

## УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

## ИЗ ТЕКУЩЕЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Ферми-газовый подход к проблеме сверхтекучести в трехмерных и двумерных растворах  $^3\text{He}$  в  $^4\text{He}$ 

М.Ю. Каган

*Обзор новых экспериментальных подходов и теоретических результатов, касающихся проблемы поиска сверхтекучести в трехмерных и двумерных растворах  $^3\text{He}$  в  $^4\text{He}$ . Приведены оценки для температуры s- и p-спаривания неполяризованных и поляризованных растворов. Подчеркнута роль монослоев и субмонослоев  $^3\text{He}$  как идеальной чисто двумерной системы для экспериментальной проверки различных актуальных теорий высокотемпературной сверхпроводимости.*

PACS numbers: 67.40, 67.50.F

## Содержание

1. Введение (77).
  2. Трехмерный случай (78).
  3. Трехмерный ферми-газ с притяжением (79).
  4. Трехмерный ферми-газ с отталкиванием (79).
  5. Двумерный случай (79).
  6. Возможность сверхтекучего перехода в двумерных растворах (82).
  7. Двумерный ферми-газ с притяжением (82).
  8. Двумерный ферми-газ с отталкиванием (83).
  9. Сверхтекучесть в поляризованных растворах (84).
  10. Двумерный поляризованный раствор (85).
  11. Экспериментальная ситуация (85).
  12. Двумерные монослои как мостик между сверхтекучестью и сверхпроводимостью (86).
- Список литературы (87).

## 1. Введение

Одной из наиболее интересных и до сих пор еще экспериментально не разрешенной проблемой физики низких температур является проблема поиска сверхтекучести в трехмерных и в особенности в двумерных (тонкие пленки, субмонослои) растворах  $^3\text{He}$  в  $^4\text{He}$ . В данном обзоре автор сосредотачивает свое внимание на новых экспериментальных подходах и теоретических результатах, появившихся в данной области за последние несколько лет. Особенно

подчеркивается роль тонких пленок и субмонослоев  $^3\text{He}$  как идеальной двумерной системы для экспериментальной проверки различных теорий, актуальных в настоящее время в связи с проблемой высокотемпературной сверхпроводимости.

Как известно, раствор  $^3\text{He}$  в  $^4\text{He}$  представляет собой простейшую разреженную ферми-систему атомов  $^3\text{He}$ , находящуюся в инертном сверхтекучем конденсате  $^4\text{He}$ , что делает растворы идеальным объектом для развития и апробации различных методов теории ферми-жидкости. Эти методы были успешно применены как для описания нормальных свойств растворов (термодинамические характеристики, кинетические коэффициенты) [1], так и для предсказания возможной сверхтекучести  $^3\text{He}$ -подсистемы в нем [2–4]. Первая классическая работа в области теории сверхтекучести трехмерных растворов принадлежит Бардину, Бейму и Пайнсу (ББП, 1967) [2], установивших изящную аналогию между спариванием двух атомов  $^3\text{He}$  в растворе через поляризацию фона  $^4\text{He}$  (обмен виртуальным фононом) и электрон-фононным взаимодействием в теории сверхпроводимости Бардина, Купера, Шриффера (БКШ) (рис. 1). В соответствии с идеями авторов этой работы полное взаимодействие между двумя частицами  $^3\text{He}$  в растворе состоит из двух частей — прямого и обменного:

$$V(r) = V_{\text{прямое}}(r) + V_{\text{обменное}}(r). \quad (1)$$

В прямое взаимодействие вносят вклад отталкивание на малых расстояниях, связанное с наличием твердых  $\text{кóров}$  у атомов  $^3\text{He}$  ( $V_1$ ), и ван-дер-ваальсовское притяжение ( $V_2$ ) на больших расстояниях:

$$V_{\text{прямое}}(r) = V_1(r) + V_2(r). \quad (2)$$

Обменное взаимодействие  $V_{\text{обменное}}(r)$  представляет собой взаимодействие двух атомов  $^3\text{He}$  через локальное изменение плотности  $^4\text{He}$ . Это аналог деформационного потенциала в теории БКШ.

М.Ю. Каган. Институт физических проблем им. П.Л. Капицы РАН, 117334, Москва, ул. Косыгина, 2  
Тел. (095) 137-79-85  
E-mail: kagan@magnit.msk.su

Статья поступила 30 сентября 1993 г.

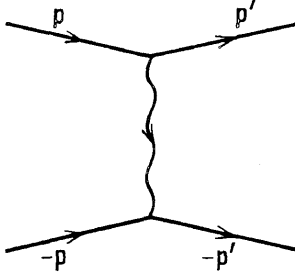


Рис.1. Взаимодействие двух атомов  $^3\text{He}$  через поляризацию сверхтекучего фона  $^4\text{He}$

Соответственно, в импульсном пространстве

$$V(q) = V_{\text{прямое}}(q) + V_{\text{обменное}}(q), \quad (3)$$

где  $V_{\text{обменное}}(q)$  обусловлено обменом виртуальным фононом в трехмерном случае и обменом квантом третьего звука в двумерном.

При низких температурах и концентрациях подсистема атомов  $^3\text{He}$  представляет собой ферми-жидкость малой плотности, т. е. фактически ферми-газ. Поэтому сверхтекучий переход в ней описывается теорией БКШ и решающим образом зависит от амплитуды и знака полного взаимодействия  $V(q)$  на ферми-поверхности. Более строго:  $\mathbf{q} = \mathbf{p} - \mathbf{p}'$ , где  $\mathbf{p}$  и  $\mathbf{p}'$  — входящий и выходящий из куперовского канала импульсы частиц,  $|\mathbf{p}| = |\mathbf{p}'| = p_F$ ,  $q^2 = 2p_F^2(1 - \cos\theta)$ ;  $\theta = \angle \mathbf{p}\mathbf{p}'$  и единственное, что необходимо знать для задачи Купера — это значение s-гармоники потенциала  $V(q)$  на ферми-поверхности:

$$V_{l=0} = \int_{-1}^1 V(q(\cos\theta)) \frac{d\cos\theta}{2}. \quad (4)$$

## 2. Трехмерный случай

Деформационный потенциал имеет следующий вид в импульсном пространстве

$$V_{\text{обменное}}(q) = g_q^2 \frac{\omega_q}{(\varepsilon_{p+q} - \varepsilon_p)^2 - \omega_q^2}, \quad (5)$$

где  $g_q$  — константа связи,  $\omega_q$  — частота фононного спектра в  $^4\text{He}$ . Для случая  $|\varepsilon_{p+q} - \varepsilon_p| < \omega_q < \omega_D$ :  $V_{\text{обменное}}(q) = -g_q^2/\omega_q < 0$ .

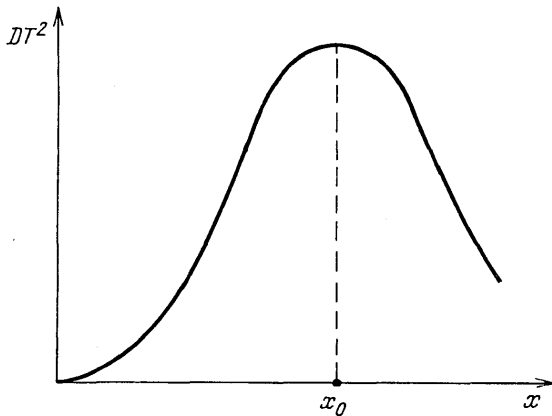


Рис. 2. Примерная экспериментальная зависимость коэффициента диффузии в растворе от концентрации  $^3\text{He}$

По полной аналогии с теорией БКШ:  $g_q^2 \propto q$ ,  $\omega_q = sq$ ;  $s$  — скорость звука в  $^4\text{He}$ , и в результате  $V_{\text{обменное}}(q \rightarrow 0) = \text{const}$ . В случае растворов эта константа равна  $-(1 + \alpha)^2 m_4 s^2 / n_4 < 0$ , где  $\alpha \cong 0,28$  — относительное увеличение объема раствора, возникающее при замене атома  $^4\text{He}$  на атом  $^3\text{He}$ ,  $n_4$  и  $m_4$  — плотность и масса  $^4\text{He}$ . Отметим, что для разреженного случая  $\omega_D > \varepsilon_F$  и весь объем ферми-сферы, а не только дебаевская оболочка, как в стандартной теории БКШ, принимает участие в сверхпроводящем спаривании.

Прямое взаимодействие атомов  $^3\text{He}$  в импульсном пространстве находится из термодинамического тождества на производственную химпотенциала по плотности и имеет следующий вид:

$$V_{\text{прямое}}(q=0) = \frac{\partial \mu_{3\uparrow}}{\partial n_{3\uparrow}} = (1 + 2\alpha) \frac{m_4 s^2}{n_4} > 0, \quad (6)$$

где  $\mu_{3\uparrow}$  и  $n_{3\uparrow}$  — химпотенциал атомов  $^3\text{He}$  со спином "вверх" и плотность частиц  $^3\text{He}$  со спином "вниз". В результате

$$\begin{aligned} V(q=0) &\equiv V_{l=0} = \\ &= V_{\text{обменное}}(q=0) + V_{\text{прямое}}(q=0) = \\ &= -\alpha^2 \frac{m_4 s^2}{n_4} < 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Таким образом, мы приходим к выводу, что при очень малых концентрациях  $^3\text{He}$  (когда  $k \rightarrow 0$  и, следовательно,  $q \rightarrow 0$ ) полное взаимодействие притягательное, и мы можем ожидать традиционного для теории БКШ сферически-симметричного синглетного s-спаривания.

