

## ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

Ускорение поляризованных протонов  
до высоких энергий в синхротронах

Ю.М. Адо, В.А. Анферов

*Рассматриваются вопросы, связанные с ускорением поляризованных протонов до высоких энергий в синхротронах. Сохранение поляризации пучка при ускорении в синхротронах достигается с помощью метода "сибирских змеек". Изучаются проблемы, возникающие при практической реализации этого метода. Анализируется воздействие "сибирских змеек" на динамику пучка в ускорителе, дается оценка необходимого числа змеек для предотвращения деполяризации пучка. Приводится методика расчета практических схем "сибирских змеек", состоящих из набора диполей или использующих магниты с непрерывным геликоидальным полем.*

PACS numbers: 29.20.Lq, 29.27.Hj, 14.20.D

## Содержание

1. Введение (1239).
  2. Необходимое число "сибирских змеек" (1240).
  3. Расчет практических схем "сибирских змеек" (1240).
    - 3.1. Выбор симметрии магнитного поля змейки. 3.2. Дискретные схемы "сибирских змеек". 3.3. Геликоидальные схемы "сибирских змеек".
  4. Влияние "сибирских змеек" на динамику пучка в ускорителе (1246).
    - 4.1. Фокусирующий эффект змейки. 4.2. Возмущение дисперсионной функции.
  5. Заключение (1247).
- Список литературы (1248).

## 1. Введение

Трудности, возникающие в циклических ускорителях при ускорении поляризованных частиц, связаны с существованием резонансов спинового движения, большое число которых пересекается в процессе ускорения и приводит к деполяризации пучка. Невозмущенное движение спина частицы в ускорителе обусловлено взаимодействием собственного магнитного момента частицы с внешним магнитным полем и представляет собой прецессию спина частицы вокруг вертикального магнитного поля ускорителя, формирующего замкнутую орбиту движения частицы. Так как магнитное поле синхротрона растет в

процессе ускорения, то обобщенная спиновая частота, или число оборотов спина вокруг оси прецессии за один оборот частицы, линейно растет с энергией:

$$\nu_{sp} = G\gamma, \quad (1)$$

где  $G$  — аномальный магнитный момент частицы (для протонов значение  $G = 1,79285$ ),  $\gamma$  — лоренц-фактор.

Прецессия вокруг вертикального магнитного поля возмущается различного рода горизонтальными полями, присутствующими на траектории движения частицы. Спектр таких горизонтальных возмущений определяет частоты спиновой прецессии, при приближении к которым вертикальное направление спина становится неустойчивым и происходит деполяризация. Под деполяризующими резонансами понимаются отдельные гармоники возмущающего поля, разрушающие поляризацию пучка на определенных для каждого резонанса частотах прецессии спина. Линейная зависимость спиновой частоты от энергии приводит к тому, что при ускорении пучка пересекается большое число деполяризующих резонансов.

При энергиях ускорителя 10–20 ГэВ число опасных резонансов невелико, поэтому эффективными являются методы индивидуальной коррекции спиновых резонансов, включающие:

1) метод компенсации опасных гармоник несовершенств магнитной структуры;

2) скачкообразное изменение бетатронных частот при прохождении внутренних спиновых резонансов.

Однако применение этих методов становится практически невозможным уже при 30 ГэВ из-за роста числа спиновых резонансов и их мощности. В области высоких энергий необходимо использование метода "сибирских змеек" [1, 2], основанного на введении специальных устройств (змеек) в магнитную структуру ускорителя. Каждая змейка поворачивает спин частиц на  $180^\circ$  вокруг

Ю.М. Адо, В.А. Анферов. Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, физический факультет, 119899, Москва, Воробьевы горы  
Тел. (095) 939-49-46  
Факс (095) 230-23-37  
E-mail: anferov@mich.physics.lsa.umich.edu

Статья поступила 8 августа 1994 г.

горизонтальной оси и в то же время является оптически прозрачной для орбитального движения частиц в ускорителе. Введение одной или нескольких змеек в магнитную структуру ускорителя позволяет получить не зависящую от энергии обобщенную спиновую частоту и, таким образом, избежать пересечения спиновых резонансов.

В данном обзоре обсуждаются проблемы, возникающие при реализации метода "сибирских змеек" в ускорителях протонов высоких энергий. В качестве системы координат для описания спинового и бетатронного движения частиц используется ускорительная система отсчета ( $\mathbf{e}_x$ ,  $\mathbf{e}_y$ ,  $\mathbf{e}_z$ ), где ось  $\mathbf{e}_y$  направлена по касательной к орбите пучка, а оси  $\mathbf{e}_x$ ,  $\mathbf{e}_z$  — вдоль радиального и вертикального направлений.

## 2. Необходимое число "сибирских змеек"

Необходимое число "сибирских змеек" в ускорителе определяется критерием сохранения поляризации пучка, который в ускорителе со змейками выражается в требовании малости возмущения поляризации между двумя последовательными прохождениями змеек. Возмущения в этом случае должны быть малы настолько, чтобы не разрушать управления поляризацией пучка змейками.

При условии, что змейки расположены на одинаковом расстоянии друг от друга  $\theta = 2\pi/N_s$ , максимальное возмущение поляризации между двумя змейками определяется мощностью наиболее сильных спиновых резонансов, отклоняющих спин от устойчивого направления на угол

$$\xi = \frac{2\pi}{N_s} \varepsilon_{\max}, \quad (2)$$

где  $N_s$  — число змеек в ускорителе,  $\varepsilon_{\max}$  — ширина (мощность) деполаризующего резонанса.

Воздействие отдельной змейки на спин тоже можно описать как когерентное для всех частиц возмущение с мощностью  $\varepsilon_s = 0,5$ , так как змейка поворачивает спин всех частиц на  $180^\circ$ . Таким образом,  $N_s$  змеек в ускорителе будут контролировать движение спина частиц при условии

$$N_s \varepsilon_s = N_s \cdot 0,5 \gg \varepsilon_{\max}. \quad (3)$$

Для получения более удобной практической оценки необходимо определить, насколько сильнее деполаризующих резонансов должно быть воздействие змеек для сохранения контроля над спиновым движением. При пересечении резонанса мощности  $\varepsilon$  с постоянной скоростью  $\alpha = dv_{sp}/d\theta$  начальная и конечная поляризация пучка связаны соотношением [3]

$$P_f = P_i \left[ 2 \exp\left(-\frac{\pi \varepsilon^2}{2\alpha}\right) - 1 \right]. \quad (4)$$

Резонанс начинает контролировать спиновое движение в случае  $\varepsilon^2 \gg 2\alpha/\pi$ , при этом происходит переворачивание поляризации. Подставляя в качестве мощности резонанса  $\varepsilon = 0,5N_s - \varepsilon_{\max}$ , получаем критерий для оценки необходимого числа змеек, контролирующих спиновое движение:

$$N_s > 2\varepsilon_{\max} + \sqrt{\frac{8}{\pi} \alpha \eta}, \quad (5)$$

где параметр  $\eta = -\ln(P_f/2P_i + 1/2)$  может быть выбран равным 6, что соответствует  $P_f = -0,995P_i$ . В таком

подходе спиновый резонанс рассматривается изолированным (т. е. ширина резонанса много меньше расстояния до соседних резонансов). Однако такое допущение становится неверным при больших энергиях, так как рядом с наиболее сильными внутренними резонансами располагаются резонансы несовершенств. Поэтому в формуле (5) необходимо рассматривать  $\varepsilon_{\max}$  как сумму мощностей внутреннего резонанса и резонанса несовершенств.

