

ОСНОВЫ СПЕКТРАЛЬНОЙ ДИАГНОСТИКИ ГАЗА
С КОНДЕНСИРОВАННОЙ ДИСПЕРСНОЙ ФАЗОЙ

И.А. Васильева

(Институт высоких температур РАН, Москва)

(Статья поступила 16.02.93 г., после доработки 2.06.93 г.)

СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение (47).
 2. Оптические характеристики (48). 2.1. Оптические характеристики частиц конденсированной дисперсной фазы (КДФ). 2.2. Оптические характеристики газовой фазы. Сравнение с характеристиками макроскопических частиц. 2.3. Первичное тепловое излучение газа с конденсированной дисперсной фазой.
 3. Перенос излучения (54). 3.1. Уравнение переноса излучения и первичные поверхностные источники. 3.2. Составляющие равновесного излучения замкнутой изотермической полости, наполненной газом с КДФ. 3.3. Вероятностный метод решения уравнений переноса.
 4. Излучение газа с конденсированной дисперсной фазой (62). 4.1. Выход излучения при изотропном рассеянии. 4.2. Излучение конденсированной дисперсной фазы в континууме. 4.3. Излучение в спектральных линиях. 4.4. Учет анизотропного рассеяния излучения поверхностей в опытах по диагностике. 4.5. Экспериментальное исследование влияния рассеивающих частиц на излучение газового потока.
 5. Ослабление светового луча в газе с конденсированной дисперсной фазой (75).
 6. Методы диагностики (79). 6.1. Общие вопросы. 6.2. Измерение температуры частиц конденсированной фазы. 6.3. Измерение температуры и концентрации атомов. 6.4. Исследование пространственной неоднородности по контуру спектральной линии.
 7. Заключение (86).
- Список литературы (87).

1. Введение. В физике и технике часто встречаются газовые излучатели, содержащие примеси макроскопических твердых частиц и капель жидкости. Можно привести два примера. Во-первых, в ярко светящемся при электродном слое сильно точного газового разряда содержатся макроскопические частицы материала эродирующего электрода. Во-вторых, в излучающем потоке продуктов сгорания на тепловых электростанциях, в МГД-генераторах, ракетных струях и т.д. имеются разнообразные по происхождению и составу частицы. Несмотря на огромные различия в объектах основы методов спектральной диагностики практически одинаковы.

В традиционных методах спектральной диагностики газовой среды измеряются интенсивности соб-

ственного и проходящего через исследуемую среду излучения. Измерения ведутся как в области спектральных линий атомов и молекул, так и на частотах непрерывного спектра. Для правильной интерпретации результатов измерений требуется строгая локализация объемов, из которых поступает излучение в регистрирующие спектральные приборы. Обычно эти объемы определяются полем зрения приборов. Многие методы диагностики основаны на том, что излучение свободно выходит из среды, т.е. среда является оптически тонкой.

При появлении макроскопических частиц излучение газовой среды может измениться радикально. При достаточно высокой температуре частиц возникает их собственное непрерывное излучение. Излучение газовой компоненты может быть существенно ослаблено из-за поглощения частицами. Общая оптическая плотность среды возрастает. Наконец, резко возрастает рассеяние в среде. Рассеяние света макроскопическими частицами обычно на порядки величин больше, чем рассеяние компонентами газовой фазы. Существенное рассеяние приводит к трудностям, связанным с локализацией объема наблюдения. Свет, возникающий в любой части излучателя, после рассеяния частицами, находящимися в поле зрения прибора, может быть зарегистрирован. Даже если частиц мало и они относительно слабо рассеивают свет, но вне поля зрения прибора имеются мощные излучатели, эффект может быть большим. В приэлектродном слое такими излучателями могут быть яркие пятна на самом электроде, в потоке продуктов сгорания — светящиеся стенки, окружающие поток. Учет рассеяния света при диагностике газа с конденсированной дисперсной фазой является серьезной проблемой. С другой стороны, тот же эффект используется для исследования макроскопических частиц в специально организуемых опытах — путем

освещения частиц мощным лазерным излучением. Когда частиц много и они сильно рассеивают свет, влияние рассеяния на регистрируемую интенсивность излучения может быть весьма существенным и в отсутствие внешних излучателей.

Для нахождения по наблюдаемым интенсивностям собственного и проходящего излучения характеристик объекта необходимо иметь предварительные сведения двух сортов. Во-первых, надо знать, как именно первичное излучение, а также оптические характеристики поглощения и рассеяния света связаны с искомыми величинами. Соответствующие соотношения определяются механизмами заселенностей энергетических состояний излучателей и механизмами взаимодействия излучения с веществом. Во-вторых, должны быть известны связи измеряемых интенсивностей собственного и проходящего излучения с первичным излучением и оптическими характеристиками. Эти связи определяются процессом переноса излучения. При рассмотрении переноса излучения ниже предполагается, что населенность атомарных (молекулярных) уровней, а также тепловые и оптические характеристики макроскопических частиц не зависят от выхода или прохождения рассматриваемого излучения. Такое предположение дает возможность отделить задачу о переносе излучения от задачи об энергетическом состоянии среды. Так рассматривается перенос излучения в большинстве фундаментальных работ (см. [1, 2]); совместно обе задачи решаются в [3].

Основной интерес в настоящей работе представляют те особенности спектральной диагностики, которые обусловлены макроскопическими частицами. В этой связи сначала будут обсуждены оптические характеристики макроскопических частиц (раздел 2). Приводимые данные дают возможность оценивать эффективные поперечники поглощения и рассеяния, основные черты индикатрис рассеяния в разных случаях. В том же разделе описываются оптические характеристики атомов и первичное тепловое излучение газа с частицами.

Затем достаточно подробно обсуждается перенос излучения, осложненный возможностью многократного рассеяния, т.е. зигзагообразным движением фотонов в среде (раздел 3). Для решения уравнений переноса излучения выбран, развит и применяется вероятностный метод В.В. Соболева. Этим методом устанавливается наиболее прямая и простая связь между первичными излучателями и оптическими характеристиками, с одной стороны, и наблюдаемым излучением — с другой. Рассмотрено равновесное излучение замкнутой изотермической полости, наполненной газом с КДФ. Произведено разделение

этого излучения на слагаемые разного происхождения: излучение атомов, излучение частиц и, наконец, рассеянное и непосредственно пришедшее к наблюдателю излучение стенок полости. Это дает возможность в конкретных задачах оценивать предельные возможные влияния разных обстоятельств на наблюдаемое излучение.

В разделе 4 рассматривается выход излучения из газа с КДФ в континууме и линиях. Проведены иллюстративные расчеты интенсивностей, анализируется физическая картина полученных результатов, описаны экспериментальные исследования влияния рассеивающих частиц на излучение.

По ослаблению излучения стороннего источника (лампы или лазера) можно найти оптическую плотность среды или какую-либо характеристику, связанную с оптической плотностью. Когда в газе с КДФ существенно рассеяние света частицами, то результат измерений может зависеть от оптической схемы экспериментов. В разделе 5 рассмотрено прохождение тонкого луча через газ с КДФ. Результаты рассмотрения дают возможность правильно ставить опыты и надежно интерпретировать результаты измерений ослабления.

Конкретные особенности измерений температур и концентраций в газе с КДФ обсуждаются в разделе 6. Анализируются наиболее надежные способы измерений усредненных характеристик, а также возможности нахождения пространственных распределений при наблюдении вдоль единственного луча зрения.

2. Оптические характеристики.

2.1. Оптические характеристики частиц конденсированной дисперсной фазы (КДФ). Сначала рассмотрим оптические характеристики отдельных макроскопических частиц. Взаимодействие излучения с одиночными частицами исследовалось многократно [5–7]. При нахождении оптических характеристик чаще всего решается волновая задача дифракции на частице. Частота излучения при этом взаимодействии не изменяется, т.е. рассеяние является монохроматическим. Результат взаимодействия при заданной поляризации падающего на частицу света зависит от структуры и формы частицы, от комплексного показателя преломления вещества частицы

$$n = n_1 - in_2 \quad (2.1)$$

и от параметра дифракции частицы

$$D = 2\pi a_p / \Lambda; \quad (2.2)$$

здесь a_p — характерный размер частицы, Λ — длина волны излучения.

Особенно много работ посвящено шаровым частицам. В этом случае $a_p = r_p$ — радиус частицы. В расчетах обычно используется теория Ми [8], разработанная в начале века.

Взаимодействие излучения с отдельными частицами описывается с помощью сечений поглощения (σ_p), рассеяния (σ_s) и индикатрисы рассеяния ($\chi(\gamma_s)$); здесь γ_s — угол рассеяния света. Индикатриса рассеяния удовлетворяет условию нормировки

$$\int_{4\pi} \chi(\gamma_s) d\omega / 4\pi = 0,5 \int_0^\pi \chi(\gamma_s) \sin \gamma_s d\gamma_s = 1; \quad (2.3)$$

здесь $d\omega$ — элемент телесного угла.

Сечения поглощения и рассеяния дают возможность найти общее сечение ослабления (экстинкции)

$$\Sigma_p = \sigma_p + \sigma_s \quad (2.4)$$

и вероятность выживания излучения при единичном взаимодействии с частицей

$$\lambda_p = \sigma_s / (\sigma_p + \sigma_s) = \sigma_s / \Sigma_p. \quad (2.5)$$

Вытянутость индикатрисы рассеяния вперед по отношению к первоначальному направлению падающего на частицу излучения хорошо описывается средним косинусом рассеяния

$$\begin{aligned} \langle \cos \gamma_s \rangle &= \int_{4\pi} \cos \gamma_s \chi(\gamma_s) d\omega / 4\pi = \\ &= 0,5 \int_0^\pi \chi(\gamma_s) \cos \gamma_s \sin \gamma_s d\gamma_s. \end{aligned} \quad (2.6)$$

По мере вытягивания индикатрисы вперед средний косинус все больше приближается к единице. Со средним косинусом рассеяния связано транспортное приближение, применимое в случае, когда интенсивности излучения слабо зависят от направления [9]. В транспортном приближении принимается, что рассеяние изотропно, т.е.

$$\chi_{tr}(\gamma_s) = 1, \quad (2.7)$$

а сечение рассеяния определяется выражением

$$\sigma_{tr} = \sigma_s (1 - \langle \cos \gamma_s \rangle). \quad (2.8)$$

Здесь рассеяние под разными углами с помощью $\langle \cos \gamma_s \rangle$ учитывается с разным весом. Чем меньше угол рассеяния, тем меньше вклад рассеяния в σ_{tr} , а рассеяние точно вперед вообще не учитывается. В транспортном приближении выражение для вероятности выживания излучения имеет вид

$$\begin{aligned} \lambda_{tr} &= \frac{\sigma_{tr}}{\sigma_{tr} + \sigma_p} = \\ &= \frac{\lambda_p (1 - \langle \cos \gamma_s \rangle)}{1 - \lambda_p \langle \cos \gamma_s \rangle}. \end{aligned} \quad (2.9)$$

При чистом (без поглощения) рассеянии имеем

$$\lambda_{tr} = \lambda_p = 1. \quad (2.10)$$

Сечение экстинкции в транспортном приближении

выражается через истинное сечение экстинкции так:

$$\Sigma_{tr} = \sigma_{tr} + \sigma_p = \Sigma_p (1 - \lambda_p \langle \cos \gamma_s \rangle). \quad (2.11)$$

В литературе имеются обширные таблицы рассчитанных сечений σ_p , σ_s и индикатрисы ($\chi(\gamma_s)$), требуемых, главным образом, в метеорологии; см., например, [10]. В настоящее время публикуются даже в монографиях вычислительные программы для расчетов оптических характеристик как сферических однородных частиц, так и более сложных образований [7].

Результаты, особенно по индикатрисам рассеяния, отличаются огромным разнообразием. Для правильной постановки спектральных опытов и выбора подходящего метода диагностики полезно иметь представление о возможных пределах изменений и типичных значениях сечений и индикатрис. В этой связи проведем некоторую классификацию результатов, относящихся к шаровым частицам. Рассмотрим частицы с различными параметрами дифракции (2.2). Разделим все частицы на три группы: $D \ll 1$, $D \gg 1$ и $D \approx 1$. Обратим внимание на то, что в видимой области спектра, где $\lambda \approx 0,6$ мкм, имеем $D \approx 1$ для частиц с $r_p \approx 0,1$ мкм.

