Май 1994 г. *Том 164, № 5*

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ

Об особенностях движения заряженных нерелятивистских частиц в переменном поле

Б.М. Болотовский, А.В. Серов

Показано, что частица в переменном силовом поле в общем случае не колеблется около точки покоя, а совершает систематический дрейф. Скорость этого дрейфа зависит от начальных условий.

PACS numbers: 03.50.D

Рассмотрим переменное электрическое поле $E(t)$, зависящее от времени t. Пусть среднее значение электрического поля по времени равно нулю. Такому условию, в частности, удовлетворяет поле плоской монохроматической электромагнитной волны. Поместим в это поле покоящуюся частицу с массой m и зарядом e и зададимся вопросом о характере ее движения. Естественно предположить, что частица будет совершать колебания относительно точки покоя. Такое утверждение содержится в некоторых учебных руководствах (см., например, [1]). Однако такое предположение в общем случае неверно. Оказывается, что в знакопеременном поле частица не только колеблется, но и совершает систематический дрейф. Действительно, рассмотрим простой пример. Пусть электрическое поле E зависит от времени по гармоническому закону с частотой ω

$$E = E_0 \cos(\omega t + \varphi), \tag{1}$$

где φ — фаза поля в начальный момент.

Уравнение движения частицы в таком поле имеет вид

$$m\ddot{x} = eE_0 \cos(\omega t + \varphi). \tag{2}$$

Общее решение этого уравнения имеет вид

$$x(t) = -eE_0(m\omega^2)^{-1} \cos(\omega t + \varphi) + At + B, \tag{3}$$

где A и B произвольные постоянные, не зависящие от времени и определяемые из начальных условий. Потребуем, чтобы в начальный момент времени $t = 0$ частица покоилась в начале координат, т. е.

$$x(t = 0) = 0, \quad \dot{x}(t = 0) = 0. \tag{4}$$

Б.М. Болотовский, А.В. Серов. Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, 142092, Москва, Ленинский просп., 53
Тел. (095) 132-62-35

Статья поступила 21 января 1994 г.

Тогда постоянные A и B легко находятся:

$$A = -eE_0(m\omega)^{-1} \sin \varphi, \quad B = eE_0(m\omega^2)^{-1} \cos \varphi, \tag{5}$$

а решение (3) записывается в виде

$$x(t) = -eE_0(m\omega^2)^{-1} \cos(\omega t + \varphi) - \\ - eE_0 t(m\omega)^{-1} \sin \varphi + eE_0(m\omega^2)^{-1} \cos \varphi. \tag{6}$$

Формула (6) дает закон движения заряженной частицы в переменном поле вида (1). Мы здесь не учитываем действие магнитного поля, хотя магнитное поле присутствует в каждой электромагнитной волне. Если считать, что частица совершает нерелятивистское движение, то пренебрежение магнитным полем вполне оправданно.

Из формулы (6) для траектории частицы следует, что в знакопеременном поле частица совершает систематическое направленное движение со скоростью V, которая численно равна постоянной A

$$V = A = -eE_0(m\omega)^{-1} \sin \varphi. \tag{7}$$

Из формулы (7) видно, что систематическое движение отсутствует только при $\sin \varphi = 0$, т.е. только при отдельных значениях начальной фазы. А для всех остальных значений фазы φ частица систематически перемещается параллельно направлению электрического поля. Очевидно, что в зависимости от значения начальной фазы φ дрейф может быть направлен либо в положительном, либо в отрицательном направлении оси x. Если все значения начальной фазы равновероятны, то скорость дрейфа, усредненная по φ, равна нулю. При этом имеются две группы частиц, дрейфующих в противоположных направлениях.

Если начальная скорость частицы не равна нулю, то в переменном поле (1) к начальной скорости частицы добавится скорость дрейфа. Действительно, если вместо условия (4) потребовать выполнения условий

$$x(t = 0) = 0, \quad \dot{x}(t = 0) = V_0, \tag{8}$$

то для постоянных A и B в решении (3) имеем

$$A = -eE_0(m\omega)^{-1} \sin \varphi + V_0,$$
$$B = eE_0(m\omega^2)^{-1} \cos \varphi. \tag{9}$$

Поскольку постоянная A, как видно из (3), имеет смысл скорости систематического перемещения, то мы видим, что в рассматриваемом случае к начальной скорости движения добавляется скорость дрейфа.

С учетом (7) ограничение нерелятивистскими скоростями выражается неравенством

$$eE_0(m\omega)^{-1} < c, \quad \text{или} \quad eE_0\lambda(2\pi mc^2)^{-1} < 1, \tag{10}$$

где $\lambda = 2\pi c/\omega$ — длина волны, соответствующая частоте ω. Тот факт, что в знакопеременном поле (1) частица совершает систематический дрейф может показаться странным. Однако простое рассмотрение позволяет понять этот факт. Пусть в формуле (1) для поля, действующего на частицу, начальная фаза $\varphi = -(\pi/2)$. Тогда сила, действующая на частицу, может быть записана в виде

$$F = eE_0 \sin(\omega t). \tag{11}$$

На протяжении первого полупериода эта сила положительна, поэтому ускорение частицы тоже положительно и скорость частицы непрерывно возрастает (мы полагаем, что в согласии с начальными условиями частица покоилась при $t = 0$). В течение второго полупериода сила отрицательна, следовательно, ускорение также отрицательно, и скорость частицы падает. Нетрудно видеть, что в конце периода скорость обращается в нуль, т.е. в конце периода, как и в начале, частица покоится. Но за один период колебаний волны частица успевает пройти конечное расстояние $2\pi eE_0/m\omega^2$. За каждый последующий период частица пройдет точно такое же расстояние.

