

ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

Физика B_c -мезонов

С.С. Герштейн, В.В. Киселев, А.К. Лиходед, А.В. Ткабладзе

Рассмотрен спектр масс $(\bar{b}c)$ -системы в рамках потенциальных моделей тяжелого кваркония. Рассчитано спин-зависимое расщепление с учетом изменения константы эффективного кулоновского взаимодействия кварков и ширины радиационных переходов между уровнями $(\bar{b}c)$ -системы. В рамках правил сумм КХД сделаны оценки масс легчайших векторного (B_c^*) и псевдоскалярного (B_c) состояний, выведено масштабное соотношение для лептонных констант тяжелых кваркониев и вычислена лептонная константа f_{B_c} . Распады B_c -мезонов рассмотрены как в рамках потенциальных моделей, так и в рамках правил сумм КХД, для которых показана важность учета кулоноподобных поправок. Проведен анализ соотношений для формфакторов полуплептонных слабых эксклюзивных распадов B_c -мезонов, следующих из приближенной спиновой симметрии для тяжелых кварков в тяжелом кварконии. Сделана оценка времени жизни B_c -мезона с учетом поправок к спектаторному механизму распада за счет связанности тяжелых кварков в мезоне. Рассчитаны полные и дифференциальные сечения образования B_c -мезонов в различных взаимодействиях. Выведены аналитические выражения для сечений фрагментационного рождения B_c -мезонов. Показана возможность практического поиска B_c -мезонов в текущих и планируемых экспериментах на электрон-позитронных и адронных коллайдерах.

PACS numbers: 14.40.-n

Содержание

1. Введение (3).
 2. Спектроскопия B_c -мезонов (6).
 - 2.1. Спектр масс B_c -мезонов. 2.2. Радиационные переходы в семействе B_c -мезонов. 2.3. Лептонная константа B_c -мезона.
 3. Распады B_c -мезонов (16).
 - 3.1. Время жизни B_c -мезонов. 3.2. Полулептонные распады B_c -мезонов. 3.3. Адронные распады B_c -мезонов.
 4. Рождение B_c -мезонов (27).
 - 4.1. Рождение B_c -мезонов в e^+e^- -аннигиляции. 4.2. Адронное рождение B_c -мезонов. 4.3. Рождение B_c -мезонов в νN -, ep - и $\gamma\gamma$ -столкновениях.
 5. Заключение (35).
 6. Приложения (37).
 - I. Ковариантная кварковая модель. II. Спектральные плотности для трехчастичных функций. III. Схема правил сумм для трехточечных корреляторов.
- Список литературы (39).

С.С. Герштейн, В.В. Киселев, А.К. Лиходед, А.В. Ткабладзе.
 Институт физики высоких энергий
 142284 Протвино, Московская обл., Россия
 Факс (095) 230-23-37
 E-mail: gershtein@mx.ihep.su, kiselev@mx.ihep.su,
 likhoded@mx.ihep.su, common@mx.ihep.su

Статья поступила 29 августа 1994 г.,
 после доработки 8 ноября 1994 г.

1. Введение

Полная картина прецизионных исследований Стандартной модели [1] и поиска эффектов новой физики предполагает прямое измерение трехбозонной электрослабой вершины, поиск хиггсовских частиц [2], супермультиплетов [3] и т.п. на коллайдерах сверхвысоких энергий (LEP-200, LHC), а также изучение эффектов нарушения CP -инвариантности и измерение фундаментальных параметров электрослабой теории (прежде всего в секторе тяжелых кварков).

В ближайшее десятилетие центр тяжести усилий по реализации этой программы, несомненно, будет находиться в области физики тяжелых кварков как на работающих уже коллайдерах (LEP, FNAL), так и на планируемых фабриках B -мезонов (SLAC, KEK, HERA-B). В этом случае выделение эффектов, связанных с высокими значениями шкалы энергий, в значительной мере будет определяться точностью теоретических и эмпирических знаний о механизмах взаимодействий кварков при невысоких энергиях и прежде всего об эффектах, обусловленных КХД [4]. В связи с этим особое значение приобретают экспериментальные исследования процессов с участием тяжелых c -, b -, t -кварков.

Наличие малого параметра Λ_{QCD}/m_Q (где Λ_{QCD} — масштаб конфайнмента кварков, m_Q — масса тяжелого кварка) позволило развить мощные средства изучения КХД во взаимодействиях тяжелых кварков, такие, как феноменологические потенциальные модели [5–10], правила сумм КХД [11–13] и Эффективная теория тяжелых

кварков (ЕНQT) [14], которая с успехом применяется для изучения адронов, содержащих один тяжелый кварк.

Таким образом, исследование процессов с тяжелыми кварками позволяет выделять и изучать непертурбативные эффекты КХД, обуславливающие адронизацию кварков, используя тяжелые кварки наподобие "меченых" атомов. Успешная реализация такой программы исследований становится возможной благодаря прогрессу в экспериментальной технике детектирования и идентификации частиц. (Главным образом это связано с созданием и усовершенствованием вершинных детекторов, позволяющих выделять тяжелые кварки по их пробегу от первичной вершины взаимодействия.)

Среди тяжелых кваркониев ($Q\bar{Q}'$) особое место занимает система ($\bar{b}c$) с открытыми прелестью и очарованием. В отличие от подробно изученных экспериментально [15] и достаточно точно описываемых теоретически [13, 16, 17] семейств чармония ($c\bar{c}$) и боттомония ($b\bar{b}$) со скрытыми очарованием и прелестью соответственно, тяжелый кварконий ($\bar{b}c$) — семейство B_c -мезонов имеет специфические механизмы образования, распадов и спектроскопию, исследование которых позволит заметно расширить и упрочить количественное понимание КХД, а также продвинуться в изучении важнейших параметров электрослабой теории.

С точки зрения спектроскопии система ($\bar{b}c$) является тяжелым кварконием, спектр которого может быть достаточно надежно рассчитан как в рамках нерелятивистских потенциальных моделей, так и в правилах сумм КХД. Система ($\bar{b}c$) — единственная, состоящая из двух тяжелых кварков система, описание спектра масс которой может служить тестом самосогласованности для потенциальных моделей и правил сумм КХД, параметры которых (массы кварков, например) фиксировались при фитировании спектроскопических данных чармония и боттомония.

Таким образом, изучение спектроскопии семейства B_c -мезонов может привести к существенному улучшению количественных характеристик кварковых моделей и правил сумм, которые интенсивно применяются в других областях физики тяжелых кварков (например, при извлечении элементов матрицы смешивания слабых заряженных токов тяжелых кварков и при оценке вкладов, интерферирующих с эффектами нарушения CP -инвариантности, в распадах тяжелых адронов [18]).

Кроме того, существует проблема точного описания расщепления P -волновых уровней чармония и боттомония, экспериментальное измерение которого обнаружило существенное расхождение с теми значениями, которые ожидалось в общепринятых кварковых моделях [19]. Изучение семейства B_c -мезонов может помочь в решении этой проблемы.

Система ($\bar{b}c$) интересна еще и тем, что позволяет поновому использовать феноменологическую информацию, полученную при детальном экспериментальном изучении чармония и боттомония. Так, система ($\bar{b}c$) занимает как по массам уровней, так и по средним расстояниям между тяжелыми кварками промежуточное положение между чармонием и боттомонием.

Как было выяснено, потенциал тяжелых кварков в области средних расстояний в системах ($c\bar{c}$) и ($b\bar{b}$) обладает простыми масштабными свойствами [8, 20, 57], которые говорят о том, что кинетическая энергия тяжелых кварков является практически постоянной вели-

чиной, не зависящей от ароматов кварков и уровня возбуждения в системе тяжелого кваркония. Это, в свою очередь, приводит к тому, что плотность уровней тяжелого кваркония (расстояние между nL - и $n'L$ -уровнями) не зависит от ароматов кварков, составляющих тяжелый кварконий. Такая закономерность достаточно точно выполняется эмпирически для систем ($c\bar{c}$) и ($b\bar{b}$) и может быть использована в рамках правил сумм КХД, где выводится масштабное соотношение, связывающее лептонные константы S -волновых уровней различных кваркониев [21, 22].

Далее, не имея сильных и электромагнитных аннигиляционных каналов распада, возбужденные состояния системы ($\bar{b}c$), находящиеся ниже порога распада на пару мезонов (BD), за счет каскадных радиационных переходов на низлежащие уровни будут распадаться в основном легчайшее псевдоскалярное состояние $B_c^+(0^-)$. Поэтому ширины электромагнитных (γ) и адронных ($\pi\pi, \eta, \dots$) радиационных переходов данного возбуждения на другие уровни будут составлять его полную ширину. В результате этого, полные ширины возбужденных уровней системы ($\bar{b}c$) оказываются на два порядка меньше, чем полные ширины возбужденных уровней чармония и боттомония, для которых существенны аннигиляционные каналы.

Кроме того, возможно, что данные о радиационных адронных распадах в системе ($\bar{b}c$) дадут возможность разрешить некоторые проблемы теории адронных переходов в тяжелых кваркониях (например, проблему аномального распределения инвариантных масс пары $\pi\pi$ в распаде $\Upsilon'' \rightarrow \Upsilon\pi\pi$ [23–28]).

Таким образом, с одной стороны, методы, применяемые в физике тяжелых кварков, способны достаточно надежно указать спектроскопические характеристики системы ($\bar{b}c$) для того, чтобы вести целенаправленный экспериментальный поиск данного тяжелого кваркония. С другой стороны, измерение спектроскопических данных в семействе B_c -мезонов позволит улучшить методы и способы извлечения фундаментальных параметров Стандартной модели как в физике B_c -мезонов, так и в других областях физики тяжелых кварков.

Как и другие мезоны с открытым ароматом, основное состояние семейства B_c -мезонов — псевдоскалярный мезон $B_c^+(0^-)$ является долгоживущей частицей, распадающейся за счет слабого взаимодействия и имеющей время жизни, сравнимое с временами жизни B - и D -мезонов, что существенно отличает B_c -мезон от тяжелых кваркониев η_c и η_b . Поэтому изучение распадов B_c -мезона является богатой областью физики тяжелых кварков, в которой можно извлекать значительную информацию как о КХД, так и о слабых взаимодействиях.

Спектроскопические характеристики B_c -мезона (например, лептонная константа, определяющая ширину волнового пакета системы ($\bar{b}c$) в основном состоянии) в значительной мере определяют описание мод распада B_c -мезона, в которых обнаруживаются специфические закономерности и эффекты. Прежде всего наличие тяжелого валентного кварка — спектатора приводит к большой вероятности мод распада B_c -мезона с тяжелыми мезонами в конечном состоянии: $B_c \rightarrow \psi(\eta_c)$, $B_c \rightarrow B_s^{(*)}$ [29–36]. Большой выход ψ -частиц интересен еще и тем, что ψ -частица в лептонной моде распада обладает прекрасной экспериментальной сигнатурой.

Далее, при рассмотрении полупертоновых распадов $B_c^+ \rightarrow \psi(\eta_c)l^+v$ нерелятивистское движение тяжелых кварков в кваркониях приводит к существенному эффекту, вызванному большими кулоноподобными α_s/v -поправками, которые заметно меняют результаты расчетов полупертоновых распадов в рамках правил сумм КХД [31]. Только учет этих поправок делает согласованными результаты правил сумм КХД и потенциальных кварковых моделей.

В последнее время для полупертоновых переходов тяжелых кварков $Q \rightarrow Q'l\nu$ в рамках Эффективной теории тяжелых кварков для адронов с одним тяжелым кварком ($Q\bar{q}$, Qqq) были установлены универсальные закономерности [14], которые служат, например, для модельного независимого извлечения элемента матрицы Кобаяши–Маскава $|V_{bc}|$. Эта универсальность в пределе $\Lambda_{\text{QCD}}/m_Q \rightarrow 0$ обусловлена независимостью движения легких кварков в глюонном поле статического источника (тяжелого кварка) от аромата тяжелого кварка, так что универсальными являются волновые функции таких тяжелых адронов.

В случае же тяжелого кваркония с двумя тяжелыми кварками расстояния между кварками зависят от масс и их соотношения, т.е. волновые функции тяжелых кваркониев не универсальны и зависят от ароматов кварков. Однако в этом случае можно пренебречь малым спин-зависимым расщеплением тяжелого кваркония и считать волновые функции nL_J -кваркониев не зависящими от J . Этот факт находит свое выражение в приближенной спиновой симметрии для тяжелых кварков, которая накладывает определенные соотношения на формфакторы слабых полупертоновых эксклюзивных распадов B_c -мезона [37]. Подобные соотношения для формфакторов являются уникальными и характерными для B_c -мезона и отражают высокую степень понимания динамики распадов тяжелых кварков, нуждающуюся в прямой экспериментальной проверке.

При рассмотрении распадов B_c -мезона со спектаторным b -кварком особо следует отметить существенную роль эффектов, обусловленных тем, что c -кварк находится не в свободном, а в связанном состоянии. Уменьшение фазового объема для распада c -кварка в тяжелом кварконии снижает вероятность распада на 40 % по сравнению с распадом в D - и D_s -мезонах [34]. Важное значение приобретает также аннигиляционный канал слабого распада B_c -мезона [52], позволяющий определить значение волновой функции кварков в нуле $|\Psi(0)|^2$.

Как и в случае спектроскопии $(\bar{b}c)$ -системы, теория тяжелых кварков способна сделать основные предсказания о механизмах распадов B_c -мезона, измерение характеристик которых позволило бы не только существенно развить методы их описания, но и использовать эти методы для прецизионных исследований Стандартной модели и возможных отклонений от ее предсказаний.

В случае рождения B_c -мезонов малое отношение Λ_{QCD}/m_Q , а значит, и малое значение постоянной кварк-глюонного взаимодействия: $\alpha_s \sim 1/\ln(m_Q/\Lambda_{\text{QCD}}) \ll 1$, позволяет не только проводить рассмотрение образования пар $(b\bar{b})$ и $(c\bar{c})$ кварков, из которых формируются $(\bar{b}c)$ -мезоны, в рамках теории возмущений КХД, но и определенным образом расфакторизовать вклады, обусловленные пертурбативным рождением тяжелых кварков и их последующим непертурбативным связыванием в тяжелый кварконий.

Так, для нахождения сечений рождения S -волновых состояний B_c -мезона в пике Z -бозона достаточно вычислить матричные элементы совместного рождения пар $(b\bar{b})$ и $(c\bar{c})$ в синглетном по цвету состоянии пары $(\bar{b}c)$ с определенным суммарным спином кварков ($S = 0, 1$), в котором кварки движутся с одной и той же скоростью, равной скорости образуемого ими мезона. Затем эти матричные элементы нужно домножить на непертурбативный фактор, значение которого определяют спектроскопические характеристики связанного состояния (лептонная константа, связанная с вероятностью обнаружения кварков на малом расстоянии друг от друга в связанном состоянии, и массы кварков) [38–47].

Подобное представление обусловлено тем, что характерные виртуальности тяжелых кварков в тяжелом кварконии значительно меньше их масс (так как тяжелые кварки в связанном состоянии движутся нерелятивистски), в то время как виртуальности кварков при их образовании составляют величину порядка их масс. Поэтому при рассмотрении образования B_c -мезона можно считать, что кварки \bar{b} и c в нем близки к массовой поверхности и практически покоятся друг относительно друга. Таким образом, после выделения непертурбативного фактора анализ рождения тяжелого кваркония B_c определяется рассмотрением матричных элементов, рассчитанных в теории возмущений КХД.

Отметим прежде всего, что необходимость рождения двух пар тяжелых кварков в электромагнитных и сильных процессах для формирования B_c -мезонов приводит к тому, что ведущий порядок теории возмущений КХД имеет дополнительный фактор малости порядка α_s^2 по сравнению с ведущим порядком теории возмущений для образования тяжелых кварков одного аромата, например пары $(b\bar{b})$ (см. рис. 7 и 9): $\sigma(B_c)/\sigma(b\bar{b}) \sim \alpha_s^2 |\Psi(0)|^2/m_c^3$. Это обуславливает малый выход B_c -мезонов по сравнению с рождением B -мезонов.

Анализ ведущего приближения теории возмущений КХД для рождения B_c -мезонов позволяет получить ряд аналитических выражений для сечений рождения B_c -мезонов [38, 39], среди которых следует особо отметить выражения для функций фрагментации тяжелых кварков в тяжелый кварконий в скейлинговом пределе $M^2/s \rightarrow 0$, которые определяются значениями α_s , масс кварков и лептонной константы мезона [42–44]. Таким образом, фрагментационное рождение B_c -мезона может быть надежно описано аналитическими выражениями, что открывает новые возможности в изучении КХД, существенной в полной картине физики тяжелых кварков.

Как можно показать, фрагментационное рождение B_c -мезона подавляющим образом доминирует при распадах Z -бозона [44], так что оно может быть прямо изучено на установках LEP. Кроме того, удастся аналитически изучить заметные спиновые эффекты во фрагментации в векторный B_c^* -мезон [48], распадающийся электромагнитным образом: $B_c^* \rightarrow B_c\gamma$.

В случае адронного рождения B_c -мезона доминируют партонные процессы при энергиях, сравнимых с массой B_c -мезона, так что существенными оказываются процессы не фрагментационного, а рекомбинационного типа [38, 46] (см. рис. 9).

Далее, численные оценки выхода B_c -мезонов на коллайдерах LEP и Tevatron показывают, что доля B_c -мезонов в рождении прелестных адронов составляет

порядка 10^{-3} [38–47, 49]. Это означает, что уже на действующих экспериментальных установках рождается довольно большое число B_c -мезонов.

Таким образом, удается предсказать ожидаемое число образующихся B_c -мезонов на различных коллайдерах и дифференциальные характеристики B_c -мезонов, экспериментальное изучение которых значительно прояснило бы картину КХД-взаимодействий тяжелых кварков.

Решение проблемы экспериментального открытия и изучения B_c -мезонов определяется, во-первых, описанием теоретических характеристик семейства B_c -мезонов (спектроскопии, механизмов образования и распада), чему и посвящен настоящий обзор, а во-вторых, экспериментальной методикой на действующих детекторах, позволяющей выделять предсказанные теорией события с рождением и распадом B_c -мезонов.

Что касается второй части этой проблемы, то, как уже упоминалось, к настоящему времени здесь достигнут колоссальный прогресс, связанный с использованием электронных вершинных детекторов, которые обладают оперативным быстрым действием и позволяют не только отделять процессы с распадами долгоживущих частиц (B , B_c , D) от процессов рождения (техника разделения первичных и вторичных вершин), но и пространственно точно восстанавливать вершины распада этих частиц [50].

Наличие у B_c -мезона ярких сигнатур распада и практическая возможность регистрации подобных мод распада привели к реальной возможности открытия B_c -мезона на установках LEP и FNAL [51] и к резкому росту теоретического интереса к системе (bc) , что отразилось в достижении большого количества существенных результатов в рассмотрении механизмов взаимодействий тяжелых кварков на примере B_c -мезонов. Анализ этих результатов и посвящен данный обзор.

2. Спектроскопия B_c -мезонов

Предварительные оценки масс связанных состояний системы тяжелых кварков (bc) сделаны в работах [5, 6], посвященных описанию свойств чармония (cc) и боттомония (bb) , а также в [52]. Недавно в [53, 35] проведен уточненный анализ спектроскопии B_c -мезонов в рамках потенциального подхода и правил сумм КХД.

В данном разделе мы рассмотрим спектроскопию системы (bc) с учетом изменения эффективной константы кулоновского взаимодействия, определяющей спин-зависимое расщепление уровней кваркония, вычислим ширины радиационных переходов между уровнями и проведем анализ лептонной константы f_{B_c} в рамках правил сумм КХД в схеме, позволяющей получить масштабное соотношение для лептонных констант тяжелых кваркониев.

2.1. Спектр масс B_c -мезонов

B_c -мезон является тяжелым кварконием (bc) с открытыми очарованием и прелестью. Он занимает промежуточное положение в спектре масс тяжелых кваркониев между чармонием (cc) и боттомонием (bb) . Методы, применяемые для изучения чармония и боттомония, можно распространить для описания свойств B_c -мезонов, а экспериментальное наблюдение B_c -мезонов может послужить тестом для этих методов и детального

количественного изучения механизмов образования, адронизации и распадов тяжелых кварков.

Ниже приводятся результаты по спектроскопии B_c -мезонов. При этом показывается, что ниже порога адронного распада системы (bc) на пару мезонов (BD) имеется 16 узких связанных состояний, которые каскадно распадаются в легчайшее псевдоскалярное состояние $B_c^+(0^-)$ с массой $m(0^-) \approx 6,25$ ГэВ.

2.1.1. Потенциал. Спектры масс чармония и боттомония детально изучены экспериментально [15] и хорошо описываются в рамках феноменологических потенциальных моделей нерелятивистских тяжелых кварков [5–8, 10]. Для описания спектра масс системы (bc) предпочтительнее использовать потенциалы, параметры которых не зависят от ароматов тяжелых кварков, составляющих тяжелый кварконий, т.е. потенциалы, которые с одними и теми же параметрами достаточно точно описывают спектры масс как (cc) , так и (bb) . Использование таких потенциалов позволяет избежать экстраполяции параметров потенциалов от фиксируемых по экспериментальным данным значений для случаев (cc) - и (bb) -систем в промежуточную область (bc) -системы.

Как показано в [20], потенциалы, не зависящие от аромата тяжелого кварка [5–8, 10], с точностью до аддитивного сдвига совпадают друг с другом в области средних расстояний между тяжелыми кварками в системах (cc) и (bb)

$$0,1 < r < 1 \text{ фм}, \quad (1)$$

хотя и имеют различное асимптотическое поведение в областях очень малых ($r \rightarrow 0$) и очень больших ($r \rightarrow \infty$) расстояний.

В Корнельской модели [5] в согласии с асимптотической свободой КХД-мотивированный потенциал ведет себя кулоновским образом на малых расстояниях, а удерживающий кварки потенциал линейно растет на больших расстояниях:

$$V_C(r) = -\frac{4}{3} \frac{\alpha_s}{r} + \frac{r}{a^2} + c_0, \quad (2)$$

так что

$$\alpha_s = 0,36, \quad a = 2,34 \text{ ГэВ}^{-1}, \\ m_c = 1,84 \text{ ГэВ}, \quad c_0 = -0,25 \text{ ГэВ}. \quad (3)$$

Потенциал Ричардсона [7] и его модификации в [10, 54] также отвечают поведению, ожидаемому в рамках КХД, т.е. линейному росту на больших расстояниях и асимптотической свободе на малых:

$$V_R(r) = - \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} \exp(i\mathbf{r}\mathbf{q}) \cdot \frac{4}{3} \frac{48\pi^2}{11N_c - 2n_f} \frac{1}{q^2 \ln(1 + q^2/\Lambda^2)} = \\ = - \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} \exp(i\mathbf{r}\mathbf{q}) \cdot \frac{4}{3} \frac{48\pi^2}{27} \times \\ \times \left(\frac{1}{q^2 \ln(1 + q^2/\Lambda^2)} - \frac{\Lambda^2}{q^4} \right) + \frac{8\pi}{27} \Lambda^2 r \quad (4)$$

с

$$\Lambda = 0,398 \text{ ГэВ}. \quad (5)$$

В области средних расстояний между тяжелыми кварками (1) КХД-мотивированные потенциалы допускают аппроксимации в виде степенного потенциала Мартэна и логарифмического потенциала.

Потенциал Мартэна [8]

$$V_M(r) = -c_M + d_M(A_M r)^k, \quad (6)$$

так что

$$\begin{aligned} A_M &= 1 \text{ ГэВ}, \quad k = 0, 1, \\ m_b &= 5,174 \text{ ГэВ}, \quad m_c = 1,8 \text{ ГэВ}, \\ c_M &= 8,064 \text{ ГэВ}, \quad d_M = 6,869 \text{ ГэВ}. \end{aligned} \quad (7)$$

Логарифмический потенциал [9]

$$V_L(r) = c_L + d_L \ln(A_L r), \quad (8)$$

так что

$$\begin{aligned} A_L &= 1 \text{ ГэВ}, \\ m_b &= 4,906 \text{ ГэВ}, \quad m_c = 1,5 \text{ ГэВ}, \\ c_L &= -0,6635 \text{ ГэВ}, \quad d_L = 0,733 \text{ ГэВ}. \end{aligned} \quad (9)$$

Аппроксимации нерелятивистского потенциала тяжелых кварков в области (1) степенным и логарифмическим законами (6) и (8) позволяют исследовать его масштабные свойства.

Согласно теореме вириала средняя кинетическая энергия кварков в связанном состоянии определяется выражением

$$\langle T \rangle = \frac{1}{2} \left\langle \frac{r dV}{dr} \right\rangle. \quad (10)$$

Тогда выражение (10) с логарифмическим потенциалом позволяет заключить, что для состояний кваркония

$$\langle T_L \rangle = \text{const} \quad (11)$$

независимо от ароматов тяжелых кварков, составляющих тяжелый кварконий,

$$\frac{d_L}{2} = \text{const} \approx 0,367 \text{ ГэВ}.$$

Теорема вириала (10) позволяет получить в модели с потенциалом Мартэна выражение

$$\langle T_M \rangle = \frac{k}{2+k} (c_M + E), \quad (12)$$

где E — энергия связи кварков в тяжелом кварконии.

Феноменологически $|E| \ll c_M$ (например, $E(1S, c\bar{c}) \approx -0,5 \text{ ГэВ}$), так что, пренебрегая энергией связи тяжелых кварков в кварконии, можно заключить, что средняя кинетическая энергия тяжелых кварков в связанном состоянии является постоянной величиной, не зависящей от аромата кварков и номера радиального возбуждения. Погрешность подобного приближения для $\langle T \rangle$ составляет 10 %, т.е. $|\Delta T| \approx 30-40 \text{ МэВ}$.

Из теоремы Фейнмана–Хеллманна для системы с приведенной массой μ имеем

$$\frac{dE}{d\mu} = -\frac{\langle T \rangle}{\mu}. \quad (13)$$

Отсюда при условии (11) следует, что разность энергий радиальных возбуждений уровней тяжелого кваркония не зависит от ароматов кварков, т.е. от приведенной массы системы $Q\bar{Q}'$:

$$E(\bar{n}, \mu) - E(n, \mu) = E(\bar{n}, \mu') - E(n, \mu'). \quad (14)$$

Таким образом, в приближении малой энергии связи кварков и нулевого спин-зависимого расщепления уровней плотность состояний тяжелого кваркония не зависит от аромата тяжелых кварков:

$$\frac{dn}{dM_n} = \text{const}. \quad (15)$$

Данное утверждение было получено также в [21] квантованием по Бору–Зоммерфельду S -волновых состояний системы тяжелого кваркония с потенциалом Мартэна [8].

Закономерности (14), (15) подтверждаются феноменологически для векторных S -уровней систем $(b\bar{b})$, $(c\bar{c})$, $(s\bar{s})$ [15] (табл. 1). Таким образом, структура нерасщепленных S -уровней $(\bar{b}c)$ -системы должна не только качественно, но и количественно (с точностью до общего аддитивного сдвига массы) повторять структуру S -уровней систем $(\bar{b}b)$ и $(\bar{c}c)$.

Таблица 1. Разность масс (в МэВ) двух легчайших векторных состояний для различных тяжелых систем ($\Delta M = M(2S) - M(1S)$)

Система	γ	ψ	B_c	ϕ
ΔM	563	588	585	660

Более того, универсальность нерелятивистского потенциала тяжелых кварков (флейворная независимость и масштабные свойства (11), (14), (15)) в рамках правил сумм КХД позволила получить масштабное соотношение для констант f лептонных распадов S -волновых кваркониев с массой M [21]:

$$\frac{f^2}{M} = \text{const}, \quad (16)$$

независимо от ароматов тяжелых кварков в режиме, когда

$$|m_Q - m_{Q'}| \text{ ограничено, } \frac{A_{\text{QCD}}}{m_{Q, Q'}} \ll 1,$$

т.е. когда можно пренебречь разностью масс тяжелых кварков.

С другой стороны, в режиме, когда разность масс кварков не мала,

$$\frac{f^2}{M} \left(\frac{M}{4\mu} \right)^2 = \text{const}, \quad (17)$$

где

$$\mu = \frac{m_Q m_{Q'}}{m_Q + m_{Q'}}.$$

Рассмотрим спектр масс системы $(\bar{b}c)$ с потенциалом Мартэна [8].

Решая уравнение Шрёдингера с потенциалом (6) и параметрами (7), получаем спектр масс B_c -мезонов и

Таблица 2. Уровни энергии (в ГэВ) ($\bar{b}c$)-системы, вычисленные без учета релятивистских поправок

n	[52]	[55]	[54]	n	[52]	[55]	[54]	n	[52]	[55]	[54]
1S	6,301	6,315	6,344	2P	6,728	6,735	6,763	3D	7,008	7,145	7,030
2S	6,893	7,009	6,910	3P	7,122	—	7,160	4D	7,308	—	7,365
3S	7,237	—	7,024	4P	7,395	—	—	5D	7,532	—	—

характеристики радиальных волновых функций $R(0)$ и $R'(0)$, приведенные в табл. 2 и 3 соответственно.

Таблица 3. Характеристики волновых функций $R_{nS}(0)$ (в ГэВ^{3/2}) и $R'_{nP}(0)$ (в ГэВ^{5/2}), полученные из уравнения Шрёдингера

n	Мартэн	[53]
$R_{1S}(0)$	1,31	1,28
$R_{2S}(0)$	0,97	0,99
$R'_{2P}(0)$	0,55	0,45
$R'_{3P}(0)$	0,57	0,51

Средняя кинетическая энергия для уровней, лежащих ниже порога распада ($\bar{b}c$)-состояний на пару мезонов (BD), приведена в табл. 4, откуда видно, что добавка к радиальному потенциалу энергии орбитального вращения

$$\Delta V_l = \frac{L^2}{2\mu r^2} \quad (18)$$

слабо влияет на среднюю кинетическую энергию, а энергия связи уровней с $L \neq 0$ в значительной мере определяется энергией орбитального движения, которая все же не сильно зависит от ароматов кварков (табл. 5), так что структура нерасщепленных уровней ($\bar{b}c$)-системы с $L \neq 0$ должна количественно повторять структуру уровней чармония и боттомония.

Таблица 4. Средние кинетическая и орбитальная энергии (в ГэВ) движения кварков в ($\bar{b}c$)-системе

nL	1S	2S	2P	3P	3D
$\langle T \rangle$	0,35	0,38	0,37	0,39	0,39
ΔV_l	0,00	0,00	0,22	0,14	0,29

Таблица 5. Средняя энергия (в ГэВ) орбитального движения кварков в тяжелых кваркониях в модели с потенциалом Мартэна

Система	($\bar{c}c$)	($\bar{b}c$)	($\bar{b}b$)
$\Delta V_l(2P)$	0,23	0,22	0,21

2.1.2. Расщепление уровней кваркония ($\bar{b}c$), зависящее от спина. Для учета спин-орбитальных и спин-спиновых взаимодействий, которые приводят к расщеплению nL -уровней (n — главное квантовое число, L — орбитальный момент), следуя результатам [55, 56], введем добавку к потенциалу в виде

$$V_{SD}(\mathbf{r}) = \left(\frac{\mathbf{L}\mathbf{S}_c}{2m_c^2} + \frac{\mathbf{L}\mathbf{S}_b}{2m_b^2} \right) \left(-\frac{dV(r)}{r dr} + \frac{8}{3} \alpha_s \frac{1}{r^3} \right) + \frac{4}{3} \alpha_s \frac{1}{m_c m_b} \frac{\mathbf{L}\mathbf{S}}{r^3} + \frac{4}{3} \alpha_s \frac{2}{3m_c m_b} \mathbf{S}_c \mathbf{S}_b \cdot 4\pi \delta(\mathbf{r}) + \frac{4}{3} \alpha_s \frac{1}{m_c m_b} [3(\mathbf{S}_c \mathbf{n})(\mathbf{S}_b \mathbf{n}) - \mathbf{S}_c \mathbf{S}_b] \frac{1}{r^3}, \quad \mathbf{n} = \frac{\mathbf{r}}{r}. \quad (19)$$

Здесь $V(r)$ — удерживающий кварки феноменологический потенциал.

Первое слагаемое в (19) учитывает релятивистские поправки к потенциалу $V(r)$, второе, третье и четвертое — поправки теории возмущений, возникающие при учете одноглюонного обмена между кварками b и c ; α_s — эффективная константа глюон-кваркового взаимодействия в ($\bar{b}c$)-системе.

