

## ИЗ ИСТОРИИ ФИЗИКИ

# Как Гамов вычислил температуру реликтового излучения, или немного об искусстве теоретической физики

А.Д. Чернин

*В работе 1953 г., выполненной более чем за десятилетие до наблюдательного открытия реликтового излучения, Г.А. Гамов сделал теоретическое предсказание температуры этого излучения. Он оценил ее в 7 К, что очень хорошо совпало затем с измеренным значением около 3 К. У Гамова современное значение температуры излучения найдено на основе общих формул космологической динамики. Оценка никак не связана с первичным нуклеосинтезом. Последнее обстоятельство вызывало и вызывает недоумение авторов ряда работ, в которых результат Гамова ставится под сомнение, — хотя никакой конкретной ошибки никогда и не было указано. Подробный анализ позволяет выяснить, почему такого рода расчет оказался возможным. Дело в том, что в действительности в работе Гамова содержится некое неявное дополнительное предположение, которое и позволяет избежать привлечения сведений о нуклеосинтезе. Это предположение обсуждается в контексте как науки 1950–1970 гг., так и современного состояния космологии.*

PACS numbers: 01.60.+q, 98.70.Vc

## Содержание

Введение (889).

1. Большой Взрыв (890).
2. "Порочный круг" и "барочная графика"? (891).
3. Что "дано" (892).
4. В три счета (893).
5. Точное, но бесполезное решение (893).
6. Метод сшивки (894).
7. Четыре замечания (895).

Заключение (896).

Список литературы (896).

## Введение

Примерно 100 лет назад в физике активно обсуждалась возможность тепловой смерти Вселенной. Позднее, лет через 50, выяснилось, что интересен также и вопрос о тепловом рождении Вселенной: в середине 40-х годов Г.А. Гамов предложил идею "горячего" начала мира. Тем самым в космологию была привнесена термодинамика, а с нею и ядерная физика, так как с самого начала предполагалось, что в горячем и плотном веществе ранней Вселенной должны были происходить ядерные реакции, определившие наблюдаемый химический состав космической среды. Теорию Гамова часто назы-

вают космологией Большого Взрыва. До него наука об эволюции Вселенной, созданная главным образом трудами Фридмана (учителя Гамова по Ленинградскому университету), содержала только динамику и геометрию мира.

Один из результатов космологии Большого Взрыва — теоретическое предсказание реликтового излучения, названного так по предложению И.С. Шкловского, или космического микроволнового фона, как его чаще называют на Западе. Это излучение представляет собой термодинамически равновесное распределение фотонов, равномерно заполняющее всю наблюдаемую Вселенную. Оно было открыто путем прямых наблюдений американскими радиоастрономами А. Пензиасом и Р. Вилсоном в 1965 г. (Нобелевская премия 1978 г.), а задолго до того предсказано Гамовым (которого, вероятно, нужно называть русско-американским теоретиком?). Для современной физики и космологии реликтовое излучение служит и объектом исследований, и средством изучения крупномасштабной структуры Вселенной, ее эволюции (см., например, книги [1–3]). О реликтовом излучении, о том, как Гамов вычислил его современную температуру, и пойдет речь в этих заметках. Точнее, мы обсудим здесь одну небольшую статью [4], написанную Гамовым на эту тему в 1953 г.

Статья называлась "Расширяющаяся Вселенная и образование галактик" и была опубликована в "Трудах Датской Королевской академии наук". Гамов был членом Датской Академии наук, избранным в нее по предложению Бора. Мы не знаем, почему он предпочел для этой статьи журнал, издаваемый в Европе, а не, скажем, PhysRev, где он обычно печатался. Вряд ли у него могли быть какие-либо сложности с публикацией в США. Известно, что с другой статьей, написанной в том же 1953 г., у него действительно возникли затруднения —

А.Д. Чернин. Государственный астрономический институт им. П.К. Штернберга (ГАИШ), МГУ, 119899, Москва, Воробьевы горы  
Тел. (095) 939-16-22  
E-mail: chernin@neptun.sai.msu.su

Статья поступила 4 января 1994 г.,  
после доработки 30 марта 1994 г.

ни один американский журнал не пожелал ее напечатать, и тогда он опубликовал ее в следующем, 1954 г. в тех же "Трудах Датской академии наук"; но то была статья не по физике, а по генетике (Гамов, между прочим, считал эту генетическую работу своим самым сильным результатом в науке; см., например, брошюру [5]).

Существует по крайней мере три причины, по которым стоит вспомнить сейчас космологическую работу 1953 г. в связи с исполняющимся в 1994 г. 90-летием со дня рождения Гамова. Во-первых, это очень простая работа. Во-вторых, в ней есть тем не менее некая загадка, которая до сих пор способна удивлять и ставить в тупик (см. п. 2). Наконец, в-третьих, она, несомненно, поучительная как в историческом, так и особенно в методическом отношении. Кроме того, судя по всему, самому Гамову она очень нравилась.

В этой работе, если говорить совсем коротко, Гамов взял два числа — возраст мира и среднюю плотность вещества во Вселенной — и определил по ним третье число — температуру реликтового излучения.

Как известно, из значения температуры излучения вытекает оценка немаловажных космологических параметров — удельной энтропии Вселенной (о которой толковали некогда в дискуссиях о тепловой смерти), зарядовой асимметрии мира, концентрации нейтрино и других реликтовых частиц и т.д. [1–3].

Но можно ли получить эту третью величину (а затем и все, что из нее вытекает) путем комбинации двух исходных цифр? Если заглянуть в учебники космологии [1–3], то можно увидеть, что там температуру излучения находят на основании расчетов первичного нуклеосинтеза, процесса ядерных превращений, ведущих к появлению во Вселенной ядер тяжелее протона (см. п. 1). При этом для тех же целей обязательно требуется знать как минимум еще одну исходную цифру — наблюдаемую космическую распространенность гелия.