Однако эксперименты со спиновой диффузии показывают, что ситуация гораздо менее тривиальна [3 и ссылки там]. В этих экспериментах измеряется зависимость  $DT^2$  ( $D$  — коэффициент спиновой диффузии,  $T$  — температура) от концентрации  $^3\text{He}$ . Экспериментальные кривые имеют существенно немонотонный характер и обладают максимумом при определенном значении концентрации  $x_0$ , примерно равным 4 % (рис. 2). Приближенно они описываются формулой

$$DT^2 \propto \frac{x^{2/3}}{V_{l=0}^2 - \frac{2}{3}V_{l=0}V_{l=1} + \frac{11}{35}V_{l=1}^2}. \quad (8)$$

Теоретический анализ экспериментальных кривых показывает, что s-гармоника полного потенциала  $V_{l=0}$  падает по абсолютной величине с увеличением концентрации  $x$ , затем при  $x = x_0$  обращается в нуль, а при больших концентрациях соответствует отталкиванию. В то же время при  $x \gtrsim x_0$  существенной и притягательной (хотя и меньшей, чем  $V_{l=0}$  при  $x = 0$ ) оказывается p-гармоника полного потенциала  $V_{l=1}$ . Эти обстоятельства приводят к двум возможным подходам к сверхтекучести в растворах.

В первом подходе предполагается, что полное взаимодействие двух атомов  $^3\text{He}$   $V(q)$  обладает существенной импульсной зависимостью и, более того, меняет знак при значениях волнового вектора  $q$  порядка импульса Ферми при концентрации  $x_0$ :  $k_F(x_0)$ . Это предположение приводит к модельному потенциалу теории ББП:

$$V(q) = V(q=0) \cos \frac{q}{k_s}, \quad k_s \propto k_F(x_0). \quad (9)$$

Модельный потенциал ББП был усовершенствован в 1989 г. ван де Хааром, Фроссати и Беделем [3]. Они

ввели концентрационную зависимость амплитуды потенциала  $V(q=0)$ :

$$V(q=0) = -\frac{m_4 s^2}{n_4} \alpha^2 \left(1 + \gamma \frac{x}{x_{\max}}\right), \quad (10)$$

где  $x_{\max}$  — предельная растворимость  $^3\text{He}$  при данном давлении,  $\gamma(P)$  — подгоночный параметр,  $P$  — давление. В обеих теориях  $s$ -гармоника полного взаимодействия максимальна и притягательна при малых концентрациях, затем начинает падать и меняет знак на отталкивательный при концентрациях, отвечающих  $k_F \sim k_s$ . При больших концентрациях притягательной оказывается  $p$ -гармоника  $V(q)$ . В результате авторы этих работ предсказывают синглетное  $s$ -спаривание в растворе при малых концентрациях и триплетное  $p$ -спаривание при больших. Отметим, что в более совершенном модельном потенциале ван де Хаара, Фроссати и Бедела используются два подгоночных параметра  $k_s = k_s(P)$  и  $\gamma(P)$ , которые авторы извлекают из экспериментов по спиновой диффузии и магнетострикции.

Второй подход, которого наряду с другими придерживается и автор данного обзора [1, 4, 5], состоит в отказе от какого бы то ни было модельного потенциала. В этом подходе в качестве единственного микроскопического параметра системы вводится зависящая от давления и концентрации длина  $s$ -рассеяния  $a_0 = (m/4\pi)V_{l=0}$ . При этом предполагается, что она меняет знак при концентрации, соответствующей максимуму на кривой для  $DT^2$  (рис. 3).

Отметим, что высшие гармоники ( $V_{l=1}, V_{l=2}, \dots$ ) порождаются во втором подходе не из импульсной зависимости полного взаимодействия  $V(q)$ , а из длины рассеяния  $a_0$  посредством эффективного взаимодействия двух частиц  $^3\text{He}$  через ферми-фон своей же  $^3\text{He}$ -подсистемы.

Связь между этими двумя подходами примерно следующая. Представим себе для простоты, что прямое взаимодействие двух частиц  $^3\text{He}$  в растворе имеет следующий вид:

$$V_{\text{прямое}}(r) = V_1, \quad r < r_1, \\ = -V_2, \quad r_1 < r < r_2; \quad (11)$$

первый член отвечает за твердотельное отталкивание на малых расстояниях, второй — за ван-дер-ваальсовское притяжение на больших (рис. 4).

Для малых концентраций  $^3\text{He}$  в растворе, т. е. для случая  $k_F r_1 \ll k_F r_2 \ll 1$   $s$ -гармоника прямого взаимодействия равна  $V_{\text{прямое}}^{l=0} = V_1^{l=0} - V_2^{l=0}$ . Однако для больших концентраций, когда  $k_F r_2 \geq 1$ , но  $k_F r_1$  по-прежнему гораздо меньше единицы, ван-дер-ваальсовское притяжение становится неэффективным и  $V_{\text{прямое}}^{l=0} = V_1^{l=0}$ . Тогда, если

$$V_1^{l=0} - V_2^{l=0} - V_{\text{обменное}}^{l=0} < 0, \quad (12)$$

но при этом

$$V_1^{l=0} - V_{\text{обменное}}^{l=0} > 0, \quad (13)$$

мы приходим к ситуации разреженного ферми-газа с газовым параметром  $k_F r_1 \ll 1$  и с длиной рассеяния, меняющей знак при  $k_F \sim 1/r_2$ . Конечно, в этом подходе мы пренебрегаем  $p$ -гармоникой ван-дер-ваальсовского взаимодействия, которая может быть не малой в переходной области  $k_F r_2 \sim 1$ . Отметим, что в области больших концентраций  $k_F r_2 \gg 1$ :  $V_2^{l=1}$  мала в той же

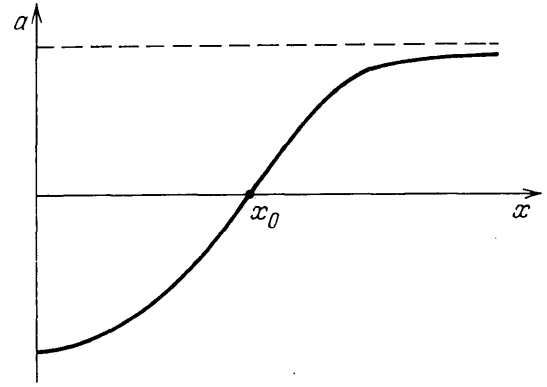


Рис. 3. Качественная зависимость длины рассеяния в растворе от концентрации  $^3\text{He}$ . При  $x = 100\%$   $a(x)$  стремится к длине рассеяния чистого  $^3\text{He}$  и приблизительно равняется при нулевом давлении  $2/k_{F0}$ , где  $k_{F0}$  — ферми-импульс чистого  $^3\text{He}$

степени, что и  $V_2^{l=0}$ . В дальнейшем мы в основном сосредоточимся на втором (ферми-газовом) подходе к проблеме сверхтекучести в растворах.

### 3. Трехмерный ферми-газ с притяжением

Формула для температуры сверхтекучего перехода в ферми-газе с притяжением была впервые получена Горьковым и Мелик-Бархударовым (1961) [6] вскоре после создания теории БКШ. Для описания сверхтекучести растворов в области очень малых концентраций она была применена Башкиным и Мейеровичем [1]. Для концентраций  $x < x_0$  и притягательной длины  $s$ -рассеяния  $a_0 < 0$  эта формула гласит

$$T_{c0} = 0, \quad 1 \leq \epsilon_{F0} x^{2/3} \exp\left(-\frac{\pi}{2|a_0|k_{F0}x^{1/3}}\right) \quad (14)$$

где  $\epsilon_{F0}$  и  $k_{F0}$  — энергия и импульс Ферми чистого  $^3\text{He}$ . Обратим внимание, что предэкспоненциальный множитель в этой формуле пропорционален  $\epsilon_F$ , а не  $\omega_D$ , как было бы в фононной модели.

Согласно оценкам Башкина и Остгарда [7]  $\max T_{c0} = T_{c0}(1\%) \sim 10^{-4}$  К. Фроссати с соавторами [3] предсказывают более низкую критическую температуру  $\max T_{c0} = T_{c0}(2\%) \sim 4 \cdot 10^{-6} - 10^{-5}$  К. Отметим, что значение  $T_{c0}$  порядка  $10^{-5}$  К получается у Фроссати в результате извлечения подгоночных параметров из эк-

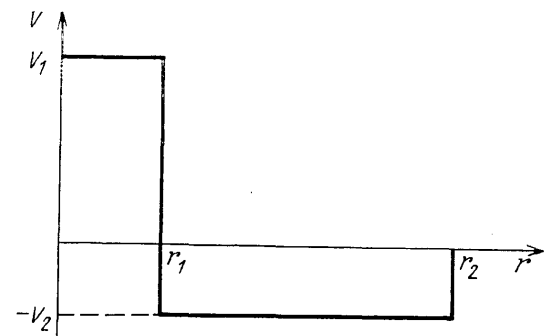


Рис. 4. Модельный вид прямого взаимодействия двух частиц в растворе в зависимости от расстояния между ними

спериментов по магнетострикции, а  $4 \cdot 10^{-6}$  — из экспериментов по спиновой диффузии. Отметим также, что при заданной концентрации  $x$  газовый параметр теории, равный  $a_0 k_{F0} x^{1/3}$ , слабо зависит от давления.