Значение параметра α_s может быть определено следующим образом. Расщепление S -волнового тяжелого кваркония ($Q_1 \bar{Q}_2$) определяется выражением

$$\Delta M(nS) = \frac{8}{9} \alpha_s \frac{1}{m_1 m_2} |R_{nS}(0)|^2, \quad (20)$$

где $R_{nS}(0)$ — значение радиальной волновой функции кваркония в нуле. Используя экспериментальное значение расщепления 1S-состояния в ($c\bar{c}$)-системе [15]

$$\Delta M(1S, c\bar{c}) = 117 \pm 2 \text{ МэВ} \quad (21)$$

и вычисленное в потенциальной модели значение $R_{1S}(0)$ для ($c\bar{c}$)-системы, получаем зависящее от модели значение параметра $\alpha_s(\psi)$ для эффективного кулоновского взаимодействия тяжелых кварков. (В потенциале Мартэна $\alpha_s(\psi) = 0,44$.)

В [53] зафиксированное таким образом значение эффективной константы применялось к описанию не только ($c\bar{c}$)-, но и ($\bar{b}c$)- и ($\bar{b}b$)-систем. В данном обзоре мы учтем изменение константы эффективного кулоновского взаимодействия в зависимости от приведенной массы системы μ .

В однопетлевом приближении бегущая константа КХД определяется на масштабе импульса p^2 выражением

$$\alpha_s(p^2) = \frac{4\pi}{b \ln(p^2/\Lambda_{\text{QCD}}^2)}, \quad b = 11 - \frac{2}{3} n_f, \quad (22)$$

где $n_f = 3$ в случае учета вклада легких виртуальных кварков ($p^2 < m_{c,b}^2$).

В модели с потенциалом Мартэна для кинетической энергии кварков ($c\bar{c}$) в ψ имеем

$$\langle T_{1S}(c\bar{c}) \rangle \approx 0,357 \text{ ГэВ}. \quad (23)$$

Используя выражение для кинетической энергии

$$\langle T \rangle = \frac{\langle p^2 \rangle}{2\mu}, \quad (24)$$

получаем

$$\alpha_s(p^2) = \frac{4\pi}{b \ln(2\langle T \rangle \mu / \Lambda_{\text{QCD}}^2)}, \quad (25)$$

так что $\alpha_s(\psi) = 0,44$ при

$$\Lambda_{\text{QCD}} \approx 164 \text{ МэВ}. \quad (26)$$

Как отмечалось в предыдущем разделе, значение кинетической энергии движения кварков слабо зависит от ароматов тяжелых кварков и практически является постоянным. Следовательно, изменение эффективной постоянной α_s в основном определяется вариацией приведенной массы тяжелого кваркония. Для системы (bc) в согласии с (25), (26) и табл. 4 имеем

$$\begin{array}{ccccc} nL & 1S & 2S & 2P & 3P & 3D \\ \alpha_s & 0,394 & 0,385 & 0,387 & 0,382 & 0,383 \end{array}$$

Заметим, что потенциал Мартэна приводит к значениям $R_{1S}(0)$, которые с погрешностью 15–20 % согласуются с экспериментальными значениями констант лептонных распадов тяжелых кваркониев $(c\bar{c})$ и $(b\bar{b})$, определяемых выражением

$$\Gamma(Q\bar{Q} \rightarrow l^+l^-) = \frac{4\pi}{3} e_Q^2 \alpha_{\text{em}}^2 \frac{f_{Q\bar{Q}}^2}{M_{Q\bar{Q}}}, \quad (27)$$

где e_Q — заряд тяжелого кварка.

В нерелятивистской потенциальной модели

$$f_{Q\bar{Q}} = \left(\frac{3}{\pi M_{Q\bar{Q}}} \right)^{1/2} R_{1S}(0). \quad (28)$$

В случае эффективного кулоновского взаимодействия тяжелых кварков для основного $1S$ -состояния имеем

$$R_{1S}^C(0) = 2 \left(\frac{4}{3} \mu \alpha_s \right)^{3/2}. \quad (29)$$

Из табл. 6 видно, что с учетом зависимости эффективной константы α_s от приведенной массы тяжелого кваркония (см. (25)) кулоновские волновые функции дают значения лептонных констант тяжелых $1S$ -кваркониев, которые в рамках точности потенциальных моделей согласуются с экспериментальными значениями и значениями, полученными при решении уравнения Шрёдингера с заданным потенциалом.

Таблица 6. Лептонные константы (в МэВ) тяжелых кваркониев, измеренные экспериментально и полученные в моделях с потенциалом Мартэна и с эффективным кулоновским взаимодействием (МС — масштабное соотношение)

Модель	Эксп. [15]	Мартэн	Кулон	МС
f_ψ	410 ± 15	547 ± 80	426 ± 60	410 ± 40
f_{B_c}	—	510 ± 80	456 ± 70	460 ± 60
f_Υ	715 ± 15	660 ± 90	772 ± 120	715 ± 70

Учет изменения эффективной константы кулоновского взаимодействия становится особенно заметным для Υ -частиц, для которых $\alpha_s(\Upsilon) \approx 0,33$ вместо фиксированного значения $\alpha_s = 0,44$.

Таким образом, при учете расщеплений уровней кваркония (bc) мы используем зависимость α_s от приведенной массы тяжелого кваркония.

Как видно из (19), для кваркония, в котором тяжелые кварки имеют различные массы, осуществляется jj -связь, в отличие от LS -связи для $(c\bar{c})$ - и $(b\bar{b})$ -систем. Здесь оператор $\mathbf{L}S_c$ диагонален при заданном $\mathbf{J}_c = \mathbf{L} + \mathbf{S}_c$ ($\mathbf{J} = \mathbf{J}_c + \mathbf{S}_b$ — полный момент). Для уровней (bc) -системы мы используем спектроскопические обозначения $n^{2j_c} L_J$.

Можно показать, что независимо от проекции полного момента J справедливы соотношения

$$\begin{aligned} |^{2L+1} L_{L+1}\rangle &= |J = L + 1, S = 1\rangle, \\ |^{2L-1} L_{L-1}\rangle &= |J = L - 1, S = 1\rangle, \\ |^{2L+1} L_L\rangle &= \sqrt{\frac{L}{2L+1}} |J = L, S = 1\rangle + \\ &+ \sqrt{\frac{L+1}{2L+1}} |J = L, S = 0\rangle, \\ |^{2L-1} L_L\rangle &= \sqrt{\frac{L+1}{2L+1}} |J = L, S = 1\rangle - \\ &- \sqrt{\frac{L}{2L+1}} |J = L, S = 0\rangle, \end{aligned} \quad (30)$$

где $|J, S\rangle$ — векторы состояний с фиксированными значениями суммарного спина кварков $\mathbf{S} = \mathbf{S}_c + \mathbf{S}_b$, так что слагаемые порядка $1/m_c m_b$, $1/m_b^2$ приводят, вообще говоря, к перемешиванию уровней с различными J_c при заданном J . Тензорные силы (последнее слагаемое в (19)) равны нулю при $L = 0$ или $S = 0$.

Для получения значения сдвига уровней, возникающего за счет спин-спинового и спин-орбитального взаимодействий, необходимо провести усреднение выражения (19) по волновым функциям соответствующих состояний. Усреднение по угловым переменным удобно провести стандартным приемом. Представим матричный элемент пары единичных векторов $\mathbf{n} = \mathbf{r}/r$ в виде

$$\langle L, m | n^p n^q | L, m' \rangle = a(L^p L^q + L^q L^p)_{mm'} + b \delta^{pq} \delta_{mm'}, \quad (31)$$

где \mathbf{L} — матрицы орбитального момента в соответствующем неприводимом представлении.

Из условия нормировки единичного вектора $\langle n^p n^q \rangle \delta^{pq} = 1$, ортогональности радиус-вектора и орбитального момента $n^p L^p = 0$ и коммутационных соотношений для углового момента $[L^p, L^q] = i \epsilon^{pq} L_l$ находим константы a и b в (31):

$$a = -\frac{1}{4\mathbf{L}^2 - 3}, \quad (32)$$

$$b = \frac{2\mathbf{L}^2 - 1}{4\mathbf{L}^2 - 3}. \quad (33)$$

Заметим далее, что из условия для спинов кварков $S_Q^p S_Q^q + S_Q^q S_Q^p = \delta^{pq}/2$ следует, что

$$3 \left(n^p n^q - \frac{1}{3} \delta^{pq} \right) S_c^p S_b^q = \frac{3}{2} \left(n^p n^q - \frac{1}{3} \delta^{pq} \right) S^p S^q. \quad (34)$$

Тогда

$$\begin{aligned} \left\langle 6 \left(n^p n^q - \frac{1}{3} \delta^{pq} \right) S_c^p S_b^q \right\rangle &= -\frac{1}{4\mathbf{L}^2 - 3} \times \\ &\times [6(\mathbf{L}\mathbf{S})^2 + 3(\mathbf{L}\mathbf{S}) - 2\mathbf{L}^2 \mathbf{S}^2]. \end{aligned} \quad (35)$$

Используя (30) и (35), из выражения (19) непосредственно получаем формулы для сдвигов уровней, вычи-

сленных по теории возмущений, при $S = 1$:

$$\Delta E_{n^1 S_0} = -\alpha_s \frac{2}{3m_c m_b} |R_{nS}(0)|^2, \quad (36)$$

$$\Delta E_{n^1 S_1} = \alpha_s \frac{2}{9m_c m_b} |R_{nS}(0)|^2, \quad (37)$$

$$\begin{aligned} \Delta E_{n^3 P_2} = & \alpha_s \frac{6}{5m_c m_b} \left\langle \frac{1}{r^3} \right\rangle + \\ & + \frac{1}{4} \left(\frac{1}{m_c^2} + \frac{1}{m_b^2} \right) \left\langle -\frac{dV(r)}{r dr} + \frac{8}{3} \alpha_s \frac{1}{r^3} \right\rangle, \end{aligned} \quad (38)$$

$$\begin{aligned} \Delta E_{n^1 P_0} = & -\alpha_s \frac{4}{m_c m_b} \left\langle \frac{1}{r^3} \right\rangle - \\ & - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{m_c^2} + \frac{1}{m_b^2} \right) \left\langle -\frac{dV(r)}{r dr} + \frac{8}{3} \alpha_s \frac{1}{r^3} \right\rangle, \end{aligned} \quad (39)$$

$$\begin{aligned} \Delta E_{n^3 D_3} = & \alpha_s \frac{52}{21m_c m_b} \left\langle \frac{1}{r^3} \right\rangle + \\ & + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{m_c^2} + \frac{1}{m_b^2} \right) \left\langle -\frac{dV(r)}{r dr} + \frac{8}{3} \alpha_s \frac{1}{r^3} \right\rangle, \end{aligned} \quad (40)$$

$$\begin{aligned} \Delta E_{n^3 D_1} = & -\alpha_s \frac{92}{21m_c m_b} \left\langle \frac{1}{r^3} \right\rangle - \\ & - \frac{3}{4} \left(\frac{1}{m_c^2} + \frac{1}{m_b^2} \right) \left\langle -\frac{dV(r)}{r dr} + \frac{8}{3} \alpha_s \frac{1}{r^3} \right\rangle, \end{aligned} \quad (41)$$

где $R_{nS}(0)$ — радиальные волновые функции с $L = 0$, $\langle \dots \rangle$ — средние значения, вычисленные по волновым функциям $R_{nL}(r)$.

Элементы матрицы смешивания имеют вид

$$\begin{aligned} \langle {}^3 P_1 | \Delta E | {}^3 P_1 \rangle = & -\alpha_s \frac{2}{9m_c m_b} \left\langle \frac{1}{r^3} \right\rangle + \\ & + \left(\frac{1}{4m_c^2} - \frac{5}{12m_b^2} \right) \left\langle -\frac{dV(r)}{r dr} + \frac{8}{3} \alpha_s \frac{1}{r^3} \right\rangle, \end{aligned} \quad (42)$$

$$\begin{aligned} \langle {}^1 P_1 | \Delta E | {}^1 P_1 \rangle = & -\alpha_s \frac{4}{9m_c m_b} \left\langle \frac{1}{r^3} \right\rangle + \\ & + \left(-\frac{1}{2m_c^2} + \frac{1}{6m_b^2} \right) \left\langle -\frac{dV(r)}{r dr} + \frac{8}{3} \alpha_s \frac{1}{r^3} \right\rangle, \end{aligned} \quad (43)$$

$$\begin{aligned} \langle {}^3 P_1 | \Delta E | {}^1 P_1 \rangle = & -\alpha_s \frac{2\sqrt{2}}{9m_c m_b} \left\langle \frac{1}{r^3} \right\rangle - \\ & - \frac{\sqrt{2}}{6m_b^2} \left\langle -\frac{dV(r)}{r dr} + \frac{8}{3} \alpha_s \frac{1}{r^3} \right\rangle, \end{aligned} \quad (44)$$

$$\begin{aligned} \langle {}^5 D_2 | \Delta E | {}^5 D_2 \rangle = & -\alpha_s \frac{4}{15m_c m_b} \left\langle \frac{1}{r^3} \right\rangle + \\ & + \left(\frac{1}{2m_c^2} - \frac{1}{5m_b^2} \right) \left\langle -\frac{dV(r)}{r dr} + \frac{8}{3} \alpha_s \frac{1}{r^3} \right\rangle, \end{aligned} \quad (45)$$

$$\begin{aligned} \langle {}^3 D_2 | \Delta E | {}^3 D_2 \rangle = & -\alpha_s \frac{8}{15m_c m_b} \left\langle \frac{1}{r^3} \right\rangle + \\ & + \left(-\frac{3}{4m_c^2} + \frac{9}{20m_b^2} \right) \left\langle -\frac{dV(r)}{r dr} + \frac{8}{3} \alpha_s \frac{1}{r^3} \right\rangle, \end{aligned} \quad (46)$$

$$\begin{aligned} \langle {}^5 D_2 | \Delta E | {}^3 D_2 \rangle = & -\alpha_s \frac{2\sqrt{6}}{15m_c m_b} \left\langle \frac{1}{r^3} \right\rangle - \\ & - \frac{\sqrt{6}}{10m_b^2} \left\langle -\frac{dV(r)}{r dr} + \frac{8}{3} \alpha_s \frac{1}{r^3} \right\rangle. \end{aligned} \quad (47)$$

Как видно из (37), расщепление S -уровней в значительной степени определяется величиной $|R_{nS}(0)|$, которая может быть связана с константами лептонных распадов S -состояний (0^- , 1^-). Их определению различными способами будет посвящен раздел 2.3. Здесь же отметим, что предсказания различных потенциальных моделей о величине $|R_{1S}(0)|$ с достаточной точностью согласуются друг с другом, так же как и с предсказаниями в других подходах.

В случае $2P$ -уровня матрицы смешивания состояний с полным спином кварков $S = 1$ и $S = 0$ имеют вид

$$|2P, 1^{+-}\rangle = 0,294|S = 1\rangle + 0,956|S = 0\rangle, \quad (48)$$

$$|2P, 1^+\rangle = 0,956|S = 1\rangle - 0,294|S = 0\rangle, \quad (49)$$

так что вероятность полного спина кварков $S = 1$ в 1^{+-} -состоянии

$$w_1(2P) = 0,913. \quad (50)$$

Для $3P$ -уровня

$$|3P, 1^{+-}\rangle = 0,371|S = 1\rangle + 0,929|S = 0\rangle, \quad (51)$$

$$|3P, 1^+\rangle = 0,929|S = 1\rangle - 0,371|S = 0\rangle, \quad (52)$$

так что

$$w_1(3P) = 0,863. \quad (53)$$

Для $3D$ -уровня

$$|3D, 2^{+-}\rangle = -0,566|S = 1\rangle + 0,825|S = 0\rangle, \quad (54)$$

$$|3D, 2^-\rangle = 0,825|S = 1\rangle + 0,566|S = 0\rangle, \quad (55)$$

так что

$$w_2(3D) = 0,680. \quad (56)$$

Спектр состояний B_c -мезона с учетом всех вычисленных расщеплений показан на рис. 1 и в табл. 7.

Массы B_c -мезонов вычислялись также в [66]. Как видно из данных, приведенных в табл. 2 и 8, положение $1S$ -уровня ($\bar{b}c$)-системы $m(1S) \approx 6,3$ ГэВ предсказывается потенциальными моделями с достаточно высокой точностью: $\delta m(1S) \approx 30$ МэВ, а расщепление $1S$ -уровня на векторное и псевдоскалярное состояния составляет около $m(1^-) - m(0^-) \approx 70$ МэВ.

Таблица 7. Массы (в ГэВ) связанных ($\bar{b}c$)-состояний ниже порога распада на пару мезонов (BD) (* — данная работа)

Состояние	*	[53]	[54]	Состояние	*	[53]	[54]
$1^1 S_0$	6,253	6,264	6,314	$3^1 P_0$	7,088	7,108	7,134
$1^1 S_0$	6,317	6,337	6,355	$3P 1^+$	7,113	7,135	7,159
$2^1 S_0$	6,867	6,856	6,889	$3P 1^{+-}$	7,124	7,142	—
$2^1 S_0$	6,902	6,899	6,917	$3^3 P_2$	7,134	7,153	7,166
$2^1 P_0$	6,683	6,700	6,728	$3D 2^-$	7,001	7,009	—
$2P 1^+$	6,717	6,730	6,760	$3^3 D_3$	7,007	7,005	—
$2P 1^{+-}$	6,729	6,736	—	$3^3 D_1$	7,008	7,012	—
$2^3 P_2$	6,743	6,747	6,773	$3D 2^{+-}$	7,016	7,012	—

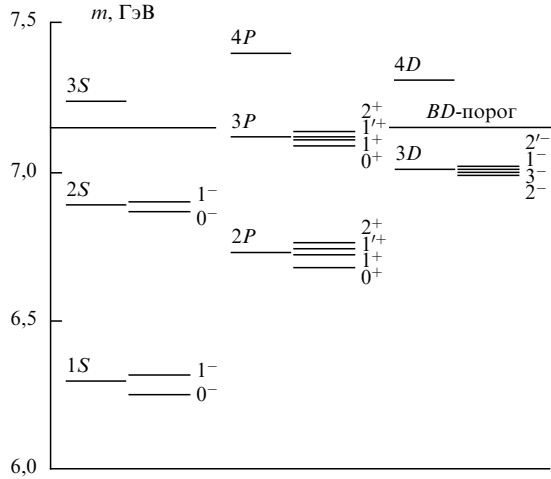


Рис. 1. Спектр масс состояний B_c -мезона с учетом расщеплений

2.1.3. Массы B_c -мезонов в рамках правил сумм КХД.

Оценки масс легчайших состояний ($\bar{b}c$)-системы в потенциальных моделях находятся в согласии с результатами расчета масс векторного и псевдоскалярного состояний ($\bar{b}c$)-системы в рамках правил сумм КХД [35, 36, 67], где точность вычислений ниже, так как результаты в значительной степени зависят от моделирования нерезонансной части адронного коррелятора токов (порог континуума) и параметра схемы правил сумм (номер момента спектральной плотности коррелятора токов или параметр борелевского преобразования):

$$m^{SR}(0^-) \approx m^{SR}(1^-) \approx 6,3 - 6,5 \text{ ГэВ}. \quad (57)$$

Как показано в [11], для легчайшего векторного кваркония имеет место следующее правило сумм КХД:

$$\frac{f_V^2 M_V^2}{m_V^2 - q^2} = \frac{1}{\pi} \int_{s_i}^{s_{th}} \frac{ds}{s - q^2} \text{Im} \Pi_V^{\text{QCD}(\text{pert})}(s) + \Pi_V^{\text{QCD}(\text{nonpert})}(q^2). \quad (58)$$

Здесь f_V — лептонная константа векторного ($\bar{b}c$)-состояния с массой M_V , так что

$$if_V M_V \epsilon_\mu^2 \exp(ipx) = \langle 0 | J_\mu(x) | V(p, \lambda) \rangle, \quad (59)$$

$$J_\mu(x) = \bar{c}(x) \gamma_\mu b(x) \quad (60)$$

(λ и p — поляризация и импульс B_c^* -мезона),

$$\int d^4x \exp(iqx) \langle 0 | T J_\mu(x) J_\nu(0) | 0 \rangle = \left(-g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} \right) \Pi_V^{\text{QCD}} + q_\mu q_\nu \Pi_S^{\text{QCD}}, \quad (61)$$

$$\Pi_V^{\text{QCD}}(q^2) = \Pi_V^{\text{QCD}(\text{pert})}(s) + \Pi_V^{\text{QCD}(\text{nonpert})}(q^2), \quad (62)$$

$$\Pi_V^{\text{QCD}(\text{nonpert})}(q^2) = \sum C_i(q^2) O^i \quad (63)$$

(O^i — вакуумные ожидания композитных операторов типа $\langle m \bar{\psi} \psi \rangle$, $\langle \alpha_s G_{\mu\nu}^2 \rangle$ и т.п.). Коэффициенты Вильсона

Таблица 8. Массы (в ГэВ) легчайших B_c - и B_c^* -состояний в различных моделях (* — данная работа)

Состояние	*	[55]	[54]	[58]	[6]	[59]	[21, 65]
0^-	6,253	6,249	6,314	6,293	6,270	6,243	6,246
1^-	6,317	6,339	6,354	6,346	6,340	6,320	6,319
Состояние	[53]	[60]	[61]	[62]	[63]	[64]	[35]
0^-	6,264	6,320	6,256	6,276	6,286	—	6,255
1^-	6,337	6,370	6,329	6,365	6,328	6,320	6,330

вычисляются в теории возмущений КХД. Нижний предел в интеграле $s_i = (m_c + m_b)^2$ — кинетический порог пертурбативного вклада КХД ($M_V^2 > s_i$). Верхний предел в интеграле s_{th} — порог нерезонансного адронного вклада, который считается равным пертурбативному вкладу при $s > s_{th}$.

Для скалярного и псевдоскалярного состояний можно записать правила сумм, аналогичные (58), рассматривая соответствующие корреляторы токов.

Как полагают, правило сумм (58) должно выполняться достаточно точно при $q^2 < 0$. Для производной порядка n в уравнении (58) при $q^2 = 0$ имеем

$$f_V^2 (M_V^2)^{-n} = \frac{1}{\pi} \int_{s_i}^{s_{th}} \frac{ds}{s^{n+1}} \text{Im} \Pi_V^{\text{QCD}(\text{pert})}(s) + \frac{(-1)^n}{n!} \frac{d^n}{d(q^2)^n} \Pi_V^{\text{QCD}(\text{nonpert})}(q^2), \quad (64)$$

откуда можно получить массу векторного B_c^* -мезона, взяв отношение производных порядка n и $n+1$, причем результат расчета (в силу учета лишь конечного числа членов ряда теории возмущений и конечного числа композитных операторов) зависит от номера n в правилах сумм (64).

Аналогичная процедура может быть проделана в схеме правил сумм с борелевским преобразованием, что приводит к зависимости результата от параметра преобразования.

Как видно из (64), результат, полученный в рамках правил сумм КХД, зависит от выбора пороговых значений энергии адронного континуума и токовых масс кварков, что, в итоге, приводит к большой погрешности в оценке масс легчайших псевдоскалярного, векторного и скалярного состояний ($\bar{b}c$).

Таким образом, правила сумм КХД дают оценку энергии связи кварков в тяжелом кварконии, которая согласуется с результатами потенциальных моделей, но содержит большую параметрическую неопределенность.

2.2. Радиационные переходы в семействе B_c -мезонов

B_c -мезоны не имеют аннигиляционных каналов распада за счет сильных и электромагнитных взаимодействий. Поэтому B_c -мезоны, лежащие ниже порога образования B -мезонов и D -мезонов, будут каскадно распадаться с излучением γ -квантов или π -мезонов в $B_c(1S, 0^-)$ -состояние.

Теоретические оценки переходов состояний с излучением π -мезонов имеют неопределенности, в то время как электромагнитные переходы вычисляются достаточно точно.

2.2.1. Электромагнитные переходы. Формулы для радиационных E1-переходов имеют вид [17, 68]

$$\Gamma(\bar{n}P_J \rightarrow n^1S_1 + \gamma) = \frac{4}{9} \alpha_{\text{em}} Q_{\text{eff}}^2 \omega^3 I^2(\bar{n}P; nS) w_J(\bar{n}P),$$

$$\Gamma(\bar{n}P_J \rightarrow n^1S_0 + \gamma) = \frac{4}{9} \alpha_{\text{em}} Q_{\text{eff}}^2 \omega^3 \times \\ \times I^2(\bar{n}P; nS) (1 - w_J(\bar{n}P)),$$

$$\Gamma(n^1S_1 \rightarrow \bar{n}P_J + \gamma) = \frac{4}{27} \alpha_{\text{em}} Q_{\text{eff}}^2 \omega^3 \times \\ \times I^2(nS; \bar{n}P) (2J + 1) w_J(\bar{n}P),$$

$$\Gamma(n^1S_0 \rightarrow \bar{n}P_J + \gamma) = \frac{4}{9} \alpha_{\text{em}} Q_{\text{eff}}^2 \omega^3 \times \\ \times I^2(nS; \bar{n}P) (2J + 1) (1 - w_J(\bar{n}P)),$$

$$\Gamma(\bar{n}P_J \rightarrow nD_{J'} + \gamma) = \frac{4}{27} \alpha_{\text{em}} Q_{\text{eff}}^2 \omega^3 \times \\ \times I^2(nD; \bar{n}P) (2J' + 1) w_{J'}(\bar{n}P) w_{J'}(nD) S_{JJ'},$$

$$\Gamma(nD_J \rightarrow \bar{n}P_{J'} + \gamma) = \frac{4}{27} \alpha_{\text{em}} Q_{\text{eff}}^2 \omega^3 \times \\ \times I^2(nD; \bar{n}P) (2J' + 1) w_{J'}(\bar{n}P) w_J(nD) S_{JJ'}. \quad (65)$$

Здесь ω — энергия фотона, α_{em} — электромагнитная константа,

$$Q_{\text{eff}} = \frac{m_c Q_{\bar{b}} - m_b Q_c}{m_c + m_b}, \quad (66)$$

$Q_{c,b}$ — электрические заряды кварков.

В соотношениях (65) $w_J(nL)$ — вероятность того, что в состоянии nL суммарный спин кварков равен единице ($S = 1$), так что $w_0(nP) = w_2(nP) = 1$, $w_1(nD) = w_3(nD) = 1$, а $w_1(nP)$, $w_2(nD)$ приведены в предыдущем разделе (см. (50), (53), (56)).

Статистический фактор $S_{JJ'}$ принимает значения [68]

J	J'	$S_{JJ'}$
0	1	2
1	1	1/2
1	2	9/10
2	1	1/50
2	2	9/50
2	3	18/25.

Величина $I(\bar{n}L; nL')$ выражается через радиальные волновые функции:

$$I(\bar{n}L; nL') = \left| \int R_{\bar{n}L}(r) R_{nL'}(r) r^3 dr \right|. \quad (67)$$

В модели с потенциалом Мартэна для различных переходов получены значения (в ГэВ⁻¹) [52]

$$\begin{aligned} I(1S, 2P) &= 1,568, & I(1S, 3P) &= 0,255, \\ I(2S, 2P) &= 2,019, & I(2S, 3P) &= 2,704, \\ I(3D, 2P) &= 2,536, & I(3D, 3P) &= 2,416. \end{aligned} \quad (68)$$

В случае B_c -мезона с параметрами Мартэна $Q_{\text{eff}} = 0,41$.

Для дипольных магнитных переходов имеем [5, 17, 68]

$$\Gamma(\bar{n}^1S_i \rightarrow n^1S_f + \gamma) = \frac{16}{3} \mu_{\text{eff}}^2 \omega^3 (2S_f + 1) A_{\text{if}}^2, \quad (69)$$

где

$$\begin{aligned} A_{\text{if}} &= \int R_{\bar{n}S}(r) R_{nS}(r) j_0\left(\frac{\omega r}{2}\right) r^2 dr, \\ \mu_{\text{eff}} &= \frac{1}{2} \frac{\sqrt{\alpha_{\text{em}}}}{2m_c m_b} (Q_c m_b - Q_{\bar{b}} m_c). \end{aligned} \quad (70)$$

Подчеркнем, что, в отличие от ψ - и Υ -частиц (полные ширины которых в значительной мере определяются аннигиляционными каналами за счет сильного взаимодействия), полная ширина $B_c^*(1^-)$ -мезона равна ширине его радиационного распада в $B_c(0^-)$ -состояние.

Ширины электромагнитных переходов, вычисленные по формулам (65), (69), и частоты излучаемых γ -квантов приведены в табл. 9–11.

Таблица 9. Энергии (в МэВ) и ширины (в кэВ) электромагнитных E1-переходов в ($b\bar{c}$)-семействе (* — данная работа)

Переход	ω	Γ [*]	Γ [53]
$2P_2 \rightarrow 1S_1 + \gamma$	426	102,9	112,6
$2P_0 \rightarrow 1S_1 + \gamma$	366	65,3	79,2
$2P1^{'+} \rightarrow 1S_1 + \gamma$	412	8,1	0,1
$2P1^{+} \rightarrow 1S_1 + \gamma$	400	77,8	99,5
$2P1^{'+} \rightarrow 1S_0 + \gamma$	476	131,1	56,4
$2P1^{+} \rightarrow 1S_0 + \gamma$	464	11,6	0,0
$3P_2 \rightarrow 1S_1 + \gamma$	817	19,2	25,8
$3P_0 \rightarrow 1S_1 + \gamma$	771	16,1	21,9
$3P1^{'+} \rightarrow 1S_1 + \gamma$	807	2,5	2,1
$3P1^{+} \rightarrow 1S_1 + \gamma$	796	15,3	22,1
$3P1^{'+} \rightarrow 1S_0 + \gamma$	871	20,1	—
$3P1^{+} \rightarrow 1S_0 + \gamma$	860	3,1	—
$3P_2 \rightarrow 2S_1 + \gamma$	232	49,4	73,8
$3P_0 \rightarrow 2S_1 + \gamma$	186	25,5	41,2
$3P1^{'+} \rightarrow 2S_1 + \gamma$	222	5,9	5,4
$3P1^{+} \rightarrow 2S_1 + \gamma$	211	32,1	54,3
$3P1^{'+} \rightarrow 2S_0 + \gamma$	257	58,0	—
$3P1^{+} \rightarrow 2S_0 + \gamma$	246	8,1	—
$2S_1 \rightarrow 2P_2 + \gamma$	159	14,8	17,7
$2S_1 \rightarrow 2P_0 + \gamma$	219	7,7	7,8
$2S_1 \rightarrow 2P1^{'+} + \gamma$	173	1,0	0,0
$2S_1 \rightarrow 2P1^{+} + \gamma$	185	12,8	14,5
$2S_0 \rightarrow 2P1^{'+} + \gamma$	138	15,9	5,2
$2S_0 \rightarrow 2P1^{+} + \gamma$	150	1,9	0,0

Таблица 10. Энергии (в МэВ) и ширины (в кэВ) электромагнитных E1-переходов в ($b\bar{c}$)-семействе (* — данная работа)

Переход	ω	Γ [*]	Γ [53]
$3P_2 \rightarrow 3D_1 + \gamma$	126	0,1	0,2
$3P_2 \rightarrow 3D2^{'+} + \gamma$	118	0,5	—
$3P_2 \rightarrow 3D2^{-} + \gamma$	133	1,5	3,2
$3P_2 \rightarrow 3D_3 + \gamma$	127	10,9	17,8
$3P_0 \rightarrow 3D_1 + \gamma$	80	3,2	6,9
$3P1^{'+} \rightarrow 3D_1 + \gamma$	116	0,3	0,4
$3P1^{+} \rightarrow 3D_1 + \gamma$	105	1,6	0,3
$3P1^{'+} \rightarrow 3D2^{'+} + \gamma$	108	3,5	—
$3P1^{+} \rightarrow 3D2^{-} + \gamma$	112	3,9	9,8
$3P1^{'+} \rightarrow 3D2^{-} + \gamma$	123	2,5	11,5
$3P1^{+} \rightarrow 3D2^{'+} + \gamma$	97	1,2	—
$3D_3 \rightarrow 2P_2 + \gamma$	264	76,9	98,7
$3D_1 \rightarrow 2P_0 + \gamma$	325	79,7	88,6
$3D_1 \rightarrow 2P1^{'+} + \gamma$	279	3,3	0,0
$3D_1 \rightarrow 2P1^{+} + \gamma$	291	39,2	49,3
$3D_1 \rightarrow 2P_2 + \gamma$	265	2,2	2,7
$3D2^{'+} \rightarrow 2P_2 + \gamma$	273	6,8	—
$3D2^{-} \rightarrow 2P_2 + \gamma$	258	12,2	24,7
$3D2^{'+} \rightarrow 2P1^{'+} + \gamma$	287	46,0	92,5
$3D2^{-} \rightarrow 2P1^{+} + \gamma$	301	25,0	—
$3D2^{-} \rightarrow 2P1^{'+} + \gamma$	272	18,4	0,1
$3D2^{-} \rightarrow 2P1^{+} + \gamma$	284	44,6	88,8

Таблица 11. Энергии (в МэВ) и ширины (в кэВ) электромагнитных M1-переходов в (bc) -семействе (* — данная работа)

Переход	ω	Γ [*]	Γ [53]
$2S_1 \rightarrow 1S_0 + \gamma$	649	0,098	0,123
$2S_0 \rightarrow 1S_1 + \gamma$	550	0,096	0,093
$1S_1 \rightarrow 1S_0 + \gamma$	64	0,060	0,135
$2S_1 \rightarrow 2S_0 + \gamma$	35	0,010	0,029

Отметим, что могут иметь место E0-переходы с конверсией виртуального γ -кванта в пару лептонов. Кроме того, из-за тензорных сил состояния с $J > 0$ и $S = 1$ могут, наряду с L -волной, содержать примесь $|L \pm 2|$ -волн, за счет которой соответствующие состояния будут иметь квадрупольный момент и давать E2-переходы. Однако указанные переходы подавлены в первом случае дополнительным фактором α_{em} , а во втором случае — малой амплитудой вероятности иметь примесь, например, D -волны в $1^-(nS)$ -состоянии.