Загадка работы Гамова, ее парадокс в этом и состоит: как он смог обойтись всего двумя исходными цифрами?

Задача Гамова предлагается заинтересованному читателю ниже, в п. 4; перед этим в п. 3 приводятся необходимые предварительные сведения, которые есть и в самой гамовской работе; читатель, который разрешит парадокс в п. 4, может пропустить п. 5, где можно найти "наводящие соображения", а также и п. 6, где сообщается "ответ", и перейти сразу к заключительным комментариям в п. 7.

В статье Гамова [4] говорится не только о реликтовом излучении, но еще и о гравитационной неустойчивости в горячей Вселенной; это тоже очень интересная, но отдельная тема, которой автор в этих заметках касаться не будет.

## 1. Большой Взрыв

Об истории предсказания и открытия реликтового излучения написано уже немало и, пожалуй, лучше всего — в известной книге С. Вайнберга "Первые три минуты" [6], которая в свое время приобрела широкую известность и была переведена на многие языки, в том числе и на русский (под редакцией Я.Б. Зельдовича). Не будем излагать эту историю снова и напомним только об одном эпизоде.

В первой публикации Пензиаса и Вилсона [7], а также и в сопровождающей ее статье Р. Дикке и его пристон-

ских сотрудников (в которой давалась верная космологическая интерпретация наблюдательного открытия) [8], отсутствовали, как ни странно, какие-либо упоминания о Большом Взрыве, о работах Гамова. Потом все стало на свои места, но, похоже, не сразу и не без борьбы. Рассказывают, например, что в 1967 г. (за год до смерти) Гамов был председателем на одном из заседаний 4-го Техасского симпозиума по релятивистской астрофизике; заседание было специально посвящено реликтовому излучению, он тоже выступал и в конце сказал под дружный смех и аплодисменты в зале: "Если я потерял пятак, а кто-то его подобрал, могу ли я доказать, что это мой пятак? Однако же я потерял его как раз там, где его потом нашли" [9].

Когда Пензиас в 1965 г. прислал Гамову черновик своей новой, написанной после работы [7], статьи о реликтовом излучении, тот ответил краткой запиской, в которой было сказано, что впервые эта тема обсуждалась не у Дикке (как, по-видимому, утверждалось в препринте), а в его, Гамова, работе 1946 г. [10], и что температура фонового излучения в современную эпоху была оценена сначала его учениками Р. Альфером и Р. Херманом в работе 1949 г. [11]. У них получилось 5 К, а затем, 1953 г., и им самим [4]; получилось 7 К. Эта записка опубликована Пензиасом [9].

Температура реликтового излучения измерена сейчас исключительно точно. Если в 1965 г. у Пензиаса и Вилсона было  $3,1 \pm 1$  К, то последние (лето 1993 г.) измерения на американском специализированном космическом аппарате СОВЕ дают величину  $2,726 \pm 0,001$  К [12]. Для космологии, где важнейшие параметры измерены чаще всего лишь с точностью до порядка величины, а то и вовсе остаются почти полностью неопределенными в наблюдательном плане, это необычайно счастливый экспериментальный случай.

Но не менее удивительна и удача теоретиков — Альфера, Хермана и Гамова, — сумевших вычислить температуру реликтового излучения за много лет до ее экспериментального измерения.

То обстоятельство, что у Гамова и его учеников Альфера и Хермана температура реликтового излучения оценивалась не в 3 К, а в 5 или 7 К, составляет, очевидно, не противоречие или расхождение с результатами прямых измерений, а напротив — поразительное по точности совпадение. Ведь вычисления велись на основании численных параметров, которые в космологии 40–50-х годов определялись очень ненадежно и были известны, можно сказать, и еще много хуже, чем по порядку величины.

Приоритетный спор вокруг Большого Взрыва и реликтового излучения, небезынтересный, возможно, для истории науки, важен для нас в данном случае не сам по себе, а как источник сведений об отношении его участников — и в первую очередь "победителя" Гамова (признанного таковым единодушно, увы, уже посмертно: последняя точка в споре была поставлена, как принято считать, упомянутым бестселлером Вайнберга, опубликованным в США в 1977 г.) — к тем работам, о которых мы собираемся здесь говорить. Для темы этих заметок особенно существенно, что аргументом в приоритетном споре Гамов считал свою работу 1953 г. и работу своих учеников [11].

В работе [11], развивавшей общую концепцию Гамова о "горячем" начале и ядерных реакциях в ранней Вселенной, температура 5 К была найдена на основе

расчета первичного космологического нуклеосинтеза, как это и излагается сейчас в учебниках (на 2–3-х страницах). Это было весьма громоздкое и трудоемкое, новаторское исследование, блестяще проведенное Альфером и Херманом. В дальнейшем их расчет повторялся и, случалось, подправлялся многими теоретиками; но в основном его неизменно подтверждали. В наши дни эта задача изучается с привлечением новейших идей физики элементарных частиц. Теперь это делается путем численного моделирования, и компьютерные расчеты выявляют все новые и новые нетривиальные детали и варианты кинетики ядерных превращений в ранней Вселенной, впервые изученных Гамовым и его учениками. Похоже, что в теории Большого Взрыва еще многие годы будет что вычислять.

