

## ИЗ ТЕКУЩЕЙ ЛИТЕРАТУРЫ

## Ферми-газовый подход к проблеме сверхтекучести в трехмерных и двумерных растворах $^3\text{He}$ в $^4\text{He}$

М.Ю. Каган

Обзор новых экспериментальных подходов и теоретических результатов, касающихся проблемы поиска сверхтекучести в трехмерных и двумерных растворах  $^3\text{He}$  в  $^4\text{He}$ . Приведены оценки для температуры *s*- и *p*-спаривания неполяризованных и поляризованных растворов. Подчеркнута роль монослоев и субмонослоев  $^3\text{He}$  как идеальной чисто двумерной системы для экспериментальной проверки различных актуальных теорий высокотемпературной сверхпроводимости.

PACS numbers: 67.40, 67.50.F

### Содержание

1. Введение (77).
2. Трехмерный случай (78).
3. Трехмерный ферми-газ с притяжением (79).
4. Трехмерный ферми-газ с отталкиванием (79).
5. Двумерный случай (79).
6. Возможность сверхтекучего перехода в двумерных растворах (82).
7. Двумерный ферми-газ с притяжением (82).
8. Двумерный ферми-газ с отталкиванием (83).
9. Сверхтекучесть в поляризованных растворах (84).
10. Двумерный поляризованный раствор (85).
11. Экспериментальная ситуация (85).
12. Двумерные монослои как мостик между сверхтекучестью и сверхпроводимостью (86).
- Список литературы (87).

### 1. Введение

Одной из наиболее интересных и до сих пор еще экспериментально не разрешенной проблемой физики низких температур является проблема поиска сверхтекучести в трехмерных и в особенности в двумерных (тонкие пленки, субмонослои) растворах  $^3\text{He}$  в  $^4\text{He}$ . В данном обзоре автор сосредотачивает свое внимание на новых экспериментальных подходах и теоретических результатах, появившихся в данной области за последние несколько лет. Особенно

**М.Ю. Каган.** Институт физических проблем им. П.Л. Капицы РАН, 117334, Москва, ул. Косыгина, 2  
Тел. (095) 137-79-85  
E-mail: kagan@magnit.msk.su

Статья поступила 30 сентября 1993 г.

подчеркивается роль тонких пленок и субмонослоев  $^3\text{He}$  как идеальной двумерной системы для экспериментальной проверки различных теорий, актуальных в настоящее время в связи с проблемой высокотемпературной сверхпроводимости.

Как известно, раствор  $^3\text{He}$  в  $^4\text{He}$  представляет собой простейшую разреженную ферми-систему атомов  $^3\text{He}$ , находящуюся в инертном сверхтекучем конденсате  $^4\text{He}$ , что делает растворы идеальным объектом для развития и аprobации различных методов теории ферми-жидкости. Эти методы были успешно применены как для описания нормальных свойств растворов (термодинамические характеристики, кинетические коэффициенты) [1], так и для предсказания возможной сверхтекучести  $^3\text{He}$ -подсистемы в нем [2–4]. Первая классическая работа в области теории сверхтекучести трехмерных растворов принадлежит Бардину, Бейму и Пайнсу (ББП, 1967) [2], установивших изящную аналогию между спариванием двух атомов  $^3\text{He}$  в растворе через поляризацию фона  $^4\text{He}$  (обмен виртуальным фононом) и электрон-фононным взаимодействием в теории сверхпроводимости Бардина, Купера, Шрифера (БКШ) (рис. 1). В соответствии с идеями авторов этой работы полное взаимодействие между двумя частицами  $^3\text{He}$  в растворе состоит из двух частей — прямого и обменного:

$$V(r) = V_{\text{прямое}}(r) + V_{\text{обменное}}(r). \quad (1)$$

В прямое взаимодействие вносят вклад отталкивание на малых расстояниях, связанное с наличием твердых ядер у атомов  $^3\text{He}$  ( $V_1$ ), и ван-дер-ваальсовское притяжение ( $V_2$ ) на больших расстояниях:

$$V_{\text{прямое}}(r) = V_1(r) + V_2(r). \quad (2)$$

Обменное взаимодействие  $V_{\text{обменное}}(r)$  представляет собой взаимодействие двух атомов  $^3\text{He}$  через локальное изменение плотности  $^4\text{He}$ . Это аналог деформационного потенциала в теории БКШ.

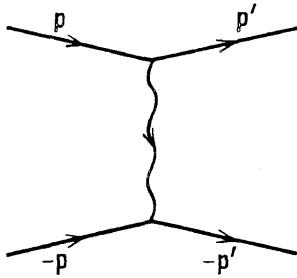


Рис.1. Взаимодействие двух атомов  ${}^3\text{He}$  через поляризацию сверхтекущего фона  ${}^4\text{He}$

Соответственно, в импульсном пространстве

$$V(q) = V_{\text{прямое}}(q) + V_{\text{обменное}}(q), \quad (3)$$

где  $V_{\text{обменное}}(q)$  обусловлено обменом виртуальным фононом в трехмерном случае и обменом квантом третьего звука в двумерном.

При низких температурах и концентрациях подсистема атомов  ${}^3\text{He}$  представляет собой ферми-жидкость малой плотности, т. е. фактически ферми-газ. Поэтому сверхтекущий переход в ней описывается теорией БКШ и решающим образом зависит от амплитуды и знака полного взаимодействия  $V(q)$  на ферми-поверхности. Более строго:  $\mathbf{q} = \mathbf{p} - \mathbf{p}'$ , где  $\mathbf{p}$  и  $\mathbf{p}'$  — входящий и выходящий из куперовского канала импульсы частиц,  $|\mathbf{p}| = |\mathbf{p}'| = p_F$ ,  $q^2 = 2p_F^2(1 - \cos\theta)$ ;  $\theta = \hat{\mathbf{p}}\hat{\mathbf{p}'}$  и единственное, что необходимо знать для задачи Купера — это значение s-гармоники потенциала  $V(q)$  на ферми-поверхности:

$$V_{l=0} = \int_{-1}^1 V(q(\cos\theta)) \frac{d\cos\theta}{2}. \quad (4)$$

## 2. Трехмерный случай

Деформационный потенциал имеет следующий вид в импульсном пространстве

$$V_{\text{обменное}}(q) = g_q^2 \frac{\omega_q}{(\epsilon_{p+q} - \epsilon_p)^2 - \omega_q^2}, \quad (5)$$

где  $g_q$  — константа связи,  $\omega_q$  — частота фононного спектра в  ${}^4\text{He}$ . Для случая  $|\epsilon_{p+q} - \epsilon_p| < \omega_q < \omega_D$ :  $V_{\text{обменное}}(q) = -g_q^2/\omega_q < 0$ .

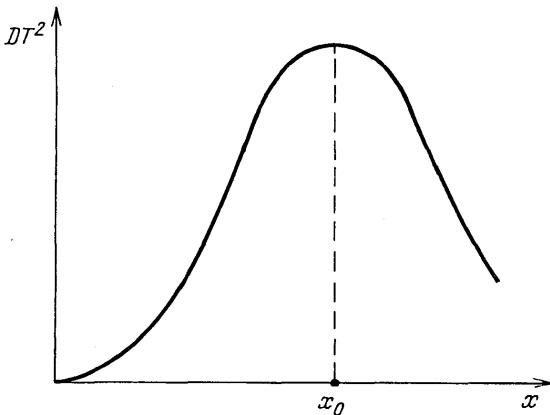


Рис. 2. Примерная экспериментальная зависимость коэффициента диффузии в растворе от концентрации  ${}^3\text{He}$

По полной аналогии с теорией БКШ:  $g_q^2 \propto q$ ,  $\omega_q = sq$ ;  $s$  — скорость звука в  ${}^4\text{He}$ , и в результате  $V_{\text{обменное}}(q \rightarrow 0) = \text{const}$ . В случае растворов эта константа равна  $-(1 + \alpha)^2 m_4 s^2 / n_4 < 0$ , где  $\alpha \approx 0,28$  — относительное увеличение объема раствора, возникающее при замене атома  ${}^4\text{He}$  на атом  ${}^3\text{He}$ ,  $n_4$  и  $m_4$  — плотность и масса  ${}^4\text{He}$ . Отметим, что для разреженного случая  $\omega_p > \epsilon_F$  и весь объем ферми-сферы, а не только дебаевская оболочка, как в стандартной теории БКШ, принимает участие в сверхпроводящем спаривании.

Прямое взаимодействие атомов  ${}^3\text{He}$  в импульсном пространстве находится из термодинамического тождества на производственную химпотенциала по плотности и имеет следующий вид:

$$V_{\text{прямое}}(q = 0) = \frac{\partial \mu_{3\uparrow}}{\partial n_{3\downarrow}} = (1 + 2\alpha) \frac{m_4 s^2}{n_4} > 0, \quad (6)$$

где  $\mu_{3\uparrow}$  и  $n_{3\downarrow}$  — химпотенциал атомов  ${}^3\text{He}$  со спином "вверх" и плотность частиц  ${}^3\text{He}$  со спином "вниз". В результате

$$\begin{aligned} V(q = 0) &\equiv V_{l=0} = \\ &= V_{\text{обменное}}(q = 0) + V_{\text{прямое}}(q = 0) = \\ &= -\alpha^2 \frac{m_4 s^2}{n_4} < 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Таким образом, мы приходим к выводу, что при очень малых концентрациях  ${}^3\text{He}$  (когда  $k \rightarrow 0$  и, следовательно,  $q \rightarrow 0$ ) полное взаимодействие притягательное, и мы можем ожидать традиционного для теории БКШ сферически-симметричного синглетного s-спаривания.

