заметим, что аналогичными спектральными характеристиками (см. (87)) обладает ЭП, движущиеся по простой замкнутой траектории без МП-узлов (например, окружности или эллипсу) с g -фактором, равным $g^{(w=1)}$.

В отсутствие влияния СОВ на МП ($\alpha = 0$) объединения состояний с противоположными спинами не происходит: каждая из "восьмерок" существует независимо друг от друга. В этой ситуации (88) превращается во вполне ожидаемую формулу для g_{av} — g -фактора, усредненного по новым орбитам:

$$g_{av} = g_{(\alpha=0)}^{(w=1)} = \frac{g_1 m_1 + g_3 m_3}{m^{(w=1)}}, \quad (89)$$

которую для большей наглядности можно переписать в форме (см. (84))

$$g_{av} = \frac{g_1 T_1 + g_3 T_3}{T_1 + T_3}. \quad (90)$$

Из (89), (90) видно, что одной из причин изменения g -фактора ЭП в условиях полного МП является различие в характеристиках неэквивалентных участков, входящих в МП-конфигурацию. С другой стороны, из (88) следует, что даже при равенстве всех m_i и g_i эффективный g -фактор g_{av} в общем случае не будет равен g_i из-за возможности переворота спина ЭП при каждом прохождении МП-узла ($\alpha \neq 0$). Этот вывод носит достаточно общий характер и применим к различным типам МП-конфигураций.

Промежуточный случай развитого пробоя ($w(1-w) \sim 1$, $H \sim H_0$), требующий численного решения дисперсионных уравнений, мы обсудим в следующем разделе.

б) Заметим, что замкнутая МП-конфигурация (рис. 4а) топологически переходит в открытую МП-конфигурацию (рис. 4в) при следующей процедуре. Необходимо разорвать участки 1, 2 и 3, 4 и соединить их другим способом. Так мы получим элементарную ячейку открытой МП-конфигурации. При этом нужно изменить направление движения ЭП по нижней ветви. После такой трансформации вместе с точками поворота на траекториях в фазах γ_i исчезнут δ_i (см. (58)). Поэтому результаты (78)–(90), полученные выше, подходят и для МП-конфигурации, приведенной на рис. 4в, с точностью до учета в фазах γ_i слагаемых Rn_i в (58), возникающих из-за периодичности МП-конфигурации: $n_{1,2} = +1$, $n_{3,4} = -1$. Это приведет, в частности, к тому, что при $w = 0$ спектр будет непрерывным (вырождение по P_x снимается), а при $w = 1$ — дискретным. В случае малого отклонения вероятности пробоя $w = 1 - \tau^2$ от единицы, а τ от нуля (см. (47)) возникают узкие зоны Ландау (см. следующий раздел).

в) МП-конфигурации с двумя МП-узлами, изображенные на рис. 4б и 4г, также могут быть переведены друг в друга похожим топологическим преобразованием. Чтобы получить открытую МП-конфигурацию (рис. 4г) из замкнутой (рис. 4б), необходимо повернуть последнюю на 90° по часовой стрелке, разорвать участки 1, 2 и 7, 8 и соединить их с эквивалентными участками, находящимися в соседних ячейках.

В отличие от случаев (а) и (б), разберем более подробно случай открытой МП-конфигурации. В общем случае МП-узлы могут быть неэквивалентными, т.е. характеризоваться различными s -матрицами (они обозначены на рис. 4г римскими цифрами I и II). Однако для простоты будем полагать, что МП-узлы конфигурации эквивалентны, т.е. $w_I = w_{II} = w$, $\alpha_I = \alpha_{II} = \alpha$. Данная МП-конфигурация состоит из восьми различных участков. Для учета периодичности вдоль p_y в фазах (58), соответствующих участкам 1, 2, 7, 8, пересекающих границы ячейки (рис. 4г), необходимо оставить слагаемые Rn_i , где $n_i = 1$ для $i = 1, 2$; $n_i = -1$ для $i = 7, 8$; $n_i = 0$ для $i = 3-6$.

Используя правила построения дисперсионного уравнения, находим определитель восьмого порядка, раскрывая который, получаем следующее выражение:

$$\begin{aligned}
 D(\{\gamma_i\}) = & \cos \Omega - (1-w)^{1/2} \sum_{i=1,2,7,8} \cos \Omega_i + \\
 & + (1-w)(\cos \Omega_{1,2} + \cos \Omega_{1,7} + \cos \Omega_{1,8} + \\
 & + \cos \Omega_{2,7} + \cos \Omega_{2,8} + \cos \Omega_{7,8} - \cos \Omega_{3,5} - \\
 & - \cos \Omega_{4,5} - \cos \Omega_{1,2,3,5} - \cos \Omega_{1,2,4,5}) - \\
 & - (1-w)^{3/2}(\cos \Omega_{1,2,7} + \cos \Omega_{1,2,8} + \cos \Omega_{1,7,8} + \\
 & + \cos \Omega_{2,7,8}) + (1-w)^{1/2}(1-w^s)(\cos \Omega_{1,3,5} + \\
 & + \cos \Omega_{3,5,7} + \cos \Omega_{2,4,6} + \cos \Omega_{4,6,8}) + \\
 & + (1-w)^{1/2}(1-w^0)(\cos \Omega_{2,3,5} + \\
 & + \cos \Omega_{3,5,8} + \cos \Omega_{1,4,6} + \cos \Omega_{4,6,7}) + \\
 & + (1-w)^2 \cos \Omega_{1,2,7,8} - (1-w^s)^2 \cos \Omega_{1,3,5,7} - \\
 & - (1-w^0)^2 \cos \Omega_{1,4,6,7} - (1-w^s)(1-w^0) \times \\
 & \times (\cos \Omega_{1,3,5,8} + \cos \Omega_{1,4,6,8}) + w^0 w^s (\cos \Omega_{1,3,6,7} + \\
 & + \cos \Omega_{1,4,5,7} - \cos \Omega_{1,3,6,8} - \cos \Omega_{1,4,5,8}) = 0,
 \end{aligned}
 \tag{91}$$

где w^0 и w^s взяты из (3), (53), а для сокращения записи в (91) используются обозначения Ω , аналогичные (79):

$$\begin{aligned}
 \Omega &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \gamma_i, \quad \Omega_j = \Omega - \gamma_j, \\
 \Omega_{j,k} &= \Omega_j - \gamma_k, \quad \Omega_{j,k,l} = \Omega_{j,k} - \gamma_l, \quad \dots
 \end{aligned}$$

В пренебрежении влияния СОВ на МП ($\alpha = 0$) рассматриваемая МП-конфигурация вырождается в две независимые МП-конфигурации для каждого направления спина. Дисперсионная функция (91) распадается на два множителя, соответствующих движению ЭП в условиях МП со спинами вверх и вниз:

$$\begin{aligned}
 D^0(\{\gamma_i\}) = & -2 \left(\sin \frac{\gamma_1 + \gamma_3 + \gamma_5 + \gamma_7}{2} + \right. \\
 & + (1-w)^{1/2} \sin \frac{\gamma_1 - \gamma_3 - \gamma_5 - \gamma_7}{2} + \\
 & + (1-w)^{1/2} \sin \frac{\gamma_7 - \gamma_1 - \gamma_3 - \gamma_5}{2} - \\
 & \left. - (1-w) \sin \frac{\gamma_1 + \gamma_7 - \gamma_3 - \gamma_5}{2} \right) \times \\
 & \times \left(\sin \frac{\gamma_2 + \gamma_4 + \gamma_6 + \gamma_8}{2} + \right. \\
 & + (1-w)^{1/2} \sin \frac{\gamma_2 - \gamma_4 - \gamma_6 - \gamma_8}{2} + \\
 & + (1-w)^{1/2} \sin \frac{\gamma_8 - \gamma_2 - \gamma_4 - \gamma_6}{2} - \\
 & \left. - (1-w) \sin \frac{\gamma_2 + \gamma_8 - \gamma_4 - \gamma_6}{2} \right) = 0.
 \end{aligned}
 \tag{92}$$

При полном пренебрежении спиновым расщеплением (во всех γ_i необходимо положить $\gamma_i^s = 0$ (см. (60)) каждый сомножитель совпадает с дисперсионной функцией для "бесспиновой" МП-конфигурации [6].

Аналогично рассмотренному выше примеру (а) приведем дисперсионные уравнения в предельных случаях.

При $w = 0$ дисперсионная функция в (91) принимает вид

$$\begin{aligned}
 D_{w=0}(\{\gamma_i\}) = & -32 \sin \frac{\gamma_1}{2} \sin \frac{\gamma_2}{2} \sin \frac{\gamma_3 + \gamma_5}{2} \times \\
 & \times \sin \frac{\gamma_4 + \gamma_6}{2} \sin \frac{\gamma_7}{2} \sin \frac{\gamma_8}{2}.
 \end{aligned}
 \tag{93}$$

Электроны движутся по своим орбитам, не переходя из зоны в зону. С учетом периодичности слагаемые Rn_i в фазах $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_7, \gamma_8$ сохраняются. ЭП в зонах, которым принадлежат участки 1, 2, 7, 8, движутся по инфинитным траекториям с сохранением проекции спина на магнитное поле. Это приводит к возникновению непрерывного спектра. В зоне, которой принадлежат участки 3, 4, 5, 6, движение ЭП остается финитным и правила квантования (19) сохраняют силу.

При $w = 1$ образуются замкнутые траектории, составленные из восьми участков (1-2)–(3-4)–(7-8)–(5-6) с противоположно направленными спинами. Дисперсионное уравнение (91) в этом случае принимает вид

$$\begin{aligned}
 D_{w=1}(\{\gamma_i\}) = & \cos \Omega - \frac{1}{(1+\alpha^3)^2} [\cos \Omega_{1,3,5,7} + \\
 & + \alpha^2 (\cos \Omega_{1,3,5,8} - \cos \Omega_{1,3,6,7} + \cos \Omega_{1,3,6,8} + \\
 & + \cos \Omega_{1,4,5,8} - \cos \Omega_{1,4,5,7} + \cos \Omega_{1,4,5,8}) + \\
 & + \alpha^4 \cos \Omega_{1,4,6,7}] = 0.
 \end{aligned}
 \tag{94}$$

Легко убедиться, что зависимость от непрерывного параметра R в (94) исчезает, поскольку во всех аргументах косинусов фазы, отвечающие разным направлениям движения ЭП, входят в виде парных сумм. Следовательно, в случае полного пробоя ($w = 1$, $H \gg H_0$) мы получаем дискретный спектр. Как и в случае (6), при малых значениях τ возникают узкие зоны (см. следующий раздел).

В заключение этого раздела заметим, что возможны открытые МП-конфигурации, в которых $\sum_{i=1}^N n_i \neq 0$. Это приводит к своеобразному спектру с отличной от нуля средней скоростью ЭП, участвующих в МП. Мы не будем останавливаться на этом случае, поскольку он достаточно подробно рассмотрен в [6].

3.3. Фазовый спектр ЭП в условиях КМП.

Проблемы вычисления энергетического спектра и g -фактора ЭП в условиях развитого МП

Перед тем как перейти к численным оценкам МП-спектра для рассмотренной в предыдущем разделе простой МП-конфигурации с одним МП-узлом, кратко обсудим проблемы, возникающие в общем случае.

Процедура построения дисперсионных D -функций (см. (74)), нули которых определяют МП-спектр, разработана лишь для одномерных МП-конфигураций [6, 9]. Естественно, что в этом случае задача может быть решена только для периодических МП-конфигураций, возникающих при выделенных направлениях магнитного поля. Даже при малых отклонениях магнитного поля от соответствующих осей кристалла свойства открытых МП-конфигураций (см., например, рис. 4в и 4г) могут сильно измениться. Это происходит из-за того, что площади замкнутых петель, лежащих в различных элементарных ячейках $\mathbf{p}$ -пространства, становятся несоизмеримыми друг с другом. Как показано Слуцким и Гореликом [47], возникающая слабая аперидичность МП-конфигураций приводит к возможности квантовой локализации ЭП в условиях МП.

В случае двумерных МП-конфигураций задача еще более усложняется. Правильнее здесь говорить о двумерных МП-сетях (см. раздел 1), поскольку для анализа спектра гексагональной (Пиппард [4]) и прямоугольной сети (Чамберс [52, 53]) рассматривались траектории ЭП в реальном пространстве. Даже для указанных симметричных ситуаций возникает проблема, связанная с тем, что характерный период МП-сети, образуемый круговыми орбитами ЭП и обратно пропорциональный магнитному полю, становится соизмеримым с периодом пространственной решетки кристалла лишь при особых дискретных значениях поля H . Только для таких значений H и удастся построить спектр фаз (см. ниже), который в общем случае не может быть трансформирован в энергетический спектр [8], что усложняет интерпретацию результатов.

Вернемся к обсуждению вопросов, связанных с учетом спиновых степеней свободы ЭП в условиях МП. Естественно, что по сравнению с бесспиновым случаем задача вычисления МП-спектра усложняется. Это обусловлено как удвоением порядка определителя (73), из которого получается дисперсионная функция, так и появлением в фазе спинового вклада, связанного с g -фактором ЭП.

Для нахождения МП-спектра при произвольной вероятности w необходимо численно найти множество

решений образующихся трансцендентных уравнений (74), (75), представляющих собой конечные тригонометрические полиномы относительно фаз, набираемых ЭП на различных участках МП-конфигурации. Тем самым при разных значениях w и p_z из множества решений $\gamma_i(E, p_z)$ строится фазовый спектр. Естественно, что для топологически разных (открытых и закрытых) МП-конфигураций возникнут разные типы спектра. Открытые МП-конфигурации будут характеризоваться спектром типа магнитных зон, что значительно увеличивает объем вычислений.

Далее возникает проблема извлечения энергетического спектра из фазового спектра. Получающиеся при этом спиновые расщепления и должны давать g -фактор ЭП в условиях МП. Естественно, что g -фактор будет функцией от p_z , вероятности МП w , параметра СОВ α и номера ветви спектра. В общем случае, не задаваясь конкретным законом дисперсии ЭП в отсутствие МП (1), можно построить фазовый спектр ЭП в условиях МП [69–71], который мы и обсудим ниже.

Проиллюстрируем результаты предыдущего раздела и проведем анализ МП-спектра для МП-конфигураций, представленных на рис. 4, при фиксированном значении p_z . Сначала разберем МП-конфигурацию типа "двойная восьмерка" с одним МП-узлом (рис. 4а). В качестве фазовой переменной выступает

$$x = \frac{cS_1}{\pi e \hbar H}, \quad S_3 = \frac{11}{3} S_1. \quad (95)$$

Здесь $S_1 = S_2$ — "бесспиновая" площадь (83) верхней петли. Указанное соотношение между площадями участков выбрано для удобства сравнения с [8, 46] (см. ниже). Для того чтобы g -факторы были несоизмеримыми, параметры спинового расщепления выбирались как

$$g_1^s = g_1 \frac{m_1}{2m} = \frac{\sqrt{2}}{3}, \quad g_3^s = \frac{\sqrt{3}}{2}. \quad (96)$$

Значения переменной x , при которых $D(\gamma) = D(x) = 0$, в соответствии с классификацией [8] дают фазовый спектр. На рис. 6 представлены графики зависимости "фазы" x от полной вероятности МП w при различных значениях α . Значение $w = 1$ соответствует полному пробоя, $w = 0$ — его отсутствию.

На рис. 6а показан спектр полностью "бесспиновой" ситуации, когда не учитывается спиновое расщепление ($g_1^s = g_3^s = 0$) и СОВ ($\alpha = 0$). Этот фазовый спектр порождается любым из сомножителей дисперсионной функции (80). Его физический смысл легко понять, рассмотрев периодичность в простых предельных случаях.

В отсутствие пробоя имеется два набора эквидистантных уровней ($n = 0, 1, 2, \dots$):

$$x_{1,n}^{(a)}(w=0) = \frac{6}{11} \left(n + \frac{1}{2} \right), \quad x_{2,n}^{(a)}(w=0) = 2 \left(n + \frac{1}{2} \right). \quad (97)$$

Первый набор соответствует движению ЭП по нижней "бесспиновой" петле, второй — по верхней (рис. 4а). В соответствии с (97) в интервале $0 \leq x \leq 3$ укладывается $6 + 1 = 7$ ветвей.

При полном пробое образуется эквидистантный спектр, соответствующий полной площади восьмерки

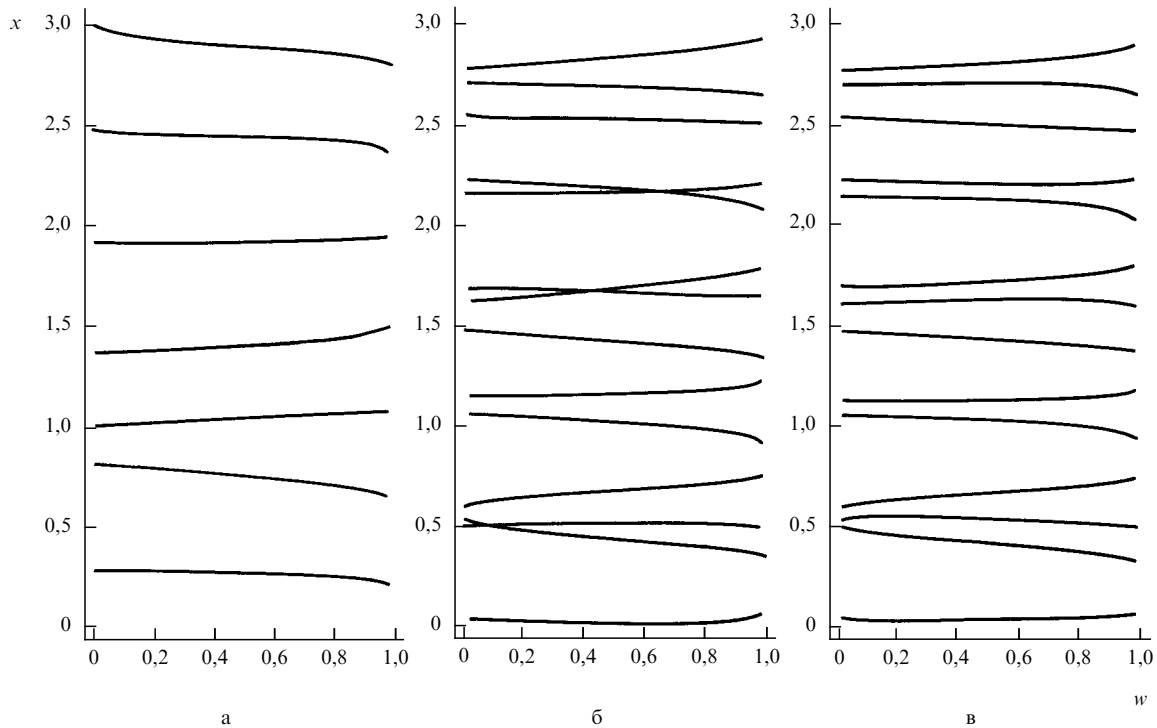


Рис. 6. Фазовый спектр "двойной восьмерки" (рис. 4а): (а) $g_1 = g_2 = 0$, $\alpha = 0$ — "бесспиновый" случай; (б) $g_1^s = \sqrt{2}/3$, $g_3^s = \sqrt{3}/2$, $\alpha = 0$, каждый "бесспиновый" уровень расщепился на два, появились три точки "случайного" пересечения уровней; (в) $g_1^s = \sqrt{2}/3$, $g_3^s = \sqrt{3}/2$, $\alpha = 0,8$, спиновые свойства учтены полностью, "случайное" вырождение снимается СОВ

($n = 0, 1, 2, \dots$):

$$x_n^{(a)}(w=1) = \frac{3}{7} \left(n + \frac{1}{2} \right). \quad (98)$$

Естественно, что учет спинового расщепления удваивает число корней дисперсионного уравнения $D(x) = 0$ и ветвей спектра. Это хорошо видно из рис. 6б и 6в.

В случае, когда СОВ не учитывается и спин ЭП при прохождении МП-узлов не переворачивается ($\alpha = 0$; см. (80)), в спектре при определенных значениях w (или H) могут возникнуть точки "случайного" вырождения. На рис. 6б хорошо видны три области такого вырождения. В предельных случаях наборы уровней определяются следующими выражениями:

$$\begin{aligned} x_{1,n}^{(6)}(w=0) &= \frac{6}{11} \left(n + \frac{1}{2} \right) \mp \frac{3}{11} g_3^s, \\ x_{2,n}^{(6)}(w=0) &= 2 \left(n + \frac{1}{2} \right) \mp g_1^s, \end{aligned} \quad (99)$$

$$x_n^{(6)}(w=1) = \frac{3}{7} \left(n + \frac{1}{2} \right) \mp \frac{3}{14} (g_1^s + g_3^s). \quad (100)$$

Верхний знак соответствует эффективному спину, направленному вверх. Последнее слагаемое в (100) определяет параметр спинового расщепления в случае $w = 1$ и соответствует среднему g -фактору (89), (90).

Наконец, на рис. 6в показана ситуация, полностью учитывающая СОВ ($\alpha = 0,8$) и определяемая дисперсионным уравнением (78). Заметим, что даже слабое СОВ снимает "случайное" вырождение в фазовом спектре. Как следует из общих формул (81), (82), при $w = 0$ спектр полностью совпадает со спектром (99) при $\alpha = 0$. При $w = 1$ образуются два эквидистантных набора

уровней с $\Delta x = 3/7$ (как и на рис. 6в, но отвечающие разным направлениям *эффективного* спина — n четное и нечетное соответственно) и с *другим* по сравнению с формулой (100) спиновым расщеплением (примерно в 1,3 раза большим). Тем самым подтверждается вывод, сделанный при обсуждении общей формулы (88), об образовании в этом предельном случае новых эффективных квазиклассических состояний со спинами вверх и вниз.

В общем случае развитого МП ($w(1-w) \neq 0$) не представляется возможным выделить какую-либо закономерность в поведении спинового расщепления, которое немонотонным образом начинает зависеть и от номера ветви спектра. Это косвенным образом говорит о том, что полный электронный g -фактор даже такой простой МП-конфигурации сложным образом зависит от параметров задачи. Как уже говорилось, задача о выделении из решений дисперсионного уравнения состояний, отвечающих различным направлениям эффективного спина, и, следовательно, прямого нахождения эффективного g -фактора из фазового спектра для произвольных w и α до сих пор не решена.

Рассмотрим непрерывный спектр, возникающий в случае простой открытой МП-конфигурации (рис. 4в), разобранный в предыдущем разделе в случае (б). Фазовый спектр приведен на рис. 7. Случай (а) соответствует полностью "беспиновой" ситуации. В случае (б) спиновые степени свободы полностью учтены ($\alpha = 0,8$). Фазовые соотношения и параметры спинового расщепления определяются выражениями (95), (96).

В пределе сильного МП ($w = 1$) ЭП движутся по замкнутым составным орбитам и возникает дискретный спектр, полностью совпадающий со спектром, приведенным для $w = 0$ на рис. 6а и 6в соответственно. Это

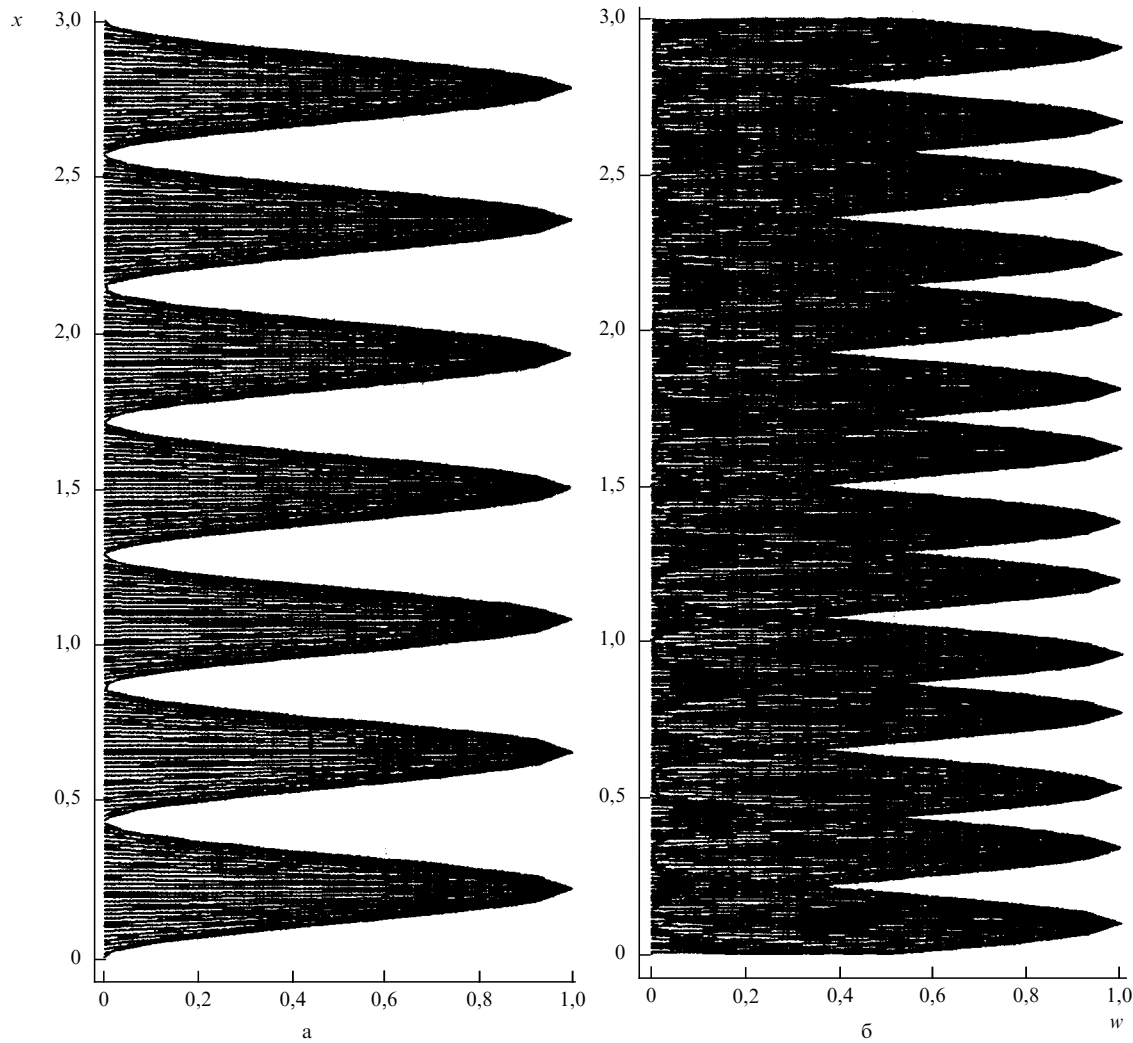


Рис. 7. Фазовый спектр открытой МП-конфигурации с одним МП-узлом (рис. 4в): (а) "бесспиновый" случай; (б) спиновые свойства учтены полностью

понятно, поскольку в этих предельных случаях площади замкнутых фигур совпадают. При этом для "бесспинового" спектра выполняются соотношения (97). Спектр становится полностью непрерывным при $w = 0$ (рис. 7а) и при $w \approx 0,4$ (рис. 7б). Это связано с тем, что во втором случае происходит наложение двух наборов магнитных зон, отвечающих разным направлениям спина.