## 2. "Порочный круг" и "барочная графика"?

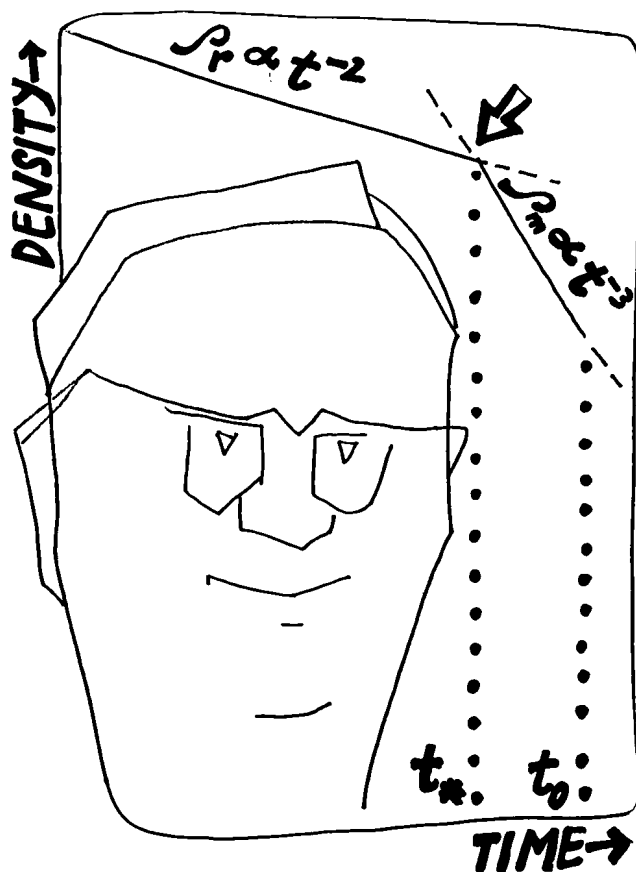
Совсем иной характер имела работа [4], в которой Гамов исключительно простым путем — в три действия — получил фактически тот же количественный результат — 7 К. Гамов не раз говорил, что у него неважно с арифметикой и произвести два сложения подряд без ошибки он, мол, не берет. За длинные и громоздкие выкладки для расчета космологического нуклеосинтеза он усадил молодых людей, а сам изобрел нечто такое, что сильно смахивало на какой-то трюк. Как фокусник, он вынул свой результат — раз, два, три! — готовым из рукава, сильно озадачив и своих тогдашних сотрудников (которые много лет спустя все еще оставались в недоумении по этому поводу [13]), и позднейших исследователей, профессионалов-космологов и историков науки (см. ниже).

В недавней (1990 г.) статье Альфера и Хермана [13] читаем об этой загадочной работе их учителя: "... в одном датском журнале он оценил фоновую температуру в 7 К путем странной (так и написано — *strange*) линейной экстраполяции плотностей вещества и излучения..." И далее: "Он упорно стоял на своем и через три года проделал еще одно замысловатое и темное (*arcane*) вычисление, получив 6 К". (Это была обзорная статья Гамова [14].)

Кажется, Альферу и Херману не очень нравится то, что некогда было напечатано "в одном датском журнале". Лишний раз проверить это впечатление позволила личная переписка. Выражая почтительное восхищение Гамовым, его ученики сочли тем не менее необходимым сообщить мне (письмо от 25 сентября 1991 г.), что по их мнению эта работа ничего положительного не добавила к их собственным результатам, а "скорее запутала дело" ("but, rather, confused the issue").

Позволим себе не согласиться с такого рода оценкой — тем более, что ни в статье [13], ни в упомянутом частном письме не указано какой-либо ошибки в вычислениях Гамова.

Попытку найти ошибку в этой гамовской работе сделали составители и комментаторы книги классических трудов по космологии, выпущенной в 1986 г. в США Колумбийским университетом [15]. Вот что они говорят: "Гамов использовал причудливый (*baroque*) метод графической экстраполяции... Если же сделать прямое вычисление, то окажется, что ответ зависит от знания современной температуры излучения, а это приводит к порочному кругу. И все же Гамову каким-то образом



Гамов (рисунок с фото 60-х годов) и зависимость плотности от времени в расширяющейся горячей Вселенной: две асимптотики и их сшивка в демаркационной точке  $t_0$ . Гамов называл подобную диаграмму графиком Божественного творения

(somehow) удалось получить современную температуру фотонов в 7 К".

Читатель, вероятно, согласится, что такие слова, как *strange*, *baroque*, *arcane*, не вполне обычны для научной лексики. Не часто бывает и чтобы авторы научных текстов так прямо разводили руками: *somehow*, а как — не понимаем.

Не обходит интересующую нас работу и Вайнберг, которому кроме бестселлера [6] принадлежит еще и солидная монография по космологии [3] (не говоря уже о трудах, принесших ему Нобелевскую премию 1979 г.). В книге [6] он рассказывает об уже известном нам письме Пензиаса Гамову и об ответной записке, в которой говорится о теоретическом предсказании излучения "с примерно правильной температурой 7 К". Вайнберг высказывает вместе с тем и следующее критическое замечание: "Однако взгляд на эту работу 1953 г. показывает (сохраняем стилистику русского издания. — А.Ч.), что предсказание Гамова основывалось на математически ошибочных аргументах, относящихся к возрасту Вселенной, а не на его собственной теории космического нуклеосинтеза".

Если заглянуть в оригинал книги, то окажется, что там "аргументы" (т.е., лучше, вероятно, сказать "соображения") Гамова характеризуются словом "fallacious". А это сильнее, чем просто "ошибочные". Скорее, нужно понимать эту фразу Вайнберга так, что рассуждения Гамова представляются ему логически ошибочными, и его возражение касается не столько одной конкретной

цифры — использованного Гамовым значения современного возраста мира, которое было в ходу у космологов в 50-е годы, — сколько, по-видимому, самого способа рассуждений (на это обстоятельство обратил внимание Л.Б. Окунь). Насколько важно для существа дела также и конкретное значение возраста мира, мы разберем в п. 7.

### 3. Что "дано"

Работа Гамова основана на двух ясно сформулированных у него исходных положениях. Первое касается используемой для вычислений космологической модели. В качестве таковой принимается открытая модель Фридмана и считается, что современной эпохе соответствует асимптотический инерциальный режим расширения мира. В этом случае расстояния между космическими телами и радиус кривизны мира как целого растут просто пропорционально времени, а относительные скорости всех тел остаются постоянными:

$$R \propto t, \quad v \propto \text{const.} \quad (1)$$

Это, очевидно, простейший вариант космологической динамики.