Рассмотрим в качестве примера протонный синхротрон У-70 (ИФВЭ, Протвино) и сооружаемый в настоящее время ускоритель первой ступени УНК-1. Максимальные мощности внутренних резонансов для них равны 0,12 и 0,55<sup>1</sup> соответственно. С учетом темпов ускорения  $\alpha_{У-70} = 4,23 \cdot 10^{-5}$  и  $\alpha_{УНК} = 6 \cdot 10^{-4}$  получаем, что число змеек  $N_s$  должно превышать 0,26 в У-70 и 1,2 в УНК-1. Таким образом, для сохранения поляризации необходимо использование одной змейки в У-70 и пары змеек с ортогональными осями в УНК-1 [4].

В заключение отметим, что приведенная оценка не учитывает возмущений высокого порядка, известных как резонансы змеек. Однако при выборе бетатронных частот вдали от полупелых значений условие (5) с хорошей точностью совпадает с оценками, учитывающими эффекты змеек [5].

## 3. Расчет практических схем "сибирских змеек"

Магнитное поле, поперечное к направлению движения частиц, поворачивает спин на угол, не зависящий от энергии частиц. Поэтому для ускорителей высоких энергий "сибирская змейка" обычно рассматривается в виде комбинации дипольных магнитов, сохраняющих орбиту пучка на выходе из змейки.

Сделаем оценку числа диполей, необходимого для создания "сибирской змейки". Требование сохранения замкнутой орбиты пучка дает четыре условия на параметры магнитов змейки: изменение положения и направления орбиты в горизонтальной и вертикальной плоскостях должны быть равны нулю, т.е.  $\Delta x = \Delta x' = \Delta z = \Delta z' = 0$ . Требование поворота спина в змейке на  $180^\circ$  и два угла, определяющие горизонтальную ось змейки, накладывают три дополнительных условия. Всего получается семь условий.

С другой стороны, каждый дипольный магнит имеет два свободных параметра: направление поля и угол поворота спина в магните, т.е. интеграл поля. Так как число свободных параметров должно быть больше или равно числу налагаемых условий, то минимальное число магнитов в змейке равно четырем. Решение в общем виде всех семи условий змейки, являющихся нелинейными уравнениями, является слишком сложной проблемой. Поэтому мы будем рассматривать схемы змеек, где большинство этих условий разрешается автоматически, с помощью выбора определенной симметрии магнитного поля змейки.

### 3.1. Выбор симметрии магнитного поля змейки

Рассмотрим, как упрощаются условия восстановления орбиты пучка при выборе определенной симметрии магнитного поля змейки. Изменение направления

<sup>1</sup> При ускорении пучка до 400 ГэВ.

орбиты пучка в поперечном магнитном поле пропорционально интегралу такого поля. Следовательно, сохранение направления орбиты после прохождения змейки достигается при условии, что интеграл поля змейки равен нулю:

$$\Delta \mathbf{v} = \frac{e}{m\gamma c} \mathbf{e}_y \times \int_0^{L_s} \mathbf{B} dy = 0, \quad (6)$$

где  $L_s$  — длина змейки. Помимо этого условия, оптическая прозрачность змейки требует еще и восстановления положения орбиты после прохождения змейки, которое определяется уравнением

$$\Delta \mathbf{r} = \frac{e}{pc} \int_0^{L_s} dl \int_0^l dy (B_z \mathbf{e}_x - B_x \mathbf{e}_z) = 0. \quad (7)$$

Конфигурация магнитного поля змейки может иметь симметрию двух видов. Проекция магнитного поля на горизонтальное или вертикальное направление является либо симметричной относительно центра змейки, либо антисимметричной:

$$B_z(y) = B_z(L_s - y) \quad \text{или} \quad B_z(y) = -B_z(L_s - y). \quad (8)$$

Очевидно, что при выборе антисимметричной конфигурации поля восстановление направления орбиты достигается автоматически.

Выражение для сдвига орбиты пучка в горизонтальной плоскости можно переписать, разделяя вклад симметричных частей змейки:

$$\Delta x = \frac{e}{pc} \left\{ \int_0^{L_s/2} dl \int_0^l dy [B_z(y) - B_z(L_s - y)] + \right. \\ \left. + \frac{L_s}{2} \int_0^{L_s/2} dy [B_z(y) + B_z(L_s - y)] \right\}. \quad (9)$$

Нетрудно заметить, что при выборе симметричной конфигурации одной из проекций поля змейки сдвиг орбиты пучка в горизонтальной плоскости равен нулю, если интеграл поля змейки тоже равен нулю, т.е. условия восстановления направления орбиты и ее положения в этом случае совпадают.

В случае антисимметричной проекции поля выражение для сдвига орбиты упрощается и становится равным удвоенному значению искажения орбиты в центре змейки:

$$\Delta x = \frac{2e}{pc} \int_0^{L_s/2} dl \int_0^l dy B_z(y) = 2\Delta x \left( \frac{L_s}{2} \right). \quad (10)$$

Таким образом, восстановление орбиты пучка в одной из плоскостей достигается, если:

1) соответствующая проекция магнитного поля симметрична относительно центра змейки и интеграл этой проекции по длине змейки равен нулю;

2) проекция поля антисимметрична и искажение орбиты в центре змейки равно нулю.

Рассмотрим влияние симметрии поля змейки на ориентацию оси вращения спина. Поворот спина в

дипольном магните с направлением поля вдоль  $\mathbf{n}_B$  удобно записывать в спинорном представлении [7]:

$$\hat{R} = \exp \left\{ -\frac{i}{2} (\mathbf{n}_B \cdot \boldsymbol{\sigma}) \varphi \right\} = \hat{I} \cos \frac{\varphi}{2} - i (\mathbf{n}_B \cdot \boldsymbol{\sigma}) \sin \frac{\varphi}{2}, \quad (11)$$

где  $\hat{I}$  — единичная матрица,  $\boldsymbol{\sigma} = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$  — вектор, составленный из матриц Паули,  $\varphi = \int B dl / 1,746$  — угол вращения спина протона в дипольном магните.

Покажем, что если обе проекции магнитного поля змейки выбраны симметричными относительно центра змейки, то ось змейки лежит в плоскости, поперечной к направлению движения частиц. Это нетрудно сделать, обратив внимание на тот факт, что результатом трех последовательных поворотов<sup>2</sup> ( $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{a}$ ) будет преобразование вращения, ось которого лежит в плоскости векторов  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ :

$$\hat{R} = \exp(i\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{a}) \exp(i\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{b}) \exp(i\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{a}). \quad (12)$$

Таким образом, для любой симметричной конфигурации дипольных магнитов результирующая ось вращения спина лежит в той же плоскости, что и поля отдельных магнитов:

$$\hat{R} = \hat{R}_1 \hat{R}_2 \dots \hat{R}_n \hat{R}_n \dots \hat{R}_2 \hat{R}_1. \quad (13)$$

С другой стороны, если вертикальная компонента поля змейки является антисимметричной, а горизонтальная — симметричной относительно центра змейки, то результирующая ось вращения спина лежит в горизонтальной плоскости. С помощью непосредственных вычислений можно показать, что добавка к вращению вокруг горизонтальной оси антисимметричной комбинации поворотов вокруг вертикальной оси или симметричной комбинации поворотов вокруг оси  $\mathbf{e}_x$  оставляет ось вращения горизонтальной:

$$\exp \left( \frac{i}{2} \alpha \sigma_z \right) \exp \{ i\beta (\sigma_x \cos \varphi + \sigma_y \sin \varphi) \} \exp \left( -\frac{i}{2} \alpha \sigma_z \right) = \\ = \exp \{ i\beta [\sigma_x \cos(\varphi - \alpha) + \sigma_y \sin(\varphi - \alpha)] \}, \quad (14)$$

$$\exp \left( \frac{i}{2} \alpha \sigma_x \right) \exp \{ i\beta (\sigma_x \cos \varphi + \sigma_y \sin \varphi) \} \exp \left( \frac{i}{2} \alpha \sigma_x \right) = \\ = \hat{I} (\cos \beta \cos \alpha - \sin \beta \sin \alpha \cos \varphi) + \\ + i\sigma_x (\cos \beta \sin \alpha + \sin \beta \cos \alpha \cos \varphi) + i\sigma_y \sin \beta \sin \varphi. \quad (15)$$

Для любой конфигурации дипольных магнитов с антисимметричной вертикальной и симметричной горизонтальной компонентами поля вокруг центра змейки будут встречаться только комбинации вида (14) и (15). Следовательно, результирующая ось вращения является горизонтальной.

