

ности тока в холловских экспериментах. Наиболее известен из них, так называемый, линейный электрооптический эффект [11, 12]. Эффект заключается в том, что при прохождении через гетероструктуру с оптически прозрачным управляющим электродом плоскость поляризации света вращается на некий угол, пропорциональный разности потенциалов между управляющим электродом и локальным потенциалом 2D-электронной системы. И если диаметр лазерного пучка достаточно мал по сравнению с размерами 2D-системы, можно получать информацию о распределении локальных электрических полей, сопровождающих протекание тока через 2D-систему в условиях КЭХ, что и продемонстрировано в [11, 12]. Однако, как отмечено в обзоре [10], методика [11, 12] все же недостаточно чувствительная.

В связи с вышеизложенным интересна независимая возможность получения локальной информации об электростатических полях в холловских экспериментах с использованием электронов на пленке гелия [13]. Рассмотрим отдельную гетероструктуру, содержащую 2D-электронную систему. На поверхности этой структуры расположим пленку гелия, а на ней обычным способом — поверхностные электроны. Пусть геометрия системы электронов повторяет геометрию гетероструктуры. При наличии холловских токов, а значит, и потенциалов в гетероструктуре электроны на пленке гелия, играя роль экранирующего электрода, должны перераспределяться вдоль пленки гелия. Это перераспределение можно фиксировать оптическими средствами, так как электронное давление на пленку гелия неоднородно меняет ее толщину. Аналогичные оптические эффекты, возникающие на пленке гелия при образовании на ней многоэлектронных лунок, демонстрируют высокую чувствительность данной методики по обнаружению деформации пленки под действием давления со стороны многоэлектронной лунки [1, 14]. Оценки показывают, что данный путь может быть эффективным и при изучении распределения потенциалов в системах с холловскими токами.

## Список литературы

- Шикин В Б, Монарха Ю П *Двумерные заряженные системы в гелии* (М.: Наука, 1989)
- Шикин В Б *ЖЭТФ* **58** (1948) 1970
- Poitrenaud J, Williams F I B *Phys. Rev. Lett.* **29** 1230 (1972); **32** 1213 (1974)
- Ott-Rowland Mary L, Kotsubo V, Theobald Y, Williams G *Phys. Rev. Lett.* **49** 1708 (1982)
- Vinen W, Appleyard N, Skrbek L, Sommerfeld P *Physica B* **197** 360 (1994)
- Эдельман В С *УФН* **130** 675 (1980)
- Шикин В Б *УФН* **158** 127 (1989)
- Кукушкин И В, Тимофеев В Б *УФН* **163** (7) 1 (1993)
- Монарха Ю П *ФНТ* **6** 685 (1980)
- von Klitzing K *Physica B* **184** 1 (1993)
- Fontein P F, Hendriks P, Blom F A P et al. *Surf. Sci.* **263** 91 (1992)
- Knott R, Klass U, Dietsche W, von Klitzing K, Erbel K, Ploog K In *Proc. of MSS6* (Garmisch, Germany, 1993) p. 228
- Shikin V In *Helium-symposium* (Heidelberg, Germany, 1994)
- Leiderer P, Ebner W, Shikin V *Surf. Sci.* **113** 405 (1982)

PACS numbers: 72.20.M

**В.М. Пудалов.** От квантового эффекта Холла к вигнеровскому кристаллу. Общие закономерности развития квантового эффекта Холла (КЭХ) — переходы между различными фазами и пере-