Таким образом, регистрацию каскадных электромагнитных переходов в семействе (bc) можно использовать для наблюдения высших возбуждений в (bc) -семействе, которые не имеют аннигиляционных каналов распада.

2.2.2. Адронные переходы. В рамках КХД модель адронных переходов между состояниями семейства тяжелого кваркония строится на основе мультипольного разложения для излучения глюонов тяжелыми нерелятивистскими кварками [23] с последующей адронизацией глюонов, которая не зависит от движения тяжелых кварков.

В ведущем приближении по скорости движения тяжелых кварков действие

$$S_{\text{int}} = -g \int d^4x A_\mu^a(x) j_\mu^a(x), \quad (71)$$

отвечающее взаимодействию тяжелых кварков с внешним глюонным полем, может быть приведено к виду

$$S_{\text{int}} = g \int dt r^k E_k^a(t, \mathbf{x}) \frac{\lambda_{ij}^a}{2} \Psi_n(\mathbf{r}) \Psi_f^{ji}(\mathbf{r}) K(s_n, f) d^3\mathbf{r}. \quad (72)$$

Здесь $\Psi_n(\mathbf{r})$ — волновая функция кваркония, излучающего глюон, $\Psi_f^{ji}(\mathbf{r})$ — волновая функция октетного по цвету состояния кваркония, $K(s_n, f)$ отвечает спиновому множителю (в ведущем приближении спин тяжелых кварков отщеплен от взаимодействия с глюонами).

Тогда матричный элемент E1–E1-перехода кваркония $nL_J \rightarrow n'L_{J'} + gg$ можно записать в виде

$$M(nL_J \rightarrow n'L_{J'} + gg) = 4\pi\alpha_s E_k^a E_m^b \times \\ \times \int d^3r d^3r' r_k r'_m G_{s_n, s_n}^{ab}(r, r') \Psi_{nL_J}(r) \Psi_{n'L_{J'}}(r'), \quad (73)$$

где $G_{s_n, s_n}^{ab}(r, r')$ отвечает пропагатору октетного по цвету состояния тяжелого кваркония

$$G = \frac{1}{\epsilon - H_{Q\bar{Q}}^c}, \quad (74)$$

$H_{Q\bar{Q}}^c$ — гамильтониан цветного состояния.

Из (73) видно, что определение матричного элемента перехода зависит от волновых функций кваркония и

гамильтониана $H_{Q\bar{Q}}^c$. Таким образом, теоретическое рассмотрение адронных переходов в семействе кваркония является модельно зависимым.

В серии работ [24] развит потенциальный подход к вычислению величин типа (73). В [25] показано, что непerturbативная конверсия глюонов в пару π -мезонов допускает рассмотрение в рамках низкоэнергетических теорем КХД, которое согласуется с работами в рамках PCAC и мягких пионов [26].

Однако, как следует из (73) и теоремы Вигнера–Экарта, дифференциальная ширина для E1–E1-перехода допускает представление в виде [24]

$$\frac{d\Gamma}{dm^2}(nL_J \rightarrow n'L_{J'} + h) = (2J' + 1) \times \\ \times \sum_{k=0}^2 \left\{ \begin{matrix} k & L & L' \\ s & J' & J \end{matrix} \right\}^2 A_k(L, L'), \quad (75)$$

где m^2 — инвариантная масса системы легких адронов h , $\{\dots\}$ — $6j$ -символы, $A_k(L, L')$ — вклад неприводимого тензора ранга $k < 3$, s — полный спин кварков в кварконии. В пределе мягких пионов $A_1(L, L') = 0$.

Из (73), (75) следует, что с точностью до разности в фазовых объемах ширины адронных переходов в кваркониях $(Q\bar{Q})$ и $(Q\bar{Q}')$ связаны соотношением [23, 24]

$$\frac{\Gamma(Q\bar{Q}')}{\Gamma(Q\bar{Q})} = \frac{\langle r^2(Q\bar{Q}') \rangle^2}{\langle r^2(Q\bar{Q}) \rangle^2}. \quad (76)$$

В этом случае экспериментальные данные о распадах $\psi' \rightarrow J/\psi + \pi\pi$, $\Upsilon' \rightarrow \Upsilon + \pi\pi$, $\psi(3770) \rightarrow J/\psi + \pi\pi$ [27] позволяют извлечь значения $A_k(L, L')$ для переходов $2S \rightarrow 1S + \pi\pi$ и $3D \rightarrow 1S + \pi\pi$ [53].

Спектр по инвариантной массе пары π -мезонов имеет универсальный вид [25, 26]:

$$\frac{1}{\Gamma} \frac{d\Gamma}{dm} = B \frac{|\mathbf{k}_{\pi\pi}|}{M^2} (2x^2 - 1) \sqrt{x^2 - 1}, \quad (77)$$

где $x = m/2m_\pi$, $|\mathbf{k}_{\pi\pi}|$ — импульс пары $\pi\pi$.

Оценки ширин адронных переходов в системе (bc) были сделаны в [53]. Ширины адронных переходов, сравнимые с ширинами электромагнитных переходов, приведены в табл. 12.

Таблица 12. Ширины (в кэВ) радиационных адронных переходов в (bc) -семействе

Переход	Γ [53]	Переход	Γ [53]
$2S_0 \rightarrow 1S_0 + \pi\pi$	50	$3D_2 \rightarrow 1S_1 + \pi\pi$	32
$2S_1 \rightarrow 1S_1 + \pi\pi$	50	$3D_3 \rightarrow 1S_1 + \pi\pi$	31
$3D_1 \rightarrow 1S_1 + \pi\pi$	31	$3D_2 \rightarrow 1S_0 + \pi\pi$	32

Переходы с излучением η -мезонов в системе (bc) подавлены малым фазовым объемом.

Таким образом, регистрация адронных переходов в семействе (bc) с излучением пары π -мезонов может быть использована для обнаружения высших $2S$ - и $3D$ -возбуждений основного состояния.

2.3. Лептонная константа B_c -мезона

Как мы видели в разделе 2.1, лептонная константа B_c -мезона определяет расщепление основного $1S$ -состояния (bc) -системы. Кроме того, высшие возбуждения в (bc) -системе каскадным образом переходят в легчайшее

$B_c(0^-)$ -состояние, ширины распадов которого также в значительной мере определяются лептонной константой f_{B_c} .

В кварковых моделях [69–71], используемых для расчетов ширин слабых распадов мезонов, лептонная константа в качестве параметра определяет ширину волнового пакета кварков в мезоне (обычно волновая функция выбирается в осцилляторной форме). Поэтому практическая задача извлечения элемента матрицы смешивания слабых заряженных токов $|V_{bc}|$ из данных о слабых распадах B_c -мезона может быть решена лишь при известном значении f_{B_c} .

Таким образом, лептонная константа f_{B_c} является важнейшей величиной, характеризующей связанное состояние $(\bar{b}c)$. В данном разделе мы вычисляем значение f_{B_c} в различных подходах.

Описание связанных состояний кварков требует привлечения непertурбативных методов. Связанные состояния тяжелых кварков допускают в своем рассмотрении упрощения, обусловленные большими массами кварков ($\Lambda_{\text{QCD}}/m_Q \ll 1$) и нерелятивистским движением кварков ($v \rightarrow 0$). Поэтому значение f_{B_c} может быть достаточно надежно определено в рамках потенциальных моделей и правил сумм КХД [11].

2.3.1. f_{B_c} в потенциальных моделях. В рамках нерелятивистских потенциальных моделей лептонные константы псевдоскалярных и векторных мезонов (см. (59), (60)):

$$\langle 0 | \bar{c}(x) \gamma_\mu b(x) | B_c^*(p, \epsilon) \rangle = if_V M_V \epsilon_\mu \exp(ipx), \quad (78)$$

$$\langle 0 | \bar{c}(x) \gamma_5 \gamma_\mu b(x) | B_c(p) \rangle = if_P p_\mu \exp(ipx), \quad (79)$$

определяются выражением (28):

$$f_V = f_P = \left(\frac{3}{\pi M_{B_c(1S)}} \right)^{1/2} R_{1S}(0), \quad (80)$$

где $R_{1S}(0)$ — радиальная волновая функция 1S-состояния $(\bar{b}c)$ -системы в нуле, которая вычисляется при решении уравнения Шрёдингера с различными потенциалами [5–8, 10, 54], в квазипотенциальном подходе [72] или при решении уравнения Бете–Солпитера с мгновенным потенциалом и в разложении до второго порядка по скорости движения кварков v/c [73, 74].

В табл. 13 приведены значения лептонной константы B_c -мезона, полученные в различных потенциальных моделях и в эффективном кулоновском потенциале с бегущей константой α_s , как это описано в разделе 2.1.

Таблица 13. Лептонная константа (в МэВ) B_c -мезона, полученная в различных потенциальных моделях (погрешность около 15 %)

Модель	Мартэн	Кулон	[6]	[53]	[72]	[73, 74]	[75]
f_{B_c}	510	460	570	495	410	600	500

Таким образом, потенциальные кварковые модели дают для f_{B_c} значения, которые в рамках точности подхода согласуются друг с другом, так что

$$f_{B_c}^{\text{pot}} = 500 \pm 80 \text{ МэВ}. \quad (81)$$

2.3.2. f_{B_c} в правилах сумм КХД. В рамках правил сумм КХД [11] для векторных состояний были получены выражения (58)–(64), которые при $q^2 < 0$ рассматрива-

лись в схеме моментов спектральной плотности (64) или с применением борелевского преобразования [11].

Как видно из (58)–(64), результат вычислений в правилах сумм КХД определяется не только физическими параметрами (типа масс кварков и мезонов, пороговой энергией адронного континуума и значениями кварк-глюонных конденсатов), но и нефизическими параметрами схемы правил сумм (такими, как номер момента спектральной плотности или параметр борелевского преобразования).

Нефизическая зависимость лептонной константы f_{B_c} в правилах сумм КХД обусловлена тем, что рассмотрение проводится лишь с конечным числом членов ряда теории возмущений КХД для вильсоновских коэффициентов единичного и составных операторов.

Таким образом, произвол в выборе порога адронного континуума и параметра схемы правил сумм в значительной мере снижает надежность предсказаний правил сумм КХД для лептонных констант векторного и псевдоскалярного состояний B_c .

Кроме того, нерелятивистское движение кварков в тяжелом кварконии ($v \rightarrow 0$) приводит к тому, что становятся наиболее существенными α_s/v -поправки к пертурбативной части корреляторов кварковых токов, где α_s — эффективная константа кулоноподобного взаимодействия в тяжелом кварконии.

Как отмечалось в [11, 21, 76], кулоноподобные α_s/v -поправки могут быть просуммированы и представлены в виде фактора, отвечающего кулоновской волновой функции тяжелых кварков, так что

$$F(v) = \frac{4\pi\alpha_s}{3v} \left[1 - \exp\left(-\frac{4\pi\alpha_s}{3v}\right) \right]^{-1}, \quad (82)$$

где $2v$ — относительная скорость движения тяжелых кварков в кварконии. Разложение фактора (82) по α_s/v в первом порядке:

$$F(v) \approx 1 + \frac{2\pi\alpha_s}{3v}, \quad (83)$$

воспроизводит выражение, полученное в первом порядке теории возмущений КХД [11].

Отметим, что параметр α_s в (82) следует брать на масштабе характерных виртуальностей кварков в кварконии (см. раздел 2.1), а не на массе тяжелого кварка или кваркония, как это иногда делают, занижая тем самым значение фактора (82).

Выбор параметра α_s также в значительной мере определяет разброс в предсказаниях правил сумм для f_{B_c} (табл. 14):

$$f_{B_c}^{SR} = 160 - 570 \text{ МэВ}. \quad (84)$$

Как видно из (84), произвол в выборе параметров правил сумм КХД приводит к существенным разногласиям с оценками f_{B_c} в потенциальных моделях (81).

Однако, как отмечалось в разделе 2.1, 1) большая масса тяжелого кварка ($\Lambda_{\text{QCD}}/m_Q \ll 1$), 2) нерелятивист-

Таблица 14. Лептонная константа (в МэВ) B_c -мезона, полученная в правилах сумм КХД (МС — масштабное соотношение)

Модель	[76]	[35]	[36]	[67]	[77]	[78]	[79]	МС [21]
f_{B_c}	375	400	360	300	160	300	450	460

ское движение тяжелых кварков в тяжелом кварконии ($v \rightarrow 0$), 3) универсальные масштабные свойства потенциала в тяжелом кварконии, когда кинетическая энергия кварков и плотность состояний кваркония не зависят от ароматов тяжелых кварков (см. (10)–(15)), позволяют установить масштабное соотношение для лептонных констант S -волновых кваркониев (17):

$$\frac{f^2}{M} \left(\frac{M}{4\mu} \right)^2 = \text{const}.$$

Действительно, при $\Lambda_{\text{QCD}}/m_Q \ll 1$ можно пренебречь вкладом кварк-глюонных конденсатов, которые имеют порядок величины $O(1/m_b m_c)$ (их вклад в лептонные константы ψ и Υ составляет менее 15 %).

При $v \rightarrow 0$ следует учесть кулоноподобные α_s/v -поправки в виде фактора (82), так что мнимая часть корреляторов векторных и аксиальных кварковых токов примет вид

$$\text{Im } \Pi_V(q^2) \approx \text{Im } \Pi_P(q^2) = \frac{\alpha_s}{2} q^2 \left(\frac{4\mu}{M} \right)^2, \quad (85)$$

где

$$v^2 = 1 - \frac{4m_b m_c}{q^2 - (m_b - m_c)^2}, \quad v \rightarrow 0.$$

Кроме того, условие (15) можно использовать в специфической схеме правил сумм КХД, исключаящей зависимость результата от параметров типа номера момента спектральной функции и борелевского параметра.

В самом деле, вклад резонансов в адронную часть коррелятора, например, векторных токов

$$\Pi_V^{(\text{res})}(q^2) = \int \frac{ds}{s - q^2} \sum_n f_{Vn}^2 M_{Vn}^2 \delta(s - M_{Vn}^2) \quad (86)$$

можно записать в виде

$$\Pi_V^{(\text{res})}(q^2) = \int \frac{ds}{s - q^2} s f_{Vn(s)}^2 \frac{dn(s)}{ds} \frac{d}{dn} \sum_k \theta(n - k), \quad (87)$$

где $n(s)$ — номер векторного S -состояния с ростом массы, так что

$$n(m_k^2) = k. \quad (88)$$

Вычисляя среднее значение от производной ступенчатой функции:

$$\Pi_V^{(\text{res})}(q^2) = \left\langle \frac{d}{dn} \sum_k \theta(n - k) \right\rangle \int \frac{ds}{s - q^2} s f_{Vn(s)}^2 \frac{dn(s)}{ds}, \quad (89)$$

и полагая

$$\left\langle \frac{d}{dn} \sum_k \theta(n - k) \right\rangle \approx 1, \quad (90)$$

можно записать в среднем

$$\text{Im } \langle \Pi^{(\text{hadr})}(q^2) \rangle = \text{Im } \Pi^{\text{QCD}}(q^2). \quad (91)$$

Учитывая кулоновский фактор и пренебрегая степенными поправками по $1/m_Q$, в физических точках $s_n = M_n^2$ получаем

$$\frac{f_n^2}{M_n} \left(\frac{M}{4\mu} \right)^2 = \frac{\alpha_s}{\pi} \frac{dM_n}{dn}, \quad (92)$$

где мы полагали

$$m_b + m_c \approx M_{B_c}, \quad (93)$$

$$f_{Vn} \approx f_{Pn} = f_n. \quad (94)$$

Далее, как показано в разделе 2.1, в тяжелом кварконии величина dn/dM_n не зависит от масс кварков (см. (15)), а α_s — постоянная величина с точностью до логарифмических поправок, что видно также во флейворной независимости кулоновской части потенциала в Корнельской модели. Поэтому можно заключить, что правая часть уравнения (92) является в ведущем приближении постоянной величиной и имеет место масштабное соотношение (17) [21]. Это соотношение справедливо в области резонансов, где можно пренебречь вкладом адронного континуума.

Отметим, что масштабное соотношение (17) прекрасно выполняется экспериментально для констант распада ψ - и Υ -частиц (см. табл. 6), для которых $4\mu/M = 1$ [21]. Значение константы в правой части (17) согласуется с оценкой, в которой мы полагали

$$\left\langle \frac{dM_\Upsilon}{dn} \right\rangle \approx \frac{1}{2} [(M_{\Upsilon''} - M_\Upsilon) + (M_{\Upsilon'} - M_{\Upsilon''})], \quad (95)$$

а $\alpha_s = 0,36$, как в корнельском потенциале.

В предельном случае для B - и D -мезонов, в которых масса тяжелого кварка много больше массы легкого кварка ($m_Q \gg m_q$), имеем

$$\mu \approx m_q, \quad f^2 M = \frac{16\alpha_s}{\pi} \frac{dM}{dn} \mu^2. \quad (96)$$

Тогда, очевидно, при одном и том же значении μ

$$f^2 M = \text{const}. \quad (97)$$

Масштабный закон (97) хорошо известен в Эффективной теории тяжелых кварков [14] для мезонов с одним тяжелым кварком ($Q\bar{q}$) и следует, например, из тождественности волновых функций B - и D -мезонов в пределе, когда бесконечно тяжелый кварк можно рассматривать как статический источник глюонного поля (в этом случае из (80) следует (97)).

При выводе (96) и (97) мы пренебрегли степенными поправками по обратной массе тяжелого кварка. Кроме того, мы использовали представление о легком конституентном кварке с массой

$$m_q \approx 330 \text{ МэВ}. \quad (98)$$

Этот кварк должен рассматриваться как нерелятивистский ($v \rightarrow 0$). При этом имеет место условие типа (93):

$$m_Q + m_q \approx M_{(Q\bar{q})}^{(*)}, \quad m_q \ll m_Q, \quad (99)$$

$$f_V \approx f_P = f. \quad (100)$$

Согласно (96) и (98) получаем оценки¹

$$f_{B^{(*)}} = 120 \pm 20 \text{ МэВ}, \quad (101)$$

$$f_{D^{(*)}} = 220 \pm 30 \text{ МэВ}, \quad (102)$$

которые согласуются с оценками в других схемах правил сумм КХД [11, 12].

Таким образом, масштабное соотношение (17) хорошо работает в предельных случаях $4\mu/M = 1$ и $\mu/M \ll 1$.

Оценка f_{B_c} из (17) содержит неопределенность, связанную с выбором отношения масс b - и c -кварков, так что (см. табл. 14)

$$f_{B_c} = 460 \pm 60 \text{ МэВ}. \quad (103)$$

В [76] использовалась схема правил сумм с двойным борелевским преобразованием, что позволяет исследовать эффекты, связанные со степенными поправками от глюонного конденсата, поправками на ненулевую скорость движения кварков и ненулевую энергию связи кварков в кварконии.

Действительно, для системы узких псевдоскалярных состояний имеем правила сумм

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{M_k^4 f_{Pk}^2}{(m_b + m_c)^2 (M_k^2 - q^2)} = \frac{1}{\pi} \int \frac{ds}{s - q^2} \text{Im} \Pi_P(s) + C_G(q^2) \left\langle \frac{\alpha_s}{\pi} G^2 \right\rangle, \quad (104)$$

$$C_G(q^2) = \frac{1}{192 m_b m_c} \frac{q^2}{\bar{q}^2} \times \left(\frac{3(3v^2 + 1)(1 - v^2)^2}{2v^5} \ln \frac{v + 1}{v - 1} - \frac{9v^4 + 4v^2 + 3}{v^4} \right), \quad (105)$$

$$\bar{q}^2 = q^2 - (m_b - m_c)^2, \quad v^2 = 1 - \frac{4m_b m_c}{\bar{q}^2}. \quad (106)$$

Действуя борелевским оператором $L_\tau(-q^2)$ на уравнение (104), получаем

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{M_k^4 f_{Pk}^2}{(m_b + m_c)^2} \exp(-M_k^2 \tau) = \frac{1}{\pi} \int ds \text{Im} \Pi_P(s) \exp(-s\tau) + C'_G(\tau) \left\langle \frac{\alpha_s}{\pi} G^2 \right\rangle, \quad (107)$$

где

$$L_\tau(x) = \lim_{n, x \rightarrow \infty} \frac{x^{n+1}}{n!} \left(-\frac{d}{dx} \right)^n, \quad \frac{n}{x} = \tau, \quad (108)$$

$$C'_G(\tau) = L_\tau(-q^2) C_G(q^2). \quad (109)$$

Для экспоненциального ряда в левой части уравнения (107) воспользуемся формулой Эйлера–Мак-Лорена:

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{M_k^4 f_{Pk}^2}{(m_b + m_c)^2} \exp(-M_k^2 \tau) &= \\ &= \int_{m_n}^{\infty} dM_k \frac{dM_k}{dM_k} M_k^4 f_{Pk}^2 \exp(-M_k^2 \tau) + \\ &+ \sum_{k=0}^{n-1} M_k^4 f_{Pk}^2 \exp(-M_k^2 \tau) + \dots \end{aligned} \quad (110)$$

Проведя повторное борелевское преобразование $L_{M_k^2}(\tau)$ в (107) с учетом (110), приходим к выражению для лептонных констант псевдоскалярных ($\bar{b}c$)-состояний:

$$f_{Pk}^2 = \frac{2(m_b + m_c)^2}{M_k^3} \frac{dM_k}{dk} \times \left\{ \frac{1}{\pi} \text{Im} \Pi_P(M_k^2) + C''_G(M_k^2) \left\langle \frac{\alpha_s}{\pi} G^2 \right\rangle \right\}, \quad (111)$$

где мы использовали следующее свойство борелевского преобразования:

$$L_\tau(x) x^n \exp(-bx) \rightarrow \delta_+^{(n)}(\tau - b). \quad (112)$$

Явный вид для спектральной плотности и коэффициентов Вильсона можно найти в [76]. Выражение (111) согласуется с выводом масштабного соотношения (17).

Численный эффект от упомянутых выше поправок оказывается невелик (степенные поправки порядка 10 %), и неопределенность, связанная с выбором масс кварков, доминирует в погрешности определения значения f_{B_c} (см. (103)).

Таким образом, наиболее надежная оценка f_{B_c} в правилах сумм КХД (103) получается при использовании масштабного соотношения для лептонных констант кваркониев (17), которое согласуется с результатами потенциальных моделей.

3. Распады B_c -мезонов

3.1. Время жизни B_c -мезонов

Процессы распада B_c -мезона могут быть подразделены на три класса (рис. 2): а) распад \bar{b} -кварка со спектаторным c -кварком, б) распад c -кварка со спектаторным \bar{b} -кварком

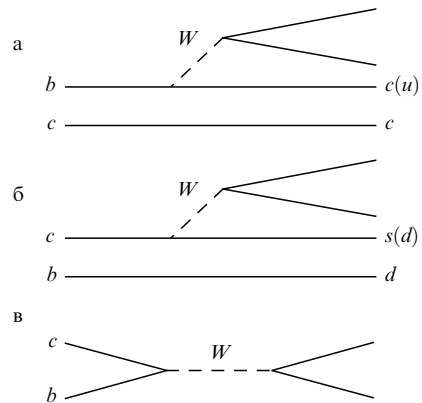


Рис. 2. Диаграммы распадов B_c -мезонов: (а) c -спектаторный распад; (б) b -спектаторный распад; (в) аннигиляционный распад

¹ В [21] найдена зависимость плотности S -волновых состояний dn/dM_n от приведенной массы системы с потенциалом Мартэна при квантовании по Бору–Зоммерфельду, так что при переходе от (bb) - к (bq) -системе эта плотность изменяется менее чем на 15 %.

Таблица 15. Ширины (в единицах 10^{-6} эВ) инклюзивных распадов b - и c -кварков в свободном и связанном состояниях B_c -мезона и относительные вероятности (в %) инклюзивных распадов B_c -мезонов

Мода распада	Свободные кварки	B_c^+	BR	Мода распада	Свободные кварки	B_c^+	BR
$b \rightarrow \bar{c} + e^+ \nu_e$	62	62	4,7	$c \rightarrow s + e^+ + \nu_e$	124	74	5,6
$\bar{b} \rightarrow \bar{c} + \mu^+ \nu_\mu$	62	62	4,7	$c \rightarrow s + \mu^+ + \nu_\mu$	124	74	5,6
$\bar{b} \rightarrow \bar{c} + \tau^+ \nu_\tau$	14	14	1,0	$c \rightarrow s + u + \bar{d}$	675	405	30,5
$\bar{b} \rightarrow \bar{c} + \bar{d} + u$	248	248	18,7	$c \rightarrow s + u + \bar{s}$	33	20	1,5
$\bar{b} \rightarrow \bar{c} + \bar{s} + u$	13	13	1,0	$c \rightarrow d + e^+ \nu$	7	4	0,3
$\bar{b} \rightarrow \bar{c} + \bar{s} + c$	87	87	6,5	$c \rightarrow d + \mu^+ + \nu_\mu$	7	4	0,3
$\bar{b} \rightarrow \bar{c} + \bar{d} + c$	5	5	0,4	$c \rightarrow d + u + \bar{d}$	39	23	1,7
$B_c^+ \rightarrow \tau^+ + \nu_\tau$	—	63	4,7	$B_c^+ \rightarrow c + \bar{s}$	—	162	12,2
$B_c^+ \rightarrow c + \bar{d}$	—	8	0,6	$B_c^+ \rightarrow \text{all}$	—	1328	100

ком, в) аннигиляционный канал $B_c^+ \rightarrow l^+ \nu_l (c\bar{s}, u\bar{s})$, где $l = e, \mu, \tau$. В соответствии с этим полная ширина складывается из трех парциальных ширин:

$$\Gamma(B_c \rightarrow X) = \Gamma(b \rightarrow X) + \Gamma(c \rightarrow X) + \Gamma(\text{ann}). \quad (113)$$

Простейшие оценки без учета связи кварков в B_c -мезоне в рамках спектаторного механизма распада для первых двух случаев приводят к выражениям

$$\Gamma(b \rightarrow X) = \frac{G_F^2 |V_{bc}|^2 m_b^5}{192\pi^3} \cdot 9, \quad (114)$$

$$\Gamma(c \rightarrow X) = \frac{G_F^2 |V_{cs}|^2 m_c^5}{192\pi^3} \cdot 5.$$

При этом m_b и m_c выбираются так, чтобы правильно воспроизвести спектаторные части полных ширин B - и D -мезонов.

Для аннигиляционного канала ширина

$$\Gamma(\text{ann}) = \sum_i \frac{G_F^2}{8\pi} |V_{bc}|^2 f_{B_c}^2 M_{bc} m_i^2 \left(1 - \frac{m_i^2}{m_{B_c}^2}\right)^2 C_i, \quad (115)$$

где $C_i = 1$ для $\tau\nu$ -канала и $C_i = 3|V_{cs}|^2$ для $\bar{c}s$ -канала, m_i — масса наиболее массивного фермиона (τ или c).

Заметим, что в случае нелептонных распадов учет сильного взаимодействия сводится к умножению формул (114)–(115) на соответствующие факторы усиления (см. раздел 3.3).

В табл. 15 приведены указанные выше ширины, вычисленные с использованием известных значений параметров m_q , $|V_{bc}| = 0,046$, $|V_{cs}| = 0,96$ и т.д.

Таким образом, грубая оценка времени жизни приводит к $\tau_{B_c} \approx (2-5) \cdot 10^{-13}$ с. При этом доля c -кваркового распада составляет приблизительно 50 %, b -кваркового распада — 45 %, аннигиляционного канала — 5 %. Эти оценки, однако, не учитывают достаточно сильной связи кварков в B_c -мезоне: соответствующие поправки к оценкам могут достигать 40 %.

Рассмотрим это на примере полулептонных мод распада со спектаторным \bar{b} -кварком. Конечное состояние в этом случае содержит в основном $B_s^{(*)}$ -мезоны со значительно меньшим фазовым объемом лептонной пары.

Эффект сокращения фазового объема демонстрируется рис. 3, где кинематические границы диаграммы Далитца для распада $B_c^+ \rightarrow B_s e^+ \nu$ сравниваются с такими же для распада c -кварка и вычислены для разных значений масс c -кварка. Как видно из рис. 3, конечная точка лептонного спектра приблизительно одна и та же в

разных распадах:

$$E^{\max} = \frac{M_{B_c}^2 - M_{B_s}^2}{2M_{B_c}}, \quad (116)$$

однако максимальные значения лептонных масс q_{\max}^2 различны.

Нетрудно убедиться, что спектаторная модель лучше описывает полулептонный распад $D \rightarrow K$. В случае распада B_c -мезона доступная кинематическая область сильно редуцирована. С учетом сокращения фазового объема в спектаторной модели можно получить [34]

$$\Gamma(B_c^+ \rightarrow X_b e^+ \nu) \approx 0,71 \Gamma(D^+ \rightarrow X_s e^+ \nu). \quad (117)$$

Эффект редукции фазового объема не проявляется в случае распадов со спектаторным c -кварком. В этом случае, как видно из рис. 4, спектаторная модель хорошо описывает как распады B -мезонов, так и B_c -мезонов, и можно считать, что

$$\Gamma(B_c^+ \rightarrow X_c e^+ \nu) \approx \Gamma(B^+ \rightarrow X_c e^+ \nu). \quad (118)$$

Другой возможный путь оценки связан с суммированием эксклюзивных распадов в каналы $B_s e^+ \nu$ и $B_s^* e^+ \nu$. Их сумма в соответствии с теми же кинематическими аргументами составляет основную долю полулептонных распадов [82]. Если пренебречь импульсом распада

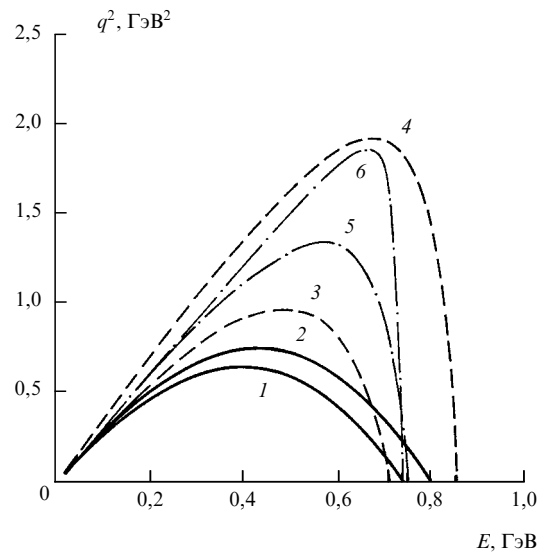


Рис. 3. Диаграммы Далитца для полулептонных распадов: (1) $B_c \rightarrow B_s^* l \nu$, (2) $B_c \rightarrow B_s l \nu$, (3) $D \rightarrow K^* l \nu$, (4) $D \rightarrow K l \nu$, (5) $c \rightarrow s l \nu$ ($m_c = 1,7$ ГэВ, $m_s = 0,55$ ГэВ), (6) $c \rightarrow s l \nu$ ($m_c = 1,5$ ГэВ, $m_s = 0,15$ ГэВ); E — энергия лептона, q^2 — квадрат массы лептонной пары

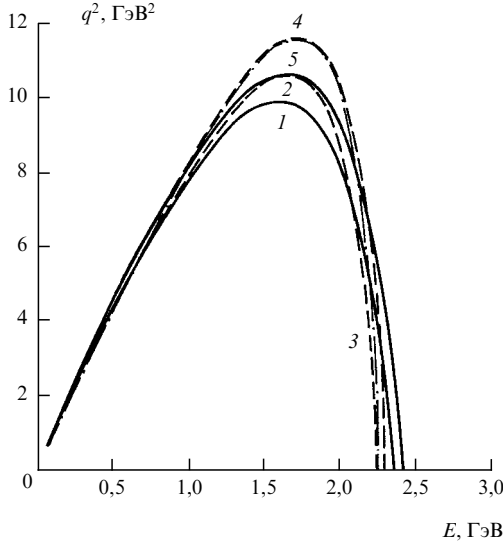


Рис. 4. Диаграммы Далитца для полулептонных распадов: (1) $B_c \rightarrow \psi l \nu$, (2) $B_c \rightarrow \eta_c l \nu$, (3) $B \rightarrow D l \nu$, (4) $B \rightarrow D^* l \nu$, (5) $b \rightarrow c l \nu$; E — энергия лептона, q^2 — квадрат массы лептонной пары

дающегося кварка в B_c -мезоне, доступная область масс в инклюзивном полулептонном распаде $Q \rightarrow Q' e \nu$ варьируется в пределах

$$(m_{q'} + m_{sp})^2 < M_x^2 < m_{q'}^2 + m_{sp}^2 + m_{sp} \frac{m_{q'}}{m_q}. \quad (119)$$

Из приближенной формулы (119) с использованием масс конститuentных кварков видно, что допустимая область M_x для распада $B_c \rightarrow X_c$ варьируется в пределах 200 МэВ и, следовательно, конечное состояние насыщается наимизшими состояниями. В нашем случае ($m_q = m_c = 1,7$ ГэВ, $m_{q'} = m_s = 0,55$ ГэВ и $m_{sp} = m_b = 5,1$ ГэВ) эта область имеет ширину 340 МэВ, что меньше ожидаемой разницы масс между основным состоянием и первым орбитальным возбуждением ($\bar{b}s$ -системы).