На более простом примере (рис. 7а) разберем поведение спектра вблизи своеобразных точек неустойчивости: $w = 1$ и $w = 0$. Удобно сделать это в терминах величины $\tau = \sqrt{1 - w}$. Из равенства нулю первого сомножителя дисперсионной функции (80) и определения фазовой переменной (95) следует, что для любого τ спектр определяется соотношением

$$\begin{aligned} \cos \frac{\tilde{\gamma}_1 + \tilde{\gamma}_3}{2} &= \tau \cos \left(\frac{\tilde{\gamma}_1 - \tilde{\gamma}_3}{2} + R \right) \Rightarrow \\ &\Rightarrow -\tau \leq \cos \frac{\tilde{\gamma}_1 + \tilde{\gamma}_3}{2} \leq \tau. \end{aligned} \quad (101)$$

Здесь мы выделили непрерывный параметр $R(P_x)$ (см. (58)), а $\tilde{\gamma}_i = \gamma_i - Rn_i$. При малых τ существуют довольно узкие уровни допустимых значений $\tilde{\gamma}_1 + \tilde{\gamma}_3 = (14/3)x$, повторяющихся через интервал $3/7$ (см. (98)).

Аргумент косинуса, стоящего в (101) слева от знака равенства, можно представить в виде $\pi/2 + \pi l + \delta$, где

два первых слагаемых отвечают за положение уровня дискретного спектра при $\tau = 0$, а $\max |\delta|$, зависящий от τ , определяет полуширину магнитной зоны. При $\tau \rightarrow 0$ значение δ тоже мало и, следовательно,

$$\max |\delta| \approx \tau = \sqrt{1 - w}. \quad (102)$$

В другом предельном случае ($\tau \rightarrow 0$) из (101) легко получить оценку для полуширины возникающих в непрерывном спектре "пустых" зон запрещенных состояний, располагающихся вблизи $x_n = (3/7)n$ ($n = 0, 1, 2, \dots$):

$$\max |\tilde{\delta}| = \arccos \tau \approx \sqrt{2(1 - \tau)} \approx \sqrt{w}.$$

В заключение этого раздела рассмотрим МП-спектр открытой МП-конфигурации с двумя МП-узлами (рис. 4г), приведенный на рис. 8. Частный случай похожей МП-сети, образованной из круговых орбит, разобран Пиппардом [46] и подробно изложен в [8]. Поэтому мы ограничимся лишь компьютерной иллюстрацией и кратким обсуждением.

Для симметричного "бесспинового" случая имеем

$$\gamma_{1,7} = \tilde{\gamma}_1 \pm R = \frac{11}{3} \pi x \pm R, \quad \gamma_3 = \gamma_5 = \pi x + \frac{\pi}{2}.$$

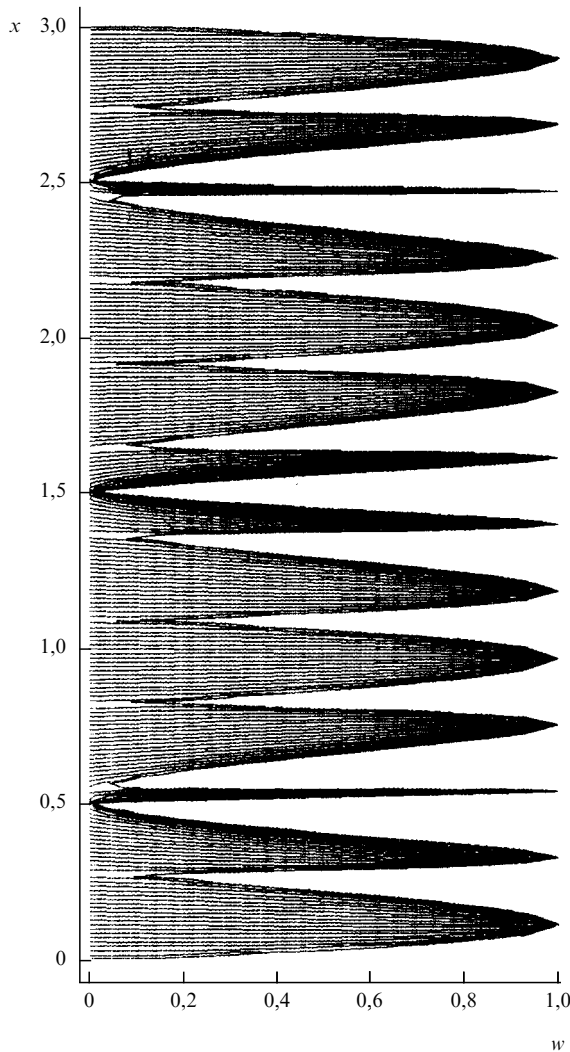


Рис. 8. Фазовый спектр открытой МП-конфигурации с двумя МП-узлами (рис. 4г) без учета спиновых степеней свободы (аналог фазовой схемы, приведенной в [4, 8])

Теперь обозначения, использованные в [8], соответствуют нашим с точностью до учета точек поворота (59) на линзообразных двугрульных орбитах ($\pi/2$ в последнем соотношении). В результате весь спектр у нас сдвинут по x на $1/2$ по сравнению со схемой, приведенной в [8], причем наша фазовая переменная x совпадает с ξ , а τ с переменной q .

Спектр разрешенных значений легко получить из (92):

$$\cos R = \frac{\tau^2 \sin(\tilde{\gamma}_1 - \gamma_3) - \sin(\tilde{\gamma}_1 + \gamma_3)}{2\tau \sin \gamma_3}. \quad (103)$$

Если τ в точности равняется нулю, то возникает дискретный спектр, соответствующий движению ЭП по составной замкнутой орбите 1-3-7-5:

$$x_n(w=1) = \frac{3}{14} \left(n + \frac{1}{2} \right). \quad (104)$$

Аналогично выводу выражения (102) для полуширины разрешенных уровней в случае малых τ из (103) получаем

$$\max |\delta| = 2\tau |\sin \gamma_3| = 2\tau |\sin(2\pi x)|.$$

Это уширение периодически изменяется с частотой $\Delta x = 1$, что соответствует площади линзообразной орбиты $S_3 + S_5$. Осцилляции хорошо видны на рис. 8 для $w = 1$. Естественно, что при фурье-анализе МП-спектра дополнительно к компоненте с этой частотой возникает более интенсивная компонента (104) с частотой $\Delta x = 3/14$, а также их гармоники [46].

В противоположном предельном случае ($\tau \rightarrow 1$ или $w \rightarrow 0$) возникают периодические нарушения непрерывности спектра при ($n = 0, 1, 2, \dots$)

$$x_n^{(1)}(w=0) = n + \frac{1}{2}, \quad (105)$$

что отвечает площади линзы 3-5. При $x_n^{(2)} = (6/7)n$ также имеются нарушения непрерывности спектра. Слабая выраженность последних связана с тем, что в данном предельном случае движение ЭП по большой орбите 1-3-7-5 происходит с весьма малой вероятностью: ЭП необходимо пробиться последовательно через четыре МП-узла с вероятностями $w \rightarrow 0$!

Фазовый спектр, изображенный на рис. 8, строился наложением спектров, соответствующих сорока различным значениям переменной R . Поэтому из него хорошо видно, что более темные участки сгущения уровней сливаются при $w = 0$, где они переходят в многократно вырожденные уровни (105).

3.4. Основные тождества теории МП

Для вычисления различных макроскопических характеристик металла МП-спектры (76), (77) необходимо дополнить формулами, определяющими матричные элементы физических величин в представлении стационарных векторов состояния $|\eta\rangle$ [6]. Символом η обозначен полный набор квантовых чисел, характеризующих стационарное состояние (55): $\eta = (n, p_z, P_y)$. Так как время пребывания ЭП в МП-узле весьма мало, то матричные элементы в η -представлении можно вычислить, экстраполируя (55) на все $\mathbf{r}$ -пространство.

Классическим физическим величинам $\hat{f}$, которые являются плавными функциями квазиимпульса: $\hat{f} = f_i(\hat{\mathbf{p}})$, в теории МП сопоставляются соответствующие аналоги. Типичным примером величин $\hat{f}$ может служить скорость электрона $v_i(\mathbf{p})$ (см. (7), где вместо ε_{ms} ставится МП-спектр). Операторы $\hat{f}$ вдали от узлов МП строятся по принципу соответствия — путем замены (11).

Применяя $f_i(\hat{\mathbf{p}})$ к волновой функции (55) и учитывая (11), (13), после разложения разности фаз квазиклассических экспонент по $E_\eta - E_{\eta'}$ для матричных элементов операторов получаем

$$\begin{aligned} \langle \eta' | \hat{f} | \eta \rangle &= \delta_{P_y, P_y'} \delta_{p_z, p_z'} \sum_i^N c_i^*(\eta') c_i(\eta) \times \\ &\times \int_0^{T_i} \hat{f}_{m(i)}(t_i, E_\eta, p_z) \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} (E_\eta - E_{\eta'}) t_i \right\} dt_i. \end{aligned} \quad (106)$$

Переменная интегрирования t_i — время классического движения по участку i , началу участка i соответствует $t_i = 0$. При получении (106) отброшены перекрестные слагаемые $\langle \Psi_i | \Psi_{i'} \rangle$, что возможно из-за быстрых осцилляций квазиклассических экспонент, содержащихся в (13).

Для полноты описания динамики ЭП в условиях МП необходимо учесть условие нормировки стационарной волновой функции (55) на единицу. Нормировку волновых функций отдельных участков Ψ_i удобно выбрать так, чтобы $\langle \Psi_i | \Psi_i \rangle$ было равно времени T_i прохождения ЭП участка i . Тогда

$$\sum_{i=1}^N |c_i|^2 T_i = 1. \quad (107)$$

Таким образом, $c_i \sqrt{T_i}$ имеет смысл амплитуды вероятности обнаружения на i -участке ЭП, находящегося в стационарном состоянии Ψ .

Формулы (56), (71) и (106) совместно с условием нормировки (107) образуют полный набор соотношений, необходимых для вычисления любых кинетических и термодинамических величин в условиях МП. Важно подчеркнуть, что вместе с амплитудами $c_i(\eta)$ и энергией E_η матричные элементы $\langle \eta' | \hat{f} | \eta \rangle$ быстро и хаотически меняются с изменением p_z . Это создает качественно новую ситуацию в кинетике ЭП и полностью перестраивает структуру кинетических коэффициентов по сравнению с квазиклассикой, описанной, например, в [11]. Более того, нерегулярная зависимость матричных элементов (106) от η и η' дополнительно усложняет задачу их вычисления. Заранее даже не очевидно, являются ли в данном случае кинетические коэффициенты регулярными функциями параметров задачи ($\mathbf{H}$, ω , t и т. д.) или они имеют столь же хаотическую структуру, как E_η и амплитуды $c_i(\eta)$.

Указанные трудности были, однако, преодолены благодаря элементам регулярности в квазислучайном МП-спектре. Эта регулярность позволила развить формализм [18, 45, 49], на основе которого были получены аналитические выражения как для (быстро осциллирующих по $\mathbf{H}$ частей) линейного отклика кинетических коэффициентов, так и для плотности числа состояний $v(E, p_z)$.

Формализм основан на том принципиальном для дальнейшего факте, что хаотическая зависимость амплитуд $c_i(\eta)$ выражается непосредственно в терминах МП-спектра E_η , поскольку согласно (55) амплитуды

$$c_i(\eta) = \bar{c}_i(\gamma(E_\eta, p_z)), \quad (108)$$

где $\bar{c}_i(\gamma)$ — плавная аналитическая 2π -периодическая функция N аргументов.

Приведем аналитическое выражение для плотности числа состояний $v(E, p_z)$ при $w(1-w) \neq 0$ для произвольной замкнутой МП-конфигурации:

$$v(E, p_z) = \sum_n \delta(E - E(n, p_z)). \quad (109)$$

Напомним, что в случае учета СОВ спиновые степени свободы скрыты в номере решения дисперсионного уравнения n .

Используя известное равенство

$$\delta[f(x)] = \sum_i \frac{\delta(x - x_i)}{|\partial f / \partial x|_{x=x_i}},$$

где x_i — корни уравнения $f(x) = 0$, имеем

$$v(E, p_z) = \left| \frac{\partial D(\gamma(E, p_z))}{\partial E} \right| \delta[D(\gamma(E, p_z))]. \quad (110)$$

Переходя от производной по энергии $\partial D / \partial E$ к производной по фазам $\partial D / \partial \gamma_i$, получаем выражение плотности числа состояний через нули дисперсионной функции и ее производные:

$$v(E, p_z) = \sum_{i=1}^N \frac{T_i}{\hbar} \left| \frac{\partial D(\gamma)}{\partial \gamma_i} \right| \delta[D(\gamma)], \quad (111)$$

где T_i — период обращения по i -й замкнутой орбите (см. (11)).

Дисперсионные функции были найдены для некоторых конкретных МП-конфигураций [6, 46, 9, 69–71] (см. разделы 3.2 и 3.3) как с учетом, так и без учета спиновых степеней свободы. Однако вычисление плотности числа состояний по формуле (111) даже для простой МП-конфигурации с одним МП-узлом наталкивается на математические трудности.

Процедуру нахождения общих аналитических выражений для матричных элементов физических величин можно облегчить, если воспользоваться двумя тождествами, которым удовлетворяет (см. (108), (109)) плотность состояний $v(E, p_z)$ и квадратичная комбинация амплитуд $\bar{c}_i^*(\gamma) \bar{c}_i(\gamma)$ [49]:

$$v(E, p_z) \equiv \frac{1}{2\pi\hbar} \sum_{i=1}^N T_i \mathcal{F}_{i,i}(\gamma(E, p_z)), \quad (112)$$

$$\bar{c}_i^*(\gamma) \bar{c}_{i'}(\gamma) \equiv \frac{\mathcal{F}_{i,i'}(\gamma)}{\sum_{i=1}^N T_i \mathcal{F}_{i,i'}(\gamma)}, \quad (113)$$

где матрица $\mathcal{F}_{i,i'}(\gamma)$ представляет собой сумму производящих функций и единичной матрицы:

$$\mathcal{F}_{i,i'}(\gamma) = F_{i,i'}(\gamma + i0) + F_{i',i}^*(\gamma + i0) + \delta_{i,i'}. \quad (114)$$

Появление $i0$ задает правило обхода сингулярностей, возникающих на спектральной N -мерной D -поверхности, которая определяется равенством (75) и на которой $F_{i,j}(\gamma)$ обращается в бесконечность.

В заключение этого раздела подчеркнем, что с учетом спиновых степеней свободы ЭП во всех приведенных выражениях индекс i несет информацию не только о номере участка, но и о направлении спина на этом участке. Кроме того, фазы γ содержат спиновый вклад (60).

4. МП-осцилляции гальваномангнитных характеристик металла с учетом спиновых степеней свободы

Хорошо известно [6], что природа квантовых осцилляций кинетических коэффициентов (эффект Шубникова–де Гааза) в поочередном прохождении дискретных квазиклассических уровней через энергию Ферми при изменении магнитного поля. Асимптотические зависимости кинетических коэффициентов в больших и малых полях существенно связаны с характером движения ЭП. Их можно вычислить в квазиклассическом приближении и получить ответ в виде интегралов по ПФ [11].

Из раздела 3 становится очевидным, что МП приносит много нового в характер движения ЭП. Существенно усложняется энергетический спектр. Отсюда следует, что структура МП-осцилляций качественно

сложнее, чем в квазиклассике. Более того, различие между квазиклассическими и МП-осцилляциями не сводится к усложнению структуры МП-уровней и осцилляций плотности числа состояний. В основе МП-осцилляций лежит интерференция квазиклассических волн, рассеивающихся на МП-узлах в $\mathbf{p}$ -пространстве. Кроме того, появляются эффекты, связанные со спиновыми свойствами ЭП.

Наиболее ярко эффекты МП проявляются в МП-осцилляциях кинетических коэффициентов ряда металлов: Be, Mg, Zn, Al, Sn и др., МП-конфигурации которых содержат малые замкнутые орбиты (см., например, для Zn рис. 3б). Линейные размеры этих орбит много меньше постоянной обратной решетки [55], и ЭП основное время проводит на больших квазиклассических участках. Этот случай интересен также тем, что часто появление малых орбит связано с существованием малых полостей ПФ, для формирования которых, как правило, существенна роль СОВ [10, 100]. Как отмечалось в разделе 3.3, это нередко приводит к большим отклонениям g -фактора ЭП от его значения для свободного электрона и малым значениям циклотронной массы. Последнее говорит о малости ларморовского периода T_{cq} , описывающего движение ЭП по малым орбитам, по сравнению с характерным временем пребывания на больших орбитах T_c . Индексом q здесь и далее в этом разделе мы будем отмечать величины, относящиеся к малым орбитам.

Для малых орбит условия (54а), (54б) когерентного движения ЭП выполняются при менее жестких ограничениях на чистоту металла и температуру по сравнению с орбитами, линейные размеры которых порядка вектора обратной решетки. При этом возможна ситуация *промежуточного* МП:

$$T_c \gg \tau_{s,a} \gg T_{cq}, \quad (115)$$

когда при движении ЭП по большим орбитам фаза волновой функции сбивается (стохастический МП), а по малым орбитам ЭП движется когерентным образом. При промежуточном МП, конечно, выполняется обычное для классических гальваномагнитных явлений условие $\tau_p \gg T_c$. Малость орбит позволяет рассматривать их как своеобразные "квантовые переключатели", управляющие движением ЭП по МП-конфигурации. Их называют эффективными МП-узлами, а соответствующую им s -матрицу — эффективной.

Известны металлы, МП-конфигурации в которых содержат малые орбиты двугольного и треугольного типов [5, 6, 8] (рис. 9а и 9б). Именно для таких орбит мы приведем эффективные s -матрицы и вероятности прохождения эффективных МП-узлов P , Q и P_A , P_B , P_C соответственно с учетом спиновых степеней свободы.

Существование когерентного движения по малым орбитам в условиях МП приводит к осцилляциям кинетических коэффициентов с периодом, соответствующим площади малой орбиты [5–8, 55]. Посмотрим, как изменятся эти осцилляции при учете спиновых степеней свободы и СОВ, тем более что теория Фаликова, Пиппарда, Зиверта (FPS) [55], объяснившая существование, форму и порядок величины таких осцилляций, не могла корректно объяснить экспериментально наблюдаемую структуру двойных пиков осцилляций гальваномагнитных характеристик для Zn [101].

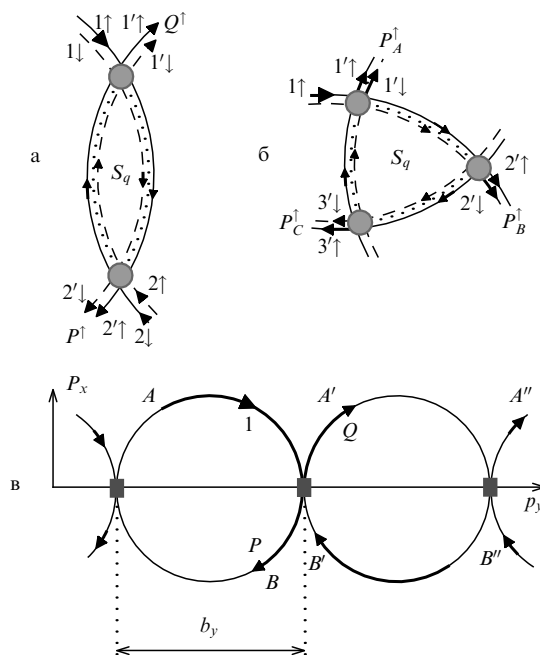


Рис. 9. Малые орбиты: (а) двугольная орбита; (б) треугольная орбита; (в) редуцированная МП-конфигурация, соответствующая рис. 4г. Роль эффективных МП-узлов выполняют малые двугольные орбиты. Для наглядности спиновые расщепления не показаны

Прежде чем перейти к сравнению теории МП с переворотом спина [65,66] и известных экспериментальных гальваномагнитных характеристик реального МП металла, разберем эту теорию на простой модели металла [64], представленной на рис. 4г. Эта модель без учета спиновых степеней свободы для круговых орбит в приложении к гальваномагнитным свойствам подробно анализировалась в обзоре Старка и Фаликова [5] и книге Шёнберга [8]. Поэтому мы сразу увидим отличия, связанные с учетом спина ЭП.

Начнем же этот раздел с общих положений, касающихся описания гальваномагнитных свойств металлов в условиях МП.

4.1. Статический тензор проводимости в условиях стохастического МП

Как отмечалось в разделе 3, характер движения ЭП в условиях МП чрезвычайно чувствителен к малоугловому рассеянию. В этом случае необходимо строить последовательную кинетическую теорию, основой которой должно быть квантовое кинетическое уравнение для неравновесной части одноэлектронной матрицы плотности [19]. Однако во многих физически интересных случаях можно ограничиться квазиклассическим приближением. Оно работает не только в случае стохастического МП, но и при когерентном МП, когда выполнено условие (54а) [6]. Здесь мы ограничимся получением тензора проводимости $\hat{\sigma}$ в случае стохастического МП (см. (54в)) как функции магнитного поля, основываясь на решении линеаризованного кинетического уравнения Больцмана.

В условиях стохастического МП создается своеобразное эргодическое распределение ЭП по МП-конфигурации. МП начинает играть роль стохастического фактора, который перемешивает ЭП по всем квазиклассическим участкам. Роль времени релаксации играет время между двумя последовательными МП-рассеяниями. Оно опре-

деляется характерной циклотронной частотой ω_c и соответствующим значением вероятности МП. При этом компоненты тензора проводимости $\sigma_{\alpha\beta}$, конечно, зависят от топологии МП-конфигурации. В предельных случаях $w(1-w) \rightarrow 0$ участки МП-конфигурации превращаются в обычные открытые или замкнутые траектории: значения $\sigma_{\alpha\beta}$ начинают определять истинное время свободного пробега ЭП $\tau^* = \tau_p$ (см. (54)).

Вышеизложенному представлению соответствует кинетическое уравнение Больцмана с линеаризованным интегралом столкновений. Его общее решение в случае стохастического МП можно искать так же, как и в квазиклассическом случае (см., например, [11, 13]):

$$f_m(\mathbf{p}) = f_F(\mathbf{p}) - \frac{\partial f_F}{\partial E} \mathbf{E} \Psi_m(\mathbf{p}), \quad (116)$$

где $f_m(\mathbf{p})$ — обычная функция распределения, $f_F(\mathbf{p})$ — равновесная функция распределения Ферми–Дирака, $\mathbf{E}$ — электрическое поле, $\Psi_m(\mathbf{p})$ — некоторая векторная функция размерности длины, подлежащая определению. Она является квазиклассическим аналогом операторов типа (106).

Кинетические уравнения Больцмана при наличии постоянных электрических и магнитных полей удобно записать в естественных переменных E, p_z, t_i [13]. Тогда в низшем порядке по $\Psi_m(\mathbf{p})$ они приобретают вид

$$\frac{\partial \Psi_i}{\partial t_i} + \hat{I}_p \{\Psi_i\} = \mathbf{v}_i, \quad \hat{I}_p = \left(\frac{\partial f_F}{\partial E} \right)^{-1} \hat{I} \left(\frac{\partial f_F}{\partial E} \right), \quad (117)$$

где Ψ_i — значения функций $\Psi_m(\mathbf{p})$ на участках МП-сети в $\mathbf{r}$ -пространстве, $\hat{I}$ — линейный оператор столкновений.