Однако эксперименты со спиновой диффузии показывают, что ситуация гораздо менее тривиальна [3 и ссылки там]. В этих экспериментах измеряется зависимость  $DT^2$  ( $D$  — коэффициент спиновой диффузии,  $T$  — температура) от концентрации  ${}^3\text{He}$ . Экспериментальные кривые имеют существенно немонотонный характер и обладают максимумом при определенном значении концентрации  $x_0$ , примерно равным 4 % (рис. 2). Приближенно они описываются формулой

$$DT^2 \propto \frac{x^{2/3}}{V_{l=0}^2 - \frac{2}{5} V_{l=0} V_{l=1} + \frac{11}{35} V_{l=1}^2}. \quad (8)$$

Теоретический анализ экспериментальных кривых показывает, что s-гармоника полного потенциала  $V_{l=0}$  падает по абсолютной величине с увеличением концентрации  $x$ , затем при  $x = x_0$  обращается в нуль, а при больших концентрациях соответствует отталкиванию. В то же время при  $x \gtrsim x_0$  существенной и притягательной (хотя и меньшей, чем  $V_{l=0}$  при  $x = 0$ ) оказывается p-гармоника полного потенциала  $V_{l=1}$ . Эти обстоятельства приводят к двум возможным подходам к сверхтекучести в растворах.

В первом подходе предполагается, что полное взаимодействие двух атомов  ${}^3\text{He}$   $V(q)$  обладает существенной импульсной зависимостью и, более того, меняет знак при значениях волнового вектора  $q$  порядка импульса Ферми при концентрации  $x_0$ :  $k_F(x_0)$ . Это предположение приводит к модельному потенциалу теории ББП:

$$V(q) = V(q = 0) \cos \frac{q}{k_s}, \quad k_s \propto k_F(x_0). \quad (9)$$

Модельный потенциал ББП был усовершенствован в 1989 г. ван де Хааром, Фроскати и Беделем [3]. Они

ввели концентрационную зависимость амплитуды потенциала  $\mathcal{V}(q=0)$ :

$$\mathcal{V}(q=0) = -\frac{m_4 s^2}{n_4} \alpha^2 \left( 1 + \gamma \frac{x}{x_{\max}} \right), \quad (10)$$

где  $x_{\max}$  — предельная растворимость  ${}^3\text{He}$  при данном давлении,  $\gamma(P)$  — подгоночный параметр,  $P$  — давление. В обеих теориях  $s$ -гармоника полного взаимодействия максимальна и притягательна при малых концентрациях, затем начинает падать и меняет знак на отталкивательный при концентрациях, отвечающих  $k_F \sim k_s$ . При больших концентрациях притягательной оказывается  $p$ -гармоника  $\mathcal{V}(q)$ . В результате авторы этих работ предсказывают синглетное  $s$ -спаривание в растворе при малых концентрациях и триплетное  $p$ -спаривание при больших. Отметим, что в более совершенном модельном потенциале ван де Хаара, Фрессати и Беделя используются два подгоночных параметра  $k_s = k_s(P)$  и  $\gamma(P)$ , которые авторы извлекают из экспериментов по спиновой диффузии и магнетострикции.

Второй подход, которого наряду с другими придерживается и автор данного обзора [1, 4, 5], состоит в отказе от какого бы то ни было модельного потенциала. В этом подходе в качестве единственного микроскопического параметра системы вводится зависящая от давления и концентрации длина  $s$ -рассеяния  $a_0 = (m/4\pi) V_{l=0}$ . При этом предполагается, что она меняет знак при концентрации, соответствующей максимуму на кривой для  $DT^2$  (рис. 3).

Отметим, что высшие гармоники ( $V_{l=1}, V_{l=2} \dots$ ) порождаются во втором подходе не из импульсной зависимости полного взаимодействия  $\mathcal{V}(q)$ , а из длины рассеяния  $a_0$  посредством эффективного взаимодействия двух частиц  ${}^3\text{He}$  через ферми-фон своей же  ${}^3\text{He}$ -подсистемы.

Связь между этими двумя подходами примерно следующая. Представим себе для простоты, что прямое взаимодействие двух частиц  ${}^3\text{He}$  в растворе имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} V_{\text{прямое}}(r) &= V_1, \quad r < r_1, \\ &= -V_2, \quad r_1 < r < r_2; \end{aligned} \quad (11)$$

первый член отвечает за твердотельное отталкивание на малых расстояниях, второй — за ван-дер-ваальсовское притяжение на больших (рис. 4).

Для малых концентраций  ${}^3\text{He}$  в растворе, т. е. для случая  $k_F r_1 \ll k_F r_2 \ll 1$   $s$ -гармоника прямого взаимодействия равна  $V_{\text{прямое}}^{l=0} = V_1^{l=0} - V_2^{l=0}$ . Однако для больших концентраций, когда  $k_F r_2 \geq 1$ , но  $k_F r_1$  по-прежнему гораздо меньше единицы, ван-дер-ваальсовское притяжение становится неэффективным и  $V_{\text{прямое}}^{l=0} = V_1^{l=0}$ . Тогда, если

$$V_1^{l=0} - V_2^{l=0} - V_{\text{обменное}}^{l=0} < 0, \quad (12)$$

но при этом

$$V_1^{l=0} - V_{\text{обменное}}^{l=0} > 0, \quad (13)$$

мы приходим к ситуации разреженного ферми-газа с газовым параметром  $k_F r_1 \ll 1$  и с длиной рассеяния, меняющей знак при  $k_F \sim 1/r_2$ . Конечно, в этом подходе мы пренебрегаем  $p$ -гармоникой ван-дер-ваальсовского взаимодействия, которая может быть не малой в переходной области  $k_F r_2 \sim 1$ . Отметим, что в области больших концентраций  $k_F r_2 \gg 1$ :  $V_2^{l=1}$  мала в той же

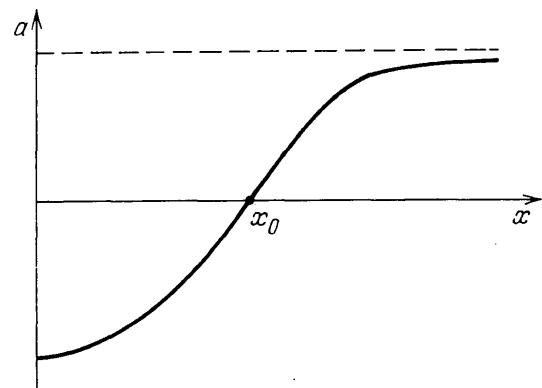


Рис. 3. Качественная зависимость длины рассеяния в растворе от концентрации  ${}^3\text{He}$ . При  $x = 100\%$   $a(x)$  стремится к длине рассеяния чистого  ${}^3\text{He}$  и приближенно равняется при нулевом давлении  $2/k_{F0}$ , где  $k_{F0}$  — ферми-импульс чистого  ${}^3\text{He}$

степени, что и  $V_2^{l=0}$ . В дальнейшем мы в основном сосредоточимся на втором (ферми-газовом) подходе к проблеме сверхтекучести в растворах.

### 3. Трехмерный ферми-газ с притяжением

Формула для температуры сверхтекучего перехода в ферми-газе с притяжением была впервые получена Горьковым и Мелик-Бархударовым (1961) [6] вскоре после создания теории БКШ. Для описания сверхтекучести растворов в области очень малых концентраций она была применена Башкиным и Мейеровичем [1]. Для концентраций  $x < x_0$  и притягательной длины  $s$ -рассеяния  $a_0 < 0$  эта формула гласит

$$T_{c0} = 0,1 \epsilon_{F0} x^{2/3} \exp \left( -\frac{\pi}{2|a_0|k_{F0} x^{1/3}} \right) \quad (14)$$

где  $\epsilon_{F0}$  и  $k_{F0}$  — энергия и импульс Ферми чистого  ${}^3\text{He}$ . Обратим внимание, что предэкспоненциальный множитель в этой формуле пропорционален  $\epsilon_F$ , а не  $\omega_D$ , как было бы в фононной модели.

Согласно оценкам Башкина и Остгарда [7]  $\max T_{c0} = T_{c0}(1\%) \sim 10^{-4}$  К. Фрессати с соавторами [3] предсказывают более низкую критическую температуру  $\max T_{c0} = T_{c0}(2\%) \sim 4 \cdot 10^{-6} - 10^{-5}$  К. Отметим, что значение  $T_{c0}$  порядка  $10^{-5}$  К получается у Фрессати в результате извлечения подгоночных параметров из экспериментальных данных.

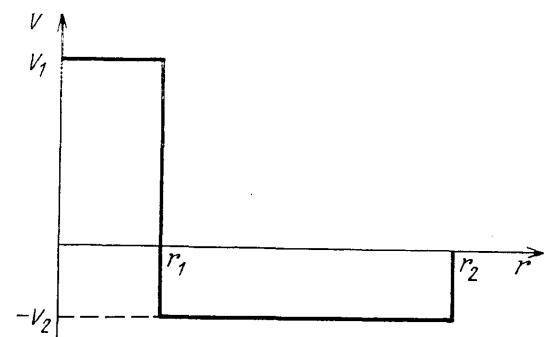


Рис. 4. Модельный вид прямого взаимодействия двух частиц в растворе в зависимости от расстояния между ними

спериментов по магнетострикции, а  $4 \cdot 10^{-6}$  — из экспериментов по спиновой диффузии. Отметим также, что при заданной концентрации  $x$  газовый параметр теории, равный  $a_0 k_{F0} x^{1/3}$ , слабо зависит от давления.