Таким образом, можно считать, что

$$\Gamma(B_c^+ \rightarrow X_b e^+ \nu) \approx \Gamma(B_c \rightarrow B_s + e \nu) + \Gamma(B_c \rightarrow B_s^* + e \nu). \quad (120)$$

Результаты различных кварковых моделей для полулептонных ширин B_c (см. раздел 3.2) приводят к следующему значению суммы ширин распадов в B_s и B_s^* :

$$\begin{aligned} & \Gamma(B_c \rightarrow B_s + e \nu) + \Gamma(B_c \rightarrow B_s^* + e \nu) \approx \\ & \approx (60 \pm 7) \cdot 10^{-15} \text{ ГэВ} \approx 0,5 \Gamma(D^+ \rightarrow X_s e^+ \nu). \end{aligned} \quad (121)$$

С учетом имеющихся теоретических неопределенностей можно заключить, что

$$\Gamma(B_c \rightarrow X_{\bar{b}} + e^+ \nu) = (0,6 \pm 0,2) \Gamma(D^+ \rightarrow X_s e^+ \nu). \quad (122)$$

В случае c -спекторных распадов вычисления в кварковых моделях и правилах сумм КХД показывают, что полулептонные распады насыщаются переходами в низлежащие η_c - и J/ψ -состояния, т.е.

$$\begin{aligned} & \Gamma(B_c^+ \rightarrow X_c e^+ \nu) \approx \\ & \approx \Gamma(B_c^+ \rightarrow (\eta_c + J/\psi) e^+ \nu) \approx \Gamma(B^+ \rightarrow X_c e^+ \nu). \end{aligned} \quad (123)$$

С учетом этих факторов вероятности инклюзивного распада представлены в табл. 15. Там же приведены ширины адронных инклюзивных распадов, которые подробно обсуждаются в разделе 3.3.

Компактные размеры B_c -мезона приводят к большому значению константы слабого распада ($f_{B_c} \approx 500$ МэВ), что усиливает роль аннигиляционного распада в массивные фермионы c, τ . Распады B_c -мезона в легкие фермионы подавлены в силу запрета по спиральности. Хотя использование эффективных масс для u - и d -кварков вместо токовых может увеличить ширину аннигиляционного распада в $u\bar{d}$, она все равно будет значительно меньше ширины распада в тяжелые фермионы. В табл. 15 приведены консервативные оценки вероятностей аннигиляционного распада по формуле (115).

Таким образом, рассмотрение трех типов процессов распада B_c -мезона приводит к оценке времени жизни

$$\tau_{B_c} \approx 5 \cdot 10^{-13} \text{ с}$$

при следующем приближенном распределении относительных вероятностей: 37 % — c -спектатор, 45 % — \bar{b} -спектатор, 18 % — аннигиляция.

Неопределенность в оценке времени жизни B_c -мезона в основном связана с выбором масс кварков. Масса b -кварка $m_b = 4,9$ ГэВ выбрана так, чтобы описать время жизни B -мезонов в спекторном механизме. Заметим, что различия во временах жизни B -мезонов незначительны и, следовательно, такой выбор массы достаточно однозначен. Для D -мезонов это не так из-за того, что времена жизни D^+ - и D^0 -мезонов различаются почти вдвое.

Тем не менее есть другой, более надежный способ фиксирования массы c -кварка — полулептонные распады D -мезонов. Действительно, $m_c = 1,5$ ГэВ в спекторном механизме хорошо описывает распады $D^+ \rightarrow \bar{K}^0 e^+ \nu$ и $D^0 \rightarrow \bar{K}^- e^+ \nu$, ширины которых приблизительно равны. Но даже при другом выборе массы m_c (по полному ширинам) ошибка во времени жизни B_c -мезона будет невелика, так как суммарная относительная вероятность распадов B_c -мезона за счет распада c -кварка составляет около 40 %.

3.2. Полулептонные распады B_c -мезонов

3.2.1. Кварковые модели. В рамках кварковых моделей полулептонные распады B_c -мезонов рассмотрены в [30, 32, 34]. Подробное изучение распадов B_c -мезонов в кварковой модели релятивистского осциллятора WSB [71] было проведено сначала в [32], а затем в [34], где также использовалась кварковая модель мезона ISGW [70]. В [30] развит предложенный ранее подход ковариантного описания составной модели кваркония.

Рассмотрим амплитуду перехода $B_c^+ \rightarrow M_X e^+ \nu_e$ со слабым распадом кварка 1 в кварк 2 (рис. 5):

$$A = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{12} l_\mu H^\mu, \quad (124)$$

где G_F — константа Ферми, V_{12} — элемент матрицы Кобаяши–Маскава. Лептонный ток l_μ определяется выражением

$$l_\mu = \bar{e}(q_1) \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \nu(q_2), \quad (125)$$

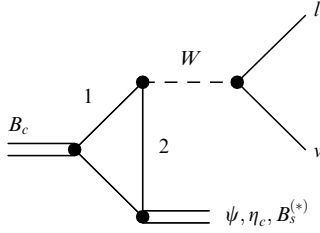


Рис. 5. Диаграмма полулептонного распада B_c -мезона

где q_1 и q_2 — импульсы лептона и нейтрино соответственно, $(q_1 + q_2)^2 = t$. Величина H_μ в (124) — матричный элемент адронного тока

$$J_\mu = V_\mu - A_\mu = \bar{Q}_1 \gamma_\mu (1 - \gamma_5) Q_2. \quad (126)$$

Матричный элемент для распада B_c -мезона в псевдоскалярное состояние P можно записать в виде

$$\langle B_c(p) | A_\mu | P(k) \rangle = F_+(t) (p + k)_\mu + F_-(t) (p - k)_\mu, \quad (127)$$

а для перехода в векторный мезон V с массой M_V и поляризацией λ — в форме

$$\begin{aligned} \langle B_c(p) | J_\mu | V(k, \lambda) \rangle = \\ = -(M + M_V) A_1(t) \epsilon_\mu^{(\lambda)} + \frac{A_2(t)}{M + M_V} (\epsilon^{(\lambda)} p)_\mu (p + k)_\mu + \\ + \frac{A_3(t)}{M + M_V} (\epsilon^{(\lambda)} p)_\mu (p - k)_\mu + i \frac{2V(t)}{M + M_V} \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \epsilon_\nu^{(\lambda)} p^\alpha k^\beta. \end{aligned} \quad (128)$$

Соотношения (127), (128) определяют формфакторы переходов $B_c^+ \rightarrow M_X e^+ \nu_e$, причем в случае безмассовых лептонов F_- и A_3 не дают вклада в матричный элемент (124).

В Ковариантной модели кваркония (см. приложение I) легко получить, что

$$F_+(t) = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) \sqrt{\frac{M_P}{M}} \frac{1}{m_2} \xi_P(t), \quad (129)$$

$$F_-(t) = -\frac{1}{2} (m_1 - m_2 + 2m_{\text{sp}}) \sqrt{\frac{M_P}{M}} \frac{1}{m_2} \xi_P(t). \quad (130)$$

Здесь m_{sp} — масса кварка наблюдателя (см. рис. 5), а функция $\xi_X(t)$ имеет вид

$$\begin{aligned} \xi_X(t) = \left(\frac{2\omega\omega_X}{\omega^2 + \omega_X^2} \right)^{3/2} \exp \left\{ -\frac{m_{\text{sp}}^2}{\omega^2 + \omega_X^2} \frac{t_{\text{max}} - t}{MM_X} \times \right. \\ \left. \times \left[1 + \frac{\omega^2}{\omega_X^2} \left(1 - \frac{t_{\text{max}} - t}{4MM_X} \right) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (131)$$

где M_X — масса мезона, ω_X — параметр волновой функции (I.6)–(I.8) мезона отдачи,

$$t_{\text{max}} = (M - M_X)^2 \quad (132)$$

— максимальный квадрат массы лептонной пары.

В случае векторного состояния $M_X = M_V$ и мы получаем, что

$$V(t) = \frac{1}{2} (M + M_V) \sqrt{\frac{M_V}{M}} \frac{1}{m_2} \xi_V(t), \quad (133)$$

$$A_1(t) = \frac{1}{2} \frac{M^2 + M_V^2 - t + 2M(m_2 - m_{\text{sp}})}{M + M_V} \sqrt{\frac{M_V}{M}} \frac{1}{m_2} \xi_V(t), \quad (134)$$

$$A_2(t) = \frac{1}{2} (M + M_V) \left(1 - \frac{2m_{\text{sp}}}{M} \right) \sqrt{\frac{M_V}{M}} \frac{1}{m_2} \xi_V(t), \quad (135)$$

$$A_3(t) = -\frac{1}{2} (M + M_V) \left(1 + \frac{2m_{\text{sp}}}{M} \right) \sqrt{\frac{M_V}{M}} \frac{1}{m_2} \xi_V(t). \quad (136)$$

Интересно отметить, что экспоненциальную форму (131) зависимости формфакторов от t можно запараметризовать в допустимой кинематической области довольно точно в виде, соответствующем модели мезонной доминантности:

$$\xi_k(t) = \xi_k(0) \frac{1}{1 - t/m_k^2}, \quad (137)$$

где m_k приведены в табл. 16.

Таблица 16. Параметры m_k (в ГэВ) для фитирования $\xi_k(t)$ в формуле (137)

Мода	$B_c^+ \rightarrow \psi e^+ \nu_e$	$B_c^+ \rightarrow \eta_c e^+ \nu_e$	$B_c^+ \rightarrow B_s e^+ \nu_e$	$B_c^+ \rightarrow B_s^* e^+ \nu_e$
m_k	6,3	6,45	1,9	1,95

Из (130)–(136) видно, что формфакторы, за исключением $A_1(t)$, также представимы в виде (137) и имеет место вырождение:

$$m_V = m_{A_2} = m_{A_3} \approx m_+, \quad (138)$$

если $\omega_P \approx \omega_V$, $M_P \approx M_V$.

Что же касается формфактора $A_1(t)$, то его можно представить в виде

$$A_1(t) = \varphi(t) \frac{1}{1 - t/m_{A_1}^2} = a_1 + \frac{A_1'(0)}{1 - t/m_{A_1}^2}, \quad (139)$$

где

$$m_{A_1} = m_V, \quad (140)$$

$$\begin{aligned} A_1'(0) = \frac{1}{2} \frac{M^2 + M_V^2 - m_{A_1}^2 + 2M(m_2 - m_{\text{sp}})}{M + M_V} \times \\ \times \sqrt{\frac{M_V}{M}} \frac{1}{m_2} \xi_V(0), \end{aligned} \quad (141)$$

$$a_1 = A_1(0) - A_1'(0). \quad (142)$$

Значения формфакторов перехода при нулевой массе лептонной пары приведены в табл. 17. Численные расчеты в [30] проводились для масс

$$m_b = 4,9 \text{ ГэВ}, \quad m_c = 1,6 \text{ ГэВ}, \quad m_s = 0,5 - 0,55 \text{ ГэВ}. \quad (143)$$

Элемент матрицы Кобаяши–Маскава принимался равным $V_{bc} = 0,046$.

Таблица 17. Формфакторы полуплептонных распадов B_c -мезонов

Мода	$F_+(0)$	$A_1(0)$	$A'_1(0)$	$A_2(0)$	$V(0)$
$B_c^+ \rightarrow \psi e^+ \nu_e$	—	0,73	0,14	0,67	1,31
$B_c^+ \rightarrow \eta_c e^+ \nu_e$	0,89	—	—	—	—
$B_c^+ \rightarrow B_s e^+ \nu_e$	0,61	—	—	—	—
$B_c^+ \rightarrow B_s^* e^+ \nu_e$	—	0,52	—	-2,79	5,03

Постоянная f_{B_c} в [30] варьировалась в пределах

$$f_{B_c} = 360 - 570 \text{ МэВ}, \quad (144)$$

где верхняя граница соответствует значениям, полученным в нерелятивистской потенциальной модели [34, 52], партонной модели [75], а также в правилах сумм КХД [36, 76]. Нижняя граница соответствует значению, полученному в борелевских правилах сумм КХД [36, 76]. Заметим, что для распада $B_c^+ \rightarrow \psi e^+ \nu_e$ результат слабо зависит от выбора f_{B_c} (3 %).

Полагалось также, что

$$f_{\eta_c} = f_{\psi}, \quad (145)$$

а также варьировалось

$$f_{B_s} = 100 - 110 \text{ МэВ}, \quad (146)$$

$$f_{B_s^*} = 160 - 180 \text{ МэВ}, \quad (147)$$

что не противоречит оценкам, сделанным в правилах сумм КХД [12].

Заметим, что в случае полуплептонных распадов B_c -мезона $B_c^+ \rightarrow M_X e^+ \nu_e$, где M_X — мезон отдачи, явная ковариантность модели позволяет учитывать поправки на скорость мезона M_X . Что касается поправок на движение кварка в мезоне, то они учитываются за счет отличия конститuentной массы кварка от его токовой массы.

В модели ISGW для вектора состояний мезона используется следующее нерелятивистское приближение:

$$\begin{aligned} |X(\mathbf{p}_X; s_X)\rangle &= \sqrt{2m_X} \int d^3p \sum C_{m_L m_S}^{s_X L S} \phi_X(\mathbf{p})_{L m_L} \chi_{s_S}^{S m_S} \times \\ &\times \left| q \left(\frac{m_q}{m_X} \mathbf{p}_X + \mathbf{p}, s \right) \bar{q} \left(\frac{m_{\bar{q}}}{m_X} \mathbf{p}_X - \mathbf{p}, \bar{s} \right) \right\rangle, \quad (148) \end{aligned}$$

где $\chi_{s_S}^{S m_S}$ — спиновая волновая функция кварк-антикварковой пары в состоянии с суммарным спином S и проекцией m_S , $C_{m_L m_S}^{s_X L S}$ — связь между орбитальным моментом L и полным спином системы S с полным моментом s_X , $\phi_X(\mathbf{p})_{L m_L}$ — соответствующая нерелятивистская волновая функция, \mathbf{p}_X — импульс мезона, \mathbf{p} — относительный импульс кварков. В рассматриваемой модели масса мезона равна сумме масс кварков лишь в приближении бесконечно узкого волнового пакета.

В качестве пробных функций выбирались функции нерелятивистского осциллятора:

$$\Psi^{1S} = \frac{\beta_S^{3/2}}{\pi^{3/4}} \exp\left(-\frac{\beta_S^2 r^2}{2}\right),$$

$$\Psi^{1P} = -\frac{\beta_P^{5/2}}{\pi^{3/4}} r \exp\left(-\frac{\beta_P^2 r^2}{2}\right),$$

$$\Psi^{2S} = \left(\frac{2}{3}\right)^{1/2} \frac{\beta_S^{7/2}}{\pi^{3/4}} \left(r^2 - \frac{3}{2}\beta_S^{-2}\right) \exp\left(-\frac{\beta_S^2 r^2}{2}\right).$$

Параметры β определялись с помощью вариационного принципа и корнельского потенциала [5].

В модели WSB мезоны рассматриваются как релятивистское связанное состояние кварка q_1 и антикварка \bar{q}_2 в системе бесконечного импульса [71]:

$$\begin{aligned} |P, m, j, j_z\rangle &= \sqrt{2}(2\pi)^{3/2} \sum_{s_1, s_2} \int d^3p_1 d^3p_2 \delta^3(\mathbf{P} - \mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2) \times \\ &\times L_m^{j, j_z}(\mathbf{p}_{1t}, x, s_1, s_2) a_1^{s_1}(\mathbf{p}_1) b_2^{s_2}(\mathbf{p}_2) |0\rangle, \end{aligned}$$

где $P_\mu = (P_0, 0, 0, P)$, $x = p_{1z}/p$ при $P \rightarrow \infty$ соответствует доле импульса, уносимой несекторным кварком, p_{1t} — поперечный импульс.

Для орбитальной части волновой функции используется решение релятивистского осциллятора

$$\begin{aligned} L_m(\mathbf{p}_t, x) &= N_m \sqrt{x(1-x)} \exp\left(-\frac{\mathbf{p}_t^2}{2\omega^2}\right) \times \\ &\times \exp\left[-\frac{m^2}{2\omega^2} \left(x - \frac{1}{2} - \frac{m_{q_1}^2 - m_{q_2}^2}{2m^2}\right)^2\right]. \quad (149) \end{aligned}$$

В обоих моделях вычисление адронных матричных элементов $\langle B_c(p) | J_\mu | X(k) \rangle$ сводится к вычислению матричных элементов кварковых токов между кварковыми состояниями и перекрытий соответствующих волновых функций.

В потенциальных моделях связанное состояние двух частиц описывается волновой функцией, аргументом которой является относительный импульс движения частиц в системе центра масс мезона. Однако в случае распадов с большими импульсами отдачи невозможно выбрать систему отсчета, в которой оба мезона (начальный и продукт распада) покоились бы, что при такой кинематике вызывает неопределенность в значениях формфакторов.

Например, зависимость формфакторов в модели IGSW от инвариантной массы пары лептонов t определяется функцией

$$\xi_{\text{IGSW}}(t) = \left(\frac{2\beta\beta_1}{\beta^2 + \beta_1^2}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{m_{\text{sp}}^2}{2\tilde{M}_i \tilde{M}_f} \frac{t_{\text{max}} - t}{k^2(\beta_1^2 + \beta_f^2)}\right), \quad (150)$$

где β_i и β_f — параметры волновых функций начального и конечного мезонов, m_{sp} — масса спекторного кварка, \tilde{M}_i и \tilde{M}_f — параметры модели (массы начального и конечного мезонов) [70].

Параметр k в (150) введен искусственно для правильного описания электромагнитного формфактора π -мезона ($k = 0, 7$), что авторы [70] связывали с возможными релятивистскими поправками при больших импульсах отдачи.

Недавно в [83] предложена модель для описания распадов тяжелого кваркония, в которой требуемое поведение формфакторов (при $k = 0, 7$) получается автоматически без введения дополнительных параметров. В отличие от вышеупомянутых подходов (Ковариантная кварковая модель или модель IGSW) переход к нерелятивистскому приближению производится полностью для адронного матричного элемента, а не отдельно в волновых функциях начального и конечного состояний. При малых импульсах отдачи этот формализм практически повторяет модель IGSW, но при больших появляются отличия: меняется структура спиновой части волновых

функций и аргумент волновой функции конечного мезона, что является наиболее важным. Последняя, в основном, и ведет к изменению зависимости формфакторов от t [84].

Формфакторы переходов в модели ISGW зависят от β_{B_c} и β_{B_s} . Для них из вариационного принципа получены значения $\beta_{B_c} = 0,82$ и $\beta_{B_s} = 0,51$. Так как данная модель является нерелятивистским приближением, то значения формфакторов наиболее точно предсказываются при $q^2 = q_{\max}^2 = (M_{B_c} - M_X)^2$ (при максимальной инвариантной массе лептонной пары).

Вычислить формфакторы в области малых q^2 можно двумя способами: используя экспоненциальную зависимость от q^2 , получающую в ISGW, или полюсную модель мезонной доминантности. Результаты ширин распадов, вычисленных этими способами, приведены в табл. 18. Дополнительный параметр в модели ISGW $k = 1$ (см. (150)).

Таблица 18. Парциальные ширины (в единицах 10^{-6} эВ) полулептонных распадов B_c -мезонов (ISGW1 и ISGW2 — результаты модели ISGW с экспоненциальной формой зависимости формфакторов и полюсной моделью соответственно)

Мода	ISGW1 [34]	ISGW2 [34]	WSB [34]	[30]	[83]
$B_c^+ \rightarrow \psi e^+ \nu_e$	38,5	53,1	21,8	37,3	34,4
$B_c^+ \rightarrow \eta_c e^+ \nu_e$	10,6	16,1	16,5	20,4	14,2
$B_c^+ \rightarrow D^0 e^+ \nu_e$	0,033	0,12	0,002	—	0,094
$B_c^+ \rightarrow D^{0*} e^+ \nu_e$	0,13	0,32	0,011	—	0,268
$B_c^+ \rightarrow \psi(2S) e^+ \nu_e$	—	—	—	—	1,45
$B_c^+ \rightarrow \eta_c' e^+ \nu_e$	—	—	—	—	0,727
$B_c^+ \rightarrow B_s e^+ \nu_e$	16,4	17,9	11,1	16 ± 4	26,6
$B_c^+ \rightarrow B_s^* e^+ \nu_e$	40,9	46,3	43,7	41 ± 6	44,0
$B_c^+ \rightarrow B_d e^+ \nu_e$	1,0	1,1	0,5	—	2,30
$B_c^+ \rightarrow B_d^* e^+ \nu_e$	2,5	3,0	2,9	—	3,32

В той же таблице приведены результаты, полученные в [83]. В конституентной кварковой модели экспоненциальную зависимость формфакторов можно запараметризовать в полюсной форме. Как видно из табл. 18, в модели ISGW для распадов, в которых c -кварк является спектатором, экспоненциальная зависимость и полюсная модель дают разные результаты.

В модели WSB предсказываются значения формфакторов при $q^2 = 0$ в зависимости от параметра ω (см. (149)), который соответствует среднему поперечному импульсу кварков в мезоне. В [34] для ω брали среднее значение p_1^2 , оцененное в модели ISGW ($\omega_X \approx \beta_X$). Заметим, что для модели WSB параметр ω является внешним.

Результаты всех вышеупомянутых подходов приведены в табл. 18.

Отметим, что относительный выход псевдоскалярных состояний по сравнению с векторными в [83] значительно выше: $\Gamma^*/\Gamma \approx 2$, чем у ISGW, где $\Gamma^*/\Gamma \approx 3-4$. Это приводит к тому, что, например, эксклюзивные моды распада $B_c^+ \rightarrow \psi(\eta_c)e^+ \nu_e$ практически насыщают переход $b \rightarrow ce\nu$, что аналогично распаду $B \rightarrow D^{(*)}e\nu$, который также насыщает распад свободного b -кварка, а распады на более возбужденные состояния и многочастичные моды подавлены.

Как видно, все три модели для распадов, когда b -кварк является спектатором, дают близкие значения:

$$\begin{aligned} \Gamma(B_c \rightarrow B_s + e + \nu) + \Gamma(B_c \rightarrow B_s^* + e + \nu) &= \\ &= (60 \pm 7) \cdot 10^{-6} \text{ эВ.} \end{aligned}$$

Отметим также, что в случае тяжелого кваркония B_c применение нерелятивистской волновой функции вместо волновой функции релятивистского осциллятора в мезоне по модели WSB представляется более приемлемым. Это и неопределенность в ω , возможно, объясняет, почему модель WSB дает заниженное значение для ширины распада $B_c^+ \rightarrow J/\psi + e + \nu$.

3.2.2. Распад $B_c^+ \rightarrow J/\psi(\eta_c) e^+ \nu$ в правилах сумм КХД.

Для регистрации B_c -мезона наиболее удобными модами распада являются полулептонные или адронные переходы с J/ψ -частицей в конечном состоянии. Но в правилах сумм КХД [30, 36, 35] и кварковых моделях для ширин таких распадов и формфакторов соответствующих переходов получались разные результаты, хотя в рамках каждого подхода вычисления, проведенные разными методами, согласовывались друг с другом. Недавно в [31] показано, что существующее расхождение можно устранить, учитывая высшие поправки в рамках правил сумм КХД.

Ширины полулептонных распадов B_c -мезона в основном определяются формфакторами F_+ , V , A_1 и A_2 (см. (127), (128)). Следуя обозначениям [31], переопределим формфакторы (127), (128) следующим образом:

$$\begin{aligned} f_+ &= F_+, \quad F_0^A = (M_{B_c} + M_V)A_1, \\ F_+^A &= -\frac{A_2}{M_{B_c} + M_V}, \quad F_V = \frac{V}{M_{B_c} + M_V}. \end{aligned}$$

Для вычисления этих формфакторов в рамках правил сумм КХД рассмотрим трехточечные функции

$$\begin{aligned} \Pi_\mu(p_1, p_2, q^2) &= i^2 \int dx dy \exp\{i(p_2x - p_1y)\} \times \\ &\times \langle 0 | T\{\bar{c}(x)\gamma_5 c(x), V_\mu(0), \bar{b}(y)\gamma_5 c(y)\} | 0 \rangle, \end{aligned} \quad (151)$$

$$\begin{aligned} \Pi_{\mu\nu}^{V,A}(p_1, p_2, q^2) &= i^2 \int dx dy \exp\{i(p_2x - p_1y)\} \times \\ &\times \langle 0 | T\{\bar{c}(x)\gamma_\nu c(x), J_\mu^{V,A}(0), \bar{b}(y)\gamma_5 c(y)\} | 0 \rangle. \end{aligned} \quad (152)$$

Выделим лоренцевские структуры в корреляторах:

$$\Pi_\mu = \Pi_+(p_1 + p_2)_\mu + \Pi_- q_\mu, \quad (153)$$

$$\Pi_{\mu\nu}^V = i\Pi_V \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} p_2^\alpha p_1^\beta, \quad (154)$$

$$\begin{aligned} \Pi_{\mu\nu}^A &= i\Pi_0^A g_{\mu\nu} + \Pi_1^A p_2^\mu p_1^\nu + \Pi_2^A p_1^\mu p_1^\nu + \\ &+ \Pi_3^A p_2^\mu p_2^\nu + \Pi_4^A p_1^\mu p_2^\nu. \end{aligned} \quad (155)$$

Формфакторы f_+ , F_V , F_0^A и F_+^A определяются из амплитуд Π_+ , Π_V , Π_0^A и $\Pi_+^A = (\Pi_1 + \Pi_2)/2$ соответственно. Для них можно записать двойное дисперсионное представление:

$$\Pi_i(p_1^2, p_2^2, q^2) = -\frac{1}{(2\pi)^2} \int \frac{\rho_i(s_1, s_2, Q^2)}{(s_1 - p_1^2)(s_2 - p_2^2)} ds_1 ds_2, \quad (156)$$

где $Q^2 = -q^2 > 0$.

Область интегрирования в (156) определяется условием

$$-1 < \frac{2s_1 s_2 + (s_1 + s_2 - q^2)(m_b^2 - m_c^2 - s_1)}{\lambda^{1/2}(s_1, s_2, q^2)\lambda^{1/2}(m_c^2, s_1, m_b^2)} < 1, \quad (157)$$

где $\lambda(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2 - x_3)^2 - 4x_1 x_2$.

Согласно общей идеологии правил сумм КХД [11] правую (теоретическую) часть (156) можно вычислить при больших евклидовых p_1^2 и p_2^2 с помощью операторного разложения. Пертурбативная часть соответствующих спектральных плотностей (единичный оператор в операторном разложении) в однопетлевом приближении приведена в приложении II. Так как мы рассматриваем систему, состоящую из тяжелых кварков, степенными поправками можно пренебречь [36].

Рассмотрим физическую часть правил сумм. Как уже отмечалось, при рассмотрении аксиальной константы B_c -мезона, возможны два подхода. В первом случае полагают, что физическая часть включает вклад низлежащих мезонов и континуума, который аппроксимируется пертурбативной частью спектральной функции, начиная с некоторых пороговых значений s_0^1 и s_0^2 [35, 36]. Вклад высших резонансов и континуума подавляется с помощью борелевских преобразований по переменным $-p_1^2$ и $-p_2^2$. Численные результаты, полученные при таком подходе в [35, 36], приведены ниже.

Во втором подходе спектральную плотность насыщают бесконечным числом узких резонансов [30]:

$$\rho_+(s_1, s_2, Q^2) = (2\pi)^2 \sum_{i,j=1}^{\infty} f_{B_c}^i \frac{M_{B_c}^{i2}}{m_b + m_c} f_{\eta_c}^j \frac{M_{\eta_c}^{j2}}{2m_c} f_+^{ij}(Q^2) \times \delta(s_1 - M_{B_c}^{i2}) \delta(s_2 - M_{\eta_c}^{j2}), \quad (158)$$

$$\rho_V(s_1, s_2, Q^2) = 2(2\pi)^2 \sum_{i,j=1}^{\infty} f_{B_c}^i \frac{M_{B_c}^{i2}}{m_b + m_c} \frac{M_{\psi}^{j2}}{g_{\psi}} F_V^{ij}(Q^2) \times \delta(s_1 - M_{B_c}^{i2}) \delta(s_2 - M_{\psi}^{j2}), \quad (159)$$

$$\rho_{0,+}^A(s_1, s_2, Q^2) = (2\pi)^2 \sum_{i,j=1}^{\infty} f_{B_c}^i \frac{M_{B_c}^{i2}}{m_b + m_c} \frac{M_{\psi}^{j2}}{g_{\psi}} F_{0,+}^{ij}(Q^2) \times \delta(s_1 - M_{B_c}^{i2}) \delta(s_2 - M_{\eta_c}^{j2}). \quad (160)$$

Подставляя в дисперсионные соотношения для корреляторов (156) с одной стороны выражения для спектральных плотностей (158)–(160), а с другой — их пертурбативные значения, получаем соответствующие правила сумм.

Применяя процедуру, описанную в приложении III, к обоим суммам по резонансам, для интересующих нас формфакторов находим

$$f_+^{kl}(Q^2) = \frac{8m_c(m_b + m_c)}{M_{B_c}^k M_{\eta_c}^l f_{B_c}^k f_{\eta_c}^l} \frac{dM_{B_c}^k}{dk} \frac{dM_{\eta_c}^l}{dl} \times \frac{1}{(2\pi)^2} \rho_+(M_{B_c}^{k2}, M_{\eta_c}^{l2}, Q^2), \quad (161)$$

$$F_V^{kl}(Q^2) = \frac{2(m_b + m_c)g_{\psi}^l}{M_{B_c}^k M_{\psi}^l f_{B_c}^k} \frac{dM_{B_c}^k}{dk} \frac{dM_{\psi}^l}{dl} \times \frac{1}{(2\pi)^2} \rho_V(M_{B_c}^{k2}, M_{\psi}^{l2}, Q^2), \quad (162)$$

$$F_{0,+}^{kl}(Q^2) = \frac{4(m_b + m_c)g_{\psi}^l}{M_{B_c}^k M_{\psi}^l f_{B_c}^k} \frac{dM_{B_c}^k}{dk} \frac{dM_{\psi}^l}{dl} \times \frac{1}{(2\pi)^2} \rho_{0,+}(M_{B_c}^{k2}, M_{\psi}^{l2}, Q^2). \quad (163)$$

Выбирая значения k и l , можно выделить переходы между нужными резонансами. При $k = l = 1$ получаем искомые формфакторы для распадов $B_c^+ \rightarrow J/\psi(\eta_c)e^+v$.