1. *Параметр дифракции мал* ($D \ll 1$). В видимой области спектра — это субмикронные частицы ($r_p \ll 0,1$ мкм). Если помимо условия $D \ll 1$ еще выполняется условие $D|n| \ll 1$, сечения и индикатрисы описываются выражениями [7]

$$\begin{aligned} \sigma_p &= 4D \operatorname{Im} \frac{n^2 - 1}{n^2 + 1} \cdot \pi r_p^2, \\ \sigma_s &= \frac{8}{3} D^4 \left| \frac{n^2 - 1}{n^2 + 1} \right|^2 \cdot \pi r_p^2, \\ \chi(\gamma_s) &= 0,75(1 + \cos^2 \gamma_s). \end{aligned} \quad (2.12)$$

В этом случае

$$\langle \cos \gamma_s \rangle = 0, \sigma_{tr} = \sigma_s, \lambda_{tr} = \lambda_p. \quad (2.13)$$

Это хорошо известный случай рэлеевского рассеяния. Для отношения сечений из (2.12) находим

$$\frac{\sigma_s}{\sigma_p} = \frac{2}{3} D^3 \left| \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \right|^2 \left(\operatorname{Im} \frac{n^2 - 1}{n^2 - 1} \right)^{-1}. \quad (2.14)$$

Из (2.14) и (2.5) следует, что при малых параметрах дифракции D и не слишком больших показателях преломления $|n|$ имеем

$$\sigma_s \ll \sigma_p, \lambda_p \ll 1. \quad (2.15)$$

Соотношение (2.15) важно практически, оно означает, что иногда можно пренебречь рассеянием по сравнению с поглощением. В случаях, когда рассеяние является предметом исследования или средством диагностики, этого, конечно, делать нельзя.

2. *Параметр дифракции велик* ($D \gg 1$). В видимой области спектра — это частицы с $r_p \gtrsim 0,5-1$ мкм.

Рассеяние большими частицами описывается точной теорией Ми. Более простым и полезным на практике является комбинированное рассмотрение предельно больших частиц, когда взаимодействие света с частицей делится на две части [5, 7].

Во-первых, независимо от оптических свойств частицы возникает дифракционная картина рассеяния как на черном круглом экране радиусом r_p . При этом сечение рассеяния определяется просто площадью соответствующего экрана

$$\sigma_d = \pi r_p^2, \quad (2.16)$$

а для индикатрисы имеем

$$\chi_d(\gamma_s) = 0,25D^2(1 + \cos \gamma_s)^2 \times \\ \times (2J_1(D \sin \gamma_s)/D \sin \gamma_s)^2; \quad (2.17)$$

здесь J_1 — функция Бесселя. Большая часть световой энергии (84 %), рассеянной в результате дифракции, находится в области углов, определяющих направления до первого минимума дифракционной картины $\sin \gamma_{s1} = 3,83/D$. (2.18)

Следовательно, направленность индикатрисы вперед тем острее, чем больше параметр дифракции. Приближенно индикатрису (2.17) можно представить в виде

$$\chi_d(\gamma_s) = 0,25D^2(1 + \cos \gamma_s)^2 \exp(-0,3D^2 \sin^2 \gamma_s) \\ \text{при } \sin \gamma_s \leq 3,83/D, \\ = 0 \quad \text{при } \sin \gamma_s > 3,83/D. \quad (2.19)$$

Далее, такое, достаточно грубое, представление будет использовано в оценках и иллюстративных расчетах.

Во-вторых, в результате отражения и прохождения света через частицу возникает рассеяние и поглощение, существенно зависящее от комплексного показателя преломления вещества частицы. Отражение и прохождение света описывается методом геометрической оптики. Обозначим соответствующие части сечения рассеяния индикатрисы как $\sigma_g, \chi_g(\gamma_s)$. Для воды при $n = 1,33$ $\chi_g(\gamma_s)$ было рассчитано в [5]. Рассеянный свет здесь, в основном, тоже направлен вперед, т.е. $\gamma_s < 90^\circ$, но не столь вытянутой, как при дифракции индикатрисой. При не слишком больших n_1 индикатрисы изменяются не очень сильно при изменении n и здесь неплохим является следующее приближенное описание

$$\chi_g(\gamma_s) \approx 16,5 \exp[-9(1 - \cos \gamma_s)]. \quad (2.20)$$

Суммарные сечения поглощения и геометрического рассеяния определяются поперечником шара, поэтому имеем

$$\sigma_g + \sigma_p = \pi r_p^2. \quad (2.21)$$

Общее сечение взаимодействия с большой частицей Σ_p получается сложением дифракционного и геомет-

рического сечений:

$$\Sigma_p = \sigma_d + \sigma_g + \sigma_p = 2\pi r_p^2. \quad (2.22)$$

Общее сечение рассеяния с учетом (2.16) имеет вид

$$\sigma_s = \sigma_d + \sigma_g = \pi r_p^2 + \sigma_g. \quad (2.23)$$

Вероятность выживания можно записать так:

$$\lambda_p = \sigma_s / \Sigma_p = 0,5 + (\sigma_g / 2\pi r_p^2). \quad (2.24)$$

Суммарная индикатриса рассеяния большой частицы получается путем составления выражения вероятности взаимодействия излучения с частицей с последующим рассеянием. В результате получается

$$\chi_{d+g}(\gamma_s) = \sigma_s^{-1}(\sigma_g \chi_g(\gamma_s) + \sigma_d \chi_d(\gamma_s)). \quad (2.25)$$

Нормировка (2.3) сохраняет смысл для каждой из введенных индикатрис. Сопоставление индикатрис (2.25) с точными, рассчитанными авторами [11], показывает, что уже при $D = 5$ индикатрисы (2.25) качественно описывают основные черты картины, а при больших D согласие вполне удовлетворительное.

Рассмотрим, в каких пределах изменяются сечения и индикатрисы при изменении вещества частицы. Особенно большое влияние на оптические характеристики оказывают поглощательные свойства вещества, связанные с мнимой частью показателя преломления n_2 . Поэтому, во-первых, допустим, что весь падающий на частицу свет поглощается. Это может иметь место в частицах сажи ($n_1 = 1,8$, $n_2 = 0,6$ [12]), когда не только поглощение велико, но и отражение мало. В этом случае для сечения геометрического рассеяния имеем $\sigma_g = 0$ и в соответствии с (2.21) находим $\sigma_p = \pi r_p^2$. Подчеркнем, что дифракционное рассеяние остается и в этом случае и описывается формулами (2.16), (2.17). Во-вторых, допустим, что частица прозрачна, т.е. не поглощает света совсем, что может иметь место, если мнимая часть коэффициента преломления мала. В видимой области спектра это относится, например, к каплям воды или частицам окиси алюминия. Так, в окиси алюминия действительная и мнимая части показателя преломления меняются в пределах $n_1 = 1,7$ – $1,8$, $n_2 = 10^{-5}$ – 10^{-8} . В этом случае $\sigma_p = 0$ и по (2.21) $\sigma_g = \pi r_p^2$.

После того, как определены σ_p и σ_g , можно по (2.23) найти сечение рассеяния σ_s , по (2.24) — вероятность выживания λ_p , по (2.25) — индикатрису рассеяния $\chi(\gamma_s)$. Результаты представлены в таблице. Из нее видно, что при максимальном изменении эффекта поглощения, сечение рассеяния σ_s и вероятность выживания λ_p изменяются вдвое. Сечение же экстинкции, как отмечалось выше, вообще не меняется. Индикатриса рассеяния в случае полностью рассеивающих частиц с учетом того, что $\sigma_d = \sigma_g = \pi r_p^2$, $\sigma_s = 2\pi r_p^2$ определяется в соответствии с (2.25) в виде

$$\chi_{d+g}(\gamma_s) = 0,5(\chi_g(\gamma_s) + \chi_d(\gamma_s)). \quad (2.26)$$

Вытянутость индикатрис вперед иллюстрируется оценками средних косинусов рассеяния по (2.6) (см. таблицу). В оценках использованы представления (2.19), (2.20). Переход от рассеивающих частиц к поглощающим приводит к вытягиванию индикатрис вперед: $\langle \cos \gamma_s \rangle$ приближается к единице. При возрастании параметра D очень резко вытягивается индикатриса поглощающих частиц. В случае рассеивающих частиц при достаточно больших D ($D > 20$) дальнейший рост D практически не влияет на $\langle \cos \gamma_s \rangle$, так как при этом в (2.25) и (2.26) определяет картину рассеяния χ_g , не зависящую от D . При $D = 1000$ приведены и характеристики транспортного приближения. Видно, что рассеивающие свойства больших поглощающих частиц ничтожны. У прозрачных частиц транспортное сечение меньше истинного приблизительно в 18 раз, а вероятность рассеяния неизменна ($\lambda_p = \lambda_{tr} = 1$).

3. Параметр дифракции порядка единицы ($D = 1$).

В этом случае сечение поглощения σ_p зависит от n_2 точно так же, как в предыдущем случае (см. таблицу). Сечение рассеяния является осциллирующей функцией параметра дифракции D или радиуса r_p [5–7]. Амплитуда осцилляции уменьшается при росте r_p (или D) и при росте мнимой части коэффициента преломления n_2 . При малых n_2 осцилляции σ_s происходят вокруг среднего значения $2\pi r_p^2$, а при больших n_2 сечение σ_s приближается к πr_p^2 . Эти средние величины меняются в тех же пределах, что и при $D \gg 1$, так же как возрастание D приводит к вытягиванию индикатрис вперед при общей замысловатости. Оптические характеристики частиц с различными поглощательными свойствами материала

сти их форм. Но в отличие от предыдущего случая характеристика вытянутости $\langle \cos \gamma_s \rangle$ меняется в очень широких пределах. Приблизительно эти пределы можно указать так: от $\langle \cos \gamma_s \rangle = 0$ при рэлеевской индикатрисе со стороны малых D до $\langle \cos \gamma_s \rangle = 0,91 - 0,93$ при $D = 5$ в соответствии с таблицей.

Приведенные соображения и оценки не претендуют на точность или полный охват многообразия характеристик отдельных частиц, но дают возможность ориентироваться в этом многообразии.

Обратимся к характеристикам ансамбля частиц. Обычно коэффициенты поглощения, рассеяния и экстинкции среды определяют простым суммированием в единице объема поперечных сечений отдельных частиц. Когда частицы одинаковы, имеем

$$k_i = n_p \sigma_i, \quad \alpha_j = n_p \Sigma_j. \quad (2.27)$$

Эти выражения относятся к приведенным ранее сечениям, т.е. $i = p, s, tr$ и $j = p, tr$; n_p — концентрация частиц. Если частицы отличаются только размерами и их распределение есть $f(r_p)$ с нормировкой

$$\int_0^\infty f(r_p) dr_p = n_p, \quad (2.28)$$

то

$$k_i = \int_0^\infty f(r_p) \sigma_i(r_p) dr_p, \quad \alpha_j = \int_0^\infty f(r_p) \Sigma_j(r_p) dr_p. \quad (2.29)$$

Суммирование поперечных сечений рассеяния и экстинкции по (2.27), (2.29) можно проводить лишь в

D	Оптическая характеристика	$n_2 < 10^{-5}$ (Al ₂ O ₃ , H ₂ O)	$n_2 \approx 0,6$ (сажа)
$D \gg 1$	σ_p	0	πr_p^2
»	σ_s	$2\pi r_p^2$	πr_p^2
»	Σ_p	$2\pi r_p^2$	$2\pi r_p^2$
»	λ_p	1,0	0,5
»	$\chi(\gamma_s)$	χ_{d+g} (2.26)	χ_d (2.17)
5	$\langle \cos \gamma_s \rangle$	$1 - 8,8 \cdot 10^{-2}$	$1 - 6,8 \cdot 10^{-2}$
20	»	$1 - 5,7 \cdot 10^{-2}$	$1 - 4 \cdot 10^{-3}$
100	»	$1 - 5,6 \cdot 10^{-2}$	$1 - 2 \cdot 10^{-4}$
500	»	$1 - 5,6 \cdot 10^{-2}$	$1 - 6 \cdot 10^{-6}$
1000	»	$1 - 5,6 \cdot 10^{-2}$	$1 - 2 \cdot 10^{-6}$
1000	σ_{tr}	$5,6 \cdot 10^{-2} \sigma_s$	$2 \cdot 10^{-6} \sigma_s$
1000	λ_{tr}	1	$2 \cdot 10^{-6}$
$D \approx 1$	σ_p	0	πr_p^2
»	$\langle \sigma_s \rangle$	$2\pi r_p^2$	πr_p^2
»	$\langle \Sigma_p \rangle$	$2\pi r_p^2$	$2\pi r_p^2$

случае, если акты рассеяния на отдельных частицах независимы. Необходимым условием является достаточная удаленность частиц друг от друга [14,15]. Наиболее простые соображения приводят к следующему. Во-первых, расстояние между частицами $n_p^{-1/3}$ должно быть много больше длины волны излучения; во-вторых, среда должна быть на самом деле не сплошной, а дисперсной, т.е. расстояние между частицами должно быть существенно больше характерного размера частиц. Следовательно,

$$n_p^{-1/3} \gg \Lambda, \quad n_p^{-1/3} \gg r_p. \quad (2.30)$$

Основательное рассмотрение вопроса содержится в [14]. Вероятность выживания излучения при однократном взаимодействии с частицами может быть записана в виде

$$\lambda_p = k_s / \alpha_p. \quad (2.31)$$

Когда все частицы одинаковы, то (2.31) ничем не отличается от (2.5), когда же частицы отличаются размерами и k_s, α_p определяется по (2.29), то λ_p характеризует некоторую усредненную вероятность выживания.