Таким образом, выбор симметрии магнитного поля, помимо упрощения условий восстановления орбиты пучка, определяет один из углов ориентации оси змейки. В итоге из исходных семи условий получения оптически прозрачной змейки для обоих типов симметрии поля остаются лишь три: условие поворота спина на  $180^\circ$ , угол ориентации оси вращения спина (либо в горизонтальной, либо в поперечной к скорости частиц плоскостях) и требование восстановления орбиты пучка за пределами змейки.

<sup>2</sup> Здесь направление вектора задает ось вращения, а его длина — угол поворота.

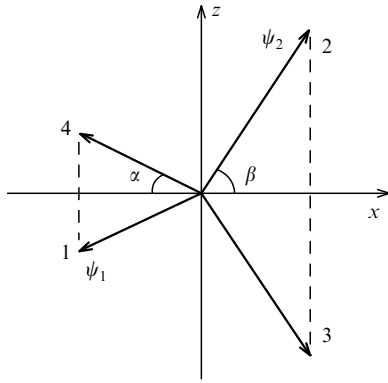


Рис. 1. Схема змейки из четырех магнитов

Далее мы будем называть симметричными схемы змеек с симметричными обеими компонентами поля и антисимметричными схемы змеек с симметричной горизонтальной и антисимметричной вертикальной компонентами поля.

### 3.2. Дискретные схемы "сибирских змеек"

Для анализа различных схем "сибирских змеек" удобно использовать векторные диаграммы, где каждому магниту змейки ставится в соответствие вектор, длина которого равна углу вращения спина, а направление вектора определяет ось вращения спина, т.е. направление магнитного поля. Сумма векторов в такой диаграмме определяется интегралом отдельных компонент поля и, поэтому, должна быть равной нулю. Заметим, что это требование совпадает с условием восстановления орбиты для симметричной конфигурации.

Условие поворота спина на  $180^\circ$  и ориентацию оси вращения спина можно получить из матрицы преобразования спина в змейке. Результатом последовательного умножения матриц поворота спина в отдельных магнитах должна быть матрица вращения спина на  $180^\circ$  вокруг некоторой горизонтальной оси  $\mathbf{n}_s = (\cos \varphi_s, \sin \varphi_s, 0)$ :

$$\hat{S} = \hat{R}_n \dots \hat{R}_1 = \exp\left\{\frac{i}{2}(\mathbf{n}_s \cdot \boldsymbol{\sigma})\pi\right\} = i \begin{pmatrix} 0 & \exp(-i\varphi_s) \\ \exp(i\varphi_s) & 0 \end{pmatrix}. \quad (16)$$

Для получения вида матрицы  $\hat{S}$  необязательно перемножать матрицы всех магнитов змейки: достаточно получить матрицу преобразования спина в половине змейки. Далее, с учетом симметрии поля змейки матрицу  $\hat{S}$  можно представить в виде произведения

$$\hat{S} = [\hat{A}\hat{I} - i(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{a})][\hat{A}\hat{I} - i(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{b})] = \hat{I}[A^2 - (\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})] - i(\boldsymbol{\sigma} \cdot \{\mathbf{A}(\mathbf{a} + \mathbf{b}) + [\mathbf{a} \times \mathbf{b}]\}), \quad (17)$$

где для антисимметричной конфигурации поля змейки  $\mathbf{b} = (a_x, a_y, -a_z)$ , а в случае симметричной змейки  $\mathbf{b} = (a_x, -a_y, a_z)$ . Условием поворота на  $180^\circ$  является равенство нулю следа матрицы  $\hat{S}$ :

$$A^2 - (\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}) = 0. \quad (18)$$

В качестве примера рассмотрим несколько схем "сибирских змеек". Минимальным числом магнитов змейки является, как мы показали, четыре. Иллюстра-

цией такой возможности является змейка, изображенная на рис. 1. Эта схема змейки является антисимметричной и имеет три свободных параметра: углы ориентаций магнитов  $\alpha, \beta$  и проекцию вектора вращения спина для любого магнита на горизонтальную ось  $\psi_x = \psi_1 \cos \alpha = \psi_2 \cos \beta$ .

Один из свободных параметров мы исключаем, налагая условие восстановления замкнутой орбиты. Для антисимметричной змейки это условие выполняется при равенстве нулю сдвига орбиты пучка в горизонтальной плоскости в центре змейки:

$$\Delta x \left( \frac{L_s}{2} \right) = \frac{\psi_x \tan \alpha}{G\gamma} \left\{ \frac{l_1}{2} + l_{\text{gap}} + \frac{l_2 \tan \alpha}{2 \tan \beta} - \left( \frac{\tan \beta}{\tan \alpha} - 1 \right) \left[ \frac{l_{\text{gap}}}{2} + \frac{l_2}{2} \left( 1 - \frac{\tan \alpha}{\tan \beta} \right) \right] \right\} = 0, \quad (19)$$

где длины магнитов змейки определяются выбором индукции магнитного поля  $B$  из условия, что интеграл поля, необходимый для поворота спина на угол  $\psi$ , равен  $\int B dl = 1,746 \psi$ .

Для вычисления второго свободного параметра змейки используем условие (18) поворота спина на  $180^\circ$ , в которое необходимо подставить выражения для  $A$  и  $\mathbf{a}$ , определяемые данной конфигурацией змейки:

$$A = \cos \frac{\psi_1}{2} \cos \frac{\psi_2}{2} + \cos(\beta - \alpha) \sin \frac{\psi_1}{2} \sin \frac{\psi_2}{2},$$

$$\mathbf{a} = \begin{pmatrix} \cos \beta \cos \frac{\psi_1}{2} \sin \frac{\psi_2}{2} - \cos \alpha \sin \frac{\psi_1}{2} \cos \frac{\psi_2}{2} \\ -\sin(\beta - \alpha) \sin \frac{\psi_1}{2} \sin \frac{\psi_2}{2} \\ \sin \alpha \sin \frac{\psi_1}{2} \cos \frac{\psi_2}{2} - \sin \beta \cos \frac{\psi_1}{2} \sin \frac{\psi_2}{2} \end{pmatrix}. \quad (20)$$

Варьируя последний оставшийся параметр, получаем схемы змеек с различными углами ориентации оси вращения спина  $\varphi_s$ . В табл. 1 приведены решения, полученные численно для змейки из четырех магнитов. Значение магнитного поля было выбрано  $B = 1,7$  Тл, а расстояние между магнитами  $l_{\text{gap}} = 0,4$  м. Отметим, что такая схема змейки не является оптимальной и дает слишком высокие значения полного интеграла поля змейки и искажений замкнутой орбиты внутри змейки. Это обусловлено тем, что направление магнитного поля во втором магните практически противоположно направлению поля в первом магните и, следовательно, результирующий поворот спина мал по сравнению с поворотом спина в отдельных магнитах.