Таким образом, вместо дополнительных параметров — порогов континуума можно использовать феноменологические параметры dM_k/dk , которые, как уже отмечалось, являются по существу плотностью числа состояний кваркония с заданными квантовыми числами. Эти факторы можно вычислить довольно точно. Массы радиальных возбуждений ψ известны экспериментально [15], а для B_c - и η_c -систем, состоящих из тяжелых кварков, можно воспользоваться предсказаниями потенциальных моделей [5–10, 52, 57–66]. Значения dM_k/dk при $k = 1$ для интересующих нас систем приведены в табл. 19.

Таблица 19. Производные dM_k/dk (в ГэВ) для низлежащих мезонов при $k = 1$

Кварконий	B_c	J/ψ	η_c
dM_k/dk	0,75	0,75	0,76

Выберем следующие значения параметров [36, 76]: $f_{B_c} = 360$ МэВ, $f_{\eta_c} = 330$ МэВ, $m_b = 4,6 \pm 0,1$ ГэВ, $m_c = 1,4 \pm 0,05$ ГэВ, $g_{J/\psi} = 8,1$ (из данных $\Gamma(J/\psi \rightarrow e^+e^-)$). Для аксиальной константы выберем 360 МэВ [30] вместо 460 МэВ, чтобы сравнить значения формфакторов с результатами [36]. Массу B_c -мезона будем варьировать от 6,245 до 6,284 ГэВ (данные разных потенциальных моделей). Заметим, что при таком выборе параметров мы не выходим из области интегрирования (157). В [36] $M_{B_c} = 6,35$ ГэВ.

Значения различных формфакторов при $Q^2 = 0$, полученные в [30, 36, 35], приведены в табл. 20. Отклонения от центральных значений в табл. 20 соответствуют изменениям масс кварков и B_c -мезона в вышеуказанных пределах (для [30]). Предсказания правил сумм, так же как и в случае потенциальных моделей, хорошо согласуются друг с другом.

Таблица 20. Формфакторы переходов $B_c \rightarrow J/\psi(\eta_c)ev$ при $Q^2 = 0$

$f_+(0)$	$F_V(0)$, ГэВ ⁻¹	$F_+^A(0)$, ГэВ ⁻¹	$F_0^A(0)$, ГэВ	Ссылка
0,23±0,01	0,035±0,03	-0,024±0,002	2 ±0,2	[30]
0,2 ±0,02	0,04 ±0,01	-0,03 ±0,01	2,5±0,3	[36]
0,55±0,1	0,048±0,007	-0,030±0,003	3,0±0,5	[35]

В [30] формфакторы имеют следующее полюсное поведение:

$$F_i(Q^2) = \frac{F_i(0)}{1 + Q^2/m_{\text{pole}}^2} \phi_i(Q^2), \quad (164)$$

где $m_{\text{pole}} = 6,3\text{--}6,4$ ГэВ, а $\phi_i(Q^2) = 1 + a_i Q^2$. Фитирование с помощью (161)–(163) для формфакторов f_+ , F_V , F_0^A и F_+^A дает значения a_i , которые достаточно малы: $-0,025$, $-0,007$, $-0,012$, $-0,02$ соответственно. Вышеуказанное поведение практически не отличается от обычного полюсного поведения [30], где $a_i = 0$. Результаты для ширины переходов приведены в табл. 21.

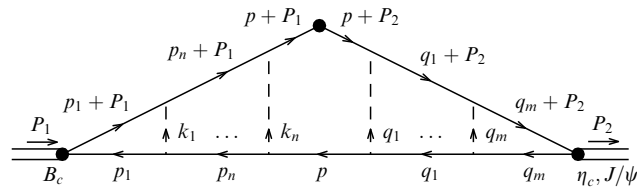
Как видно из табл. 20 и 21, результаты борелевских правил сумм и вышеописанного подхода в рамках погрешностей моделей в основном согласуются. Ширины, полученные в [35], выше, чем в [30, 36], так как в [35] q^2 -зависимость формфакторов переходов сильно отли-

Таблица 21. Ширины (в единицах 10^{-6} эВ) полулептонных распадов B_c -мезона в правилах сумм КХД без учета α_s/v -поправок

Мода	[30]	[36]	[35]
$B_c^+ \rightarrow J/\psi e^+ \nu$	4,6	7	10,5
$B_c^+ \rightarrow \eta_c e^+ \nu$	1,4	1	9

чается от зависимости, ожидаемой в модели мезонной доминантности.

Расхождение же с кварковыми моделями, на наш взгляд, связано с тем, что в расчетах формфакторов переходов по правилам сумм КХД необходимо учитывать α_s/v -поправки, где v — относительная скорость кварков в мезоне. В случае тяжелых кваркониев, где скорость движения кварков мала, поправки, отвечающие кулоноподобным взаимодействиям кварков (рис. 6), могут играть существенную роль [31].

**Рис. 6.** Кулоновские поправки в полулептонном распаде B_c -мезона

Действительно, спектральные плотности $\rho_i(s_1, s_2, Q^2)$, определяющие формфакторы распадов B_c -мезонов, вычисляются вблизи порога $s_1 = M_{B_c}^2$, $s_2 = M_{\eta_c, \psi}^2$. В случае, когда импульс мезона отдачи мал, расчет лестничных диаграмм, проведенный в формализме нерелятивистской квантовой механики (см. [17], рис. 5), приводит к конечной перенормировке ρ , так что

$$\bar{\rho}_i(s_1, s_2, Q_{\max}^2) = C \rho_i(s_1, s_2, Q_{\max}^2), \quad (165)$$

где фактор

$$C = \left| \frac{\Psi_{B_c}^C(0) \Psi_{\eta_c, \psi}^C(0)}{\Psi_{B_c}^{\text{free}}(0) \Psi_{\eta_c, \psi}^{\text{free}}(0)} \right|, \quad (166)$$

а $\Psi^{C, \text{free}}(0)$ — кулоновские и свободные волновые функции кварков, причем

$$\left| \frac{\Psi^C(0)}{\Psi^{\text{free}}(0)} \right|^2 = \frac{4\pi\alpha_s}{3v} \left[1 - \exp\left(-\frac{4\pi\alpha_s}{3v}\right) \right]^{-1}. \quad (167)$$

В случае двухточечных кварковых корреляторов, определяющих константы распада f для тяжелых кваркониев ψ , Υ , B_c , учет фактора (166) приводит к существенному увеличению f , так что наблюдалось согласие с экспериментальными данными для f_ψ и f_Υ . Заметим, что разложение (167) по $\alpha_s/v \rightarrow 0$ приводит в точности к доминирующему члену, возникающему при учете однопетлевых α_s -поправок к двухточечному коррелятору токов. Кроме того, эти поправки были учтены в определении f при расчете трехточечных корреляторов, но не учитывались в определении трехточечной спектральной плотности.

Логически последовательным было бы либо не учитывать α_s -поправки как в определении f , так и в определении ρ , либо учитывать их в обоих случаях. Как видно из

(161), например, можно записать, что

$$f_+^{kl}(Q^2) = \frac{8m_c(m_b + m_c)C}{M_{B_c} M_{\eta_c} f_{B_c}^{(0)} f_{\eta_c}^{(0)} C_{B_c}^{1/2} C_{\eta_c}^{1/2}} \times \frac{dM_{B_c}^k}{dk} \frac{dM_{\eta_c}^l}{dl} \frac{1}{(2\pi)^2} \rho_+^{(0)}(M_{B_c}^{k2}, M_{\eta_c}^{l2}, Q^2), \quad (168)$$

где величины $f^{(0)}$ и $\rho^{(0)}$ рассчитываются без учета α_s -поправок, а факторы C возникают при учете кулоноподобных поправок и определены в уравнениях (166), (167). Очевидно, что

$$\frac{C}{C_{B_c}^{1/2} C_{\eta_c}^{1/2}} = 1. \quad (169)$$

Таким образом, в определении формфакторов переходов можно использовать "голые" величины f и ρ , рассчитанные в нулевом приближении по α_s [85], вместо того, что, скажем, было сделано в [36], где использованы величина $\rho^{(0)}$ без фактора C и одновременно постоянные f с учетом α_s -поправок, т.е. с учетом факторов C_{B_c} и $C_{\eta_c, \psi}$.

В результате для формфакторов f_+ и F_0^A получаются значения [31]

$$f_+(0) = 0,85 \pm 0,15, \quad F_0^A = 6,5 \pm 1 \text{ ГэВ},$$

а для ширин соответствующих распадов — значения [31]

$$\Gamma(B_c^+ \rightarrow \psi e^+ \nu) \approx 44 \cdot 10^{-6} \text{ эВ},$$

$$\Gamma(B_c^+ \rightarrow \eta_c e^+ \nu) \approx 15 \cdot 10^{-6} \text{ эВ}.$$

Заметим, что мы пренебрегли вкладами формфакторов F_V и F_+^A в распаде $B_c \rightarrow J/\psi e \nu$, что может привести к завышению значения ширины на 10–20 %. Полученные значения ширин можно согласовать с результатами кварковых моделей (см. табл. 18) в пределах теоретических неопределенностей используемых методов.

Сравнивая результаты правил сумм КХД и кварковых моделей, для центрального значения ширины распада $B_c \rightarrow J/\psi e \nu$ можно принять (с погрешностью около 40 %)

$$\Gamma(B_c \rightarrow J/\psi e \nu) \approx 40 \cdot 10^{-6} \text{ эВ},$$

что соответствует относительной вероятности 3 %. Тогда относительная вероятность выхода трех лептонов в распадах B_c -мезона, когда два из них реконструируют J/ψ , равна

$$\text{BR}(B_c^+ \rightarrow (l^+ l^-)_{J/\psi} l'^+ \nu) \approx 8 \cdot 10^{-3},$$

где l, l' обозначают e или μ .

3.2.3. Приближенная спиновая симметрия. В связанном состоянии виртуальности тяжелых кварков гораздо меньше их масс, т.е. допустимо кинематическое разложение для импульса кварка p_Q :

$$p_Q^\mu = m_Q v^\mu + k^\mu, \quad (170)$$

так что

$$vk \approx 0, \quad |k^2| \ll m_Q^2. \quad (171)$$

Тогда в системе отсчета, где $v = (1, \mathbf{0})$, гамильтониан тяжелого кварка в глюонном поле внешнего источника имеет вид

$$H = m_Q + V(\mathbf{r}) + \frac{\mathbf{k}^2}{2m_Q} + g \frac{\boldsymbol{\sigma} \mathbf{B}}{2m_Q} + O\left(\frac{1}{m_Q^2}\right), \quad (172)$$

так что в пределе $\Lambda_{\text{QCD}} \ll m_Q$ для адронов с одним тяжелым кварком имеет место спин-флейворная симметрия Эффективной теории тяжелых кварков [14].

В случае тяжелого кваркония чисто феноменологически оказывается, что кинетическая энергия кварков практически не зависит от их ароматов, однако значение члена потенциальной энергии $V(\mathbf{r})$ определяется средним расстоянием между тяжелыми кварками, которое зависит от их масс, т.е. от ароматов. Поэтому в тяжелом кварконии нет флейворной симметрии волновых функций. Однако магнитное поле тяжелого кварка определяется скоростью его движения, которое в тяжелом кварконии нерелятивистское, так что

$$\mathbf{B} \sim O(\mathbf{v}) \sim O\left(\frac{1}{m_Q}\right). \quad (173)$$

Из (172), (173) следует, что спин-зависимый потенциал в тяжелом кварконии возникает во втором порядке по обратным массам кварков (см. раздел 2):

$$V_{SD} \sim O\left(\frac{1}{m_Q^2}\right). \quad (174)$$

Тем самым в ведущем приближении в тяжелом кварконии можно пренебречь спин-зависимыми силами (по сравнению с кинетической энергией и нерелятивистским потенциалом). Это означает, что в этом приближении спин тяжелых кварков отщеплен от взаимодействия с глюонами малых виртуальностей. Поэтому массы nL_J -состояний кваркония вырождены по J и эти состояния имеют тождественные волновые функции.

Таким образом, для тяжелых кварков в тяжелом кварконии имеет место приближенная спиновая симметрия.

Далее, рассмотрим матричный элемент

$$M = \langle n^S L_J(Q\bar{Q}') | \Gamma | h \rangle, \quad (175)$$

где Γ — оператор кварковых токов, h — некоторое состояние. Тогда спиновая симметрия означает, что действие спиновых операторов тяжелого кварка факторизовано и матричный элемент \bar{M} , полученный действием спина кварка Q (или антикварка \bar{Q}')

$$S_\mu^Q = \frac{1}{4} \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} v_Q^\nu \sigma^{\alpha\beta}, \quad \sigma^{\alpha\beta} = \frac{i}{2} [\gamma^\alpha, \gamma^\beta], \quad (176)$$

связан с матричным элементом M равенством

$$\bar{M} = \langle n^S L_J(Q\bar{Q}') | S_\mu^Q \Gamma | h \rangle = \sum C_{SS'}^{JJ'} \langle n^S L_{J'}(Q\bar{Q}') | \Gamma | h \rangle, \quad (177)$$

где \bar{M} — сумма матричных элементов с J' , а $C_{SS'}^{JJ'}$ определяются правилами действия спинового оператора.

В случае полулептонных распадов $B_c^+ \rightarrow \eta_c(\psi) l^+ \nu$ спиновая симметрия справедлива в точке нулевой отдачи $\eta_c(\psi)$. Действительно, в этом случае c -спектаторный кварк и \bar{c} -кварк, возникающий в слабом распаде \bar{b} -

кварка, практически покоятся друг относительно друга, так что, образуя связанное состояние, они взаимодействуют с малыми виртуальностями, характерными для тяжелого кваркония. При ненулевой скорости \bar{c} -кварка он должен обменяться с c -кварком импульсом, сравнимым с его массой, чтобы образовать связанное состояние, в котором их скорости близки, т.е. при ненулевой отдаче мезона глюоны большой виртуальности могут переворачивать спин тяжелого кварка и спиновая симметрия уже не имеет места.

При нулевой отдаче чармония ($v_{B_c} = v_{\eta_c(\psi)}$) в ковариантной амплитуде слабого тока ненулевые вклады дают только члены с формфакторами $A_1(t)$, $F_\pm(t)$ при $t = t_{\text{max}}$, а спиновая симметрия для тяжелых кварков означает, что

$$(M_{B_c} + M_{\eta_c}) F_+ + (M_{B_c} - M_{\eta_c}) F_- = (M_{B_c} + M_\psi) A_1, \quad t = t_{\text{max}}, \quad M_{\eta_c} = M_\psi. \quad (178)$$

Таким образом, в приближении нулевого спин-зависимого расщепления тяжелого кваркония удастся установить специфическое соотношение для формфакторов полулептонных эксклюзивных распадов B_c -мезона в тяжелый чармоний.

Отметим теперь, что кварковая потенциальная модель, рассмотренная выше, дает для полулептонных формфакторов B_c в чармоний значения, удовлетворяющие соотношению симметрии (178). В отличие от распадов тяжелых адронов с одним тяжелым кварком, где нормировка формфакторов при нулевой отдаче фиксирована за счет флейворной симметрии, нормировка формфакторов слабых полулептонных переходов между тяжелыми кваркониями определяется перекрытием их волновых функций, которые зависят от модели кваркония.

Для осцилляторных волновых функций рассмотренной выше потенциальной модели имеем

$$(M_{B_c} + M_\psi) A_1(t_{\text{max}}) = \sqrt{2M_{B_c} \cdot 2M_\psi} \xi(t_{\text{max}}), \quad (179)$$

где

$$\xi(t_{\text{max}}) = \left(\frac{2\omega_{B_c} \omega_\psi}{\omega_{B_c}^2 + \omega_\psi^2} \right)^{3/2}. \quad (180)$$

В [37] фактор $\xi(t_{\text{max}})$ определялся в модели кваркония с кулоновским потенциалом, что является довольно грубым приближением.

Отметим далее, что чисто кинематически лептонная пара в полулептонном распаде B_c -мезона имеет в среднем большие инвариантные массы: $m(l^+ \nu) \approx 1,9$ ГэВ, так что вклад формфактора A_1 доминирует и в сочетании с мезонной доминантностью t -зависимости формфакторов соотношение (178), задающее $A_1(t_{\text{max}})$, по сути определяет матричный элемент полулептонного распада $B_c^+ \rightarrow \psi(\eta_c) l^+ \nu$. Это обстоятельство может быть использовано для определения как массы B_c -мезона по спектру масс ψl^+ , так и элемента матрицы Кобаяши–Маскава $|V_{bc}|$.

3.3. Адронные распады B_c -мезонов

Хотя полулептонные распады $B_c^+ \rightarrow J/\psi \mu^+(e^+) \nu_\mu(\nu_e)$ могут служить хорошим тригером для регистрации B_c -мезона, полная его реконструкция из-за присутствия нейтрино в продуктах распадов требует большой стати-

стики. Прямое измерение массы B_c -мезона возможно только в адронных эксклюзивных распадах. Предварительные оценки ширин некоторых нелептонных распадов с J/ψ -частицей в конечном состоянии в потенциальной модели проделаны в [29, 33, 81].

Адронные распады подробно рассмотрены в [32, 34, 83]. В [34] для вычисления формфакторов переходов использованы обе вышеупомянутые модели WSB и ISGW. При вычислении ширин распадов в [34], в отличие от других расчетов [33, 81], учтено сокращение фазового объема в c -спектраторных распадах (см. раздел 3.1). Ниже при изложении адронных распадов B_c -мезона мы будем следовать результатам этой работы.

Эффективный четырехфермионный гамильтониан для нелептонных распадов c - и b -кварков имеет вид [86]

$$\mathcal{H}_{\text{eff}}^c = \frac{G}{2\sqrt{2}} V_{uq_1} V_{cq_1}^* [C_+^c(\mu) O_+^c + C_-^c(\mu) O_-^c] + \text{h.c.}, \quad (181)$$

$$\mathcal{H}_{\text{eff}}^b = \frac{G}{2\sqrt{2}} V_{q_1 b} V_{q_2 q_3}^* [C_+^b(\mu) O_+^b + C_-^b(\mu) O_-^b] + \text{h.c.}, \quad (182)$$

где

$$O_{\pm}^c = [\bar{q}_{1\alpha} \gamma_\nu (1 - \gamma_5) c_\beta] [\bar{u}_\nu \gamma^\nu (1 - \gamma_5) q_{2\delta}] (\delta_{\alpha\beta} \delta_{\gamma\delta} \pm \delta_{\alpha\delta} \delta_{\gamma\beta}),$$

$$O_{\pm}^b = [\bar{q}_{1\alpha} \gamma_\nu (1 - \gamma_5) b_\beta] [\bar{q}_{3\gamma} \gamma^\nu (1 - \gamma_5) q_{2\delta}] (\delta_{\alpha\beta} \delta_{\gamma\delta} \pm \delta_{\alpha\delta} \delta_{\gamma\beta}).$$

Факторы $C_{\pm}^{c,b}(\mu)$ учитывают сильные поправки к соответствующим четырехфермионным операторам за счет жестких глюонов [34, 86].

Амплитуды переходов не должны зависеть от точки вычитания μ , если их вычислять последовательно в теории возмущений, т.е. если, наряду с операторами, в теории возмущений строить и соответствующие функции начальных и конечных адронных состояний.

Сложнее обстоит дело с используемым для вычисления матричных элементов приближением факторизации. В этом приближении предполагается, что один ток пропорционален стабильному или квазистабильному адронному полю, и вычисляется его матричный элемент между вакуумным и соответствующим асимптотическим адронным состоянием (что пропорционально константе распада адрона). После этого амплитуда слабого распада факторизуется и полностью определяется адронным матричным элементом другого тока, который, как и в случае полуплептонных распадов, можно вычислить, используя ту или иную модель. В таком приближении игнорируется взаимодействие в конечном состоянии.

Заметим, что точная факторизация происходит в ведущем порядке разложения $1/N_c$ [87]. В этом приближении следует соблюдать осторожность при выборе точки вычитания, так как матричные элементы зависят от μ . (Зависимость коэффициентов четырехфермионных операторов эффективного гамильтониана от точки вычитания не компенсируется функциями начального и конечного состояний.) Наиболее адекватным является выбор $\mu \approx m_c$, так как массой c -кварка определяется радиус B_c -мезона и переданные импульсы в распадах порядка m_c [34].

Аномальные размерности операторов O_+^c и O_-^c при $\mu = m_c$ имеют вид

$$\gamma_{\pm} = -\frac{\alpha_s}{2\pi} \frac{3}{N_c} (1 \mp N_c). \quad (183)$$

В приближении ведущих логарифмов (при $\mu > m_c$) [88]

$$C_+^c(\mu) = \left(\frac{\alpha_s(M_W^2)}{\alpha_s(m_b^2)} \right)^{6/23} \left(\frac{\alpha_s(m_b^2)}{\alpha_s(\mu^2)} \right)^{6/25},$$

$$C_-^c(\mu) = [C_+^c(\mu)]^{-2}. \quad (184)$$

Для $\alpha_s(m_c^2) = 0,27$, $\alpha_s(m_b^2) = 0,19$, $\alpha_s(M_W^2) = 0,11$ значения $C_+^c(m_c) = 0,80$, $C_-^c(m_c) = 1,57$.

При $\mu > m_b$ аномальные размерности операторов C_+^b и C_-^b определяются (183), но при $m_c < \mu < m_b$:

$$\gamma_{\pm} = -\frac{\alpha_s}{2\pi} \left[3 \frac{N_c^2 - 1}{4N_c} + \frac{3}{2N_c} (1 \mp N_c) \right], \quad (185)$$

$$C_+^b(\mu) = \left(\frac{\alpha_s(M_W^2)}{\alpha_s(m_b^2)} \right)^{6/23} \left(\frac{\alpha_s(m_b^2)}{\alpha_s(\mu^2)} \right)^{-3/25}, \quad (186)$$

$$C_-^b(\mu) = \left(\frac{\alpha_s(M_W^2)}{\alpha_s(m_b^2)} \right)^{-12/23} \left(\frac{\alpha_s(m_b^2)}{\alpha_s(\mu^2)} \right)^{-12/25}. \quad (187)$$

Значения $C_+^b(m_c) = 0,90$, $C_-^b(m_c) = 1,57$.

Для нелептонных инклюзивных спектраторных распадов B_c -мезонов фактор усиления за счет одевания четырехфермионных операторов жесткими глюонами равен

$$3 \left[C_+^2 \frac{N_c + 1}{2N_c} + C_-^2 \frac{N_c - 1}{2N_c} \right], \quad (188)$$

где 3 — цветовой множитель. Для аннигиляционных распадов аналогичный фактор равен

$$3 \left[C_+ \frac{N_c + 1}{2N_c} + C_- \frac{N_c - 1}{2N_c} \right]^2. \quad (189)$$

В табл. 15 представлены ширины аннигиляционных и инклюзивных спектраторных адронных распадов. Как уже упоминалось, массы кварков принимались равными $m_c = 1,5$ ГэВ, $m_b = 4,9$ ГэВ и $m_s = 0,15$ ГэВ, т.е. выбирались таким образом, чтобы хорошо описывать полуплептонные ширины B - и D -мезонов и полную ширину B -мезонов. Факторы усиления (188), (189) вычислены в пределе больших N_c (данное приближение хорошо описывает распады B - и D -мезонов [71, 89]). В случае b -спектраторных распадов, в отличие от вычислений [32], учтено сокращение фазового объема.

Результаты вычислений ширин эксклюзивных (в нашем случае двухчастичных) распадов, проведенных в моделях WSB, ISGW и в [83], представлены в табл. 22 и 23. В табл. 22 приведены ширины кабиббо-разрешенных b -спектраторных распадов.

Коэффициенты a_1 и a_2 , учитывающие перенормировку четырехфермионных операторов, определены следующим образом:

$$a_1 = C_+ \frac{N_c + 1}{2N_c} + C_- \frac{N_c - 1}{2N_c}, \quad (190)$$

$$a_2 = C_+ \frac{N_c + 1}{2N_c} - C_- \frac{N_c - 1}{2N_c}. \quad (191)$$

В пределе $N_c \rightarrow \infty$ имеем

$$a_1 \approx 0,5(C_+ + C_-),$$

$$a_2 \approx 0,5(C_+ - C_-). \quad (192)$$

Таблица 22. Ширины (в единицах 10^{-6} эВ) двухчастичных адронных \bar{b} -спектаторных распадов ($M_{B_c} = 6,27$ ГэВ, $M_{B_s} = 5,39$ ГэВ, $M_{B_s^*} = 5,45$ ГэВ)

Мода распада	WSB	$a_1 = 1, 23$ $a_2 = 0, 33$	ISGW	$a_1 = 1, 23$ $a_2 = 0, 33$	[83]	$a_1 = 1, 12$ $a_2 = -0, 26$
$B_c^+ \rightarrow B_s + \pi^+$	a_1^2 31,1	47,8	a_1^2 44,0	67,7	a_1^2 58,4	73,3
$B_c^+ \rightarrow B_s + \rho^+$	a_1^2 12,5	19,2	a_1^2 20,2	3,1	a_1^2 44,8	56,1
$B_c^+ \rightarrow B_s^* + \pi^+$	a_1^2 25,6	39,4	a_1^2 34,7	53,4	a_1^2 51,6	64,7
$B_c^+ \rightarrow B_s^* + \rho^+$	a_1^2 115,6	177,8	a_1^2 152,1	234	a_1^2 150	188
$B_c^+ \rightarrow B^+ + \bar{K}^0$	a_2^2 28,2	3,1	a_2^2 61,4	6,7	a_2^2 96,5	4,25
$B_c^+ \rightarrow B^+ + \bar{K}^{*0}$	a_2^2 10,0	1,1	a_2^2 24,1	2,6	a_2^2 68,2	3,01
$B_c^+ \rightarrow B^{*+} + \bar{K}^0$	a_2^2 31,0	3,4	a_2^2 28,3	3,1	a_2^2 73,3	3,23
$B_c^+ \rightarrow B^{*+} + \bar{K}^{*0}$	a_2^2 147,1	16	a_2^2 163,8	18	a_2^2 141	6,23
$B_c^+ \rightarrow B^0 + \pi^+$	a_1^2 0,97	1,49	a_1^2 1,89	2,9	a_1^2 3,30	4,14
$B_c^+ \rightarrow B^0 + \rho^+$	a_1^2 0,94	1,45	a_1^2 2,14	3,3	a_1^2 5,97	7,48
$B_c^+ \rightarrow B^{*0} + \pi^+$	a_1^2 1,58	2,42	a_1^2 1,28	2,0	a_1^2 2,90	3,64
$B_c^+ \rightarrow B^{*0} + \rho^+$	a_1^2 8,82	13,6	a_1^2 8,86	12	a_1^2 11,9	15,0
$B_c^+ \rightarrow B^+ + \pi^0$	a_2^2 0,48	0,05	a_2^2 0,95	0,1	a_2^2 1,65	0,074
$B_c^+ \rightarrow B^+ + \rho^0$	a_2^2 0,47	0,05	a_2^2 1,07	0,12	a_2^2 2,98	0,132
$B_c^+ \rightarrow B^+ + \omega$	a_2^2 0,38	0,04	a_2^2 0,87	0,009	—	—
$B_c^+ \rightarrow B^{*+} + \pi^0$	a_2^2 0,79	0,09	a_2^2 0,64	0,07	a_2^2 1,45	0,064
$B_c^+ \rightarrow B^{*+} + \rho^0$	a_2^2 4,41	0,48	a_2^2 4,43	0,48	a_2^2 5,96	0,263
$B_c^+ \rightarrow B^{*+} + \omega$	a_2^2 3,60	0,39	a_2^2 3,53	0,38	—	—
$B_c^+ \rightarrow B_s + K^+$	a_1^2 2,18	3,35	a_1^2 3,28	5	a_1^2 4,2	5,27
$B_c^+ \rightarrow B_s^* + K^+$	a_1^2 1,71	2,6	a_1^2 2,52	3,9	a_1^2 2,96	3,72
$B_c \rightarrow B^0 + K^+$	—	—	—	—	a_1^2 0,255	0,32
$B_c \rightarrow B^0 + K^{*+}$	—	—	—	—	a_1^2 0,180	0,226
$B_c \rightarrow B^{*0} + K^+$	—	—	—	—	a_1^2 0,195	0,244
$B_c \rightarrow B^{*0} + K^{*+}$	—	—	—	—	a_1^2 0,374	0,47

Значения коэффициентов a_1 и a_2 , использованные в работах [34, 83], отличаются друг от друга из-за разного выбора масс кварков и параметра Λ_{QCD} .

Заметим, что для распадов с B -мезонами в конечном состоянии вклад аннигиляционных и "пингвинных" диаграмм подавлен как $O(\sin^{10} \theta_c)$. Как видно из табл. 22, результаты моделей WSB и ISGW неплохо согласуются друг с другом и сумма ширин двухчастичных распадов равна полной инклюзивной ширине b -спектаторного распада (см. табл. 15).

Немного больше получаются ширины в модели [83]. Причиной расхождения с двумя другими моделями может являться тот факт, что в случае b -спектаторных распадов в конечном состоянии присутствуют B - и B_s -мезоны, которые из-за присутствия легкого кварка

являются релятивистскими системами, вследствие чего нерелятивистское приближение может плохо работать.

Из c -спектаторных распадов в табл. 23 представлены ширины только тех, для которых модели ISGW и WSB дают близкие значения формфакторов и можно пренебречь вкладом аннигиляционных и "пингвинных" диаграмм. Как видно из табл. 23, данные модели ISGW неплохо согласуются с результатами модели [83].

Полную инклюзивную лептонную ширину распада B_c -мезона с J/ψ -частицей в конечном состоянии можно получить из соответствующей ширины полулептонного перехода

$$\Gamma(B_c \rightarrow J/\psi X_{u\bar{d}(\bar{s})}) = 3a_1^2 \Gamma(B_c \rightarrow J/\psi e\nu) |V_{ud(s)}|^2. \quad (193)$$

В пределе больших N_c имеем $3a_1^2 = 4,6$ ($a_1 = 1, 18$) и

$$\Gamma(B_c \rightarrow J/\psi X_{u\bar{d}(\bar{s})}) \approx 190 \cdot 10^{-6} \text{ эВ}.$$

Относительная вероятность распада B_c -мезона с J/ψ -частицей в конечном состоянии

$$\text{BR}(B_c \rightarrow J/\psi + X) \approx 0,2.$$

Модели WSB и ISGW дают близкие результаты для двухчастичных распадов B_c -мезона с B -мезонами в конечном состоянии. К сожалению, регистрировать B_c -мезоны в таких модах распада сложно, так как нужно реконструировать B -мезоны по продуктам их слабых распадов. Для регистрации B_c -мезона и определения его массы более предпочтительным является распад $B_c^+ \rightarrow J/\psi \pi^+$, относительная вероятность которого [34]

$$\text{BR}(B_c^+ \rightarrow J/\psi \pi^+) \approx 2 \cdot 10^{-3}.$$

Таблица 23. Ширины (в единицах 10^{-6} эВ) двухчастичных адронных c -спектаторных распадов

Мода распада	ISGW	$a_1 = 1, 18$	[83]	$a_1 = 1, 26$
$B_c^+ \rightarrow \eta_c + \pi^+$	a_1^2 1,71	2,63	a_1^2 2,07	3,29
$B_c^+ \rightarrow \eta_c + \rho^+$	a_1^2 4,04	6,2	a_1^2 5,48	8,70
$B_c^+ \rightarrow J/\psi + \pi^+$	a_1^2 1,79	2,75	a_1^2 1,97	3,14
$B_c^+ \rightarrow J/\psi + \rho^+$	a_1^2 5,07	7,8	a_1^2 5,95	9,45
$B_c^+ \rightarrow \eta_c + K^+$	a_1^2 0,127	0,195	a_1^2 0,161	0,256
$B_c^+ \rightarrow \eta_c + K^{*+}$	a_1^2 0,203	0,31	a_1^2 0,286	0,453
$B_c^+ \rightarrow J/\psi + K^+$	a_1^2 0,130	0,2	a_1^2 0,152	0,242
$B_c^+ \rightarrow J/\psi + K^{*+}$	a_1^2 0,263	0,4	a_1^2 0,324	0,514
$B_c \rightarrow \psi(2S) + \pi^+$	—	—	a_1^2 0,251	0,398
$B_c \rightarrow \psi(2S) + \rho^+$	—	—	a_1^2 0,71	1,13
$B_c \rightarrow \psi(2S) + K^+$	—	—	a_1^2 0,018	0,029
$B_c \rightarrow \psi(2S) + K^{*+}$	—	—	a_1^2 0,038	0,060

Особый интерес вызывают моды распада B_c -мезона, в которых может наблюдаться CP -нарушение: $B_c^\pm \rightarrow (c\bar{c})D^\pm$, $B_c \rightarrow D\rho(\pi)$, $B_c \rightarrow D^0D_s$. Приблизительные оценки относительных вероятностей распадов и параметров асимметрии CP -нарушения проведены в [80]. В табл. 24 приведены соответствующие результаты. Параметр асимметрии A определен следующим образом:

$$A = \frac{\Gamma(B_c^- \rightarrow \bar{X}) - \Gamma(B_c^+ \rightarrow X)}{\Gamma(B_c^- \rightarrow \bar{X}) + \Gamma(B_c^+ \rightarrow X)}. \quad (194)$$

Таблица 24. Относительные вероятности и параметры асимметрии для CP -нарушения в распадах B_c -мезона

X	$BR(B_c^+ \rightarrow X)$	A
$\eta_c D^{*+}$	$1,0 \cdot 10^{-4}$	$1,5 \cdot 10^{-2}$
$\eta_c D^+$	$1,2 \cdot 10^{-4}$	$-0,3 \cdot 10^{-2}$
$J/\psi D^+$	$0,5 \cdot 10^{-4}$	$0,6 \cdot 10^{-2}$
$D^0 \rho^+$	$2,8 \cdot 10^{-5}$	$1,9 \cdot 10^{-3}$
$D^+ \rho^0$	$1,6 \cdot 10^{-5}$	$3,0 \cdot 10^{-3}$
$D^{*0} \pi^+$	$3,3 \cdot 10^{-5}$	$1,3 \cdot 10^{-3}$
$D^{*+} \pi^0$	$1,8 \cdot 10^{-5}$	$2,0 \cdot 10^{-3}$
$D^0 \pi^+$	$1,6 \cdot 10^{-6}$	$-8,9 \cdot 10^{-3}$
$D^+ \pi^0$	$0,4 \cdot 10^{-6}$	$-13,8 \cdot 10^{-3}$

Большая асимметрия ожидается при распадах $B_c \rightarrow D_s^* D^0$, когда D^0 -мезон распадается на собственное состояние CP , но относительная вероятность в этом случае слишком мала:

$$BR(B_c^+ \rightarrow D_s^{*+} D^0) \approx 10^{-6}.$$

Затруднительна также идентификация D_s^{*+} -мезона. Как видно из табл. 24, наилучшей модой для наблюдения CP -нарушения в распадах B_c -мезона может быть $B_c^\pm \rightarrow (c\bar{c})D^\pm$. Но даже при ожидаемой статистике выхода B_c -мезона на будущих адронных ускорителях (10^9 – 10^{11}) наблюдать такие события будет затруднительно, если учесть относительные вероятности распадов самих $(c\bar{c})$ -состояний и D -мезонов.