В заключение отметим, что оптические коэффициенты k и α в проведенном рассмотрении не зависят от направления излучения. Это условие в газе с КДФ выполняется, когда частицы можно считать сферическими и в тех случаях, когда частицы имеют более сложную форму, но их ориентация хаотична.

2.2. Оптические характеристики газовой фазы. Сравнение с характеристиками макроскопических частиц. Основной оптической характеристикой газа является коэффициент поглощения k_a , сильно зависящий от частоты света ν в области спектральных линий. Рассеяние излучения на атомах и молекулах, происходящее в результате фотовозбуждения с последующим высвечиванием, в рассматриваемой задаче роли не играет в силу сделанного во введении предположения о том, что на населенности энергетических уровней перенос излучения заметного влияния не оказывает (см. также раздел 2.3). В ионизированном газе следует оценить оптические характеристики непрерывного спектра, обусловленного свободно-свободными и свободно-связанными переходами электронов, а также рассеянием излучения на электронах.

Коэффициент поглощения, рассчитанный на один атом (опускаем здесь и далее слово "молекула" для краткости) $\sigma_a(\nu)$, имеет размерность площади и может рассматриваться как поперечное сечение поглощения одиночным атомом. Аналогично (2.27) находим

$$k_a(\nu) = n_a \sigma_a(\nu). \quad (2.32)$$

Абсолютное значение σ_a зависит от силы осциллятора соответствующего перехода в атоме. Зависимость

от частоты $\sigma_a(\nu)$ в газе с КДФ чаще всего определяется доплеровским уширением и взаимодействием поглощающего атома с окружающими компонентами газа. Здесь не будем останавливаться на конкретных зависимостях $\sigma_a(\nu)$, этому посвящена большая литература (см., например, монографии [16–20] и специальные экспериментальные исследования в продуктах сгорания [21, 22]). Рассмотрим лишь условие того, что взаимодействие поглощающего атома с частицами не влияет на контур линии поглощения $\sigma_a(\nu)$. Простейшую грубую оценку можно сделать, сравнив частоты столкновений атома с окружающими компонентами газа (ν_{a-m}) и макроскопическими частицами (ν_{a-p}). Примем, что относительные скорости взаимодействующих частиц в обоих случаях одинаковы, тогда

$$\nu_{a-p} / \nu_{a-m} = n_p \sigma_{a-p} / n_m \sigma_{a-m};$$

здесь n_m — концентрации окружающих газовых молекул, $\sigma_{a-m}, \sigma_{a-p}$ — сечения взаимодействия атома с окружающими молекулами и макроскопическими частицами. Учитывать влияния частиц не надо, если

$$n_p \ll n_m \sigma_{a-m} / \sigma_{a-p}. \quad (2.33)$$

Рассмотрим упоминавшийся во введении поток продуктов сгорания при атмосферном давлении и температуре 2000 К. Характерный размер частиц в таких условиях $r_p \approx 1$ мкм ($\sigma_{a-p} \approx 10^{-8}$ см²) [56] и $n_m = 10^{18}$ см⁻³. Поперечное сечение взаимодействия атома с окружающими молекулами определяется величинами $\sigma_{a-m} \approx 10^{-15}$ см² [21, 22]. Подставляя эти величины в (2.33), находим

$$n_p \ll 10^{11} \text{ см}^{-3}.$$

Это условие практически совпадает с условием дисперсности в (2.30). Будем считать, что неравенство (2.33) выполняется.

Коэффициент поглощения в электронном континууме можно записать в виде

$$k_e = \sigma_e n_e,$$

где σ_e — сечение поглощения света в континууме, зависящее от температуры электронов и строения ионизирующихся атомов, n_e — их концентрация [23]. Аналогично, для коэффициента рассеяния света электронами имеем

$$k_{es} = \sigma_{es} n_e;$$

σ_{es} — сечение рассеяния электронами, n_e — их концентрация.

Относительную роль макроскопических частиц и компонентов газовой фазы можно приближенно оценивать с помощью следующих выражений

$$\alpha_p / k_a(\nu) = \sum_p n_p / \sigma_a(\nu) n_a,$$

$$\alpha_p/k_e(\nu) = \Sigma_p n_p / \sigma_e n_a, \quad (2.34)$$

$$k_s/k_{es} = \sigma_s n_p / \sigma_{es} n_e.$$

Первое отношение характеризует роль частиц в области спектральных линий, второе — в континууме, наконец, третье — относительную роль частиц и электронов в процессе рассеяния.

Для оценок роли макроскопических частиц в области спектральных линий и континуума следует конкретизировать условия. Опять рассмотрим излучающий поток продуктов сгорания при атмосферном давлении и температуре 2000 К. Из экспериментальных данных работы [56] можно найти: $n_p = 10^5 \text{ см}^{-3}$ при $r_p = 1 \text{ мкм}$. В продуктах сгорания имеется атомарный натрий, излучающий одну из наиболее ярких линий видимого спектра NaI 589,0 нм. Эта линия часто используется в спектральной диагностике. Естественное содержание атомов натрия в продуктах сгорания обычно не превышает $n_a \approx 10^{12} \text{ см}^{-3}$. Сечение $\sigma_a(\nu)$ при не очень больших отклонениях длины волны Λ от длины волны центра линии Λ_0 описывается интегралом Фойхта. С помощью сведений из книг [19, 20] можно найти в центре линии $\sigma_a(\Lambda_0) = 2 \cdot 10^{-12} \text{ см}^2$ и $\sigma_a(\Lambda) = 10^{-15} \text{ см}^2$ при $|\Lambda - \Lambda_0| = 0,2 \text{ нм}$. Положив $\Sigma_p \approx r_p^2 = 10^{-8} \text{ см}^2$, получаем, что первое отношение (2.34) изменяется в следующих пределах:

$$\alpha_p/k_a(\nu) = 10^{-3} - 1.$$

Следовательно, в центре мощной линии натрия влияние частиц мало, а при удалении от центра оно становится существенным. Ясно, что влияние частиц на менее яркие линии может быть важным и в центральных частях линий. Оценим в условиях работы [56] роль частиц в континууме при $\Lambda = 0,6 \text{ мкм}$. Предположим, что ионизируются в продуктах сгорания атомы натрия, тогда по формуле Унзольда—Крамерса [23] находим $\sigma_e = 10^{-24} \text{ см}^2$ и получаем $\alpha_p/k_e(\nu) = 10^{-8} \cdot 10^5 / 10^{-24} \cdot 10^{12} = 10^9 \gg 1$. Видно, что электроны не играют здесь роли. Еще меньше роль рассеяния излучения электронами по (2.34), так как сечение этого процесса тоже очень мало ($\sigma_{es} \approx 6,6 \cdot 10^{-25} \text{ см}^2$ [19]), а концентрация электронов обычно меньше, чем n_a .

В качестве второго примера рассмотрим упоминавшийся ранее ярко светящийся приэлектродный слой сильнооточного газового разряда. По данным книги [24] можно получить оценку содержания и размеров частиц вблизи поверхности электрода: $n_p \approx 10^8 \text{ см}^{-3}$, $r_p \approx 1 \text{ мкм}$. Этот случай отличается от предыдущего, главным образом, тем, что количество частиц здесь в 10^{-3} раз больше. Соответственно, возрастает и влияние частиц на излучение как в спектральных линиях, так и в континууме. По мере уда-

ления от поверхности электрода частицы исчезают, но в непосредственной близости к поверхности они полностью определяют оптические характеристики среды.

Таким образом, в рассмотренных примерах коэффициент экстинкции частиц α_p много больше, чем коэффициенты k_e и k_{es} в континууме. Поэтому электронным континуумом можно пренебречь. В области спектральных линий, где $k_a(\nu) \neq 0$, необходимо учитывать совместно атомы и макроскопические частицы. В этих областях общий коэффициент экстинкции получается суммированием:

$$\alpha(\nu) = \alpha_p + k_a(\nu). \quad (2.35)$$

$\alpha(\nu)$ сильно зависит от частоты из-за зависимости $k_a(\nu)$. С другой стороны, обычно можно считать, что внутри области спектральной линии характеристики частиц (k_p, k_s, α_p) от частоты не зависят. Для вероятности выживания получаем

$$\lambda(\nu) = k_s/\alpha(\nu) = \lambda_p \alpha_p/\alpha(\nu). \quad (2.36)$$

По мере приближения к центрам линий вероятность рассеяния $\lambda(\nu)$ уменьшается из-за роста $k_a(\nu)$.

2.3. Первичное тепловое излучение газа с конденсированной дисперсной фазой. В газе с конденсированной дисперсной фазой собственное первичное излучение обычно зависит от температуры газа и макроскопических частиц. Температуры газовой и дисперсной фазы могут быть различными. Температура поверхности частиц (T_p) и их собственное первичное излучение зависят от процессов теплообмена, при этом радиационный теплообмен играет важную роль. Когда в диагностике используется просто часть естественно выходящего из объема излучения, то это никак не влияет на температуру частиц. Если же через исследуемый объем в диагностических целях пропускается свет от стороннего излучателя или в стенках, окружающих этот объем, делаются специальные отверстия для вывода части попадающего на стенку излучения, то это следует делать с некоторыми предосторожностями. Свет от стороннего источника (часто лазера) не должен нагревать частицы, а выход собственного излучения не должен их существенно охлаждать. Оба эти условия обычно не слишком трудно выполнить, сделав мощность источника и отверстия в стенках достаточно малыми.

Первичное собственное излучение в спектральных линиях газа связано с температурой возбуждения T_a , определяющей относительную населенность энергетических уровней, между которыми происходят излучательные переходы. В газе с КДФ населенности чаще всего устанавливаются в столкновениях атома с окружающими атомами и молекулами газо-

вой фазы. Когда и возбуждение и опустошение уровней обусловлено столкновениями, то характер столкновений определяет физический смысл температуры T_a . Так, например, в продуктах сгорания при атмосферном давлении температура возбуждения щелочных атомов T_a определяется температурой колебательного возбуждения молекул [4]. Следовательно, T_a может, вообще говоря, отличаться от температуры теплового движения атомов и молекул газа.

Выход излучения, внешнее облучение и пространственные неоднородности могут приводить к отклонениям от столкновительных населенностей. Пусть частота тушения атомами и молекулами верхнего уровня рассматриваемого перехода (ν_q) существенно больше частоты спонтанного излучения (ν_r):

$$\nu_q \gg \nu_r. \quad (2.37)$$

При выполнении этого условия выход излучения заметно не влияет на населенности уровней. Здесь считается, что условие (2.37) выполнено и мощность стороннего источника столь мала, что фотовозбуждения его излучением также не влияют на населенности.

Рассмотрим возможные влияния пространственной неоднородности на населенности уровней атомов. Простейшее уравнение баланса атомов на уровне с учетом выполнения условия (2.37) имеет вид

$$\frac{d}{dr}(n_m \bar{u}_m) + (\nu_{ex} - \nu_q)n_m = 0; \quad (2.38)$$

здесь n_m — концентрация атомов на уровне m , \bar{u}_m — направленная скорость, обусловленная либо потоком газовой смеси, либо диффузией, ν_{ex} — частота столкновительного возбуждения уровня m . Величина n_m определяется только столкновениями, если первое слагаемое мало по сравнению с остальными. Из (2.38) получается характерная длина неоднородности, на которой первое слагаемое играет такую же роль, что и одно из столкновительных

$$l_m = \bar{u}_m \nu_q^{-1}.$$

В случае диффузионного потока находим

$$n_m \bar{u}_m = -D_m dn_m/dr;$$

здесь D_m — коэффициент диффузии возбужденных атомов. Когда концентрация n_m существенно изменяется на расстояниях, равных или меньших l_m , можно ожидать отклонений от "столкновительных" населенностей. Этим определяется наименьший размер области (l_a), которую можно характеризовать единой атомарной температурой. А именно, должно выполняться условие

$$l_a \gg l_m.$$

Если выполнены все описанные условия, то к каждой из фаз рассматриваемой двухтемпературной среды можно локально в пространстве применить за-

кон Кирхгофа. Из элементарного объема толщиной $|dr|$ во все стороны при этом выходит первичное излучение с интенсивностью

$$(k_a I_a^0 + k_p I_p^0) |dr|, \quad (2.39)$$

где

$$I^0(\nu, T) = \frac{1}{\exp(h\nu/kT) - 1}; \quad (2.40)$$

здесь I_a^0, I_p^0 — интенсивности излучения абсолютно черного тела при температурах газа (T_a) и частиц (T_p) соответственно, k_a, k_p — коэффициенты поглощения атомов и частиц, ν — частота излучения, h и K — постоянные Планка и Больцмана, c — скорость света в пустоте. Выражения (2.39) и (2.40) определяют связь первичного излучения с температурами T_a, T_p , подлежащими измерениям. Кроме того, абсолютные величины коэффициентов k_a, k_p пропорциональны концентрациям поглощающих компонентов газа и макроскопических частиц. Зависимость k_a от частоты определяется процессами уширения спектральных линий. Уширение, в свою очередь, зависит как от температуры газа, так и от концентраций компонентов газовой среды. Поэтому первичная интенсивность (2.40) на различных частотах содержит в себе многообразную информацию о газе и частицах. Извлечение этой информации из наблюдаемых интенсивностей излучения и есть задача спектральной диагностики.