#### 4. Трехмерный ферми-газ с отталкиванием

Для больших концентраций ( $x > x_0$ ) длина рассеяния меняет знак  $a_0 > 0$  и  $s$ -спаривание оказывается невозможным. Тем не менее и в этом случае подсистема атомов  ${}^3\text{He}$  в растворе может стать сверхтекучей, но уже благодаря неустойчивости относительно триплетного  $p$ -спаривания. Механизм реализации триплетного спаривания в ферми-газе с чисто отталкивательным взаимодействием был рассмотрен в работах Фэя, Лэйзера [8] и Кагана, Чубукова [9]. Он связан с наличием коновской особенности [10] (фриделевских осцилляций [11]) в эффективном взаимодействии ферми-частиц через поляризацию фермиевского фона. Если говорить более конкретно, то эффективное взаимодействие в первых двух порядках теории возмущений по газовому параметру имеет следующий вид:

$$V_{\text{eff}}(q) = a_0 p_F + (a_0 p_F)^2 \Pi(q), \quad (15)$$

где  $\mathbf{q} = \mathbf{p} + \mathbf{p}'$ ,  $\mathbf{p}$ ,  $\mathbf{p}'$  — входящий и выходящий из куперовского канала импульсы,

$$\Pi(q) = \int \frac{\Theta(\varepsilon_p) - \Theta(\varepsilon_{p+q})}{\varepsilon_p - \varepsilon_{p+q}} \frac{d^3 \mathbf{p}}{(2\pi)^3} \quad (16)$$

— стандартный поляризационный оператор, ответственный в случае электронного газа в металле за экранировку заряда. Отметим, что  $\mathbf{q} = \mathbf{p} + \mathbf{p}'$ , а не  $\mathbf{p} - \mathbf{p}'$ . Это свидетельствует о том, что реально во второй порядок теории возмущений вносит вклад не только петлевая диаграмма частица-дырка, но и все остальные диаграммы (их еще три), неприводимые по куперовскому каналу (рис. 5). В случае короткодействующего потенциала первые три диаграммы на рис. 5 сокращаются друг с другом и выживает лишь четвертая обменная диаграмма, совпадающая по величине с поляризационным оператором при замене  $\mathbf{p} - \mathbf{p}'$  на  $\mathbf{p} + \mathbf{p}'$ .

Поляризационный оператор  $\Pi(q)$  дается стандартной линдхардовской функцией и содержит наряду с регулярной частью сингулярную часть вида  $(q - 2p_F) \ln |q - 2p_F|$ . При переходе в координатное пространство сингулярная часть  $\Pi(q)$  приводит к фриделевским осцилляциям в эффективном взаимодействии  $V_{\text{eff}}(r) \propto (\cos 2k_F r)/r^3$ .

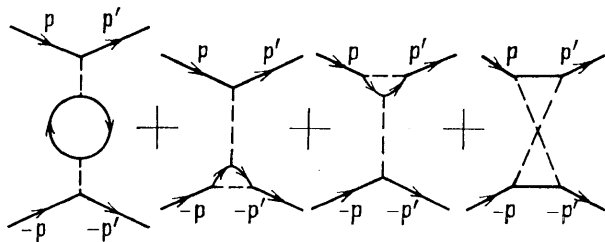


Рис. 5. Диаграммы второго порядка по газовому параметру  $a_0 p_F$ , дающие вклад в эффективное взаимодействие

Таким образом, чисто отталкивательный короткодействующий потенциал между двумя частицами в вакууме порождает в веществе эффективное взаимодействие с конкуренцией между притяжением и отталкиванием. Точный расчет показывает, что для всех гармоник эффективного потенциала (кроме, конечно,  $s$ -гармоники) притяжение побеждает в этой конкурентной борьбе, причем максимально притягательной оказывается  $p$ -гармоника. В результате трехмерный ферми-газ с отталкиванием оказывается неустойчивым относительно сверхтекучего перехода с триплетным  $p$ -спариванием при критической температуре

$$T_{c1} \propto \varepsilon_{F0} x^{2/3} \exp \left[ -\frac{5\pi^2}{4(2 \ln 2 - 1) a_0^2 p_{F0}^2 x^{2/3}} \right], \quad (17)$$

$\max T_{c1} = T_{c1}(P = 10 \text{ атм, когда максимальная растворимость } {}^3\text{He} \text{ равна } 9,5\%) \sim 10^{-10} - 10^{-9} \text{ К.}$  Такого же порядка температура триплетного спаривания была предсказана в работе ББП.

Отметим, что Фроссати и др. приводят более оптимистическую оценку для триплетного спаривания. При максимальной концентрации  $x = 9,5\%$   $T_{c1}$  лежит в интервале между  $10^{-6}$  и  $10^{-4}$  К, причем более низкая температура ( $10^{-6}$  К) получена при извлечении подгонных параметров из транспортных экспериментов, а более высокая — из экспериментов по магнетострикции.

#### 5. Двумерный случай

Раствор  ${}^3\text{He}$  в  ${}^4\text{He}$  является очень интересным также в связи с тем, что его можно сделать чисто двумерным. Напомним, что в сверхпроводящих электронных системах пленка считается двумерной, если ее толщина  $d$  много меньше длины когерентности  $\xi_0 \approx 1000 \text{ \AA}$ . В случае пленок  ${}^3\text{He}$  на графите (отслаивающийся графит) и растворных слоев и субмонослоев радиус локализации атомов  ${}^3\text{He}$  в третьем измерении (т. е. толщина пленки), действительно, порядка межатомной. Таким образом, наряду с инверсными слоями в гетероструктурах мы имеем дело еще с одной чисто двумерной и при этом не содержащей примесей системой. В этом смысле двумерный раствор  ${}^3\text{He}$  в  ${}^4\text{He}$  является как бы мостиком между сверхтекучестью и сверхпроводимостью, особенно высокотемпературной. Действительно, большинство современных теорий ВТСП использует двумерность или квазидвумерность для объяснения как необычных нормальных свойств (сопротивление, восприимчивость, малый скачок в функции распределения на ферми-поверхности и т.д.) этих материалов, так и для объяснения высокой температуры сверхпроводящего перехода в них. Двумерные гелиевые пленки и особенно монослои с малой двумерной плотностью  ${}^3\text{He}$  представляются нам идеальным объектом для экспериментальной проверки различных модных в настоящее время теорий ВТСП таких, например, как теория маргинальной ферми-жидкости Вармы [12] или в чем-то родственная теория латтинжеровской ферми-жидкости Андерсона [13]. К этому вопросу мы еще вернемся в конце обзора. А сейчас мы кратко напомним историю экспериментального обнаружения и теоретического предсказания существования двумерных растворных систем. Первые эксперименты в данной области

принадлежат Есельсону и Березняку [14], а также Аткинсу и Наракхаре [15]. В этих экспериментах была выявлена нетривиальная температурная зависимость коэффициента поверхностного натяжения (фактически поверхностной свободной энергии) слабого раствора  $^3\text{He}$  в  $^4\text{He}$ . Для интерпретации этих экспериментов Андреевым [16] была предложена идея о существовании поверхностных примесных уровней на свободной поверхности сверхтекучего  $^4\text{He}$ . Эта идея Андреева была позднее подтверждена детальными экспериментами Зиновьевой — Болдарева [17] и Эдвардса с соавторами [18], а также вариационными расчетами (см. обзор Эдвардса и Саама [19] и ссылки в нем). Корректная интерпретация экспериментов приводит к следующим значениям параметров, характеризующих поверхностное состояние:  $\epsilon = -\Delta - \epsilon_0 + (p_{\parallel}^2/2m^*)$ , где  $\Delta = 2,8 \text{ К}$  — энергия связи квазичастицы  $^3\text{He}$  в объеме (Андреев; Башкин и Мейерович);  $\epsilon_0 = 2,2 \text{ К}$  — разность энергий связи квазичастицы  $^3\text{He}$  в объеме и на поверхности,  $m^* = 1,5m_3$  — гидродинамическая эффективная масса, определяющая движение квазичастиц  $^3\text{He}$  вдоль поверхности. Отметим, что согласно вариационным расчетам Лекнера [20] и Саама [21], появление андреевских уровней обусловлено комбинацией эффектов, связанных с ван-дер-ваальсовским взаимодействием  $^3\text{He}$  с профилем плотности  $^4\text{He}$  (меняющейся по мере приближения к свободной поверхности) и с разностью энергий нулевых колебаний  $^3\text{He}$  и  $^4\text{He}$ . Эти эффекты приводят к локализации атомов  $^3\text{He}$  вблизи свободной поверхности. При этом атомы  $^3\text{He}$  могут свободно двигаться вдоль поверхности  $^4\text{He}$  — почти эквивалентной в силу гидродинамического условия  $\mu_4 = \text{const}$  на ней. Волновая функция андреевского состояния имеет вид:  $\Psi = \Psi(z) \exp(i\mathbf{p}_{\parallel}\mathbf{r})$ ;  $\Psi(z) \propto \exp(-z/a)$ , где  $a$  — радиус локализации в направлении, перпендикулярном поверхности.

Первые эксперименты с тонкими пленками  $^4\text{He}$  в духе экспериментов Зиновьевой и Эдвардса принадлежат Гаспарани, Бхаттахарьи и Ди Пирро [22]. В этих экспериментах авторы измеряли вклад поверхностных состояний  $^3\text{He}$  в теплоемкость тонких пленок. Они же предложили их первую теоретическую интерпретацию [23]. В дальнейшем появился ряд экспериментальных работ Халлока с соавторами [24, 25, 26] по измерению намагниченности и времени спин-решеточной релаксации в субмонослоях  $^3\text{He}$  на поверхности тонких пленок  $^4\text{He}$ .