Трудно оценить ширины распадов, но стоит упомянуть о таких модах распада B_c -мезона, как $B_c \rightarrow 3DX$ или $B_c \rightarrow D_s \phi$ и $B_c \rightarrow \bar{D}K$. Очень интересным может быть распад $B_c \rightarrow \psi(3S)D$ с последующим распадом ψ на два D -мезона, но вероятнее всего его ширина, как и ширина распада на три D -мезона, будет мала, хотя бы из-за малости фазового объема. Ширину распада $B_c \rightarrow D_s \phi$ по грубым оценкам можно ожидать на уровне 2 % [52], но наблюдать B_c -мезон в этой моде будет затруднительно из-за сложности восстановления D_s -мезона.

4. Рождение B_c -мезонов

Электромагнитное и адронное рождение B_c -мезона как частицы со смешанным ароматом в силу сохранения ароматов в указанных взаимодействиях предполагает совместное рождение пары тяжелых кварков \bar{b} и c . Это объясняет малое сечение образования B_c -мезонов по сравнению с сечением рождения частиц из семейства ψ и Υ . С другой стороны, отсутствие распадных каналов B_c -мезонов в легкие адроны по сильному взаимодействию приводит к тому, что все связанные состояния $(\bar{b}c)$ с вероятностью, близкой к единице, переходят (в основном за счет радиационных переходов) в низшее состояние (см. раздел 2).

С теоретической точки зрения рождение B_c -мезона, имеющего малые размеры, идет с виртуальностями порядка суммы масс тяжелых кварков. Это обстоятельство гарантирует применимость теории возмущений к процессам образования B_c -мезона. Непертурбативная часть, связанная с учетом волновой функции B_c -мезона, вычисляется в этом случае достаточно надежно.

4.1. Рождение B_c -мезонов в e^+e^- -аннигиляции

Простейший пример рождения B_c -мезонов в e^+e^- -аннигиляции (в районе пика Z -бозона) описывается диаграммами, представленными на рис. 7.

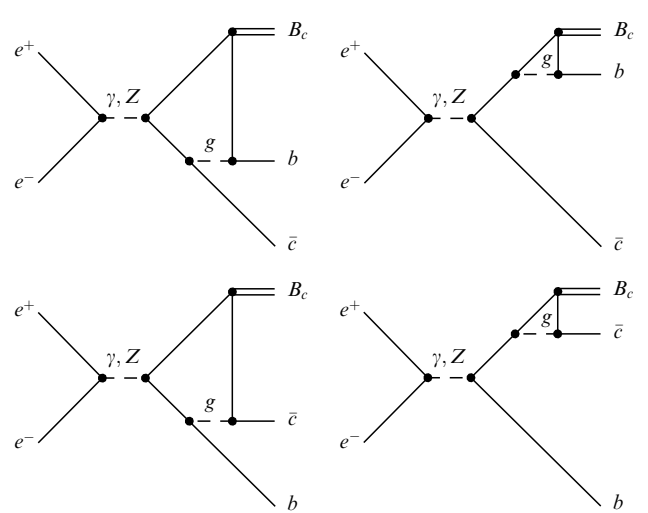


Рис. 7. Диаграммы одиночного рождения B_c -мезонов в e^+e^- -аннигиляции

Матричный элемент рождения кваркония $(\bar{b}c)$ получается из соответствующего матричного элемента рождения четырех тяжелых кварков $T(p_{\bar{b}}, p_c)$ интегрированием по относительному импульсу кварков \bar{b} и c , взвешенным с волновой функцией кваркония:

$$T_j = \int \frac{d^3\mathbf{q}}{(2\pi)^3} \Psi(\mathbf{q}) T_{\alpha\beta}^{ab}(p_{\bar{b}}, p_c) (-\hat{p}_{\bar{b}} + m_b)^{\alpha'\alpha} \times \\ \times (-\hat{p}_c + m_c)^{\beta'\beta} \Gamma_j^{\alpha'\beta'} \frac{\sqrt{2M}}{\sqrt{2m_b \cdot 2m_c}} \frac{\delta^{ab}}{\sqrt{3}}, \quad (195)$$

где M — масса мезона, а

$$\Gamma^{\alpha\beta} = \frac{1}{\sqrt{2}} \gamma_5^{\alpha\beta}, \quad \Gamma_\lambda^{\alpha\beta} = \frac{1}{\sqrt{2}} \gamma_\mu^{\alpha\beta} \epsilon_\lambda^\mu \quad (196)$$

для псевдоскалярного (B_c) и векторного (B_c^*) состояний соответственно.

Импульсы кварков определяются соотношениями

$$p_{\bar{b}} = \frac{m_b}{M} p + q, \quad p_c = \frac{m_c}{M} p - q, \quad (197)$$

$$pq = 0. \quad (198)$$

Для тяжелого кваркония $|\mathbf{q}| \ll m_b, m_c$ и формулу (195) можно упростить, заменяя матричный элемент $T_{\alpha\beta}^{ab}(p_{\bar{b}}, p_c)$ на его значение при $\mathbf{q} = 0$. Тогда

$$\int \frac{d^3\mathbf{q}}{(2\pi)^3} \Psi(\mathbf{q}) = \Psi(x)_{x=0}. \quad (199)$$

В [41–44] получены сечения образования B_c - и B_c^* -мезонов и их распределения по переменной $z = 2E_{B_c}/\sqrt{s}$. Результат точных численных расчетов в технике спиральных амплитуд с интегрированием Монте-Карло по фазовому объему для дифференциального сечения приведен на рис. 8. Нетрудно видеть, что это распределение жесткое с максимумом при $z_{\max} = M/(M + m_c) \approx 0,8$, когда B_c -мезон и \bar{c} -кварк имеют нулевую относительную скорость.

Если вспомнить, что в нашем приближении отсутствует относительное движение c - и \bar{b} -кварков в B_c -мезоне, то становится ясным, что максимуму в распределении отвечает конфигурация, когда все кварки движутся как целое с одной скоростью. В этом случае реализуются минимальные виртуальности для начального \bar{b} -кварка $p^2 = (m_b + 2m_c)^2$ и глюона $k^2 \approx 4m_c^2$. При любых других значениях z эти виртуальности увеличиваются.

Заметим, что вышеприведенные рассуждения верны только для двух последних диаграмм, представленных на рис. 7, тогда как вкладом двух других можно пренебречь: они подавлены по сравнению с двумя последними на два порядка. В асимптотическом пределе $s \rightarrow \infty$, когда можно пренебречь членами порядка M^2/s и более высокими степенями этого отношения, при выборе специальной калибровки (аксиальная калибровка с четырехвектором $n = (1, 0, 0, -1)$) вдоль направления движения b -кварка) можно показать, что остается вклад только последней диаграммы на рис. 7. В этом случае выражение $\sigma^{-1} d\sigma/dz$ приобретает смысл функции фрагментации \bar{b} -кварка в B_c -мезон, если в качестве нормировочного множителя σ выбрать сечение рождения b -кварка при той же энергии.

Функция фрагментации $\bar{b} \rightarrow B_c$, где B_c — псевдоскалярное состояние, имеет вид

$$D(z)_{\bar{b} \rightarrow B_c} = \frac{8\alpha_s^2 |\Psi(0)|^2}{81m_c^3} \frac{rz(1-z)^2}{[1 - (1-r)z]^6} \times \\ \times [6 - 18(1-2r)z + (21 - 74r + 68r^2)z^2 - \\ - 2(1-r)(6 - 19r + 18r^2)z^3 + \\ + 3(1-r)^2(1 - 2r + 2r^2)z^4]. \quad (200)$$

Для фрагментации в векторный мезон

$$D(z)_{\bar{b} \rightarrow B_c^*} = \frac{8\alpha_s^2 |\Psi(0)|^2}{27m_c^3} \frac{rz(1-z)^2}{[1 - (1-r)z]^6} \times \\ \times [2 - 2(3-2r)z + 3(3-2r+4r^2)z^2 - \\ - 2(1-r)(4-r+2r^2)z^3 + \\ + (1-r)^2(3-2r+2r^2)z^4]. \quad (201)$$

В (200), (201) величина $r = m_c/(m_b + m_c)$.

Как видно из рис. 8, функции фрагментации $D_{\bar{b} \rightarrow B_c}(z)$ и $D_{\bar{b} \rightarrow B_c^*}(z)$ хорошо согласуются с результатами точных расчетов. Процесс $\bar{b} \rightarrow B_c^*$ имеет несколько более жесткое распределение по сравнению с $\bar{b} \rightarrow B_c$. При значениях $\alpha_s = 0,22$, $|\Psi(0)|^2 = f_{B_c}^2 M_{B_c}/12$, где $f_{B_c} = 560$ МэВ, и $m_c = 1,5$ ГэВ интегральные значения вероятностей равны $3,8 \cdot 10^{-4}$ для $\bar{b} \rightarrow B_c$ и $5,4 \cdot 10^{-4}$ для $\bar{b} \rightarrow B_c^*$. Вероятности фрагментации c -кварка в B_c -мезон подавлены по сравнению с этими значениями на два порядка.

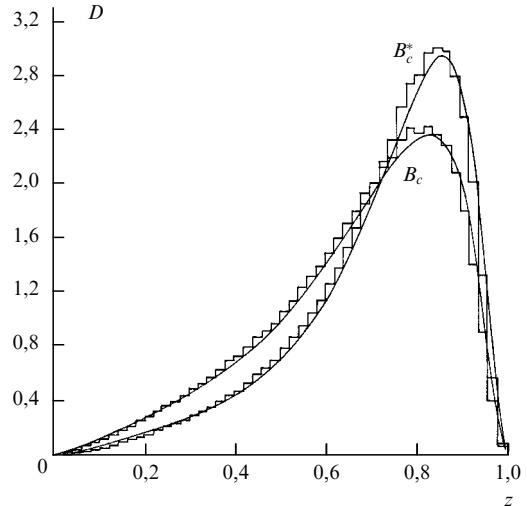


Рис. 8. Функции фрагментации \bar{b} -кварка в B_c - и B_c^* -мезоны

Полное число рожденных $B_c(\bar{B}_c)$ -мезонов с учетом $B_c^*(\bar{B}_c^*)$ -состояний и первых радиальных возбуждений, отнесенных к сечению образования $(b\bar{b})$ -системы, при $\alpha_s = 0,22$ равно

$$R_{B_c} = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow B_c^+ + x) + \sigma(e^+e^- \rightarrow B_c^- + x)}{\sigma(e^+e^- \rightarrow b\bar{b})} = 2 \cdot 10^{-3}. \quad (202)$$

Существует независимый способ оценки отношения (202), основанный на кварк-адронной дуальности. С этой целью следует сравнить вышеприведенное сечение образования $(\bar{b}c)$ -состояний с сечением образования $(\bar{b}c)$ -пары в синглетном по цвету состоянии в процессе $e^+e^- \rightarrow b\bar{b}c\bar{c}$ при малых инвариантных массах $M_{\bar{b}c}$:

$$\int_{m_0^2}^{M_{\text{th}}^2} \frac{d\sigma(e^+e^- \rightarrow b\bar{b}c\bar{c})_{\bar{b}c\text{-singl}}}{dM_{\bar{b}c}^2} dM_{\bar{b}c}^2, \quad (203)$$

где $m_0 = m_b + m_c \leq M_{\bar{b}c} \leq M_B + M_D + \Delta M = M_{\text{th}}$ ($\Delta M \approx 0,5-1$ ГэВ). Полагая $m_0 = 6,1$ ГэВ, а в качестве порогового значения $M_{\text{th}} = 8$ ГэВ, получаем сечение образования $(\bar{b}c)$ -системы около 7 пб, в то время как сумма сечений образования B_c -мезона и его первых возбуждений по данным табл. 25 составляет 9,3 пб.

Таблица 25. Сечения (в пб) рождения S -волновых состояний B_c -мезона в пике Z -бозона при $\alpha_s = 0,22$

Состояние	1^1S_0	1^1S_1	2^1S_0	2^1S_1
σ	3,14	4,37	0,805	1,078

Сравнение двух независимых оценок с одной стороны говорит о хорошем согласии, а с другой стороны означает, что вклад высших возбуждений невелик, т.е. все сечение насыщается S -волновыми уровнями. Недавние прямые вычисления [91] сечения образования P -уровней подтверждают этот вывод. Согласно оценкам этой работы сумма сечений образования P -волновых уровней составляет не более 10 % суммы вкладов S -волновых уровней.

В [48] исследовались функции фрагментации тяжелого кварка в поляризованный векторный тяжелый

кварконий. Для продольно-поляризованного кваркония было получено выражение

$$D(z)_{\bar{b} \rightarrow B_c^*}^L = \frac{8\alpha_s^2 |\Psi(0)|^2}{81m_c^3} \frac{rz(1-z)^2}{[1-(1-r)z]^6} \times \\ \times [2 - 2(3-2r)z + (9-10r+16r^2)z^2 - \\ - 2(1-r)(4-5r+6r^2)z^3 + \\ + (1-r)^2(3-6r+6r^2)z^4], \quad (204)$$

которое не зависит от поляризации фрагментирующего кварка. При $r = 1/2$ выражение (204) совпадает с результатом, полученным для тяжелого кваркония со скрытым ароматом ($\Upsilon\psi$) [48].

Функция фрагментации (204) согласуется с рассмотрением фрагментации тяжелого кварка в тяжелый мезон ($Q\bar{q}$), где в пределе бесконечно тяжелого кварка Эффективная теория тяжелых кварков приводит к равновероятному образованию векторного кваркония с произвольной ориентацией спина мезона (т.е. отсутствию выстроенности спина мезона) и к отношению выходов векторных и псевдоскалярных состояний $V/P = 3$ [94].

В случае тяжелого кваркония относительный выход векторных и псевдоскалярных мезонов близок к единице, а выстроенность спина векторного состояния имеет заметную величину. Для B_c^* -мезона выстроенность может быть обнаружена по угловому распределению в распаде $B_c^* \rightarrow B_c\gamma$, который составляет полную ширину B_c^* -мезона. Соответствующее распределение имеет вид

$$\frac{d\Gamma}{d\cos\theta} \sim 1 - \frac{3\xi - 2}{2 - \xi} \cos^2\theta, \quad (205)$$

где θ — угол между фотоном и осью поляризации B_c^* -мезона в системе покоя B_c^* , а параметр асимметрии

$$\xi = \frac{T}{L+T} \quad (206)$$

определяет относительный выход поперечно-поляризованного состояния B_c^* -мезона.

В случае интегральной асимметрии для малых масс подхватываемого в мезон кварка ($r \ll 1$) имеем

$$\xi = \frac{2}{3} + \frac{5}{16}r + O(r^2). \quad (207)$$

Анизотропия в распаде $B_c^* \rightarrow B_c\gamma$ составляет численно величину около 6 %.

В [48] изучалась также выстроенность спина векторного кваркония в зависимости от поперечного импульса по отношению к оси фрагментации. Для функций фрагментации $D_{\bar{b} \rightarrow B_c^*}^{L,T}(p_t)$ были получены довольно громоздкие аналитические выражения, которые линейно загибаются при $p_t \rightarrow 0$ и убывают как $1/p_t^3$ при $p_t \rightarrow \infty$. Интересно отметить, что средний поперечный импульс при фрагментации в продольно-поляризованный кварконий B_c^* примерно вдвое больше среднего поперечного импульса при фрагментации в поперечно-поляризованный кварконий B_c^* : $\langle p_t \rangle \approx 7$ ГэВ.

Событие с B_c -мезоном имеет характерную топологию. В направлении, противоположном вылету B_c -мезона, должна рождаться струя адронов от b -кварка. B_c -мезон должен сопровождаться \bar{D} -мезоном со средним отношением импульсов $\langle z_D \rangle / \langle z_{B_c} \rangle \approx 0,3$ и средним углом разлета порядка 20° [44].

Одинокое рождение B_c -мезонов в e^+e^- -аннигиляции исследовалось также в [41, 52].

В [39] рассматривалось эксклюзивное рождение пар $(B_c^{(*)+} B_c^{(*)-})$ в e^+e^- -аннигиляции при малых энергиях, где можно пренебречь вкладом Z -бозона. Полные сечения рождения векторных и псевдоскалярных состояний имеют вид

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow (Q_1\bar{Q}_2)_P(\bar{Q}_1Q_2)_P) = \\ = \frac{\pi^3\alpha_s^2(4m_2^2)\alpha_{\text{em}}^2}{37 \cdot 4m_2^6} f_P^4(1-v^2)^3 v^3 \times \\ \times \frac{m_1^2}{M^2} \left[3e_1 \left(2\frac{m_2}{m_1} - (1-v^2) \right) - \right. \\ \left. - 3e_2 \left(2 - (1-v^2)\frac{m_2}{m_1} \right) \frac{m_2^3\alpha_s(4m_1^2)}{m_1^3\alpha_s(4m_2^2)} \right]^2, \quad (208)$$

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow (Q_1\bar{Q}_2)_P(\bar{Q}_1Q_2)_V) = \\ = \frac{\pi^3\alpha_s^2(4m_2^2)\alpha_{\text{em}}^2}{37 \cdot 2m_2^6} f_P^2 f_V^2 (1-v^2)^4 v^3 \times \\ \times \left[3e_1 - 3e_2 \frac{m_2^3\alpha_s(4m_1^2)}{m_1^3\alpha_s(4m_2^2)} \right]^2, \quad (209)$$

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow (Q_1\bar{Q}_2)_V(\bar{Q}_1Q_2)_V) = \\ = \frac{\pi^3\alpha_s^2(4m_2^2)\alpha_{\text{em}}^2}{37 \cdot 2m_2^6} f_V^4 (1-v^2)^3 v^3 \times \\ \times \left[3e_1 - 3e_2 \frac{m_2^3\alpha_s(4m_1^2)}{m_1^3\alpha_s(4m_2^2)} \right]^2 \left[3(1-v^2) + \right. \\ \left. + (1+v^2)(1-a)^2 + \frac{a^2}{2}(1-v^2)(1-3v^2) \right], \quad (210)$$

где $v = \sqrt{1-4M^2/s}$, $M = m_1 + m_2$,

$$a = \frac{m_1}{M} \left(1 - \frac{e_2 m_2^4 \alpha_s(4m_1^2)}{e_1 m_1^4 \alpha_s(4m_2^2)} \right) \left(1 - \frac{e_2 m_2^3 \alpha_s(4m_1^2)}{e_1 m_1^3 \alpha_s(4m_2^2)} \right)^{-1}. \quad (211)$$

Относительный выход B_c -мезонных пар в e^+e^- -аннигиляции $R = \sigma(B_c^+ B_c^-) / \sigma(b\bar{b})$ достигает максимума при энергии $\sqrt{s} = 14$ ГэВ, где он составляет $R \approx 10^{-4}$, и резко убывает с ростом энергии, где начинает доминировать одинокое рождение B_c -мезонов.

Как видно из вышеизложенного, изучение образования B_c -мезонов в e^+e^- -аннигиляции позволяет проводить аналитические исследования динамики взаимодействий тяжелых кварков.

Таким образом, в пике Z -бозона, где сечение образования b -кварков велико, следует ожидать порядка двух событий образования B_c -мезонов на каждую тысячу рожденных $(b\bar{b})$ -пар. Как планируется, в экспериментах на ускорителе LEP будет зарегистрировано число Z -бозонов порядка $2 \cdot 10^7$. Это означает, что суммарное число событий с образованием $B_c(\bar{B}_c)$ -мезонов должно быть порядка 10^4 . Несомненно, что реальное число реконструируемых событий будет меньше с учетом конкретных мод распада.

4.2. Адронное рождение B_c -мезонов

Как сказано выше, процесс образования B_c -мезонов в e^+e^- -аннигиляции при больших энергиях может быть сведен к процессу фрагментации $\bar{b} \rightarrow B_c(B_c^*)$, идущей с вероятностью порядка 10^{-3} .

Случай адронного рождения B_c -мезонов оказывается более сложным. Во-первых, при адронном рождении доминирует область малых партонных энергий, где асимптотический режим с факторизацией сечения

$$\frac{d\sigma}{dz} \sim \sigma_{b\bar{b}} D_{\bar{b} \rightarrow B_c}(z) \quad (212)$$

еще не реализуется. Во-вторых, в случае взаимодействия адронов возникает новый тип диаграмм, которые мы далее будем называть рекомбинационными и для которых такая факторизация не имеет места.

Вклад рекомбинационных диаграмм, доминирующий при малых массах системы ($B_c^- \bar{b}c$), убывает с ростом массы, однако остается существенным даже при больших массах и больших поперечных импульсах. Впервые вклад этих диаграмм в рождение $B_c^{(*)}$ -мезонов был вычислен при малых энергиях для эксклюзивного рождения пар $B_c^{(*)}$ в кварк-антикварковой аннигиляции [38].

Типичный набор диаграмм КХД четвертого порядка по α_s изображен на рис. 9. Здесь, так же как и в случае рождения B_c -мезонов в e^+e^- -аннигиляции, матричный элемент рождения ($\bar{b}c$)-кваркония получается из соответствующего матричного элемента рождения четырех тяжелых кварков интегрированием по относительному импульсу кварков c и b , взвешенным с волновой функцией кваркония.

При высоких энергиях, где сечения образования B_c -мезонов доступны для наблюдения этих мезонов, доминирует вклад глюон-глюонного рождения. На рис. 10

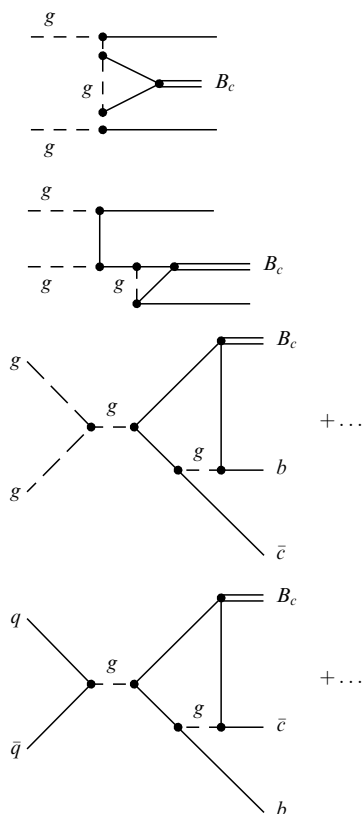


Рис. 9. Диаграммы одиночного рождения B_c -мезонов в глюонных и кварковых подпроцессах

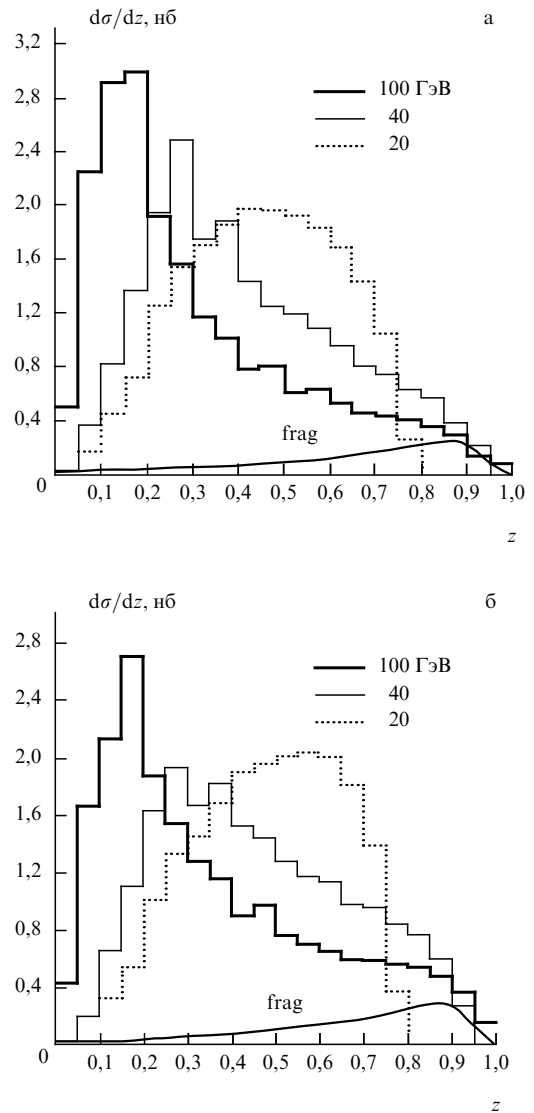


Рис. 10. Дифференциальные сечения $d\sigma/dz$ одиночного рождения B_c -мезонов (а) и B_c^* -мезонов (б) в глюонной аннигиляции при различных значениях полной энергии \sqrt{s}

изображены энергетические спектры B_c - и B_c^* -мезонов в системе ц.м. двух сталкивающихся глюонов при значениях полной энергии $\sqrt{s} = 20, 40$ и 100 ГэВ.

На рис. 11 приведены сечения $\sigma(gg \rightarrow B_c(B_c^*)\bar{c}b)$ для нескольких энергий взаимодействующих глюонов при $m_b = 5,1$ ГэВ, $m_c = 1,5$ ГэВ, $\alpha_s = 0,2$. Отношение сечений $\sigma_{B_c^*}/\sigma_{B_c}$ порядка 3 при энергиях 20, 40 и 100 ГэВ и порядка 2 при энергии 1 ТэВ, в то время как в e^+e^- -аннигиляции, где доминирует фрагментация $\bar{b} \rightarrow B_c$, отношение $\sigma_{B_c^*}/\sigma_{B_c} \approx 1,3$.

Изменение отношения $\sigma_{B_c^*}/\sigma_{B_c}$ является следствием изменения механизма образования. Фрагментационная компонента дает малый вклад по сравнению с вкладом рекомбинационных диаграмм. Это видно из рис. 10, где приведены дифференциальные сечения образования B_c - и B_c^* -мезонов, вычисленные интегрированием точного выражения для квадрата матричного элемента методом Монте-Карло, в сравнении с сечениями, вычисленными по факторизационным формулам (200), (201).

Полное сечение рождения $B_c(B_c^*)$ -мезонов получается из партонного сечения $\sigma_{ij}(\hat{s})$ сверткой с функциями

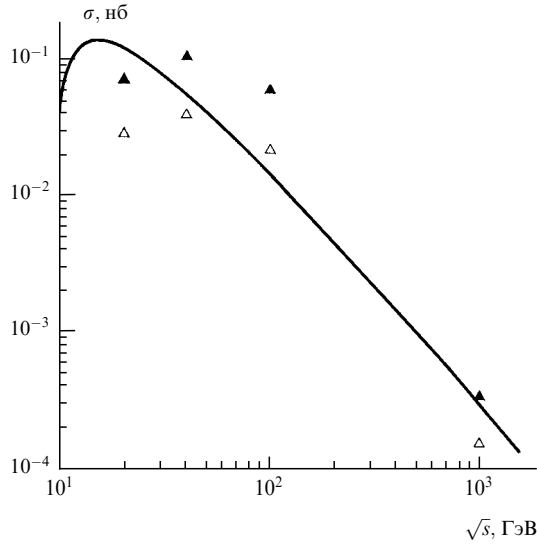


Рис. 11. Полные сечения одиночного рождения B_c -мезонов (светлые треугольники) и B_c^* -мезонов (темные треугольники) в глюонной аннигиляции в сравнении с сечением рождения пар $b\bar{b}$ -кварков, умноженным на фактор $2 \cdot 10^{-3}$ (сплошная линия)

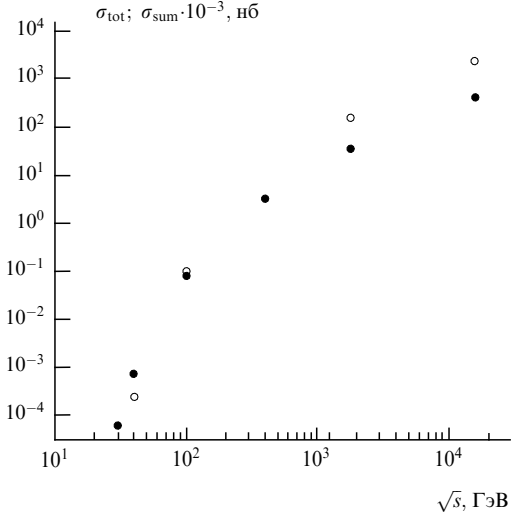


Рис. 12. Полные сечения (в нб) одиночного рождения B_c -мезонов в $p\bar{p}$ -взаимодействиях при различных энергиях (светлые кружки) и сечения (в мкб) рождения прелестных частиц (темные кружки)

распределения партонов в начальных адронах:

$$\sigma_{\text{tot}}(s) = \int_{4(m_b+m_c)^2}^s \frac{d\hat{s}}{s} \int_{-1+\hat{s}/s}^{1-\hat{s}/s} \frac{dx}{x^*} \sum_{ij} f_a^i(x_1) f_b^j(x_2) \hat{\sigma}_{ij}(\hat{s}),$$

$$x^* = \left(x^2 + \frac{4\hat{s}}{s}\right)^{1/2}. \quad (213)$$

Сечения, вычисленные с учетом известных параметризаций для $f_{a,b}^{i,j}(x)$ [92], представлены в табл. 26.

Таблица 26. Сечения (в нб) адронного образования $B_c(B_c^*)$ -мезонов (в скобках указана погрешность в последней цифре)

$n^{2S+1}L_J$	1^1S_0	1^3S_1	2^1S_0	2^3S_1
$\sigma_{\text{tot}} \cdot 10^5$ (40 ГэВ)	1,63 (2)	9,5 (2)	0,13 (1)	0,75 (2)
$\sigma_{\text{tot}} \cdot 10^3$ (100 ГэВ)	7,8 (2)	36 (1)	1,1 (2)	5,2 (2)
σ_{tot} (1,8 ТэВ)	13,3 (8)	53 (3)	2,7 (2)	10,4 (5)
$\sigma_{\text{tot}} \cdot 10^{-2}$ (16 ТэВ)	1,96 (8)	7,6 (2)	0,43 (2)	1,66 (8)

Энергия 40 ГэВ близка к энергии в системе ц.м. для постановки экспериментов с фиксированной мишенью на ускорителе HERA. При $\sqrt{s} = 1,8$ ТэВ мы приводим сечение $p\bar{p}$ -рождения B_c -мезонов, имея в виду опыты на коллайдере Tevatron. Энергия $\sqrt{s} = 16$ ТэВ соответствует условиям pp -эксперимента на коллайдере LHC. Энергетическая зависимость просуммированного сечения (включающая в себя и сечение образования \bar{B}_c -мезонов) представлена на рис. 12.