Дифференциальные уравнения (117) по t_i требуют условий, которые играют роль граничных. Если при данных E и p_z траектория ЭП замкнута, то, очевидно, функция Ψ_i должна периодически зависеть от t_i . Если же траектория открыта, то граничным условием служит условие конечности Ψ_i при $t_i = \pm\infty$. Для простоты положим, что магнитное поле $\mathbf{H}$ имеет "хорошее" направление, при этом функция Ψ_i должна быть периодической с периодом обратной решетки [41]. Отличие от квазиклассической ситуации заключается в том, что в условиях стохастического МП функции Ψ_i испытывают скачки при переходе через МП-узлы. Это принципиально важно при вычислении тензора проводимости.

Таким образом, уравнения (117) и обычные граничные условия на Ψ_i должны быть дополнены стохастическими граничными условиями в МП-узлах. Они получаются в соответствии с описанным в разделе 3.1 процессом рассеяния волнового пакета. Рассуждая так же, как и при получении формулы (61), и используя унитарность s -матриц и обозначения рис. 2в, систему граничных условий можно представить в виде

$$\Psi_{i'} = \sum_{i=1}^N w_{i',i} \Psi_i, \quad (118)$$

где

$$w_{i',i} = |V_{i',i}^{(0)}|^2 \quad (119)$$

— вероятности МП, $\Psi_i = \Psi(T_i)$ — значения $\Psi_m(\mathbf{p}(t_i))$ на концах участков, входящих в МП-узел, $\Psi_{i'} = \Psi(0)$ — на началах выходящих участков. Граничные условия (118)

показывают, что поток частиц, вышедший из МП-узла по данному участку, например по участку $i' = 1$, собирается из частиц, двигавшихся по входящим участкам $i = 1, 3, 4$ с весами $1 - w, w^0, w^s$ соответственно.

Решение уравнений (117) совместно с граничными условиями (118) позволяют получить компоненты тензора проводимости $\sigma_{\alpha\beta}$, которые выражаются через Ψ_i по обычным квазиклассическим формулам:

$$\sigma_{\alpha\beta} = \frac{e^2}{(2\pi\hbar)^3} \frac{eH}{c} \sum_i \int \left(-\frac{\partial f_F}{\partial E} \right) dE \times \\ \times \int_0^{b_z} dp_z \int_0^{T_i} v_i^\alpha(t_i) \Psi_i^\beta(t_i) dt_i. \quad (120)$$

Таким образом, когда когерентность разрушена малоугловым рассеянием, МП начинает играть роль стохастического фактора, а характеристики малоуглового рассеяния не входят в окончательные выражения для $\sigma_{\alpha\beta}$.

4.2. Эффективные s -матрицы

и эффективные вероятности МП малых орбит

Процедуры вычисления эффективных s -матриц двуугольной и треугольной орбит очень похожи. Для "бесспинового" случая эта процедура описана в [6]. Поэтому здесь мы ограничимся получением этой s -матрицы на примере двуугольной орбиты, а для треугольной приведем выражения для первого столбца [64].

Ради наглядности вернемся к явной записи спинового индекса в номере участка $i_0\sigma$. Выражения для матричных элементов эффективной s -матрицы получаются из общей системы уравнений (56), если исключить из нее амплитуды $c_{i_0\sigma}$, относящиеся к внутренним участкам малых орбит (рис. 9а и 9б). Элементы $S_{i_0\sigma, i'_0\sigma'}^{\text{eff}}$ соединяют начальные участки $i_0\sigma$, входящие в эффективный МП-узел, с конечными участками $i'_0\sigma'$, выходящими из эффективного МП-узла как с одинаковыми, так и с противоположными направлениями спина.

Напомним, что ЭП, пройдя через одиночный МП-узел и оставшись в своей зоне, не меняют направления спина в соответствии со структурой s -матрицы (47): $S_{i_0\sigma, i'_0\sigma'} = 0$ при совпадении номеров зон: $m(i_0) = m(i'_0)$, и $\sigma \neq \sigma'$. Так, считая МП-узлы эквивалентными и записывая спиновые индексы в явном виде, для матричного элемента $S_{i_0\sigma, i'_0\sigma'}^{\text{eff}}$ двуугольной орбиты (рис. 9а) получаем ряд

$$S_{i_0\sigma, i'_0\sigma'}^{\text{eff}} = \tau \exp(-i\Lambda) - \\ - \left(\frac{\rho}{\beta} \right)^2 \left\{ \tau \exp[i(-\Lambda + \gamma_{q\uparrow})] + \tau^3 \exp[i(-\Lambda + 2\gamma_{q\uparrow})] + \dots \right\} - \\ - \alpha^2 \left(\frac{\rho}{\beta} \right)^2 \left\{ \tau \exp[i(-\Lambda + \gamma_{q\downarrow})] + \tau^3 \exp[i(-\Lambda + 2\gamma_{q\downarrow})] + \dots \right\}. \quad (121)$$

Первое слагаемое в (121) соответствует тому, что ЭП, начав двигаться по участку $i_0 = 1$, отражается от МП-узла и остается в своей зоне, второе — туннелированию ЭП без изменения направления спина. Каждый последующий член в фигурной скобке отличается от предыдущего одним оборотом ЭП вокруг малой орбиты и двумя отражениями от МП-узлов. Третье слагаемое в (121) аналогично второму, но с изменением направления спина при МП-туннелировании и оборотами вокруг

малой орбиты со спином вниз. При $H \neq 0$ ряд (121) легко суммируется:

$$S_{1\uparrow, 1\uparrow}^{\text{eff}} = \tau \exp(-iA) \left[1 - \frac{\rho^2}{1 + \alpha^2} \times \left(\frac{\exp(i\gamma_{q\uparrow})}{1 - \tau^2 \exp(i\gamma_{q\uparrow})} + \frac{\alpha^2 \exp(i\gamma_{q\downarrow})}{1 - \tau^2 \exp(i\gamma_{q\downarrow})} \right) \right]. \quad (122)$$

Для компактной записи матричных элементов эффективных s -матриц $S_{i_0\sigma, i_0\sigma'}^{\text{eff}}$ введем обозначения

$$G_{i_0, j_0}^{\eta} = \frac{\exp(i\gamma_{i_0, j_0}^{\eta})}{1 - \tau^l \exp(i\gamma_{q\eta})}, \quad i_0, j_0 = 1, 2, \dots, l, \quad (123)$$

где l — число участков малой орбиты (для рассматриваемой двуугольной орбиты $l = 2$),

$$\gamma_{q\eta} = \frac{cS_q}{\hbar eH} + \gamma_{q\eta}^s + lA \quad (124)$$

— фаза, набираемая ЭП на малой орбите (S_q — "бесспиновая" площадь малой орбиты, $\gamma_{q\eta}^s$ — спиновый вклад (60)), γ_{i_0, j_0}^{η} — неполная фаза (58), набираемая (рис. 9а) при движении ЭП на участках малой орбиты.

Индексы i_0 и j_0 в (123) относятся к фазе, которая набирается на внутренних участках малой орбиты по направлению движения ЭП при прохождении последовательно всех узлов между входящим (i_0) и выходящим (j_0) из эффективного МП-узла участками. Естественно, что при $i_0 = j_0$ фаза γ_{i_0, j_0}^{η} заменяется полной фазой $\gamma_{q\eta}$. Символ η используется для индексации спинового состояния малой орбиты.

Таким образом, матричные элементы $S_{1\sigma, 1'\sigma'}^{\text{eff}}$ для двуугольной орбиты имеют вид [64]

$$\begin{aligned} S_{1\uparrow, 1'\uparrow}^{\text{eff}} &= S_{2\uparrow, 2'\uparrow}^{\text{eff}} = \\ &= \tau \exp(-iA) \left[1 - \frac{\rho^2}{1 + \alpha^2} (G_{1,1}^{\uparrow} + \alpha^2 G_{1,1}^{\downarrow}) \right], \\ S_{1\downarrow, 1'\downarrow}^{\text{eff}} &= S_{2\downarrow, 2'\downarrow}^{\text{eff}} = \\ &= \tau \exp(-iA) \left[1 - \frac{\rho^2}{1 + \alpha^2} (\alpha^2 G_{1,1}^{\uparrow} + G_{1,1}^{\downarrow}) \right], \\ S_{1\uparrow, 1'\downarrow}^{\text{eff}} &= S_{2\uparrow, 2'\downarrow}^{\text{eff}} = S_{1\downarrow, 1'\uparrow}^{\text{eff}} = S_{2\downarrow, 2'\uparrow}^{\text{eff}} = \\ &= \tau \exp(-iA) \frac{\rho^2}{1 + \alpha^2} (G_{1,1}^{\uparrow} - G_{1,1}^{\downarrow}), \\ S_{1\uparrow, 2\uparrow}^{\text{eff}} &= -\frac{\rho^2}{1 + \alpha^2} (G_{1,2}^{\uparrow} + \alpha^2 G_{1,2}^{\downarrow}), \\ S_{1\downarrow, 2\downarrow}^{\text{eff}} &= -\frac{\rho^2}{1 + \alpha^2} (\alpha^2 G_{1,2}^{\uparrow} + G_{1,2}^{\downarrow}), \\ S_{2\uparrow, 1'\uparrow}^{\text{eff}} &= -\frac{\rho^2}{1 + \alpha^2} (G_{2,1}^{\uparrow} + \alpha^2 G_{2,1}^{\downarrow}), \\ S_{2\downarrow, 1'\downarrow}^{\text{eff}} &= -\frac{\rho^2}{1 + \alpha^2} (\alpha^2 G_{2,1}^{\uparrow} + G_{2,1}^{\downarrow}), \\ S_{1\downarrow, 2'\uparrow}^{\text{eff}} &= S_{1\uparrow, 2'\downarrow}^{\text{eff}} = \frac{\alpha\rho^2}{1 + \alpha^2} (G_{1,2}^{\uparrow} - G_{1,2}^{\downarrow}), \\ S_{2\downarrow, 1'\uparrow}^{\text{eff}} &= S_{2\uparrow, 1'\downarrow}^{\text{eff}} = \frac{\alpha\rho^2}{1 + \alpha^2} (G_{2,1}^{\uparrow} - G_{2,1}^{\downarrow}). \end{aligned} \quad (125)$$

Приведем первый столбец эффективной s -матрицы [64, 66] для треугольной орбиты (рис. 9б, $l = 3$ в обозна-

чениях (123) и (124)):

$$\begin{aligned} S_{1\uparrow, 1'\uparrow}^{\text{eff}} &= \tau^2 \exp(-iA) \left[\frac{1}{\tau} - \frac{\rho^2}{1 + \alpha^2} (G_{1,1}^{\uparrow} + \alpha^2 G_{1,1}^{\downarrow}) \right], \\ S_{1\uparrow, 1'\downarrow}^{\text{eff}} &= \tau \exp(-iA) \frac{\alpha\rho^2}{1 + \alpha^2} (G_{1,1}^{\uparrow} - G_{1,1}^{\downarrow}), \\ S_{1\uparrow, 2'\uparrow}^{\text{eff}} &= -\frac{\rho^2}{1 + \alpha^2} (G_{1,2}^{\uparrow} + \alpha^2 G_{1,2}^{\downarrow}), \\ S_{1\uparrow, 2'\downarrow}^{\text{eff}} &= \frac{\alpha\rho^2}{1 + \alpha^2} (G_{1,2}^{\uparrow} - G_{1,2}^{\downarrow}), \\ S_{1\uparrow, 3'\uparrow}^{\text{eff}} &= -\tau \exp(iA) \frac{\rho^2}{1 + \alpha^2} (G_{1,3}^{\uparrow} + \alpha^2 G_{1,3}^{\downarrow}), \\ S_{1\uparrow, 3'\downarrow}^{\text{eff}} &= \tau \exp(iA) \frac{\alpha\rho^2}{1 + \alpha^2} (G_{1,3}^{\uparrow} - G_{1,3}^{\downarrow}). \end{aligned} \quad (126)$$

В предельном случае отсутствия СОВ матричные элементы (125), (126) существенно упрощаются и описывают две независимые картины движения ЭП: со спинами вверх и вниз. Для каждого направления спина они формально совпадают с результатами, приведенными в [6], однако в фазах (124) сохраняется спиновое слагаемое $\gamma_{q\eta}^s$.

Если же $\gamma_{q\eta}^s$ принимает значение πr ($r = 0, 1, 2, \dots$), то, как видно из (123), $G_{i_0, j_0}^{\eta} = G_{i_0, j_0}^{\downarrow}$. В этом случае параметр α в (125), (126) исчезает и опять все сводится к прежнему результату [6]. Единственное отличие заключается в том, что параметр СОВ α по-прежнему входит в выражение (50) для перенормированного поля пробоя H_0 .

Зная элементы эффективной s -матрицы (125), можно получить эффективные вероятности прохождения двуугольной орбиты с различными направлениями спина ЭП:

$$W_{1\sigma, 1'\sigma'}^{\text{eff}} = |S_{1\sigma, 1'\sigma'}^{\text{eff}}|^2, \quad (127)$$

которые могут быть непосредственно использованы для расчета магнетосопротивления в простой модели металла, имеющего периодическую МП-сеть (рис. 4г).

Напомним, что в пределах малой орбиты ЭП движется когерентно, а на больших участках траекторий малоугловое рассеяние полностью разрушает фазовую когерентность, превращая движение ЭП в случайное блуждание. При расчете проводимости спин ЭП проявляется только в наборе фазы (60), различном для разных направлений спина. При стохастическом движении по большим орбитам малоугловое рассеяние сбивает фазу. Поэтому направление спина ЭП при движении по большим участкам не играет роли в процессах *переноса заряда* в условиях *промежуточного* МП. В этом случае важны полные вероятности пройти малые орбиты или отразиться от них.

В случае двуугольной орбиты с учетом спиновых степеней свободы обозначим эффективные вероятности через P^{σ} и Q^{σ} соответственно ($\sigma = \uparrow \downarrow$). Тогда для ЭП, подошедшего к эффективному МП-узлу со спином вверх (рис. 9, $i_0\sigma = 1 \uparrow$), имеем

$$\begin{aligned} P^{\uparrow} &= W_{1\uparrow, 2'\uparrow}^{\text{eff}} + W_{1\uparrow, 2'\downarrow}^{\text{eff}} = \\ &= \frac{w^2}{1 + \alpha^2} \left(\frac{1}{|1 - \tau^2 \exp(i\gamma_{q\uparrow})|^2} + \frac{\alpha^2}{|1 - \tau^2 \exp(i\gamma_{q\downarrow})|^2} \right), \\ Q^{\uparrow} &= W_{1\uparrow, 1'\uparrow}^{\text{eff}} + W_{1\uparrow, 1'\downarrow}^{\text{eff}} = 1 - P^{\uparrow}. \end{aligned} \quad (128)$$

Аналогично для ЭП, подошедшего к эффективному МП-узлу со спином вниз (рис. 6, $i_0\sigma = 1\downarrow$), получаем

$$\begin{aligned} P^\downarrow &= W_{1\downarrow, 2\uparrow}^{\text{eff}} + W_{1\downarrow, 2\downarrow}^{\text{eff}} = \\ &= \frac{w^2}{1 + \alpha^2} \left(\frac{\alpha^2}{|1 - \tau^2 \exp(i\gamma_{q\uparrow})|^2} + \frac{1}{|1 - \tau^2 \exp(i\gamma_{q\downarrow})|^2} \right), \\ Q^\downarrow &= W_{1\downarrow, 1'\uparrow}^{\text{eff}} + W_{1\downarrow, 1'\downarrow}^{\text{eff}} = 1 - P^\downarrow, \end{aligned} \quad (129)$$

где w — полная вероятность МП в эквивалентных узлах малой орбиты (2).

Используя матричные элементы (126), приведем три пары вероятностей P_A^σ , P_B^σ , P_C^σ (рис. 9б) для треугольной орбиты:

$$\begin{aligned} P_B^\uparrow &= W_{1\uparrow, 2\uparrow}^{\text{eff}} + W_{1\uparrow, 2\downarrow}^{\text{eff}} = \\ &= \frac{w^2}{1 + \alpha^2} \left(\frac{1}{|1 - \tau^3 \exp(i\gamma_{q\uparrow})|^2} + \frac{\alpha^2}{|1 - \tau^3 \exp(i\gamma_{q\downarrow})|^2} \right), \\ P_C^\uparrow &= W_{1\uparrow, 3\uparrow}^{\text{eff}} + W_{1\uparrow, 3\downarrow}^{\text{eff}} = \tau^2 P_B^\uparrow, \\ P_A^\uparrow &= W_{1\uparrow, 1'\uparrow}^{\text{eff}} + W_{1\uparrow, 1'\downarrow}^{\text{eff}} = 1 - P_B^\uparrow - P_C^\uparrow, \\ P_B^\downarrow &= W_{1\downarrow, 2\uparrow}^{\text{eff}} + W_{1\downarrow, 2\downarrow}^{\text{eff}} = \\ &= \frac{w^2}{1 + \alpha^2} \left(\frac{\alpha^2}{|1 - \tau^3 \exp(i\gamma_{q\uparrow})|^2} + \frac{1}{|1 - \tau^3 \exp(i\gamma_{q\downarrow})|^2} \right), \\ P_C^\downarrow &= W_{1\downarrow, 3\uparrow}^{\text{eff}} + W_{1\downarrow, 3\downarrow}^{\text{eff}} = \tau^2 P_B^\downarrow, \\ P_A^\downarrow &= W_{1\downarrow, 1'\uparrow}^{\text{eff}} + W_{1\downarrow, 1'\downarrow}^{\text{eff}} = 1 - P_B^\downarrow - P_C^\downarrow. \end{aligned} \quad (130)$$

Важным результатом является то, что при произвольных g_q и $\alpha \neq 0$ вероятности (127) для каждого направления спина ЭП имеют существенно различный характер осцилляций в зависимости от магнитного поля. Видно, что суммарные эффективные вероятности (128), (129) и (130), (131) для каждого направления спина суть периодические функции двух фаз (124), которые различаются на величину $2\gamma_q^s = \pi g_q m_q / m$, где g_q — электронный g -фактор на малой орбите, m_q — циклотронная масса.

Без учета СОВ и спина малая двугрульная орбита может "запирать" или "открывать" движение ЭП по МП-конфигурации. С учетом СОВ трудно удовлетворить условию полной прозрачности эффективной МП-области, которое имело место для "бесспиновой" двугрульника. Поскольку, кроме выполнения условия, напоминающего правило квантования Лифшица–Онзагера, для малой орбиты [6]

$$S_q(E, p_z) = \frac{2\pi e \hbar H}{c} \left(n - \frac{A}{\pi} \right), \quad (132)$$

теперь необходимо, чтобы γ_q^s было равно $2\pi r$ (где r — целое число) или $g_q = 4m_q r / m$, для чего нет никакого основания.

Отметим, что выражения для вероятностей (128)–(131) оказываются сравнительно наглядными. Это связано с тем, что мы рассматривали довольно простой случай: симметричные малые орбиты и эквивалентные МП-узлы в них. В других ситуациях матричные элементы эффективной s -матрицы, а следовательно, и вероятности будут иметь довольно громоздкие и несимметричные

выражения как функции фаз [102]. Такая ситуация возникает, например, в Al [103] при рассмотрении так называемых малых β -орбит.

4.3. Осцилляции сопротивления в простой модели металла

Рассмотрим магнетосопротивление простой модели металла с периодической МП-конфигурацией, имеющей малые замкнутые двугрульные орбиты (рис. 4г). Пренебрегая временем нахождения ЭП на малых орбитах, заменим их эффективными МП-узлами (точками). Тогда МП-конфигурация становится редуцированной. Ее схематическое изображение представлено на рис. 9в.

Для "бесспиновой" модели этот пример подробно разобран в книге [8], где использован метод "эффективного пути", предложенный Пиппардом [4, 46, 104]. Аналогичные выражения можно найти, исходя из решения кинетических уравнений (117) [6]. Ниже мы получим выражение для сопротивления на основе вышеразвитой теории и покажем, что с учетом СОВ осцилляции сопротивления имеют двойную структуру пиков.

Начнем с качественного объяснения зависимостей проводимости σ от эффективных вероятностей P и Q без учета спиновых степеней свободы. Обратимся к рис. 9в. Стартуя из точки A и двигаясь по МП-конфигурации при $P = 0$ ($Q = 1$), ЭП совершает *инфинитное* движение, находясь на верхней траектории. Малая орбита не пропускает ЭП. В случае больших полей ($H \gg H_0$) или при $P = 1$ ($Q = 0$) ЭП совершает движение только по *замкнутой* круговой траектории. Полная прозрачность малой орбиты (в отсутствие спиновых степеней свободы!) ведет к *финитному* движению ЭП.

Ясно, что в случае развитого пробоя ($PQ \neq 0$) проявляются черты, присущие этим двум разным типам движения. В квазиклассической теории [11–13] выражения для гальваномагнитных характеристик металла в случае замкнутых и открытых траекторий существенно различаются.

Предположим, что в случае развитого пробоя ЭП движется по открытой траектории. В условиях промежуточного МП роль эффективного времени τ^* рассеяния ЭП играет время рассеяния на МП-узлах. Именно МП-рассеяние "мешает" в этом случае инфинитному движению ЭП. Частоту такого рассеяния легко оценить. В данном случае она пропорциональна $\omega_c P$, где P — вероятность ухода ЭП с *открытой* траектории на *замкнутую*. Из квазиклассических представлений известно [11, 13], что движение по открытой траектории напоминает движение ЭП в отсутствие магнитного поля. Если направление открытости совпадает с p_y , то

$$\sigma_{xx} \approx \sigma_0 = \frac{ne^2 \tau^*}{m^*}. \quad (133)$$

Здесь σ_0 — проводимость при $H = 0$, n — число электронов в единице объема, m^* — эффективная масса. Используя то, что $\omega_c = eH/m^*c$, можно записать (133) в виде

$$\sigma_{xx} \approx \frac{nes}{H} \frac{1}{P}. \quad (134)$$

Предположим теперь, что тот же самый ЭП движется по замкнутой траектории. В этом случае роль τ^* играет эффективное время пребывания на замкнутых орбитах, причем $\tau^{*-1} \approx \omega_c Q$, где Q — вероятность ухода ЭП

с замкнутой траектории на открытую. Известно [11–13], что для замкнутых траекторий движение в плоскости, перпендикулярной магнитному полю, напоминает диффузионное блуждание. ЭП долго движется по замкнутой траектории, и продольная компонента проводимости уменьшается обратно пропорционально квадрату магнитного поля:

$$\sigma_{xx} \approx \frac{\sigma_0}{(\omega_c \tau^*)^2}. \quad (135)$$

Подставляя (133) и τ^* в (135), имеем

$$\sigma_{xx} \approx \frac{nec}{H} Q. \quad (136)$$

Таким образом, σ_{xx} с одной стороны пропорционально Q (см. (136)), а с другой стороны обратно пропорционально P (см. (134)). Следовательно, полная проводимость должна иметь вид

$$\sigma_{xx} \approx \frac{nec}{H} \frac{Q}{P}. \quad (137)$$

Заметим, что при малых $PQ \rightarrow 0$ частота столкновений опять определяется истинным временем рассеяния $\tau^* = \tau_p$ (см. (54)).

Получим выражение тензора проводимости с учетом спиновых степеней свободы, используя кинетические уравнения (117)–(120). Для этого необходимо найти зависимость Ψ_i от эффективных вероятностей P^σ и Q^σ . Пренебрегая интегралом столкновений в уравнении Больцмана (117), для x -компоненты Ψ_i^x имеем

$$\Psi_i^x(t_i) = \Psi_i^x(0) - \frac{c}{eH} (p_y^i(t_i) - p_y^i(0)). \quad (138)$$

Здесь $\Psi_i^x(0)$ — значение функции распределения в начале i -го участка, второе слагаемое следует из (7).