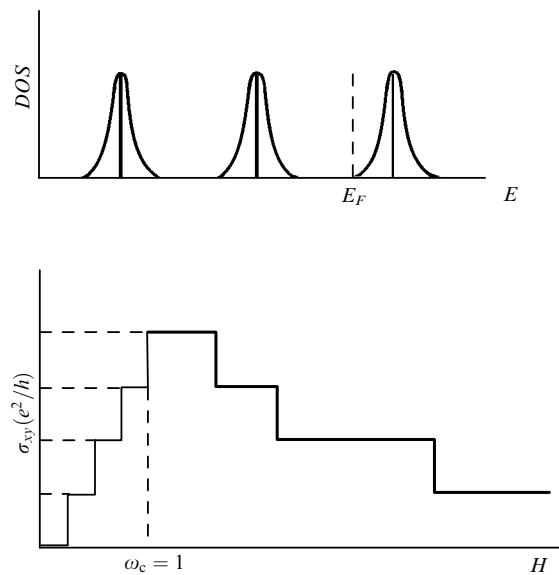


Рис. 1. *a* — Схематическое изображение плотности 2D-состояний в квантующем поле. Жирной линией изображены расширенные состояния. *б* — Зависимость холловской проводимости от поля, предсказываемая скейлинговой теорией в одноэлектронном приближении

ходы из квантованного (металлического) в диэлектрическое состояние — оказались в последнее время в фокусе экспериментального интереса, а также жарких теоретических дебатов. Дело в том, что эта проблема тесно связана с глобальным поведением двумерной (2D) электронной системы в присутствии квантующего магнитного поля и беспорядка. Уменьшение плотности электронов  $n_s$  способствует упорядочению 2D-системы в кристаллическую решетку вследствие увеличения роли энергии электрон-электронного взаимодействия  $E_{ee} = \sqrt{\pi n_s} e^2 / k$  по сравнению с энергией Ферми  $E_F = \pi n_s \hbar^2 / m^*$ . С другой стороны, уменьшение плотности сопровождается ростом относительной величины беспорядка в системе, который направляет 2D-систему к полной локализации. В связи с этим весьма интересна проблема "окончания" КЭХ, т.е. перехода системы в диэлектрическую фазу из режима КЭХ. В отличие от переходов металл–диэлектрик (M/I) в трехмерной системе в 2D возникает уникальная возможность проследить за поведением протяженных делокализованных состояний и установить таким путем точный сценарий перехода в диэлектрик.

### Одноэлектронный подход

В КЭХ перенос заряда в квантованной 2D-системе происходит благодаря наличию на каждом уровне Ландау протяженных состояний. На фоне общей плотности состояний, изображенной на рис. 1, *a*, протяженные состояния, как принято считать, занимают узкую полоску в центре зоны Ландау. Каждое из этих состояний вносит вклад в холловскую проводимость точно равный  $e^2/h$ . Т.е., когда ниже уровня Ферми находятся  $i$  протяженных состояний, то проводимость составляет  $ie^2/h$ , что соответствует  $i$ -му плато или состоянию с квантовым индексом  $s_{xy} = i$ . Такая картина справедлива лишь в пределе сильных магнитных полей,  $\omega_c t \gg 1$ . Халперин [1], Хмельницкий [2] и Лафлин [3] предсказали, что по мере уменьшения поля, когда  $\omega_c t$  становится  $\sim 1$ , энергия  $n$ -го протяженного состояния  $E_n$