Из приведенных в табл. 26 значений следует, что при $\sqrt{s} = 40$ ГэВ просуммированное сечение образования мезонов σ_{sum} составляет величину порядка 10^{-4} от полного сечения σ_{tot} образования ($b\bar{b}$)-системы, что делает практически невозможным изучение B_c -мезонов в таком эксперименте. В этом случае нельзя ограничиться только вкладом $gg \rightarrow B_c \bar{c}b$, и следует учесть также вклады процесса $q\bar{q} \rightarrow B_c \bar{c}b$.

Реальной же возможностью обнаружить адронное рождение B_c -мезонов будут являться эксперименты на

коллайдерах Tevatron и LHC, где $\sigma_{\text{sum}}/\sigma_{b\bar{b}}$ порядка 10^{-2} . Поэтому для энергий этих двух установок мы приведем ниже наиболее интересные распределения сечений образования состояний 1^1S_0 и 1^3S_1 . Заметим предварительно, что, как показали наши вычисления, сечение при рассматриваемых энергиях полностью определяется глюонным взаимодействием (подавление кварк-антикваркового вклада порядка 10^{-2}).

На рис. 13 и 14 представлены распределения состояний 1^1S_0 и 1^3S_1 для псевдоскалярного и векторного мезонов при энергии взаимодействующих адронов 1,8 ТэВ. Распределения $d\sigma/dx$ (рис. 14б) демонстрируют, что мы имеем дело со случаем центрального рождения B_c -мезона, где все сечение набирается в интервале от $-0,3$ до $0,3$.

Средний поперечный импульс B_c -мезона порядка 6 ГэВ, а из распределений по углу между направлением вылета B_c -мезона и \bar{c} -кварка можно заключить, что

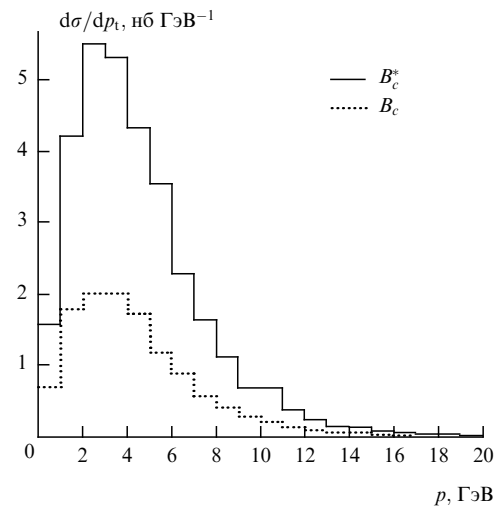


Рис. 13. Дифференциальные сечения $d\sigma/dp_t$ одиночного рождения B_c - и B_c^* -мезонов в $p\bar{p}$ -взаимодействиях при энергии 1,8 ТэВ

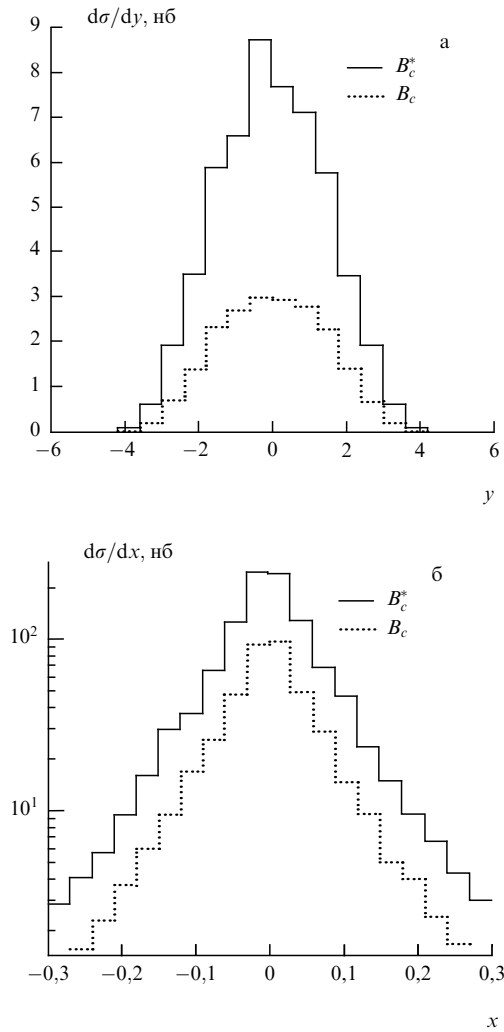


Рис. 14. Дифференциальные сечения одиночного рождения B_c - и B_c^* -мезонов в $p\bar{p}$ -взаимодействиях при энергии 1,8 ТэВ: (а) $d\sigma/dy$, где y — быстрота частицы, (б) $d\sigma/dx$, где $x = 2E/\sqrt{s}$

\bar{c} -кварк в большинстве случаев летит в одном направлении с B_c -мезоном [46].

Следует отметить, что рассмотренные диаграммы теории возмущений КХД являются диаграммами четвертого порядка по α_s . Это определяет сильную зависимость сечения от выбора конкретного значения α_s . Последнее, в свою очередь, должно определяться типичной виртуальностью в процессе рождения. Анализ показывает, что эта виртуальность велика только во вкладах, убывающих быстрее, чем $1/\hat{s}$. В остальных вкладах, включая фрагментационный, она не велика — порядка $4m_c m_b$. По этой причине значение $\alpha_s = 0,2$, выбранное в качестве константы сильного взаимодействия, является наиболее разумным на этом масштабе. Использование, к примеру, значения бегущей константы связи $\alpha_s(\hat{s})$ приводит к понижению сечения образования $B_c(B_c^*)$ -мезонов почти в семь раз. Пессимистические оценки вклада $B_c(B_c^*)$ -мезонов приведены в [93], где, по всей видимости, использовалось значение $\alpha_s(\hat{s})$.

При малых энергиях адронных столкновений кварк-антикварковая аннигиляция с образованием B_c -мезонов доминирует над глюонной, так как последняя имеет в этом случае гораздо меньшую светимость, которая уменьшается также с ростом полной энергии партон-

ного подпроцесса. При малых энергиях кварк-антикварковой аннигиляции существенным может быть эксклюзивное рождение пар $(B_c^+ B_c^-)$.

Полные сечения парного рождения векторных и псевдоскалярных B_c -мезонов за счет кварк-антикварковой аннигиляции имеют вид

$$\sigma(1^-, 1^-) = \frac{\alpha_s^4 \pi^3 f_V^4}{8 \cdot 3^8 \mu^6} \times \lambda^3 \sqrt{1-\lambda} (1, 3 + 1, 4\lambda + 0, 3\lambda^2), \quad (214)$$

$$\sigma(1^-, 0^-) = \frac{\alpha_s^4 \pi^3 f_V^2 f_P^2 (m_b - m_c)^2}{16 \cdot 3^8 \mu^6 M^2} \times \lambda^3 \sqrt{1-\lambda} (1 + 2\lambda), \quad (215)$$

$$\sigma(0^-, 0^-) = \frac{\alpha_s^4 \pi^3 f_P^4}{16 \cdot 3^8 \mu^6} \lambda^3 \sqrt{1-\lambda} (1-\lambda)^2, \quad (216)$$

откуда видно, что доминирует образование векторных состояний. В (214)–(216) мы ввели обозначения

$$\lambda = \frac{4M^2}{s}, \quad \mu = \frac{m_b m_c}{m_b + m_c}.$$

Численные оценки полных сечений рождения B_c -мезонов в $p\bar{p}$ -взаимодействиях приведены в табл. 27.

Таблица 27. Полные сечения (в единицах 10^{-4} б) образования пар B_c -мезонов за счет кварк-антикварковой аннигиляции в $p\bar{p}(pp)$ -взаимодействиях при малых энергиях

\sqrt{s} , ГэВ	$\sigma(1^-, 1^-)$	$\sigma(1^-, 0^-)$	$\sigma(0^-, 0^-)$
30	0,9 (0,08)	0,24 (0,022)	0,006 (0,0004)
40	5,8 (0,94)	1,6 (0,25)	0,054 (0,007)
50	15,8 (3,5)	4,3 (0,95)	0,18 (0,034)

Суммируя сказанное выше по поводу адронного рождения, можно сделать вывод, что:

- 1) механизм адронного рождения $B_c(B_c^*)$ -мезонов сильно отличается от рождения в e^+e^- -аннигиляции;
- 2) относительный вклад фрагментации мал даже в области больших поперечных импульсов;
- 3) рождение векторных состояний усилено по сравнению с e^+e^- -аннигиляцией.

Таким образом, адронное образование B_c -мезонов требует анализа большого числа диаграмм и его детальное изучение открывает возможность исследования эффектов динамики тяжелых кварков в высших порядках теории возмущений КХД. Что касается выхода B_c -мезонов на реальных физических установках, то он достаточно высок, однако регистрация событий с образованием B_c -мезонов в значительной мере определяется акцептансом детекторов (обрезание по поперечным импульсам частиц, характеристики вершинного детектора и т.п.).

4.3. Рождение B_c -мезонов в νN -, $e p$ - и $\gamma\gamma$ -столкновениях

В предыдущих разделах мы рассмотрели образование B_c -мезонов в процессах, где имеется максимальная на сегодняшний день статистика образования адронов с тяжелыми кварками, т.е. на коллайдерах FNAL и LEP. В данном разделе мы приведем оценки рождения B_c -

мезонов в процессах глубоко неупругого рассеяния нейтрино и электронов на нуклонах и в $\gamma\gamma$ -взаимодействиях на планируемых установках.

4.3.1. Образование B_c -мезонов в νN -взаимодействиях. Диаграммы нейтринорождения B_c -мезонов на кварках и глюонах показаны на рис. 15. Отметим, что в случае рождения B_c -мезонов при столкновениях нейтрино с глюоном подавление сечения партонного подпроцесса фактором $|V_{bc}|^2$ по сравнению с партонным подпроцессом нейтринорождения B_c -мезонов на легких кварках компенсируется большей светимостью глюонного подпроцесса по сравнению с кварковым, так что оба механизма рождения B_c -мезонов в νN -рассеянии дают сравнимые вклады и $\sigma(\nu N \rightarrow B_c X) \approx 10^{-43}$ см² при энергии нейтрино в лабораторной системе $E_\nu \approx 500$ –1000 ГэВ.

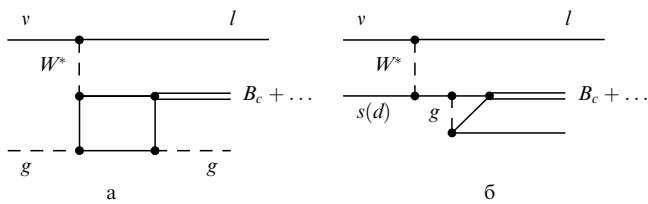


Рис. 15. Диаграммы рождения B_c -мезонов в процессах рассеяния нейтрино на глюонах (а) и кварках (б)

Подавленное как $\sin^2 \theta_c$ сечение рождения c -кварка в процессе $W^{*+}d \rightarrow c$ после интегрирования по распределению валентного партона d имеет величину, сравнимую с сечением рождения c -кварка в процессе $W^{*+}s \rightarrow c$, так как "море" странных кварков подавлено как по отношению к распределению валентных кварков, так и по отношению к "морю" более легких d -кварков.

Оценки сечения рождения B_c -мезонов, сделанные на основе расчета диаграмм, представленных на рис. 15, согласуются с оценками, выполненными в модели доминантности векторных мезонов (рис. 16) и в модели мягкого обесцвечивания ($\bar{b}c$)-пары, которая в синглетном по цвету состоянии и с малой инвариантной массой $M(\bar{b}c) < M_B + M_D$ переходит согласно кварк-адронной дуальности в связанное состояние ($\bar{b}c$). Последнее с вероятностью, равной единице, каскадным образом радиационно распадается в основное $1S_0$ -состояние.

В итоге, можно надежно утверждать, что полное сечение образования B_c -мезонов в νN -столкновениях составляет величину порядка 10^{-6} от полного сечения νN -рассеяния, так что при характерной статистике в нейтринных экспериментах около 10^6 событий можно ожидать лишь единичные события с рождением B_c -мезона.

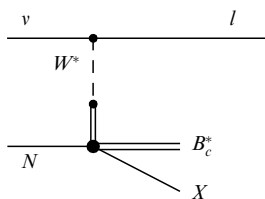


Рис. 16. Диаграмма рождения B_c^* -мезонов в модели доминантности векторных мезонов

4.3.2. Рождение B_c -мезонов в ep -рассеянии. В отличие от неупругого νN -рассеяния, в ep -столкновениях, наряду с процессами обмена слабыми заряженными токами, основной вклад в рождение B_c -мезонов дают процессы обмена виртуальными γ -квантами (рис. 17).

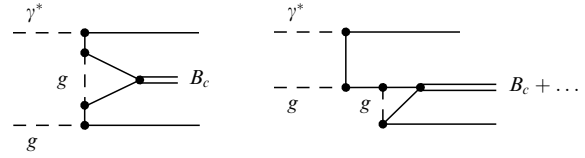


Рис. 17. Диаграммы рождения B_c^* -мезонов в партонном процессе γ^*g -рассеяния

Точный расчет диаграмм, представленных на рис. 17, в настоящее время еще не проведен. Однако можно считать достаточно надежной оценку, выполненную в системе симуляций Монте-Карло для рождения адронов HERWIG [49]. Параметры системы подбирались так, чтобы получить полные адронные сечения рождения очарованных и прелестных частиц, которые согласовывались бы с экспериментальными. Кроме того, оценки сечений образования B_c -мезонов в e^+e^- -аннигиляции и адронных взаимодействиях, проведенные в рамках системы HERWIG, согласуются с оценками, полученными при точном расчете диаграмм теории возмущений КХД.

В итоге, согласно оценкам в системе HERWIG на установках HERA следует ожидать порядка 10^3 событий образования B_c -мезонов в год, что сравнимо с выходом B_c -мезонов на LEP. Однако выделение событий рождения B_c -мезонов на HERA осложнено наличием адронного фона, который на LEP заметно ниже.

4.3.3. Фотонное рождение B_c -мезонов. В настоящее время интенсивно обсуждаются перспективы $\gamma\gamma$ -коллайдеров большой светимости (порядка 10^{34} см⁻² с⁻¹). В данном разделе мы вычислим сечение одиночного образования B_c -мезонов при энергиях $\sqrt{s} \approx 30$ ГэВ согласно диаграммам, представленным на рис. 18. Техника расчетов диаграмм совпадает с описанной в разделе об адронном рождении B_c -мезонов.

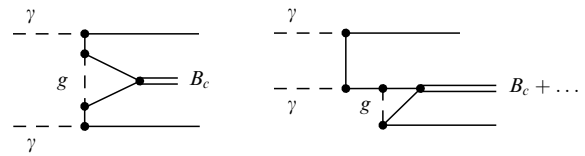


Рис. 18. Типы диаграмм при фотонном рождении B_c -мезонов

В табл. 28 приведены сечения образования B_c - и B_c^* -мезонов в предположении, что $\alpha_s \approx 0,2$. Видно, что вблизи порога процесс образования псевдоскалярного состояния подавлен по сравнению с образованием векторного. Так, при $\sqrt{s} = 15$ ГэВ отношение $\sigma_{B_c^*}/\sigma_{B_c} \approx 55$.

Таблица 28. Сечения (в пб) фотонного рождения $B_c(B_c^*)$ -мезонов

\sqrt{s} , ГэВ	15	20	40	100
σ_{B_c}	$5,1 \cdot 10^{-3}$	$3,8 \cdot 10^{-2}$	$6,7 \cdot 10^{-2}$	$2,5 \cdot 10^{-2}$
$\sigma_{B_c^*}$	$2,8 \cdot 10^{-1}$	$6,0 \cdot 10^{-1}$	$4,0 \cdot 10^{-1}$	$1,1 \cdot 10^{-1}$

Такое поведение отношения $\sigma_{B_c^*}/\sigma_{B_c}$ в околороговой области отмечалось нами также при образовании пар B_c -мезонов в кварк-антикварковой аннигиляции, где рождение псевдоскалярных состояний подавлено по сравнению с рождением векторных. При больших же энергиях начальных фотонов это отношение уменьшается и становится равным $\sigma_{B_c^*}/\sigma_{B_c} \approx 4$. Инклюзивные сечения σ_{B_c} и $\sigma_{B_c^*}$ имеют максимум при $\sqrt{s} = 20\text{--}30$ ГэВ, а затем убывают с ростом s примерно по тому же закону, что и полное сечение образования двух тяжелых кварков $\sigma_{b\bar{b}}$.

На рис. 19 и 20 приведены распределения $\sigma^{-1} d\sigma/dz$ для B_c - и B_c^* -мезонов при трех значениях полной энергии по переменной $z = 2|\mathbf{p}|/\sqrt{s}$, где \mathbf{p} — импульс мезона. Из рисунков следует, что скейлинг в этих распределениях нарушен: с увеличением энергии происходит смещение в область малых z . Заметим, что аналогичная картина наблюдалась нами в случае глюонного рождения B_c -мезонов.

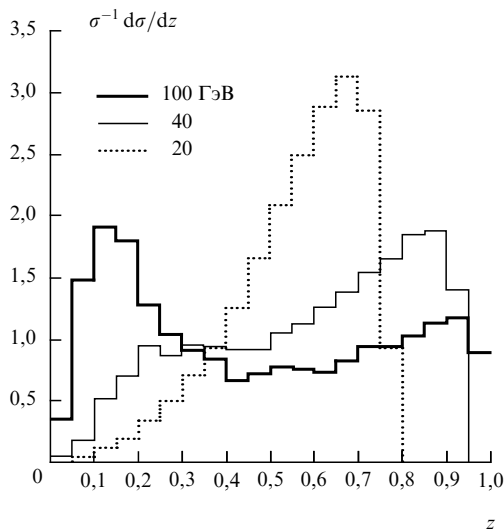


Рис. 19. Нормированные на единицу распределения сечений по z в случае образования B_c -мезона при различных энергиях

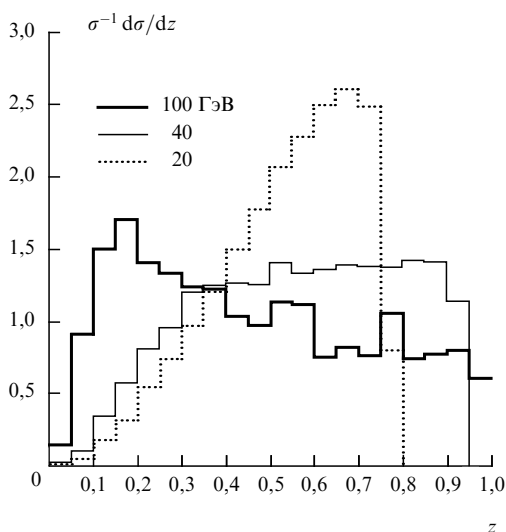


Рис. 20. Нормированные на единицу распределения сечений по z в случае образования B_c^* -мезона при различных энергиях

Следует отметить, что из полного матричного элемента процесса $\gamma\gamma \rightarrow b\bar{b}c\bar{c}$ и, следовательно, полного матричного элемента процесса $\gamma\gamma \rightarrow B_c\bar{b}c$ можно выделить три группы вкладов, каждый из которых калибровочно-инвариантен по отношению к глюонному и фотонному полям.

Первую группу вкладов составляют диаграммы, в которых рождение кварков происходит независимо (будем называть их рекомбинационными). Вторую группу составляют диаграммы, в которых пара $(c\bar{c})$ рождается на b -кварковой линии (будем называть их b -фрагментационными, а их вклад в сечение будем обозначать как $\sigma^{b\text{-frag}}$). Третью группу составляют диаграммы, в которых пара $(b\bar{b})$ рождается на c -кварковой линии (c -фрагментационные диаграммы с соответствующим вкладом $\sigma^{c\text{-frag}}$).

В ряде работ [43, 91, 93] высказывалось предположение, что независимо от типа рассматриваемого процесса b -фрагментационный вклад должен доминировать при больших поперечных импульсах B_c -мезонов. При этом должно выполняться приближенное равенство

$$\frac{d\sigma_{B_c}^{q\text{-frag}}}{dp_t} \approx \int_{2p_t/\sqrt{s}}^1 \frac{d\sigma_{q\bar{q}}}{dk_t} \left(\frac{p_t}{z}\right) \frac{D_{q \rightarrow B_c}(z)}{z} dz, \quad (217)$$

где $d\sigma_{q\bar{q}}/dk_t$ — дифференциальное сечение образования фрагментирующего кварка q в борновском приближении, k_t — его поперечный импульс, а $D_{q \rightarrow B_c}(z)$ — его функция фрагментации в процессе $q \rightarrow B_c + X$.

Напомним, что в случае e^+e^- -аннигиляции доминирует фрагментация b -кварка, а вклад c -фрагментации подавлен на два порядка. В случае $\gamma\gamma$ -взаимодействия вклад c -кварковой фрагментации усилен за счет отношения зарядов кварков в $(Q_c/Q_b)^4 = 16$ раз. Поэтому пренебрегать им, как в случае e^+e^- -аннигиляции, было бы неправильно. Отметим далее, что c - и b -фрагментационные вклады связаны друг с другом простой заменой масс и зарядов кварков: $m_c \leftrightarrow m_b$, $Q_c \leftrightarrow Q_b$. То же самое относится и к предсказаниям механизма фрагментации (217).

На рис. 21 и 22 показаны распределения $d\sigma^{\text{tot}}/dp_t$, $d\sigma^{c\text{-frag}}/dp_t$ и $d\sigma^{b\text{-frag}}/dp_t$ при 100 ГэВ в случае рождения B_c - и B_c^* -мезонов, а также распределения, предсказываемые формулой (217) для b -фрагментации (кривая 1) и c -фрагментации (кривая 2).

Из рисунков видно, что, как и в случае адронного рождения, вклад диаграмм рекомбинационного типа является существенным при любых поперечных импульсах B_c -мезона и им нельзя пренебрегать при расчете сечения даже в области больших поперечных импульсов. При этом для b -фрагментационного вклада, начиная с $p_t = 30$ ГэВ, механизм фрагментации дает правильные предсказания.

Итак, в своем максимальном значении при энергии 20–30 ГэВ полное сечение составляет величину порядка 1 пб (включая сечение рождения B_c^* -мезонов и соответствующих античастиц). Это соответствует 10^5 рожденных B_c -мезонов при светимости $\gamma\gamma$ -коллайдера $10^{34} \text{ см}^{-2} \text{ с}^{-1}$. При больших энергиях полное сечение убывает подобно сечению образования $(b\bar{b})$ -пары. Механизм образования B_c -мезонов очень близок к механизму в глюон-глюонном взаимодействии и также не сводится к простой фрагментации b -кварка.

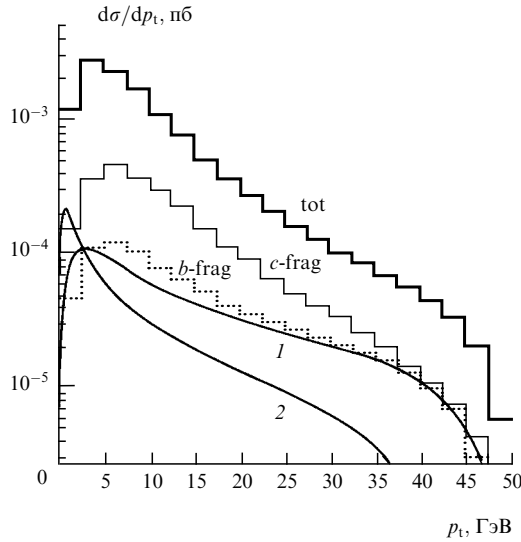


Рис. 21. Распределения $d\sigma^{\text{tot}}/dp_t$, $d\sigma^{c\text{-frag}}/dp_t$ и $d\sigma^{b\text{-frag}}/dp_t$ по поперечному импульсу инвариантных вкладов в сечение образования B_c -мезона при 100 ГэВ. Кривые 1 и 2 соответствуют предсказанию механизма фрагментации (217) для b -кварка (1) и c -кварка (2)

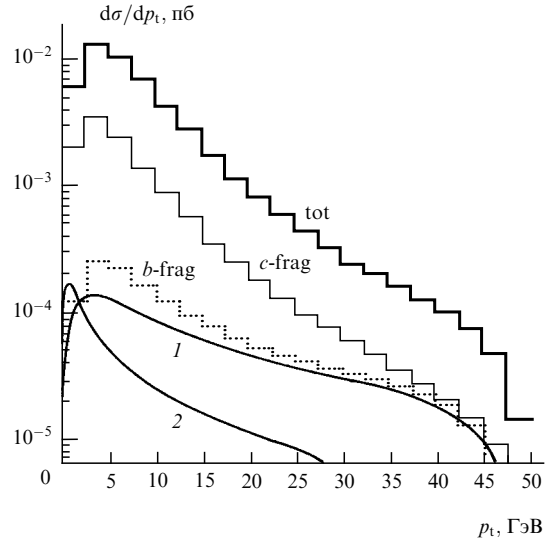


Рис. 22. Распределения $d\sigma^{\text{tot}}/dp_t$, $d\sigma^{c\text{-frag}}/dp_t$ и $d\sigma^{b\text{-frag}}/dp_t$ по поперечному импульсу инвариантных вкладов в сечение образования B_c^* -мезона при 100 ГэВ. Кривые 1 и 2 соответствуют предсказанию механизма фрагментации (217) для b -кварка (1) и c -кварка (2)

5. Заключение

Открытие и изучение семейства тяжелого кваркония ($\bar{b}c$) с открытыми прелестью и очарованием позволит существенно уточнить представление о динамике взаимодействия тяжелых кварков и параметры Стандартной модели элементарных частиц (в том числе массы b - и c -кварков, связь b - и c -кварков $|V_{bc}|$ и др.). Настоящий обзор посвящен созданию теоретической основы для целенаправленного экспериментального поиска и изучения семейства тяжелого кваркония ($\bar{b}c$).

Подытоживая вышесказанное, отметим следующее.

Ниже порога распада ($b\bar{c}$)-системы на пару мезонов ($B\bar{D}$) расположены 16 узких состояний семейства B_c -мезонов, массы которых надежно можно вычислить в рамках нерелятивистских потенциальных моделей тяжелых кваркониев.

Независимость КХД-мотивированных потенциалов от ароматов кварков в области средних расстояний между кварками в системах ($b\bar{b}$), ($c\bar{c}$), ($b\bar{c}$) и их масштабные свойства позволяют установить регулярность спектра нерасщепленных спин-зависимыми силами уровней тяжелого кваркония.

В ведущем приближении плотность состояний системы не зависит от ароматов тяжелых кварков, т.е. расстояния между nL -уровнями тяжелого кваркония не зависят от ароматов тяжелых кварков.

Спин-зависимое расщепление уровней ($\bar{b}c$)-системы возникает во втором порядке по обратной массе тяжелого кварка: $V_{SD} \approx O(1/m_b m_c)$, с учетом изменения константы эффективного кулоновского взаимодействия кварков (релятивистские поправки от вклада одноглюонного обмена).

Методы, разработанные для описания излучения тяжелыми кварками, применимы к описанию радиационных переходов в ($\bar{b}c$)-семействе, состояния которого не имеют электромагнитных и глюонных каналов аннигиляции. В результате этого высшие возбуждения каскадным образом с излучением фотонов и пар пионов

переходят в легчайший псевдоскалярный B_c -мезон, распадающийся слабым образом. Поэтому возбужденные ($\bar{b}c$)-состояния имеют существенно меньшие (на два порядка) ширины, чем в системах чармония и боттомония ($c\bar{c}$) и ($b\bar{b}$).

Что касается значения лептонной константы f_{B_c} , которая может быть измерена в аннигиляционных каналах распада (например, $B_c^+ \rightarrow \tau^+ \nu_\tau$), то она наиболее надежно оценивается из масштабного закона для лептонных констант тяжелых кваркониев, полученного в рамках правил сумм КХД в специфической схеме. В других схемах правил сумм КХД необходимо проводить экстраполяцию параметров схемы (порога адронного континуума и номера момента спектральной плотности или борелевского параметра) в область ($\bar{b}c$)-системы, что приводит к существенным неопределенностям.

Оценка значений f_{B_c} из масштабного закона согласуется с результатами потенциальных моделей, точность которых для лептонных констант (волновых функций) заметно ниже. Значение лептонной константы f_{B_c} существенно определяет ширины распадов и сечения рождения B_c -мезонов.

Теоретическое рассмотрение полулептонных распадов B_c -мезонов показало, что результаты потенциальных кварковых моделей согласуются с предсказаниями правил сумм КХД при учете существенных кулоноподобных α_s/v -поправок. В этом случае приближенная спиновая симметрия в секторе тяжелых кварков позволяет вывести соотношения для формфакторов полулептонных распадов B_c -мезонов в точке покоя мезона отдачи.

Образование B_c -мезонов допускает в ряде случаев рассмотрение на уровне аналитических выражений, таких, как универсальные функции фрагментации тяжелых кварков в тяжелый кварконий. Фрагментационный механизм доминирует при рождении B_c -мезонов в e^+e^- -аннигиляции при высоких энергиях (в пике Z -бозона) и может быть изучен на установках LEP.

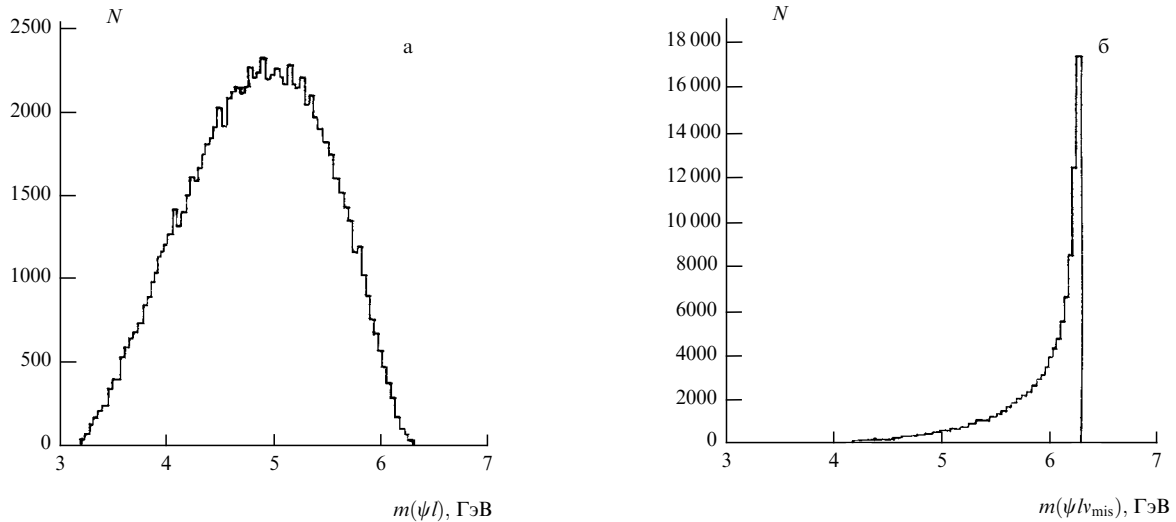


Рис. 23. Распределения по инвариантным массам систем ψl (а) и $\psi l v_{\text{mis}}$ (б) в распаде $B_c^+ \rightarrow \psi l^+ v_l$, где v_{mis} — нейтрино с импульсом, равным потерянному поперечному импульсу по отношению к направлению движения B_c -мезона

Адронное рождение B_c -мезонов в значительной мере определяется процессами рекомбинации \bar{b} - и c -кварков, так как партонные подпроцессы имеют наибольшую светимость в области малых инвариантных масс образующейся системы ($b\bar{b}c\bar{c}$). Выход B_c -мезонов по отношению к рождению прелестных адронов составляет величину² порядка 10^{-3} .

Моды распада $B_c^+ \rightarrow \psi X$ с характерной сигнатурой J/ψ -частицы имеют довольно большую относительную вероятность:

$$\text{BR}(B_c^+ \rightarrow \psi X) \approx 0,2.$$

Поэтому поиск B_c -мезонов можно начинать с отбора событий, содержащих J/ψ -частицу, точка рождения которой отделена от первичной вершины.