Таблица 1. Примеры змеек для схемы из четырех магнитов ( $l_{\text{gap}} = 0,4$  м,  $B = 1,7$  Тл)

$\alpha$	$\beta$	$\psi_1$	$\psi_2$	$\varphi_s$	$\int B dl$ , Тл м
$40^\circ$	$65,09^\circ$	$161,12^\circ$	$293,04^\circ$	$101,2^\circ$	27,68
$35^\circ$	$61,25^\circ$	$159,77^\circ$	$272,12^\circ$	$108,1^\circ$	26,32
$32,5^\circ$	$59,12^\circ$	$162,37^\circ$	$266,78^\circ$	$112,3^\circ$	26,15
$30^\circ$	$56,8^\circ$	$167,44^\circ$	$264,85^\circ$	$117,4^\circ$	26,35
$25^\circ$	$51,53^\circ$	$191,72^\circ$	$279,29^\circ$	$133,6^\circ$	28,71

Более оптимальные конфигурации змеек можно получить, увеличивая число магнитов змейки. Так, меньший интеграл поля дает антисимметричная схема

змейки из пяти магнитов, изображенная на рис. 2. С учетом выбранной симметрии поля число свободных параметров равно трем: углы вращения спина в первом и втором магнитах змейки  $\psi_1, \psi_2$  и угол ориентации первого магнита  $\alpha$ . Угол вращения спина в третьем магните  $\psi_3 = 2\psi = 2\psi_1 \cos \alpha$ .

Алгоритм построения решений для змейки из пяти магнитов используется такой же, как и для змейки из четырех магнитов. Условие восстановления орбиты позволяет выразить угол вращения спина во втором магните через угол вращения спина в первом:

$$\frac{l_1}{2} + l_{\text{gap}} + \frac{l_2}{2} \frac{\psi_1 \sin \alpha}{\psi_2} - \left( \frac{\psi_2}{\psi_1 \sin \alpha} - 1 \right) \left[ \frac{l_3}{2} + l_{\text{gap}} + \frac{l_2}{2} \left( 1 - \frac{\psi_1 \sin \alpha}{\psi_2} \right) \right] = 0. \quad (21)$$

Второй свободный параметр исключается с помощью условия (18) поворота спина на  $180^\circ$  в змейке, где необходимо использовать выражения

$$A = \cos \frac{\psi}{2} \left( \cos \frac{\psi_1}{2} \cos \frac{\psi_2}{2} + \sin \alpha \sin \frac{\psi_1}{2} \sin \frac{\psi_2}{2} \right) + \cos \alpha \sin \frac{\psi}{2} \sin \frac{\psi_1}{2} \cos \frac{\psi_2}{2},$$

$$\mathbf{a} = \begin{pmatrix} \cos \alpha \cos \frac{\psi}{2} \sin \frac{\psi_1}{2} \cos \frac{\psi_2}{2} - \sin \frac{\psi}{2} \left( \cos \frac{\psi_1}{2} \cos \frac{\psi_2}{2} + \sin \alpha \sin \frac{\psi_1}{2} \sin \frac{\psi_2}{2} \right) \\ \sin \frac{\psi}{2} \left( \sin \alpha \sin \frac{\psi_1}{2} \cos \frac{\psi_2}{2} - \cos \frac{\psi_1}{2} \sin \frac{\psi_2}{2} \right) - \cos \alpha \cos \frac{\psi}{2} \sin \frac{\psi_1}{2} \sin \frac{\psi_2}{2} \\ \cos \frac{\psi}{2} \left( \cos \frac{\psi_1}{2} \sin \frac{\psi_2}{2} - \sin \alpha \cos \frac{\psi_2}{2} \sin \frac{\psi_1}{2} \right) - \cos \alpha \sin \frac{\psi}{2} \sin \frac{\psi_1}{2} \sin \frac{\psi_2}{2} \end{pmatrix}. \quad (22)$$

Различные решения для змейки из пяти магнитов приведены в табл. 2.

**Таблица 2.** Примеры змеек для схемы из пяти магнитов ( $l_{\text{gap}} = 0,4$  м,  $B = 1,7$  Тл)

$\alpha$	$\psi_1$	$\psi_2$	$\psi$	$\varphi_s$	$\int B dl$ , Тл м
49,82°	101,7°	148,3°	65,61°	75,28°	19,24
47,97°	102,6°	144,3°	68,69°	71,23°	19,23
45,79°	104,4°	140,3°	72,8°	66,02°	19,35
43,13°	108°	136,9°	78,82°	58,48°	19,73
41,38°	111,6°	135,7°	83,74°	52,23°	20,17
39,83°	116,2°	135,9°	89,21°	45°	20,8
39,17°	118,8°	136,7°	92,1°	41°	21,18
38,46°	122,4°	138,2°	95,84°	35,62°	21,72
37,94°	126°	140,2°	99,38°	30,27°	22,28

Другим примером антисимметричной змейки с экономичным интегралом поля является схема из семи магнитов, описанная в [8]. Она определяется последовательностью  $(-N, -V, mN, 2V, -mN, -V, N)$ , где  $N$  — диполь с вертикальным полем, поворачивающий спин на угол  $\psi_x$ ,  $V$  — диполь, поворачивающий спин вокруг радиальной оси на угол  $\psi_z$ ,  $m \geq 2$  — численный параметр.

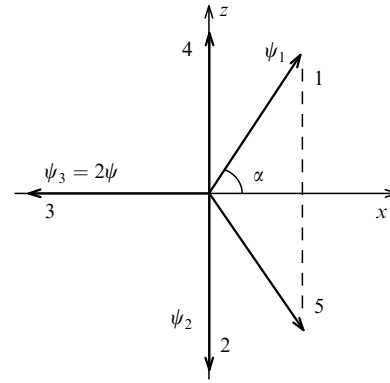


Рис. 2. Схема змейки из пяти магнитов

В схеме из семи магнитов первый и последний магниты служат для коррекции искажения орбиты в горизонтальной плоскости. Их влияние на вращение спина сводится только к повороту оси змейки на угол  $\psi_x$  вокруг вертикальной оси. Поэтому только пять внутренних магнитов обеспечивают поворот спина на  $180^\circ$ . Это условие нетрудно получить:

$$\cos^2 \psi_z + \sin^2 \psi_z \cos \psi_m = 0. \quad (23)$$

При этом ориентация оси змейки  $\varphi_s$  с учетом поворота в крайних магнитах определяется из соотношения

$$\tan(\varphi_s + \psi_x) = -\tan \frac{\psi_m}{2} \cos \psi_z. \quad (24)$$

В свою очередь угол поворота спина в крайних магнитах можно определить из условия восстановления орбиты при прохождении змейки:

$$\frac{l_1}{2} + 2l_{\text{gap}} + l_2 + \frac{l_3}{2} \frac{\psi_x}{\psi_m} - \left( \frac{\psi_m}{\psi_x} - 1 \right) \left[ l_2 + l_{\text{gap}} + \frac{l_3}{2} \left( 1 - \frac{\psi_x}{\psi_m} \right) \right] = 0. \quad (25)$$

Примеры решений для такой змейки приведены в табл. 3.