Гамову для его целей нужно иметь выражение для плотности вещества в такой модели. Вещество считается "обычным", нерелятивистским. Соответствующая формула получается путем деления массы на объем, так как в мире Фридмана плотность однородна:

$$\rho_m = \frac{M_m}{(4\pi/3)R^3} \propto t^{-3}. \quad (2)$$

Здесь  $M_m$  — масса вещества в сферическом объеме радиуса  $R$  (под которым можно понимать, в частности, и радиус кривизны).

Эти две формулы описывают асимптотику при времени, стремящемся к бесконечности, точного фридмановского решения для открытой модели, которое обычно записывается в параметрическом виде:

$$\begin{aligned} R &= R_m(\cosh \eta - 1), \\ t &= \frac{R_m}{c}(\sinh \eta - \eta), \\ \rho_m &= \frac{6R_m}{\kappa R^3}, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $\eta$  — параметр решения,  $c$  — скорость света в вакууме,  $\kappa = 8\pi G/c^2$  — эйнштейновская гравитационная константа,  $G$  — ньютоновская гравитационная константа,  $R_m = GM_m/c^2$  — произвольная постоянная решения, связанная с массой вещества внутри данного объема  $M_m$ . Асимптотике (1), (2) отвечает в (3) предел  $\eta \rightarrow \infty$ .

Гамов принимает следующие численные значения для современного возраста мира и современной плотности вещества:

$$\begin{aligned} t_0 &= 10^{17} \text{ с} \cong 3 \text{ млрд. лет}, \\ \rho_m(t_0) &= 10^{-30} \text{ г см}^{-3}. \end{aligned} \quad (4)$$

Эти величины — как и само представление об открытом мире Фридмана — были общепринятыми в космологической науке 50-х годов. На основании (4) Гамов записы-

вает окончательную формулу для плотности вещества в расширяющемся мире:

$$\rho_m = \rho_m(t_0) \left( \frac{t_0}{t} \right)^3 = 10^{21} t^{-3} \text{ г см}^{-3}. \quad (5)$$

Второе исходное положение, принятое Гамовым в обсуждаемой работе, касалось не динамики, а термодинамики Вселенной. Оно не было (вплоть до 1965 г.) ни в какой степени общепринятым — это была его идея "горячего" начала мира. Именно, Гамов полагал, что температура вещества Вселенной во все эпохи ее истории была отличной от нуля, и в самом начале расширения она могла быть очень высокой. При этом имело место термодинамическое равновесие, и потому вместе с веществом во Вселенной имелось и чернотельное излучение с той же температурой. В ходе космологического расширения излучение охлаждается, но не исчезает и в результате сохраняется в мире вплоть до нашей эпохи. В этом и состояло теоретическое предсказание остаточного, реликтового излучения, сделанное Гамовым впервые в работе 1946 г.

При данной температуре  $T$  термодинамически равновесное излучение обладает плотностью энергии

$$\varepsilon_r = aT^4, \quad (6)$$

где  $a$  — постоянная Стефана–Больцмана.

Плотности энергии отвечает — в соответствии с формулой  $E_0 = mc^2$  — плотность массы излучения<sup>1</sup>

$$\rho_r = \frac{\varepsilon_r}{c^2}. \quad (7)$$

При адиабатическом расширении температура излучения падает по закону

$$T \propto R^{-1}, \quad (8)$$

соответствующему показателю адиабаты  $\gamma = 4/3$ . По этой причине плотность массы излучения изменяется в расширяющемся мире, как

$$\rho_r \propto T^4 \propto R^{-4}. \quad (9)$$

Если сравнить формулы (2) и (9), то можно увидеть, что соотношение между плотностями вещества и излучения изменяется в ходе космологического расширения:

$$\frac{\rho_r}{\rho_m} \propto R^{-1}. \quad (10)$$

В ранней Вселенной излучение преобладало по плотности над веществом:

$$\frac{\rho_r}{\rho_m} \rightarrow \infty \text{ при } R \rightarrow 0, \quad t \rightarrow 0. \quad (11)$$

Для описания динамики расширения в раннюю эпоху преобладания излучения Гамов пользуется асимптотическим соотношением

$$R \propto t^{-1/2}, \quad (12)$$

которое вытекает из точного решения для открытого мира, заполненного излучением (ясно, что в пределе (11) присутствием в мире вещества можно пренебречь, если

<sup>1</sup> Поясним, что плотность энергии и плотность массы излучения определены здесь в системе отсчета, где газ фотонов не имеет анизотропии, общего поступательного движения.

речь идет о динамической задаче). Последнее тоже, как и решение для вещества (3), обычно записывается в параметрическом виде:

$$\begin{aligned} R &= R_r \sinh \eta, \\ t &= \frac{R_r}{c} (\cosh \eta - 1), \\ \rho_r &= \frac{3R_r^2}{\kappa R^4}, \end{aligned} \quad (13)$$

где  $R_r$  — произвольная постоянная, играющая ту же роль в этом решении, что и постоянная  $R_m$  в решении (3). Начало отсчета времени выбрано в (13) так, что нуль времени соответствует началу космологического расширения. Легко видеть, что в пределе  $\eta \rightarrow 0$ ,  $t \rightarrow 0$  из (13) вытекает (12). Решение (12) представляет собой закон параболического расширения, которому — на ньютоновском языке (см., например, [1]) — отвечает динамика с нулевой полной энергией<sup>2</sup> ( $E = 0$ ). Этот закон служит общей асимптотикой для двух других типов динамики — эллиптической ( $E < 0$ ) и гиперболической ( $E > 0$ ).