Для теоретической интерпретации экспериментов группы Халлока, Далфоло и Стрингари [27], Павлофф и Трейнер [28], Кротшек, Саарела и Эпштейн [29] пришли к необходимости предположить существование не одного, а двух андреевских уровней на поверхности тонкой пленки  $^4\text{He}$ . При этом энергия первого андреевского уровня  $E_1 = -\Delta - \epsilon_1 + (p_{\parallel}^2/2m_1)$  практически совпадает с энергией андреевского уровня ( $\epsilon_1 \cong \epsilon_0$ ) на объемной поверхности, отличаясь лишь значением эффективной массы  $m_1 \cong 1,35m_3$ . Энергия второго андреевского уровня все еще ниже энергии  $^3\text{He}$  в объеме и дается выражением:  $E_2 = -\Delta - \epsilon_2 + (p_{\parallel}^2/2m_2)$ , где в пределе нулевой концентрации  $^3\text{He}$  и не слишком тонких пленок  $m_2 \cong 1,6m_3$ , а  $\epsilon_2 \cong 0,4 \text{ К}$  и соответственно  $\epsilon_2 - \epsilon_1 = 1,8 \text{ К}$ .

Отметим, что волновая функция первого андреевского уровня в основном локализована вблизи свободной

поверхности и даже имеет существенный хвост ( $\sim 3 \text{ \AA}$ ) над ней. В то же время волновая функция второго андреевского уровня частично простирается внутрь пленки. К возникновению двух андреевских уровней вместо одного по мнению авторов этих теоретических работ приводит конкуренция размерного эффекта (зачленение  $\Psi$ -функции  $^3\text{He}$  вблизи подложки и, следовательно, увеличение кинетической энергии  $^3\text{He}$   $E_{\text{кин}} \propto (\nabla_z \Psi)^2 \propto 1/d^2$  работает на повышение энергии) и ван-дер-ваальсовского притяжения от подложки ( $\propto 1/d^3$  работает на понижение энергии). Для не очень толстых пленок ван-дер-ваальсовское притяжение сильнее отталкивания из-за размерного эффекта и, таким образом, энергия второго андреевского уровня все еще ниже энергии  $^3\text{He}$  в объеме.

При очень большой толщине пленки ван-дер-ваальсовское притяжение подложки  $\sim 1/d^3$  может стать несущественным по сравнению с кинетической энергией и энергия второго андреевского уровня может оказаться выше энергии  $^3\text{He}$  в объеме. В этом случае второй уровень, по-видимому, исчезает, уходя в объем. Отметим, что величина ван-дер-ваальсовского притяжения подложки при фиксированной толщине пленки зависит от того — "сильная" подложка или "слабая". На слабой подложке (Cs, Rb, K, Na, Li, Mg,  $\text{H}_2$ )  $^4\text{He}$  находится в жидкой фазе. На сильной подложке (Ag, Au, Cu, Al) образуется один или два твердых слоя  $^4\text{He}$  и только в следующих слоях  $^4\text{He}$  — жидкий. Наличие одного или двух твердых слоев уменьшает ван-дер-ваальсовское притяжение подложки и увеличивает кинетическую энергию, приводя к возможному исчезновению второго андреевского уровня при меньших толщинах пленки.

В заключение данного раздела отметим, что полноты ясности в рассматриваемом вопросе в настоящее время нет. Существует альтернативная точка зрения, согласно которой второй андреевский уровень может существовать не только в тонких пленках, но и в объеме.

Итак, мы выяснили, что в не слишком тонких и не очень толстых пленках заведомо существует два андреевских уровня с разностью энергий  $\epsilon_1 - \epsilon_2 = 1,8 \text{ К}$ . Их существование проявляется в экспериментах Халлока в наличии ступеньки в зависимости намагниченности от поверхностной плотности  $^3\text{He}$ . Эта ступенька возникает при плотности  $^3\text{He}$ , равной 0,85 монослоя. При меньших плотностях второй андреевский уровень не существует и мы имеем дело с одноуровневой чисто двумерной системой со спектром  $E = -\Delta - \epsilon_1 + (p_{\parallel}^2/2m_1)$  и волновой функцией  $\Psi = \Psi(z) \exp(i\mathbf{p}_{\parallel}\mathbf{r})$ . Другим важным результатом Халлока является анализ температурной зависимости восприимчивости. При низких температурах ( $T \ll T_F$ ) восприимчивость слабо зависит от температуры и при поверхностных плотностях от 0,03 до 0,3 монослоя хорошо описывается формулой для двумерного ферми-газа со слабым отталкивательным взаимодействием  $g$  между частицами:

$$\chi = \chi_0 \frac{1 + \frac{1}{2}F_1^s}{1 + F_0^s} \propto \chi_0(1 + g), \quad (18)$$

где  $F_1^s \propto g^2$  и  $F_0^s \propto g$  — двумерные гармоники функции взаимодействия квазичастиц Ландау,  $g \propto 1/2 \ln(p_F r_0)$  [30] — двумерная константа связи,  $r_0$  — радиус действия потенциала.

При плотностях от 0,005 до 0,03:  $\chi < \chi_0$ , что свидетельствует в пользу притягательного знака константы

связи (вспомним аналогичную ситуацию с константой связи  $a(x)p_{F0}x^{1/3}$  в трехмерных растворах). Однако для точного заключения о том, на каких плотностях меняет знак константа связи, необходимы измерения на более низких температурах, так как  $T_F \sim T_{F0}$  мало и переход с ферми-газового поведения восприимчивости на закон Кюри происходит очень рано.

В заключение данного раздела отметим, что существует еще одна чисто двумерная система:  $^3\text{He}$  на поверхности графойла (отслаивающегося графита), обладающая очень похожими свойствами при малой поверхностной плотности  $^3\text{He}$  (см. эксперименты группы Саундерса [31, 32]). Все дальнейшие рассуждения с малой модификацией могут быть применены и к ней.

## 6. Возможность сверхтекучего перехода в двумерных растворах

Перейдем теперь к вопросу о возможности осуществления сверхтекучего перехода в двумерном субмонослое  $^3\text{He}$  на поверхности  $^4\text{He}$ .

По аналогии с трехмерным случаем полное взаимодействие между двумя частицами  $^3\text{He}$  на поверхности определяется выражением:

$$V(\mathbf{r}, z) = V_{\text{прямое}}(\mathbf{r}, z) + V_{\text{обменное}}(\mathbf{r}, z), \quad (19)$$

где обменное взаимодействие  $V_{\text{обменное}}(\mathbf{r}, z)$  определяется суммой остаточных частей (не пошедших на образование андреевского уровня) деформационного потенциала взаимодействия двух частиц  $^3\text{He}$  через поляризацию  $^4\text{He}$  и ван-дер-ваальсовского притяжения подложки. Эти остаточные части обменного взаимодействия связаны в первую очередь с взаимодействием частиц  $^3\text{He}$  с искривлением поверхности сверхтекучего  $^4\text{He}$  в поле поверхностных волн третьего звука. Как известно, спектр волн третьего звука имеет вид  $\omega^2 = (\alpha/\rho)(\kappa^2 + q^2)q \operatorname{th}(qd)$ , где первый член в скобках описывает вклад ван-дер-ваальсовского потенциала подложки, а второй член — локальное поверхностное изменение плотности  $^4\text{He}$ . Для тонких пленок вклад первого члена оказывается доминирующим, т. е. динамическая часть ван-дер-ваальсовского потенциала подложки оказывается важнее "поверхностных фононов" (риплоннов). В результате при уменьшении толщины пленки спектр меняется от чисто риплонного  $\omega^2 = (\alpha/\rho)q^3$ ,  $\alpha$  — коэффициент поверхностного натяжения, до звукового с линейным законом дисперсии  $\omega^2 = (\alpha d \kappa^2/\rho)q^2$ ,  $\kappa$  — капиллярная постоянная ван-дер-ваальсовского потенциала,  $d$  — толщина пленки;  $qd \ll 1$ .

Для двумерной задачи нам, как всегда, существенно определить двумерную проекцию трехмерного потенциала  $V(\mathbf{r}, z)$ . По полной аналогии с двумерной проекцией кулоновского взаимодействия она определяется выражением:

$$V(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) = \iint V(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2, z_1 - z_2) \times \\ \times |\Psi(z_1)|^2 |\Psi(z_2)|^2 dz_1 dz_2, \quad (20)$$

где  $\Psi(z)$  — волновая функция андреевского уровня. Двумерную проекцию полного взаимодействия можно

вновь представить в виде

$$V(r) = V_{\text{прямое}}(r) + V_{\text{обменное}}(r) \quad (21)$$

и соответственно в импульсном пространстве

$$V(q_{\parallel}) = V_{\text{прямое}}(q_{\parallel}) + V_{\text{обменное}}(q_{\parallel}). \quad (22)$$

$V_{\text{обменное}}(q_{\parallel} = 0)$  обусловлено обменом виртуальным квантом третьего звука и для тонких пленок равно  $V_{\text{обменное}}(q_{\parallel} = 0) = -m_4 c_{\text{III}}^2$  (Курихара [33], Монарха — Соколов [34]), где

$$c_{\text{III}}^2 = \frac{3V_{\text{под}} h_4}{m_4 n_4 (d + h_4)^4}, \quad (23)$$

$c_{\text{III}}$  — скорость третьего звука,  $V_{\text{под}}$  — сила ван-дер-ваальсовского потенциала подложки,  $d$  и  $h_4$  — толщины твердого и сверхтекучего слоев  $^4\text{He}$ . (Напомним, что на хорошо смачиваемых подложках таких, как Au, Ag, Cu..., первый слой  $^3\text{He}$  затвердевает.)

Отметим, что опять, как и в трехмерной задаче, предельная частота поверхностных волн  $\omega_D \sim m_4 c_{\text{III}}^2$  много больше энергии Ферми  $\epsilon_F$ . Поэтому мы опять имеем дело с антиадиабатической ситуацией, где весь объем двумерной ферми-сферы, а не только дебаевская оболочка, существен для задачи о сверхтекучем переходе.