**Таблица 3.** Примеры змеек для схемы из семи магнитов ( $l_{\text{gap}} = 0,4$  м,  $B = 1,7$  Тл)

$\psi_x$	$\psi_z$	$\psi_m$	$\varphi_s$	$\int B dl$ , Тл м
50,77°	122,31°	113,57°	0	24,92
42,40°	106,82°	95,24°	30°	21,41
40,01°	94,97°	90,43°	45°	19,53
40,15°	80,01°	91,78°	60°	17,79
56,97°	50,02°	134,66°	90°	17,78

Как мы уже выяснили, особым классом среди различных схем змеек являются змейки с симметричной конфигурацией поля. Ось вращения спина в этих змейках всегда перпендикулярна направлению движения пучка, т.е. может быть сделана радиальной с помощью поворота всей змейки вокруг продольной оси. Одной из наиболее известных схем такого типа является змейка из восьми одинаковых магнитов, в каждом из которых спин поворачивается на  $90^\circ$ . Легко убедиться, что для последовательности магнитов  $(V, -N, -V, N, N, -V, -N, V)$  ось вращения спина является радиальной. Полный интеграл поля для змейки из восьми одинаковых магнитов равен  $4\pi \cdot 1,746 = 21,76$  Тл м.

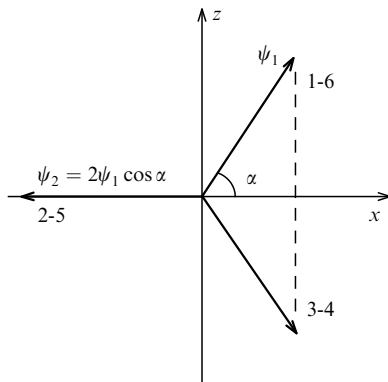


Рис. 3. Схема симметричной змейки из шести магнитов. Магниты змейки одинаковы в парах 1-6, 2-5, 3-4

Возможны и другие варианты симметричных схем змеек. Число магнитов может быть выбрано меньшим, что, однако, приводит к увеличению интеграла магнитного поля змейки. Так, для симметричной змейки из шести магнитов, изображенной на рис. 3, интеграл поля равен 23,574 Тл м. Ось этой змейки не является горизонтальной и необходимо повернуть всю змейку на угол  $\beta = 30,455^\circ$  вокруг продольного направления для получения радиальной оси вращения спина. Параметры магнитов такой змейки приведены в табл. 4.

Таблица 4. Параметры симметричной змейки из шести магнитов

Угол поворота спина в первом магните	$\psi_1 = 125,82^\circ$
Угол поворота спина во втором магните	$\psi_2 = 135,172^\circ$
Угол ориентации поля первого магнита	$\alpha = 57,51^\circ$
Угол, на который нужно повернуть змейку вокруг продольной оси для получения радиальной оси змейки	$\beta = 30,455^\circ$
Полный интеграл поля змейки ( $\int B dl$ )	23,574 Тл м
Направление оси змейки $\varphi_s$	радиальное

В заключение этого раздела отметим, что применение симметричных конфигураций змеек ограничено большими (по сравнению с антисимметричными схемами) значениями искажений орбиты пучка и интеграла поля змейки. Кроме того, в ускорителях с нечетным числом пар змеек предпочтительно использование антисимметричных схем с углом ориентации оси вращения спина  $45^\circ$ . Тогда все змейки в ускорителе имеют одинаковую структуру, а условие ортогональности осей змеек в каждой паре достигается инверсией порядка следования магнитов во "вторых" змейках (угол ориентации оси вращения спина при этом становится равным  $-45^\circ$ ). Поэтому для УНК-1, где необходимо использование двух змеек, предпочтительными являются антисимметричные схемы змеек из пяти или семи магнитов с углом ориентации оси вращения спина  $45^\circ$ .

### 3.3. Геликоидальные схемы "сибирских змеек"

Увеличивая число магнитов змейки для получения более оптимальных схем, мы неизбежно приходим в пределе бесконечно большого числа магнитов к использованию спирального магнитного поля. Эти поля называют также геликоидальными. Они широко используются для получения циркулярно поляризованного синхротронного излучения. Рассмотрим возможность получения с помощью таких полей компактных схем "сибирских змеек".

Матрицу преобразования спина в магните с геликоидальным полем можно получить, рассматривая систему  $N$  диполей, каждый из которых повернут относительно предыдущего на угол  $\delta = kL/N$ . Полагая магнитное поле во всех магнитах равным  $B_0$ , поворот спина в каждом магните можно записать в виде

$$\hat{R}_n = \exp\left\{-\frac{i}{2}\theta(\sigma_x \cos \alpha_n + \sigma_z \sin \alpha_n)\right\} = \exp\left(\frac{i}{2}\sigma_y \alpha_n\right) \exp\left(-\frac{i}{2}\sigma_x \theta\right) \exp\left(-\frac{i}{2}\sigma_y \alpha_n\right), \quad (26)$$

где  $\theta = B_0 L / (1,746N) = \kappa L / N$  — угол поворота спина в магните,  $\alpha_n$  — угол его ориентации.

Матрица преобразования спина в системе  $N$  диполей есть произведение поворотов спина в каждом магните:

$$\hat{R}_N \dots \hat{R}_1 = \exp\left(\frac{i}{2}\sigma_y \alpha_f\right) \left[ \exp\left(\frac{i}{2}\sigma_x \theta\right) \exp\left(-\frac{i}{2}\sigma_y \delta\right) \right]^{N-1} \times \exp\left(\frac{i}{2}\sigma_x \theta\right) \exp\left(-\frac{i}{2}\sigma_y \alpha_i\right). \quad (27)$$

Здесь  $\alpha_i$  и  $\alpha_f$  — углы начальной и конечной ориентации магнитного поля. Переходя к пределу  $N \rightarrow \infty$ , так, что  $\theta N \rightarrow \kappa L$ ,  $\delta N \rightarrow kL$ , а  $\theta$  и  $\delta$  стремятся к нулю, получаем матрицу преобразования спина в геликоидальном поле

$$\hat{R}_h = \exp\left(\frac{i}{2}\sigma_y \alpha_f\right) \exp\left\{-\frac{i}{2}L(\sigma_x \kappa + \sigma_y k)\right\} \times \exp\left(-\frac{i}{2}\sigma_y \alpha_i\right), \quad (28)$$

где мы воспользовались соотношением

$$\exp A \exp B = \exp(A + B + [A, B] + [A, [A, B]] + \dots).$$

Из вида полученной матрицы преобразования спина в геликоидальном поле (28) нетрудно заметить, что если начальная ориентация поля лежит в горизонтальной плоскости и поле совершает целое число оборотов, то ось вращения спина является горизонтальной. При этом угол вращения спина в таком магните

$$\psi = L\sqrt{\kappa^2 + k^2} = 2\pi\sqrt{\frac{\kappa^2}{k^2} + 1}. \quad (29)$$

Так как горизонтальная проекция поля является симметричной, то восстановление орбиты в вертикальной плоскости достигается автоматически. Поэтому простейшая схема геликоидальной "сибирской змейки" состоит из магнита с геликоидальным полем, совершающим один оборот, и пары диполей разного знака, необходимых для компенсации искажений орбиты в горизонтальной плоскости.

Конфигурация магнитного поля и профиль искажений замкнутой орбиты при энергии  $T = 10$  ГэВ изображены на рис. 4, а в табл. 5 приведены параметры этой змейки. Полученная змейка имеет интеграл поля, существенно меньший по сравнению с дискретными схемами змеек: 15,4 Тл м. Компактность вместе с малыми искажениями орбиты делают применение такой змейки эффективным в ускорителях с энергией инжекции около 10 ГэВ.