Выбранный класс событий содержит, разумеется, фон от распадов обычных, "легких", B -мезонов ($\bar{b}u$, $\bar{b}d$, $\bar{b}s$), так как относительная вероятность распада $B \rightarrow J/\psi KX$ составляет около 1%, а "легких" B -мезонов рождается на три порядка больше, чем B_c -мезонов. Отделение от фона требует в этом случае обрезания снизу по эффективной массе системы $J/\psi X$, где X — совокупность заряженных частиц, вылетающих из вершины J/ψ .

Наиболее предпочтительным для выделения B_c -мезонов представляется канал распада $B_c^+ \rightarrow \psi l^+ v_l$, поскольку B_c -мезон — единственная тяжелая частица с трехлептонной вершиной распада: $\psi l^+ \rightarrow l^+ l^- l^+$. Относительная вероятность такого канала составляет

$$\text{BR}(B_c^+ \rightarrow \psi l^+ v_l) \approx 8\%, \quad l = e, \mu, \tau.$$

В случае достаточно большой статистики³ события с распадом $B_c^+ \rightarrow \psi l^+ v$ позволят определить значение массы B_c -мезона по спектру масс ψl или потерянному

поперечному импульсу нейтрино по отношению к направлению движения B_c -мезона (рис. 23). Необходимым условием при этом является достаточно хорошее разделение заряженных адронов и лептонов.

Непосредственное измерение массы B_c -мезона можно осуществить в моде распада $B_c^+ \rightarrow J/\psi \pi^+$, относительная вероятность которой

$$\text{BR}(B_c^+ \rightarrow \psi \pi^+) \approx 0,2\%.$$

Интересна в этом отношении также мода распада $B_c^+ \rightarrow J/\psi \pi^+ \pi^+ \pi^+$, где три π -мезона могут составлять a_1 -мезон. Эта мода должна иметь заметно большую вероятность, чем распад $B_c \rightarrow J/\psi \pi$.

Поскольку рождение B_c -мезонов на встречных пучках e^+e^- , как отмечалось, носит в основном фрагментационный характер (см. рис. 7), оно должно сопровождаться появлением D -мезонов в той же самой струе, в которой обнаруживается кандидат в B_c -мезоны. Такая сигнатура события, казалось бы, дает большое преимущество для поиска B_c -мезонов на e^+e^- -коллайдерах по сравнению с поиском на адронных коллайдерах, где в рождении B_c -мезонов при доступных в ближайшем будущем энергиях доминирует рекомбинационный механизм (см. рис. 9).

Следует учитывать, однако, возможность того, что вероятность фрагментационного рождения b -кварком пары "свободных" кварков ($c\bar{c}$) на порядок превышает фрагментацию в B_c -мезон и один "свободный" c -кварк. Это значит, что с учетом относительных вероятностей распадов B - и B_c -мезонов по каналу $J/\psi X$ события с $J/\psi X$ -распадом B_c -мезона и одним D -мезоном будут происходить приблизительно вдвое чаще, чем распад "легкого" B -мезона по каналу $J/\psi X$ с одновременным рождением двух D -мезонов в той же струе. Не ясно, можно ли при нынешнем состоянии вершинных детекторов достаточно эффективно разделить эти два процесса, т.е. не потерять вершину второго D -мезона.

Очевидно, что прогресс в экспериментальном изучении B_c -мезона и физики тяжелых кварков вообще будет во многом связан с усовершенствованием вершинных детекторов, так, чтобы они давали возможность надежно выделять одновременно несколько тяжелых

² В данном обзоре мы не рассматриваем детально рождение B_c -мезонов в нейтрино-нуклонных взаимодействиях, где из-за малой константы связи b - и c -кварков следует ожидать лишь единичные события с образованием B_c -мезонов в год [52], так что эти процессы не имеют практического значения для экспериментального поиска B_c -мезонов.

³ Установка CDF с вершинным детектором на Tevatron FNAL в этом смысле имеет предпочтительное положение.

кварков (в том числе каскадные распады). Поскольку, однако, на уже существующей статистике LEP и FNAL должны наблюдаться десятки случаев рождения B_c -мезона, можно думать, что практическая регистрация B_c -мезона будет реализована в ближайшее время.

В заключение авторы выражают признательность О.П. Ющенко за многочисленные обсуждения и помощь в работе. Один из авторов (АКЛ) благодарит своих соавторов А.В. Бережного и М.В. Шевлягина.

Работа частично поддержана Международным Научным Фондом (Грант № N1Q000).

6. Приложения

I. Ковариантная кварковая модель

Рассмотрим общие положения ковариантного описания составной модели кваркония. Доля энергии, приходящая на кварк i в мезоне (QQ'), называется его конститuentной массой m_i , так что

$$M = m + m', \quad (I.1)$$

где M — масса мезона, при этом m и m' — фиксированные величины. Для четырехимпульсов имеем

$$\begin{aligned} k &= \frac{m}{M} P + q, \\ k' &= \frac{m'}{M} P - q, \end{aligned} \quad (I.2)$$

где P — импульс мезона, q — относительный импульс кварков в мезоне.

Для пропагатора кварка

$$S(k) = (k_\mu \gamma^\mu + m) D(k). \quad (I.3)$$

Конституентный кварк фактически имеет фиксированную энергию, так что в функцию $D(k)$ дает вклад лишь мнимая часть. В системе покоя мезона получаем

$$\text{Im } D(k) = \frac{\pi}{m} \delta(|k_0| - m). \quad (I.4)$$

В ковариантной форме уравнение (I.4) с учетом (I.2) можно записать в виде

$$\text{Im } D(k) = \frac{\pi M}{m} \delta(Pq). \quad (I.5)$$

Кварк-мезонную вершину можно представить как

$$L_{q\bar{q}M} = \bar{v}(k) \Gamma v'(k') D^{-1}(k) D^{-1}(k') \chi(P; q), \quad (I.6)$$

где v и v' — спиноры кварков, функция $D(k)$ определена в (I.3), Γ — спинорная матрица, определяющая квантовые числа мезона.

Нерелятивистское описание мезона означает, что формфактор определяется выражением

$$\chi(P; q) = 2\pi \delta(Pq) \phi(q^2). \quad (I.7)$$

В дальнейшем мы полагаем, что

$$\phi(q^2) = N \exp \frac{q^2}{\omega^2}. \quad (I.8)$$

Выбор (I.8) отражает типичную форму S -волновых функций чармония и боттомония и позволяет производить

аналитический расчет ширин полуплептонных распадов B_c -мезонов.

Определим константы распада f для псевдоскалярных и векторных мезонов:

$$\langle 0 | J_{5\mu}(x) | P(q) \rangle = i f_P q_\mu \exp(iqx), \quad (I.9)$$

$$\langle 0 | J_\mu(x) | V(q, \lambda) \rangle = i f_V M_V \epsilon_\mu^{(\lambda)} \exp(iqx), \quad (I.10)$$

где λ — поляризация векторного мезона, а кварковые токи

$$J_{5\mu}(x) = \bar{Q}(x) \gamma_5 \gamma_\mu Q'(x), \quad (I.11)$$

$$J_\mu(x) = \bar{Q}(x) \gamma_\mu Q'(x). \quad (I.12)$$

В нерелятивистской потенциальной модели

$$f_P \approx f_V = f, \quad (I.13)$$

так что

$$f = 2\sqrt{\frac{3}{M}} \Psi(0), \quad (I.14)$$

где $\Psi(0)$ — волновая функция кваркония в начале координат.

Осцилляторная функция, приводящая к (I.8), имеет вид

$$\Psi(\mathbf{r}) = \left(\frac{\omega^2}{2\pi}\right)^{3/4} \exp\left(-\frac{r^2 \omega^2}{4}\right). \quad (I.15)$$

Условие (I.14) означает, что нормировочная константа в (I.8)

$$N = \frac{M}{m m'} \frac{\sqrt{6}}{f}. \quad (I.16)$$

Таким образом, для кварк-мезонного формфактора получаем

$$\chi(P; q) = 2\pi \delta(Pq) \frac{M}{m m'} \frac{\sqrt{6}}{f} \exp \frac{q^2}{\omega^2}, \quad (I.17)$$

где ω определяется (I.14) и (I.15), так что единственным свободным параметром модели является постоянная f . В случае, например, ψ -частицы f_ψ может быть связана с шириной распада $\psi \rightarrow e^+ e^-$:

$$\Gamma(\psi \rightarrow e^+ e^-) = \frac{4\pi}{3} \alpha_{\text{em}}^2 e_c^2 \frac{f_\psi^2}{M_\psi}, \quad (I.18)$$

где $e_c = 2/3$ — электрический заряд c -кварка. Экспериментальное значение лептонной ширины [15] дает из (I.18)

$$f_\psi = 410 \pm 15 \text{ МэВ}. \quad (I.19)$$

Что касается f_{B_c} и f_{B_s} , то эти постоянные определяются теоретически в правилах сумм КХД или в потенциальных моделях.

Отметим, что сформулированная составная модель кваркония дает, например, для электромагнитного распада векторного состояния в псевдоскалярное $V \rightarrow P\gamma$ в

точности формулу нерелятивистского М1-перехода:

$$\Gamma(V \rightarrow P\gamma) = \frac{16}{3} \mu^2 \omega_\gamma^3. \quad (\text{I.20})$$

Здесь ω_γ — энергия γ -кванта, а магнитный момент

$$\mu = \frac{1}{2} \sqrt{g_{\text{см}}} \left(\frac{e}{2m} + \frac{e'}{2m'} \right), \quad (\text{I.21})$$

где e и e' — электрические заряды кварков в единицах заряда электрона.

II. Спектральные плотности для трехчастичных функций

Спектральные плотности для трехчастичных функций определяются следующим образом [36]:

$$\begin{aligned} \rho_+(s_1, s_2, Q^2) = & \frac{3}{2k^{3/2}} \left\{ k \frac{\Delta_1 + \Delta_2}{2} - \right. \\ & - k [m_3(m_3 - m_1) + m_3(m_3 - m_2)] - \\ & - [2(s_1\Delta_2 + s_2\Delta_1) - u(\Delta_1 + \Delta_2)] \times \\ & \left. \times \left[m_3^2 - \frac{u}{2} + m_1m_2 - m_2m_3 - m_1m_3 \right] \right\}, \quad (\text{II.1}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rho_V(s_1, s_2, Q^2) = & \frac{3}{k^{3/2}} \left\{ (2s_1\Delta_2 - u\Delta_1)(m_3 - m_2) + \right. \\ & \left. + (2s_2\Delta_1 - u\Delta_2)(m_3 - m_1) + m_3k \right\}, \quad (\text{II.2}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rho_0^A(s_1, s_2, Q^2) = & \frac{3}{k^{1/2}} \left\{ (m_1 - m_2) \times \right. \\ & \times \left[m_3^2 + \frac{1}{k} (s_1\Delta_2^2 + s_2\Delta_1^2 - u\Delta_1\Delta_2) \right] - \\ & - m_2 \left(m_3^2 - \frac{\Delta_1}{2} \right) - m_1 \left(m_3^2 - \frac{\Delta_2}{2} \right) + \\ & \left. + m_3 \left[m_3^2 - \frac{\Delta_1 + \Delta_2 - u}{2} + m_1m_2 \right] \right\}, \quad (\text{II.3}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rho_+^A(s_1, s_2, Q^2) = & \frac{3}{k^{3/2}} \left\{ m_1 [2s_2\Delta_1 - u\Delta_2 + 4\Delta_1\Delta_2 + 2\Delta_2^2] + \right. \\ & + m_1m_3^2 [4s_2 - 2u] + m_2 [2s_1\Delta_2 - u\Delta_1] - \\ & - m_3 [2(3s_2\Delta_1 + s_1\Delta_2) - u(3\Delta_2 + \Delta_1) + k + \\ & + 4\Delta_2\Delta_1 + 2\Delta_2^2 + m_3^2(4s_2 - 2u)] + \\ & + \frac{6}{k} (m_1 - m_3) [4s_1s_2\Delta_1\Delta_2 - \\ & - u(2s_2\Delta_1\Delta_2 + s_1\Delta_2^2 + s_2\Delta_1^2) + \\ & \left. + 2s_2(s_1\Delta_2^2 + s_2\Delta_1^2)] \right\}, \quad (\text{II.4}) \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} k &= (s_1 + s_2 + Q^2)^2 - 4s_1s_2, \quad u = s_1 + s_2 + Q^2, \\ \Delta_1 &= s_1 - m_1^2 + m_3^2, \quad \Delta_2 = s_2 - m_2^2 + m_3^2. \end{aligned}$$

В распадах $B_c \rightarrow \eta_c(J/\psi)ev$ массы $m_1 = m_b, m_2 = m_3 = m_c$.

III. Схема правил сумм для трехточечных корреляторов

Рассмотрим правила сумм для формфактора $f_+(Q^2)$:

$$\begin{aligned} & \sum_{i,j=1}^{\infty} f_{B_c}^i \frac{M_{B_c}^2}{m_b + m_c} f_{\eta_c}^j \frac{M_{\eta_c}^2}{2m_c} f_+^{ij}(Q^2) \times \\ & \times \frac{1}{(M_{B_c}^2 - p_1^2)(M_{\eta_c}^2 - p_2^2)} = \\ & = \frac{1}{(2\pi)^2} \int ds_1 ds_2 \frac{\rho_+(s_1, s_2, Q^2)}{(s_1 - p_1^2)(s_2 - p_2^2)}. \quad (\text{III.1}) \end{aligned}$$

Применяя к (III.1) борелевские операторы $\hat{L}_{\tau_1}(-p_1^2)$ и $\hat{L}_{\tau_2}(-p_2^2)$ (они определены в разделе 2), приходим к следующим правилам сумм:

$$\begin{aligned} & \sum_{i,j=1}^{\infty} f_{B_c}^i M_{B_c}^2 f_{\eta_c}^j M_{\eta_c}^2 f_+^{ij}(Q^2) \exp(-M_{B_c}^2 \tau_1 - M_{\eta_c}^2 \tau_2) = \\ & = \frac{2(m_b + m_c)m_c}{(2\pi)^2} \int ds_1 ds_2 \rho_+(s_1, s_2, Q^2) \times \\ & \times \exp(-s_1\tau_1 - s_2\tau_2). \quad (\text{III.2}) \end{aligned}$$

Введем обозначение

$$S_i = \sum_{j=1}^{\infty} f_{\eta_c}^j M_{\eta_c}^2 f_+^{ij}(Q^2) \exp(-M_{\eta_c}^2 \tau_2) \quad (\text{III.3})$$

и преобразуем левую часть (III.2) с помощью формулы Эйлера–Маклорена [90]:

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^{\infty} f_{B_c}^i M_{B_c}^2 S_i \exp(-M_{B_c}^2 \tau_1) = \\ & = \int_{M_{B_c}^k}^{\infty} dM_{B_c}^n \frac{dn}{dM_{B_c}^n} f_{B_c}^n M_{B_c}^{n2} S_n \exp(-M_{B_c}^{n2} \tau_1) + \\ & + \sum_{n=0}^{k-1} f_{B_c}^n M_{B_c}^{n2} S_n \exp(-M_{B_c}^{n2} \tau_1) + \dots \quad (\text{III.4}) \end{aligned}$$

Действуя на (III.2) оператором $\hat{L}_{\tau'}(M_{B_c}^{k2})$, с учетом (III.4) имеем

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^{\infty} f_{\eta_c}^j M_{\eta_c}^2 f_+^{kj}(Q^2) \exp(-M_{\eta_c}^2 \tau_2) = \frac{2m_c(m_b + m_c)}{(2\pi)^2} \frac{dM_{B_c}^k}{dk} \times \\ & \times \frac{2}{M_{B_c}^k f_{B_c}^k} \int ds_2 \rho(M_{B_c}^{k2}, s_2, Q^2) \exp(-s_2\tau_2). \quad (\text{III.5}) \end{aligned}$$

Продельвая аналогичную процедуру и для суммы η_c^i -резонансов, получаем

$$\begin{aligned} f_+^{kl}(Q^2) &= \frac{8m_c(m_b + m_c)}{M_{B_c}^k M_{\eta_c}^l f_{B_c}^k f_{\eta_c}^l} \frac{dM_{B_c}^k}{dk} \frac{dM_{\eta_c}^l}{dl} \times \\ & \times \frac{1}{(2\pi)^2} \rho_+(M_{B_c}^{k2}, M_{\eta_c}^{l2}, Q^2). \quad (\text{III.6}) \end{aligned}$$

Здесь мы использовали свойство борелевского оператора

$$\hat{L}_\tau(x) [x^n \exp(-bx)] \rightarrow \delta_+^{(n)}(\tau - b).$$

Несложно обобщить проделанную процедуру для остальных формфакторов.

Список литературы

1. Weinberg S *Phys. Rev. Lett.* **19** 1264 (1967); Salam A, in *Proc. 8-th Nobel Symp.* (Stokholm, 1968) p. 367; Glashow S L, Iliopoulos J, Maiani I *Phys. Rev. D* **2** 1285 (1970)
2. Higgs P N *Phys. Lett. C* **12** 132 (1964); Englert F, Brout R *Phys. Rev. Lett.* **13** 321 (1964); Guralnik G S, Hagen C R, Kibble T W *Phys. Rev. Lett.* **13** 385 (1964)
3. Гольфанд Ю А, Лихтман Е П *Письма ЖЭТФ* **13** 452 (1971); Волков Д В, Акулов В П *Письма ЖЭТФ* **16** 621 (1972); Wess J, Zumino B *Nucl. Phys. B* **70** 39 (1974)
4. Fritzsche H, Gell-Mann M, Leutwyler H *Phys. Lett. B* **47** 365 (1973); Weinberg S *Phys. Rev. Lett.* **31** 494 (1973)
5. Eichten E et al. *Phys. Rev. D* **17** 3090 (1979), **21** 203 (1980)
6. Godfrey S, Isgur N *Phys. Rev. D* **32** 189 (1985)
7. Richardson J L *Phys. Lett. B* **82** 272 (1979)
8. Martin A *Phys. Lett. B* **93** 338 (1980)
9. Quigg C, Rosner J L *Phys. Lett. B* **71** 153 (1977)
10. Buchmüller W, Tye S-H H *Phys. Rev. D* **24** 132 (1981)
11. Shifman M A, Vainshtein A I, Zakharov V I *Nucl. Phys. B* **147** 345, 448 (1979); Reinders L J, Rubinshtein H, Yazaki S *Phys. Rep.* **127** 1 (1985); Narison S *Phys. Lett. B* **198** 104 (1987); Dominguez C A, Paver N *Phys. Lett. B* **197** 423 (1987), **199** 596 (1987)
12. Shuryak E V *Nucl. Phys. B* **198** 83 (1982); Алиев Т М, Елецкий В Л *ЯФ* **38** 1537 (1983) [*Sov. J. Nucl. Phys.* **38** 936 (1983)]; Reinders L J *Phys. Rev. D* **38** 947 (1988)
13. Шифман М А *УФН* **151** 193 (1987) [*Sov. Phys. Usp.* **30** 91 (1987)]
14. Nussinov S, Wentzel W *Phys. Rev. D* **36** 130 (1987); Voloshin M B, Shifman M A *Sov. J. Nucl. Phys.* **45** 292 (1987), **47** 511 (1988); Lepage G P, Thacker B A *Nucl. Phys. B* (Proc. Suppl.) **4** 199 (1988); Eichten E *Nucl. Phys. B* (Proc. Suppl.) **4** 170 (1988); Politzer H D, Wise M B *Phys. Lett. B* **206** 681 (1988), **208** 504 (1988); Isgur N, Wise M B *Phys. Lett. B* **232** 113 (1989), **237** 527 (1990); Eichten E, Hill B *Phys. Lett. B* **239** 511 (1990); Georgi H *Phys. Lett. B* **240** 447 (1990); Grinstein B *Nucl. Phys. B* **239** 253 (1990), **240** 447 (1990); Bjorken J D, SLAC-PUB-5278 *Invited Talk at Rencontre de Physique de la Vallée d'Acoste* (La Thuile, Italy, 1990); Bjorken J D, Dunietz I, Taron J *Nucl. Phys. B* **371** 111 (1992); Nuebert M *Nucl. Phys. B* **371** 199 (1992); Isgur N, Wise M B, Preprint CEBAF-TH-92-10 (1992), in *B Decays* (Ed. S Stone) (Singapore: WS, 1992) p. 158; Broadhurst D J, Grozin A G *Phys. Lett. B* **267** 105 (1991); Rosner J L *Phys. Rev. D* **42** 3732 (1990); Mannel T, Roberts W, Ryzak Z *Phys. Lett. B* **254** 274 (1991); Neubert M *Phys. Lett. B* **264** 455 (1991)
15. Hikasa K et al., PDG. *Phys. Rev. D* **45(II)** S1 (1992)
16. Вайнштейн А И и др. *УФН* **123** 214 (1977); Быков А А, Дремлин И М, Леонидов А В *УФН* **143** 3 (1986)
17. Novikov V A et al. *Phys. Rep. C* **41** 1 (1978)
18. Nir Y, Preprint SLAC-PUB-5874 (Stanford, 1992)
19. Lee-Franzini L, Franzini P J, Preprint LNF-93/064(P) (Frascati, 1993)
20. Eichten E, Preprint FERMILAB-Conf-85/29-T (1985)
21. Kiselev V V *Nucl. Phys. B* **406** 340 (1993)
22. Kiselev V V, Preprint IHEP 94-63 (Protvino, 1994)
23. Gottfried K *Phys. Rev. Lett.* **40** 598 (1978); Voloshin M B *Nucl. Phys. B* **154** 365 (1979); Peskin M *Nucl. Phys. B* **156** 365 (1979)
24. Yan T-M *Phys. Rev. D* **22** 1652 (1980); Kuang Y-P, Yan T-M *Phys. Rev. D* **24** 2874 (1981), **41** 155 (1990); Kuang Y-P, Tuan S F, Yan T-M *Phys. Rev. D* **37** 1210 (1988)
25. Voloshin M B, Zakharov V I *Phys. Rev. Lett.* **45** 688 (1980); Novikov V A, Shifman M A *Z. Phys. C* **8** 43 (1981)
26. Brown L S, Chan R N *Phys. Rev. Lett.* **35** 1 (1975); Voloshin M B *JETP Lett.* **21** 347 (1975)
27. Abrams G S et al. *Phys. Rev. Lett.* **34** 1181 (1975); Green J et al., CLEO Collab. *Phys. Rev. Lett.* **49** 617 (1982); Bowcock G et al., CLEO Collab. *Phys. Rev. Lett.* **58** 307 (1987); Brock I C et al., CLEO Collab. *Phys. Rev. D* **43** 1448 (1991); Wu Q W et al., CUSB-II Detector *Phys. Lett. B* **301** 307 (1993); Albrecht H et al., ARGUS Collab. *Z. Phys. C* **35** 283 (1987)
28. Волошин М Б *Письма ЖЭТФ* **37** 58 (1983); Belanger G, DeGrand T, Moxhay P *Phys. Rev. D* **39** 257 (1989); Lipkin H J, Tuan S F *Phys. Lett. B* **206** 349 (1988); Moxhay P *Phys. Rev. D* **39** 3497 (1989); Kiselev V V, Likhoded A K, Preprint IHEP 94-46 (Protvino, 1994); Zhou H-Y, Kuang Y-P *Phys. Rev. D* **44** 756 (1991)
29. Киселев В В, Ткабладзе А В *ЯФ* **48** 536 (1988)
30. Киселев В В, Лиходед А К, Ткабладзе А В *ЯФ* **56** 128 (1993)
31. Kiselev V V, Tkabladze A V *Phys. Rev. D* **48** 5208 (1993)
32. Du D, Wang Z *Phys. Rev. D* **39** 1342 (1989)
33. Джибути Г Р, Эсакия Ш М *ЯФ* **50** 1065 (1989), **51** 1681 (1990)
34. Lusignoli M, Masetti M Z. *Phys. C* **51** 549 (1991)
35. Bagan E et al., Preprint CERN-TH.7141/94 (1994)
36. Colangelo P, Nardulli G, Paver N Z. *Phys. C* **57** 43 (1993)
37. Jenkins E et al. *Nucl. Phys. B* **390** 463 (1993)
38. Киселев В В, Лиходед А К, Ткабладзе А В *ЯФ* **46** 934 (1987)
39. Kiselev V V, Preprint IHEP 93-75 (Protvino, 1993)
40. Картвелишвили В Г, Чиковани Е Г, Эсакия Ш М *ЭЧАЯ* **19** 139 (1988)
41. Clavelli L *Phys. Rev. D* **26** 1610 (1982); Ji Ch-R, Amiri F *Phys. Rev. D* **35** 3318 (1987)
42. Chang C-H, Chen Y-Q *Phys. Rev. D* **46** 3845 (1992), *Phys. Lett. B* **284** 127 (1992)
43. Braaten E, Cheung K, Yuan T C *Phys. Rev. D* **48** 5049 (1993)
44. Киселев В В, Лиходед А К, Шевлягин М В *ЯФ* **57** 733 (1994)
45. Chen Y-Q *Phys. Rev. D* **48** 5181 (1993)
46. Berezhtnoy A V, Likhoded A K, Shevlyagin M V, Preprint IHEP 94-48 (Protvino, 1994)
47. Kiselev V V, Likhoded A K, Shevlyagin M V, Preprint IHEP 94-10 (Protvino, 1994)
48. Falk A, Luke M, Savage M, Wise M *Phys. Lett. B* **312** 486 (1993); Cheung K, Yuan T Ch, Preprint NUHEP-TH-94-7 (Evanston, 1994)
49. Lusignoli M, Masetti M, Petrarca S *Phys. Lett. B* **266** 142 (1991)
50. Danilov M, Preprint ITEP 92-93 (Moscow, 1993)
51. Likhoded A K, Slabospitsky S R, Mangano M, Nardulli G *NIM A* **333** 209 (1993)
52. Герштейн С С, Киселев В В, Лиходед А К, Слабоспицкий С Р, Ткабладзе А В *ЯФ* **48** 515 (1988) [*Sov. J. Nucl. Phys.* **48** 326 (1988)]; Gershtein S S, Likhoded A K, Slabospitsky S R *Int. J. Mod. Phys. A* **6** (13) 2309 (1991)
53. Eichten E, Quigg C, Preprint FERMILAB-PUB-94/032-T, hep-ph/9402210 (1994)
54. Chen Y-Q, Kuang Y-P *Phys. Rev. D* **46** 1165 (1992)
55. Eichten E, Feinberg F *Phys. Rev. D* **23** 2724 (1981)
56. Gromes D Z. *Phys. C* **26** 401 (1984)
57. Kwong W, Rosner J L *Phys. Rev. D* **38** 279 (1988)
58. Stanley D P, Robson D *Phys. Rev. D* **21** 3180 (1980)
59. Kwong W, Rosner J L *Phys. Rev. D* **44** 212 (1991)
60. Кайдалов А Б, Ногтева А В *ЯФ* **47** 505 (1988) [*Sov. J. Nucl. Phys.* **47** 321 (1988)]
61. Quigg C, Preprint FERMILAB-Conf-93/265-T (1993)
62. Baker M, Ball J S, Zachariasen F, Univ. of Washington Preprint (Seattle, 1992)
63. Itoh C et al. *Nuovo Cimento A* **105** (10) 1539 (1992)
64. Roncaglia R, Dzierba A R, Lichtenberg D B, Predazzi E, Indiana Univ. Preprint IUHET 270 (1994)
65. Martin A, in *Heavy Flavours and High Energy Collisions in the 1-100 TeV Range* (Eds A Ali, L Cifarelli) (N.Y.: Plenum Press, 1989) p. 141, Preprint CERN-TH.5349/88 (1988)
66. Kwong W, Rosner J L *Phys. Rev. D* **47** 1981 (1993); Nussinov S Z. *Phys. C* **3** 165 (1979); Lichtenberg D B, Roncaglia R, Wills J G, Predazzi E Z. *Phys. C* **47** 83 (1990)
67. Aliev T M, Yilmaz O *Nuovo Cimento A* **105** (6) 827 (1992)
68. Eichten E, Godfried K *Phys. Lett. B* **66** 286 (1977)
69. Киселев В В, Лиходед А К, Ткабладзе А В *ЯФ* **56** 128 (1993); Kiselev V V, Preprint IHEP 93-64 (Protvino, 1993); *Int. J. Mod. Phys. A* [in press]
70. Isgur N, Scora D, Grinstein B, Wise M B *Phys. Rev. D* **39** 799 (1989)
71. Wirbel M, Stech B, Bauer M Z. *Phys. C* **29** 637 (1985); Bauer M, Stech B, Wirbel M Z. *Phys. C* **34** 103 (1987)
72. Галкин В О, Мишуков А Ю, Фаустов Р Н *ЯФ* **53** 1676 (1991)
73. Colangelo P, Nardulli G, Pietroni M *Phys. Rev. D* **43** 3002 (1991)
74. Avaliani I S, Sissakian A N, Slepchenko L A, Preprint JINR E2-92-547 (Dubna, 1992)
75. Картвелишвили В Г, Лиходед А К *ЯФ* **42** 1306 (1985)
76. Киселев В В, Ткабладзе А В *ЯФ* **50** 1714 (1989)
77. Dominguez C A, Schilcher K, Wu Y L *Phys. Lett. B* **298** 190 (1993)
78. Chabab M, Preprint Univ. de Montpellier LPT/93-01 (1993)

79. Reinshagen S, Rückl R, Preprint CERN-TH.6879/93 (1993); Preprint MPI-Ph/93-88 (Max-Planck-Institute, 1993)
80. Sheikoleslami S M, Khanna M P *Phys. Rev. D* **44** 770 (1991); Masetti M *Phys. Lett. B* **286** 160 (1992)
81. Киселев В В, Лиходед А К, Слабоспицкий С Р, Ткабладзе А В *ЯФ* **49** 1100 (1989); Ali A, Preprint DESY 93-105 (1993)
82. Suzuki M *Phys. Lett. B* **155** 112 (1985); *Nucl. Phys. B* **258** 553 (1985)
83. Chang Ch-H, Chen Y-Q *Phys. Rev. D* **49** 3399 (1994)
84. Close F E, Wambach A *Nucl. Phys. B* **412** 169 (1994)
85. Ball P, Braun V M, Dosch H G *Phys. Rev. D* **44** 3567 (1991); Ball P, Preprint HD-THEP-92-10 (Heidelberg, 1992)
86. Ожунь Л Б *Лептоны и кварки* (М.: Наука, 1990)
87. Buras A J, Gerard J-M, Rückl R *Nucl. Phys. B* **268** 16 (1986)
88. Gaillard M K, Lee B W *Phys. Rev. Lett.* **33** 108 (1974); Altarelli G, Maiani L *Phys. Lett. B* **52** 351 (1974)
89. Shifman M A *Nucl. Phys. B* (Proc. Suppl) **3** 289 (1988)
90. *Справочник по специальным функциям* (Ред. М Абрамовиц, И А Стиган) (М.: Наука, 1979)
91. Chen Y-Q *Phys. Rev. D* **48** 5181 (1993)
92. Bourrely C, Soffer J, Renard F M, Taxil P *Phys. Rep.* **177** 326 (1989)
93. Chang Ch-H, Chen Y-Q *Phys. Rev. D* **48** 4086 (1993)
94. Jaffe R L, Randall L *Nucl. Phys. B* **412** 79 (1994)

PHYSICS OF B_c -MESONS

S.S. Gershtein, V.V. Kiselev, A.K. Likhoded, A.V. Tkabladze

Institute for High Energy Physics
142284 Protvino, Moscow Region, Russia
Fax (7-095) 230-2337

E-mail: gershtein@mx.ihep.su, kiselev@mx.ihep.su,
likhoded@mx.ihep.su, common@mx.ihep.su

In the framework of potential models for heavy quarkonium the mass spectrum for the system $(\bar{b}c)$ is considered. Spin-dependent splittings, taking into account a change of a constant for effective coulomb interaction between the quarks, and widths of radiative transitions between the $(\bar{b}c)$ levels are calculated. In the framework of QCD sum rules, masses of the lightest vector B_c^* and pseudoscalar B_c states are estimated, scaling relation for leptonic constants of heavy quarkonia is derived, and the leptonic constant f_{B_c} is evaluated. The B_c decays are considered in the framework of both the potential models and the QCD sum rules. The relations, following from the approximate spin symmetry for the heavy quarks in the heavy quarkonium, are analysed for the form factors of the semileptonic weak exclusive decays of B_c . The B_c lifetime is evaluated with the account of the corrections to the spectator mechanism of the decay, because of the quark binding into the meson. The total and differential cross sections of the B_c production in different interactions are calculated. The analytic expressions for the fragmentation production cross sections of B_c are derived. The possibility of the practical B_c search in the current and planning experiments at electron-positron and hadron colliders is analysed.

PACS numbers: 14.40.-n

Bibliography — 94 references

Received 29 August 1994, revised 8 November 1994