При $t_i = T_i$ выражение (138) принимает вид

$$\Psi_i^x(T_i) = \Psi_i^x(0) + \frac{c}{eH} \Delta_i, \quad (139)$$

где $\Delta_i = n_i b_y$ представляет собой приращение координаты p_y при прохождении ЭП i -участка (n_i определено после формулы (59)). Существенно, что приведенная на рис. 9в открытая периодическая МП-конфигурация обладает свойством

$$\sum_i^N \Delta_i = b_y \sum_i^N n_i = 0. \quad (140)$$

Из (117) и (120) при $\hat{I} = 0$ для компоненты σ_{xx} можно получить

$$\sigma_{xx} = \frac{e^2}{(2\pi\hbar)^3} \frac{eH}{c} \times \sum_i \int_0^{b_z} dp_z \int_0^{T_i} \frac{\partial \Psi_i^x(t_i)}{\partial t_i} \Psi_i^x(t_i) dt_i, \quad (141)$$

где интеграл по времени равен

$$\frac{1}{2} (\Psi_i^{x2}(T_i) - \Psi_i^{x2}(0)). \quad (142)$$

Граничные условия (118) для редуцированной МП-конфигурации (рис. 9в) при стохастическом движении ЭП по большим участкам (условие (115)) принимают вид

$$\begin{aligned} \Psi_{A'\sigma}^x(0) &= Q^\sigma \Psi_{A\sigma}^x(T_A) + P^\sigma \Psi_{B'\sigma}^x(T_{B'}), \\ \Psi_{B'\sigma}^x(0) &= P^\sigma \Psi_{A'\sigma}^x(T_{A'}) + Q^\sigma \Psi_{B''\sigma}^x(T_{B''}). \end{aligned} \quad (143)$$

Здесь мы явно выписываем спиновый индекс, учитывавшийся ранее в i . С учетом условия периодичности функции $\Psi_i^x(\mathbf{p})$ по p_y имеем

$$\Psi_{A\sigma}^x = \Psi_{A'\sigma}^x, \quad \Psi_{B\sigma}^x = \Psi_{B'\sigma}^x = \Psi_{B''\sigma}^x.$$

Таким образом, формулы (143) можно записать в виде

$$\begin{aligned} \Psi_{A\sigma}^x(0) &= Q^\sigma \Psi_{A\sigma}^x(T_A) + P^\sigma \Psi_{B\sigma}^x(T_B), \\ \Psi_{B\sigma}^x(0) &= P^\sigma \Psi_{A\sigma}^x(T_A) + Q^\sigma \Psi_{B\sigma}^x(T_B). \end{aligned} \quad (144)$$

После подстановки (144) в (142) для компоненты тензора проводимости (141) получаем

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= \sum_\sigma \sigma_{xx}^\sigma = \sum_\sigma \frac{e^2}{(2\pi\hbar)^3} \frac{eH}{c} \times \\ &\times \int_0^{b_z} dp_z Q^\sigma P^\sigma (\Psi_{A\sigma}^x(T_A) - \Psi_{B\sigma}^x(T_B))^2. \end{aligned} \quad (145)$$

Из симметрии МП-конфигурации (рис. 9в) и свойства (140) следует, что

$$\Psi_{A\sigma}^x + \Psi_{B\sigma}^x = 0, \quad \Delta_A + \Delta_B = 0. \quad (146)$$

Подставляя (139) в (145) с учетом (146), для σ_{xx}^σ имеем

$$\begin{aligned} \sigma_{xx}^\sigma &= \frac{e^2}{(2\pi\hbar)^3} \frac{eH}{c} \times \\ &\times \int_0^{b_z} dp_z \cdot 4Q^\sigma P^\sigma \left(\Psi_{A\sigma}^x(0) + \frac{c}{eH} \Delta_A \right)^2. \end{aligned} \quad (147)$$

Для определения величины $\Psi_{A\sigma}^x(0)$ в граничные условия (144) вместо $\Psi_{A\sigma}^x(T_A)$ и $\Psi_{B\sigma}^x(T_B)$ надо подставить значения функции (139). Используя равенства (146), получаем

$$\Psi_{A\sigma}^x(0) = \frac{c}{eH} \Delta_A \frac{Q^\sigma - P^\sigma}{2P^\sigma}. \quad (148)$$

Подставляя (148) в (147) с учетом (140), приходим к выражению

$$\sigma_{xx}^\sigma = \frac{ecb_y^2}{(2\pi\hbar)^3 H} \int_0^{b_z} dp_z \frac{Q^\sigma(p_z)}{P^\sigma(p_z)}. \quad (149)$$

Конкретный результат приведем для случая круговых орбит (рис. 9в). Для простоты положим также, что ПФ имеет цилиндрическую форму. Тогда Q и P не зависят от p_z и $b_y = 2p_\perp$, где $p_\perp$ — радиус окружности. Поскольку $2V_p/(2\pi\hbar)^3 = n$ (где $V_p = b_z \pi (p_\perp)^2$ — объем, занимаемый ЭП), окончательно получаем

$$\sigma_{xx}^\sigma = \frac{nec}{H} \frac{2Q^\sigma}{\pi P^\sigma}. \quad (150)$$

При получении остальных компонент тензора проводимости используется обычный квазиклассический подход

[11–13] (среднее от скоростей по замкнутым орбитам равно нулю).

В результате тензор проводимости выглядит следующим образом:

$$\sigma^\sigma = \frac{nec}{H} \begin{bmatrix} \frac{2Q^\sigma}{\pi P^\sigma} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}. \quad (151)$$

Это выражение согласуется с качественной оценкой (137) и физически прозрачно. При $Q^\sigma = 0$ ЭП будут двигаться по замкнутым траекториям и проводимость вдоль МП-сети σ_{xx} будет равна нулю. При $Q^\sigma = 1$, $P^\sigma = 0$ ЭП уйдет бесконечно далеко — возникает "сверхпроводимость". Но мы уже говорили, что в этих предельных случаях должно учитываться истинное время релаксации импульса τ_p , что приведет к конечным значениям проводимости. Поскольку в отсутствие столкновений ЭП не могут двигаться вдоль оси y (в поперечном направлении по отношению к направлению открытости), то понятно, почему в принятом приближении компонента σ_{yy} тоже равна нулю.

Таким образом, учет спиновых степеней свободы приводит к появлению проводимостей $\sigma_{xx}^\uparrow$ и $\sigma_{xx}^\downarrow$, которые осциллируют вместе с эффективными вероятностями МП. После суммирования по спиновому индексу (145) можно получить выражение для тензора сопротивления $\rho_{\alpha\beta} = \sigma_{\alpha\beta}^{-1}$. Приведем выражение для компоненты ρ_{yy} :

$$\rho_{yy} = \frac{2H}{\pi nec} \left[(P^\uparrow)^{-1} + (P^\downarrow)^{-1} - 2 \right], \quad (152)$$

где учтено, что $P^\sigma + Q^\sigma = 1$. Заметим, что выражения (151), (152) полностью совпадают с результатами, полученными методом "эффективного пути" с учетом спина в [66].

Проиллюстрируем вышеприведенное выражение для сопротивления графически. В пределе больших полей $H \gg H_0$ сопротивление ρ_{yy} осциллирует (рис. 10), приближаясь к значению ρ_{sat} . Здесь $\rho_{sat} = 8H_0/\pi nec$ — сопротивление насыщения, вычисленное в пренебрежении когерентными эффектами на малой орбите, т.е. в случае полного стохастического МП. Формально этот случай можно получить, усреднив выражение (152) по фазе (пунктирная кривая на рис. 10б).

В предельном случае пренебрежения спиновыми степенями свободы, т.е. при $\gamma_m^s = 2\pi r$ (r — целое число) и любом α , из (152) получаются "бесспиновые" результаты [5, 8]. На рис. 10б этому случаю соответствует сплошная кривая. Видно, что при определенных значениях магнитного поля, определяемых соотношением (132), сопротивление линейной МП-сети падает до нуля. Это соответствует полной интерференционной прозрачности малых орбит двуугольного типа (см. также обсуждение (132)).

В общем случае поведение кривой поперечного сопротивления ρ_{yy}/ρ_{sat} в промежуточных полях зависит от g -фактора малой орбиты g_q и параметра СОВ α . При когерентном движении ЭП по двуугольной орбите с учетом возможных переворотов спина ($\alpha \neq 0$) число пиков осцилляций удваивается. Относительная высота двух пиков, образующихся из одного "бесспинового" родителя, зависит от g_q . Это показано на рис. 10а и 11а. Рисунок 11б иллюстрирует тот факт, что в пренебреже-

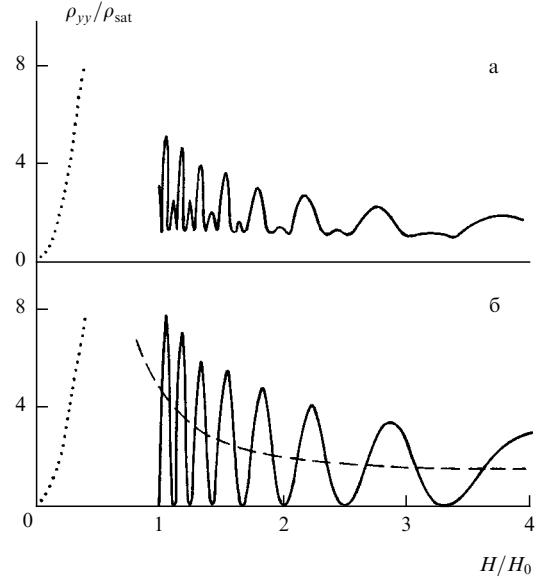


Рис. 10. МП-осцилляции поперечного магнетосопротивления ρ_{yy}/ρ_{sat} для МП-конфигурации, изображенной на рис. 4г: (а) полная когерентность при движении ЭП по двуугольной орбите ($\alpha = 0, 4$ и $\gamma_m^s = 0, 4\pi$); (б) сплошная линия совпадает с результатами [4, 8] при любом α и $\gamma_m^s = 2\pi r$ ($r = 0, 1, 2, \dots$); штриховая линия соответствует стохастическому движению ЭП на малой орбите. При построении кривых площадь S_m малой орбиты принята равной $(2\pi\hbar e/c) \cdot 10H_0$

нии СОВ учет g_q (в (151) и (152)) изменяет амплитуды осцилляций, но не приводит к удвоению пиков.

Таким образом, в рассмотренной модели возникает возможность последовательно объяснить появление сложной структуры пиков МП-осцилляций за счет СОВ и спинового расщепления уровней Ландау. Заметим, что похожая картина расщепления пиков наблюдалась у Старка [101] на Zn (об этом более подробно поговорим ниже).

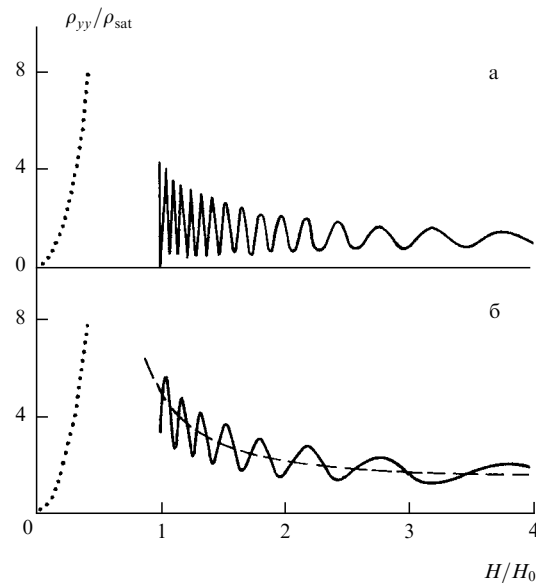


Рис. 11. МП-осцилляции поперечного магнетосопротивления ρ_{yy}/ρ_{sat} : (а) параметр $\alpha = 1$ и $\gamma_m^s = 0, 5\pi$; (б) в пренебрежении СОВ ($\alpha = 0$); сплошная линия — $\gamma_m^s = 0, 4\pi$, штриховая — $\gamma_m^s = 0, 5\pi$. Значения S_m , при которых получены кривые, соответствуют рис. 10

Отметим также, что в работе Фаликова и Совы [57], посвященной влиянию малоуглового рассеяния на МП-осцилляции в такой же модели металла, возникает похожее удвоение структуры пиков, причем чем сильнее было малоугловое рассеяние, тем больше уплощались пики осцилляций. Удвоение пиков в [57] возникло из предположения авторов о бимодальном характере распределения площадей малых орбит, что приводило к возможности набора ЭП двух различных фаз при разных прохождениях участка i . На основе приведенных в данном обзоре результатов можно заключить, что одной из возможных причин появления бимодального распределения является спиновое расщепление уровней Ландау (60) в магнитном поле и переворот спина ЭП при МП за счет СОВ.

4.4. Гальваномагнитные свойства цинка: теория и эксперимент

Рассмотрим модель, больше соответствующую реальности. В г.п.у. металлах (Be [7], Mg и Zn [5, 55, 101]) возникает гексагональная двумерная МП-конфигурация в том случае, если поле $\mathbf{H}$ направленно вдоль гексагональной оси кристалла (рис. 3). ПФ этих металлов хорошо известна (рис. 3а) [90]. Для нашего рассмотрения важны ее части, связанные с МП: "дырочный" монстр, лежащий во второй зоне, характерные размеры которого сравнимы с размерами зоны Бриллюэна, и шесть малых электронных полостей — "сигар" или "игл", находящихся в третьей зоне и расположенных на вертикальных ребрах зоны Бриллюэна.

При $H \ll H_0$ имеется равное число электронов и дырок. Все орбиты в этом случае замкнуты, и в отсутствие МП сопротивление возрастает пропорционально H^2 , что характерно для компенсированных металлов [11]. Однако при включении МП нарушается точная компенсация и, наряду с замкнутыми орбитами, появляются открытые. При $H \gg H_0$ все носители тока (как те, которые движутся с пробоем по гигантским орбитам, так и те, которые движутся по внутреннему пояску "монстра") имеют электронный характер и поэтому магнетосопротивление насыщается. Если образец достаточно хорош, так что движение ЭП по малой треугольной орбите когерентно, то появляются осцилляции сопротивления, соответствующие площади малой треугольной орбиты — площади "иглы" в Zn [101] или "сигары" в Mg [5] и Be [7]. Именно эти орбиты можно рассматривать как эффективные МП-узлы [5, 6], несколько более сложные, чем двуугольные (рис. 9б).

Эффективные вероятности МП (130), (131) осциллируют, если сохраняется фазовая когерентность при движении ЭП по этим малым орбитам. Очевидно, что характерная циклотронная частота малой треугольной орбиты ω_c^θ много больше циклотронной частоты большой гексагональной орбиты ω_c^χ [5, 8], т.е. ЭП движутся стохастическим способом по большим участкам МП-сети (фаза их волновой функции сбивается!) и когерентным по малым орбитам⁶. Это соответствует реальной ситуации *промежуточного* режима МП (115).

Так как размеры "игл" значительно меньше размеров "монстра", то данную МП-сеть можно заменить редуци-

рованной МП-сетью, в которой все малые треугольные орбиты заменены эффективными МП-узлами, которые описываются эффективными s -матрицами $\hat{S}^{\text{eff}}$. В нашем случае с учетом спиновых степеней свободы унитарная матрица $\hat{S}^{\text{eff}}$ имеет ранг, равный шести. Выражения для некоторых ее матричных элементов приведены в разделе 4.2 (см. (126)).

Для расчета гальваномагнитных характеристик Zn, имеющего двумерную МП-сеть с малыми орбитами, удобно воспользоваться методом "эффективного пути" [104]. Этот метод в случае г.п.у. металлов (Zn, Mg) развит в [4, 55] и достаточно подробно изложен в [8]. Более общий подход [18], основанный на последовательном выводе кинетических уравнений, к сожалению, не развит для количественного анализа двумерных МП-сетей [6].

Обобщение метода "эффективного пути" на случай существования вероятности МП с переворотом спина для промежуточного режима МП, который определяется условием (115), проведено в [64–66]. Дальнейшее изложение основано на работе [66], в которой рассматривались гальваномагнитные свойства Zn.

Результаты, полученные методом "эффективного пути", удобно записать, используя комплексную координату $x + iy$. Проводимость в этом случае приобретает вид

$$\hat{\sigma} = \sigma_{xx}^\sigma - i\sigma_{yx}^\sigma. \quad (153)$$

В отличие от предыдущего раздела, здесь необходимо учитывать, что слой МП-конфигураций по p_z имеет конечную толщину $2p_{zm}$, а параметры МП (τ и α) и площадь сечения малой орбиты $S_q = S_\theta$ суть функции p_z .

После усреднения по начальным спиновым ориентациям (аналогичная процедура усреднения используется при расчете эффекта Кондо [13]):

$$\hat{\sigma} = \frac{1}{2} \sum_{\sigma} \hat{\sigma}^{\sigma},$$

опуская промежуточные выкладки [66], выражение для полного тензора проводимости $\hat{\sigma}$ можно записать в виде

$$\hat{\sigma} = \frac{b}{Hp_{zm}} \int_0^{p_{zm}} \hat{D}(p_z) dp_z + \frac{a}{H^2}. \quad (154)$$

Компоненты тензора $\hat{D}$ выглядят следующим образом:

$$\begin{aligned} D_{xx} &= \frac{1}{4} \sum_{\eta} \frac{1 + 3|\Gamma_{\eta}|^2 \tau^2}{1 - 3|\Gamma_{\eta}|^2 + 3|\Gamma_{\eta}|^4 (1 + \tau^2 + \tau^4)} - \frac{1}{2}, \\ D_{xy} &= -\frac{\sqrt{3}}{4} \sum_{\eta} \frac{1 - |\Gamma_{\eta}|^2 (2 + \tau^2)}{1 - 3|\Gamma_{\eta}|^2 + 3|\Gamma_{\eta}|^4 (1 + \tau^2 + \tau^4)} + \frac{\sqrt{3}}{2}. \end{aligned} \quad (155)$$

Здесь суммирование проводится по спиновому индексу малой орбиты η :

$$|\Gamma_{\eta}|^2 = |\Gamma_{i,j}^{\eta}|^2 \frac{1}{1 + \tau^6 - 2\tau^3 \cos \gamma_{\theta\eta}}. \quad (156)$$

Второе слагаемое в (154) описывает вклад в проводимость от всех замкнутых орбит, не участвующих в МП. В этом смысле величина a является подгоночным параметром теории [55, 8, 66]. В отсутствие МП все электронные

⁶ Здесь и в разделе 5 индекс θ обозначает принадлежность к малой орбите треугольного типа, индекс χ относится к гексагональной орбите.

орбиты в рассматриваемом случае замкнуты, и при $\omega_c \tau^* \gg 1$ они дают обычный вклад в $\sigma_{xx} \approx a/H^2$ [11–13]. Возникающий узкий слой открытых (благодаря МП) траекторий (для цинка $p_{zm} \approx 0,04 p_F$ [105]) учитывается первым членом в (154). Именно этот член дает определяющий вклад в гальваномагнитные характеристики в случае развитого МП ($H \geq H_0$).

В предельном случае отсутствия МП холловская составляющая стремится к нулю ($\sigma_{xy} \propto H^{-2}$), как и должно быть [11–13], так как при $H \ll H_0$ металл полностью скомпенсирован. Значение величины b , которая характеризует возникающий при МП дисбаланс электронов и дырок, оценивается интегралом

$$b = \int_0^{p_{zm}} \frac{6nec}{\pi} dp_z. \quad (157)$$

Здесь $n(p_z) dp_z$ определяет число ЭП на единицу объема в элементарном сечении ПФ.

При записи (154) и (157) используется, что $n(p_z)$ плавно зависит от p_z , в отличие от $\hat{D}(p_z)$, которое периодическим образом зависит от фазы $\gamma_{\theta\eta}(p_z)$. Эта фаза определяется (124) с учетом переобозначения $q \rightarrow \theta$. Если бы ЭП двигался по участкам малой орбиты стохастическим образом ($\omega_c^{\theta} < \tau_{s,a}^{-1}$), то это приводило бы к стохастизации фазы $\gamma_{\theta\eta}$ в (156). Следовательно, результат в пределе стохастического МП можно получить, усредняя (154), (155) по этой фазе (см. [57, 58, 66]).

В общем случае проводимость (154) зависит от магнитного поля H , микроскопических параметров МП-узлов, толщины МП-слоя $2p_{zm}$ и подгоночного параметра a . Наиболее существенную зависимость от p_z в подынтегральном выражении имеет площадь треугольной орбиты [55]

$$S(p_z) = S_0 + \zeta p_z^2, \quad (158)$$

где S_0 — экстремальная площадь сечения "иглы" ($p_z = 0$). Параметр сужения "иглы"

$$\zeta = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 S}{\partial p_z^2} \right)_{p_z=0}$$

оценивался из различных теоретических моделей. В [5, 55], в частности, приведены следующие оценки для ζ : $\zeta_1 = -1,13 \cdot 10^{-2}$ а.е. и $\zeta_2 = -1,77 \cdot 10^{-2}$ а.е. Компоненты тензора сопротивления связаны с $\hat{\sigma}$ выражением

$$\rho_{xx} = \frac{\sigma_{xx}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2}, \quad \rho_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2}. \quad (159)$$

Проведем обсуждение полученных результатов и сравним их с известными экспериментальными данными Старка [101] и FPS [55]. Подгонка теоретических зависимостей под экспериментальные данные была проведена в широком диапазоне значений H_0^0 (2–6 кГс) методом наименьших квадратов. При этом для отыскания оптимальных значений параметров использовался симплекс-метод [66]. Результаты данной процедуры приведены на рис. 12 и 13, а найденные параметры сравниваются с известными ранее в табл. 1. В этой таблице использовано обозначение

$$g_{\theta}^s = g_{\theta} \frac{m_{\theta}}{2m}. \quad (160)$$

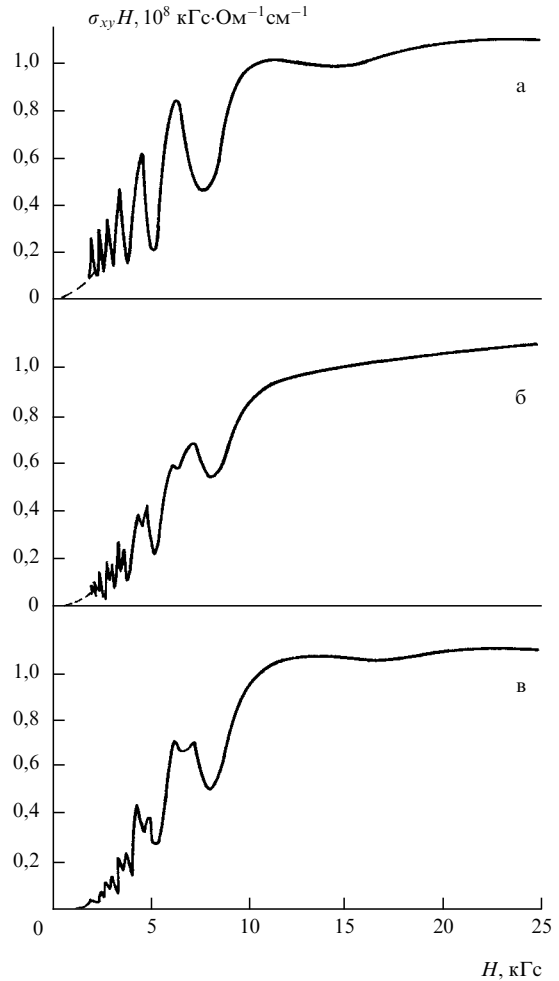


Рис. 12. Зависимость осцилляций недиагональной компоненты тензора проводимости $\sigma_{xy}H$: (а) теоретические результаты [55]; (б) результаты теории с учетом СОВ [77]; (в) экспериментальная кривая [101] взята из [55]. Параметры, при которых получены теоретические кривые, приведены в табл. 1

Таблица 1. Параметры теоретических кривых, представленных на рис. 12 и 13, в сравнении с результатами [55]

Параметры расчета	[55]	[66]
$a, 10^8 \text{ кГс}^2 \text{ Ом}^{-1} \text{ см}^{-1}$	0,17	0,17
$b, 10^8 \text{ кГс Ом}^{-1} \text{ см}^{-1}$	0,67	0,67
$H_0(H_0^0), \text{ кГс}$	2,7 (—)	3,0 (3,7)
$S_0, 10^{-5} \text{ а.е.}$	4,24	4,05
$p_{zm}^{\text{exp}}, 10^{-2} \text{ а.е.}$	2,0	1,8
$\zeta, 10^{-2} \text{ а.е.}$	-1,77	-1,13
$g_{\theta}^s = g_{\theta} m_{\theta}/2m$	-1,22	0,41
α	—	0,75

Значение b лежит в пределах $(0,67-0,695) \times 10^8 \text{ кГс Ом}^{-1} \text{ см}^{-1}$. С учетом этого по формуле (157) можно получить "экспериментальную" оценку полуширины МП-пояска на "иглах": $p_{zm}^{\text{exp}} \approx (1,8-1,9) \cdot 10^{-2} \text{ а.е.}$, что близко к теоретической оценке полуширины пояска "монстра" $p_{zm}^{\text{theor}} = 1,95 \cdot 10^{-2} \text{ а.е.}$ [55]. Такое согласие говорит в пользу принятой модели.

Заметим, что в работе [55] интеграл по p_z , возникающий при расчете $\hat{\sigma}H$, вычислялся простым суммирова-

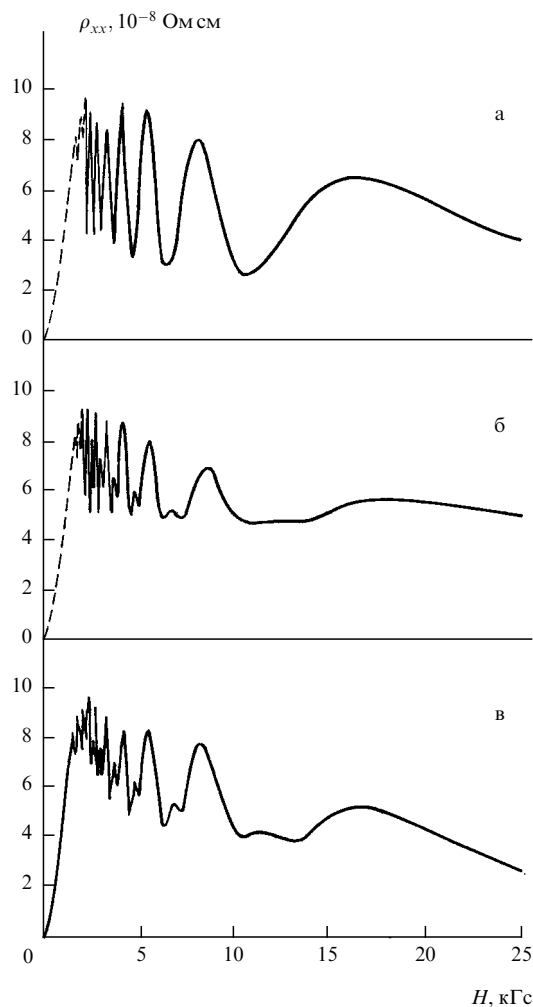


Рис. 13. Зависимость осцилляций магнетосопротивления ρ_{xx} : (а) теоретические результаты [55]; (б) результаты теории с учетом СОВ [77]; (в) экспериментальная кривая [101] взята из [55]. Параметры, при которых получены теоретические кривые, приведены в табл. 1

нием. При этом интервал $0 < p_z < p_{zm}$ разбивался на 20 слоев, равноотстоящих друг от друга. Как показали наши расчеты [66], такая процедура при вычислении интеграла типа (154) приводит к погрешностям порядка 20–40 %.