В том же пределе выражение для плотности излучения, содержащееся в решении (13), принимает вид

$$\rho_r = \frac{3}{32\pi G t^2} = 4,5 \cdot 10^5 t^{-2} \text{ г см}^{-3}. \quad (14)$$

(В последней формуле у Гамова несущественная опечатка — 4,4 вместо 4,5.)

Стоит заметить, что все приведенные здесь формулы были известны в космологии еще до Гамова: в том или ином виде они имелись в работах Фридмана, Леметра, Толмена, Эйнштейна и де Ситтера. Теперь же Гамов применяет их для совсем новой задачи, вытекающей из его идеи горячего начала мира, — он хочет найти современную температуру реликтового излучения.

#### 4. В три счета

Гамов достигает этой цели так. Прежде всего он находит "демаркационную точку" в истории мира (как он это называет). Это момент  $t = t_*$ , когда ранняя эпоха преобладания излучения сменяется эпохой преобладания вещества. Она находится с помощью формул (5) и (14) из условия  $\rho_r(t_*) = \rho_m(t_*)$ :

$$t_* = 2,2 \cdot 10^{15} \text{ с} = 73 \text{ млн. лет.} \quad (15)$$

В этот момент плотности обеих компонент космической среды суть

$$\rho_r = \rho_m = 9,4 \cdot 10^{-26} \text{ г см}^{-3}, \quad t = t_*. \quad (16)$$

<sup>2</sup> Напомним, что нерелятивистский, ньютоновский аналог решений Фридмана строится для сферы конечного радиуса и для нее определяется кинетическая энергия (в системе отсчета, в которой центр сферы покоится) и потенциальная энергия (нулевое значение которой выбирается на бесконечности). Замечательно, что в этом случае все локальные свойства нерелятивистских моделей — и в частности законы поведения плотностей вещества и излучения — выражаются буквально теми же формулами, что и в решении Фридмана (см., например [1–3]). Под полной энергией  $E$  выше понимается сумма кинетической и потенциальной энергии любого шара конечного радиуса, "вырезанного" из общего не имеющего границ распределения вещества.

Затем Гамов делает второй шаг — из формулы (16) с помощью общего соотношения (6) (т.е. закона Стефана–Больцмана) он находит температуру излучения в "демаркационной точке":

$$T_* = T(t_*) = 320 \text{ К.} \quad (17)$$

Наконец, третье и последнее действие ведет к окончательному результату. Нужно взять температуру в "демаркационной точке" и пересчитать ее с помощью формул (1) и (8) на современную эпоху:

$$T_0 = T(t_0) = T_* \left( \frac{t_*}{t_0} \right) = 7 \text{ К.} \quad (18)$$

Цель, поставленная в работе, достигнута, и притом, как мы видим, самыми простыми математическими средствами. "Элементарно, дорогой Ватсон", — как сказано по похожему поводу у Гамова в одной из его научно-популярных книг.

#### 5. Точное, но бесполезное решение

Космологическая модель, использованная Гамовым, описывает Вселенную, заполненную веществом и излучением. Избегая любых математических усложнений, он воспользовался лишь асимптотическими формулами, вытекающими из этой модели. Но не стоит большого труда найти и точные формулы. Не желая интегрировать соответствующие уравнения фридмановской космологии (как-никак нелинейные), Гамов мог бы отыскать решение в литературе — в статьях Леметра или работах своих же сотрудников Альфера и Хермана. Приведем здесь это точное решение в параметрической форме, подобной соотношениям (3) и (13) [16]:

$$\begin{aligned} R &= R_m (\cosh \eta - 1) + R_r \sinh \eta, \\ t &= \frac{R_m (\sinh \eta - \eta)}{c} + \frac{R_r (\cosh \eta - 1)}{c}. \end{aligned} \quad (19)$$

Здесь каждое из равенств представляет собой сумму соответствующих выражений из решений только для вещества (3) и только для излучения (13) (хотя уравнения, из которых решение получено, и нелинейны). Нужно сказать, что в (19) постоянные интегрирования определяются несколько иначе, чем для решений (3) и (13):

$$\begin{aligned} R_m &= (2\kappa^{1/2})^{-1} \rho_m (\rho_c - \rho)^{-3/2}, \\ R_r &= \kappa^{-1/2} \rho_r^{1/2} (\rho_c - \rho)^{-1}. \end{aligned} \quad (20)$$

Здесь

$$\begin{aligned} \rho &= \rho_m + \rho_r, \\ \rho_c &= \frac{3}{8\pi G} H^2 \end{aligned} \quad (21)$$

— критическая плотность,  $H$  — постоянная Хаббла. Для определенности решение записано так, что в (19)  $R$  есть радиус кривизны трехмерного сопутствующего пространства.

Нетрудно видеть, что в точном решении (19) содержатся обе использованные Гамовым асимптотики для больших и малых времен, отсчитываемых от начала расширения. Здесь все, как у Гамова, однако из решения

(19)–(21) никак не получить современную температуру реликтового излучения.

Действительно, структура решения (19), очевидно, такова, что вещество и излучение фигурируют здесь симметрично, а постоянные  $R_m$  и  $R_r$ , представляющие в нем каждую из компонент космической среды, независимы друг от друга. Они произвольны в том смысле, что позволяют, если мы захотим, выбрать для современной эпохи любые значения плотностей вещества и излучения. Или иначе: для значений современной плотности вещества и современного возраста мира решение допускает, в принципе, любое современное значение плотности излучения (а следовательно, и его температуры), сколь угодно отличающееся от реально наблюдаемого. Раз так, в точном решении нет никакой связи между веществом и излучением, и, значит, задача Гамова не решается.

Но как он смог найти решение на приближенных асимптотических формулах? Не содержится ли в вычислениях Гамова какое-то неявное дополнительное предположение, вносящее в задачу необходимую связь между веществом и излучением? Вспомним, что определенная связь такого рода появляется в расчетах космологического нуклеосинтеза, когда в них учитывается условие правильного выхода гелия (30% по массе согласно наблюдениям).