© В.М. Пудалов 1994

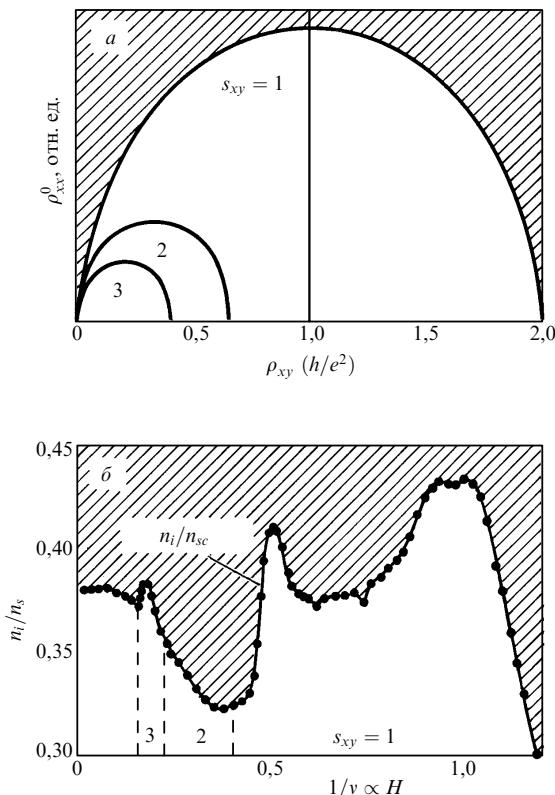


Рис. 2. а — Фазовая диаграмма для области целочисленного КЭХ [4] (воспроизводится с любезного разрешения D.-H. Lee); по вертикали — величина беспорядка, по горизонтали — магнитное поле; и то, и другое в безразмерных единицах. б — Данные из измерений [7, 8] при  $T = 35$  мК. Штриховкой обозначена диэлектрическая фаза

должна начать увеличиваться:

$$E_n = \left( n + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_c [1 + (\omega_c \tau)^2] (\omega_c \tau)^{-2}. \quad (1)$$

Таким образом, при  $\omega_c \tau \rightarrow 0$  протяженные состояния "отрываются" от уровней Ландау и "всплывают" вверх, выходя через уровень Ферми по очереди. После выхода наинизшего протяженного состояния  $n = 0$ ,  $s_{xy} = 1$  система переходит в диэлектрическое состояние. При таком сценарии окончания КЭХ с уменьшением магнитного поля, холловская проводимость должна выглядеть так, как схематически изображено на рис. 1, б. Следует подчеркнуть, что холловская проводимость и холловское сопротивление теряют при этом классическую и квазиклассическую однозначную связь с плотностью подвижных носителей.

#### Глобальная фазовая диаграмма

Изложенные соображения были недавно обобщены Кивельсоном, Ли и Жангом [4], которые предложили глобальную фазовую диаграмму (рис. 2, а) для описания переходов между различными состояниями в квантованной 2D-системе. Ось  $x$  характеризует здесь величину беспорядка в системе или "сопротивление", ось  $y$  — магнитное поле в безразмерных единицах. Заштрихованная внешняя область изображает диэлектрическую фазу  $s_{xy} = 0$ , не содержащую ни одного протяженного состояния. Диэлектрическая область простирается вплоть до оси нулевого беспорядка при  $H = 0$  и при половинном

заполнении наинизшего уровня Ландау, что, очевидно, соответствует гипотезе слабой локализации. Вложенные одна в другую кривые отделяют области с различными значениями  $s_{xy}$ , т.е. различными плато квантованного холловского сопротивления. Переходы из произвольного начального состояния с  $s_{xy} = m$  в любое другое состояние могут произойти согласно этой диаграмме лишь путем цепочки переходов с последовательным изменением индекса  $s_{xy}$  на  $\pm 1$ . Сказанное относится к переходам, происходящим как при изменении магнитного поля, так и под действием беспорядка; это соответствует движению изображающей точки по горизонтали или вертикали на рис. 2, а.

#### Результаты измерений

Для экспериментального изучения переходов в двумерной электронной системе удобно использовать кремниевые МДП-структуры, в которых плотность носителей можно варьировать, изменяя напряжение на затворе. Мы выбрали МДП структуры сверхвысокой подвижности  $\mu$  от 5 до  $7,5 \cdot 10^4$  см<sup>2</sup> В<sup>-1</sup> с<sup>-1</sup>, в которых можно создавать разреженную фазу с плотностью до  $4 \cdot 10^{10}$  см<sup>-2</sup>. По результатам предшествующих измерений [5, 6] известно, что уровни Ландау в таких образцах остаются хорошо разрешенными вплоть до самой границы перехода в диэлектрик. Благодаря этому возникает уникальная возможность проследить траектории движения подвижных состояний на фазовой диаграмме при переходах между различными фазами.