Для численного интегрирования мы пользовались одной из модификаций метода Симпсона (относительная погрешность не превышала 1 %, при этом число слоев для малых $H \leq H_0$ доходило до 320).

Естественно, что результаты FPS [55] можно получить и из наших формул, в которых для этого необходимо сделать следующие изменения:

- 1) положить $\alpha = 0$, т.е. считать, что СОВ не влияет на МП;
- 2) убрать во всех формулах зависимость от спина ЭП, т.е. снять спиновый индекс и отказаться от суммирования по спину; с учетом этого проводимость будет рассчитываться по формуле, немного отличающейся от (154);
- 3) изменить фазу, набираемую ЭП при обороте вокруг малой орбиты:

$$\gamma_{\theta\eta} \rightarrow \gamma_{\theta}^{\text{FPS}} = \frac{c\hbar}{eH} S_{\theta}(p_z) + \gamma_0,$$

где $\gamma_0 = -3,84$ — введенный в теорию, не зависящий от магнитного поля параметр, который потребовался авторам [55] для улучшения согласия с экспериментом и из которого они оценили значение g -фактора ЭП на "игле".

Поскольку спиновый вклад в фазу (124) определяется с точностью до $2\pi r$ (r — целое), то из полученного нами значения g^s , зная $m_{\theta}/m_0 = 0,0075$ [8], можно оценить значение g -фактора ЭП на "игле": $g_{\theta} \approx 109 + 642r$. Учитывая теоретическое ограничение на это значение $g_{\theta} < 266$ [91, 105], получаем $g_{\theta} \approx 109$, что согласуется с оценками, приведенными в [91].

Значение параметра СОВ $\alpha = 0,75$ подтверждает тот факт, что в случае Zn СОВ сильно влияет на спектр в МП-областях. В этом смысле данный металл выступает в качестве полигона для проверки теории МП с переворотом спина (см. разделы 5 и 6, в которых мы разберем эффект дГВА и парамагнитный резонанс на ЭП). Как видно из (50), учет СОВ приводит к небольшому увеличению значения межзонной щели Δ : в $(1 + \alpha^2)^{1/2} \approx 1,1$ раза по сравнению с оценками, исходящими из H_0^0 — поля пробоя без учета СОВ. Значение поля пробоя H_0 , зависящее от параметра СОВ α , приведено в табл. 1 и согласуется с экспериментальными данными [106].

Подчеркнем, что предлагаемая теория, как, впрочем, и теория FPS [55], имеет плохое согласие с экспериментом при низких полях ($H \leq H_0$). Это проявляется в наличии высокочастотных осцилляций с заметной амплитудой, которая хоть и падает с уменьшением поля, но не настолько быстро, как в эксперименте. Очевидно, это связано с ограниченностью принятой модели промежуточного МП и метода "эффективного пути". Возможно, при низких полях повышается роль малоуглового рассеяния. Действительно, даже частичная стохастизация движения ЭП по малым орбитам должна приводить к уплощению острых пиков МП-осцилляций [57, 58]. Естественно, что в случае полного стохастического МП, как мы видели для простой модели (рис. 10), осцилляции вообще пропадают. В приведенных на рис. 12 и 13 графиках для теоретических кривых в области низких полей ($H \leq 2$ кГс) мы пользовались экспериментальной зависимостью. На графиках эти части кривых проведены штриховой линией.

Графики, представленные на рис. 12 и 13, показывают, что последовательная теория МП с учетом переворота спина намного лучше объясняет не только характер поведения экспериментальных кривых (появление тонкой структуры в виде двойных пиков), но и имеет достаточно хорошее для таких сложных осциллирующих функций количественное согласие с экспериментом. Это говорит о том, что в описываемых экспериментальных условиях [101] наблюдается промежуточный режим МП.

5. Эффект де Гааза–ван Альфена в условиях МП с переворотом спина

5.1. Основные положения теории эффекта дГВА

Осцилляции в магнитном поле термодинамического потенциала и его производных — эффект де Гааза–ван Альфена (дГВА) дают надежную информацию об энергетической структуре металлов и ПФ [8, 11–13]. Эти осцилляции возникают при поочередном прохождении дискретных квазиэквидистантных уровней энергии через

энергию Ферми ε_F при изменении магнитного поля. Для этого необходимо наличие замкнутых электронных траекторий на ПФ, в квазиклассическом приближении удовлетворяющих уравнениям (1), (8).

Напомним основные положения теории эффекта дГВА в общем виде. Хорошо известно (см., например, [11, 13]), что для системы, подчиняющейся статистике Ферми–Дирака и имеющей состояния с энергией E , термодинамический потенциал определяется выражением

$$\Omega = -k_B T \sum \ln \left(1 + \exp \frac{\mu - E}{k_B T} \right). \quad (161)$$

Здесь и далее в этом разделе μ — химический потенциал, эквивалентный ε_F . Суммирование в (161) производится по всем возможным состояниям. Энергия $E = E(n, p_z, \sigma)$ определяется как решение, удовлетворяющее неявному уравнению (19) с квантовым числом n .

Расчет осциллирующей части термодинамического потенциала (161) производится стандартно [11, 13, 74]. Как обычно, из-за быстрых осцилляций косинусов, содержащих квазиклассические фазы (15), выделяются экстремальные по p_z значения $S^\xi(E, p_z)$ при $E = \varepsilon_F$ (индекс ξ нумерует экстремальные сечения).

Приведем выражение для осциллирующей части термодинамического потенциала $\tilde{\Omega}$ единицы объема металла:

$$\begin{aligned} \tilde{\Omega} &= \sum_{\xi} \tilde{\Omega}_{\xi}, \\ \tilde{\Omega}_{\xi} &= \left(\frac{e}{2\pi c \hbar} \right)^{3/2} \frac{e \hbar H^{5/2}}{\pi^2 c m_{\xi}} \left| \frac{d^2 S^{\xi}}{dp_z^2} \right|^{-1/2} \times \\ &\times \sum_{r=1}^{\infty} \frac{R_T R_D R_s}{r^{5/2}} \cos \left[2\pi r \left(\frac{F_{\xi}(E, p_z)}{H} + \frac{1}{2} \right) \pm \frac{\pi}{4} \right], \end{aligned} \quad (162)$$

где

$$F_{\xi} = \frac{c S^{\xi}(E, p_z)}{2\pi e \hbar} \quad (163)$$

— частота осцилляций дГВА [8], которая выражается через площадь S^{ξ} экстремального сечения ПФ (58),

$$R_T = \frac{r T a_{\xi} / H}{\sinh(r T a_{\xi} / H)} \quad (164a)$$

— температурный множитель,

$$R_D = \exp \left(- \frac{r x_D a_{\xi}}{H} \right) \quad (164b)$$

— фактор Дингла [8].

Величина x_D в (164b) известна как температура Дингла, которая определяется средним временем рассеяния ЭП. В записи (164a) и (164b) используется коэффициент

$$a_{\xi} = \frac{2\pi^2 k_B c m_{\xi}}{\hbar e} = 1,47 \frac{m_{\xi}}{m} \cdot 10^5 \text{ Гс К}^{-1}. \quad (165)$$

В формуле (162)

$$R_s = \cos \left(\frac{\pi}{2} r g_{\xi} \frac{m_{\xi}}{m} \right) = \cos(\pi r g_{\xi}^s) \quad (166)$$

— спиновый множитель, возникающий в результате сложения осцилляций от ЭП с двумя направлениями спина [8, 11, 13, 74]. Здесь, как и в предыдущих разделах,

$$g_{\xi}^s = g_{\xi} \frac{m_{\xi}}{2m} \quad (167)$$

— параметр спинового расщепления.

Отметим, что для свободных ЭП ($g_{\xi} = 2$, $m_{\xi} = m$) множитель (166) равен просто $(-1)^r$. При этом спиновое расщепление точно равно расстоянию между уровнями Ландау. Последнее остается приблизительно верным и для зон, в которых за счет сильной спин-орбитальной связи $m_{\xi}/m \ll 1$, так как в этом случае относительное отклонение g -фактора $\Delta g_{\xi}/g_0 \approx m/m_{\xi}$ (см. раздел 2.3 и [10]) и, следовательно, $g_{\xi}^s \approx 1$. Тем не менее даже сравнительно малое отклонение g^s от единицы может довольно сильно изменить амплитуду осцилляций дГВА.

Формула (162), за исключением фактора Дингла (165), впервые получена И.М. Лифшицем и А.М. Косевичем [107], и мы будем ссылаться на нее в дальнейшем как на формулу ЛК. Как отмечалось, в общем случае ПФ имеет сложную форму и обычно при выделенном направлении поля существует несколько экстремальных сечений (сумма по ξ в (162)) и, соответственно, несколько наборов значений F_{ξ} , m_{ξ} и g_{ξ} . Таким образом, осциллирующая величина состоит из суммы нескольких вкладов, каждый из которых описывается формулой ЛК, но при различных значениях параметров.

Формула ЛК хорошо объясняет экспериментальные результаты эффекта дГВА. По существу, она является основной рабочей формулой, когда хотят определить ПФ различных металлов [8, 11, 12]. Однако формула ЛК не учитывает роль МП⁷.

При МП среди гармоник в эффекте дГВА могут оказаться частоты F_{ξ} , которые соответствуют площадям, превышающим размеры сечения зоны Бриллюэна даже у металлов с закрытой ПФ. МП-спектр ЭП известен только при исключительных направлениях магнитного поля для симметричных МП-конфигураций (см. разделы 3.2 и 3.3), однако существующих представлений о движении ЭП в магнитном поле оказалось достаточно для построения теории осцилляционных эффектов в условиях МП [5, 6, 8]. Основная черта эффекта дГВА в условиях МП при росте вероятности пробоя — это уменьшение амплитуды изолированных траекторий и увеличение амплитуды составных траекторий.

В [108] для простой МП-конфигурации, имеющей два эквивалентных МП-узла, получено выражение для осциллирующей части потенциала $\tilde{\Omega}$. При этом показано, что в формуле ЛК появляется дополнительный множитель, обязанный МП. Заметим, что в работе [108], в монографии [8] для Mg и в работе [103] для Al учтено влияние СОВ на эффект дГВА, но не учтен переворот спина ЭП в условиях МП. В работе [94], посвященной МП в Ti, рассчитан эффект дГВА, обусловленный составными траекториями.

В общем случае осциллирующую добавку к термодинамическим величинам в условиях МП можно вычислить двумя методами, предложенными в [6, 56]. Они основаны на вычислении осциллирующей части плотно-

⁷ В формуле ЛК не учтено еще магнитное взаимодействие [8], которое не будет рассматриваться и в данном обзоре.

сти числа состояний $\tilde{v} = \tilde{v}(E, p_z)$ системы с данными E, p_z .

В методе Фаликова и Стаховяка [56] используется теорема, связывающая плотность числа состояний с фурье-преобразованием функции Грина. Эта функция соответствует сумме квазиклассических волновых пакетов, которые возвращаются в заданную точку МП-сети связанных орбит по всем возможным путям. Их амплитуды при этом уменьшаются соответственно числу пройденных МП-узлов, а фазы определяются площадями секторов, описанных этими траекториями. Метод, предложенный в [56], позволил получить выражения, аналогичные формуле ЛК в случае одномерной МП-сети (рис. 4г, но с круговыми орбитами и без учета спинового расщепления) [5, 8], а также в более сложной реальной ситуации двумерной МП-сети, наблюдаемой при МП в Mg (рис. 3) [5, 8, 56].

Результат [56] сводился к тому, что осциллирующая часть свободной энергии определялась подобно сумме (162) по всем замкнутым орбитам, возможным в МП-сети, с тем изменением, что каждый член умножался на "понижающий МП" множитель

$$R_b = (i\rho)^{n_1}(\tau)^{n_2}, \quad (168)$$

где n_1, n_2 — числа точек ветвления рассматриваемой орбиты, в которых происходит пробой и отражение соответственно. При этом полагается, что все МП-узлы эквивалентны. Появление мнимой единицы i в (168) следует из условия сохранения числа частиц в полуклассической модели Пиппарда [4, 104]. В микроскопической теории, как мы видели, при пробое в фазе волновой функции ЭП появляется не $\pi/2$, что соответствует i в (168), а величина A , сложным образом зависящая от H_0/H (см. (49)). При движении по открытым траекториям в фазе появляется добавка Rn_i (см. (58)).

Наиболее последовательный вывод осциллирующей части термодинамического потенциала $\tilde{\Omega}$ без ограничений на вид и связность МП-конфигураций содержится в [49, 6]. Метод Слуцкого заключается в представлении осциллирующей части плотности числа состояний $\tilde{v}(E, p_z)$ в виде суммы многократных рядов Фурье (112). Коэффициенты этого ряда выражаются через произведение элементов s -матриц данной МП-конфигурации, а фазы пропорциональны площадям замкнутых орбит, составленных из квазиклассических участков.

Однако в указанных работах (см. также [5–8]) исследовались явления, связанные только с орбитальным движением ЭП при МП, а спиновые свойства ЭП учитывались лишь формально: СОВ меняло значение g -фактора ЭП (см. (166), (167)). В этой связи несомненный интерес представляет теоретическое рассмотрение влияния СОВ на осцилляции плотности числа состояний в условиях когерентного МП, так как переворот спина ЭП при МП приводит к интерференции квазиклассических состояний ЭП с различно направленными спинами, что, безусловно, должно отразиться на эффекте дГВА.

5.2. МП-осцилляции плотности числа состояний с учетом спиновых степеней свободы

Используя определение (112) для плотности числа состояний $v(E, p_z)$ в условиях МП и разлагая входящую в $F_{i,i}(\gamma + i0)$ из (114) экспоненту (см. (70)) в ряд Фурье,

получаем для осциллирующей части плотности числа состояний

$$\tilde{v}(E, p_z) = \frac{1}{\pi\hbar} \sum_i^N T_i \sum_{\mathbf{L}}' \bar{A}_{i,i}(\mathbf{L}) \cos(\mathbf{L}\gamma). \quad (169)$$

Коэффициенты Фурье (плавная часть амплитуды вероятности; см. обсуждение формулы (70))

$$\bar{A}_{i,i}(\mathbf{L}) = \langle F_{i,i}(\gamma + i0) \exp(-i\mathbf{L}\gamma) \rangle$$

действительны ввиду действительности и унитарности $V_{i,i}^{(0)}$ и согласно (69) представляют собой произведение элементов s -матриц (с $A = 0$) для каждого конкретного $\mathbf{L}$. Заметим, что в выражении (169), в отличие от формулы (4.2.3), приведенной в [6], из-за учета СОВ нельзя провести явно суммирование по спину σ . Напомним, что в нашем случае спиновый индекс "спрятан" в номере участка i (см. обсуждение формулы (61)).

В сумме по $\mathbf{L}$ в (169) отличны от нуля только амплитуды $\bar{A}_{i,i}(\mathbf{L})$ с такими $\mathbf{L}$, которые порождают замкнутые траектории, проходящие через участок i . Все замкнутые траектории, начинающиеся и заканчивающиеся на участке i , порождают всевозможные замкнутые j -пути. Каждый j -путь проходит l_k раз по k -му участку замкнутой траектории ($k = 1, 2, \dots, N$). При заданном $\mathbf{L}$ эти j -пути отличаются друг от друга порядком прохождения по квазиклассическим участкам МП-сети. Порядку прохождения j -пути отвечает определенная последовательность номеров участков $[i, \dots, i]$. Номера первого и последнего члена последовательности совпадают с первым и вторым нижним индексом в $\bar{A}_{i,i}(\mathbf{L})$.

Записывая заданные $\mathbf{L}$ в виде $\mathbf{L} = r\mathbf{j}$, для амплитуды $\bar{A}_{i,i}(\mathbf{L})$ имеем

$$\bar{A}_{i,i}(\mathbf{L}) = j_i R_b(r\mathbf{j}), \quad (170)$$

где $\mathbf{j}$ — N -векторы с взаимно простыми целочисленными компонентами, не имеющими общих делителей, r определяет число "оборотов" по j -пути, а $R_b(r\mathbf{j})$ — величина, не зависящая от номера участка i и однозначно определяемая N -вектором $\mathbf{L} = r\mathbf{j}$. Отметим также, что величина $R_b(r\mathbf{j})$ равна произведению элементов s -матриц, которые являются комплексными амплитудами вероятности перехода между соседними участками j -пути. Каждый элемент s -матрицы входит в $R_b(r\mathbf{j})$ столько раз, сколько раз j -путь пересекает данный МП-узел. Формула (170) утверждает тот факт, что замкнутым j -путям $[i, \dots, i', \dots, i]$, отличающимся циклической перестановкой членов последовательности $[i', \dots, i, \dots, i']$, соответствует одна и та же амплитуда $\bar{A}_{i,i}(\mathbf{L})$. Поскольку существуют последовательности $[i, \dots, i]$, не изменяющиеся при циклической перестановке ($i' = i$), то величины $R_b(r\mathbf{j})$ одинаковы для всех таких перестановок, а в (170) стоит число таких последовательностей j_i .

Таким образом, сумму

$$\sum_{l_1, l_2, \dots, l_N \geq 0}' \bar{A}_{i,i}(l_1, l_2, \dots, l_N)$$

с N -векторами $\mathbf{L}$, которые порождают замкнутые траектории, можно представить в виде суммы по j -путям. Из (169) с учетом (170) получаем

$$\tilde{v}(E, p_z) = \frac{1}{\pi\hbar} \sum_{\mathbf{j}} \mathbf{Tj} \sum_{r=1}^{\infty} R_b(r\mathbf{j}) \cos(r\mathbf{j}\gamma), \quad (171)$$

где скалярное произведение векторов $\mathbf{Tj} = T_j$ и $\mathbf{j}\gamma = \gamma_j$ дают циклотронный период и квазиклассическую фазу, набранные ЭП на замкнутой траектории, причем ЭП начинает движение с одним направлением спина и через время T_j приходит в ту же самую точку с тем же направлением спина.

Суммирование в (171) ведется по всевозможным j , порождающим замкнутые j -пути. Следуя [6], все j -пути, соответствующие N -вектору $\mathbf{j}$, будем называть j -орбитами. Вектор $\mathbf{j}$ в (171) несет информацию и о направлениях спина ЭП на всех участках возможных замкнутых орбит.

5.3. Осциллирующая часть термодинамического потенциала

Хорошо известно, что в отсутствие МП квантовые осцилляции термодинамических величин по магнитному полю выражаются через осциллирующую часть плотности числа состояний $\tilde{v}(E, p_z)$ с данными значениями E и p_z .

Расчет осциллирующей части термодинамического потенциала $\tilde{\Omega}$ с помощью плотности числа состояний (171) производится аналогично стандартному выводу (161), (162). Поэтому мы сразу приведем окончательное выражение для $\tilde{\Omega}$ единицы объема металла [67, 102]. Подчеркнем, что в общем случае не удастся явным образом произвести суммирование по проекциям спина:

$$\tilde{\Omega} = \left(\frac{e}{2\pi\hbar c} \right)^{3/2} \frac{e\hbar H^{5/2}}{2\pi^2 c} \times \\ \times \sum_{\mathbf{j}, \xi} \left| \frac{d^2 S_{\mathbf{j}}^{\xi}}{dp_z^2} \right|^{-1/2} \frac{1}{m_{\xi\mathbf{j}}} \sum_{r=1}^{\infty} \frac{R_T R_b(r\mathbf{j})}{r^{5/2}} \times \\ \times \cos \left[r \left(\frac{c S_{\mathbf{j}}^{\xi}(E, p_z)}{e\hbar H} + \gamma_{\mathbf{j}}^s + A_{\mathbf{j}} - 2\pi\gamma \right) \pm \frac{\pi}{4} \right]. \quad (172)$$

Здесь $S_{\mathbf{j}}^{\xi}(E, p_z)$ — "бесспиновая" площадь замкнутой j -орбиты, $2\pi\gamma$ — постоянная фаза⁸, не зависящая от МП, R_T — температурный множитель, совпадающий с (164а) с точностью до замены, учитывающей новое суммирование по всем j -орбитам:

$$\xi \rightarrow \xi\mathbf{j}: \quad a_{\xi} \rightarrow a_{\xi\mathbf{j}}, \quad m_{\xi} \rightarrow m_{\xi\mathbf{j}}, \quad S^{\xi} \rightarrow S_{\mathbf{j}}^{\xi}. \quad (173)$$

Все величины в (172), (173), зависящие от E и p_z , берутся при $E = \varepsilon_F$ и $p_z = p_z^s$, где индекс ξ нумерует экстремальные площади j -орбит. Отметим также, что для замкнутых составных траекторий (например, для траекторий, не помещающихся в пределах первой зоны Бриллюэна), как и в [6], все величины, имеющие индекс $\mathbf{j}$, являются составными МП-аналогами соответствующих квазиклассических величин. В частности, $\gamma_{\mathbf{j}}^s$ и $A_{\mathbf{j}}$ определяются соответствующими суммами спинового вклада (60) и скачков фаз волновой функции ЭП при МП (49) вдоль j -орбиты.

Для j -орбит, которые находятся в одной зоне и на которых спин ЭП при $\alpha \neq 0$ не переворачивается (как, например, для треугольных орбит на "иглах" в Zn), удается провести в (172) суммирование по проекциям

спина⁹. После этого в выражении для $\tilde{\Omega}$ появится стандартный спиновый множитель $R_s(j) = \cos(r\pi g_j^s)$, где g_j^s является параметром спинового расщепления j -орбиты (167) с учетом переобозначения (173). Тогда для таких орбит выражение (172) с точностью до обозначений совпадает с формулой для $\tilde{\Omega}$, приведенной в [6]. Естественно, что в отсутствие СОВ и переворотов спина ЭП при МП ($\alpha = 0$), но при учете спиновых состояний получается аналогичный результат.

В заключение этого раздела отметим, что формула (172) не учитывает диссипативных процессов в электронной системе. Уменьшение амплитуды осцилляций, связанное с рассеянием ЭП, учитывается введением фактора Дингла. Как показано в [49], учет фактора Дингла в условиях МП приведет к появлению в формуле (172) дополнительного множителя, аналогичного (164б).

5.4. Амплитуды эффекта дГВА в цинке для основных орбит

В разделе 4 мы убедились в том, что СОВ существенно влияет на гальваномагнитные свойства Zn. Поэтому вызывает интерес применение развитой выше теории для вычисления абсолютных значений амплитуд эффекта дГВА от четырех основных орбит, возникающих в центральном сечении (далее суммирование по ξ опускаем) для гексагональной МП-сети Zn (рис. 3б). В формуле (172) МП-множитель $R_b(r\mathbf{j})$ при $r = 1$ можно вычислить комбинаторно как сумму по j -орбитам. Простая иллюстрация этого метода для нескольких важных орбит, возникающих при МП в Mg, приведена в книге Шёнберга [8]. При больших r комбинаторный расчет $R_b(r\mathbf{j})$ даже в пренебрежении СОВ становится очень громоздким. В этом случае удобнее использовать интегральное представление $R_b(r\mathbf{j})$ [6].

Для принципиального выяснения вопроса о влиянии СОВ на амплитуду эффекта дГВА в условиях МП можно воспользоваться более наглядным комбинаторным методом при $r = 1$. Это позволит сравнительно просто получить МП-множитель $R_b(r\mathbf{j})$ и произвести суммирование по спину в (172).

Из формулы (172) для основной гармоник ($r = 1$) без учета фактора Дингла получается следующее выражение для восприимчивости j -й орбиты¹⁰:

$$\frac{d\tilde{M}_j}{dH} = \left(\frac{e}{\hbar c} \right)^{3/2} \left(\frac{m}{m_j} \right)^{1/2} \frac{k_B T F_j^2}{H^{5/2} \sinh(a_j T/H)} \times \\ \times \sum_{\sigma} \dot{R}_b(\mathbf{j}) \cos \left(\frac{2\pi F_j}{H} + \gamma_{\mathbf{j}}^s + \varphi \right), \quad (174)$$

где F_j — частота осцилляций дГВА (163) для j -орбиты, φ — постоянная при фиксированном поле H фаза, которая здесь не существенна.

Отношение масс m_j/m в (174) следует из множителя $|\partial^2 S_j / \partial p_z^2|$ в (172) для круговых орбит и орбит, образованных из дуг окружностей (см., например, для Mg [8, с. 413]), что имеет место и в Zn (рис. 3б).

⁸ Параметры γ и $A_{\mathbf{j}}$ дают в сумме квантовую поправку к обычно используемой в формуле Лифшица–Онзагера, равную $1/2$ [8, 11].

⁹ То же самое можно сказать и о принадлежащих одной зоне замкнутых петлях, возможно входящих в j -орбиту.

¹⁰ Здесь рассматривается только продольная составляющая восприимчивости $d\tilde{M}/dH = -(\partial^2 \tilde{\Omega} / \partial H^2)_{\mu}$, где μ — химический потенциал (см. (161)).

Отметим, что при выводе формулы (174) во всех составных МП-величинах (кроме спинного вклада в фазу γ_j^s и МП-множителя $R_b(r_j)$, определяющего амплитуду $\tilde{\Omega}$), мы пренебрегли различием по спину¹¹ и опустили векторное обозначение индекса j , т.е. заменили эти величины соответствующими квазиклассическими величинами.