**Таблица 5.** Параметры "сибирской змейки", состоящей из одного геликоидального магнита и двух диполей коррекции

Поле в магнитах змейки	1,7 Тл
Расстояние между магнитами змейки	0,4 м
Длина диполей коррекции	0,927 м
Длина магнита с геликоидальным полем	7,215 м
Длина змейки	9,869 м
Максимальное отклонение орбиты при $T = 10$ ГэВ	12,28 см
Направление оси змейки $\varphi_s$ (от радиального)	86,5°

Отметим, что ось змейки фиксирована и близка к продольному направлению, однако несложные изменения в конфигурации позволяют получать различные направления оси змейки. Для этого вместо одного корректирующего диполя с каждой стороны змейки достаточно поставить два диполя разного знака. В обоих случаях на диполи коррекции накладывается условие восстановления орбиты в горизонтальной плоскости.

Поведение орбиты пучка в геликоидальном поле описывается системой уравнений

$$\begin{aligned} x'' &= \frac{e}{pc} B_z = \frac{e}{pc} B_0 \sin(ky + \alpha_i), \\ z'' &= -\frac{e}{pc} B_x = -\frac{e}{pc} B_0 \cos(ky + \alpha_i). \end{aligned} \quad (30)$$

Ее решение записывается через начальные координаты и скорости частиц:

$$\begin{aligned} x &= \varrho(ky \cos \alpha_i - \sin(ky + \alpha_i) + \sin \alpha_i) + x'_0 y + x_0, \\ z &= \varrho(ky \sin \alpha_i + \cos(ky + \alpha_i) - \cos \alpha_i) + z'_0 y + z_0. \end{aligned} \quad (31)$$

Очевидно, что минимальные искажения орбиты достигаются, если пучок внутри геликоидального магнита движется по спиральной траектории радиусом

$$\varrho[\text{м}] = \frac{B_0}{B\rho k^2} = \frac{0,974(\kappa/k)^2}{\gamma B_0[\text{Тл}]}.$$

Для этого с помощью диполей коррекции необходимо создать на входе в геликоидальный магнит соответствующие начальные условия движения пучка. Однако дополнительные усилия к уменьшению искажений орбиты внутри змейки приводят к увеличению интеграла поля змейки. Различные схемы такого типа были рассмотрены Э. Курантом [6].

Другой интересной возможностью создания компактных геликоидальных змеек является использование вставок дипольного поля в геликоидальную структуру, таких, что направление поля остается непрерывной функцией продольной координаты.

В качестве примера рассмотрим антисимметричную змейку, состоящую из одного геликоидального магнита

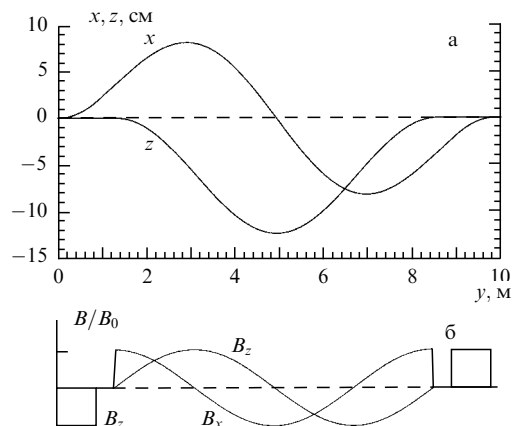


Рис. 4. (а) Отклонение орбиты пучка при энергии  $T=10$  ГэВ. (б) Конфигурация магнитного поля в "сибирской змейке", состоящей из одного геликоидального магнита и двух диполей коррекции. Поле в змейке  $B_0 = 1,7$  Тл. Максимальное отклонение орбиты в змейке  $z_{\max} = 12,28$  см,  $x_{\max} = 8,14$  см

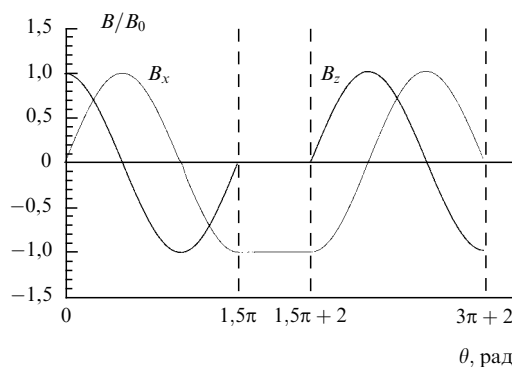


Рис. 5. Конфигурация магнитного поля в антисимметричной змейке, состоящей из одного магнита с геликоидальным полем и вставки постоянного дипольного поля. В качестве продольной координаты используется  $\theta = ky$ . Ось вращения спина составляет угол  $\varphi_s = 39,47^\circ$  с радиальным направлением

со вставкой горизонтального дипольного поля в центре змейки. Конфигурация магнитного поля в этой змейке изображена на рис. 5. Выбор длины вставки  $l = 2/k$  обеспечивает восстановление орбиты за пределами змейки. Условие поворота спина на  $180^\circ$  для такой змейки можно записать в виде

$$\tan\left(\frac{3\pi}{4} \sqrt{1 + \xi^2}\right) \tan \xi = \frac{2}{\sqrt{1 + \xi^2}}, \quad (32)$$

где  $\xi = \kappa/k$ . При этом решение уравнения (32) определяет и угол ориентации оси змейки  $\varphi_s = 39,47^\circ$ . Параметры змейки приведены в табл. 6.

Нетрудно также заметить, что вышеприведенная схема относится к одному семейству с простейшей

**Таблица 6.** Параметры антисимметричной и симметричной геликоидальных змеек со вставкой

Параметры змеек	Антисимметричная	Симметричная
Значение $\kappa/k$	0,8819	0,8341
Длина периода в геликоидальном магните (поле $B = 1,7$ Тл)	5,69 м	5,383 м
Полный интеграл поля змейки ( $\int B dl$ )	17,59 Тл м	19,55 Тл м
Направление оси змейки $\varphi_s$ (от радиального)	39,47°	94,57°
Максимальное отклонение орбиты	$z = 1,5\varrho(\pi + 1)$ , $x = 2\varrho$ , где $\varrho = 0,758/(\gamma B_0[\text{Тл}])$	$z = x = 1,5(\pi + 1)\varrho$ , где $\varrho = 0,678/(\gamma B_0[\text{Тл}])$

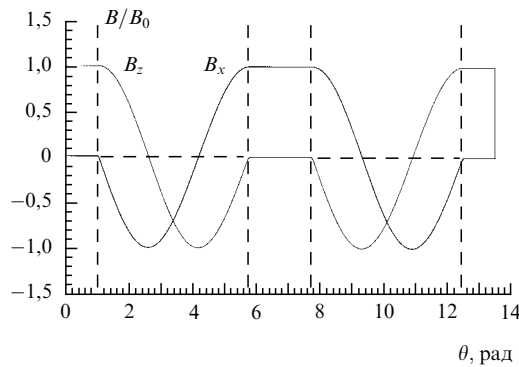


Рис. 6. Конфигурация магнитного поля симметричной змейки, состоящей из двух магнитов с геликоидальным полем и трех вставок дипольного поля. В качестве продольной координаты используется  $\theta = ky$ . Для получения радиальной оси вращения спина необходимо повернуть змейку на угол  $94,57^\circ$  вокруг продольной оси

геликоидальной змейкой, рассмотренной в начале этого раздела. При уменьшении длины вставки для удовлетворения условия оптической прозрачности змейки необходимо использование двух диполей коррекции и уменьшение угла поворота поля в обеих геликоидальных частях. В предельном случае мы получим змейку с нулевой длиной вставки (т.е. обычный геликоидальный диполь) и двумя диполями, корректирующими искажения орбиты в горизонтальной плоскости.