В работе Гамова все так просто и прозрачно, что она как бы видна насквозь и ничего, кроме очевидного, в ней просто нет. Казалось бы, самая большая дерзость, которую он себе позволяет, это использование вместо точного решения двух асимптотик, сшиваемых в "демаркационной точке". Но этот метод очень широко используется в теоретической физике и обычно приводит к ясным и разумным результатам. В руках опытного теоретика — это эффективное средство анализа, быстро ведущее к цели. Метод сшивки, конечно, не может дать абсолютно точных цифр и годится лишь для приближенных оценок. Но дело сейчас не в точности результата, а в самой возможности или невозможности его получить.

## 6. Метод сшивки

Все, что делается у Гамова, выглядит очень естественно. Кто сомневается, что в начале космологического расширения в мире преобладало излучение, а его динамика описывалась параболическим законом? Столь же разумно считать, что в противоположном пределе преобладает вещество, а динамика выходит на инерционный режим (если плотность меньше критического значения, как полагали во времена Гамова и часто предполагают и сейчас). И первое, что в таких обстоятельствах хочется сделать, это произвести сшивку асимптотик и посмотреть, что из этого выйдет. Гамов как раз так и поступил.

Но когда результат, да еще столь грандиозный, как температура реликтового фона, получен, неплохо бы попытаться разобраться, откуда что взялось. Гамов оставил это своим читателям в качестве упражнения для самостоятельной работы. Судя по тому, о чем говорилось в п. 2, с этим заданием справились не все. Попробуем теперь и мы, воспользовавшись наводящими соображениями, которые подсказываются точным решением (19)–(21), приглядеться внимательно к процедуре сшивки, проделанной Гамовым.

Прежде всего нужно, по-видимому, учесть, что каждая из использованных им асимптотик представляет собой в действительности результат предельного перехода по двум независимым, вообще говоря, параметрам. Первый из них — отношение плотностей  $\rho_r/\rho_m$ , а второй — отношение энергий  $|E_g|/E$ , где  $E_g = -GM/R$  — гравитационная потенциальная энергия на единицу массы,  $M$  — масса внутри сферы радиуса  $R$ ,  $E = 1/2(dR/dt)^2 + E_g$  — полная энергия в расчете на единицу массы; мы снова пользуемся здесь ньютоновским описанием космологической динамики (см., как и выше, [1–3]). Асимптотике очень малых времен соответствует условие

$$\frac{\rho_r}{\rho_m} \gg 1, \quad \frac{|E_g|}{E} \gg 1, \quad (22)$$

а асимптотике очень больших времен — условие

$$\frac{\rho_r}{\rho_m} \ll 1, \quad \frac{|E_g|}{E} \ll 1. \quad (23)$$

Если рассматриваются пределы  $t \rightarrow 0$  или  $t \rightarrow \infty$ , то оба условия в каждой паре (22) и (23) выполняются, очевидно, одновременно. Но когда приходится протягивать эти асимптотики к какому-то промежуточному значению времени между нулем и бесконечностью, вопрос об одновременном выполнении условий требует специального анализа.

Например, при каком-то конечном значении времени может оказаться, что  $\rho_r/\rho_m \ll 1$ , но вместе с тем  $|E_g|/E \gg 1$ . В этом конкретном случае ни одна из двух использованных Гамовым асимптотик не действительна и нужно пользоваться решением вида  $R \propto t^{2/3}$  (это решение Эйнштейна–де Ситтера для вещества без давления).

Гамов исключает такого рода возможность. Прodelьваемая им сшивка асимптотик предполагает, что эпохи, когда  $\rho_r/\rho_m \ll 1$ , но  $|E_g|/E \gg 1$ , в истории Вселенной не существовало. Сшивка подразумевает, что условия в паре (22) выполняются при малых временах одновременно, а в "демаркационной точке" одновременно же сменяются на условия в паре (23). Другими словами, допускается, что в истории Вселенной имело место некое совпадение: переход от стадии преобладания излучения произошел одновременно с переходом от параболического режима расширения к инерциальному. Это и есть неявное дополнительное условие, которое делает задачу Гамова разрешимой.

Последнее можно наглядно проследить с помощью точного решения (19)–(21). Согласно этому решению плотности вещества и излучения оказываются равными при радиусе кривизны

$$R = R_{rm} = \frac{1}{2} \frac{R_r^2}{R_m}. \quad (24)$$

С другой стороны, смена динамического режима происходит при

$$R = R_{pi} = 2,7 R_r + 2,4 R_m, \quad (25)$$

причем условие (25) эквивалентно условию  $\eta = 1$ .

Если мы хотим, чтобы, как у Гамова, то и другое случилось одновременно, то должно выполняться условие

$$R_{\text{m}} = R_{\text{pi}}, \text{ или } R_{\text{r}} = 5,7 R_{\text{m}}. \quad (26)$$

Уравнение (26) вносит в задачу явную связь между характеристиками вещества и излучения, представляемыми в точном решении постоянными  $R_{\text{r}}$  и  $R_{\text{m}}$ . Легко видеть, что при выполнении этого условия точное решение приводит к определенной величине современной температуры реликтового излучения, и эта величина оказывается очень близкой к той, которую получил Гамов (при тех же значениях космологической плотности и возраста мира).

В статье Гамова, как мы могли видеть, нет двух произвольных постоянных, задающих порознь характеристики вещества и излучения в точном решении. И дополнительное условие типа (26) у него нигде не формулируется явно. Он и не использует это явно. А что не используется, то и не формулируется. "Вот вся воля, что здесь я применил", — мог бы сказать по этому поводу Гамов, большой любитель цитат, явных и скрытых, а также и мастер загадок, шуток и безобидных мистификаций как в науке, так и в жизни (см. его автобиографическую книгу [17] и посвященные ему сборник [9] и брошюру [5]).