В заключение кратко суммируем общие сведения.

1. Когда мал параметр дифракции ($D \ll 1$), сечения поглощения и рассеяния много меньше геометрического поперечника частицы. Вероятность рассеяния при этом тоже мала: $\lambda_p \approx D^3 \ll 1$. Если же $D \approx 1$ или $D \gg 1$, то оптические сечения по порядку величины определяются геометрическим поперечником, вероятность рассеяния меняется в небольших пределах $\lambda_p \approx 0,5 - 1$, индикатриса рассеяния вытягивается вперед при росте параметра дифракции.

2. В непрерывном спектре газа с КДФ коэффициенты экстинкции в характерных случаях практически определяются только частицами дисперсной фазы. В области спектральных линий коэффициенты экстинкции макроскопических частиц и газа могут быть сравнимыми по порядку величины.

3. Газ с КДФ часто может рассматриваться как двухтемпературная среда. Первичное излучение при этом описывается с помощью закона Кирхгофа, применяемого по отдельности к газу и макроскопическим частицам.

3. Перенос излучения. Основной характеристикой излучения во многих задачах спектральной диагностики является интенсивность, т.е. поток энер-

гии в единичных интервалах площади, времени, телесного угла и частот. Интенсивность внутри излучателя и на выходе из него определяется путем решения уравнения переноса излучения, имеющего смысл в приближении геометрической оптики. Возможность использования этого приближения в газе с рассеивающими частицами детально обсуждается в [14]. Здесь отметим лишь, что во всяком случае надо учитывать главное условие: средняя длина свободного пробега фотона

$$l_{ph} = \alpha^{-1} \quad (3.1)$$

должна быть существенно больше длины волны Λ . В центрах спектральных линий, где $\sigma_a(\nu_0)$ может достигать больших значений, геометрическая оптика применима, если концентрации атомов n_a не очень велики. Из анализа данных, приведенных в [15], следует, что в диагностике газа с КДФ, как правило, не требуется учета рефракции при распространении излучения. И, наконец, здесь не будут рассматриваться эффекты поляризации излучения, так как на общую интенсивность они оказывают малое влияние [15], а диагностика, основанная на эффектах поляризации, не является предметом настоящей работы.

3.1. Уравнение переноса излучения и первичные поверхностные источники. Уравнение переноса излучения сначала рассмотрим в достаточно общем случае. Пусть газовый объем с КДФ ограничен произвольной невогнутой поверхностью (рис. 1). Среда может быть оптически неоднородной, т.е. оптические характеристики могут изменяться в пространстве. Пусть $I(\mathbf{r}, \vec{\Omega})$ — интенсивность излучения в точке с радиус-вектором \mathbf{r} в направлении единичного вектора $\vec{\Omega}$. Для краткости опускаем обозначение частоты ν . Стационарное уравнение переноса имеет вид [25]:

$$\vec{\Omega} \nabla I(\mathbf{r}, \vec{\Omega}) + \alpha(\mathbf{r}) I(\mathbf{r}, \vec{\Omega}) = \alpha(\mathbf{r}) \epsilon(\mathbf{r}, \vec{\Omega}). \quad (3.2)$$

Уравнение (3.2) есть запись баланса лучистой энергии в единице объема, αI — потери и $\alpha \epsilon$ — поступление энергии; здесь ϵ — функция источников:

$$\epsilon(\mathbf{r}, \vec{\Omega}) = g_v(\mathbf{r}, \vec{\Omega}) + \int_{4\pi} I(\mathbf{r}, \vec{\Omega}') \chi(\mathbf{r}) \chi(\mathbf{r}, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) d\omega' / 4\pi. \quad (3.3)$$

Смысл ϵ — поступление энергии на длине лучевой трубки, равной средней длине свободного пробега фотона (3.1) за счет первичного излучения среды (g_v) и за счет рассеяния излучения, пришедшего со всех сторон (второе слагаемое правой части (3.3)). Из уравнения (3.2) и граничного условия, задающего интенсивность излучения поверхности $I(\mathbf{r}_s, \vec{\Omega})$, получаем

$$I(\mathbf{r}, \vec{\Omega}) = \int_{\mathbf{r}_{s\downarrow}}^{\mathbf{r}} \epsilon(\mathbf{r}', \vec{\Omega}) \exp(-\tau(\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r})) \alpha(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' +$$

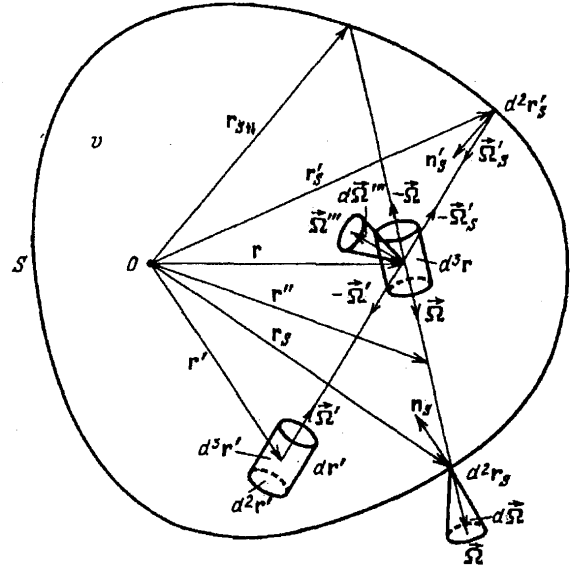


Рис. 1. Схема излучателя произвольной формы

$$+ I(\mathbf{r}_{s\downarrow}, \vec{\Omega}) \exp[-\tau(\mathbf{r}_{s\downarrow} \rightarrow \mathbf{r})]; \quad (3.4)$$

здесь $\mathbf{r}_{s\downarrow}$ — радиус-вектор точки пересечения поверхности S с прямой, проходящей через точку \mathbf{r} в направлении $(-\vec{\Omega})$ (см. рис. 1); интегрирование ведется вдоль этой прямой;

$$\tau(\mathbf{r}_1 \rightarrow \mathbf{r}_2) = \int_{\mathbf{r}_1}^{\mathbf{r}_2} \alpha(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \quad (3.5)$$

—оптическая плотность между точками \mathbf{r}_1 и \mathbf{r}_2 , интегрирование ведется вдоль прямой $\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$. При решении уравнений (3.3) и (3.4) либо I определяется из (3.4), откуда исключено ϵ с помощью (3.3), либо, наоборот, исключается I из (3.3) с помощью (3.4) и сначала решается уравнение для ϵ . Большая часть фундаментальных исследований посвящена решению уравнения для ϵ . Уравнение для ϵ можно составить и непосредственно на основе физических соображений аналогично тому, как это сделано в [26] при описании переноса нейтронов, или в [27] при описании переноса излучения в более общем, чем здесь, случае. Результат имеет вид

$$\epsilon(\mathbf{r}, \vec{\Omega}) = V\epsilon(\mathbf{r}', \vec{\Omega}') + g(\mathbf{r}, \vec{\Omega}), \quad (3.6)$$

$V\epsilon$ — интеграл (оператор) рассеяния, определяющий рассеяние в точке \mathbf{r} излучения, пришедшего из всех частей объема; $g(\mathbf{r}, \vec{\Omega})$ — интенсивность первичных источников; здесь

$$V\epsilon(\mathbf{r}', \vec{\Omega}') = \frac{\lambda(\mathbf{r})}{4\pi} \int_v d^3\mathbf{r}' \{ \epsilon(\mathbf{r}', \vec{\Omega}') \alpha(\mathbf{r}') \times \exp[-\tau(\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r})] \chi(\mathbf{r}, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) (\mathbf{r}' - \mathbf{r})^{-2} \}, \quad (3.7)$$

$$g(\mathbf{r}, \vec{\Omega}) = g_v(\mathbf{r}, \vec{\Omega}) + g_s(\mathbf{r}, \vec{\Omega}), \quad (3.8)$$

$$g_s(\mathbf{r}, \vec{\Omega}) = \frac{\lambda(\mathbf{r})}{4\pi} \int_S d^2\mathbf{r}_s' I(\mathbf{r}_s', \vec{\Omega}_s') \cos(\mathbf{n}_s' \cdot \vec{\Omega}_s') \times$$

$$\times \exp[-\tau(\mathbf{r}_S' \rightarrow \mathbf{r})] \chi(\mathbf{r}, \vec{\Omega}_S' \rightarrow \vec{\Omega})(\mathbf{r}_S' - \mathbf{r})^{-2}. \quad (3.9)$$

$d^3\mathbf{r}'$ и $d^2\mathbf{r}_S'$ — элементы объема и площади поверхности, соответственно. Отметим, что здесь в первичных источниках, помимо g_v , входившего в (3.3), появилась интенсивность первично рассеянного излучения поверхности g_S (3.9). Поясним смысл g_S : с элемента площади поверхности $d^2\mathbf{r}_S'$ в сторону единичной площади в окрестности \mathbf{r} идет поток $I(\mathbf{r}_S', \vec{\Omega}_S') d^2\mathbf{r}_S' \cos(\mathbf{n}_S' \cdot \vec{\Omega}_S') / (\mathbf{r}_S' - \mathbf{r})^2$, до г без взаимодействия со средой доходит доля $\exp[-\tau(\mathbf{r}_S' \rightarrow \mathbf{r})]$, первое рассеяние в \mathbf{r} в направлении $\vec{\Omega}$ на длине α^{-1} происходит с вероятностью $\lambda(\mathbf{r})\chi(\mathbf{r}, \vec{\Omega}_S' \rightarrow \vec{\Omega})$. Учет описанного и интегрирование по S дает (3.9). Аналогично можно пояснить и смысл интеграла рассеяния в (3.7). Разница лишь в том, что начальный поток в интеграле рассеяния объемный ($d^3\mathbf{r}' \propto (r')^2 \epsilon(r', \vec{\Omega}')$) и интегрирование ведется по объему. Выражение интенсивности собственных первичных источников g_v в рассматриваемой двухтемпературной среде (газ с КДФ) составляется с помощью (2.31), (2.35), (2.39):

$$g_v(\mathbf{r}) = g_a(\mathbf{r}) + g_p(\mathbf{r}), \quad (3.10)$$

$$g_a(\mathbf{r}) = k_a(\mathbf{r}) I_a^0(\mathbf{r}) / \alpha(\mathbf{r}),$$

$$g_p(\mathbf{r}) = \alpha_p(\mathbf{r}) (1 - \lambda_p(\mathbf{r})) I_p^0(\mathbf{r}) / \alpha(\mathbf{r}).$$

В газе с КДФ первичные объемные источники складываются из источников, обусловленных излучением атомов (g_a) и излучением частиц (g_p). Надо лишь подчеркнуть, что наличие каждой из компонент влияет на величину первичных источников другой компоненты через общий коэффициент экстинкции, так как $\alpha(\mathbf{r}) = \alpha_p(\mathbf{r}) + k_a(\mathbf{r})$. Тепловое излучение изотропно, поэтому g_v не зависит от $\vec{\Omega}$. Вне спектральных линий, где $k_a = 0$, имеем

$$g_v(\mathbf{r}) = g_p(\mathbf{r}) = (1 - \lambda_p(\mathbf{r})) I_p^0(\mathbf{r}). \quad (3.11)$$