#### 4. Трехмерный ферми-газ с отталкиванием

Для больших концентраций ( $x > x_0$ ) длина рассеяния меняет знак  $a_0 > 0$  и  $s$ -спаривание оказывается невозможным. Тем не менее и в этом случае подсистема атомов  $^3\text{He}$  в растворе может стать сверхтекучей, но уже благодаря неустойчивости относительно триплетного  $p$ -спаривания. Механизм реализации триплетного спаривания в ферми-газе с чисто отталкивательным взаимодействием был рассмотрен в работах Фэя, Лэйзера [8] и Кагана, Чубукова [9]. Он связан с наличием коновской особенности [10] (фридлевских осцилляций [11]) в эффективном взаимодействии ферми-частиц через поляризацию фермиевского фона. Если говорить более конкретно, то эффективное взаимодействие в первых двух порядках теории возмущений по газовому параметру имеет следующий вид:

$$V_{\text{eff}}(q) = a_0 p_F + (a_0 p_F)^2 \Pi(q), \quad (15)$$

где  $\mathbf{q} = \mathbf{p} + \mathbf{p}'$ ,  $\mathbf{p}$ ,  $\mathbf{p}'$  — входящий и выходящий из куперовского канала импульсы,

$$\Pi(q) = \int \frac{\Theta(\varepsilon_p) - \Theta(\varepsilon_{p+q})}{\varepsilon_p - \varepsilon_{p+q}} \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \quad (16)$$

— стандартный поляризационный оператор, ответственный в случае электронного газа в металле за экранировку заряда. Отметим, что  $\mathbf{q} = \mathbf{p} + \mathbf{p}'$ , а не  $\mathbf{p} - \mathbf{p}'$ . Это свидетельствует о том, что реально во второй порядок теории возмущений вносит вклад не только петлевая диаграмма частица-дырка, но и все остальные диаграммы (их еще три), неприводимые по куперовскому каналу (рис. 5). В случае короткодействующего потенциала первые три диаграммы на рис. 5 сокращаются друг с другом и выживает лишь четвертая обменная диаграмма, совпадающая по величине с поляризационным оператором при замене  $\mathbf{p} - \mathbf{p}'$  на  $\mathbf{p} + \mathbf{p}'$ .

Поляризационный оператор  $\Pi(q)$  дается стандартной линдхардовской функцией и содержит наряду с регулярной частью сингулярную часть вида  $(q - 2p_F) \ln |q - 2p_F|$ . При переходе в координатное пространство сингулярная часть  $\Pi(q)$  приводит к фридлевским осцилляциям в эффективном взаимодействии  $V_{\text{eff}}(r) \propto (\cos 2k_F r)/r^3$ .

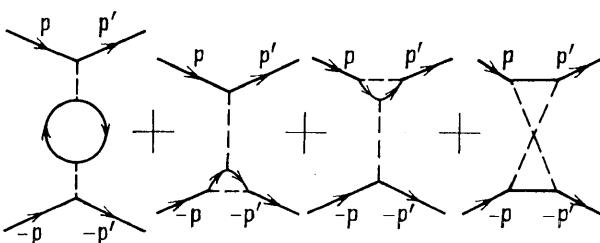


Рис. 5. Диаграммы второго порядка по газовому параметру  $a_0 p_F$ , дающие вклад в эффективное взаимодействие

Таким образом, чисто отталкивательный короткодействующий потенциал между двумя частицами в вакууме порождает в веществе эффективное взаимодействие с конкуренцией между притяжением и отталкиванием. Точный расчет показывает, что для всех гармоник эффективного потенциала (кроме, конечно,  $s$ -гармоники) притяжение побеждает в этой конкурентной борьбе, причем максимально притягательной оказывается  $p$ -гармоника. В результате трехмерный ферми-газ с отталкиванием оказывается неустойчивым относительно сверхтекучего перехода с триплетным  $p$ -спариванием при критической температуре

$$T_{\text{cl}} \propto \varepsilon_{F0} x^{2/3} \exp \left[ -\frac{5\pi^2}{4(2\ln 2 - 1)a_0^2 p_F^2 x^{2/3}} \right], \quad (17)$$

макс  $T_{\text{cl}} = T_{\text{cl}}$  ( $P = 10$  атм, когда максимальная растворимость  $^3\text{He}$  равна 9,5%)  $\sim 10^{-10} - 10^{-9}$  К. Такого же порядка температура триплетного спаривания была предсказана в работе ББП.

Отметим, что Фрессати и др. приводят более оптимистическую оценку для триплетного спаривания. При максимальной концентрации  $x = 9,5\%$   $T_{\text{cl}}$  лежит в интервале между  $10^{-6}$  и  $10^{-4}$  К, причем более низкая температура ( $10^{-6}$  К) получена при извлечении подгночных параметров из транспортных экспериментов, а более высокая — из экспериментов по магнетострикции.

#### 5. Двумерный случай

Раствор  $^3\text{He}$  в  $^4\text{He}$  является очень интересным также в связи с тем, что его можно сделать чисто двумерным. Напомним, что в сверхпроводящих электронных системах пленка считается двумерной, если ее толщина  $d$  много меньше длины когерентности  $\xi_0 \sim 1000$  Å. В случае пленок  $^3\text{He}$  на графите (отслаивающийся графит) и растворных слоев и субмонослоев радиус локализации атомов  $^3\text{He}$  в третьем измерении (т. е. толщина пленки), действительно, порядка межатомной. Таким образом, наряду с инверсными слоями в гетероструктурах мы имеем дело еще с одной чисто двумерной и при этом не содержащей примесей системой. В этом смысле двумерный раствор  $^3\text{He}$  в  $^4\text{He}$  является как бы мостиком между сверхтекучестью и сверхпроводимостью, особенно высокотемпературной. Действительно, большинство современных теорий ВТСП использует двумерность или квазидвумерность для объяснения как необычных нормальных свойств (сопротивление, восприимчивость, малый скачок в функции распределения на ферми-поверхности и т.д.) этих материалов, так и для объяснения высокой температуры сверхпроводящего перехода в них. Двумерные гелиевые пленки и особенно монослои с малой двумерной плотностью  $^3\text{He}$  представляются нам идеальным объектом для экспериментальной проверки различных модных в настоящее время теорий ВТСП таких, например, как теория маргинальной ферми-жидкости Вармы [12] или в чем-то родственная теория латинжеровской ферми-жидкости Андерсона [13]. К этому вопросу мы еще вернемся в конце обзора. А сейчас мы кратко напомним историю экспериментального обнаружения и теоретического предсказания существования двумерных растворных систем. Первые эксперименты в данной области

принадлежат Есельсону и Березняку [14], а также Аткинсу и Нарахаре [15]. В этих экспериментах была выявлена нетривиальная температурная зависимость коэффициента поверхностного натяжения (фактически поверхностной свободной энергии) слабого раствора  $^3\text{He}$  в  $^4\text{He}$ . Для интерпретации этих экспериментов Андреевым [16] была предложена идея о существовании поверхностных примесных уровней на свободной поверхности сверхтекущего  $^4\text{He}$ . Эта идея Андреева была позднее подтверждена детальными экспериментами Зиновьевой — Болдарева [17] и Эдвардса с соавторами [18], а также вариационными расчетами (см. обзор Эдвардса и Саама [19] и ссылки в нем). Корректная интерпретация экспериментов приводит к следующим значениям параметров, характеризующих поверхностное состояние:  $\epsilon = -\Delta - \epsilon_0 + (p_{\parallel}^2/2m^*)$ , где  $\Delta = 2,8 \text{ К}$  — энергия связи квазичастицы  $^3\text{He}$  в объеме (Андреев; Башкин и Мейерович);  $\epsilon_0 = 2,2 \text{ К}$  — разность энергий связи квазичастицы  $^3\text{He}$  в объеме и на поверхности,  $m^* = 1,5m_3$  — гидродинамическая эффективная масса, определяющая движение квазичастиц  $^3\text{He}$  вдоль поверхности. Отметим, что согласно вариационным расчетам Лекнера [20] и Саама [21], появление андреевских уровней обусловлено комбинацией эффектов, связанных с ван-дер-ваальсовским взаимодействием  $^3\text{He}$  с профилем плотности  $^4\text{He}$  (меняющейся по мере приближения к свободной поверхности) и с разностью энергий нулевых колебаний  $^3\text{He}$  и  $^4\text{He}$ . Эти эффекты приводят к локализации атомов  $^3\text{He}$  вблизи свободной поверхности. При этом атомы  $^3\text{He}$  могут свободно двигаться вдоль поверхности  $^4\text{He}$  — почти эквипотенциальной в силу гидродинамического условия  $\mu_4 = \text{const}$  на ней. Волновая функция андреевского состояния имеет вид:  $\Psi = \Psi(z) \exp(i\mathbf{p}_{\parallel}\mathbf{r})$ ;  $\Psi(z) \propto \exp(-z/a)$ , где  $a$  — радиус локализации в направлении, перпендикулярном поверхности.

Первые эксперименты с тонкими пленками  $^4\text{He}$  в духе экспериментов Зиновьевой и Эдвардса принадлежат Гаспарани, Бхаттахар্যи и Ди Пирро [22]. В этих экспериментах авторы измеряли вклад поверхностных состояний  $^3\text{He}$  в теплоемкость тонких пленок. Они же предложили их первую теоретическую интерпретацию [23]. В дальнейшем появился ряд экспериментальных работ Халлока с соавторами [24, 25, 26] по измерению намагниченности и времени спин-решеточной релаксации в субмонослоях  $^3\text{He}$  на поверхности тонких пленок  $^4\text{He}$ .