Рис. 3 изображает пример зависимости диагонального  $R_{xx}$  и холловского  $\rho_{xy}$  сопротивления от магнитного поля вблизи перехода металл–диэлектрик в 2D-системе [7, 6, 8]. При достаточно низкой плотности  $n_s \leq 10^{11}$  см<sup>-2</sup> и при температурах мК-диапазона возникает типично диэлектрическое состояние, характеризующееся громадным диагональным сопротивлением  $\rho_{xx} \sim 10^{10}$  Ом  $\square^{-1}$  и более [7]. Ряд предыдущих исследований [5, 7, 9] показали, что диэлектрическое состояние является коллективной твердой фазой. Для целей данного анализа, однако, пока существенно лишь то, что это состояние является настоящим диэлектриком со следующими характерными признаками: 1)  $dR_{xx}/dT < 0$ ; 2)  $\rho_{xx} \gg h/e^2$ ; 3) диагональная проводимость  $\sigma_{xx}$  имеет резкий пороговый характер в зависимости от электрического поля [9, 10].

Диэлектрическая фаза прерывается металлическим состоянием в режиме КЭХ при таких значениях магнитного поля, которые отвечают заполнению целого числа уровней Ландау. Если зафиксировать плотность электронов и изменять магнитное поле, то наблюдаемые изменения  $\rho_{xx}$  выглядят, как цепочка чередующихся переходов металл–диэлектрик, причем диэлектрические фазы наиболее сильны вблизи заполнения полуцелого числа уровней Ландау.

Сопротивление  $R_{xx}$ , изображенное на рис. 3 в зависимости от  $H$ , не является подходящей мерой беспорядка, так как его величина также характеризует порог перехода в диэлектрик. Поэтому в работе [6] для сравнения с теорией была выбрана плотность рассеивателей, приходящаяся на один электрон,  $n_i/n_s$ . Экспериментальные точки на рис. 2, б получены из измерения критической плотности  $n_c$  перехода металл–диэлектрик в работе [7], а  $n_i \cong 3 \cdot 10^{10}$  см<sup>-2</sup> оценено из подвижности [9]. Заштрихованная область обозначает диэлектрическую fazу.