Когда в каждой точке температуры газа и частиц одинаковы, т.е. $I_a^0(\mathbf{r}) = I_p^0(\mathbf{r}) = I^0(\mathbf{r})$, находим с учетом (2.36)

$$g_v(\mathbf{r}) = (1 - \lambda(\mathbf{r})) I^0(\mathbf{r}). \quad (3.12)$$

Для конкретизации оператора рассеяния $V\epsilon$ и интенсивности первичного рассеяния g_S необходимо задать форму поверхности S , индикатрису рассеяния χ и распределение $I(\mathbf{r}_S', \vec{\Omega}_S')$. Рассмотрим изотропно-рассеяние ($\chi = 1$) в трех простейших геометриях; бесконечный плоский слой, бесконечный цилиндр и шар. Будем считать, что поверхности везде светят одинаково и изотропно $I(\mathbf{r}_S') = I_{S0}$. Для нахождения расстояний $\mathbf{r}' - \mathbf{r}$, $\mathbf{r}_S' - \mathbf{r}$, элементов объема $d^3\mathbf{r}'$ и элементов площади поверхности $d^2\mathbf{r}_S'$ в плоском слое и цилиндре можно воспользоваться рис. 2, 3. Затем найденные значения следует подставить в (3.7), (3.9) и провести необходимые интегрирования. В плоском слое в результате этих операций имеем

$$V\epsilon(\mathbf{r}', \vec{\Omega}') = V\epsilon(t') = \int_0^{t_0} \epsilon(t') E_1(|t - t'|) \lambda(t') dt', \quad (3.13)$$

$$g_S(t) = g_{S\Sigma}(t) = g_{S0}(t) + g_{St_0}(t),$$

$$g_{S0} = 0,5 I_{S0} \lambda(t) E_2(t), \quad (3.14)$$

$$g_{St_0} = 0,5 I_{S0} \lambda(t) E_2(t_0 - t);$$

здесь t и t_0 — оптическая координата и оптическая плотность слоя (см. рис. 2):

$$t = \int_0^X \alpha(X) dX, \quad t_0 = \int_0^l \alpha(X) dX, \quad (3.15)$$

$E_k(y)$ — интегральная показательная функция [28]:

$$E_k(y) = \int_0^1 \exp(-y/z) z^{k-2} dz, \quad (3.16)$$

g_{S0} , g_{St_0} , g_S — поверхностные источники, обусловленные первичным рассеянием излучения поверхностей $t=0$, $t=t_0$ и обеих поверхностей вместе.

Для бесконечного оптически однородного ($\alpha = \text{const}$, $\lambda = \text{const}$) цилиндра положим, что

$$x = \rho/R, \quad t_0 = 2\alpha R. \quad (3.17)$$

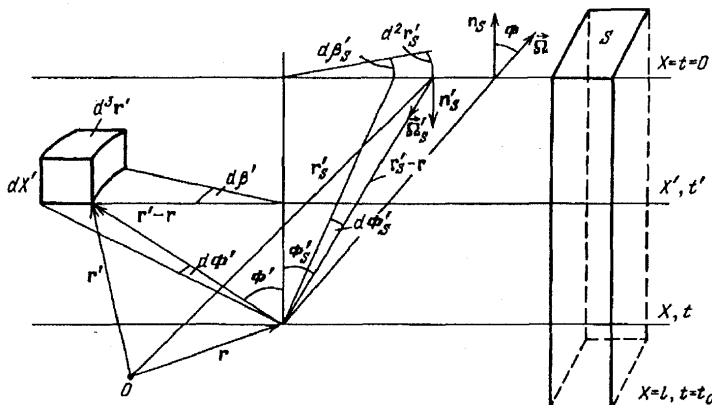


Рис. 2. Схема плоского слоя

Тогда получаем

$$V\varepsilon(\mathbf{r}', \vec{\Omega}') = V\varepsilon(x) = \int_0^1 x' \varepsilon(x') J(x, x') dx', \quad (3.18)$$

$$J(x, x') = \int_0^\pi d\varphi' [K_{11}(0, 5t_0(x^2 + x'^2 - 2xx' \cos \varphi')^{1/2}) \times \\ \times (x^2 + x'^2 - 2xx' \cos \varphi')^{-1/2}], \quad (3.19)$$

$$g_S(x) = \frac{I_{S0} \lambda}{\pi} \int_0^\pi d\varphi_S' \left[(1 - x \cos \varphi_S') \times \right. \\ \left. \times \frac{K_{12}(0, 5t_0(1 + x^2 - 2x \cos \varphi_S')^{1/2})}{1 + x^2 - 2x \cos \varphi_S'} \right]; \quad (3.20)$$

K_k — k -кратный интеграл от цилиндрической функции нулевого порядка. При изменении аргументов от 0 до ∞ интегралы K_n , K_{12} монотонно уменьшаются до нуля от $\pi/2$ в случае K_n и от 1 в случае K_{12} [28]. Наконец, в оптически однородном шаре можно аналогично найти

$$V\varepsilon(x') = 0,5\lambda t_0 \int_0^1 \varepsilon(x') x' dx' \times \\ \times (E_1(0, 5t_0|x - x'|) - E_1(0, 5t_0(x + x'))), \quad (3.21)$$

$$g_S = (I_{S0} \lambda / 4\pi) [(1 + x)E_2(0, 5t_0(1 - x)) - \\ - (1 - x)E_2(0, 5t_0(1 + x)) + \\ + (2/t_0) \{ \exp[-0,5t_0(1 - x)] - \\ - \exp[-0,5t_0(1 + x)] \}]. \quad (3.22)$$

Таким образом, уравнения для описаний переноса излучения в плазме с КДФ представлены в общем виде. В частных случаях изотропного рассеяния и простых геометрических форм получены интегралы рассеяния и первичные источники g_S , обусловленные рассеянием излучения поверхностей. Интегралы рассеяния $V\varepsilon$ в частных случаях (3.13), (3.18), (3.21) не отличаются от известных [29].

3.2. Составляющие равновесного излучения замкнутой изотермической полости, наполненной газом с КДФ. Из уравнения (3.6) следует, что функция источников, обусловленная суммой некоторых первичных источников, равна сумме функций источников, соответствующих каждому из складываемых первичных источников. Это можно записать в виде

$$\varepsilon(\sum_i g_i) = \sum_i (\varepsilon(g_i)); \quad (3.23)$$

здесь опущены все аргументы функции ε , подчеркнута лишь зависимость ε от g . Хорошо известная аддитивность (3.23) обусловлена линейностью уравнения переноса (3.2) и, следовательно, уравнения (3.6). Из (3.23) вытекает и то, что интегральное сла-

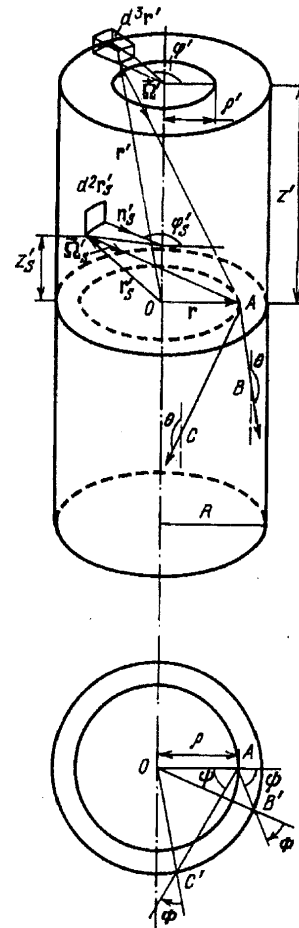


Рис. 3. Схема цилиндрического излучателя

гаемое в выражении интенсивности (3.4) тоже суммируется при суммировании первичных источников. Подчеркнем, что излучатель может быть произвольным по форме, оптически неоднородным, анизотропно рассеивающим. Используем общее свойство аддитивности для нахождения связей между некоторыми функциями источников ε и для определения слагаемых равновесного излучения в случае, когда излучатель является тепловым, окружен замкнутой поверхностью S , температура газа, частиц, поверхности одинакова и неизменна внутри полости. В этом случае излучатель представляет собой модель черного тела. В таком излучателе, как следует из общих физических соображений, интенсивность излучения везде внутри полости одинакова, изотропна и равна интенсивности излучения абсолютно черного тела:

$$I = I^0. \quad (3.24)$$

Кроме того, из (3.2) при $\alpha \neq 0$ и постоянном I получается

$$\varepsilon = I = I^0. \quad (3.25)$$

При $\alpha = 0$ значение ε может быть произвольным конечным, но так как общий эффект поступления энергии нулевой, можно положить, что и в этом случае верно (3.25).

Первичные источники определяются собственным тепловым излучением g_v (3.12) и интенсивностью

первично рассеянного излучения g_S по (3.9) при

$$I(\mathbf{r}', \vec{\Omega}_S') = I_{S0} = I^0. \quad (3.26)$$

Пусть ε_v и ε_S — функции источников, являющиеся решением уравнения (3.6) при $g = g_v$ и $g = g_S$ соответственно. Суммарная функция источников определяется по (3.23) и удовлетворяет выражению (3.25), т.е. имеем

$$\varepsilon = I^0 = \varepsilon_v + \varepsilon_S, \quad (3.27)$$

или

$$1 = \frac{\varepsilon_v}{I^0} + \frac{\varepsilon_S}{I_{S0}}. \quad (3.28)$$

Равенства (3.27), (3.28) представляют собой условия радиационного равновесия внутри изотермической полости. Эти равенства устанавливают связь между функциями источников ε_v , ε_S в весьма общих предположениях относительно оптических характеристик α , λ , $\chi(\gamma_S)$. Одновременно они дают возможность представлять равновесную функцию источников в виде суммы двух слагаемых разного происхождения: одно обусловлено первичными объемными излучателями (g_v), другое — первичными поверхностными источниками (g_S).

Подчеркнем, что здесь учитывается рассеяние лишь в объеме. Попадание света на стенку выводит его из рассмотрения, дальнейшая его судьба не важна, так как заменяется заданной интенсивностью излучения I^0 . Такой подход аналогичен тому, что был принят при рассмотрении поглощения света атомами, излучение атомов описывалось независимо от этого поглощения.

Используем (3.27) для определения слагаемых интенсивности I^0 излучения, выходящего из полости (или падающего изнутри на поверхность). Для этого в (3.4) надо подставить $\varepsilon = \varepsilon_v + \varepsilon_S$. Пусть I_v — интенсивность, обусловленная только первичными объемными источниками g_v и, соответственно, функцией источников ε_v ; I_S — только первичными поверхностными источниками и, соответственно, функцией источников ε_S . Для определенности рассмотрим выход излучения в точке \mathbf{r}_S поверхности S (см. рис. 1), т.е. положим в (3.4) $\mathbf{r} = \mathbf{r}_S$. Тогда вместо (3.4) находим

$$I = I^0 = I_v + I_S + I^0 \exp[-\tau(\mathbf{r} \rightarrow \mathbf{r}_{S\uparrow\downarrow})]; \quad (3.29)$$

здесь $\tau(\mathbf{r}_S \rightarrow \mathbf{r}_{S\uparrow\downarrow})$ — оптическая толщина полости в направлении наблюдения. Интенсивность излучения газа с КДФ, в силу разделения первичных источников на атомарные и источники излучения частиц дисперсной фазы (3.10), можно тоже представить в виде суммы

$$I_v = I_{va} + I_{vp}.$$

Тогда вместо (3.29) получаем с учетом того, что

$$\begin{aligned} I_a^0 &= I_p^0 = I_{S0}, \\ I^0 &= I_{va} + I_{vp} + I_S + I^0 \exp[-\tau(\mathbf{r}_S \rightarrow \mathbf{r}_{S\uparrow\downarrow})], \quad (3.30) \\ \frac{I_{va}}{I_a^0} + \frac{I_{vp}}{I_p^0} + \frac{I_S}{I_{S0}} &= 1 - \exp[-\tau(\mathbf{r}_S \rightarrow \mathbf{r}_{S\uparrow\downarrow})]. \end{aligned}$$

Каждое слагаемое в левой части последнего равенства определяется только оптическими характеристиками в соответствии с (3.12), (3.9), (3.10). Последние слагаемые правых частей в (3.29), (3.30) — интенсивности излучения противоположной стенки, дошедшего до наблюдателя без взаимодействия со средой. Каждое из слагаемых интенсивности, как и слагаемые функций источников ε , могут быть рассчитаны отдельно, чем воспользуемся в дальнейшем.

Полученные разложения на составляющие (3.28), (3.29), конечно, справедливы в рассмотренных ранее частных случаях изотропного рассеяния, где операторы рассеяния и первичные поверхностные источники определялись в плоском слое выражениями (3.13), (3.14), в цилиндре — (3.18), (3.20), в шаре — (3.21), (3.22). Равенство, подобное (3.28), было получено математически в частном случае плоского слоя в однородной, изотропно рассеивающей среде [30]. В работе [31] был выяснен физический смысл равенства.