Перейдем теперь к определению прямой части полного взаимодействия. По аналогии с трехмерной ситуацией

$$V_{\text{прямое}}(q_{\parallel} = 0) = V_1(q_{\parallel} = 0) + V_2(q_{\parallel} = 0), \quad (24)$$

где  $V_1$  определяется отталкиванием двух частиц  $^3\text{He}$  на малых расстояниях, связанным с наличием у них твердых **кóров**, а  $V_2$  — притягательным взаимодействием двух частиц  $^3\text{He}$  на больших расстояниях.

Как мы уже упоминали в конце предыдущего раздела, эксперименты Халлока по измерению зависимости намагниченности субмонослоя от поверхностной плотности  $^3\text{He}$  показывают, что полное взаимодействие двух частиц  $^3\text{He}$  на поверхности тонкой пленки — притягательно при **бóльших** концентрациях. Поэтому мы опять можем представить прямую часть полного взаимодействия в модельном виде, изображенном на рис. 4, т. е.

$$V_{\text{прямое}}(r) = V_1, \quad r < r_1, \\ = -V_2, \quad r_1 < r < r_2, \quad (25)$$

где  $1/r_2 \propto k_F$  ( $x = 3\%$ ), и для плотности субмонослоя  $k_F^2 < r_1^{-2}$  вновь попытаться воспользоваться ферми-газовой идеологией. Отметим, что эксперименты Халлока показывают, что для плотностей  $^3\text{He}$ , **меньших** 0,3 монослоя, мы действительно имеем дело со слабо взаимодействующим разреженным двумерным ферми-газом.

## 7. Двумерный ферми-газ с притяжением

Особенностью двумерной ситуации является то обстоятельство, что в двумерии уже в случае бесконечно слабого взаимодействия мы имеем дело с сосуществованием двух явлений: спаривания двух частиц в вакууме в координатном пространстве и

куперовского спаривания двух частиц в веществе в импульсном пространстве на фоне заполненной ферми-сферы. Энергия связанного состояния в вакууме для случая чисто притягательного потенциала равна

$$E_{\text{связ}} = -\frac{1}{mr_0^2} \exp\left(-\frac{4\pi}{m|U_0|}\right), \quad (26)$$

где  $U_0$  — s-гармоника потенциала, а  $r_0$  — его радиус действия. В случае потенциала с отталкивательным кором и притягательным хвостом (см. рис. 4) для  $V_{20} > V_{10}$

$$E_{\text{связ}} = -\frac{1}{mr_0^2} \exp\left(-\frac{4\pi}{m|V_{20} - V_{10}|}\right). \quad (27)$$

Температура сверхтекучего перехода (куперовского спаривания в веществе) определяется стандартной для теории БКШ формулой:

$$T_{c0} \sim \epsilon_F \exp\left(-\frac{1}{|f_0|}\right), \quad (28)$$

где двумерный газовый параметр  $f_0$  определяется реальной частью амплитуды рассеяния и в случае притяжения дается выражением

$$f_0 = \text{Re} \left[ -\frac{m|U_0|/2\pi}{1 - (m|U_0|/2\pi) \ln(1/p_F r_0^2) + (m|U_0|/4\pi)i\pi} \right]. \quad (29)$$

Подставляя выражение для  $f_0$  в формулу для критической температуры, получим всюду, кроме узкой области вблизи резонанса ( $1 = (m|U_0|/4\pi) \ln(1/p_F r_0^2)$  или  $2\epsilon_F = |E_{\text{связ}}|$ )

$$T_{c0} \sim \frac{\epsilon_F}{p_F r_0} \exp\left(-\frac{2\pi}{m|U_0|}\right) = (2\epsilon_F |E_{\text{связ}}|)^{1/2}. \quad (30)$$

Эта формула была выведена Мияке [35] для двумерных растворов и была перевыведена Рандейрой, Дуаном, Шиком [36] и Шмитт-Ринком, Вармой, Руkenштейном [37] в связи с возможным маргинальным ферми-жидкостным поведением в ВТСП-сверхпроводниках.

Интересно отметить, что с формальной точки зрения выражения для критической температуры в трехмерии и двумерии отличаются лишь предэкспоненциальным множителем  $\epsilon_F \rightarrow \epsilon_F/p_F r_0$ .

Однако, в действительности, ситуация в двумерии существенно более интересная. Дело в том, что для случая слабого взаимодействия, когда  $(m|U_0|/2\pi) \ln(1/p_F r_0) \ll 1$ , энергия связанного состояния  $|E_{\text{связ}}|$  много меньше  $\epsilon_F$  и соответственно  $T_{c0} \ll \epsilon_F$ , т. е. мы имеем дело с обычными куперовскими парами с большой длиной когерентности. Химический потенциал сверхтекучей системы, найденный Мияке из самосогласованного подхода Легетта [38], определяется выражением

$$\mu = \epsilon_F - \frac{1}{2} |E_{\text{связ}}|. \quad (31)$$

Напомним, что в подходе Легетта химпотенциал восстанавливается из условия сохранения полного числа частиц:

$$n = \frac{p_F^2}{2\pi} = \int \frac{d^2k}{4\pi^2} \frac{E_k - \epsilon_k}{E_k}, \quad (32)$$

где  $E_k = (\epsilon_k^2 + \Delta_0^2)^{1/2}$ ,  $\epsilon_k = (k^2/2m) - \mu$  — энергии сверхтекучего и нормального состояний,  $\Delta_0$  — величина

сверхтекучей щели, связанная, как и в обычной теории БКШ, с критической температурой по формуле  $\Delta_0 = (\pi/\gamma)T_{c0}$ ,  $\ln \gamma = 0,57$  — константа Эйлера. Из формулы (31) видно, что при  $|E_{\text{связ}}| \ll \epsilon_F$   $\mu \rightarrow \epsilon_F$  и спаривание происходит на ферми-поверхности. В противоположном предельном случае сильного взаимодействия, когда  $(m|U_0|/2\pi) \ln(1/p_F r_0) \gg 1$ , мы имеем  $|E_{\text{связ}}| \gg \epsilon_F$  и  $\epsilon_F \ll T_{c0} \ll |E_{\text{связ}}|$ . В этом случае химпотенциал  $\mu \cong -|E_{\text{связ}}|/2 < 0$  и мы приходим к ситуации с сильно связанными куперовскими парами (композиционными бозонами) с малой длиной когерентности [39]. В терминологии Башкина они называются димерами и являются гелиевыми аналогами биполяронов, введенных в теорию сверхпроводимости Александровым и Райнингером [40, 41]. Фактически в этом случае спаривание осуществляется не в импульсном, а в координатном пространстве. Отметим, что в ситуации с димерами, как и в биполяронной модели, существует не одна, а две критические температуры: температура  $T_{c0}$  приготовления локальных пар и температура  $T_c^* \propto n/m^* \sim \epsilon_F$  их бозе-конденсации. Отметим также, что если в случае слабосвязанных пар флуктуационные поправки Костерлица — Таулесса к результату полученному выше по теории среднего поля малы и пропорциональны  $(T^{\text{КТ}} - T^{\text{БКШ}})/T^{\text{БКШ}} \sim T^{\text{БКШ}}/\epsilon_F \ll 1$  [42], то в случае димеров эти поправки весьма существенны и могут играть определяющую роль.

Подчеркнем, что на уровне теории среднего поля переход от режима БКШ к биполяронному режиму является в двумерии гладким не только для химпотенциала  $\mu$ , но и для полной энергии системы. Действительно, разность энергий нормального и сверхтекучего состояний при  $T = 0$  имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{E_s^{\text{БКШ}} - E_n}{N} &= -\frac{\Delta^2}{\epsilon_F} \sim -\frac{T_{c0}^2}{\epsilon_F} = -\frac{[(\epsilon_F |E_{\text{связ}}|)^{1/2}]^2}{\epsilon_F} = \\ &= -|E_{\text{связ}}| = \frac{E_s^{\text{бипол}} - E_n}{N}, \end{aligned} \quad (33)$$

где  $N$  — число частиц в системе.

В заключение данного раздела приведем оценку для температуры двумерного сверхтекучего перехода в притягательном случае: согласно Башкину, Курихаре и Мияке мы можем ожидать  $T_{c0}$  порядка 1 мК для поверхностной плотности  $^3\text{He}$  порядка 0,01 монослоя.

## 8. Двумерный ферми-газ с отталкиванием

При плотности  $^3\text{He}$  большей 0,03 монослоя, полное взаимодействие между частицами  $^3\text{He}$  меняет знак, и спаривание оказывается невозможным. Чтобы ответить на вопрос о возможности  $p$ -спаривания, в данной ситуации нам вновь по аналогии с трехмерным случаем необходимо установить знак  $p$ -гармоники эффективного взаимодействия. Эффективное взаимодействие в первых двух порядках теории возмущений вновь имеет вид

$$V_{\text{eff}}(\mathbf{q}) = f_0 + f_0^2 \Pi(\mathbf{q}), \quad (34)$$

где  $\mathbf{q} = \mathbf{p} + \mathbf{p}'$ ,  $\Pi(\mathbf{q})$  — двумерный поляризационный оператор, а  $f_0 = 1/2 \ln(p_F r_0)$  — газовый параметр в случае отталкивания.