## 7. Четыре замечания

Загадка работы Гамова теперь разъяснена и под конец остается сделать лишь несколько кратких замечаний.

1) Для целей работы Гамова условие (26) не обязательно фиксировать в точном виде. Достаточно в действительности и того, чтобы отношение  $|R_{\text{m}} - R_{\text{pi}}|/R_{\text{m}}$  было не слишком велико по сравнению с единицей. Тем самым была бы уже более или менее ограничена область точного решения, выпадающая из использованных Гамовым асимптотик (см. п. 6). В частности, ничему противоречит, вообще говоря, близкое к (26) равенство  $R_{\text{m}} = R_{\text{r}}$ , при выполнении которого точное решение весьма сильно упрощается [18].

2) Неявное дополнительное условие, сделавшее задачу Гамова разрешимой, не вытекает непосредственно из каких-либо независимых физических или астрономических соображений. Оно полностью произвольно.

Но вместе с тем оно ничему в науке не противоречило и полностью соответствовало состоянию космологии 50-х годов. Можно сказать, что оно не противоречит и космологии сегодняшнего дня, если смотреть на вещи не слишком узко. (Что кажется уместным, когда речь идет о Вселенной в целом.)

Можно ли сказать, что дополнительное условие оправдывается *post factum*, когда в наблюдениях изменена температура, очень близкая к предсказанной?

Как всегда в таких случаях, совпадение теоретического результата с экспериментом или наблюдением — удача теоретика, но оно еще не служит экспериментальным доказательством всех принятых в теории допущений. В частности, из результата Гамова, столь удачно совпавшего с наблюдательными данными, отнюдь не следует, что история Вселенной состояла только из двух описанных им эпох, разделенных "демаркационной точкой". Многие предпочитают сейчас, например, космологическую модель, в которой от начала расширения мира и до современной эпохи динамика Вселенной следовала параболическому режиму. Так обстоит дело в весьма популярной в последние десять лет инфляционной тео-

рии. В этом случае после эпохи преобладания излучения наступает и длится до наших дней (а затем и неограниченно во времени) эпоха, характеризующаяся неравенствами

$$\frac{\rho_{\text{r}}}{\rho_{\text{m}}} \ll 1, \quad \frac{|E_{\text{g}}|}{E} \gg 1. \quad (27)$$

Эта эпоха полностью исключена из гамовской космологической картины (см. п. 6). При подобных обстоятельствах использованный Гамовым метод сшивки асимптотик не работает и температуру излучения определить таким путем невозможно. А между тем и для инфляционной модели расчеты по нуклеосинтезу дают верную величину современной температуры реликтового излучения.

3) Вспомним снова об использованном Гамовым значении возраста мира и посмотрим, как именно зависит от него результат расчета. Пользуясь формулами пп. 3, 4, можно представить окончательный результат Гамова в следующем виде:

$$T_0 = 7 \sqrt{\frac{\rho_0}{10^{-30} \text{ г см}^{-3}}} \sqrt{\frac{t_0}{3 \text{ млрд. лет}}}. \quad (28)$$

Если перенестись в 70-е годы, когда писалась книга [6], то вместо 3 млрд. лет нужно было бы подставить принятые тогда 13 млрд. лет. Температура оказалась бы в 2 раза выше, чем у Гамова — разница невелика.

Однако действуя в соответствии с "исторической правдой", мы должны были бы не только для возраста, но и для плотности вещества принять значения, которые бытовали в космологии в те же годы. Тогда предпочитали  $\rho_0 = (1 - 3) \cdot 10^{-31} \text{ г см}^{-3}$ . Обе новые цифры дали бы  $T_0 = 5-8 \text{ К}$ , что, прямо скажем, ничуть не хуже, чем у Гамова.

Но и это не все. К 70-м годам стало ясно, что вместе с реликтовыми фотонами во Вселенной должны существовать нейтрино и другие реликтовые ультрарелятивистские частицы (по большей части не известные по лабораторным экспериментам). Их вклад в плотность мира мог бы в 5, а то и 50 раз превышать вклад фотонов. Если так, то пересчет по гамовским формулам дал бы  $T_0 = 2-5 \text{ К}$ , т.е. мы получили бы интервал температур, который включает в себя современное точное экспериментально измеренное значение температуры.

4) Впервые 3 К как температура реликтового фона появились в литературе в 1950 г. Об этом объявил Гамов в занимательной научно-популярной статье, опубликованной в журнале "Physics Today" [19]. Откуда он это взял?

Вот ответ на этот вопрос, который имеется у Альфера и Хермана [13]: "Зная, конечно, о наших вычислениях в то время, он мог просто взять и в своей неподражаемой манере округлить результат!"

Вычисления молодых людей давали значение температуры, если учесть реальные неопределенности, о которых Гамов, конечно, отдавал себе отчет, в интервале от 1 до 10 К. Середина (логарифмическая) этого интервала — как раз круглая цифра 3. Ее и назвал Гамов. Никаких "научных" оснований предпочесть ее, например, цифре 5, которая формально получалась тогда в расчетах космологического нуклеосинтеза, он, конечно, не имел.

Но у Гамова были, как можно догадываться, весьма личные отношения с теоретической физикой. Он смотрел на нее как на вольное, слегка даже легкомысленное искусство — и время от времени получал в ответ

большие и маленькие подарки. Такие, как эти 3 К из "Physics Today", доставшиеся без трудов и усилий и точно совпавшие с первыми измерениями Пензиаса и Вилсона. Очевидно, что и 7 К из статьи 1953 г. — это тоже приз из тех, что выпадают на долю "избранных, счастливых праздных, единого прекрасного жрецов".

## Заключение

В работе Гамова нет ошибки. Это на редкость удачное произведение теоретического искусства. Его текст до сих пор звучит легко и четко, как бы чуть-чуть наивно.