Остановимся на вопросе о том, в чем проявляется анизотропия рассеяния и неоднородность среды в изотермической полости. Равенство (3.27) означает, что хотя отдельно первичное рассеяние в \mathbf{r}' поверхностного излучателя и рассеяние света, пришедшего в \mathbf{r}' из объема, может быть анизотропным, суммарное рассеяние света в \mathbf{r}' изотропно. Это становится ясным, если вспомнить, что свет, идущий от ограничивающей поверхности S эквивалентен свету, идущему из неограниченной изотермической среды, которая могла бы находиться за пределами полости. Суммарный свет, поступающий в \mathbf{r} , изотропен, анизотропия рассеяния этого свойства изменить не может. Доля потеряннго (поглощенного) в \mathbf{r} света есть $(1 - \lambda(\mathbf{r}))$ и в равновесии она в точности восполняется соответствующим тепловым излучением (3.12).

Соотношение между поглощенным и рассеянным светом в неоднородной среде может меняться, так как меняется $\lambda(\mathbf{r})$, но сумма излученного и рассеянного света определяется только температурой и дает функцию источников, равную в 1° . Когда $\lambda = 0$, задача резко упрощается, так как рассеяния просто нет, а $\varepsilon = g_v$. Когда изменяется в пространстве $\alpha(\mathbf{r})$, то меняется абсолютное значение поглощенного и рассеянного света, но компенсация всех потерь собственными объемными источниками все равно сохраняется. Когда $\alpha = 0$, то нет внутри среды поглощения,

рассеяния, излучения, свет просто проходит от стенок через среду, не взаимодействуя с ней, и $I = I^0$.

Полученное здесь разделение равновесного излучения на составляющие может быть достаточно разнообразно использовано. Приведем два примера из спектральной диагностики: 1) Из (3.29), (3.30) получаются предельные значения интенсивностей I_S , I_{v_a} , I_{v_p} , которые важно знать при решении задач, диагностики. Так, например, можно оценить максимально возможное влияние рассеяния излучения стенок на измеряемую интенсивность. 2) При численных расчетах интенсивностей I_S , I_{v_a} , I_{v_p} равенства (3.29), (3.30) дают возможность оценить погрешность расчетов.

3.3. Вероятностный метод решения уравнений переноса. Целью спектральной диагностики газа с КДФ является прежде всего определение характеристик, входящих в первичные объемные источники (3.10)—(3.12). В экспериментах же измеряются интенсивности выходящего излучения. В теории переноса излучения связи между первичными источниками и измеряемой интенсивностью устанавливаются двумя различными способами. В подавляющем числе работ определяется распределение функций источников ϵ или интенсивностей I внутри всего исследуемого объема. После решения такой задачи можно найти и выходящую интенсивность. Такой подход дает конкретные результаты, требуемые в диагностике, только в простейших случаях, хотя в разных работах используются различные вычислительные процедуры. Обычно рассматривается плоский слой с оптически однородной, изотропно рассеивающей средой, при этом реально удается учесть только однократное рассеяние.

В другом способе решения задачи, предложенном в 1951 г. В.В. Соболевым [32], сначала определяется вероятность выхода излучения из объекта с учетом многократного рассеяния, после чего устанавливается прямая связь между первичными излучателями и наблюдаемой интенсивностью. Метод основан на том, что распространение излучения в среде является процессом статистическим, и элементарное взаимодействие излучения с веществом имеет вероятностный смысл. Поэтому можно написать: $\alpha \, dr$ есть вероятность взаимодействия излучения со средой на элементарном пути dr ; $\exp(-\tau(r \rightarrow r'))$ — вероятность того, что излучение дойдет из точки r в точку r' без взаимодействия со средой; λ — вероятность рассеяния при однократном взаимодействии со средой, $\chi(\vec{\Omega} \rightarrow \vec{\Omega}') d\vec{\Omega}' / 4\pi$ — вероятность того, что излучение с направлением $\vec{\Omega}$ после однократного рассеяния пойдет в направлении $\vec{\Omega}'$ внутри элемента телесного угла $d\vec{\Omega}'$.

Чтобы пояснить физический смысл метода, сначала запишем выражение интенсивности излуче-

ния, выходящего в произвольной точке r_s в направлении $\vec{\Omega}$ в отсутствие рассеяния ($\lambda = 0$). Вместо (3.4) с учетом (3.3) получаем (см. рис. 1)

$$I(r_s, \vec{\Omega}) = \int_{r_{s\uparrow}}^{r_s} dr'' \{ g_v(r'', \vec{\Omega}) \times \\ \times \exp[-\tau(r'' \rightarrow r_s)] \alpha(r'') \} + \\ + I(r_{s\uparrow}, \vec{\Omega}) \exp[-\tau(r_{s\uparrow} \rightarrow r_s)]. \quad (3.31)$$

Первое слагаемое (3.31) — излучение объема, второе — противоположной поверхности. Оба слагаемые включают в себя $\exp(-\tau)$ — вероятности того, что излучение дойдет до точки наблюдения r_s без взаимодействия со средой. То излучение, что взаимодействовало со средой, поглотилось ею. В точку r_s в направлении $\vec{\Omega}$ может попасть только излучение, которое появилось на прямой $(r_{s\uparrow} - r_s)$ и с самого начала имело направление $\vec{\Omega}$.

Вероятностный метод дает возможность записывать интенсивность выходящего излучения в виде, подобном (3.31), и при наличии рассеяния, т.е. выражать интенсивность выходящего излучения через первичные источники и вероятности выхода в квадратурах. Но для этого необходимо найти вероятности выхода. При наличии рассеяния экспоненты $\exp(-\tau)$ продолжают описывать вероятности выхода или прохождения излучения без взаимодействия со средой. Но общая вероятность выхода может существенно превышать $\exp(-\tau)$, так как и после взаимодействия излучения со средой рассеянное (выжившее) излучение может добраться до границы среды. При этом оно может испытать много рассеяний, иначе говоря, фотоны могут двигаться по зигзагообразным, достаточно хаотичным траекториям. Свет, излученный в точке r в направлении $\vec{\Omega}$, может выйти из среды в произвольной точке поверхности S и в произвольном направлении. А в точку наблюдения r_s в направлении $\vec{\Omega}$, наоборот, может попасть свет, излученный в произвольном направлении в любой точке объекта. Уже отсюда следует, что если удастся найти вероятность выхода из разных точек объекта, то при расчете выходящей интенсивности интегрирование придется вести не вдоль прямой $(r_{s\uparrow} - r_s)$, а по всему объему.

В конкретных случаях можно вводить и использовать вероятности несколько отличающихся друг от друга событий. Отличия определяются тем, какое излучение рассматривается в начале его прохождения к поверхности или в конце этого пути. Например, пусть

$$p[(r, \vec{\Omega}''') \rightarrow (r_s, \vec{\Omega})] d^3 r d\vec{\Omega}''' d^2 r_s d\vec{\Omega}$$

— вероятность того, что фотон с направлением внутри элемента телесного угла $(\vec{\Omega}''' \div \vec{\Omega}''' + d\vec{\Omega}''')$,

взаимодействующий со средой в элементарном объеме d^3r , достигнет поверхности S и попадет внутрь элемента площади d^2r_s в окрестности точки r_s внутри элемента телесного угла $\vec{\Omega} \div \vec{\Omega} + d\vec{\Omega}$. Попадание фотона на поверхность может происходить с промежуточными рассеяниями любой кратности. Аналогично можно определить вероятность выхода фотона не взаимодействующего со средой, а испущенного ею в результате собственного излучения или рассеяния в элементарном объеме d^3r в направлении $(\vec{\Omega}''' \div \vec{\Omega}''' + d\vec{\Omega}''')$. Обозначим такую вероятность так:

$$q[(r, \vec{\Omega}''') \rightarrow (r_s, \vec{\Omega})] d^3r d\vec{\Omega}''' d^2r_s d\vec{\Omega}.$$

Вероятности выхода внутри конечных интервалов, площадей и телесных углов получаются интегрированием по r_s и $\vec{\Omega}$. Можно рассматривать и вероятности выхода не на определенную часть поверхности, а только в заданном направлении, независимо от места выхода (см. п. 4.1).

На первый взгляд кажется, что составить уравнения, описывающие любую из этих вероятностей, очень трудно из-за сложного поведения излучения при возможных многократных рассеяниях. На самом же деле процесс составления таких уравнений мало отличается от процесса составления уравнений переноса излучения. Отличие лишь в том, что при составлении выражения для функции источников надо было учесть возможное поступление света в рассматриваемую точку r со всех сторон. При рассмотрении вероятности выхода следует учитывать возможный уход света из точки r во все стороны, т.е. в противоположных направлениях. Покажем это.

Составим интегральное уравнение для плотности вероятности выхода фотона, взаимодействующего в r со средой. Начальное направление фотона $\vec{\Omega}'$ может быть произвольным, выберем в качестве такого направления $(-\vec{\Omega})$. Вероятность $p(r, -\vec{\Omega})$ попадания излучения на поверхность складывается из вероятностей двух взаимоисключающих событий: прохождения света после единственного рассеяния в точке r непосредственно к поверхности S и с промежуточными рассеяниями. Вероятность прохождения с промежуточными рассеяниями определяется как произведение вероятностей ряда последовательных событий:

1) Рассеяние в r в направлении элемента объема d^3r' в окрестности произвольной точки r' (см. рис. 1). Телесный угол, под которым виден этот объем из r , есть $d^2r'/(r-r')^2$, поэтому соответствующая вероятность равна $\lambda(r)\chi(-\vec{\Omega}, -\vec{\Omega}')d^2r'/4\pi(r-r')^2$.

2) Прохождение до r' без взаимодействия со средой: $\exp[-\tau(r-r')]$.

3) Взаимодействие со средой в $d^3r': \alpha(r') dr'$.

4) Выход из r' : $p(r', -\vec{\Omega}')$.

Для учета всех возможностей подобного выхода надо провести интегрирование по всему объему, т.е. по всем r' . Учитывая изложенное, получаем уравнение для вероятности выхода:

$$p(r, -\vec{\Omega}) = \frac{\lambda(r)}{4\pi} \int_V d^3r' \{ p(r', -\vec{\Omega}') \exp[-\tau(r-r')] \times \\ \times \alpha(r') \chi(r, -\vec{\Omega} \rightarrow -\vec{\Omega}')(r-r')^{-2} \} + \\ + p_1(r, -\vec{\Omega}); \quad (3.32)$$

здесь опущено обозначение места и направления выхода излучения, важно лишь то, что они одинаковы во всех слагаемых уравнения, p_1 — вероятность прохождения света к поверхности без промежуточных рассеяний. Индекс 1 означает, что учитывается только одно рассеяние в начале пути r . Вероятность p_1 , существенно зависит от того, где именно и в каком направлении выходит фотон из среды. Составим выражение вероятности выхода p_1 в окрестность произвольной точки r_s на поверхности (см. рис. 1), учтя два последовательных события:

1) Рассеяние в r в направлении элемента поверхности d^2r_s' (см. рис. 1):

$$\lambda(r)\chi(r, -\vec{\Omega} \rightarrow -\vec{\Omega}_s') d^2r_s' \cos(\vec{\Omega}_s' \wedge n_s') / 4\pi(r-r_s')^2$$

2) Прохождение до r_s' без взаимодействия со средой $\exp[-\tau(r-r_s')]$.