Скалярный символ j в (174) относится к совокупности j -орбит одного типа, охватывающих одну и ту же "бесспиновую" площадь, но отличающихся друг от друга направлениями спина хотя бы на одном из участков. Внутри таких совокупностей необходимо провести частичное суммирование по j , что фактически представляет собой усреднение по спину.

Поскольку квазиклассический пакет, проходя через МП-узлы, расщепляется на три (см. (61)), то в соответствии со структурой s -матрицы (47), в которой мы должны положить $A = 0$ [6, 9], $R_b(r_j)$ для замкнутой j -орбиты определяется формулой

$$R_b(r_j) = \left(\pm \frac{\rho}{\beta} \right)^{n_{1j}} \tau^{n_{2j}} \left(\pm \frac{\alpha\rho}{\beta} \right)^{n_{3j}}, \quad (175)$$

где n_{1j} — число пробоев без переворота спина, n_{2j} — число отражений, n_{3j} — число пробоев с переворотом спина на j -орбите, знаки " $\pm$ " для каждого МП-узла определяются в соответствии с (51). Для простоты полагаем, что все МП-узлы эквивалентны. Главным отличием от полуклассического выражения (168), кроме уже обсужденного различия в фазах, является наличие пробоев с переворотом спина.

Одинаковые МП-множители (175) и разные знаки при γ_j^s в фазе (174) после усреднения по спину дадут множитель $R_s(j) = \cos(\pi g_j^s)$ от любой пары двух j -орбит, принадлежащих одному типу. В конечном счете зависимость от поля амплитуды $d\tilde{M}/dH$ для j -й орбиты определяется суммой по всем орбитам, принадлежащим одному типу с учетом различия направления спина, а каждый член суммы должен быть умножен на свой МП-множитель (175) и множитель $R_s(j)$, возникающий после усреднения по спину. Кроме того, некоторым путям будет соответ-

ствовать дополнительный весовой множитель C_j , который обязан симметрии и равен числу способов, какими может быть построена орбита j [56, 8].

Рассмотрим гексагональную МП-сеть Zn с учетом удвоения числа участков за счет СОВ (рис. 36). Как и в Mg [8], выделим из нее четыре основных типа орбит (рис. 14): $\odot$ — гигантскую круговую, которая возникает благодаря МП; θ — треугольную от "игл"; λ — двугольную, объединяющую большие участки от "монстра" с малыми от "игл"; χ — гексагональную от "монстра". Площадь сечения "монстра" полагается отрицательной, т.е. учитывается обход ЭП дырочной орбиты в направлении, противоположном вращению по электронным орбитам $\odot$, θ и λ . Некоторые характеристики орбит приведены в табл. 2.

Таблица 2. Характеристики орбит, показанных на рис. 14

Тип орбиты	$\frac{m_i}{m}$	Весовой множитель C_j	Число пробоев $n_{1j} + n_{3j}$	Число отражений n_{2j}	Частота дГвА F_j , МГц
$\odot$	1	1*	12	0	831,26 [85]
θ	0,0075 [85]	2	0	3	0,0158 [109]
λ	0,337 [8]	3*	4	2	47,179 [110]
χ	0,986 [8]	1	0	6	543,31 [110]

* Весовой множитель приведен только для одной орбиты ($n_{3j} = 0$).

Круговая орбита $\odot$ имеет 12 МП-узлов и разбивается на 6 пар больших и 6 пар малых участков, обозначенных на рис. 14 символами L (Large) и S (Small) соответственно. Ясно, что остальные орбиты можно составить из участков L и S . Такое разбиение позволяет определить спинные вклады γ_j^s всех возможных орбит, представленных на рис. 14, и непосредственно рассчитать произведение множителей

$$C_j R_b(j) R_s(j) \quad (176)$$

согласно описанной выше процедуре.

Вычисление суммарных амплитуд (176) для треугольной и гексагональной орбит не представляет труда, поскольку на этих орбитах спин ЭП не переворачивается. Так, фазы в (174), отвечающие таким траекториям с противоположными спинами, выглядят следующим образом: $\gamma_\theta \pm 3\gamma_S$ и $\gamma_\chi \pm 6\gamma_L$, где $\gamma_j = 2\pi F_j/H + \varphi$ — фаза, набираемая ЭП без учета спина ($j = \theta, \chi$), γ_L и γ_S — спинные вклады в фазу на большом и малом участке соответственно. Используя эти фазы, а также данные табл. 2, после суммирования по спину получаем

$$C_\theta R_b(\theta) R_s(\theta) = 2(1 - w) \cos(3\gamma_S), \quad (177)$$

$$C_\chi R_b(\chi) R_s(\chi) = (1 - w)^3 \cos(6\gamma_L) \quad (178)$$

для треугольной и гексагональной орбит соответственно.

Для того чтобы определить суммарную амплитуду, состоящую из вкладов (176), для двугольной орбиты λ необходимо учесть направление спина на каждом из участков (рис. 14). В общем случае имеется 5 пар орбит, относящихся к орбитам двугольного типа. Так, движению ЭП без переворота спина соответствует пара фаз

$$\gamma_\lambda \pm 2(\gamma_L + 2\gamma_S).$$

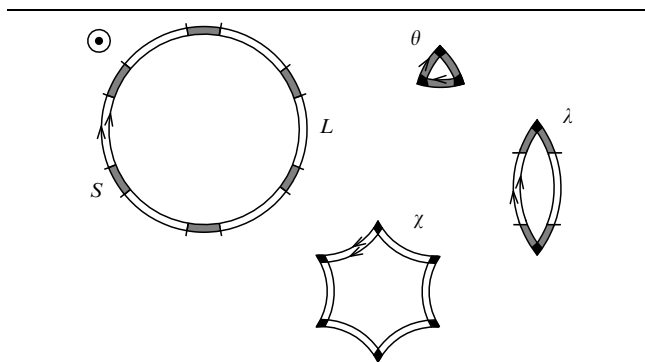


Рис. 14. Основные орбиты в гексагональной МП-сети Zn с учетом спинных степеней свободы. Точками отмечены места отражения электронов проводимости от МП-узлов, засечками — места МП. Характеристики орбит при движении электронов проводимости без переворота спина приведены в табл. 2

¹¹ Так обычно поступают при выводе формулы $\tilde{\Omega}$, поскольку $g\mu_B H \ll \mu$.

Фазе со знаком плюс соответствует движение ЭП по внешним участкам со спином вверх без переворота спина, фазе со знаком минус — движение ЭП по внутренним участкам со спином вниз. Для этой пары выражение (176) имеет вид

$$3(w^0)^2 (1 - w) \cos[2(\gamma_L + 2\gamma_S)].$$

Учет оставшихся орбит данного типа приведет к следующей суммарной МП-амплитуде, возникающей в (174), с учетом СОВ ($\alpha \neq 0$) и спиновых вкладов в фазу:

$$\sum_{\lambda} C_{\lambda} R_b(\lambda) R_s(\lambda) = 3(w^0)^2 (1 - w) \left\{ \cos[2(\gamma_L + 2\gamma_S)] + \right. \\ \left. + 4\alpha^2 [\cos(\gamma_L + 2\gamma_S) \cos(2\gamma_S - \gamma_L) - 1] + \right. \\ \left. + \alpha^4 \cos[2(2\gamma_S - \gamma_L)] \right\}. \quad (179)$$

Для круговой орбиты $\odot$ с учетом переворота спина в каждом из 12 МП-узлов (рис. 14) возникает 25 пар орбит, отличающихся направлениями спина на больших и малых участках. Учитывая симметрию этих орбит, получаем 57 произведений (176) с различными весовыми множителями $C_{\odot}$, четными степенями чисел $n_{1\odot}$, $n_{3\odot}$ и комбинациями фаз γ_S , γ_L .

Покажем для примера, как получаются некоторые из этих произведений. Так, при движении ЭП без переворота спина по круговой орбите $\odot$ (рис. 14) фазы в (174), отвечающие траекториям с противоположными спинами, равны

$$\gamma_{\odot} \pm \pi g_{\odot}^s = \gamma_{\odot} \pm 6(\gamma_L + \gamma_S),$$

где $g_{\odot}^s$ — параметр спинового расщепления круговой орбиты. Паре фаз

$$\gamma_{\odot} \pm 6(6\gamma_S - 2\gamma_L)$$

соответствует одна пара орбит, симметрично различающихся направлениями спинов. Знак, стоящий в фазе перед $\gamma_L(\gamma_S)$, определяет направление спина на большом L (малом S) участке. Ясно, что при замене спина $\uparrow$ на спин $\downarrow$ одна орбита переходит в другую. В этом случае $n_{3\odot} = 8$. Учитывая число возможных орбит, на которых ЭП набирает такую фазу, после усреднения по спину имеем

$$15(w^0)^2 (w^s)^4 \cos(2\gamma_S - 6\gamma_L).$$

Другой паре фаз $\gamma_{\odot} \pm 4(\gamma_S + \gamma_L)$ соответствуют две пары орбит с разным числом МП с переворотом спина. В этом случае направления спинов на одном малом и одном большом участках противоположны направлениям спинов на других участках. Учитывая все возможные орбиты и порядок прохождения ЭП всех МП-узлов, после усреднения по спину получаем для этих пар орбит

$$-12(w^0)^5 w^s \cos[4(\gamma_S + \gamma_L)], \quad 24w^0 (w^s)^5 \cos[4(\gamma_S + \gamma_L)]$$

соответственно.

Аналогично получаются вклады от остальных орбит. Приведем окончательное выражение суммарной МП-амплитуды круговой орбиты, возникающей в (174) после усреднения по спину:

$$\sum_{\odot} C_{\odot} R_b(\odot) R_s(\odot) = (w^0)^6 [\cos(6\gamma_+) + \alpha^2 \Sigma(1) + \alpha^4 \Sigma(2) + \\ + \alpha^6 \Sigma(3) + \alpha^8 \Sigma(4) + \alpha^{10} \Sigma(5) + \alpha^{12} \cos(6\gamma_-)], \quad (180)$$

где для упрощения записи введены обозначения

$$\gamma_+ = \gamma_S + \gamma_L, \quad \gamma_- = \gamma_S - \gamma_L,$$

$$\Sigma(1) = 12\{\cos \gamma_- [\cos(5\gamma_+) + \cos(3\gamma_+) + \cos \gamma_+] - \\ - [\cos(4\gamma_+) + \cos(2\gamma_+) + 1]\},$$

$$\Sigma(2) = \cos(4\gamma_+) [30 \cos(2\gamma_-) + 24] - \\ - 48 \cos \gamma_- [2 \cos(3\gamma_+) + 3 \cos \gamma_+] + \\ + 24 \cos(2\gamma_+) [2 \cos(2\gamma_-) + 3] + \\ + 27 \cos(2\gamma_-) + 96,$$

$$\Sigma(3) = 18 \cos(3\gamma_+) [\cos(3\gamma_-) + 4 \cos \gamma_-] + \\ + 18 \cos(3\gamma_-) [\cos(3\gamma_+) + 4 \cos \gamma_+] - \\ - 36 \cos(2\gamma_+) [2 \cos(2\gamma_-) + 3] - \\ - 36 \cos(2\gamma_-) [2 \cos(2\gamma_+) + 3] + \\ + 288 \cos \gamma_+ \cos \gamma_- + 4 \cos(3\gamma_+) \cos(3\gamma_-) - 184,$$

$$\Sigma(2) \rightarrow \Sigma(4), \quad \Sigma(1) \rightarrow \Sigma(5)$$

при замене $\gamma_+ \rightarrow \gamma_-$, $\gamma_- \rightarrow \gamma_+$.

Для определения спиновых добавок γ_L и γ_S естественно предположить, что циклотронная масса $m_{\odot}$ и g -фактор $g_{\odot}$ круговой орбиты $\odot$ равны циклотронной массе m и g -фактору $g = 2$ свободного электрона, поскольку данная орбита соответствует сечению сферы Ферми в модели почти свободных электронов. Тогда параметр спинового расщепления для круговой орбиты равен единице, т.е. $6(\gamma_L + \gamma_S) = \pi$. При исследовании гальваномагнитных свойств Zn (см. раздел 4.4) мы получили параметр спинового расщепления на "игле" g_{θ}^s , равный 0,41 (см. (160) и табл. 1). Полагая спиновый вклад $3\gamma_S$ в (177) для треугольной орбиты равным πg_{θ}^s , получаем

$$\gamma_S = \frac{\pi}{3} g_{\theta}^s, \quad \gamma_L = \frac{\pi}{6} (1 - 2g_{\theta}^s). \quad (181)$$

Подставляя (181) в формулы (176)–(180) и используя значения циклотронных масс и частот дГВА, приведенные в табл. 2, а также значения параметров $H_0 = 3,0$ кГс и $\alpha = 0,75$ из табл. 1, находим результирующие амплитуды осцилляций dM_j/dH каждой орбиты. На рис. 15 приведены графики расчетных зависимостей амплитуд $|dM_j/dH|$ от поля для рассмотренных выше четырех орбит. При этом для большего соответствия реальному случаю учтен температурный множитель R_T , в котором принято $T = 1$ К.

Как и в теории МП без переворота спина, построенной для Mg [8, 56], при увеличении поля осцилляции χ - и θ -орбит уменьшаются, а осцилляции составных $\odot$ - и λ -орбит становятся доминирующими, по мере того как МП начинает играть все более важную роль. Учет спиновых степеней свободы ЭП и СОВ приводит к заметному уменьшению амплитуды осцилляций дГВА всех орбит, за исключением круговой. Это обусловлено тем, что орбита $\odot$ проходит через большое число МП-узлов и в каждом МП-узле возможен переворот спина ЭП. При этом увеличивается число возможных путей, каждый из которых определяется своей МП-амплитудой.

Таким образом, повышается вероятность нахождения на этой орбите ЭП с противоположно направлен-

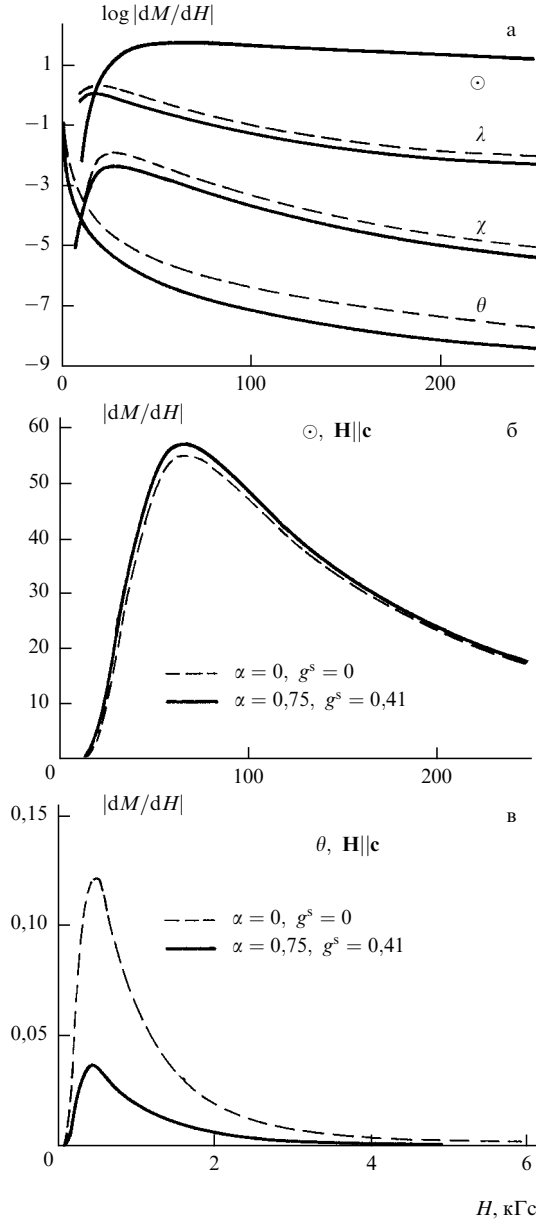


Рис. 15. Зависимости амплитуд дГВА для Zn при 1 К для основных орбит при наличии (сплошные линии) и в отсутствие (штриховые линии) спиновых степеней свободы: (а) логарифмическая зависимость от поля для всех типов орбит; (б) зависимость для круговой орбиты; (в) зависимость для треугольной орбиты. Графики построены без учета фактора Дингла. Параметры, при которых получены кривые, приведены в табл. 1 и 2

ными спинами. Эта вероятность сложным образом (см. (180)) зависит от параметра СОВ α и g -факторов различных участков.

Поведение осцилляций от θ -орбиты, которая проходит по "игле" в Zn, послужило одним из ранних свидетельств существования МП [3, 4]. При учете спина, максимум амплитуды (рис. 15в) уменьшается более чем вдвое. Появление множителя $R_s = \cos(\pi g_\theta^s)$ в (174) действительно хорошо объясняет наблюдаемую в эксперименте [105] сильную зависимость амплитуды осцилляций дГВА от g -фактора на "иглах".

Резюмируя, можно сказать, что в общем случае МП-амплитуды сложным образом зависят от параметра СОВ α и g -фактора.

5.5. Осцилляции дГВА при МП и спиновое расщепление уровней Ландау на "иглах" в цинке

Представляет интерес подстановка характеристик МП системы (в частности, параметров "игл"), полученных путем сравнения теории и эксперимента по гальваномагнитным свойствам Zn (см. раздел 4.4), в теоретические выражения для эффекта дГВА и сравнение их с известными экспериментальными результатами. Нам известна лишь одна работа, в которой спиновое расщепление уровней энергии в магнитном поле в условиях МП наблюдалось в осцилляциях дГВА на "иглах" в Zn при температуре $T = 1, 2$ К [105].

Заметим, что указанное сравнение теории и эксперимента носит скорее иллюстративный характер, так как в рассматриваемом случае треугольной орбиты СОВ не играет такой существенной роли, как для двугрульных или круговых орбит, поскольку при движении по ней спин ЭП не переворачивается. График экспериментальной зависимости второй производной намагниченности по магнитному полю приведен на рис. 16а.

Обобщение теории эффекта дГВА в условиях МП на случай учета СОВ, проведенное в предыдущих разделах, позволяет получить $d^2 \tilde{M}(H, T)/dH^2$ для треугольной θ -орбиты Zn (рис. 3б и 14) более последовательным образом, чем это было сделано в [105]. Производная по полю от (174) с учетом фактора Дингла дает выражение для соответствующей величины [67]:

$$\frac{d^2 \tilde{M}_\theta(H, T)}{dH^2} = \left(\frac{e}{c\hbar}\right)^{3/2} \left(\frac{m}{m_\theta}\right)^{1/2} \frac{4\pi k_B T F_\theta^3}{H^{9/2}} \times \\ \times \sum_{r=1}^{\infty} r^{3/2} \frac{\exp(-a_\theta r x_D/H)}{\sinh(a_\theta r T/H)} C_\theta \tau^{3r} \cos(\pi r g_\theta^s) \times \\ \times \sin \left[r \left(\frac{2\pi F_\theta}{H} + 3A - 2\pi\gamma \right) - \frac{\pi}{4} \right], \quad (182)$$

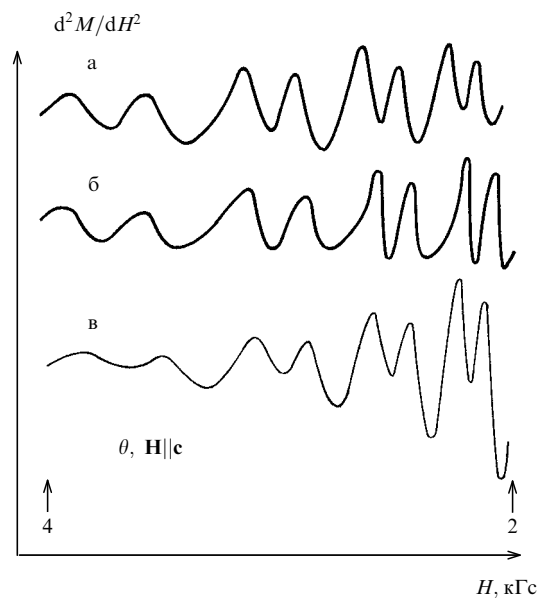


Рис. 16. Осцилляции $d^2 M/dH^2$ на "иглах" в Zn при $T = 1, 2$ К. Экспериментальная (а) и теоретическая (б) кривые воспроизведены из [105]. Значения параметров, при которых получена кривая (в), приведены в тексте

где x_D — температура Дингла (см. (1646)), $3A$ — сумма скачков фаз от трех МП-узлов (49), a_θ с учетом (173) определено в (165), $g_\theta^s = 0,41$ (см. табл. 1). Остальные параметры, входящие в (182), соответствуют значениям, использованным при построении графиков на рис. 12, 13, 15 ($H_0 = 3$ кГс, $\alpha = 0,75$, $F_\theta = 15,8$ кГс).

Теоретическая кривая, полученная при $T = 1,2$ К, температуре Дингла $x_D = 1,5$ [105] и $\gamma = 0,21$, приведена на рис. 16в. Из рис. 16а и 16в хорошо видно, что у теоретической и экспериментальной кривых совпадает характер поведения, частотная зависимость и, наконец, на обеих кривых имеются четко выраженные расщепленные пики. На наш взгляд, все это говорит о качественном согласии результатов, что придает дополнительную достоверность оценкам, сделанным в разделе 4.

Поскольку спин ЭП при движении по треугольной орбите не переворачивается, кривая на рис. 16в не имеет существенных отличий от теоретической кривой на рис. 16б, полученной в [105]. Однако имеется существенное различие между подходами, которое заключается в том, что результаты [67] последовательно выводятся из теории МП, микроскопически учитывающей спиновые степени свободы (в частности, γ_s и α) [9], а в [105] феноменологически введенные параметры, описывающие спиновое расщепление пиков, определялись путем подгонки теоретической кривой под экспериментальные данные. Для лучшего согласия с экспериментом авторы [105] вынуждены были при вычислениях пользоваться значением характерного поля пробоя $H_0 = 5$ кГс, которое отличается от значения $H_0 \approx 3$ кГс, найденного из других экспериментов [5, 8]. В [67] использованы параметры (частота дГВА, H_0 , α и значение g -фактора ЭП на "игле"), найденные независимым образом в работе [66] по гальваномагнитным свойствам Zn и хорошо согласующиеся с известными.

Кроме того, заметим, что в фазе (182) присутствует величина A (см. (49)), сложным образом зависящая от поля H и перенормированного за счет СОВ поля пробоя H_0 . МП-сдвиг фазы A следует из решения квантового уравнения Шрёдингера в МП-областях и существенным образом зависит от отношения H_0/H . В рассмотренном нами случае $3A$ изменяется от $-0,49$ при $H = 1,67$ кГс до $-1,02$ при $H = 4$ кГс для параметра СОВ $\alpha = 0,75$. В [105] учитывался только постоянный сдвиг фаз $2\pi\gamma$, причем параметр γ должен был принимать одно из двух значений (0,32 или 0,82) для описания положения расщепленных по спину пиков.

Учет этого различия в фазе приводит в нашем случае (рис. 16в) к менее выраженным провалам между пиками, отвечающими различным спиновым состояниям, по сравнению со старой теорией (рис. 16б), что, на наш взгляд, согласуется с экспериментом (рис. 16а). В то же время, как и в [105], остается довольно значительным различие между экспериментом и теорией в положении максимума амплитуды колебаний, который смещен для теоретической кривой в область более низких полей:

$$H_{\max}^{\text{theor}} = 0,75 < H_{\max}^{\text{exp}} \approx 2,2 \text{ кГс}.$$

К сожалению, мы лишены возможности сравнить амплитудные характеристики более точным образом, так как экспериментальные результаты были даны в произвольных единицах и нам не известен шаг изменения поля H , с которым проводились измерения.

Отклонения развитой нами теории (эффект дГВА в условиях МП с учетом СОВ) от эксперимента также могут быть связаны с такими не учтенными в теории явлениями, как магнитное взаимодействие или неоднородности образца. Последнее, как отмечалось, может привести к увеличению роли малоуглового рассеяния при движении ЭП по малой треугольной орбите, частичному нарушению когерентности и, следовательно, сглаживанию пиков осцилляций.

6. Влияние МП на парамагнитный резонанс ЭП в чистых металлах (Zn, Mg)

В предыдущих разделах исследовались явления, связанные с "орбитальным" движением ЭП в условиях МП. Было показано, что учет спина ЭП и СОВ приводит к существенному изменению основной динамической характеристики МП — s -матрицы и заметному усложнению спектра ЭП в условиях МП, в том числе и к изменению электронного g -фактора.

В этой связи несомненный интерес представляет рассмотрение влияния МП на такое чисто спиновое явление, как парамагнитный резонанс на электронах проводимости (ПРЭП) [98, 99, 111, 112]. Этот вопрос впервые был поставлен в экспериментальной работе Стесманса и Виттерса [16], в которой слабая интенсивность сигнала ПРЭП в Zn объяснялась существованием МП. Теоретические оценки влияния стохастического МП на ПРЭП в Zn и Mg были приведены в [17, 68].

До рассмотрения ПРЭП в условиях МП полезно качественно рассмотреть влияние анизотропии ПФ на основные характеристики резонанса.