В координатном пространстве  $V_{\text{eff}}(\mathbf{r}) \propto f_0^2 \cos(2k_F \mathbf{r})/r^2$  содержит гораздо более сильные ( $\sim 1/r^2$ ), чем в трехмерном случае, осцилляции. Однако

порождаемая ими в импульсном пространстве двумерная коновская особенность имеет односторонний характер:  $\Pi_{\text{sing}}(q) \propto \text{Re}(q - 2p_F)^{1/2}$  [43]. Для куперовской задачи  $|\mathbf{p}| = |\mathbf{p}'| = p_F$  и  $q^2 = 2p_F^2(1 + \cos\theta)$ . Поэтому  $q < 2p_F$  и  $\text{Re}(q - 2p_F)^{1/2} = 0$ . Таким образом, сильная двумерная коновская особенность оказывается неэффективной для задачи о куперовском спаривании и 2D-ферми-газ с отталкиванием остается в нормальном состоянии по крайней мере в двух первых порядках теории возмущений. В своей недавней работе Чубуков [44] показал, что учет вершинных поправок к выражению для эффективного взаимодействия восстанавливает сверхтекучее р-спаривание в двумерии в третьем порядке теории возмущений:  $T_{c1} \propto \epsilon_F \exp(-1/f_0^3)$ . Оценка для температуры сверхтекучего перехода, приведенная Чубуковым, дает  $10^{-4}$  К для предельных плотностей ( $\sim 0,3$  монослоя) применимости ферми-газового описания.

Отметим, что учет неквадратичных поправок к спектру квазичастиц  $^3\text{He}$ :

$$\epsilon = \frac{p^2}{2m} \left( 1 - \gamma \frac{p^2}{p_c^2} \right)$$

приводит к восстановлению р-спаривания уже во втором порядке теории возмущений:  $T_{c1} \propto \epsilon_F \exp(-1/\gamma f_0^2)$  (Баранов, Каган [45]). Однако соответствующая температура сверхтекучего перехода экспоненциально зависит от малой константы неквадратичности спектра и поэтому оказывается весьма малой.

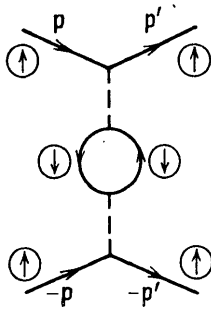


Рис. 6. Эффективное взаимодействие для двух спинов, направленных по полю в поляризованном случае

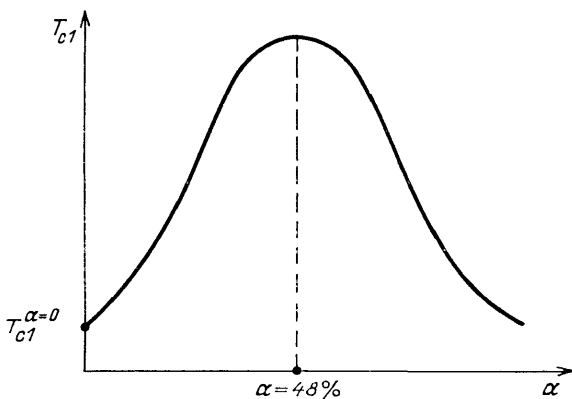


Рис. 7. Теоретическая зависимость критической температуры  $T_{c1}$  от степени поляризации  $\alpha$  трехмерного раствора  $^3\text{He}$  в  $^4\text{He}$

## 9. Сверхтекучесть в поляризованных растворах

Кратко остановимся теперь на ситуации в сильно поляризованных растворах. Как хорошо известно, в сильно поляризованном растворе синглетное  $s$ -спаривание подавляется парамагнитным эффектом. Это значит, что в магнитных полях  $\mu_B H > T_{c0}$  ( $\mu_B$  — ядерный магнетон Бора) происходит переворот одного из спинов куперовской пары, направленного против поля, и тем самым разрушение сверхтекучести. Влияние внешнего магнитного поля (или поляризации) на температуру триплетного спаривания менее тривиально. В работах Чубукова и Кагана [46] показано, что температура р-спаривания в трехмерном поляризованном газе с отталкиванием резко немонотонно зависит от степени поляризации  $\alpha$ : сильно возрастающая в области малых и промежуточных поляризаций, проходя через максимум при поляризации, равной 48%, и уменьшающаяся при дальнейшем росте поляризации. К резко немонотонной зависимости  $T_{c1}$  от  $\alpha$  приводит конкуренция двух эффектов: усиления коновской особенности с ростом поляризации и уменьшения числа спинов, направленных против поля.

На языке диаграммной техники эти эффекты обусловлены тем, что в поляризованном случае эффективное взаимодействие для двух спинов "вверх" (направленных по полю) в куперовском канале осуществляется через нульзвуковую поляризационную петлю, составленную из частицы и дырки со спинами "вниз" (рис. 6). Эта поляризационная петля вновь содержит коновскую особенность, но теперь уже вида

$$\Pi_{\text{sing}}(q) = (q_{\uparrow} - 2p_{F\downarrow}) \ln(q_{\uparrow} - 2p_{F\downarrow}), \quad (35)$$

где  $q_{\uparrow} = |\mathbf{p}_{\uparrow} - \mathbf{p}'_{\uparrow}|$ ,  $q_{\uparrow}^2 = 2p_{F\uparrow}^2(1 - \cos\theta)$ ,  $\theta = \widehat{\mathbf{p}\mathbf{p}'}$ ,  $p_{F\uparrow}$  и  $p_{F\downarrow}$  — радиусы ферми-сфер спинов "вверх" и "вниз". Для ненулевого магнитного поля  $p_{F\uparrow} \neq p_{F\downarrow}$ . Поэтому коновская особенность (т.е. обращение в нуль разности  $q_{\uparrow} - 2p_{F\downarrow}$ ) имеет место не при угле  $\theta = \pi$  между  $\mathbf{p}$  и  $\mathbf{p}'$ , а при угле  $\theta = \theta_c$ , отличном от  $\pi$  в меру степени поляризации. Другими словами, если  $\Pi_{\text{sing}}(\theta) \propto (\pi - \theta)^2 \ln(\pi - \theta)$  в неполяризованном случае, то при наличии поляризации  $\Pi_{\text{sing}}(\theta) \propto (\theta_c - \theta) \ln(\theta_c - \theta)$ . Мы видим, что в поляризованном случае коновская особенность сильнее, так как уже первая производная (а не вторая, как в отсутствие поля) от  $\Pi_{\text{sing}}(\theta)$  расходится. Естественно, что усиление коновской особенности ведет к увеличению критической температуры. Этому эффекту противостоит уменьшение плотности состояний частиц со спином "вниз", ведущее к уменьшению абсолютной величины нульзвуковой петли и, следовательно, к уменьшению значения критической температуры.

Конкуренция между этими двумя эффектами и приводит к возникновению максимума на кривой зависимости  $T_{c1}$  от степени поляризации  $\alpha$  (рис. 7). Максимальная температура имеет место при  $\alpha = 48\%$ . При давлении 10 атм и максимально возможной концентрации  $x = 9,5\%$  температура в максимуме составляет  $10^{-6} - 10^{-5}$  К, значительно превышая температуру  $T_{c1} \sim 10^{-10} - 10^{-9}$  К при  $\alpha = 0$ . Качественно похожую зависимость  $T_{c1}$  от  $\alpha$  с максимумом при  $\alpha = 32\%$  предсказывают также Фросати, Бедель и ван де Хаар [3]. Температура в максимуме, предсказанная этими авторами для тех же значений



давления и концентрации, несколько выше и составляет  $10^{-5} - 10^{-4}$  К.

Отметим, что надежды на экспериментальное создание сильно поляризованных растворов связаны в первую очередь с элегантной идеей Кастэна и Нозьера [47]. В своей классической работе они предложили создавать сильную поляризацию в жидком растворе с помощью быстрого плавления твердого раствора. Дело в том, что в твердом растворе (и в чистом кристаллическом  $^3\text{He}$ ) отсутствует кинетическая энергия вырождения атомов  $^3\text{He}$ , связанная с принципом Паули. Поэтому приложение магнитного поля порядка температуры Кюри

$$\mu_B H \sim T_c \sim T \sim 1 \text{ мК и } H \sim 1 \text{ Тл} \quad (36)$$

приводит к почти стопроцентной поляризации твердого раствора. (Отметим, что в жидком растворе для создания значительных поляризаций необходимы более сильные и экспериментально недостижимые магнитные поля  $\mu_B H \sim \varepsilon_F \sim 0,1 \text{ К}$  и  $H \sim 100 \text{ Тл}$ .) Быстрое плавление сильно поляризованного твердого раствора ( $\alpha \sim 90\%$ ) приводит по оценкам авторов [47] к возникновению жидкого раствора с  $\alpha \sim 30\%$ . Конечно, эта поляризация будет неравновесной, но ее время жизни будет очень велико ( $t \sim 30 \text{ мин}$ ) благодаря большому времени релаксации в жидкой фазе.

Другой весьма важной идеей для повышения критической температуры является предположение Мейеровича [35, 48], согласно которому максимальная растворимость в сильно поляризованном растворе может в 3–4 раза превышать максимальную растворимость в отсутствие поляризации ( $x^{\max} \sim 30\%$  вместо  $x_{\alpha=0}^{\max} = 9,5\%$ ). Комбинация идей Кастэна, Нозьера и Мейеровича может привести к еще большему увеличению (до  $10^{-4} - 10^{-3} \text{ К}$ ) температуры сверхтекучего перехода в сильно поляризованном растворе.

## 10. Двумерный поляризованный раствор

Ситуация в двумерных поляризованных субмонослоях при плотностях  $^3\text{He}$  от 0,03 до 0,3 монослоя еще более благоприятна с точки зрения величины температуры сверхтекучего перехода. Дело в том, что, как уже обсуждалось выше, большая двумерная коновская особенность вида  $\text{Re}(q - 2p_F)^{1/2}$  — неэффективна в отсутствие магнитного поля для задачи о куперовском спаривании. При наличии поляризации ситуация кардинально меняется:  $\Pi_{\text{sing}}(\mathbf{q} = \mathbf{p} - \mathbf{p}') \propto \text{Re}(q_1 - 2p_{F1})^{1/2}$  [46] и существует область углов  $\theta$  между  $\mathbf{p}$  и  $\mathbf{p}'$  ( $q_1^2$  вновь равно  $2p_{F1}^2(1 + \cos\theta)^{1/2}$ ), для которых выражение под квадратным корнем положительно. Таким образом, приложение магнитного поля снимает односторонний характер двумерной коновской особенности и делает ее эффективной для задачи о спаривании.