В случае выхода на любую часть поверхности S получаем после перемножения вероятностей двух указанных событий и интегрирования по поверхности:

$$p_1(r, -\vec{\Omega}) = \lambda(r) \int_S d^2r_s' \exp[-\tau(r-r_s')] \times \\ \times \cos(\vec{\Omega}_s' \wedge n_s') \chi(r, -\vec{\Omega} \rightarrow -\vec{\Omega}_s') / 4\pi(r-r_s')^2. \quad (3.33)$$

Сравним уравнение (3.32) с уравнением для функции источников (3.6). Интегралы рассеяния в обоих случаях одинаковы, если выполняется условие

$$\chi(r, -\vec{\Omega} \rightarrow -\vec{\Omega}') = \chi(r, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega})^2. \quad (3.34)$$

Кроме того, если в уравнении (3.6) свободный член g определяется только первично рассеянным излучением поверхности (3.9), а в уравнении (3.32) свободный член определяется выражением (3.33), то выполнение условия (3.34) обеспечивает совпадение и свободных членов уравнений. В первых же работах В.В. Соболева [32, 33] и И.Н. Минина [34] было обращено внимание на то, что полученные уравнения для вероятностей выхода p и q из плоского слоя в заданном направлении совпадают с уравнениями для функции источников и интенсивностей в случае освещения слоя параллельными лучами в обратном направлении. В работе [27] были в общем случае

найжены достаточные условия равенства функций источников и интенсивностей, создаваемых стационарным излучателем в освещаемой извне среде, вероятностям выхода p и q в область расположения внешнего излучателя. Основное условие: должны выполняться соотношения взаимности при однократном взаимодействии излучения с веществом. Это условие выполнялось в работах [32—34]. В случае, когда a не зависит от направления излучения, соотношение взаимности приобретает вид (3.34). Условие (3.34) означает, что индикатриса рассеяния не должна измениться, если поменять местами направления падающего и рассеянного излучения. В работе [35] показано, что в волновой зоне, т.е. при достаточном удалении от рассеивающей частицы, принцип взаимности выполняется. Приведенные в п. 2.1 индикатрисы относятся к волновой зоне, зависят только от абсолютного значения угла рассеяния γ_s (или от $\cos \gamma_s$), т.е. удовлетворяют условию (3.34). Между плотностями вероятностей p и q , когда они характеризуют выход в одно и то же место и в одном и том же направлении, существуют связи. В плоском слое связи между p и q получены И.Н. Мининым [34, 15], в общем случае — в [27]. Здесь рассмотрим простейшую связь, которая потребуется дальше. Вероятность того, что излучение, взаимодействующее со средой, выйдет из нее, определяется произведением вероятностей двух последовательных событий: вероятностью рассеяния в точке \mathbf{r} в произвольном направлении $\lambda(\mathbf{r})\chi(\mathbf{r}, \vec{\Omega}''' \rightarrow \vec{\Omega}')d\vec{\Omega}'/4\pi$ и вероятностью последующего выхода уже рассеянного излучения $q(\mathbf{r}, \vec{\Omega}')$. При этом следует интегрированием учесть возможность первоначального рассеяния в \mathbf{r} в любом направлении:

$$p(\mathbf{r}, \vec{\Omega}''') = (\lambda(\mathbf{r})/4\pi) \int \chi(\mathbf{r}, \vec{\Omega}''' \rightarrow \vec{\Omega}') q(\mathbf{r}, \vec{\Omega}') d\vec{\Omega}'; \quad (3.35)$$

здесь опущено в записях p и q место и направление выхода фотона. Для правильности (3.35) требуется лишь, чтобы u и q были одинаковыми.

Плотности вероятностей p и q можно использовать для составления выражений выходящей интенсивности. Для выяснения особенностей метода составим выражение интенсивности с помощью вероятности выхода фотона, испущенного средой (q).

Интенсивность первичного излучения из единицы объема в окрестности точки \mathbf{r} в направлении $\vec{\Omega}'''$ можно записать в виде $g(\mathbf{r}, \vec{\Omega}''') \alpha(\mathbf{r})$. Пусть

$q[(\mathbf{r}, \vec{\Omega}''') \rightarrow (\mathbf{r}_s, \vec{\Omega})] d^3\mathbf{r} d\vec{\Omega}''' d^2\mathbf{r}_s d\vec{\Omega}$ — вероятность того, что излучение, испущенное или рассеянное в $d^3\mathbf{r}$ внутри интервала телесных углов $\vec{\Omega}''' \div \vec{\Omega}''' + d\vec{\Omega}'''$, достигнет поверхности и попадет внутрь элемента площади $d^2\mathbf{r}_s$ в окрестности \mathbf{r}_s внутри элемента угла $\vec{\Omega} \div \vec{\Omega} + d\vec{\Omega}$. Тогда для интенсивно-

сти выходящего излучения сразу находим

$$I(\mathbf{r}_s, \vec{\Omega}) = \int \frac{d\vec{\Omega}'''}{4\pi} \int \frac{d^3\mathbf{r}}{v} \{ g(\mathbf{r}, \vec{\Omega}''') \alpha(\mathbf{r}) \times \\ \times q[(\mathbf{r}, \vec{\Omega}''') \rightarrow (\mathbf{r}_s, \vec{\Omega})] \cos(\vec{\Omega} \hat{n}_s) \} + \\ + I(\mathbf{r}_{s\uparrow}, \vec{\Omega}) \exp[-\tau(\mathbf{r}_s \rightarrow \mathbf{r}_{s\uparrow})]. \quad (3.36)$$

Под знаком интеграла $\cos(\vec{\Omega} \hat{n}_s)$ появился потому, что в определении q указана площадь поверхности, куда выходит излучение, а интенсивность должна рассчитываться на единицу перпендикулярной потоку площади. Второе слагаемое учитывает приход света непосредственно с противоположной стенки.

Таким образом, в вероятностном методе сначала следует найти вероятности выхода, решая уравнения такого типа, как (3.32). Затем интенсивность может быть определена по (3.36). В других методах сначала требуется найти функции источников из уравнений типа (3.6), а затем определять интенсивность по (3.4), положив $\mathbf{r} = \mathbf{r}_s$. Преимущества вероятностного метода в диагностике связаны с тем, что в уравнение (3.6) для ϵ входят оптические характеристики среды и произвольные первичные источники $g(\mathbf{r})$, а в уравнении типа (3.32) первичных источников излучения нет, все члены определяются только оптическими характеристиками среды (α, λ, χ). Это чрезвычайно облегчает нахождение вероятностей по сравнению с нахождением функций источников. Выражение (3.36) сложнее, чем (3.4), так как требует интегрирования по объему, но реальные объекты обычно довольно просты по форме, что серьезно упрощает задачу. С другой стороны, прямая связь в квадратурах наблюдаемой интенсивности I с искомой функцией g играет важную роль в получении достоверных результатов. Когда интегральные члены уравнений для ϵ и вероятностей совпадают, как это было выше, вероятность можно рассматривать как специальное решение уравнения переноса (3.6) с заданным свободным членом [31]. Это решение является функцией отклика выходящего излучения на появление единичного источника внутри среды.

Уравнения для вероятности выхода фотона из плоского слоя при изотропном рассеянии, полученные в [33], были использованы в [36] для расчетов контуров спектральных линий, требуемых в спектральной диагностике. Без затруднений были учтены температурная неоднородность в слое и многократность рассеяния. Подобная задача решалась в [37] обычным методом, но с трудом удалось учесть лишь однократное рассеяние.

Итак, для описания переноса излучения в газе с КДФ выбран вероятностный метод. Метод дает возможность наиболее прямо связать измеряемую интенсивность излучения с искомыми характеристика-

ми объекта и в том случае, когда рассеяние света частицами существенно. В достаточно общем виде получены необходимые для расчетов соотношения.

4. Излучение газа с конденсированной дисперсной фазой. Настоящий раздел 4 посвящен описанию выхода собственного излучения газа с КДФ. Первичные источники g_v ((3.10)–(3.12)) и интенсивность теплового излучения стенок изотропны. Это часто приводит к слабой зависимости интенсивности излучения от направления, несмотря на анизотропию рассеяния частицами. В таких условиях можно использовать транспортное приближение и считать рассеяние изотропным. В п. 4.1–4.3 так и сделано при рассмотрении выхода излучения из простейших по форме объектов. В п. 4.4, 4.5 теоретически и экспериментально исследуется практически важный в диагностике случай, когда учитывать анизотропию рассеяния необходимо.

4.1. Выход излучения при изотропном рассеянии. Рассмотрим излучение из бесконечного плоского слоя, бесконечного цилиндра и шара. Будем считать, что распределение первичных объемных источников в слое зависит только от координаты X в слое (см. рис. 2), а в цилиндре и шаре — только от радиуса ρ (см. рис. 3). Если, кроме того, стенки светят однородно, можно ожидать, что излучение выходит из объекта во всех участках его поверхности одинаково. Интенсивность выходящего излучения при этом может зависеть только от направления. Введем понятие вероятности выхода, подходящее для описания излучения в этих случаях: пусть $q(\mathbf{r} \rightarrow \vec{\Omega}) d^3\mathbf{r} d\vec{\Omega}/4\pi$ — вероятность того, что фотон, появившийся в окрестности \mathbf{r} внутри $d^3\mathbf{r}$ выйдет из рассматриваемого объема в направлении $\vec{\Omega}$. В отличие от вероятностей, рассмотренных в п. 3.3, здесь не указано начальное направление появившегося в \mathbf{r} фотона и не оговорено место выхода фотона из среды. Задано лишь направление $\vec{\Omega}$ этого выхода, что связано с особенностями рассматриваемых объектов. Отсутствие же в определении q начального направления означает, что введенная вероятность усреднена по начальным направлениям. Усредненная по начальным направлениям вероятность связана с введенным ранее очевидным соотношением

$$q(\mathbf{r} \rightarrow \vec{\Omega})/4\pi = \int q(\mathbf{r}, \vec{\Omega}'' \rightarrow \vec{\Omega}) d\vec{\Omega}''/4\pi. \quad (4.1)$$

Аналогично можно ввести усредненную по начальным направлениям вероятность $p(\mathbf{r} \rightarrow \vec{\Omega})$. Но при изотропном рассеянии вероятность выхода взаимодействующего со средой фотона не зависит от начального направления, т.е. усредненная по начальным направлениям вероятность p равна самой этой вероят-

ности. С учетом (4.1) и $\chi = 1$ вместо (3.35) находим

$$p(\mathbf{r} \rightarrow \vec{\Omega}) = \lambda(\mathbf{r}) q(\mathbf{r} \rightarrow \vec{\Omega})/4\pi. \quad (4.2)$$

Теперь получим уравнение для вероятности q , пользуясь общей формулой (3.32). В уравнении (3.32) опустим обозначения начальных направлений — $\vec{\Omega}$ и $-\vec{\Omega}'$, так как от них ничего не зависит в рассматриваемом случае. Подставим (4.2) и $\chi = 1$ в (3.32) и разделим обе части равенства на $\lambda(\mathbf{r})/4\pi$

$$q(\mathbf{r} \rightarrow \vec{\Omega}) = \frac{1}{4\pi} \int d^3\mathbf{r}' \{ q(\mathbf{r}' \rightarrow \vec{\Omega}) \times \\ \times \exp[-\tau(\mathbf{r} \rightarrow \mathbf{r}')] \alpha(\mathbf{r}') \lambda(\mathbf{r}') (\mathbf{r} - \mathbf{r}')^{-2} \} + \\ + q_0(\mathbf{r} \rightarrow \vec{\Omega}), \quad (4.3)$$

здесь $q_0(\mathbf{r} \rightarrow \vec{\Omega})$ — вероятность непосредственного выхода (без взаимодействия со средой) фотона, появившегося в окрестности \mathbf{r} . Составим в общем виде выражение $q_0(\mathbf{r} \rightarrow \vec{\Omega})$, обратив внимание на следующее. Направление выхода $\vec{\Omega}$ в излучателях различной геометрической формы обычно определяется некоторыми направляющими углами на поверхности, которые могут отличаться от направляющих углов внутри излучателя. Соответствующие элементы телесных углов тоже могут быть различными.

Вероятность прямого выхода определяется вероятностями двух последовательных событий: 1) Вероятностью полететь после появления в \mathbf{r} внутри элемента телесного угла $d\vec{\Omega}_0$, которому на поверхности соответствует элемент $d\vec{\Omega}$. Эта вероятность есть $d\vec{\Omega}_0/4\pi$. 2) Вероятностью дойти до поверхности без взаимодействия со средой: $\exp[-\tau(\mathbf{r} \rightarrow \vec{\Omega})]$. Здесь в аргументе оптической плотности указано направление к поверхности, а не точка на поверхности. В результате получаем

$$q_0(\mathbf{r} \rightarrow \vec{\Omega}) d\vec{\Omega}/4\pi = \exp[-\tau(\mathbf{r} \rightarrow \vec{\Omega})] d\vec{\Omega}_0/4\pi, \quad (4.4)$$

$$q_0(\mathbf{r} \rightarrow \vec{\Omega}) = \exp[-\tau(\mathbf{r} \rightarrow \vec{\Omega})] d\vec{\Omega}_0/d\vec{\Omega}.$$

Вероятность $q(\mathbf{r} \rightarrow \vec{\Omega})$ может быть найдена в конкретных геометрических формах путем решения уравнения (4.3). Для получения выходящей в направлении $\vec{\Omega}$ интенсивности надо мощность первичных источников, излучаемую во все стороны элементарным объемом $4\pi\alpha(\mathbf{r}) g(\mathbf{r}) d^3\mathbf{r}$, умножить на плотность вероятности выхода и провести интегрирование по объему. Прибавив интенсивность света, пришедшего непосредственно с противоположного участка стенки, получаем

$$I(\vec{\Omega}) = \int d^3\mathbf{r} \alpha(\mathbf{r}) g(\mathbf{r}) q(\mathbf{r}, \vec{\Omega}) d^3\mathbf{r} [4\pi S \cos(\hat{n}_S \vec{\Omega})]^{-1} + \\ + I(r_{S\uparrow\downarrow}, \vec{\Omega}) \exp[-\tau(r_{S\uparrow\downarrow} \rightarrow \mathbf{r}_S)]; \quad (4.5)$$

S — площадь ограничивающей поверхности — появилась из-за того, что вероятность q описывает выход на всю поверхность. Второе слагаемое не отличается от того, что в (3.36).