Рассмотрим кинетическую энергию W частицы, движущейся в поле волны. Очевидно,

$$W = \frac{1}{2} m\dot{x}^2, \tag{12}$$

где скорость частицы $\dot{x}$ определяется из формулы (6)

$$\dot{x} = eE_0(m\omega)^{-1} \sin(\omega t + \varphi) - eE_0(m\omega)^{-1} \sin \varphi. \tag{13}$$

Подставим это выражение для скорости частицы в формулу (12) для кинетической энергии и проведем усреднение по периоду волны. Мы получим

$$\bar{W} = e^2E^2(4m\omega^2)^{-1} + e^2E^2(2m\omega^2)^{-1} \sin^2 \varphi, \tag{12'}$$

где черта сверху над W означает усреднение по времени. Первый член этой формулы дает среднюю энергию колебательного движения частицы в поле волны. Второй член описывает среднюю по времени энергию систематического дрейфа. Видно, что при $\varphi = \pi/2$ энергия систематического дрейфа вдвое превышает энергию колебательного движения.

Наличие систематического дрейфа у частицы в поле волны меняет качественную картину рассеяния света на свободных частицах. Обычно при рассмотрении томсоновского рассеяния предполагается, что заряженная частица в поле волны совершает колебания с частотой волны и не имеет систематического движения [2]. Наличие систематического смещения приводит к изменению углового распределения и дает смещение рассеянной частоты. Эти эффекты имеют порядок малости A/c и во многих случаях их можно не учитывать. Однако для случая, когда рассматривается рассеяние высокомонохроматичного лазерного излучения на заряженных частицах, эффект сдвига частоты может быть обнаружен и измерен.

Рассматриваемое явление может оказать существенное влияние на движение заряженных частиц, образующихся при фотоионизации атомов в пучке лазерного излучения. Причиной ионизации не обязательно является излучение лазера. Ионизирующее излучение может быть получено от дополнительного источника. Электроны, возникшие в процессе ионизации, взаимодействуют с пучком лазерного излучения. Обычно, рассматривая это взаимодействие, считают, что оно обусловлено так называемой силой Гапонова–Миллера [3]

$$F = -e^2(4m\omega^2)^{-1}\nabla\bar{E}^2. \tag{14}$$

Из этой формулы видно, что действие силы (14) в лазерном пучке с аксиально симметричным распределением напряженности поля E сводится к выталкиванию частицы из области сильного поля. Причем эта сила зависит только от расстояния частицы до оси пучка и не зависит от поляризации поля. Очевидно, такое рассмотрение не принимает в расчет систематический дрейф частицы в поле волны. Учет дрейфа приведет к тому, что распределение по азимуту для частиц, выталкиваемых из пучка, будет неизотропным в отличие от того распределения, которое возникло бы при учете только аксиально-симметричной в данном случае силы Гапонова–Миллера. Кроме того, при учете дрейфа энергия вылетающих из светового пучка частиц будет зависеть от угла между скоростью частицы при вылете и направлениям поляризации пучка.

Очевидно, что дрейф частиц под действием периодических сил имеет место для сил любой природы, а не только для электрической силы. В связи с этим отметим, что Л.П. Грищук рассмотрел дрейф массивной частицы под действием гравитационной волны [4]. В работе В.Б. Брагинского и Л.П. Грищука [5] было предложено использовать это явление для обнаружения гравитационных волн.

Знакопеременная сила трения также может вызвать систематическое перемещение тел. Если лента транспортера совершает возвратно-поступательное движение, то предметы, лежащие на ленте, могут при определенных условиях перемещаться в нужном направлении.

Список литературы

1. Матвеев А.Н. *Механика и теория относительности* (М.: Высшая школа, 1976), с. 251.
2. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Теория поля* (М.: Наука, 1973).
3. Гапонов А.В., Миллер М.А. О потенциальных ямах для заряженных частиц в высокочастотном электромагнитном поле. *ЖЭТФ* **34** (2), 242 (1958).
4. Грищук Л.П. Дрейф частиц в поле гравитационной волны. *ЖЭТФ* **66** (3), 833 (1974).
5. Брагинский В.Б., Грищук Л.П. Кинематический резонанс и эффект памяти в гравитационных антеннах на свободных массах. *ЖЭТФ* **89** (3 (9)), 744 (1985).

CHARACTERISTICS OF THE MOTION OF CHARGED NONRELATIVISTIC PARTICLES IN AN ALTERNATING FIELD

B.M. Bolotovskii, A.V. Serov
P.N. Lebedev Physics Institute, Russian Academy of Sciences
53, Leninskii Prospect, 142092, Moscow, Russia
Tel. (095) 132-6235

It is shown that a particle in an alternating field of force does not in the general case oscillate around its initial position but undergoes a systematic drift. The velocity of the drift depends on initial conditions.

Bibliography — 5 references

Received 21 January 1994