Для теоретической интерпретации экспериментов группы Халлока, Далфоло и Стингари [27], Павлофф и Трейнер [28], Кротшек, Саарела и Эпштейн [29] пришли к необходимости предположить существование не одного, а двух андреевских уровней на поверхности тонкой пленки  $^4\text{He}$ . При этом энергия первого андреевского уровня  $E_1 = -\Delta - \epsilon_1 + (p_{\parallel}^2/2m_1)$  практически совпадает с энергией андреевского уровня ( $\epsilon_1 \cong \epsilon_0$ ) на объемной поверхности, отличаясь лишь значением эффективной массы  $m_1 \cong 1,35m_3$ . Энергия второго андреевского уровня все еще ниже энергии  $^3\text{He}$  в объеме и дается выражением:  $E_2 = -\Delta - \epsilon_2 + (p_{\parallel}^2/2m_2)$ , где в пределе нулевой концентрации  $^3\text{He}$  и не слишком тонких пленок  $m_2 \cong 1,6m_3$ , а  $\epsilon_2 \cong 0,4 \text{ К}$  и соответственно  $\epsilon_2 - \epsilon_1 = 1,8 \text{ К}$ .

Отметим, что волновая функция первого андреевского уровня в основном локализована вблизи свободной

поверхности и даже имеет существенный хвост ( $\sim 3 \text{ \AA}$ ) над ней. В то же время волновая функция второго андреевского уровня частично простирается внутрь пленки. К возникновению двух андреевских уровней вместо одного по мнению авторов этих теоретических работ приводит конкуренция размерного эффекта (зануление  $\Psi$ -функции  $^3\text{He}$  вблизи подложки и, следовательно, увеличение кинетической энергии  $^3\text{He}$   $E_{\text{кин}} \propto (\nabla_z \Psi)^2 \propto 1/d^2$  работает на повышение энергии) и ван-дер-ваальсовского притяжения от подложки ( $\propto 1/d^3$  работает на понижение энергии). Для не очень толстых пленок ван-дер-ваальсовское притяжение сильнее отталкивания из-за размерного эффекта и, таким образом, энергия второго андреевского уровня все еще ниже энергии  $^3\text{He}$  в объеме.

При очень большой толщине пленки ван-дер-ваальсовское притяжение подложки  $\sim 1/d^3$  может стать несущественным по сравнению с кинетической энергией и энергия второго андреевского уровня может оказаться выше энергии  $^3\text{He}$  в объеме. В этом случае второй уровень, по-видимому, исчезает, уходя в объем. Отметим, что величина ван-дер-ваальсовского притяжения подложки при фиксированной толщине пленки зависит от того — "сильная" подложка или "слабая". На слабой подложке ( $\text{Cs, Rb, K, Na, Li, Mg, H}_2$ )  $^4\text{He}$  находится в жидкой фазе. На сильной подложке ( $\text{Ag, Au, Cu, Al}$ ) образуется один или два твердых слоя  $^4\text{He}$  и только в следующих слоях  $^4\text{He}$  — жидккий. Наличие одного или двух твердых слоев уменьшает ван-дер-ваальсовское притяжение подложки и увеличивает кинетическую энергию, приводя к возможному исчезновению второго андреевского уровня при меньших толщинах пленки.

В заключение данного раздела отметим, что полной ясности в рассматриваемом вопросе в настоящее время нет. Существует альтернативная точка зрения, согласно которой второй андреевский уровень может существовать не только в тонких пленках, но и в объеме.

Итак, мы выяснили, что в не слишком тонких и не очень толстых пленках заведомо существует два андреевских уровня с разностью энергий  $\epsilon_1 - \epsilon_2 = 1,8 \text{ К}$ . Их существование проявляется в экспериментах Халлока в наличии ступеньки в зависимости намагниченности от поверхностной плотности  $^3\text{He}$ . Эта ступенька возникает при плотности  $^3\text{He}$ , равной 0,85 монослоя. При меньших плотностях второй андреевский уровень не существует и мы имеем дело с одноуровневой чисто двумерной системой со спектром  $E = -\Delta - \epsilon_1 + (p_{\parallel}^2/2m_1)$  и волновой функцией  $\Psi = \Psi(z) \exp(i\mathbf{p}_{\parallel}\mathbf{r})$ . Другим важным результатом Халлока является анализ температурной зависимости восприимчивости. При низких температурах ( $T \ll T_F$ ) восприимчивость слабо зависит от температуры и при поверхностных плотностях от 0,03 до 0,3 монослоя хорошо описывается формулой для двумерного ферми-газа со слабым отталкивательным взаимодействием  $g$  между частицами:

$$\chi = \chi_0 \frac{1 + \frac{1}{2} F_1^s}{1 + F_0^a} \propto \chi_0(1 + g), \quad (18)$$

где  $F_1^s \propto g^2$  и  $F_0^a \propto g$  — двумерные гармоники функции взаимодействия квазичастиц Ландау,  $g \propto 1/2 \ln(p_F r_0)$  [30] — двумерная константа связи,  $r_0$  — радиус действия потенциала.

При плотностях от 0,005 до 0,03:  $\chi < \chi_0$ , что свидетельствует в пользу притягательного знака константы

связи (вспомним аналогичную ситуацию с константой связи  $a(x) \rho_F x^{1/3}$  в трехмерных растворах). Однако для точного заключения о том, на каких плотностях меняет знак константа связи, необходимы измерения на более низких температурах, так как  $T_F \sim T_F$  хмало и переход с ферми-газового поведения восприимчивости на закон Кюри происходит очень рано.

В заключение данного раздела отметим, что существует еще одна чисто двумерная система:  ${}^3\text{He}$  на поверхности графита (отслаивающегося графита), обладающая очень похожими свойствами при малой поверхностной плотности  ${}^3\text{He}$  (см. эксперименты группы Саундерса [31, 32]). Все дальнейшие рассуждения с малой модификацией могут быть применены и к ней.

## 6. Возможность сверхтекущего перехода в двумерных растворах

Перейдем теперь к вопросу о возможности осуществления сверхтекущего перехода в двумерном субмонослое  ${}^3\text{He}$  на поверхности  ${}^4\text{He}$ .

По аналогии с трехмерным случаем полное взаимодействие между двумя частицами  ${}^3\text{He}$  на поверхности определяется выражением:

$$V(\mathbf{r}, z) = V_{\text{прямое}}(\mathbf{r}, z) + V_{\text{обменное}}(\mathbf{r}, z), \quad (19)$$

где обменное взаимодействие  $V_{\text{обменное}}(\mathbf{r}, z)$  определяется суммой остаточных частей (не пошедших на образование андреевского уровня) деформационного потенциала взаимодействия двух частиц  ${}^3\text{He}$  через поляризацию  ${}^4\text{He}$  и ван-дер-ваальсовского притяжения подложки. Эти остаточные части обменного взаимодействия связаны в первую очередь с взаимодействием частиц  ${}^3\text{He}$  с искривлением поверхности сверхтекущего  ${}^4\text{He}$  в поле поверхностных волн третьего звука. Как известно, спектр волн третьего звука имеет вид  $\omega^2 = (\alpha/\rho)(\chi^2 + q^2)q^2 (qd)$ , где первый член в скобках описывает вклад ван-дер-ваальсовского потенциала подложки, а второй член — локальное поверхностное изменение плотности  ${}^4\text{He}$ . Для тонких пленок вклад первого члена оказывается доминирующим, т. е. динамическая часть ван-дер-ваальсовского потенциала подложки оказывается важнее "поверхностных фононов" (риплонов). В результате при уменьшении толщины пленки спектр меняется от чисто риплонного  $\omega^2 = (\alpha/\rho)q^3$ ,  $\alpha$  — коэффициент поверхностного натяжения, до звукового с линейным законом дисперсии  $\omega^2 = (\alpha d \chi^2/\rho)q^2$ ,  $\chi$  — капиллярная постоянная ван-дер-ваальсовского потенциала,  $d$  — толщина пленки;  $qd \ll 1$ .

Для двумерной задачи нам, как всегда, существенно определить двумерную проекцию трехмерного потенциала  $V(\mathbf{r}, z)$ . По полной аналогии с двумерной проекцией кулоновского взаимодействия она определяется выражением:

$$V(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) = \iint V(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2, z_1 - z_2) \times \\ \times |\Psi(z_1)|^2 |\Psi(z_2)|^2 dz_1 dz_2, \quad (20)$$

где  $\Psi(z)$  — волновая функция андреевского уровня. Двумерную проекцию полного взаимодействия можно

вновь представить в виде

$$V(r) = V_{\text{прямое}}(r) + V_{\text{обменное}}(r) \quad (21)$$

и соответственно в импульсном пространстве

$$V(q_{\parallel}) = V_{\text{прямое}}(q_{\parallel}) + V_{\text{обменное}}(q_{\parallel}). \quad (22)$$

$V_{\text{обменное}}(q_{\parallel} = 0)$  обусловлено обменом виртуальным квантом третьего звука и для тонких пленок равно  $V_{\text{обменное}}(q_{\parallel} = 0) = -m_4 c_{\text{III}}^2$  (Курихара [33], Монарха — Соколов [34]), где

$$c_{\text{III}}^2 = \frac{3V_{\text{под}} h_4}{m_4 n_4 (d + h_4)^4}, \quad (23)$$

$c_{\text{III}}$  — скорость третьего звука,  $V_{\text{под}}$  — сила ван-дер-ваальсовского потенциала подложки,  $d$  и  $h_4$  — толщины твердого и сверхтекущего слоев  ${}^4\text{He}$ . (Напомним, что на хорошо смачиваемых подложках таких, как Au, Ag, Cu..., первый слой  ${}^3\text{He}$  затвердевает.)

Отметим, что опять, как и в трехмерной задаче, предельная частота поверхностных волн  $\omega_D \sim m_4 c_{\text{III}}^2$  много больше энергии Ферми  $\varepsilon_F$ . Поэтому мы опять имеем дело с антиадиабатической ситуацией, где весь объем двумерной ферми-сферы, а не только дебаевская оболочка, существен для задачи о сверхтекущем переходе.