6.1. ПРЭП в металлах со сложной ПФ. "Сужение движением"

Первая теория ПРЭП в металлах была построена Дайсоном [98], который учел диффузию ЭП из скин-слоя на основе модели квазисвободных электронов, т.е. ЭП рассматривались как газ не взаимодействующих квазичастиц с законом дисперсии

$$\varepsilon(\mathbf{p}) = \frac{p^2}{2m^*}, \quad (183)$$

где m^* — эффективная масса ЭП. Эта теория хорошо согласуется с экспериментальными данными, главным образом в щелочных металлах (см., например, [111, 112]).

Однако хорошо известно, что большинство металлов имеют анизотропную и весьма сложную ПФ [11, 12, 90]. Именно такие металлы интенсивно изучались в последние 20–25 лет методами ПРЭП. Существование в них ряда специфических зависимостей интенсивности сигнала, ширины, формы и положения линии ПРЭП от температуры и частоты не укладывается в рамки дайсоновской теории.

Влияние движения ЭП с произвольным законом дисперсии на спектр ПРЭП в металлах впервые было учтено в работах И.М. Лифшица с сотрудниками [99, 113–115], в которых теория ПРЭП была построена из решения кинетического уравнения для операторов плотности. Было показано, что такой учет сказывается на результатах лишь количественно (за исключением одного осо-

бого случая¹²): при замене одного закона дисперсии на другой незначительно меняется некоторый числовой множитель, представляющий собой усредненную особым образом по ПФ обезразмеренную компоненту скорости ЭП вдоль постоянного магнитного поля [113].

Таким образом, ПРЕП является интегральным эффектом. Здесь нет выделенных сечений ПФ, поясков, точек с "эффективными" ЭП. Вклад в парамагнитное поглощение дают все ЭП, находящиеся вблизи ПФ ($\Delta\epsilon \ll \epsilon_F$, определение $\Delta\epsilon$ см. в сноске 12).

В работах [98, 99, 113–115] g -фактор ЭП и время спиновой релаксации τ_s рассматривались в виде параметров. Поэтому единственная возможность учесть влияние анизотропии ПФ на ПРЕП связана с выделением зависящих от положения на ПФ g -фактора и времени жизни спинового состояния каждого ЭП: $g(\mathbf{p})$ и $\tau_s(\mathbf{p})$. Зависимость от квазиимпульса ЭП появляется в результате влияния СОВ, которое связывает орбитальное движение и спиновые свободы ЭП, непосредственно проявляющиеся в ПРЕП (см. раздел 2.1).

Разность $\Delta g(\mathbf{p}) = g(\mathbf{p}) - g_0$ (см. раздел 2.3) и $\tau_s(\mathbf{p})$ (см., например, [10]) зависит от соотношения энергии СОВ и энергетических параметров зонной структуры конкретного металла и меняется от одной точки ПФ к другой. Следуя подавляющему большинству работ, на качественном уровне обсудим влияние на ПРЕП анизотропного (зависящего от $\mathbf{p}$) g -фактора ЭП, а τ_s будем считать постоянным для всех ЭП на ПФ (см., однако, [116, 117]).

Общим для экспериментов по парамагнитному резонансу является наличие постоянного магнитного поля $\mathbf{H}$, обеспечивающего расщепление спиновых уровней каждого ЭП на $g(\mathbf{p})\mu_B H$, и слабого переменного поля $\tilde{\mathbf{H}}$, перпендикулярного $\mathbf{H}$ ($\tilde{H} \ll H$). Поле $\tilde{\mathbf{H}}$ вызывает переходы между спиновыми уровнями ЭП, когда квант переменного поля $\hbar\omega$ совпадает с зеемановским расщеплением: $\hbar\omega = g(\mathbf{p})\mu_B H$. При выполнении этого условия для большинства ЭП, т.е. в случае¹³

$$\hbar\omega_s = \langle g(\mathbf{p}) \rangle \mu_B H, \quad (184)$$

резко увеличивается поглощение образцом металла мощности СВЧ поля $\tilde{\mathbf{H}}$ (так называемые эксперименты по отражению).

В основе другого метода по наблюдению ПРЕП в металлах (эксперименты по прохождению [112]) лежит явление селективной прозрачности пластин металла, теоретически предсказанное еще в работах [99, 113, 115]. Это явление обусловлено тем, что спиновая диффузионная длина δ_s , проходимая ЭП без переворота спина,

обычно много больше глубины скин-слоя δ . Действительно, поскольку время спиновой релаксации τ_s практически всегда много больше времени свободного пробега ЭП τ^* , то

$$\delta_s \sim (D\tau_s)^{1/2} \sim (v_0^2 \tau^* \tau_s)^{1/2} \sim l \frac{\tau_s}{\tau^*} \gg \delta, \quad (185)$$

где v_0 — типичная скорость ЭП, l — длина свободного пробега ЭП, $D \sim v_0^2 \tau^*$ — коэффициент диффузии (поле $\mathbf{H}$ перпендикулярно границе).

В экспериментах по прохождению мощность СВЧ поля прилагается с одной стороны образца, а индуцированная поперечная намагниченность измеряется с другой стороны, причем толщина образца d должна быть меньше δ_s . При резонансе в скин-слое СВЧ полем создается неравновесная намагниченность ЭП, которые, диффундируя через образец, переносят ее к другой границе образца, где и происходит переизлучение мощности, запасенной спинами ЭП в скин-слое (подробнее см. в [112, 118]).

Теперь рассмотрим вопрос о связи распределения $g(\mathbf{p})$ по ПФ с наблюдаемыми характеристиками ПРЕП, прежде всего с экспериментальным g -фактором g^{exp} , определяемым из положения центра линии ПРЕП, а также с ее формой и шириной. Для выделения вклада от g -анизотропии мы не будем рассматривать причины, уменьшающие спиновое время жизни τ_s за счет рассеяния ЭП на фононах, границах, других электронах, примесях, дислокациях, других неоднородностях (подробнее см. в [88]) и приводящие к однородной ширине линии ПРЕП.

Наиболее простая интерпретация наблюдаемой ширины линии заключается в следующем. ЭП с разными квазиимпульсами (и g -факторами) резонируют в различных полях, и если бы это было возможно, то в эксперименте была бы видна линия ПРЕП, неоднородная ширина которой отражала бы действительный разброс электронного g -фактора по ПФ (см. сплошную линию на рис. 17)

$$\Delta\omega_g \approx \frac{1}{\hbar} \sigma_g \mu_B H. \quad (186)$$

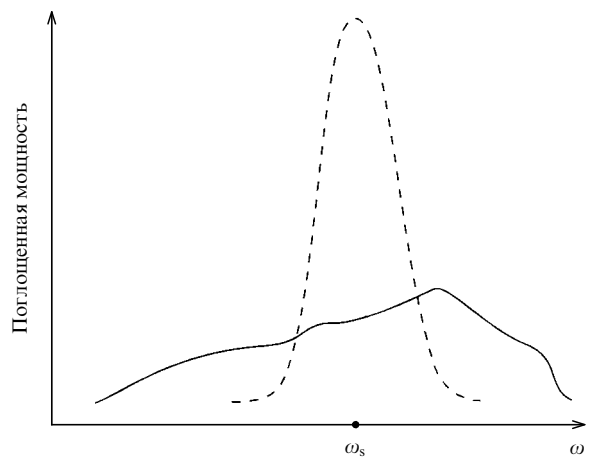


Рис. 17. Схематическое изображение спектра поглощения ПРЕП [79]. Сплошная линия отвечает гипотетическому g -распределению, штриховая — суженному движением сигналу ПРЕП

¹² В достаточно сильных магнитных полях ($\omega_c \tau^* \gg 1$, где τ^* — время свободного пробега ЭП) коэффициенты диффузии ЭП вдоль и поперек поля различны. В поперечном направлении шаг диффузии уменьшается с длиной свободного пробега до радиуса циклотронной орбиты [11–13] (см. также раздел 4.3). В ПРЕП эффективна лишь диффузия, перпендикулярная границе образца. Поэтому если в интервале $\Delta\epsilon \geq \max\{k_B T, g\mu_B H\}$ (T — температура) вблизи ϵ_F существуют только открытые изоэнергетические поверхности ЭП, причем направления их открытости перпендикулярны границе, то в таком металле изменение направления магнитного поля не меняет эффективного коэффициента диффузии [114] (см. также [111]). (Заметим, что ни в одном из металлов, в которых наблюдался ПРЕП, такая совокупность условий не реализуется!)

¹³ Здесь $\langle \dots \rangle = (2/\nu) \int_{\text{ПФ}} \dots dS/v(\mathbf{p})$ — среднее по ПФ [11, 12], $\nu = \int_{\text{ПФ}} dS/v$ — плотность числа состояний на ПФ.

Здесь $\sigma_g = \langle [g(\mathbf{p}) - \langle g(\mathbf{p}) \rangle]^2 \rangle^{1/2}$ — среднеквадратичное отклонение g -фактора по ПФ, $\Delta\omega_g$ — ширина линии ПРЭП, обусловленная g -анизотропией.

На самом деле такая неоднородно уширенная линия не наблюдается, так как ЭП не "стоят" на ПФ. В магнитном поле ЭП движутся по ПФ либо по траекториям (8) ($\omega_c\tau^* \gg 1$ — сильные поля, низкие температуры, чистые металлы), либо диффузионным образом за счет разного рода рассеяния ($\omega_c\tau^* \ll 1$ — условно назовем область, где такое рассеяние доминирует, "высокие температуры"); см., например, [88, 97]. В последнем случае влиянием магнитного поля на движение ЭП по ПФ практически можно пренебречь [12].

При "высоких температурах" ЭП за время τ_s успевает побывать во многих точках ПФ ($\tau_s \gg \tau$), характеризующихся различными $g(\mathbf{p})$ и, следовательно, различными резонансными полями H (спектрометры ПРЭП работают на фиксированной частоте ω). В результате ЭП "чувствует" некоторое среднее поле, а линия ПРЭП сужается и вклад из-за g -анизотропии в наблюдаемую ширину линии становится равным [10]

$$\Delta\omega \sim (\Delta\omega_g)^2 \tau \sim \frac{\sigma_g^2}{\langle g \rangle^2} \omega_s^2 \tau, \quad (187)$$

где резонансная частота ω_s (см. (184)) определяет положение линии ПРЭП.

Впервые подобный эффект был понят и объяснен для ядерного магнитного резонанса в жидкостях и получил название "сужение движением" [119]. Таким образом, при "высоких температурах" в металлах с g -анизотропией наблюдается одна узкая линия ПРЭП¹⁴ с шириной $\Delta\omega$ и центром на частоте ω_s , определенной взвешенным средним по распределению g -факторов по ПФ (см. штриховую линию на рис. 17). Отметим, что $g^{\text{exp}} = \langle g \rangle$, а $\Delta\omega$ в (187) зависит от квадрата частоты, при которой проводится эксперимент.

При понижении температуры в достаточно чистых металлах растет время релаксации импульса ЭП τ^* и, следовательно, вклад в ширину линии, обусловленный механизмом сужения (187). Этот рост продолжался бы до тех пор, пока $\hbar/\tau^*$ не стало бы порядка $\sigma_g \mu_B H$. В этом случае должно произойти полное снятие сужения линии за счет движения ЭП (breakdown of motional narrowing) [120]. Но еще раньше начинается движение ЭП по циклотронным орбитам, которые до рассеяния успевают совершить несколько оборотов вокруг ПФ (при этом $\hbar\omega_c \geq \hbar/\tau^*$). В этом случае g -фактор усредняется сначала вдоль циклотронных орбит.

Для каждой орбиты, характеризуемой своим p_z , возникает сдвиг g -фактора [79, 81]

$$\Delta g(p_z) = \langle g(p) \rangle_{p_z=\text{const}} - \langle g(p) \rangle, \quad (188)$$

который заметно уменьшает среднеквадратичный разброс g -фактора σ_g , равный в этом случае $\langle [\Delta g(p_z)]^2 \rangle^{1/2}$. Для Al, например, после усреднения g -фактора по всей ПФ в случае диффузионного движения ЭП получается $\sigma_g = 0,469$, а после первоначального усреднения по циклотронным орбитам $\sigma_g = 0,067$ [81]. В промежуточном случае ($\omega_c\tau^* \sim 1$) процедура усреднения имеет свою

специфику [81, 82], связанную со смешанным характером движения ЭП в магнитном поле (см. ниже).

Отметим также, что существование разброса g -факторов ЭП по ПФ приводит к возникновению параметра ПРЭП на прохождение размерности длины, который ограничивает глубину проникновения неравновесной намагниченности [118]. Параметр δ_c характеризует расстояние, на которое спины ЭП диффундируют без потери когерентности:

$$\delta_c^2 = \frac{\langle v_z^2 \rangle}{(\Delta\omega_g)^2}. \quad (189)$$

В этом случае распространение сигнала через пластину металла ограничивается меньшей из двух характерных длин δ_s и δ_c . Заметим, что при $\sigma_g \rightarrow 0$ параметр $\delta_c \rightarrow \infty$ и результаты [118] совпадают с выводами, полученными в [99, 113].

Таким образом, g^{exp} получается из распределенного $g(\mathbf{p})$ после усреднения его по всей ПФ, но в зависимости от характера движения ЭП по ПФ процедура усреднения несколько различна. Меняется при этом и такой важный параметр, как среднеквадратичный разброс g -фактора σ_g . Отметим также, что в отличие от ПРЭП в эффекте дГВА, например, из эксперимента находятся g -факторы экстремальных орбит (см. раздел 5) и, следовательно, $g^{\text{exp}} = g(p_z^\xi)$, где ξ — номер экстремального сечения.

6.2. Модели ПФ с g -анизотропией

Для расчетов g -факторов ЭП в металлах, естественно, пользуются реальной ПФ и реальной зонной структурой металла. Мы же далее перечислим модельные ПФ, которые применялись в теории ПРЭП. Самая простая модель, часто используемая в теории ПРЭП для расчетов [98, 11, 111–112], — это электронный газ (183) и $g(\mathbf{p}) \approx g_0$. ПФ в этом случае есть сфера. Как отмечалось, лучше всего такая модель соответствует одновалентным металлам. Расчеты показали (см. [121]), что для щелочных металлов $|\Delta g(p)| < 0,1$, а экспериментальное значение Δg^{exp} меняется от 10^{-5} (для Li) до 10^{-2} (для Cs — щелочного металла с самым сильным СОВ) [122].

Для поливалентных металлов иногда в качестве модельной ПФ тоже используют сферу. (С помощью сферы можно построить ПФ металла в приближении почти свободных электронов [92].) На этой сфере, лежащей сразу в нескольких зонах Бриллюэна, распределен g -фактор ЭП, зависящий от $\mathbf{p}$. Чаще всего сферическая модель применялась для Al. С помощью такой модели ПФ с гипотетически распределенным по ней g -фактором удалось объяснить рост ширины и сдвига линии с увеличением частоты ω в Al, Cu, Ag одновременным влиянием g -анизотропии и ферми-жидкостного взаимодействия (первый эксперимент [123], теория [79]). Это позволило из смещения линии ПРЭП в Al найти значение для спинового параметра ферми-жидкостного взаимодействия B_0 .

Дальнейшее развитие сферической модели связано с учетом результатов вычисления g -факторов ЭП в Al [81]. Оказалось, что во второй и третьей зонах Бриллюэна вблизи 24 W -точек¹⁵ g -фактор ЭП $g(\mathbf{p})$ может достигать

¹⁴ Для тонких образцов с толщиной $d \ll \delta_s$ форма линии ПРЭП лоренцевская, в случае толстых образцов дайсоновская [118].

¹⁵ Al — г.д.к. металл и его зона Бриллюэна представляет собой кубооктаэдр, W -точки находятся на пересечении его четырехугольной и шестиугольной граней [90].

значений порядка сотен (энергетическая щель $\Delta(\mathbf{p})$ вблизи W -точек мала!). Это обстоятельство учитывалось следующим образом [82]. По сфере Ферми были разбросаны 48 ($24 \cdot 2$) малых областей, соответствующих окрестностям реальных W -точек, с большим и постоянным для каждой области сдвигом g -фактора $|\Delta g_W| \sim 10^3$, причем среднее по ПФ $\langle \delta g_W(\mathbf{p}) \rangle = 0$. Вне этих областей $\Delta g = 0$. С помощью такой простой модели удалось объяснить линейную частотную зависимость ширины линии ПРЭП в промежуточной области температур ($\omega_c \tau^* \sim 1$) в терминах "сужения движением".

Как правило, у поливалентных металлов ПФ состоит из нескольких несвязанных полостей (листов ПФ), лежащих в разных зонах. Если предположить, что доминирует малоугловое рассеяние ЭП, то это приведет к установлению равновесия внутри каждой полости ПФ по отдельности. Для этого необходимо, чтобы характерное время рассеяния ЭП, не сопровождающееся перебросом ЭП из одной полости ПФ в другую, было меньше характерного времени межполостного рассеяния. В таких условиях полезна модель металла с несколькими группами ЭП.

Каждой группе можно приписать свои усредненные характеристики: g -фактор (g_i), времена спиновой (τ_{si}) и импульсной релаксации (τ_{pi}) и т.д. в зависимости от сложности модели. Для Al, например, подобная модель предложена в [58], причем связь между ЭП различных групп осуществлялась тремя путями: межгрупповым рассеянием ЭП с частотой $1/\tau_{ij}$, обменным взаимодействием и диффузным отражением ЭП на границе. Заметим, что в экспериментальной работе [16] по ПРЭП в Zn была высказана идея о возможной связи таких групп благодаря МП.

Предложенная модель предсказывает появление сдвигов наблюдаемого g -фактора с понижением температуры из-за уменьшения связи двух групп спинов, даже в отсутствие ферми-жидкостного взаимодействия (см. выше). В пределе низких температур линия ПРЭП может иметь структуру как следствие различия в g -факторах у двух групп ЭП. (Последнее обстоятельство, возможно, наблюдалось на эксперименте в Mg [124, 16]; см. ниже.) Кроме того, показано, что диффузное (многоканальное) отражение от границы без переворота спина влияет на спектр даже в сравнительно толстых образцах, перенося спиновое возбуждение из слабозатухающей моды (σ_{gi} мало) в сильнозатухающую (σ_{gi} велико).

В заключение этого раздела отметим, что в работах [75, 76] были сделаны попытки привлечь реальную структуру ПФ в Ag и Cu для качественного объяснения угловых зависимостей спектра ПРЭП. Количественный анализ проведен в [125]. Реальная ПФ в приложении к ПРЭП рассматривалась также в [126, 81, 16, 127].

6.3. Обсуждение модели. Гамильтониан задачи

Среди всех металлов, которые имеют анизотропную и сложную ПФ и в которых наблюдался ПРЭП, наиболее благоприятными свойствами для изучения влияния МП на ПРЭП обладают Zn и Mg. Это обусловлено тем обстоятельством, что характерные поля пробоя в этих металлах довольно малы. В Zn экспериментальные оценки дают значения H_0 от 2,7 [5] до 3,5 кГс [106] (в разделе 4 мы получили для Zn 3,0 кГс) и 5,85 кГс для Mg [5]. Магнитные поля, используемые в ПРЭП, ограничены полями $H \leq 10$ кГс, так как в существующих спектро-

метрах технически достижим лишь определенный набор частот ($\nu < 10^{10}$ Гц) [111, 16].

Zn и Mg являются двухвалентными металлами с гексагональной плотно упакованной решеткой. В обычной для таких металлов схеме двойных зон зона Бриллюэна представляет собой прямую шестигранную призму. Эти металлы имеют сходные ПФ, состоящие из несвязанных между собой полостей. Важные для дальнейшего рассмотрения части ПФ приведены на рис. 3а.

В достаточно сильном магнитном поле, направленном вдоль оси шестого порядка, появляется МП, связывающий ЭП "монстра" и "сигар". Для выяснения роли МП в ПРЭП примем простую модель: малоугловое рассеяние ЭП доминирует, приводит к установлению равновесия внутри каждой полости ПФ и делает МП стохастическим. Причиной столь сильного малоуглового рассеяния могут быть тепловые фононы, так как температуры, при которых наблюдался ПРЭП в этих металлах, достаточно высоки: $T = 40$ К для Zn [16]. Таким образом, возникают три группы ЭП с усредненными внутри каждой из них параметрами, причем каждой группе соответствуют свои g -факторы, вообще говоря, не равные между собой.

В принятой модели в отсутствие МП были бы видны, если бы это было возможно, три линии ПР, отвечающие каждой группе ЭП, с соответствующей данной группе шириной линии, обратно пропорциональной групповому времени релаксации поперечной намагниченности. Их интенсивность зависела бы от числа ЭП на соответствующих полостях: самый сильный сигнал от ЭП большого "монстра", слабый от ЭП "линзы" и практически незаметный от ЭП "сигар". За счет МП происходит обмен ЭП, а следовательно, изменение намагниченности и уширение линий ПРЭП у двух групп ЭП: "монстра" и "сигар". Для простоты мы предполагаем, что МП действует независимо от всех других причин, вызывающих уширение и сдвиг линии ПРЭП, и, таким образом, дает аддитивный вклад в общую ширину линии. Сделанное предположение позволяет в дальнейших расчетах пренебречь всеми механизмами уширения линии ПРЭП, кроме рассматриваемого.

Следует иметь в виду, что в принятой модели приближение "мгновенного" установления внутригруппового равновесия является достаточно сильным и, скорее всего, приведет к несколько завышенным оценкам вклада МП в ширину линии ПРЭП.

С учетом того, что в нашей модели ЭП "линзы" взаимодействуют с внешними магнитными полями независимо от других групп ЭП, модельный гамильтониан двух связанных групп ЭП, помещенных во внешнее постоянное поле $\mathbf{H} \parallel Oz$ и перпендикулярное ему слабое переменное поле $\mathbf{H}$ ($\tilde{H} \ll H$), выглядит следующим образом [17]:

$$\hat{H} = \hat{H}_0(t) + \hat{H}_{МП}, \quad \hat{H}_0(t) = \hat{H}_{kin} + \hat{H}_Z(t). \quad (190)$$

Здесь

$$\hat{H}_{kin} = \sum_{n, \mathbf{p}, \sigma} [\varepsilon_n(\mathbf{p}) - \varepsilon_F] \hat{a}_{n, \mathbf{p}, \sigma}^+ \hat{a}_{n, \mathbf{p}, \sigma} \quad (191)$$

— оператор кинетической энергии;

$$\begin{aligned} \hat{H}_Z(t) &= \hat{H}_Z^0(t) + \hat{H}_Z'(t) = \\ &= -\mathbf{H}(\hat{\mathbf{M}}_1 + \hat{\mathbf{M}}_2) - \tilde{\mathbf{H}}(t)(\hat{\mathbf{M}}_1 + \hat{\mathbf{M}}_2) \end{aligned} \quad (192)$$

— зеемановский гамильтониан; $\tilde{H}(t)$ меняется с частотой ω ;

$$\hat{M}_n^\alpha = \frac{g m \mu_B}{2} \sum_{\mathbf{p}, \sigma, \sigma'} \hat{a}_{n\mathbf{p}\sigma}^+ \hat{\sigma}_{\sigma\sigma'}^\alpha \hat{a}_{n\mathbf{p}\sigma'} \quad (193)$$

— оператор проекции магнитного момента n -группы ЭП ($\alpha = x, y, z$ — компонента);

$$\hat{H}_{\text{МП}} = \sum_{\mathbf{p}_0, \mathbf{q}_0, \sigma, \sigma'} (V_{12}^{\sigma\sigma'} \hat{a}_{1\mathbf{p}\sigma}^+ \hat{a}_{2\mathbf{p}\sigma'} + \text{h.c.}), \quad (194)$$

— туннельный гамильтониан МП.

При этом $n = 1, 2$ для "монстра" и "сигар" ("игл") соответственно; $\hat{a}_{1\mathbf{p}\sigma}^+$ и $\hat{a}_{2\mathbf{p}\sigma}$ — операторы рождения и уничтожения ЭП n -группы; $\mathbf{p}$ и $\mathbf{q}$ описывают квазиимпульсные пространства зон 1-2 и 3-4 соответственно; $\hat{\sigma}_{\sigma\sigma'}^\alpha$ — элементы матриц Паули; $V_{12}^{\sigma\sigma'}$ — параметр туннелирования, выбранный так, чтобы вероятности туннелирования, пропорциональные $|V_{12}^{\sigma\sigma'}|^2$, равнялись соответствующим вероятностям МП w^0 или w^s (см. (52)); $\{\mathbf{p}_0\}$ и $\{\mathbf{q}_0\}$ — МП-участки на "монстре" и "сигарах" ("иглах") соответственно.

Скорости релаксации поперечной намагниченности ЭП "монстра" вычислялись методом неравновесного статистического оператора [128]. При этом в соответствии с принятой моделью предполагалось, что резонанс далек от насыщения, температуры кинетического ($\hat{H}_{\text{kin}}$) и зеемановского ($\hat{H}_Z$) резервуаров выбирались равными температуре термостата T , что соответствует "мгновенному" установлению равновесия в каждой из групп ЭП. Неравновесное состояние возникало в результате поглощения энергии переменного поля спинами ЭП.

6.4. Обсуждение экспериментальной ситуации.

Оценка теоретических результатов

В результате стандартных для метода неравновесного статистического оператора [128] вычислений в [17] было показано, что вклад в ширину линии ПРЭП от МП пропорционален вероятностям МП. Хорошо известно, что эти вероятности зависят от угла наклона магнитного поля (см. (50)). (Экспериментальные данные о зависимости поля пробоя от угла θ между полем $\mathbf{H}$ и кристаллической осью шестого порядка $\mathbf{c}$ приведены для Mg в [91] и для Zn в [106].) Следовательно, общую экспериментальную ширину линии ПРЭП можно представить в виде суммы двух слагаемых: не зависящей от МП "остаточной" ширины a и МП-ширины:

$$\left(\frac{1}{T_2}\right)^{\text{exp}} = a + b \exp\left(-\frac{H_0^{(\theta=0^\circ)}}{H \cos \theta}\right), \quad (195)$$

где b — феноменологический параметр.

