

МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ

Может ли асимптотическая свобода гравитационных взаимодействий нарушить энергодоминантность классической космологии?

М.А. Марков

Пользуясь произволом в выборе функциональной зависимости уменьшения гравитационных взаимодействий с ростом плотности материи в процессе коллапса, можно показать, что асимптотическая свобода гравитационных взаимодействий нарушает энергодоминантность.

PACS numbers: 04.54. + h

В статье "О возможном существовании в природе асимптотической свободы гравитационных взаимодействий" в "Успехах физических наук" [1] отмечено, что в рамках модели изотропных вселенных коллапс вселенных останавливается на планковских длинах. Этот результат получен при пренебрежении анизотропными возмущениями, которые естественно возникнут в процессе коллапса, что вызвало у автора большую озабоченность. В результате дальнейших исследований выяснилось, что все предложенные автором модели изотропных вселенных не нарушают энергодоминантность классической космологии. Другими словами, прекращение коллапса происходит лишь в моделях вселенных, которые в действительности не реализуются. Но пользуясь произволом в выборе функции, которая характеризует ослабление гравитационных взаимодействий с ростом плотности материи, можно предположить даже более простые функции, когда в процессе коллапса при больших плотностях материи нарушается энергодоминантность.

Поэтому данная статья, где дается ответ на поставленный в [1] вопрос, является естественным продолжением статьи [1].

Здесь уместно вспомнить статью Пенроуза [2] большой давности (1965), в которой высказаны четыре соображения, в рамках которых проблема сингулярности могла бы находить свое решение.

К сожалению, я познакомился со статьей Пенроуза недавно, уже после публикации моей статьи в "УФН".

Эти четыре возможности в статье Пенроуза обозначены буквами a, b, c, d:

- a) Negative local energy occurs.
- b) Einstein's equations are violated.
- c) The space time manifold is incomplete.
- d) The concept of space-time loses its meaning at very high curvatures - possibly because of quantum phenomena.

Все эти возможности имеют то или иное отношение к идее обсуждаемой асимптотической свободы гравитационных взаимодействий. Начало обсуждения асимптотической свободы начато статьей под названием "Предельная плотность материи как универсальный закон природы"¹ [3].

Для однородной изотропной пылевидной закрытой вселенной было написано уравнение, которое в дальнейших статьях приводилось в самом простом виде

$$\left(\frac{\dot{R}}{c}\right)^2 + 1 = \frac{8\pi R^2 \kappa_0}{3c^2} \left[\rho \left(1 - \frac{\rho^2}{\rho_0^2}\right) + A' \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^2 \right], \quad (1)$$

где ρ_0 — максимальная плотность материи, которая возникает в процессе коллапса вселенной;

$$A' = 2\rho_0, \quad A' \cdot \frac{8\pi\kappa_0}{3c^2} = A$$

(A — член вселенной Де-Ситтера), $1 - (\rho^2/\rho_0^2)$ представляет собой некоторую функцию $\psi(\rho)$, которая характеризует уменьшение силы гравитационных взаимодействий с ростом плотности массы вселенной в процессе коллапса.

С помощью этого уравнения иллюстрировалась остановка коллапса при выбранном значении

$$\rho_0 \cong \frac{c^5}{h\kappa^2} \sim 10^{94} \text{ г см}^{-3} \quad (2)$$

¹ Несколько позже такую идею высказал Розен [4].

на расстоянии от классической сингулярности в области планковских длин при очень слабой зависимости от полной голой массы закрытой вселенной. Это уравнение не было получено варьированием какой-либо функции действия. Также ad hoc взята константа Λ -члена. В статье [5] сделана попытка изменить теорию гравитации Эйнштейна, введя в функцию действия S вместо гравитационной константы κ_0 некую функцию

$$\kappa = \kappa_0 \psi(\varepsilon), \quad (3)$$

где ε — плотность энергии. На ψ -функцию не было наложено каких-либо ограничений кроме падения ее значения с ростом плотности энергии в процессе коллапса вселенной. Неожиданно для нас при варьировании таким образом модифицированной функции действия возникли модифицированные уравнения Эйнштейна с добавочным членом деситтеробразного вида $\Lambda \delta_k^i$, где $\Lambda = -\varepsilon d\psi/d\varepsilon$. Уравнение получено для