Перейдем теперь к определению прямой части полного взаимодействия. По аналогии с трехмерной ситуацией

$$V_{\text{прямое}}(q_{\parallel} = 0) = V_1(q_{\parallel} = 0) + V_2(q_{\parallel} = 0), \quad (24)$$

где  $V_1$  определяется отталкиванием двух частиц  ${}^3\text{He}$  на малых расстояниях, связанным с наличием у них твердых ядер, а  $V_2$  — притягательным взаимодействием двух частиц  ${}^3\text{He}$  на больших расстояниях.

Как мы уже упоминали в конце предыдущего раздела, эксперименты Халлока по измерению зависимости намагниченности субмонослоя от поверхностной плотности  ${}^3\text{He}$  показывают, что полное взаимодействие двух частиц  ${}^3\text{He}$  на поверхности тонкой пленки — притягательно при концентрации  ${}^3\text{He}$   $x < 3\%$  и отталкивательно при больших концентрациях. Поэтому мы опять можем представить прямую часть полного взаимодействия в модельном виде, изображенном на рис. 4, т. е.

$$V_{\text{прямое}}(r) = V_1, \quad r < r_1, \\ = -V_2, \quad r_1 < r < r_2, \quad (25)$$

где  $1/r_2 \propto k_F(x = 3\%)$ , и для плотности субмонослоя  $k_F^2 < r_1^2$  вновь попытаться воспользоваться ферми-газовой идеологией. Отметим, что эксперименты Халлока показывают, что для плотностей  ${}^3\text{He}$ , меньших 0,3 монослоя, мы действительно имеем дело со слабо взаимодействующим разреженным двумерным ферми-газом.

## 7. Двумерный ферми-газ с притяжением

Особенностью двумерной ситуации является то обстоятельство, что в двумерии уже в случае бесконечно слабого взаимодействия мы имеем дело с сосуществованием двух явлений: спаривания двух частиц в вакууме в координатном пространстве и

куперовского спаривания двух частиц в веществе в импульсном пространстве на фоне заполненной фермисфера. Энергия связанного состояния в вакууме для случая чисто притягательного потенциала равна

$$E_{\text{связ}} = -\frac{1}{mr_0^2} \exp\left(-\frac{4\pi}{m|U_0|}\right), \quad (26)$$

где  $U_0$  — s-гармоника потенциала, а  $r_0$  — его радиус действия. В случае потенциала с отталкивательным кором и притягательным хвостом (см. рис. 4) для  $V_{20} > V_{10}$

$$E_{\text{связ}} = -\frac{1}{mr_0^2} \exp\left(-\frac{4\pi}{m|V_{20} - V_{10}|}\right). \quad (27)$$

Температура сверхтекучего перехода (куперовского спаривания в веществе) определяется стандартной для теории БКШ формулой:

$$T_{c0} \sim \epsilon_F \exp\left(-\frac{1}{|f_0|}\right), \quad (28)$$

где двумерный газовый параметр  $f_0$  определяется реальной частью амплитуды рассеяния и в случае притяжения дается выражением

$$f_0 = \text{Re} \left[ -\frac{m|U_0|/2\pi}{1 - (m|U_0|/2\pi) \ln(1/p_F^2 r_0^2) + (m|U_0|/4\pi)i\pi} \right]. \quad (29)$$

Подставляя выражение для  $f_0$  в формулу для критической температуры, получим всюду, кроме узкой области вблизи резонанса ( $1 = (m|U_0|/4\pi) \ln(1/p_F^2 r_0^2)$  или  $2\epsilon_F = |E_{\text{связ}}|$ )

$$T_{c0} \sim \frac{\epsilon_F}{p_F r_0} \exp\left(-\frac{2\pi}{m|U_0|}\right) = (2\epsilon_F |E_{\text{связ}}|)^{1/2}. \quad (30)$$

Эта формула была выведена Мияке [35] для двумерных растворов и была переведена Рандейрой, Дуаном, Шиком [36] и Шмитт-Ринком, Вармой, Рукенштейном [37] в связи с возможным маргинальным ферми-жидкостным поведением в ВТСП-сверхпроводниках.

Интересно отметить, что с формальной точки зрения выражения для критической температуры в трехмерии и двумерии отличаются лишь предэкспоненциальным множителем  $\epsilon_F \rightarrow \epsilon_F / p_F r_0$ .

Однако, в действительности, ситуация в двумерии существенно более интересная. Дело в том, что для случая слабого взаимодействия, когда  $(m|U_0|/2\pi) \ln(1/p_F r_0) \ll 1$ , энергия связанного состояния  $|E_{\text{связ}}|$  много меньше  $\epsilon_F$  и соответственно  $T_{c0} \ll \epsilon_F$ , т. е. мы имеем дело с обычными куперовскими парами с большой длиной когерентности. Химический потенциал сверхтекучей системы, найденный Мияке из самосогласованного подхода Легетта [38], определяется выражением

$$\mu = \epsilon_F - \frac{1}{2} |E_{\text{связ}}|. \quad (31)$$

Напомним, что в подходе Легетта химический потенциал восстанавливается из условия сохранения полного числа частиц:

$$n = \frac{p_F^2}{2\pi} = \int \frac{d^2 k}{4\pi^2} \frac{E_k - \epsilon_k}{E_k}, \quad (32)$$

где  $E_k = (\epsilon_k^2 + \Delta_0^2)^{1/2}$ ,  $\epsilon_k = (k^2/2m) - \mu$  — энергии сверхтекучего и нормального состояний,  $\Delta_0$  — величина

сверхтекучей щели, связанная, как и в обычной теории БКШ, с критической температурой по формуле  $\Delta_0 = (\pi/\gamma)T_{c0}$ ,  $\ln\gamma = 0,57$  — константа Эйлера. Из формулы (31) видно, что при  $|E_{\text{связ}}| \ll \epsilon_F$   $\mu \rightarrow \epsilon_F$  и спаривание происходит на ферми-поверхности. В противоположном предельном случае сильного взаимодействия, когда  $(m|U_0|/2\pi) \ln(1/p_F r_0) \gg 1$ , мы имеем  $|E_{\text{связ}}| \gg \epsilon_F$  и  $\epsilon_F \ll T_{c0} \ll |E_{\text{связ}}|$ . В этом случае химический потенциал  $\mu \cong -|E_{\text{связ}}|/2 < 0$  и мы приходим к ситуации с сильно связанными куперовскими парами (композитными бозонами) с малой длиной когерентности [39]. В терминологии Башкина они называются димерами и являются гелиевыми аналогами биполяронов, введенных в теорию сверхпроводимости Александровым и Райнингером [40, 41]. Фактически в этом случае спаривание осуществляется не в импульсном, а в координатном пространстве. Отметим, что в ситуации с димерами, как и в биполярной модели, существует не одна, а две критические температуры: температура  $T_{c0}$  при подготовления локальных пар и температура  $T_c^* \propto n/m^* \sim \epsilon_F$  их бозе-конденсации. Отметим также, что если в случае слабосвязанных пар поправки Костерлица — Таулесса к результату полученному выше по теории среднего поля малы и пропорциональны  $(T_{\text{св}}^{\text{КТ}} - T_{\text{БКШ}}^{\text{св}})/T_{\text{БКШ}}^{\text{св}} \sim T_{\text{БКШ}}^{\text{св}}/\epsilon_F \ll 1$  [42], то в случае димеров эти поправки весьма существенны и могут играть определяющую роль.

Подчеркнем, что на уровне теории среднего поля переход от режима БКШ к биполярному режиму является в двумерии гладким не только для химического потенциала  $\mu$ , но и для полной энергии системы. Действительно, разность энергий нормального и сверхтекучего состояний при  $T = 0$  имеет вид

$$\frac{E_s^{\text{БКШ}} - E_n}{N} = -\frac{\Delta^2}{\epsilon_F} \sim -\frac{T_{c0}^2}{\epsilon_F} = -\frac{[(\epsilon_F |E_{\text{связ}}|)^{1/2}]^2}{\epsilon_F} = -|E_{\text{связ}}| = \frac{E_s^{\text{бипол}} - E_n}{N}, \quad (33)$$

где  $N$  — число частиц в системе.

В заключение данного раздела приведем оценку для температуры двумерного сверхтекучего перехода в притягательном случае: согласно Башкину, Курихаре и Мияке мы можем ожидать  $T_{c0}$  порядка 1 мК для поверхности плотности  ${}^3\text{He}$  порядка 0,01 монослоя.

## 8. Двумерный ферми-газ с отталкиванием

При плотности  ${}^3\text{He}$ , большей 0,03 монослоя, полное взаимодействие между частицами  ${}^3\text{He}$  меняет знак, и s-спаривание оказывается невозможным. Чтобы ответить на вопрос о возможности  $p$ -спаривания, в данной ситуации нам вновь по аналогии с трехмерным случаем необходимо установить знак  $p$ -гармоники эффективного взаимодействия. Эффективное взаимодействие в первых двух порядках теории возмущений вновь имеет вид

$$V_{\text{eff}}(q) = f_0 + f_0^2 \Pi(q), \quad (34)$$

где  $\mathbf{q} = \mathbf{p} + \mathbf{p}'$ ,  $\Pi(q)$  — двумерный поляризационный оператор, а  $f_0 = 1/2 \ln(p_F r_0)$  — газовый параметр в случае отталкивания.