Ясно, что для проверки теории мы должны выбрать те из экспериментов по ПРЭП в Mg и Zn, которые проводились на кристаллических образцах (или поликристаллических, но с ориентированной осью $\mathbf{c}$). Для Mg — это работы [16, 129, 124], а для Zn нам известна только работа [16].

Прежде чем перейти к конкретному сравнению с экспериментом, приведем оценки полученных в [17] результатов. В нашем случае, когда мы "следуем" за откликом от ЭП "монстра" ($n = 1$), теоретические оценки для МП-вклада в ширину линии ПРЭП можно

получить из простой и физически прозрачной формулы

$$\left(\frac{1}{T_2^{\text{МП}}}\right)_1^{\text{theor}} \approx N \frac{p_z^{\text{МП}}}{p_{z1}} \frac{\omega_{c1}}{2\pi} w, \quad (196)$$

где p_{z1} — продольный размер "монстра", $p_z^{\text{МП}}$ — толщина МП-слоя, ω_{c1} — циклотронная частота монстра, $N = 6$ — число МП-областей, w — полная вероятность МП (2).

Теперь обсудим экспериментальную ситуацию в рассматриваемых металлах и с помощью (196) оценим влияние МП на ПРЭП. В Mg в экспериментах наблюдалась широкая линия ПРЭП с ярко выраженной угловой зависимостью. При $\theta = 0^\circ$ ширина линии была максимальной, с увеличением угла она монотонно уменьшалась до значения при $\theta = 90^\circ$. Экспериментальные точки из работы [129] воспроизведены на рис. 18.

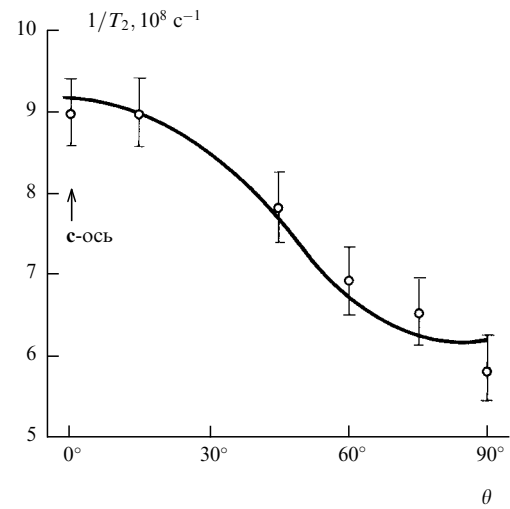


Рис. 18. Зависимость полной ширины линии ПРЭП от угла наклона магнитного поля для чистого Mg. Экспериментальные точки взяты из [129]; $T = 40$ К, частота резонанса 9,2 ГГц, $g = 2,00 \pm 0,01$. Положение феноменологической кривой (195) определено методом наименьших квадратов

Следовательно, сигнал ПРЭП можно связать с откликом ЭП "монстра", а зависящую от θ часть линии объяснить влиянием МП (195). Из рис. 18 видно, что ширина линии ПРЭП, приписываемая МП, изменяется от $(3 \pm 1) \cdot 10^8 \text{ c}^{-1}$ до нуля. Параметры феноменологической экспериментальной кривой (195), проведенной на рис. 18, были определены методом наименьших квадратов в [17]:

$$a = 6,2 \cdot 10^8 \text{ c}^{-1}, \quad b \exp\left(-\frac{H_0^{(\theta=0^\circ)}}{H}\right) = 2,9 \cdot 10^7 \text{ c}^{-1}$$

при $H = 3,3 \text{ кГц}$ [129, 124].

С другой стороны, формула (196) дает для теоретического вклада оценку

$$\left(\frac{1}{T_2^{\text{МП}}}\right)_1^{\text{theor}} (\theta = 0^\circ) = (9 - 15) \cdot 10^8 \text{ c}^{-1}, \quad (197)$$

где использованы следующие значения: поле МП $H_0 = 5,85 \text{ кГц}$ [5], резонансное поле $H = 3,3 \text{ кГц}$ [129, 124], параметры "монстра" $\omega_1 = (4,2 - 6,8) \cdot 10^{10} \text{ c}^{-1}$ [5, 8] и $p_z^{\text{МП}}/p_{z1} = 0,14$ [5].

Таким образом, рассчитанный вклад от МП в ширину линии ПР на ЭП "монстра" для Mg качественно согласуется с экспериментальными данными. Как ожидалось в рамках принятой модели, он превосходит ее по порядку величины. Дополнительным подтверждением корректности принятой здесь теоретической модели служит наблюдение в Mg на фоне широкой линии ПРЭП более слабого и узкого сигнала от ЭП "линзы" [16].

В эксперименте по ПРЭП в Zn наблюдался только слабый по интенсивности и узкий по ширине сигнал от ЭП "линзы". Линия ПР от ЭП "монстра" не была видна, как предполагалось, из-за ее большой ширины. По мнению авторов [16], ненаблюдаемость линии ПРЭП "монстра" связана с влиянием МП.

Оценим вклад от МП в общую ширину линии ПР на ЭП "монстра" по формуле (196):

$$\left(\frac{1}{T_2^{\text{МП}}}\right)_1^{\text{theor}} (\theta = 0^\circ) \approx 3 \cdot 10^8 \text{ с}^{-1}, \quad (198)$$

где $H_0 = 2,7 \text{ кГс}$, $p_z^{\text{МП}}/p_{z1} = 0,05$ [5], резонансное поле $H = 6,5 \text{ кГс}$ [16], $\omega_{c1} = 9 \cdot 10^9 \text{ с}^{-1}$ [16, 91].

Полученная оценка заметно больше наблюдавшейся в [16] ширины линии ПР на ЭП "линзы" ($6 \cdot 10^7 \text{ с}^{-1}$). Это позволяет сделать вывод, что в нашей модели МП действительно уширяет линию ПР на ЭП "монстра". Однако из вышеприведенных данных и рис. 18 видно, что по порядку величины полученный результат совпадает с экспериментальной шириной линии ПРЭП в Mg. Следовательно, МП не может без влияния других причин сделать ее ненаблюдаемой, тем более что при $\theta = 90^\circ$ МП вообще не должен влиять на ПРЭП "монстра". (В [16] такая возможность не обсуждалась, хотя направление магнитного поля, по-видимому, изменялось.)

Заметим также, что в принятой модели похожий вклад (но не зависящий от θ !) в ширину линии ПРЭП могли бы давать перебросы ЭП с "монстра" на "сигары" ("иглы") за счет рассеяния на фононах [77, 88]. Оценки показывают, что волновой вектор тепловых фононов $k_{\text{ph}} = k_B T / \hbar s$ (s — скорость звука) остается меньше $\Delta k = \delta p / \hbar$ (минимального расстояния между интересующими нас частями ПФ) вплоть до температур T_{ph} .

Для Zn $T_{\text{ph}} = 20 \text{ К}$, для Mg $T_{\text{ph}} = 45\text{--}50 \text{ К}$, здесь использованы следующие значения для скоростей звука: $s_{\text{Zn}} = 4 \cdot 10^4 \text{ мс}^{-1}$, $s_{\text{Mg}} = 6 \cdot 10^3 \text{ мс}^{-1}$. Для Zn получается $\Delta k = 0,04 \text{ а.е.}^{-1}$. Поскольку в Mg межзонная щель в два раза больше, то $\Delta k_{\text{Mg}} = 2\Delta k_{\text{Zn}}$. Следовательно, тепловые фононы могут лишь участвовать в эффективном внутригрупповом перемешивании (что согласуется с принятой выше моделью) и не могут при $T \leq T_{\text{ph}}$ конкурировать с МП.

7. Заключение

Подведем итоги. С формальной точки зрения математический аппарат теории МП [6] сравнительно просто обобщается на случай учета СОВ. При этом необходимо учитывать возникающие особенности:

- СОВ существенно меняет спектр ЭП в областях аномального сближения зон.
- Основная динамическая характеристика МП — s -матрица становится матрицей 4×4 и определяет *трехканальное* МП-рассеяние ЭП. Возникает вероятность МП с переворотом спина.

- Учет СОВ кардинально меняет классификацию состояний ЭП в условиях МП. В общем случае невозможно отделить спиновые степени свободы от орбитальных.

- Существенно меняется МП-спектр ЭП. В частности, случай полного пробоя (полная вероятность МП равна единице) *не сводится* к квазиклассическому случаю: волновые функции ЭП с противоположно направленными спинами перепутываются, образуются состояния с эффективным спином.

Теория МП с переворотом спина подтверждается экспериментальными результатами по гальваномагнитным свойствам и эффекту дГВА в Zn. Это проявляется в раздвоении пиков МП-осцилляций. Зная расщепление по магнитному полю, можно определить микроскопические характеристики ЭП металла: g -фактор, эффективную массу, параметр СОВ в теории МП.

МП выступает в качестве дополнительного механизма спиновой релаксации ЭП. Для ПРЭП это может проявиться в характерной угловой зависимости ширины линии, что, скорее всего имеет место в Mg.

Таким образом, на сравнительно простых примерах, которые просчитываются до "числа", в настоящем обзоре показано, что учет спиновых степеней свободы в теории МП не сводится к простому суммированию (умножению на два в конечных выражениях). Выяснилось, что следствия переворота спина ЭП при МП в некоторых чистых металлах наблюдались еще в 60-х годах.

Авторы намеренно ограничили изложение нормальными металлами. В системах с заведомо сильным СОВ (переходные металлы, ферромагнитные соединения) необходимо учитывать спиновые степени свободы. Однако теоретическая картина МП здесь далека от завершения и не такая прозрачная. Приходится брать во внимание коллективные свойства спиновой системы, что требует отдельного рассмотрения.

В последние годы интерес к МП проявился с совершенно неожиданной для теории металлов стороны — со стороны органических соединений, переходящих в сверхпроводящее состояние при температурах около 10 К. Фермиология этих органических проводников бурно развивается, и МП дает много полезной и тонкой информации об их энергетическом спектре.

Не все ясно и в простых металлах. Выше обсуждалась проблема нахождения энергетического спектра ЭП (и g -фактора) в условиях МП. Характеристики МП-спектра играют важную роль в описании эффектов, обусловленных когерентным МП [6]. Следовательно, учет спиновых степеней свободы должен сказаться и на полностью когерентном движении ЭП в условиях МП. Интересен вопрос о спиновых характеристиках системы в условиях квантовой МП-локализации ЭП.

Представляется, что все вышеизложенное не только будет стимулировать дальнейшее теоретическое изучение спиновой динамики ЭП в условиях МП, но и обратит внимание экспериментаторов на такое своеобразное и тонкое явление, как явление магнитного пробоя.

Авторы выражают благодарность М.И. Каганову за многолетнее плодотворное внимание к работе, способствовавшее появлению обзора, а также Б.И. Кочелаеву за поддержку в проведении настоящего исследования. Один из авторов (ЮНП) признателен А.А. Слуцкину за полезные дискуссии, позволившие убедиться в правильности выбранного пути.

Список литературы

- Cohen M H, Falicov L M *Phys. Rev. Lett.* **7** 231 (1961)
- Priestley M G *Proc. Roy. Soc. A* **276** 256 (1963)
- Priestley M G, Falicov L M, Weisz G *Phys. Rev.* **131** 617 (1963)
- Dhillon J S, Shoenberg D *Philos. Trans. R. Soc. A* **248** 1 (1955)
- Pippard A B *Philos. Trans. R. Soc. A* **256** 317 (1964)
- Stark R W, Falicov L M *Prog. Low Temp. Phys.* **5** 235 (1967)
- Каганов М И, Слуцкий А А, в кн. *Электронны проводимости* (М.: Наука, 1985) с. 101
- Kaganov M I, Slutskin A A *Phys. Rep.* **98** 187 (1983)
- Алексеевский Н Е, Нижанковский В И, в кн. *Электронны проводимости* (М.: Наука, 1985) с. 197
- Шёнберг Д *Магнитные осцилляции в металлах* (М.: Мир, 1986)
- Прошин Ю Н *ЖЭТФ* **93** 1356 (1987)
- Jafet J *Solid State Phys.* **14** 1 (1963)
- Лифшиц И М, Азбель М Я, Каганов М И *Электронная теория металлов* (М.: Наука, 1971)
- Лифшиц И М, Каганов М И *УФН* **129** 487 (1979)
- Абрикосов А А *Основы теории металлов* (М.: Наука, 1987)
- Blount E I *Phys. Rev.* **126** 1636 (1962)
- Tselfs W, Flouda E, Boukos N et al. *Physica B* **172** 405 (1991)
- Stesmans A, Witters J *Phys. Rev. B* **23** 3159 (1981)
- Кочелаев Б И, Прошин Ю Н *ФТТ* **27** 265 (1985)
- Слуцкий А А *ЖЭТФ* **58** 1098 (1970)
- Слуцкий А А *Письма в ЖЭТФ* **18** 587 (1973)
- Слуцкий А А *ЖЭТФ* **65** 2114 (1973)
- Слуцкий А А, Кадигрозов А М *ФНТ* **4** 536 (1978)
- Stark R W, Friedberg C B *J. Low Temp. Phys.* **26** 763 (1977)
- Горелик Л И, Ковтун Е А *ФНТ* **19** 395 (1993)
- Walker I R *J. Low Temp. Phys.* **90** 205 (1992)
- Lonzarich G G, in *Electrons at Fermi surfaces* (Ed. M Springford) (Cambridge: Cambridge University Press, 1980) chap. 6
- Кумин П Р, Дякина В П, Старцев В Е, Черепанов А Н *ФММ* **12** 39 (1990)
- McMullan G J, Pilgram D D, Marshall A A *Phys. Rev. B* **46** 3789 (1992)
- Liu C T, Tsui D C, Shayegan M, Ismail K, Antoniadis D A, Smith Henry I *Appl. Phys. Lett.* **58** 2945 (1991)
- Beton P H, Dellow M W, Main P C et al. *Phys. Rev. B* **43** 9980 (1991)
- Hu J, MacDonald A H *Phys. Rev. B* **46** 12554 (1992)
- Behler S, Winzer K Z. *Phys. B* **82** 355 (1991)
- Audouard A, J Richard J, Dubois S et al. *Synth. Metals* **56** 2629 (1993); Henriques A B, Morgoon V N, Desouza P L et al. *Phys. Rev. B* **49** 11248 (1994)
- Williams J M, Schultz A J, Geiser U et al. *Science* **252** 1501 (1991)
- Sasaki T, Sato H, Toyota N *Solid State Commun.* **76** 507 (1990)
- Sasaki T, Sato H, Toyota N *Physica C* **185–189** 2687 (1991)
- Wosnitza J, Crabtree G W, Wang H H, et al., in *Materials Science and Chemistry Divisions* (Argonne National Laboratory, IL 60439)
- Kartsovnik M V, Kovalev A E, Kusch N D *J. Phys. I* **3** 1187 (1993)
- Sasaki T, Toyota N *Synth. Metals* **56** 2303 (1993)
- Uji S et al. *Phys. Rev. B* **49** 732 (1993)
- Caulfield J et al. *Synth. Metals* **61** 63 (1993)
- Uji S, Aoki S H, Brooks J S et al. *Solid State Commun* **88** 683 (1993)
- Kanoda K, et al. *Synth. Metals* **56** 2309 (1993)
- Карцовник М В, Лаухин В Н, Песоцкий С И *УФН* **162** (10) 183 (1992)
- Tamura M, Kuroda H, Uji S et al. *J. Phys. Soc. Jpn* **63** 615 (1994)
- Alekseevskii N E, Bazan C, Glinski M. et al. *J. Phys. E* **12** 648 (1979)
- Слуцкий А А *ЖЭТФ* **53** 767 (1967)
- Pippard A B *Proc. Roy. Soc. A* **270** 1 (1962)
- Slutskin A A, Gorelik L Yu *Solid State Commun* **46** 601 (1983)
- Sandesare N B, Stark R W *Phys. Rev. Lett.* **53** 1681 (1984)
- Слуцкий А А, Автореф. дис. ... д-ра физ.- мат. наук (Харьков: ФТИНТ, 1980)
- Пиппард А, в кн. *Физика металлов. Ч. I. Электронны* (М.: Мир, 1972) с.129
- Chambers R G *Proc. Phys. Soc.* **88** 701 (1966)
- Chambers R G *Proc. Phys. Soc.* **89** 695 (1966)
- Chambers W G *Phys. Rev. A* **140** 135 (1965)
- Falicov L M, Sievert P R *Phys. Rev. A* **138** 88 (1965)
- Falicov L M, Pippard A B, Sievert P R *Phys. Rev.* **151** 498 (1966)
- Falicov L M, Stachowiak H *Phys. Rev.* **147** 505 (1966)
- Sowa E C, Falicov L M *Phys. Rev. B* **32** 755 (1985)
- Freericks J K, Falicov L M *Phys. Rev. B* **39** 5678 (1989)
- Бир Г Л, Пикус Г Е *Симметрия и деформационные дефекты в полупроводниках* (М.: Наука, 1972)
- Каганов М И, Прошин Ю Н *ФТТ* **28** 1226 (1986)
- Слуцкий А А, Кадигрозов А М *Письма в ЖЭТФ* **32** 363 (1980)
- Слуцкий А А, Манжелей Е В *ФНТ* **19** 86 (1993)
- Слуцкий А А, Манжелей Е В *ФНТ* **19** 824 (1993)
- Proshin Yu N, Useinov N Kh *Phys. Status Solidi B* **166** 173 (1991)
- Proshin Yu N, Useinov N Kh *Physica B* **173** 386 (1991)
- Прошин Ю Н, Усеинов Н Х *ЖЭТФ* **100** 1088 (1991)
- Прошин Ю Н, Усеинов Н Х *ЖЭТФ* **105** 139 (1994)
- Прошин Ю Н, Автореф. дис. ... канд. физ.- мат. наук (Казань: КГУ, 1987)
- Прошин Ю Н, Носкова Т Л, в кн. *XXIX совет. по физике низких температур: Тез. докл., Ч. 2* (Казань, 1992) с. 353
- Proshin Yu N, in *Program 6th joint MMM Int. Conf.* (Albuquerque, USA, June 1994) p. 131
- Proshin Yu N, in *Magnetic Resonance and Related Phenomena Ext. Abstr. XXVIII Congress AMPERE V. 1* (Russia, August 1994) p. 256
- Ландау Л Д *ЖЭТФ* **30** 1058 (1956)
- Горбовицкий Б М, Перель В И *ЖЭТФ* **85** 1812 (1983)
- Лифшиц Е М, Питаевский Л П *Статистическая физика. Ч. 2. Теория конденсированного состояния* (М.: Наука, 1978)
- Walker M B *Phys. Rev. Lett.* **33** 406 (1974)
- Walker M B *Can. J. Phys.* **53** 165 (1975)
- Silsbee R H, Long J P *Phys. Rev. B* **27** 5374 (1983)
- Зильберман Г Е *ЖЭТФ* **30** 1092 (1956); **32** 296, **33** 386 (1957)
- Freeman R, Fredkin D R *Phys. Rev. B* **11** 4847 (1975)
- Недорезов С С Автореф. дис. ... д-ра физ.- мат. наук (Харьков: ФТИНТ, 1985)
- Beuneu F J. *Phys. F* **10** 2875 (1980)
- Silsbee R H, Beuneu F *Phys. Rev. B* **27** 2682 (1983)
- Roth L M *Phys. Rev.* **145** 434 (1966)
- Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Квантовая механика* (М.: Наука, 1974)
- Harrison W A *Phys. Rev.* **126** 497 (1962)
- Reitz J R J. *Phys. Chem. Solids* **25** 53 (1964)
- Каганов М И, Слуцкий А А *Магнитный пробой* (М.: Знание, 1985)
- Гантмахер В Ф, Левинсон И Б *Рассеяние носителей тока в металлах и полупроводниках* (М.: Наука, 1984)
- De Graaf A M, Overhauser A W *Phys. Rev.* **180** 701 (1969)
- Крокнелл А, Уонг К *Поверхность Ферми* (М.: Атомиздат, 1978)
- Van Dyke J P, McClure J W, Doar J F *Phys. Rev. B* **1** 2511 (1970)
- Харрисон У *Теория твердого тела* (М.: Мир, 1972); Хейне В, Козн М, Уэйр Д *Теория псевдопотенциала* (М.: Мир, 1973)
- Слуцкий А А, Кадигрозов А М *ФТТ* **9** 184 (1967)
- Белоколов Е Д *ФТТ* **19** 767 (1977)
- Слуцкий А А *Письма в ЖЭТФ* **4** 96 (1966)
- Справочник по специальным функциям* (Ред. М Абрамовиц, И М Стиган) (М.: Наука, 1979)
- Гуржи Р Н, Копелиович А И, в кн. *Электронны проводимости* (М.: Наука, 1985) с. 7
- Dyson F *Phys. Rev.* **98** 349 (1956)
- Азбель М Я, Герасименко В И, Лифшиц И М *ЖЭТФ* **31** 357 (1956)
- Cohen M H, Blount E I *Philos. Mag.* **5** 115 (1960)
- Stark R W *Phys. Rev. A* **135** 1698 (1964)
- Усеинов Н Х, Автореф. дис. ... канд. физ.- мат. наук (Казань: КГУ, 1992)
- Lonzarich G G, Holtham P M *Proc. R. Soc. A* **400** 145 (1984)
- Pippard A B *Proc. R. Soc. A* **287** 165 (1965)
- O'Sullivan W J, Schirber J E *Phys. Rev.* **162** 519 (1967)
- Buot F A, Li R L, Strom-Olsen J O J. *Low Temp. Phys.* **22** 535 (1976)
- Лифшиц И М, Косевич А М *ЖЭТФ* **29** 730 (1955)
- Кочкин А П *ЖЭТФ* **54** 603 (1968)
- Joseph A S, Gordon W L *Phys. Rev.* **126** 489 (1962)
- Thorsten A C, Valby L E, Joseph A S, in *Proc. 9th Int. Conf. on Low Temp. Phys.* (New York, 1965)
- Винтер Ж *Магнитный резонанс в металлах* (М.: Мир, 1976)

112. Платцман Ф, Вольф П *Волны и взаимодействия в плазме твердого тела* (М.: Наука, 1975)
113. Азбель М Я, Герасименко В И, Лифшиц И М *ЖЭТФ* **32** 1212 (1957)
114. Азбель М Я, Герасименко В И, Лифшиц И М *ЖЭТФ* **35** 691 (1958)
115. Azbel M J, Gerasimenko V I, Lifshitz I M *Phys. Chem. Solids* **1** 164 (1956)
116. Kaplan J, Glasser M L *Phys. Rev.* **183** 408 (1969)
117. Czerwonko J *Phys. Status Solidi B* **67** K15 (1975)
118. Montgomery D S *J. Phys. F* **2** 711 (1981)
119. Bloembergen N, Purcell E M, Pound R V *Phys. Rev.* **73** 679 (1948)
120. Dupree R, Holland B W *Phys. Status Solidi* **24** 275 (1967)
121. Moore R A *J. Phys. F* **5** 2300 (1975)
122. Silsbee R H, Beuneu F *Phys. Rev. B* **27** 2682 (1983)
123. Lubzens D, Shanaberger M R, Schultz S *Phys. Rev. Lett.* **29** 87 (1972)
124. Notley R P, Sambles J R, Cousins J E *Solid State Commun* **25** 1125 (1978)
125. Stanley D J, Walker M B *Solid State Commun* **21** 449 (1977)
126. Rahman T B, Parlebas J C, Mills D L *J. Phys. F* **8** 2511 (1978)
127. Couch N R, Sambles J R, Steesmans A, Cousins J E *J. Phys. F* **12** 2439 (1982)
128. Зубарев Д Н *Неравновесная статистическая термодинамика* (М.: Наука, 1971)
129. Oseroff S, Gehman B L, Schultz S *Phys. Rev. B* **15** 1291 (1977)

MAGNETIC BREAKDOWN WITH SPIN FLIP

Yu. N. Proshin

*Physics Department, Kazan State University
ul. Lenina 18, 420008 Kazan, Russia
Tel. (7-8432) 31-8192, Fax (7-8432) 38-0994
E-mail: proshin@phus.ksu.ras.ru*

N. Kh. Useinov

*Physics Department, M.V. Lomonosov Moscow State University Branch
ul. Leo Tolstoy 42, 432700 Ulyanovsk, Russia
Tel. (7-8422) 32-1598, Fax (7-8422) 31-8651
E-mail: pvr@dl.univ.simbirsk.su*

The review of magnetic breakdown (MB) theory taking into account the spin degrees of freedom of the conduction electrons is given. For this case the conduction electron spectrum is analyzed into the regions of anomalous rapprochement of different bands trajectories. The main dynamical characteristic of MB – s-matrix is derived. It is shown that the spin-orbital interaction leads to an appearance of the MB probability with spin flip. The main statements of the coherent MB theory are generalized and are analyzed for simple models. The MB-spectrum of conduction electrons is investigated. The reviewed theory is applied to the galvanomagnetic phenomenon, to the de Haas – van Alphen effect, and to the conduction electron spin resonance.

PACS numbers: 72.15. – v; 72.90. + y; 76.90. + d

Bibliography — 129 references

Received 4 August 1994, revised 31 October 1994