Магниты с геликоидальным полем могут применяться также и для создания симметричных змеек. Примером такой змейки может быть система, которая состоит из двух геликоидальных магнитов, разделенных вставкой горизонтального дипольного поля длины  $l = 2/k$ , и дополнена двумя вставками вертикального поля с длинами  $l = 1/k$  по краям (рис. 6). В каждом из геликоидальных магнитов поле поворачивается на  $3/4$  оборота, но направления вращения поля противоположны. Условие поворота спина на  $180^\circ$  для такой системы можно записать в виде

$$\begin{aligned} &[(1 + \xi^2) \tan^2 \xi - \xi^2] \cos\left(\frac{3\pi}{2} \sqrt{1 + \xi^2}\right) + \\ &+ 2\xi \sqrt{1 + \xi^2} \tan \xi \sin\left(\frac{3\pi}{2} \sqrt{1 + \xi^2}\right) = 1, \end{aligned} \quad (33)$$

где  $\xi = \kappa/k$ . Ось вращения спина змейки близка к вертикальному направлению. Поэтому для получения радиальной оси всю змейку необходимо повернуть на  $94,57^\circ$ . Параметры змейки приведены в табл. 6.

В заключение этого раздела отметим, что все геликоидальные схемы змеек имеют дискретные аналоги, которые легко получить, аппроксимируя части геликоидального поля дипольными магнитами. Однако геликоидальные змейки обладают несомненными преимуществами перед дискретными схемами в области низких энергий. Это проявляется в компактности геликоидальных змеек и малости искажений орбиты пучка внутри змейки. Именно эти причины являются определяющими в выборе схемы змейки для ускорителей типа У-70, ограниченность свободных промежутков и низкая энергия инжекции которых делают невозможным использование дискретных схем [4].

## 4. Влияние "сибирских змеек" на динамику пучка в ускорителе

### 4.1. Фокусирующий эффект змейки

При прохождении "сибирской змейки" возникает дополнительная фокусировка пучка вследствие продольного магнитного поля  $B_y$ , появляющегося на траектории движения частиц как результат переменного поперечного поля змейки  $B_\perp$ . Для оценки этого эффекта мы будем использовать подход, предложенный в [9].

Уравнение движения частицы в магнитном поле в общем виде записывается как

$$m\gamma \dot{\mathbf{v}} = \frac{e}{c} (\mathbf{v}_\parallel \times \mathbf{B}_\perp + \mathbf{v}_\perp \times \mathbf{B}_\parallel). \quad (34)$$

Для релятивистских частиц, движущихся в ускорителе,  $\mathbf{v}_\parallel = v\mathbf{e}_y$ . Поэтому, переходя от производной по времени к производной по продольной координате:  $\dot{\mathbf{v}} = v\mathbf{v}'$ , уравнение (34) можно переписать в виде

$$m\gamma c \mathbf{v}' = e\mathbf{e}_y \times \mathbf{B}_\perp + e \frac{\mathbf{v}_\perp}{v} \times \mathbf{e}_y B_y. \quad (35)$$

Применяя уравнение (35) для описания динамики поперечного движения частиц в поле змейки, мы можем выделить две компоненты движения: быструю, проявляющуюся в искажениях орбиты пучка внутри змейки, и медленную, описывающую фокусировку пучка змейкой. Так как поперечная скорость  $\mathbf{v}_\perp$  мала по сравнению с продольной, а продольное магнитное поле в змейке мало по сравнению с поперечным, то быструю компоненту движения можно записать как

$$\mathbf{v}_\perp^{(f)} = \frac{e}{m\gamma c} \mathbf{e}_y \times \int_0^y \mathbf{B}_\perp dy. \quad (36)$$

Уравнение движения для медленной компоненты поперечного движения получается при усреднении (35):

$$\langle \mathbf{v}_\perp' \rangle = \frac{e}{pc} \langle \mathbf{v}_\perp \times \mathbf{e}_y B_y \rangle, \quad (37)$$

где мы учли, что для оптически прозрачной змейки

$$\langle B_\perp \rangle = \frac{1}{L_s} \int_0^{L_s} B_\perp dy = 0.$$

Так как  $B_y$  является быстро переменным полем, то фокусировка возникает вследствие корреляции  $B_y$  и  $\mathbf{v}_\perp$  и в правую часть (37) мы можем подставить выражение (36) для поперечной скорости быстрого движения  $\mathbf{v}_\perp^{(f)}$ :

$$\mathbf{r}'' = \left(\frac{e}{pc}\right)^2 \left\langle B_y \int_0^y \mathbf{B}_\perp dy \right\rangle. \quad (38)$$

Определяя продольное поле змейки из уравнения  $\text{rot } \mathbf{B} = 0$  и полагая, что на невозмущенной орбите пучка поле равно нулю:  $B_y(\mathbf{r} = 0) = 0$ , имеем

$$\mathbf{r}'' = \left(\frac{e}{pc}\right)^2 \left\langle \left( \mathbf{r} \cdot \frac{\partial \mathbf{B}_\perp}{\partial y} \right) \int_0^y \mathbf{B}_\perp dy \right\rangle \quad (39)$$



или, применяя формулу дифференцирования произведения двух функций,

$$\mathbf{r}'' = \left(\frac{e}{pc}\right)^2 \left\langle \mathbf{r} \frac{\partial}{\partial y} \left( \mathbf{B}_\perp \int_0^y \mathbf{B}_\perp dy \right) - (\mathbf{r} \cdot \mathbf{B}_\perp) \mathbf{B}_\perp \right\rangle. \quad (40)$$

Первый член в угловых скобках (40) дает нулевой вклад, так как

$$\begin{aligned} \left\langle \frac{\partial}{\partial y} \left( \mathbf{B}_\perp \int_0^y \mathbf{B}_\perp dy \right) \right\rangle &= \frac{1}{L_s} \int_0^{L_s} \frac{\partial}{\partial y} \left( \mathbf{B}_\perp \int_0^y \mathbf{B}_\perp dy \right) dy = \\ &= \frac{1}{L_s} \left( \mathbf{B}_\perp \int_0^y \mathbf{B}_\perp dy \right) \Big|_0^{L_s} = 0. \end{aligned} \quad (41)$$

С учетом этого уравнение, описывающее фокусировку пучка змейкой, можно переписать в виде

$$\mathbf{r}'' = -\left(\frac{e}{pc}\right)^2 \langle \mathbf{B}_\perp^2 \rangle \cdot \mathbf{r} = -k^2 \mathbf{r}. \quad (42)$$

Отсюда нетрудно получить сдвиг бетатронных частот при введении змейки в магнитную структуру ускорителя:

$$\Delta Q_{x,z} = \frac{1}{4\pi} \int_0^{L_s} \beta_{x,z} \left( \frac{B_{x,z}}{B\rho} \right)^2 dy. \quad (43)$$

Заметим, что воздействие змейки максимально при низких энергиях и уменьшается в процессе ускорения. Поэтому при необходимости компенсация возмущений, вносимых змейкой, может осуществляться дублетом квадрупольной постоянной силы, расположенных по обе стороны от змейки. Критерием необходимости коррекции фокусирующего эффекта змейки является условие малости среднего значения  $\beta$ -функции ускорителя по сравнению с фокусным расстоянием змейки:

$$\beta \ll F_s = \frac{1}{k^2 L_s} \approx 2L_s \left( \frac{0,2998}{p[\text{ГэВ}/c]} \int_0^{L_s} B_\perp dl \right)^{-2}. \quad (44)$$

Нетрудно получить оценку для фокусного расстояния змеек, описанных в данном обзоре, при энергии 5 ГэВ. Использование змеек с поперечным полем при более низких энергиях практически невозможно из-за растущего отклонения замкнутой орбиты внутри змеек. Так как интеграл поля в предлагаемых змейках равен приблизительно 20 Тл м, то фокусное расстояние для таких змеек будет порядка удвоенной длины змейки, т.е. порядка 20–30 м. Полученная оценка сравнима с порядком величины  $\beta$ -функции. Следовательно, локальная коррекция дополнительной фокусировки змейки необходима. Однако для энергий выше 10 ГэВ эффект змейки мал и не требует специальной компенсации.