В координатном пространстве  $V_{\text{eff}}(r) \propto f_0^2 \cos(2k_F r)/r^2$  содержит гораздо более сильные ( $\sim 1/r^2$ ), чем в трехмерном случае, осцилляции. Однако

порождаемая ими в импульсном пространстве двумерная коновская особенность имеет односторонний характер:  $\Pi_{\text{sing}}(q) \propto \text{Re}(q - 2p_F)^{1/2}$  [43]. Для куперовской задачи  $|\mathbf{p}| = |\mathbf{p}'| = p_F$  и  $q^2 = 2p_F^2(1 + \cos\theta)$ . Поэтому  $q < 2p_F$  и  $\text{Re}(q - 2p_F)^{1/2} = 0$ . Таким образом, сильная двумерная коновская особенность оказывается неэффективной для задачи о куперовском спаривании и 2D-ферми-газ с отталкиванием остается в нормальном состоянии по крайней мере в двух первых порядках теории возмущений. В своей недавней работе Чубуков [44] показал, что учет вершинных поправок к выражению для эффективного взаимодействия восстанавливает сверхтекущее р-спаривание в двумерии в третьем порядке теории возмущений:  $T_{c1} \propto \varepsilon_F \exp(-1/f_0^3)$ . Оценка для температуры сверхтекущего перехода, приведенная Чубуковым, дает  $10^{-4}$  К для предельных плотностей ( $\sim 0,3$  монолоя) применимости ферми-газового описания.

Отметим, что учет неквадратичных поправок к спектру квазичастиц  ${}^3\text{He}$ :

$$\varepsilon = \frac{p^2}{2m} \left( 1 - \gamma \frac{p^2}{p_c^2} \right)$$

приводит к восстановлению р-спаривания уже во втором порядке теории возмущений:  $T_{c1} \propto \varepsilon_F \exp(-1/\gamma f_0^2)$  (Баранов, Каган [45]). Однако соответствующая температура сверхтекущего перехода экспоненциально зависит от малой константы неквадратичности спектра и поэтому оказывается весьма малой.

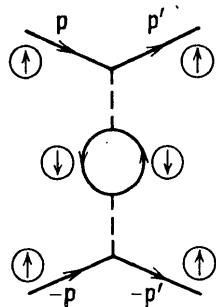


Рис. 6. Эффективное взаимодействие для двух спинов, направленных по полю в поляризованном случае

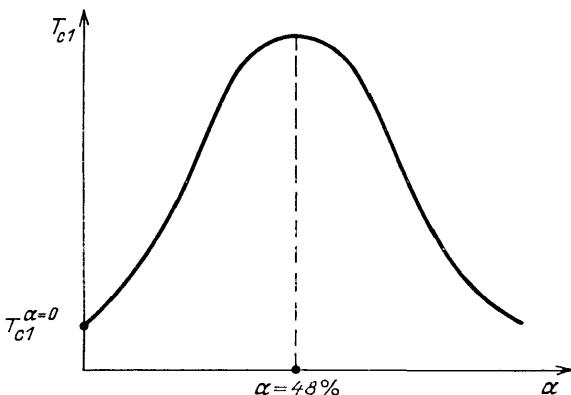


Рис. 7. Теоретическая зависимость критической температуры  $T_{c1}$  от степени поляризации  $\alpha$  трехмерного раствора  ${}^3\text{He}$  в  ${}^4\text{He}$

## 9. Сверхтекущесть в поляризованных растворах

Кратко остановимся теперь на ситуации в сильно поляризованных растворах. Как хорошо известно, в сильно поляризованном растворе синглетное спаривание подавляется парамагнитным эффектом. Это значит, что в магнитных полях  $\mu_B H > T_{c0}$  ( $\mu_B$  — ядерный магнетон Бора) происходит переворот одного из спинов куперовской пары, направленного против поля, и тем самым разрушение сверхтекущести. Влияние внешнего магнитного поля (или поляризации) на температуру триплетного спаривания менее тривиально. В работах Чубукова и Кагана [46] показано, что температура р-спаривания в трехмерном поляризованном газе с отталкиванием резко немонотонно зависит от степени поляризации  $\alpha$ : сильно возрастающая в области малых и промежуточных поляризаций, проходя через максимум при поляризации, равной 48%, и уменьшающаяся при дальнейшем росте поляризации. К резко немонотонной зависимости  $T_{c1}$  от  $\alpha$  приводит конкуренция двух эффектов: усиления коновской особенности с ростом поляризации и уменьшения числа спинов, направленных против поля.

На языке диаграммной техники эти эффекты обусловлены тем, что в поляризованном случае эффективное взаимодействие для двух спинов "вверх" (направленных по полю) в куперовском канале осуществляется через нульзвуковую поляризационную петлю, составленную из частицы и дырки со спинами "вниз" (рис. 6). Эта поляризационная петля вновь содержит коновскую особенность, но теперь уже вида

$$\Pi_{\text{sing}}(q) = (q_{\uparrow} - 2p_{F\uparrow}) \ln(q_{\uparrow} - 2p_{F\uparrow}), \quad (35)$$

где  $\mathbf{q}_{\uparrow} = \mathbf{p}_{\uparrow} - \mathbf{p}'_{\uparrow}$ ,  $q_{\uparrow}^2 = 2p_{F\uparrow}^2(1 - \cos\theta)$ ,  $\theta = \widehat{\mathbf{p}\mathbf{p}'}$ ,  $p_{F\uparrow}$  — радиусы ферми-сфер спинов "вверх" и "вниз". Для ненулевого магнитного поля  $p_{F\uparrow} \neq p_{F\downarrow}$ . Поэтому коновская особенность (т.е. обращение в нуль разности  $q_{\uparrow} - 2p_{F\uparrow}$ ) имеет место не при угле  $\theta = \pi$  между  $\mathbf{p}$  и  $\mathbf{p}'$ , а при угле  $\theta = \theta_c$ , отличном от  $\pi$  в меру степени поляризации. Другими словами, если  $\Pi_{\text{sing}}(\theta) \propto (\pi - \theta)^2 \ln(\pi - \theta)$  в неполяризованном случае, то при наличии поляризации  $\Pi_{\text{sing}}(\theta) \propto (\theta_c - \theta) \ln(\theta_c - \theta)$ . Мы видим, что в поляризованном случае коновская особенность сильнее, так как уже первая производная (а не вторая, как в отсутствие поля) от  $\Pi_{\text{sing}}(\theta)$  расходится. Естественно, что усиление коновской особенности ведет к увеличению критической температуры. Этому эффекту противостоит уменьшение плотности состояний частиц со спином "вниз", ведущее к уменьшению абсолютной величины нульзвуковой петли и, следовательно, к уменьшению значения критической температуры.

Конкуренция между этими двумя эффектами и приводит к возникновению максимума на кривой зависимости  $T_{c1}$  от степени поляризации  $\alpha$  (рис. 7). Максимальная температура имеет место при  $\alpha = 48\%$ . При давлении 10 атм и максимально возможной концентрации  $x = 9,5\%$  температура в максимуме составляет  $10^{-6} - 10^{-5}$  К, значительно превышая температуру  $T_{c1} \sim 10^{-10} - 10^{-9}$  К при  $\alpha = 0$ . Качественно похожую зависимость  $T_{c1}$  от  $\alpha$  с максимумом при  $\alpha = 32\%$  предсказывают также Фроскати, Бедель и ван де Хаар [3]. Температура в максимуме, предсказанная этими авторами для тех же значений

давления и концентрации, несколько выше и составляет  $10^{-5} - 10^{-4}$  К.

Отметим, что надежды на экспериментальное создание сильно поляризованных растворов связаны в первую очередь с элегантной идеей Кастана и Нозьера [47]. В своей классической работе они предложили создавать сильную поляризацию в жидким растворе с помощью быстрого плавления твердого раствора. Дело в том, что в твердом растворе (и в чистом кристаллическом  $^3\text{He}$ ) отсутствует кинетическая энергия вырождения атомов  $^3\text{He}$ , связанная с принципом Паули. Поэтому приложение магнитного поля порядка температуры Кюри

$$\mu_B H \sim T_c \sim T \sim 1 \text{ мК и } H \sim 1 \text{ Тл} \quad (36)$$

приводит к почти стопроцентной поляризации твердого раствора. (Отметим, что в жидким растворе для создания значительных поляризаций необходимы значительно более сильные и экспериментально недостижимые магнитные поля  $\mu_B H \sim \epsilon_F \sim 0,1$  К и  $H \sim 100$  Тл.) Быстрое плавление сильно поляризованного твердого раствора ( $\alpha \sim 90\%$ ) приводит по оценкам авторов [47] к возникновению жидкого раствора с  $\alpha \sim 30\%$ . Конечно, эта поляризация будет неравновесной, но ее время жизни будет очень велико ( $t \sim 30$  мин) благодаря большому времени релаксации в жидкой фазе.

Другой весьма важной идеей для повышения критической температуры является предположение Мейеровича [35, 48], согласно которому максимальная растворимость в сильно поляризованном растворе может в 3–4 раза превышать максимальную растворимость в отсутствие поляризации ( $x^{\max} \sim 30\%$  вместо  $x_{\alpha=0}^{\max} = 9,5\%$ ). Комбинация идей Кастана, Нозьера и Мейеровича может привести к еще большему увеличению (до  $10^{-4} - 10^{-3}$  К) температуры сверхтекучего перехода в сильно поляризованном растворе.