Конкуренция коновской особенности с уменьшением числа спинов, направленных против поля, вновь приводит в двумерном случае к немонотонной зависимости  $T_{c1}$  от степени поляризации  $\alpha$  с очень большим максимумом при  $\alpha = 60\%$  (рис. 8). Отметим, что этот максимум очень широкий и простирается от 20- до 90%-ной поляризации.

Оценки показывают, что критическая температура уже довольно велика в экспериментально достижимых

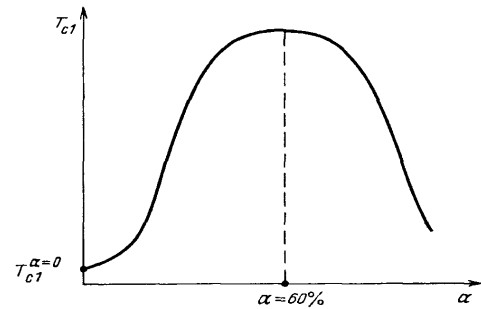


Рис. 8. Теоретическая зависимость критической температуры  $T_{c1}$  от степени поляризации  $\alpha$  двумерного раствора  $^3\text{He}$  в  $^4\text{He}$

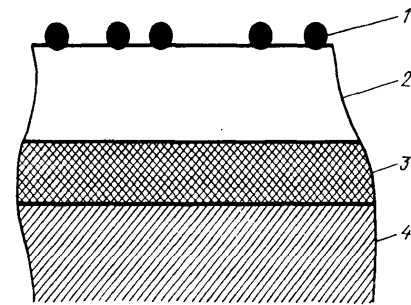


Рис. 9. Принципиальная схема эксперимента Побелла и Шираны, в котором авторы попытались обнаружить сверхтекучесть в двумерных растворах. 1 — субмонослой  $^3\text{He}$ , 2 — сверхтекучий  $^4\text{He}$  (один монослой), 3 — твердый слой  $^4\text{He}$  толщиной  $\sim 3\text{Å}$ , 4 — серебряная подложка

полях  $\sim 15 \text{ Тл}$ . Действительно, приложение такого магнитного поля приводит, например, к десятипроцентной поляризации двумерного раствора с плотностью  $^3\text{He}$   $n_3 \sim 0,05$  монослоя и  $\varepsilon_F \sim 0,13 \text{ К}$ . Температура триплетного спаривания в этом случае вполне экспериментально достижима и составляет 1 мК.

## 11. Экспериментальная ситуация

Как уже было сказано во вступительной части обзора, проблема поиска сверхтекучести в трехмерных и двумерных растворах все еще экспериментально не решена. Существующие в настоящее время экспериментальные данные с отсутствием сверхтекучести в некоторых областях давления и концентрации накладывают ограничения на различные теоретические оценки температур сверхтекучего перехода. Они заставляют как теоретиков, так и экспериментаторов сосредоточиться на тех областях параметров, где измерений в настоящее время нет.

В обзоре Башкина и Остгарда [7] приведены экспериментальные данные групп Побелла [49] и Огавы [50]. Они говорят об отсутствии сверхтекучего перехода в трехмерных растворах вплоть до температуры 0,2 мК при концентрациях  $^3\text{He}$  1; 5 и 6,4%. Эти данные указывают на то, что и температура синглетного s-спаривания, и температура триплетного p-спаривания (напомним, что s-спаривание невозможно при концентрациях более 4 %), по-видимому, лежит ниже 0,2 мК. Оценки Башкина и Остгарда по s-спариванию показывают, что наиболее перспективно искать синглетную сверхтекучесть при

концентрациях  $^3\text{He} \sim 0,5 - 1\%$ . Ван де Хаар, Фроссати и Бедель [3] считают, что оптимальная концентрация лежит в интервале  $1,5 - 2,5\%$ . Соответствующая температура  $T_{\text{св}}$  имеет у обеих групп порядок  $0,1$  мК. Триплетную сверхтекучесть по оценкам Фроссати, Беделя, Мейеровича и автора данной статьи перспективно искать при максимальной концентрации  $^3\text{He}$   $x \cong 9,5\%$ , отвечающей давлению  $10$  атм и при сильной поляризации (в больших эффективных магнитных полях). Как уже отмечалось выше, при очень большой поляризации не исключено достижение еще **бóльших**, чем  $9,5\%$  концентраций  $^3\text{He}$ . Наиболее реалистические оценки и в этом случае тем не менее предсказывают температуру триплетного спаривания лишь порядка  $0,1$  мК и ниже. Таким образом, по-видимому, мы можем ожидать, что обе температуры и синглетного, и усиленного поляризацией триплетного спаривания лежат в области температур порядка  $0,1$  мК.

Ситуация в двумерных растворах, как нам представляется, более благоприятна с экспериментальной точки зрения. Здесь наиболее существенные экспериментальные данные, накладывающие ограничения на теоретические оценки, принадлежат Побеллу и Шираме [51]. Они пытались получить сверхтекучесть в субмонослое  $^3\text{He}$  на поверхности очень тонкой пленки  $^4\text{He}$ . Метод измерения, примененный ими, заключался в измерении вязкой глубины проникновения с помощью тороидальных осцилляций. Схема их эксперимента представлена на рис. 9. Побелл и Ширама спустились вниз по температуре до  $0,85$  мК и не обнаружили сверхтекучего перехода в диапазоне поверхностных концентраций от  $0,1$  до  $1$  монослоя. Их эксперимент заставляет нас думать, что сверхтекучесть в 2D-растворах надо искать либо при меньших плотностях  $^3\text{He}$  ( $n_3 < 0,03$  монослоя, где полное взаимодействие соответствует притяжению), либо примерно при тех же плотностях  $n_3 \sim 0,05 - 0,1$  монослоя, но в сильных магнитных полях  $\sim 15 - 30$  Тл. И в том, и в другом случаях можно ожидать, что как синглетная сверхтекучесть в отсутствие поля, так и усиленная полем триплетная сверхтекучесть будет лежать в области температур  $\sim 1$  мК. Эти температуры с одной стороны на порядок выше трехмерных, а с другой стороны вполне экспериментально достижимы.

## 12. Двумерные монослои как мостик между сверхтекучестью и сверхпроводимостью

В заключение этого обзора нам бы хотелось подчеркнуть, что двумерные субмонослои  $^3\text{He}$  на поверхности тонких пленок  $^4\text{He}$  и на графойле являются идеальными двумерными системами для экспериментальной проверки многих популярных в настоящее время теорий нормального и сверхпроводящего состояний квазидвумерных ВТСП-сверхпроводников. Многие ведущие теоретики, изучающие проблему ВТСП, включая Андерсона, Варму и др., настаивают на том, что аномально высокая температура сверхпроводящего перехода в ВТСП-системах неразрывно связана с их необычными нормальными свойствами. Эти необычные нормальные свойства, как уже было отмечено выше в разделе 5, включают в первую очередь малость скачка в функции распределения взаимодействующих частиц на ферми-

поверхности и линейный ход сопротивления как функции температуры при температурах гораздо ниже дебаевской.

Для объяснения линейного хода сопротивления Андерсоном несколько лет назад была предложена идея латтинжеровской ферми-жидкости с нулевым скачком в функции распределения на ферми-поверхности [13]. Схожая идея маргинальной ферми-жидкости (которая является важным частным случаем латтинжеровской) была также выдвинута Вармой с соавторами [12].

Позднее Андерсон выдвинул еще более нетривиальную гипотезу о том, что не только сильно взаимодействующая двумерная ферми-система высокой плотности, но даже и слабо-взаимодействующий ферми-газ малой плотности описывается не ферми-жидкостной теорией Ландау с конечным скачком функции распределения, а латтинжеровской ферми-жидкостью [52]. Другими словами, Андерсон настаивает на том, что в двумерии ферми-газа в классическом понимании Галицкого [53] и Блюма [54] не существует. В развернувшейся после работ Андерсона дискуссии приняло участие большое число теоретиков. Большинство из них (Энгельбрехт и Рандейра [55], Фукуяма [56], Фабрицио — Тоссати — Парола [57], Прокофьев — Стамп [58], Баранов — Каган — Марьенко [59]) придерживаются ферми-газовой идеологии и доказывают ее внутреннюю непротиворечивость в двумерии с помощью лестничных и паркетных приближений в рамках диаграммной техники. Андерсон продолжает настаивать на своей точке зрения, считая, что в двумерии такая диаграммная техника (даже на уровне суммирования бесконечного ряда паркетных диаграмм) не работает. Иными словами, Андерсон отрицает существование какой-бы то ни было теории возмущений в двумерии. Одним из наиболее серьезных аргументов Андерсона против теории возмущений является предполагаемая им сильная особенность в двумерной функции взаимодействия квазичастиц Ландау  $f(\mathbf{p}, \mathbf{p}')$ . В соответствии с качественными соображениями Андерсона  $f(\mathbf{p}, \mathbf{p}')$  при почти параллельных импульсах  $\mathbf{p}$  и  $\mathbf{p}'$  и противоположных спинах сталкивающихся частиц имеет при малом сходе с ферми-поверхности сингулярную часть вида

$$f_{\text{sing}}(\mathbf{p}, \mathbf{p}') \sim \frac{1}{|\mathbf{p} - \mathbf{p}'|}. \quad (37)$$

Существование такой сильной сингулярности приводит к логарифмической расходимости всех гармоник Ландау  $f_0, f_1 \dots$  и тем самым к полному краху ферми-жидкости. Вычисления  $f(\mathbf{p}, \mathbf{p}')$  во втором порядке теории возмущений, впервые проведенные Прокофьевым и независимо Барановым и Каганом, приводят, однако, к гораздо более слабой особенности в  $f$ -функции вида  $|\mathbf{p} - \mathbf{p}'|^{-1/2}$ . Более того, эта особенность существует у авторов только в малом угловом интервале  $\varphi \propto |\mathbf{p} - \mathbf{p}'|^{3/2}$ . Поэтому она приводит лишь к нетривиальным температурным поправкам  $k_f$ -функции, но не к краху ферми-жидкостной картины как целого.