#### 4.2. Возмущение дисперсионной функции

Так как траектории движения частиц в поперечном магнитном поле змейки зависят от энергии, то дисперсионная функция внутри змейки испытывает возмущение. Для его оценки мы воспользуемся уравнением поведения дисперсионной функции внутри дипольного

поля:

$$\mathbf{D}'' = \frac{1}{\rho}, \quad (45)$$

где  $\rho$  — кривизна орбиты пучка в магнитном поле.

Формальным решением уравнения (45) является выражение

$$\mathbf{D}(y) = \mathbf{D}_0 + \mathbf{D}'_0 y + \int_0^y dl \int_0^l \frac{1}{\rho(y)} dy. \quad (46)$$

Поэтому возмущение, вносимое змейкой, можно записать в виде

$$\Delta \mathbf{D} = \frac{e}{pc} \int_0^{L_s} dl \int_0^l \mathbf{B}_\perp(y) dy. \quad (47)$$

Нетрудно заметить, что в правой части стоит выражение для сдвига орбиты пучка при прохождении змейки. Поэтому для оптически прозрачной змейки дисперсионная функция пучка возмущается только внутри змейки и это возмущение равно отклонению замкнутой орбиты внутри змейки. Отклонение орбиты для рассмотренных схем змеек не превышает 20 см для энергии 20 ГэВ, в то время как невозмущенная дисперсионная функция в ускорителе может достигать нескольких метров. В силу малости вносимого возмущения нет необходимости в компенсации данного эффекта.

### 5. Заключение

Применение метода "сибирских змеек" позволяет сохранять поляризацию протонного пучка в процессе ускорения до самых высоких энергий. При этом необходимое число змеек в синхротроне определяется критерием сохранения поляризации: число змеек должно быть заведомо больше удвоенного значения суммы максимальной мощности внутренних деполаризующих резонансов и максимальной мощности резонансов несовершенств данного ускорителя. Для ускорителей, максимальная энергия которых не превышает 100 ГэВ, достаточно использовать одну змейку. Для ускорителей с большей энергией необходимо использование нескольких пар змеек.

Проведенный анализ воздействия практических схем змеек на динамику пучка в ускорителе показывает, что это воздействие максимально при низких энергиях и убывает в процессе ускорения. Фокусирующий эффект змейки становится существенным и требует дополнительной коррекции при энергиях ниже 10 ГэВ. Возмущение дисперсионной функции ускорителя локализовано внутри змейки и определяется искажениями орбиты пучка внутри змейки.

Приведенная методика расчета различных схем змеек позволяет выбрать оптимальную конфигурацию змейки для различных ускорителей. Для ускорителей с низкой энергией инжекции перспективным представляется использование геликоидальных схем змеек, более компактных и вносящих меньшие искажения орбиты пучка. В Институте физики высоких энергий (Протвино) создана модель геликоидального магнита, предназначенного для

использования в "сибирских змейках"<sup>3</sup>. Результаты испытаний подтвердили возможность создания полномасштабных магнитов с геликоидальным полем.

Для ускорителей, максимальная энергия которых превышает 100 ГэВ, необходимо использование нескольких пар змеек. В этом случае искажения орбиты малы, и особую важность приобретает контроль за выбором спиновой частоты, которая определяется взаимной ориентацией осей змеек. Рассмотренные дискретные схемы змеек позволяют выбрать оптимальную конструкцию змеек с требуемой ориентацией осей вращения спина для конкретного ускорителя.

<sup>3</sup> Доклад Э.А. Людмирского на семинаре ОКУ ИФВЭ 14.02.94.

## Список литературы

1. Дербенев Я С, Кондратенко А М *ДАН СССР* **223** (4) 830 (1975)
2. Дербенев Я С, Кондратенко А М, в кн. *Тр. X Междунар. конф. по ускорителям заряженных частиц высоких энергий* (Протвино, 1977) Т. 2 (Серпухов: ИФВЭ, 1977) с. 70
3. Froissart M, Stora R *Nucl. Instrum. Methods* **1** 297 (1960)
4. Адо Ю М и др., Препринт ИФВЭ 94-30 (Протвино, 1994)
5. Lee S Y *AIP Conf. Proc.* **187** 1105 (1988)
6. Courant E D *AIP Conf. Proc.* **187** 1085 (1988)
7. Montague B W *Part. Accel.* **11** (4) 219 (1981)
8. Lee S Y *Nucl. Instrum. Methods A* **306** 1 (1991)
9. Derbenev Ya S, in *Proc. Int. Conf. on High Energy Spin Physics Vol. 2* (Bonn, 1990) p. 137

## POLARIZED PROTONS ACCELERATION TO HIGH ENERGY IN SYNCHROTRONS

**Yu M Ado, V A Anferov**

*M.V. Lomonosov Moscow State University, Physics Department  
Vorobievy Gory, 119899, Moscow  
Tel. (7-095) 939-4946  
Fax (7-095) 230-2337  
E-mail: anferov@mich.physics.lsa.umich.edu*

The problem of accelerating polarized protons to high energies in synchrotrons is considered. The Siberian snake method is applied to preserve beam polarization during acceleration in synchrotrons. The practical realization of this method is considered. An estimate is obtained of the number of snakes required in an accelerator for preserving beam polarization. The influence of the Siberian snakes on beam dynamics is analyzed. The suggested method of calculating practical snake schemes allows one to obtain appropriate snake configurations with conventional or helical dipoles for a particular accelerator.

PACS numbers: 29.20.Lq, 29.27.Hj, 14.20.D

Bibliography — 9 references

*Received 8 August 1994*

Успехи физических наук, т. 164, № 11

Редактор Л.И. Гладнева  
Референт редакции Л.И. Шубина  
Литературный редактор Т.С. Вайсберг

Сдано в набор 05.09.94 г. Подписано к печати 01.11.94 г. Формат 60 × 88/8.  
Бумага офсетная № 1. Печать офсетная. Усл. печ.л. 14,7. Усл. кр.-отт. 15,16.  
Уч.-изд.л. 19,69. Тираж 1480 экз. Заказ . Цена 750 р.

Адрес редакции: 117071, Москва В-71, Ленинский проспект, 15.  
Тел. (095) 955-03-25. Тел./факс (095) 190-42-44.  
Факс (095) 135-88-60. E-mail: ufn@ufn.msk.su

Оригинал-макет подготовлен в Редакции журнала "Успехи физических наук".  
Компьютерный набор и верстка Н.В. Грибова, О.В. Моргунова, Т.В. Сироткина  
Компьютерная графика М.Л. Антонкин, А.В. Бобков, В.В. Мезищев  
Поддержка компьютерных систем Ю.Л. Волобуев

Номер набран и сверстан с использованием системы Advent 3B2 Total Publishing System на оборудовании, предоставленном фирмой "Turpion Ltd" (UK)