## 10. Двумерный поляризованный раствор

Ситуация в двумерных поляризованных субмонослоях при плотностях  $^3\text{He}$  от 0,03 до 0,3 монослоя еще более благоприятна с точки зрения величины температуры сверхтекучего перехода. Дело в том, что, как уже обсуждалось выше, большая двумерная коновская особенность вида  $\text{Re}(q - 2p_F)^{1/2}$  — неэффективна в отсутствие магнитного поля для задачи о куперовском спаривании. При наличии поляризации ситуация кардинально меняется:  $\Pi_{\text{sing}}(\mathbf{q} = \mathbf{p} - \mathbf{p}') \propto \text{Re}(q_{\parallel} - 2p_{F\parallel})^{1/2}$  [46] и существует область углов  $\theta$  между  $\mathbf{p}$  и  $\mathbf{p}'$  ( $q_{\parallel}^2$  вновь равно  $2p_{F\parallel}^2(1 + \cos\theta)^{1/2}$ ), для которых выражение под квадратным корнем положительно. Таким образом, приложение магнитного поля снимает односторонний характер двумерной коновской особенности и делает ее эффективной для задачи о спаривании.

Конкуренция коновской особенности с уменьшением числа спинов, направленных против поля, вновь приводит в двумерном случае к немонотонной зависимости  $T_{\text{c1}}$  от степени поляризации  $\alpha$  с очень большим максимумом при  $\alpha = 60\%$  (рис. 8). Отметим, что этот максимум очень широкий и простирается от 20- до 90%-ной поляризации.

Оценки показывают, что критическая температура уже довольно велика в экспериментально достижимых

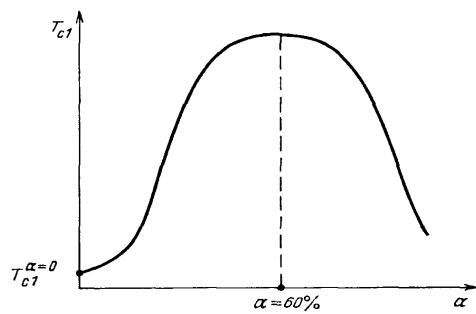


Рис. 8. Теоретическая зависимость критической температуры  $T_{\text{c1}}$  от степени поляризации  $\alpha$  двумерного раствора  $^3\text{He}$  в  $^4\text{He}$

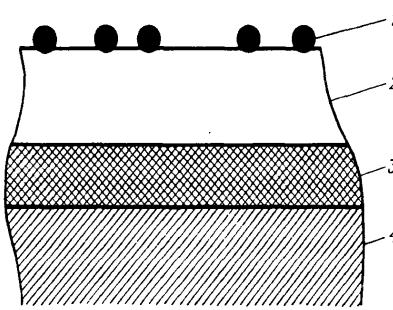


Рис. 9. Принципиальная схема эксперимента Побелла и Ширамы, в котором авторы попытались обнаружить сверхтекучесть в двумерных растворах. 1 — субмонослои  $^3\text{He}$ , 2 — сверхтекучий  $^4\text{He}$  (один монослоя), 3 — твердый слой  $^4\text{He}$  толщиной  $\sim 3\text{ \AA}$ , 4 — серебряная подложка

полях  $\sim 15$  Тл. Действительно, приложение такого магнитного поля приводит, например, к десятипроцентной поляризации двумерного раствора с плотностью  $^3\text{He}$   $n_3 \sim 0,05$  монослоя и  $\epsilon_F \sim 0,13$  К. Температура триплетного спаривания в этом случае вполне экспериментально достижима и составляет 1 мК.

## 11. Экспериментальная ситуация

Как уже было сказано во вступительной части обзора, проблема поиска сверхтекучести в трехмерных и двумерных растворах все еще экспериментально не решена. Существующие в настоящее время экспериментальные данные с отсутствием сверхтекучести в некоторых областях давления и концентрации накладывают ограничения на различные теоретические оценки температур сверхтекучего перехода. Они заставляют как теоретиков, так и экспериментаторов сосредоточиться на тех областях параметров, где измерений в настоящее время нет.

В обзоре Башкина и Остгарда [7] приведены экспериментальные данные групп Побелла [49] и Огавы [50]. Они говорят об отсутствии сверхтекучего перехода в трехмерных растворах вплоть до температуры 0,2 мК при концентрациях  $^3\text{He}$  1, 5 и 6,4%. Эти данные указывают на то, что и температура синглетного *s*-спаривания, и температура триплетного *p*-спаривания (напомним, что *s*-спаривание невозможно при концентрациях более 4%), по-видимому, лежит ниже 0,2 мК. Оценки Башкина и Остгарда по *s*-спариванию показывают, что наиболее перспективно искать синглетную сверхтекучесть при

концентрациях  ${}^3\text{He}$   $\sim 0,5 — 1\%$ . Ван де Хаар, Фрессати и Бедель [3] считают, что оптимальная концентрация лежит в интервале  $1,5 — 2,5\%$ . Соответствующая температура  $T_{c0}$  имеет у обоих групп порядок  $0,1\text{ мК}$ . Триплетную сверхтекучесть по оценкам Фрессати, Беделя, Мейеровича и автора данной статьи перспективно искать при максимальной концентрации  ${}^3\text{He}$   $x \approx 9,5\%$ , отвечающей давлению  $10\text{ атм}$  и при сильной поляризации (в больших эффективных магнитных полях). Как уже отмечалось выше, при очень большой поляризации не исключено достижение еще больших, чем  $9,5\%$  концентраций  ${}^3\text{He}$ . Наиболее реалистические оценки и в этом случае тем не менее предсказывают температуру триплетного спаривания лишь порядка  $0,1\text{ мК}$  и ниже. Таким образом, по-видимому, мы можем ожидать, что обе температуры и синглетного, и усиленного поляризацией триплетного спаривания лежат в области температур порядка  $0,1\text{ мК}$ .

Ситуация в двумерных растворах, как нам представляется, более благоприятна с экспериментальной точки зрения. Здесь наиболее существенные экспериментальные данные, накладывающие ограничения на теоретические оценки, принадлежат Побеллу и Шираме [51]. Они пытались получить сверхтекучесть в субмонослое  ${}^3\text{He}$  на поверхности очень тонкой пленки  ${}^4\text{He}$ . Метод измерения, примененный ими, заключался в измерении вязкой глубины проникновения с помощью тороидальных осцилляций. Схема их эксперимента представлена на рис. 9. Побелл и Ширама спустились вниз по температуре до  $0,85\text{ мК}$  и не обнаружили сверхтекучего перехода в диапазоне поверхностных концентраций от  $0,1$  до  $1$  монослоя. Их эксперимент заставляет нас думать, что сверхтекучесть в 2D-растворах надо искать либо при меньших плотностях  ${}^3\text{He}$  ( $n_3 < 0,03$  монослоя, где полное взаимодействие соответствует притяжению), либо примерно при тех же плотностях  $n_3 \sim 0,05 — 0,1$  монослоя, но в сильных магнитных полях  $\sim 15 — 30\text{ Тл}$ . И в том, и в других случаях можно ожидать, что как синглетная сверхтекучесть в отсутствие поля, так и усиленная полем триплетная сверхтекучесть будет лежать в области температур  $\sim 1\text{ мК}$ . Эти температуры с одной стороны на порядок выше трехмерных, а с другой стороны вполне экспериментально достижимы.

## 12. Двумерные монослои как мостик между сверхтекучестью и сверхпроводимостью

В заключение этого обзора нам бы хотелось подчеркнуть, что двумерные субмонослои  ${}^3\text{He}$  на поверхности тонких пленок  ${}^4\text{He}$  и на графите являются идеальными двумерными системами для экспериментальной проверки многих популярных в настоящее время теорий нормального и сверхпроводящего состояний квазидвумерных ВТСП-сверхпроводников. Многие ведущие теоретики, изучающие проблему ВТСП, включая Андерсона, Варму и др., настаивают на том, что аномально высокая температура сверхпроводящего перехода в ВТСП-системах неразрывно связана с их необычными нормальными свойствами. Эти необычные нормальные свойства, как уже было отмечено выше в разделе 5, включают в первую очередь малость скачка в функции распределения взаимодействующих частиц на ферми-

поверхности и линейный ход сопротивления как функции температуры при температурах гораздо ниже дебаевской.

Для объяснения линейного хода сопротивления Андерсоном несколько лет назад была предложена идея латтинжеровской ферми-жидкости с нулевым скачком в функции распределения на ферми-поверхности [13]. Схожая идея маргинальной ферми-жидкости (которая является важным частным случаем латтинжеровской) была также выдвинута Вармой с соавторами [12].

Позднее Андерсон выдвинул еще более нетривиальную гипотезу о том, что не только сильно взаимодействующая двумерная ферми-система высокой плотности, но даже и слабо-взаимодействующий ферми-газ малой плотности описывается не ферми-жидкостной теорией Ландау с конечным скачком функции распределения, а латтинжеровской ферми-жидкостью [52]. Другими словами, Андерсон настаивает на том, что в двумерии ферми-газа в классическом понимании Галицкого [53] и Блюма [54] не существует. В развернувшейся после работ Андерсона дискуссии приняло участие большое число теоретиков. Большинство из них (Энгельбрехт и Рандея [55], Фукуяма [56], Фабрицио — Тоссати — Парола [57], Прокофьев — Стамп [58], Баранов — Каган — Марьенко [59]) придерживаются ферми-газовой идеологии и доказывают ее внутреннюю непротиворечивость в двумерии с помощью лестничных и паркетных приближений в рамках диаграммной техники. Андерсон продолжает настаивать на своей точке зрения, считая, что в двумерии такая диаграммная техника (даже на уровне суммирования бесконечного ряда паркетных диаграмм) не работает. Иными словами, Андерсон отрицает существование какой-бы то ни было теории возмущений в двумерии. Одним из наиболее серьезных аргументов Андерсона против теории возмущений является предполагаемая им сильная особенность в двумерной функции взаимодействия квазичастиц Ландау  $f(\mathbf{p}, \mathbf{p}')$ . В соответствии с качественными соображениями Андерсона  $f(\mathbf{p}, \mathbf{p}')$  при почти параллельных импульсах  $\mathbf{p}$  и  $\mathbf{p}'$  и противоположных спинах сталкивающихся частиц имеет при малом сходе с ферми-поверхности сингулярную часть вида

$$f_{\text{sing}}(\mathbf{p}, \mathbf{p}') \sim \frac{1}{|\mathbf{p} - \mathbf{p}'|}. \quad (37)$$

Существование такой сильной сингулярности приводит к логарифмической расходимости всех гармоник Ландау  $f_0, f_1 \dots$  и тем самым к полному краху ферми-жидкости. Вычисления  $f(\mathbf{p}, \mathbf{p}')$  во втором порядке теории возмущений, впервые проведенные Прокофьевым и независимо Барановым и Каганом, приводят, однако, к гораздо более слабой особенности в  $f$ -функции вида  $|\mathbf{p} - \mathbf{p}'|^{-1/2}$ . Более того, эта особенность существует у авторов только в малом угловом интервале  $\varphi \propto |\mathbf{p} - \mathbf{p}'|^{3/2}$ . Поэтому она приводит лишь к нетривиальным температурным поправкам к  $f$ -функции, но не к краху ферми-жидкостной картины как целого.