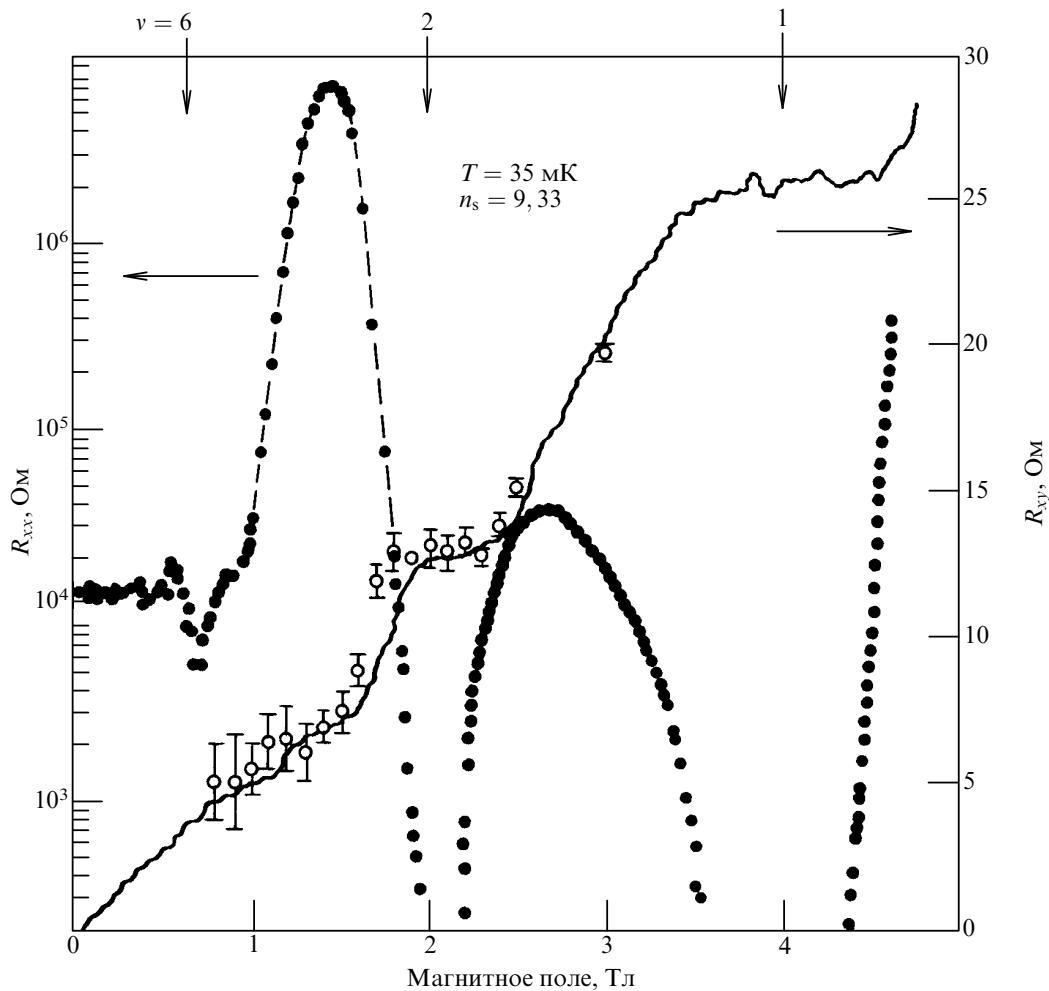


Рис. 3. Зависимость диагонального и холловского сопротивления от поля в области осциллирующего перехода металл–диэлектрик [7, 6]

Область ниже кривой отвечает металлическим состояниям в режиме КЭХ: хорошо различимы состояния  $i = 1, 2, 6$  и начинающее зарождаться  $i = 10$ .

Эти результаты получены для двухдолинной электронной системы в (100)-Si; для сравнения с теорией можно попытаться для простоты пренебречь междолинным взаимодействием и рассматривать две невзаимодействующие однодолинные системы. При таком не слишком реалистичном предположении обе области с  $i = 1$  и  $2$  имели бы один и тот же индекс  $s_{xy} = 1$ . С учетом этого предположения общий вид измерений диаграммы в области  $2, 5 > v > 0, 8$  немножко напоминает теоретическую диаграмму: имеется пик при  $v = 1$  и  $2$  и спад при  $v > 0, 8$  ( $v$  — коэффициент заполнения уровней Ландау). Более подробный анализ экспериментальных данных в ультраквантовом пределе [12] показывает, что переход М/И в сильных полях с наименьшего уровня Ландау не противоречит гипотезе "выхода" протяженных состояний через уровень Ферми.

Однако имеется также и принципиальное различие с диаграммой рис. 2, а: экспериментальные данные [6, 10] ясно демонстрируют прямой переход из состояния с квантованным холловским сопротивлением при  $v = 6$ , т.е.  $s_{xy} = 3$  в диэлектрик; такой переход не допускается топологией диаграммы рис. 2, а. Согласно скейлинговой теории [1–3] для осуществления такого перехода необходимо, чтобы через уровень Ферми ушли 6 делокализо-

ванных состояний. Это должно сопровождаться 6 аномалиями в  $\rho_{xx}$  и  $\rho_{xy}$ ; в эксперименте же не наблюдается ни одной. Остается заключить, что либо различные ветви диаграммы рис. 2, а сливаются в единую универсальную кривую при  $H \rightarrow 0$  и тогда делокализованные состояния могут выходить группами, либо наблюдаемый переход вообще не связан с их выходом. Первая возможность, действительно, высказывалась [13] и связана с учетом е–е-взаимодействия в качестве возмущения. Вторая возможность основана на рассмотрении е–е-взаимодействия, как основного фактора; проанализируем ее более подробно.