В связи с этой дискуссией было бы очень интересно распространить на область низких температур эксперименты групп Халлока и Саундерса по измерению восприимчивости субмонослоев  $^3\text{He}$  на поверхности тонких пленок  $^4\text{He}$  и на поверхности графойла. Измеряемая в этих экспериментах восприимчивость вырожденного

двумерного ферми-газа

$$\chi = \chi_0 \frac{1 + \frac{1}{2}(F_1^s)}{1 - F_0^a} \quad (38)$$

содержит при температурах много меньших температуры Кюри информацию о концентрационном и температурном поведении гармоник Ландау  $F_0^a$  и  $F_1^s$ . Извлеченная из экспериментов информация об этих гармониках помогла бы однозначно ответить на вопрос, существует или нет двумерный ферми-газ и если он существует, то какие отсутствующие в трехмерии нетривиальные поправки к нему возникают в двумерной ситуации?

В заключение автору приятно выразить благодарность А.Ф. Андрееву, Е.П. Башкину, М.А. Баранову, П. Вёльфле, Х. Годфрину, К.Н. Зиновьевой, Ю. Кагану, Л.П. Питаевскому, Н.В. Прокофьеву и Дж. Фроссати за интерес, проявленный к данной работе и многочисленные научные дискуссии. Автор также глубоко благодарен А. Семенову за помощь при подготовке рукописи и многочисленные критические замечания.

## Список литературы

1. Bashkin E.P., Meyerovich A.E. *Adv. Phys.* **30**, 1 (1981).
2. Bardeen J., Baym G., Pines D. *Phys. Rev.* **156** (1), 156 (1967).
3. Van de Haar P.O., Frossati G., Bedel K.S. *JLTP* **77** (1/2), 35 (1989).
4. Fay D. *Phys. Rev. B* **16**, 537 (1977).
5. Chubukov A.V., Kagan M.Yu. (1991) In *Proceedings of Conference on Physical Phenomena at High Magnetic Fields*. (Tallahassee, Florida), p. 239 (invited paper); Baranov M.A., Chubukov A.V., Kagan M.Yu. *Int. J. Mod. Phys. B* **6**, 2471 (1992).
6. Горьков Л.П., Мелик-Бархударов Т.К. *ЖЭТФ* **40** (5), 1452 (1961).
7. Ostgaard E., Bashkin E.P. *Physica B* **178**, 134 (1992).
8. Fay D., Layzer A. *Phys. Rev. Lett.* **20**, 187 (1968).
9. Каган М.Ю., Чубуков А.В. *Письма ЖЭТФ* **47**, 525 (1988).
10. Kohn W., Luttinger J.H. *Phys. Rev. Lett.* **15**, 524 (1965).
11. Friedel H. *Adv. Phys.* **3**, 446 (1954).
12. Varma C.M., Littlewood P.B., Schmitt-Rink S., Abrahams E., Ruckenstein A.E. *Phys. Rev. Lett.* **63**, 1996 (1989).
13. Anderson P.W. *Phys. Rev. Lett.* **65**, 2306 (1990).
14. Есельсон Б.Н., Березняк Н.Г. *ДАН СССР* **99**, 569 (1954).
15. Atkins K.R., Narahara Y. *Phys. Rev. A* **138**, 437 (1965).
16. Андреев А.Ф. *ЖЭТФ* **50**(5), 1415 (1966).
17. Зиновьева К.Н., Болдарев С.Т. *ЖЭТФ* **56**(4), 1089 (1969).
18. Edwards D.O., Shen S.Y., Eskardt J.R., Fatouros P.P., Gasparini F.M. *Phys. Rev. B* **12**, 892 (1975).
19. Edwards D.O., Saam W.F., Brewer D.R. (1978) Ed *Progress in Low Temperature Physics*. (Ed. Brewer D.R.) (Amsterdam, North-Holland), v. VII A, ch. 4.
20. Lekner J. *Phil. Mag.* **22**, 669 (1970).
21. Saam W.F. *Phys. Rev. A* **4**, 1278 (1971).
22. Gasparini F.M., Bhattacharyya B., Di Pirro M.J. *Phys. Rev. B* **29** (9), 4921, (1984).
23. Bhattacharya B.K., Di Pirro M.J., Gasparini F.M. *Phys. Rev. B* **30** (9), 5029 (1984).
24. Valles J.M., Highley R.H., Johnson R.B., Hallock R.B. *Phys. Rev. Lett.* **60**, 428 (1988).
25. Highley R.H., Spargue D.T., Hallock R.B. *Phys. Rev. Lett.* **63** (23), 2570 (1989).
26. Alikacem N., Spargue D.T., Hallock R.B. *Phys. Rev. Lett.* **67** (18), 2501 (1991).
27. Dalfovo F., Stringari S. *Physica Scripta* **38**, 204 (1988).
28. Pavloff N., Treiner J. *JLTP* **83** (5/6), 331 (1991).
29. Krotscheck E., Saarela M., Epstein J.L. *Phys. Rev. B* **38**, 111 (1988).
30. Каган Ю., Шляпников Т.В., Вартанянц И.А., Глухов Н.А. *Письма ЖЭТФ* **35** (9), 386 (1982).
31. Saunders J., Lusher C.P., Cowan B.P. *Phys. Rev. Lett.* **64** (21), 2523 (1990).
32. Lusher C.P., Cowan B.P., Saunders J. *Phys. Rev. Lett.* **67** (18), 2497 (1991).
33. Kurihara S. *J. Phys. Soc. Japan* **52** (4), 1311 (1983).
34. Монарха Ю.П., Соколов С.С. *ФНТ* **16**, 164 (1990).
35. Kazumasa Miyake. *Progr. Theor. Phys.* **69** (6), 1794 (1983).
36. Randeria M., Duan J.M., Shieh L.Y. *Phys. Rev. Lett.* **62**, 981 (1989).
37. Schmitt-Rink S., Varma C.M., Ruckenstein A.E. *Phys. Rev. Lett.* **63**, 445 (1989).
38. Leggett A.J. (1980) *Modern Trends in the Theory of Condensed Matter*. (Lecture notes of the 1979 Karpitz Winter School). (Eds. Pekalski A., Przysotowa J.) Berlin, Springer-Verlag, p. 14.
39. Башкин Е.П. *ЖЭТФ* **78** (1), 360 (1980).
40. Alexandrov A.S., Ranninger J. *Phys. Rev. B* **23**, 1796 (1981).
41. Micnas J., Ranninger J., Rabaszewicz S. *Rev. Mod. Phys.* **62**, 113 (1990).
42. Beasley M.R., Mooij J.E. *Phys. Rev. Lett.* **42** (17), 1165 (1979).
43. Афанасьев А.М., Каган Ю. *ЖЭТФ* **43** (10), 1456 (1962).
44. Chubukov A.V. *Phys. Rev. B* **48** (2), 1097 (1993).
45. Баранов М.А., Каган М.Ю. *ЖЭТФ* **99**, 1236 (1991).
46. Каган М.Ю., Чубуков А.В. *Письма ЖЭТФ* **50** (11), 483 (1989).
47. Castaing B., Nozieres P. *J. de Phys. (Paris)* **40**, 257 (1979).
48. Robol L.P., Steel S.C., Jochemsen R., Frossati G., Bedel K.S., Meyerovich A.E. *Europhys. Lett.* **17**, 219 (1992).
49. Мейерович А.Э. *Письма ЖЭТФ* **37** (1), 28 (1983).
50. Mueller R.M., Chocholacs H., Buchal Ch., Kubota M., Ouers-Bradley J.R., Pobell F. (1983) *Proc. Symp. Quantum Fluids and Solids*. Sanibel Island (1983) (Eds. Adams E.D., Ihas G.G.) New York, Am. Inst. Phys., p. 192.
51. Ishimoto H., Fukuyama H., Nishida N., Miura Y., Takano Y., Fukuda T., Tazaki T., Ogawa S. *JLTP* **77**, 133 (1989).
52. Pobell F. Private communication.
53. Anderson P.W. *Phys. Rev. Lett.* **66**, 3226 (1991).
54. Галицкий В.М. *ЖЭТФ* **34** (1), 139 (1958).
55. Bloom P. *Phys. Rev. B* **12** (1), 125 (1975).
56. Engelbrecht J.R., Randeria M. *Phys. Rev. Lett.* **65**, 1032 (1990).
57. Fukuyama H., Hasegawa Y., Narikiyo O. *J. Phys. Soc. Japan* **60**, 2013 (1991), and also preprint.
58. Fabrizio M., Tossatti E., Parola A. — Doctoral Thesis (M. Fabrizio), 1992.
59. Prokofev N.V. In review article: Stamp P. *J. de Phys. (Paris)* **3**, 625 (1993).
60. Баранов М.А., Каган М.Ю., Марьенко М.С. *Письма ЖЭТФ* (1993) (в печати).