В связи с этой дискуссией было бы очень интересно распространить на область низких температур эксперименты групп Халлоха и Саундерса по измерению восприимчивости субмонослоев  ${}^3\text{He}$  на поверхности тонких пленок  ${}^4\text{He}$  и на поверхности графита. Измеряемая в этих экспериментах восприимчивость вырожденного

двумерного ферми-газа

$$\chi = \chi_0 \frac{1 + \frac{1}{2}(F_1^s)}{1 - F_0^a} \quad (38)$$

содержит при температурах много меньших температуры Кюри информацию о концентрационном и температурном поведении гармоник Ландау  $F_0^a$  и  $F_1^s$ . Извлеченная из экспериментов информация об этих гармониках помогла бы однозначно ответить на вопрос, существует ли нет двумерный ферми-газ и если он существует, то какие отсутствующие в трехмерии нетривиальные поправки к нему возникают в двумерной ситуации?

В заключение автору приятно выразить благодарность А.Ф. Андрееву, Е.П. Башкину, М.А. Баранову, П. Вёльфле, Х. Годфрину, К.Н. Зиновьеву, Ю. Кагану, Л.П. Питаевскому, Н.В. Прокофьеву и Дж. Фрессати за интерес, проявленный к данной работе и многочисленные научные дискуссии. Автор также глубоко благодарен А. Семенову за помощь при подготовке рукописи и многочисленные критические замечания.

## Список литературы

1. Bashkin E.P., Meyerovich A.E. *Adv. Phys.* **30**, 1 (1981).
2. Bardeen J., Baym G., Pines D. *Phys. Rev.* **156** (1), 156 (1967).
3. Van de Haar P.O., Frossati G., Bedel K.S. *JLTP* **77** (1/2), 35 (1989).
4. Fay D. *Phys. Rev. B* **16**, 537 (1977).
5. Chubukov A.V., Kagan M.Yu. (1991) In *Proceedings of Conference on Physical Phenomena at High Magnetic Fields*. (Tallahassee, Florida), p. 239 (invited paper); Baranov M.A., Chubukov A.V., Kagan M.Yu. *Int. J. Mod. Phys. B* **6**, 2471 (1992).
6. Горьков Л.П., Мелик-Бархударов Т.К. *ЖЭТФ* **40** (5), 1452 (1961).
7. Ostgaard E., Bashkin E.P. *Physica B* **178**, 134 (1992).
8. Fay D., Layzer A. *Phys. Rev. Lett.* **20**, 187 (1968).
9. Каган М.Ю., Чубуков А.В. *Письма ЖЭТФ* **47**, 525 (1988).
10. Kohn W., Luttinger J.H. *Phys. Rev. Lett.* **15**, 524 (1965).
11. Friedel H. *Adv. Phys.* **3**, 446 (1954).
12. Varma C.M., Littlewood P.B., Schmitt-Rink S., Abrahams E., Ruckenstein A.E. *Phys. Rev. Lett.* **63**, 1996 (1989).
13. Anderson P.W. *Phys. Rev. Lett.* **65**, 2306 (1990).
14. Есельсон Б.Н., Березняк Н.Г. *ДАН СССР* **99**, 569 (1954).
15. Atkins K.R., Narahara Y. *Phys. Rev. A* **138**, 437 (1965).
16. Андреев А.Ф. *ЖЭТФ* **50**(5), 1415 (1966).
17. Зиновьева К.Н., Болдарев С.Т. *ЖЭТФ* **56**(4), 1089 (1969).
18. Edwards D.O., Shen S.Y., Eskardt J.R., Fatouros P.P., Gasparini F.M. *Phys. Rev. B* **12**, 892 (1975).
19. Edwards D.O., Saam W.F., Brewer D.R. (1978) Ed *Progress in Low Temperature Physics*. (Ed. Brewer D.R.) (Amsterdam, North-Holland), v. VII A, ch. 4.
20. Lekner J. *Phil. Mag.* **22**, 669 (1970).
21. Saam W.F. *Phys. Rev. A* **4**, 1278 (1971).
22. Gasparini F.M., Bhattacharyya B., Di Pirro M.J. *Phys. Rev. B* **29** (9), 4921, (1984).
23. Bhattacharya B.K., Di Pirro M.J., Gasparini F.M. *Phys. Rev. B* **30** (9), 5029 (1984).
24. Valles J.M., Highley R.H., Johnson R.B., Hallock R.B. *Phys. Rev. Lett.* **60**, 428 (1988).
25. Highley R.H., Spargue D.T., Hallock R.B. *Phys. Rev. Lett.* **63** (23), 2570 (1989).
26. Alikacem N., Spargue D.T., Hallock R.B. *Phys. Rev. Lett.* **67** (18), 2501 (1991).
27. Dalfovo F., Stringari S. *Physica Scripta* **38**, 204 (1988).
28. Pavloff N., Treiner J. *JLTP* **83** (5/6), 331 (1991).
29. Krotscheck E., Saarela M., Epstein J.L. *Phys. Rev. B* **38**, 111 (1988).
30. Каган Ю., Шляпников Т.В., Вартанянц И.А., Глухов Н.А. *Письма ЖЭТФ* **35** (9), 386 (1982).
31. Saunders J., Lusher C.P., Cowan B.P. *Phys. Rev. Lett.* **64** (21), 2523 (1990).
32. Lusher C.P., Cowan B.P., Saunders J. *Phys. Rev. Lett.* **67** (18), 2497 (1991).
33. Kurihara S. *J. Phys. Soc. Japan* **52** (4), 1311 (1983).
34. Монарха Ю.П., Соколов С.С. *ФНТ* **16**, 164 (1990).
35. Kazumasa Miyake. *Progr. Theor. Phys.* **69** (6), 1794 (1983).
36. Randeria M., Duan J.M., Shieh L.Y. *Phys. Rev. Lett.* **62**, 981 (1989).
37. Schmitt-Rink S., Varma C.M., Ruckenstein A.E. *Phys. Rev. Lett.* **63**, 445 (1989).
38. Leggett A.J. (1980) *Modern Trends in the Theory of Condensed Matter*. (Lecture notes of the 1979 Karatz Winter School). (Eds. Pekalski A., Przystawa J.) Berlin, Springer-Verlag), p. 14.
39. Башкин Е.П. *ЖЭТФ* **78** (1), 360 (1980).
40. Alexandrov A.S., Ranninger J. *Phys. Rev. B* **23**, 1796 (1981).
41. Micnas J., Ranninger J., Rabasziewich S. *Rev. Mod. Phys.* **62**, 113 (1990).
42. Beasley M.R., Mooij J.E. *Phys. Rev. Lett.* **42** (17), 1165 (1979).
43. Афанасьев А.М., Каган Ю. *ЖЭТФ* **43** (10), 1456 (1962).
44. Chubukov A.V. *Phys. Rev. B* **48** (2), 1097 (1993).
45. Баранов М.А., Каган М.Ю. *ЖЭТФ* **99**, 1236 (1991).
46. Каган М.Ю., Чубуков А.В. *Письма ЖЭТФ* **50** (11), 483 (1989).
47. Castaing B., Nozieres P. *J. de Phys. (Paris)* **40**, 257 (1979).
48. Robol L.P., Steel S.C., Jochemsen R., Frossati G., Bedel K.S., Meyerovich A.E. *Europhys. Lett.* **17**, 219 (1992).
49. Мейерович А.Э. *Письма ЖЭТФ* **37** (1), 28 (1983).
50. Ishimoto H., Fukuyama H., Nishida N., Miura Y., Takano Y., Fukuda T., Tazaki T., Ogawa S. *JLTP* **77**, 133 (1989).
51. Pobell F. Private communication.
52. Anderson P.W. *Phys. Rev. Lett.* **66**, 3226 (1991).
53. Галицкий В.М. *ЖЭТФ* **34** (1), 139 (1958).
54. Bloom P. *Phys. Rev. B* **12** (1), 125 (1975).
55. Engelbrecht J.R., Randeria M. *Phys. Rev. Lett.* **65**, 1032 (1990).
56. Fukuyama H., Hasegawa Y., Narikiyo O. *J. Phys. Soc. Japan* **60**, 2013 (1991), and also preprint.
57. Fabrizio M., Tossati E., Parola A. — Doctoral Thesis (M. Fabrizio), 1992.
58. Prokofev N.V. In review article: Stamp P. *J. de Phys. (Paris)* **3**, 625 (1993).
59. Баранов М.А., Каган М.Ю., Марьенко М.С. *Письма ЖЭТФ* (1993) (в печати).