#### Коллективный переход металл–диэлектрик

Именно так должен возникать пиннингованный кристалл. При его образовании делокализованным состояниям нет необходимости уходить через уровень Ферми и они остаются "вмороженными" в решетку. Дело в том, что в эксперименте изучался переход в диэлектрик, происходящий при уменьшении плотности электронов, а не под действием увеличения реального беспорядка при фиксированной плотности. Уменьшение же плотности, как отмечалось выше, сопровождается ростом роли е–е-взаимодействия.

На рис. 4, а схематически изображена граница между 2D-электронной жидкостью и твердой фазой при  $T = 0$  в координатах  $r_s - H$ , где  $r_s$  — радиус ячейки

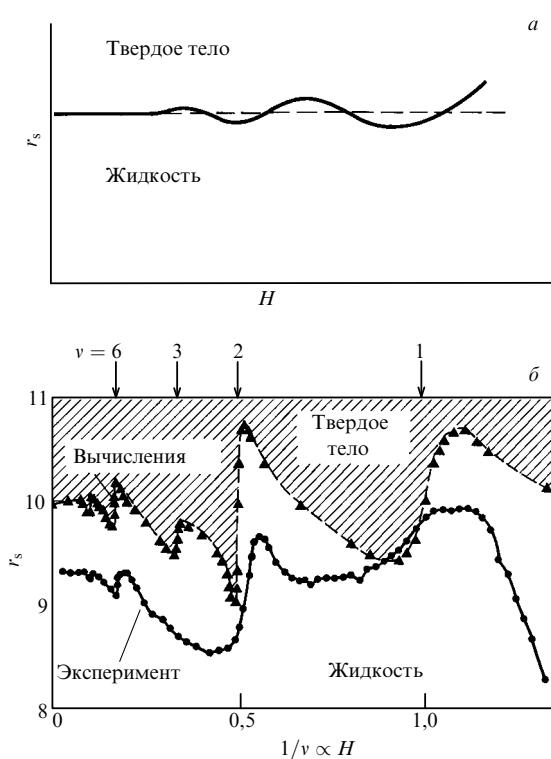


Рис. 4. *a* — Схематическая зависимость фазовой границы квантового плавления вигнеровского кристалла от магнитного поля. *б* — Теоретическая зависимость, вычисленная из измерений осцилляций химпотенциала — пунктирная кривая, и результат прямых измерений — сплошная кривая. Цифры со стрелками указывают коэффициент заполнения вблизи основных особенностей

Вигнера–Зейца  $r_s = a/a_B$ , и  $a_B = 21,4 \text{ \AA}$  — эффективный боровский радиус в (100)-Si. Попробуем оценить, как должна изменяться граница в магнитном поле, основываясь на том, что по определению в любой ее точке химические потенциалы в твердой и жидкой фазе равны. При введении магнитного поля химпотенциал в жидкой фазе испытывает квантовые осцилляции, в то время как в твердой фазе электроны не совершают орбитального движения и химпотенциал не должен зависеть от магнитного поля в первом приближении. Таким образом, для поддержания равновесия фаз сама граница должна испытывать квантовые осцилляции в магнитном поле, как схематически изображено на рис. 4, *a*. Осцилляции границы немедленно приведут к появлению чередующихся переходов металл–диэлектрик, если мы зафиксируем плотность (или  $r_s$ ) вблизи критического значения и будем изменять поле, т.е. будем перемещать изображающую точку по горизонтали.

На основе этой простой идеи и проведенных ранее измерений осцилляций химпотенциала в жидкой фазе мы построили границу квантового плавления [14], изображенную пунктиром на рис. 4, *б*. Для этого были использованы лишь следующие предположения:

1) критическое значение  $r_s = 10$  при  $H = 0$  в соответствии с недавними расчетами квантового плавления [15, 16];

2) значение производной  $\partial(E_S^g - E_L^g)/\partial r_s \approx -0,17$  мэВ из численных симуляций [15] квантового плавления в 2D. Здесь  $E_S^g$  и  $E_L^g$  — энергия основного

состояния на одну частицу в твердой и жидкой фазе, соответственно.