$$T_k^i = (\varepsilon + p)u^i u_k - p\delta_k^i. \quad (4)$$

Для простого случая пылевидной вселенной с $\psi = 1 - (\rho^2/3\rho_0^2)$ получается уравнение, близкое к уравнению [1], а именно,

$$\left(\frac{\dot{R}}{c}\right)^2 + 1 = \frac{8\pi R^2 \kappa_0}{c^2} \left[\rho \left(1 - \frac{\rho^2}{\rho_0^2}\right) + \Lambda' \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^3 \right], \quad (5)$$

где $\Lambda' = 2\rho_0/3$.

Уравнение [5] в области $\rho \ll \rho_0$ описывает вселенную Фридмана, которая в процессе коллапса превращается во вселенную Де-Ситтера. Другими словами, ранняя вселенная при $\rho \cong \rho_0$ содержит в своем расширении инфляционную деситтеробразную фазу, которая является объектом обсуждения в течение нескольких ближайших к нам лет. Но представления о развитии Вселенной в таком виде могли бы возникнуть в теории еще во времена Фридмана (после 1922 г.), если бы тогда возникла идея непостоянной в нашем смысле κ_0 .

С написанием уравнения (5), где возникает Λ -член, встает вопрос, может ли в процессе коллапса измениться знак правой части уравнения (5) на обратный, что означало бы, что в процессе коллапса при больших плотностях притяжение заменяется отталкиванием, или что то же, в правой части уравнения возникает отрицательная энергия (напомним Пенроуза).

а) Negative local energy occurs. Скобку в правой части уравнения (5) можно записать в виде

$$\left[1 - \frac{\rho^2}{3\rho_0^2} \right]. \quad (6)$$

Скобка, о которой идет речь, меняет свой знак лишь при $\rho^2 > 3\rho_0^2$, что запрещено предельным значением ρ_0 . Это значит, что прекращение коллапса во вселенных, описываемых уравнением (5), обязано лишь пренебрежению анизотропными возмущениями, что асимптотическая свобода с данной ψ -функцией не нарушает энергодоминантность в процессе коллапса. То же самое относится и к уравнению (1), написанному ad hoc. Спрашивается, не позволяет ли произвол в выборе функции $\psi(\rho)$ указать такие функции $\psi(\rho)$, которые в процессе коллапса приводили бы в области больших плотностей к наруше-

нию энергодоминантности? Легко видеть, что такие функции действительно существуют, например

$$\psi(\rho) = 1 - \frac{\alpha\rho}{\rho_0}, \quad (7)$$

где $\alpha > 1$. Для модифицированного уравнения Эйнштейна скобка в его правой части возникает в виде

$$\left[\rho \left(1 - \frac{2\alpha\rho}{\rho_0}\right) + \alpha \left(\frac{\rho^2}{\rho_0^2}\right) \rho_0 \right] = \left[\rho \left(1 - \frac{\alpha\rho}{\rho_0}\right) \right]. \quad (8)$$

В процессе коллапса при ρ , меньших ρ_0 , но больших ρ_0/α , скобка (8) принимает отрицательное значение. Она остается отрицательной и при $\rho = \rho_0$, если $\alpha > 1$. В данном случае мы не можем назвать численное значение α , необходимое, например, для того, чтобы отталкиванием "погасить" казнеровские возмущения. На этот вопрос могут ответить прямые вычисления. В последовательной будущей теории гравитации, если она действительно будет содержать в нашем понимании

1) асимптотическую свободу,

2) закон предельной плотности,

она должна содержать и конкретный вид функции ψ .

Было бы чудом, если бы эта функция совпала с написанной ad hoc функцией (7), хотя существует утверждение, что природа любит простоту. Более простую функцию ψ , чем (7), вряд ли можно придумать. Очень вероятно, что нарушение энергодоминантности можно получить и модифицируя левую часть уравнения Эйнштейна, что, видимо, имеет в виду Пенроуз, помечая эту возможность буквой b). Есть основания полагать, что в этом случае некоторыми преобразованиями эту форму нарушения уравнений Эйнштейна можно свести к той форме нарушения уравнений Эйнштейна, в которой модифицируется правая часть уравнения Эйнштейна. Эта возможность обсуждается в [6], а очень кратко — в [1].