Это правильная работа. В ней отсутствует, может быть, что-то еще, что хотелось бы увидеть, но зато есть все, что требуется по известной трехчленной формуле: глубина (в замысле), смелость (взял и сшил) и стройность (раз, два, три!).

В предисловии к книге [17] С. Улам написал: "Мой покойный друг, математик С. Банах сказал мне однажды: хорошие математики видят аналогии между теоремами или теориями, а самые лучшие видят аналогии между аналогиями. Этой способностью видеть аналогии между моделями для физических теорий Гамов обладал до почти немислимой степени. В наши дни, когда используют все более и более сложную математику, пожалуй, изощренную сверх всякой меры, было удивительно видеть, как далеко он мог продвигаться с помощью интуитивных картинок и аналогий, почерпнутых путем сравнений из области истории или даже искусства".

### Благодарности

Я высоко ценю переписку по теме этих заметок с проф. Ральфом Альфером и проф. Робертом Херманом, признанными классиками космологической науки. Благодарен им за присылку оттиска их работы с Гамовым 1967 г. [20] — это была его последняя научная публикация; в ней тоже речь шла о реликтовом излучении и цитировалась — вполне положительным образом — работа [4].

Хотелось бы поблагодарить библиотеку Академии наук в Петербурге; статья Гамова 1953 г., невесть какими путями попавшая в БАН (или теперь БРАН?) в виде отдельного оттиска, была там аккуратно переплетена, одета в твердую обложку и в ней благополучно прошла огонь и воду злосчастного пожара.

Я благодарен проф. Джину Берду из Университета штата Алабамы, Таскалуза, за рассказ о лекции, кото-

рую Гамов прочитал в Техасе в 1967 г.: конспект бережно сохранен — речь шла про то, как он некогда вычислил температуру реликтового излучения с помощью "графика Божественного творения".

Наконец, хотелось бы вспомнить с благодарностью об обсуждениях космологических вопросов с товарищами по работе, теоретиками Ленинградского физтеха, когда они разрабатывали новый оригинальный курс общей физики (для Политехнического института), первым разделом которого была ...космология. Вот вопрос, заданный тогда А.Л. Эфросом: в космологии так сложно вычисляется температура реликта через ядерные реакции; а можно ли просто взять две асимптотики — такую-то и такую-то, сделать сшивку и из нее найти температуру? Данные заметки представляют собой, по сути дела, подробный ответ на этот вопрос. А краткий ответ был такой: во-первых, нельзя, а во-вторых, это давно уже сделано Гамовым.

## Список литературы

1. Peebles P J E *Physical Cosmology* (Princeton: Princeton Univ. Press, 1971; перевод: (М.: Мир, 1975)
2. Зельдович Я Б, Новиков И Д *Строение и эволюция Вселенной* (М.: Наука, 1975)
3. Weinberg S (New York: Wiley, 1972); перевод: (М.: Мир, 1976)
4. Gamow G *Det Kongelige Danske Videnskabernes Selskab, Mat.-Fis. Medd.* **27** (10) 1 (1953)
5. Френкель В Я, Чернин А Д *От альфа-распада до Большого Взрыва* (М.: Знание, 1990)
6. Weinberg S *The First Three Minutes* (New York: Basic Books, 1977); перевод: (М.: Атомиздат, 1980)
7. Penzias A A, Wilson R W *Astrophys. J.* **142** 419 (1965)
8. Dicke R H et al. *Astrophys. J.* **142** 414 (1965)
9. Penzias A In *Cosmology, Fusion, and Other Matters: Georg Gamow Memorial Volume* (Ed. Reines F) (London: A. Hilger, 1972) p. 34
10. Gamow G *Phys. Rev.* **70** 572 (1946)
11. Alpher R, Herman R *Phys. Rev.* **74** 1737 (1948)
12. Mather J C COBE Preprint No. 93-10 (1993)
13. Alpher R A, Herman R. In *Modern Cosmology in Retrospect* (Eds. Bertotti B et al.) (Cambridge Univ. Press, 1990) p. 129
14. Gamow G *Vistas in Astronomy* **2** 1726 (1956)
15. *Cosmological Constants: Papers in Modern Cosmology* (Bernstein J., Feinberg G.) (New York: Columbia Univ. Press, 1986)
16. Чернин А Д *Астрон. эж.* **42** 1124 (1965)
17. Gamow G *My World Line. An Informal Autobiography* (New York: The Viking Press, 1970)
18. Chernin A D *Nature* **220** 250 (1968)
19. Gamow G *Physics Today* **3** (8) 76 (1950)
20. Alpher R A, Gamow G, Herman R *Proc. Nat. Acad. Sci.* **58** 2176 (1967)

## HOW GAMOW CALCULATED THE TEMPERATURE OF THE MICROWAVE BACKGROUND RADIATION OR A FEW WORDS ABOUT THE FINE ART OF THEORETICAL PHYSICS

A D Chernin

P.K. Sternberg Astronomical Institute, Moscow University  
Vorob'evy Gory, 119899, Moscow, Russia  
Tel. (7-095) 939-1622; E-mail: chernin@neptun.sai.msu.su

In a paper of 1953, written more than a decade before the observational discovery of the cosmic microwave background radiation, George Gamow gave a theoretical prediction of the temperature of this radiation. He estimated it as 7 K which was very close to the measured 3 K. Gamow based his calculations on the general formulas of cosmological dynamics. His estimate was not related to the primeval nucleosynthesis. The latter has given rise to some doubts, expressed in a number of publications of 70–90's, but no concrete error has never been pointed out in his estimates. A detailed analysis enables one to clarify why Gamow's result became possible. His calculation proves actually to involve an implicit additional assumption, and because of this the estimate does not need any information about the nucleosynthesis. This assumption is discussed in the context of the state of cosmology in 50–70's, as well as the current state of this branch science.

Bibliography — 20 references

Received 4 January 1994, revised 30 March 1994