На этом же рисунке приведены для сравнения экспериментальные данные [6, 8]. При вычислении пунктирной кривой не использовалось ни одного подгоночного параметра, тем не менее согласие с прямыми измерениями  $r_c$  (сплошная линия) довольно хорошее как в амплитуде, так и в фазе осцилляций границы  $r_c(H)$ . В рамках рассмотренного подхода диэлектрическая фаза образована пиннингованной электронной решеткой и для ее образования не нужен уход протяженных состояний. Следовательно, разрешены переходы из любого квантованного состояния  $s_{xy}$  прямо в диэлектрическое состояние; это, очевидно, согласуется с экспериментом. Если зафиксировать плотность вблизи  $r_s = r_c$  и изменять магнитное поле (движение по горизонтали на рис. 4), изображающая точка будет многократно пересекать осциллирующую границу, в результате чего будет наблюдаться чередование переходов металл–диэлектрик в согласии с результатами эксперимента [5, 7]. Наблюдаемые при этом гигантские максимумы  $R_{xx}$  отвечают диэлектрической фазе, а минимумы  $R_{xx}$  — минимумам химпотенциала (в отличие от КЭХ, где минимумы соответствуют положению энергии Ферми в области энергетической щели). Более подробный количественный анализ [17] показывает, что такая модель согласуется с экспериментальными данными.

В заключение мы проанализировали осциллирующие переходы металл–диэлектрик, которыми заканчивается квантовый эффект Холла при уменьшении плотности 2D-электронной системы. Мы показали, что в кремниевых МПД структурах сверхвысокой подвижности эти переходы количественно объясняются квантовыми осцилляциями границы плавления коллективного твердого электронного состояния.

Данная работа поддержана грантами Российского фонда фундаментальных исследований, Международного научного фонда (грант MUG 000), Нидерландского фонда научных исследований N.W.O. (грант 07-13-217), а также Министерством науки и технической политики РФ.

## Список литературы

1. Halperin B I *Phys. Rev. B* **25** 2185 (1982)
2. Khmelnitskii D E *Phys. Lett. A* **106** 182 (1984)
3. Laughlin R B *Phys. Rev. Lett.* **52** 2304 (1984)
4. Kivelson S, Lee D-H, Zhang S-C *Phys. Rev. B* **46** 2223 (1992);  
Zhang S-C, Kivelson S, Lee D-H *Phys. Rev. Lett.* **69** 1252 (1992)
5. Kravchenko S V, Perenboom J A A J, Pudalov V M *Phys. Rev. B* **44** 13513 (1991)
6. Пудалов В М, Д’Иорио М, Кэмпбелл Дж *Письма ЖЭТФ* **57** 592 (1993)
7. D’Iorio M, Pudalov V M, Semenchinsky S G *Phys. Rev. B* **46** 15992 (1992)
8. Pudalov V M, D’Iorio M, Campbell J W *Surface Sci.* **305** 107 (1994)
9. Pudalov V M, D’Iorio M, Kravchenko S V, Campbell J W *Phys. Rev. Lett.* **70** 1866 (1993)
10. Pudalov V M, D’Iorio M, Campbell J W *Physica B* **194–196** 1290 (1994)
11. Kravchenko S V, Furneaux J E, Pudalov V M *Phys. Rev. B* **49** 2250 (1994)
12. Kivelson S, Lee D-H (private communication)
13. Pudalov V M *Bull. Am. Phys. Soc.* **39** 805 (1994)
14. Chui S-T, Tanatar B *Bull. Am. Phys. Soc.* **38** 472 (1993)
15. Kawaguchi M, Saitoh M *Sol. State Commun.* **88** 765 (1993)
16. Pudalov V M In *Proc. of Semimag-94* (Boston, 1994)