До сих пор космологическая проблема обсуждалась нами в рамках классической (не квантовой) теории. Если речь идет о коллапсе вселенной, которая после остановки коллапса на каком-то расстоянии l_{\min} от классической сингулярности начинает снова расширяться, то расстояния l , меньшие l_{\min} , у нас не вызывают каких-либо забот.

Но сложнее дело обстоит с коллапсом черных дыр. В этом случае материя, ушедшая под сферу Шварцшильда, может двигаться только по направлению к сингулярности. Но если имеется закон предельной плотности, связанные с ней конечные значения всех кривизн, то спрашивается, как развиваются дальше события в черной дыре? На этот вопрос дан ответ в [7, 8], согласно которому черная дыра оказывается источником новых вселенных, которые появляются в своем пространстве в абсолютно будущем времени по отношению ко временам, где возникла черная дыра. Но согласно предыдущему тексту статьи новые вселенные в своем пространстве должны возникать на расстоянии l_{\min} от классической сингулярности. Спрашивается, что собой представляет пространство в окрестности с радиусом l_{\min} вокруг классической сингулярной точки? Можно полагать, что на этот вопрос отвечает статья [9], посвященная двумерной черной дыре, лишенной сингулярности в рамках теории струн, согласно которой вблизи классической сингулярности возникает область не лоренцевой метрики, а евклидовой. Здесь возможна своя физика — физика ультрамикромра, о которой шла

речь в [1]. Последние замечания, в сущности, делают актуальными утверждения Пенроуза, обозначенные буквами с и d. В абстракте к статье [1] выражена надежда на теорию струн. Конкретнее можно добавить: нельзя ли рассматривать введение дилатонного поля, которое играет существенную роль в теории струн, как попытку заменить гравитационную постоянную некоторой функцией этого поля?

Список литературы

1. Марков М А *УФН* **164** (1) 63 (1994)
2. Penrose R *Phys. Rev. Lett.* **14** 57 (1965)
3. Марков М А *Письма ЖЭТФ* **6** 214 (1982)
4. Rosen N *Astrophys. J.* **297** 347 (1985)
5. Markov M A, Mukhanov V F *Nuovo Cimento B* **86** 97 (1985)
6. Марков М А В кн. *Размышляя о физиках...* (М.: Наука, 1993) с. 95
7. Markov M A In *Proceedings of the Friedmann Conference*. Leningrad (June 22, 1988)
8. Frolov V P, Markov M A, Mukhanov V F *Phys. Rev. D* **41** 38 (1990)
9. Perry M J, Teo E Preprint N DAMTP R 93/1

CAN ASYMPTOTIC FREEDOM OF GRAVITATIONAL INTERACTIONS VIOLATE THE ENERGY DOMINANCE IN CLASSICAL COSMOLOGY?

M.A. Markov

*Institute for Nuclear Research, Russian Academy of Sciences
7a, Prospekt 60-letiya Oktyabrya, 117312, Moscow, Russia
Tel. (7-095) 132-6219*

By using of the arbitrary in choosing of the functional dependence of decrease of gravitation interactions with increase of the matter density as a result of collapse, one can show that the asymptotic freedom of gravitational interactions violates the energy dominance.

Bibliography — 9 references

Received 30 May 1994

Просим подписчиков прислать заполненный бланк в МП "ЦЕНТРЭКС"

✂ -----

Ф. И. О.	ЛИСТ ПОДПИСЧИКА журнала "Успехи физических наук" (Подписка на 1994 год)
или	
Организация	
АДРЕС ДОСТАВКИ (с почтовым индексом)	
.....	
Тел. (дом.) Тел. (служ.)	Дата платежа
Факс E-mail	Название банка
Профессия	(номер почтового отделения).....
Место работы	Номер кассового аппарата
Должность.....
Ученая степень Звание	Номер квитанции.....
Область научных интересов.....	С какого времени являетесь подписчиком журнала "УФН"
..... (Пишите, пожалуйста, разборчиво!)