Применим полученное выражение к бесконечному плоскому слою, бесконечному цилиндру и шару [38]. Операторы рассеяния для q (интегральный член в (4.3)) равны операторам рассеяния (3.13), (3.18), (3.21) соответственно в слое, цилиндре и шаре (в цилиндре и шаре сделано предположение об однородности среды). Такой результат обеспечен выполнением принципа взаимности (3.34). Величины же q_0 и 1 выпишем в каждом случае, пользуясь общими выражениями (4.4) и (4.5).

В плоском слое направление внутри слоя и на его поверхности определяется углом Φ между выбранным направлением и нормалью к поверхности $X=0$ (рис. 2), поэтому здесь $d\vec{\Omega}_0 = d\vec{\Omega}$. Оптические плотности τ в плоском случае просто выражаются через оптическую координату t и $\cos \Phi = \eta$, а именно: $\tau = t/\eta$. Можно уточнить определение вероятности выхода так: $q(t \rightarrow \eta)/4\pi$ — вероятность того, что фотон, появившийся на оптической глубине t в единице объема выйдет через границу $X = t = 0$ под углом Φ в единице телесного угла. Тогда $q((t_0 - t) \rightarrow \eta)$ — такая же характеристика выхода через границу $X = l$, $t = t_0$ (см. рис. 2). Вероятности прямого выхода при этом:

$$q_0(t \rightarrow \eta) = \exp(-t/\eta) \quad (\eta > 0), \quad (4.6)$$

$$q_0((t_0 - t) \rightarrow \eta) = \exp[(t_0 - t)/\eta] \quad (\eta < 0)$$

Уравнение для вероятности выхода имеет вид (с учетом (3.13))

$$q(t \rightarrow \eta) = 0,5 \int_0^{t_0} \lambda(t') q(t' \rightarrow \eta) E_1(|t - t'|) dt' + \exp(-t/\eta). \quad (4.7)$$

Уравнение (4.7) отличается от того, что получено в пионерской работе [33] только тем, что вероятность выживания λ может быть переменной и поэтому находится под знаком интеграла.

Если вероятность q найдена путем решения уравнения (4.7), то можно, используя (4.5), найти интенсивность выходящего излучения. В случае бесконечного плоского слоя в качестве объема v можно взять объем прямоугольного параллелепипеда с основанием S (см. рис. 2). Такое вырезание конечного столбика возможно, так как все уходящее из него на другие части поверхности излучение полностью компенсируется приходом из других объемов.

Положим в (4.5) $d^3r = S dX$ и проинтегрируем по высоте:

$$I(0, \eta) = \int_0^{t_0} g(t) q(t, \eta) dt \eta^{-1} + I(t_0) \exp(-t_0/\eta) \quad (\eta > 0), \quad (4.8)$$

$$I(t_0, \eta) = - \int_0^{t_0} g(t) q(t_0 - t) dt \eta^{-1} +$$

$$+ I(0) \exp(t_0/\eta) \quad (\eta < 0). \quad (4.9)$$

Первичные источники $g(t)$ в (4.8), (4.9) определяются спецификой задачи. Поверхностные первичные источники при однородном изотропном свечении обеих поверхностей определяются выражением (3.14).

Направление излучения, выходящего из бесконечного цилиндра, определяется двумя углами на поверхности (см. рис. 3): θ — угол между образующей цилиндра и направлением $\vec{\Omega}$, Φ — угол между проекцией $\vec{\Omega}$ на радиальную плоскость и нормалью к поверхности. Направление внутри цилиндра характеризуется тем же углом θ и углом ψ между выбранным направлением и радиусом в рассматриваемой точке. Элементы телесных углов на поверхности и внутри цилиндра связаны следующим образом:

$$d\vec{\Omega}_0 = d\vec{\Omega} \cos \Phi \cdot (x^2 - \sin^2 \Phi)^{-1/2}; \quad (4.10)$$

здесь $x = \rho/R$. Учтем, что из каждой точки внутри цилиндра возможен выход в двух точках поверхности (B и C на рис. 3) с одинаковыми Φ и θ . Примем, что среда однородна. Приняв во внимание (3.5), из (4.4) можно получить

$$q_0(x, \Phi, \theta) = \cos \Phi \cdot (x^2 - \sin^2 \Phi)^{-1/2} \times \\ \times [\exp\{-t_0 [\cos \Phi - (x^2 - \sin^2 \Phi)^{1/2}]/2 \sin \theta\} + \\ + \exp\{-t_0 [\cos \Phi + (x^2 - \sin^2 \Phi)^{1/2}]/2 \sin \theta\}]$$

при $x^2 > \sin^2 \Phi$,

$$q_0(x, \Phi, \theta) = 0 \quad \text{при } x^2 \leq \sin^2 \Phi. \quad (4.11)$$

Здесь отмечено, что вероятность выхода зависит только от относительного радиуса x и углов θ, Φ . Второе равенство (4.11) описывает тот факт, что при заданном Φ возможен прямой выход на поверхность только при достаточно большом удалении x от центра.

Уравнение (4.3) для вероятности выхода с учетом (3.18) приобретает вид

$$q(x, \Phi, \theta) = (\lambda t_0 / 2\pi) \int_0^1 x' q(x', \Phi, \theta) J(x, x') dx' + q_0(x, \Phi, \Theta), \quad (4.12)$$

где $J(x, x')$ определяется выражением (3.19), а q_0 — выражениями (4.11).

Найдем выражение интенсивности выходящего из цилиндра излучения. Здесь в качестве объема, равноправного с соседними, возьмем цилиндр высотой H , тогда

$$S = 2\pi RH, \quad d^3r' = H \rho d\varphi d\rho. \quad (4.13)$$

Интегрируя по φ от 0 до 2π , а по ρ от 0 до R , можно найти первое слагаемое (4.5). Оптическая плотность вдоль выбранного направления до противоположной поверхности в цилиндре есть

$$\tau(r_S \rightarrow r_{S\uparrow\downarrow}) = t_0 \cos \Phi / \sin \theta. \quad (4.14)$$

Учтя все это, находим

$$I(\theta, \Phi) = (t_0/2 \sin \theta \cos \Phi) \int_0^1 g(x) x q(x, \Phi, \theta) dx + \\ + I_{S0} \exp(-t_0 \cos \Phi / \sin \theta). \quad (4.15)$$

В этом случае поверхностные первичные источники определяются выражением (3.20).

Направление на поверхности шара можно характеризовать углом Φ между $\vec{\Omega}$ и нормалью к поверхности, направление внутри шара характеризуется углом ψ между выбранным направлением и радиусом (см. нижнюю часть рис. 3). Соотношение между элементами телесных углов на поверхности и внутри шара имеет вид

$$d\vec{\Omega}_0 = d\vec{\Omega} \cos \Phi / x(x^2 - \sin^2 \Phi)^{1/2}. \quad (4.16)$$

Окончательно в случае шара находим

$$q_0(x, \Phi) = [\cos \Phi / x(x^2 - \sin^2 \Phi)^{1/2}] \times \\ \times [\exp\{-0,5t_0[\cos \Phi - (x^2 - \sin^2 \Phi)^{1/2}]\} + \\ + \exp\{-0,5t_0[\cos \Phi + (x^2 - \sin^2 \Phi)^{1/2}]\}] \\ \text{при } x^2 > \sin^2 \Phi, \\ = 0 \quad \text{при } x^2 \leq \sin^2 \Phi. \quad (4.17)$$

Уравнение для вероятности выхода с учетом (3.21) приобретает вид

$$q(x, \Phi) = 0,5\lambda t_0 \int_0^1 q(x_1', \Phi) x' dx' \times \\ \times (E_1(0,5|x - x'|) - E_1(0,5(x + x')))) + \\ + q_0(x, \Phi), \quad (4.18)$$

где $q_0(x, \Phi)$ определяется выражением (4.17).

Найдем интенсивность излучения, выходящего из шара. Для этого рассмотрим всю поверхность шара $S = 4\pi R^2$. Проведя интегрирование по объему шара, находим из (4.5)

$$I(\Phi) = (t_0/2 \cos \Phi) \int_0^1 g(x) x^2 q(x, \Phi) dx + \\ + I_{S0} \exp(-t_0 \cos \Phi); \quad (4.19)$$

здесь g_s определяется формулой (3.22).

Остановимся на методе последовательных приближений, который дает возможность решать уравнения для q в рассмотренных здесь случаях. Решение представляется в виде ряда:

$$q(r \rightarrow \vec{\Omega}) = \sum_{k=0}^{\infty} q_k(r \rightarrow \vec{\Omega}) \lambda_{\max}^k, \quad (4.20)$$

$$q_1 = V q_0, \quad q_k = V q_{k-1} = V^k q_0; \quad (4.21)$$

здесь λ_{\max} — наибольшее в неоднородном газе значение λ ; q_0 определяется выражениями (4.4), (4.6), (4.11), (4.17) в разных случаях; V — интегральные

операторы рассеяния, входящие в уравнения (4.3), (4.7), (4.12), (4.18), k -й член ряда (4.20) представляет собой вероятность выхода с k рассеяниями. Чтобы установить сходимость ряда (4.20), достаточно оценить, какова разница между бесконечной суммой (4.20) и суммой конечного числа слагаемых ряда. Если используется m членов ряда, то остаток есть

$$q(r \rightarrow \vec{\Omega}) - \sum_{k=0}^m \lambda_{\max}^k q_k(r \rightarrow \vec{\Omega}) = \\ = \sum_{k=m+1}^{\infty} \lambda_{\max}^k V^k q_0 = q_{0\max} = \sum_{k=m+1}^{\infty} \|V\|^k \lambda_{\max}^k. \quad (4.22)$$

Здесь $\|V\|$ — норма операторов. Если $\|V\| \lambda_{\max} < 1$, то можно воспользоваться формулой геометрической прогрессии и вместо (4.22) получить

$$q(r \rightarrow \vec{\Omega}) - \sum_{k=0}^m \lambda_{\max}^k q_k(r \rightarrow \vec{\Omega}) \leq \\ \leq \frac{\|V\|^{m+1} \lambda_{\max}^{m+1}}{1 - \|V\| \lambda_{\max}}. \quad (4.23)$$

Отсюда следует, что при $\lambda_{\max} \|V\| < 1$ ряд (4.23) сходится. В плоском слое оценка нормы сделана в [37], показано, что $\|V\| I < 1$, следовательно, ряд сходится при $\lambda \leq 1$. Сферический случай не отличается от плоского.

В последующих разделах 4.2, 4.3 будут использованы полученные здесь соотношения для проведения иллюстративных расчетов. В дальнейшем полезно разделить оптические плотности на те, что определяются частицами (t_p) и атомами (t_a). Используя (2.35) вместо (3.15), находим

$$t_0(\nu) = t_a(\nu) + t_p, \\ t_a(\nu) = \int_0^l k_a(\nu) dX, \\ t_p = \int_0^l \alpha_p dX. \quad (4.24)$$

В случае цилиндра и шара в соответствии с (3.17) выражения (4.24) тоже имеют место при $l = 2R$. Используя (4.24), можно переписать (2.36) и (3.10) в случае оптически однородной среды:

$$\lambda = \lambda_p t_p / (t_a + t_p), \quad (4.25)$$

$$g_b(x) = g_a + g_p,$$

$$g_a = \frac{t_a I_a^0(x)}{t_a + t_p},$$

$$g_p = \frac{t_p (1 - \lambda_p) I_p^0(x)}{t_a + t_p}; \quad (4.26)$$

здесь x — относительная координата. Подчеркнем, что (4.25) и (4.26) верны как при изотропном, так и

при неизотропном рассеянии. При использовании транспортного приближения в формулы (4.25) и (4.26) вместо λ_p должно входить λ_{tr} , связанное с истинным λ_p формулой (2.9), а вместо t_p должно быть использовано t_{tr} , определяемое выражением

$$t_{tr} = \int_0^l \alpha_{tr} dX;$$

здесь α_{tr} выражается через Σ_{tr} с помощью (2.29), а когда все частицы одинаковы, можно использовать (2.27). В этом случае находим, пользуясь формулой (2.11):

$$t_{tr} = \int_0^l \alpha_p (1 - \langle \cos \gamma_s \rangle \lambda_p) dX. \quad (4.27)$$

Наконец, в случае, когда λ_p не изменяется внутри среды, получаем связь транспортной и истинной оптических плотностей:

$$t_{tr} = t_p (1 - \lambda_p \langle \cos \gamma_s \rangle). \quad (4.28)$$

Таким образом, получены интегральные уравнения, определяющие вероятности выхода при изотропном рассеянии, и выражения выходящих интенсивностей через первичные источники и вероятности выхода. Полученные соотношения могут быть использованы для расчета интенсивностей излучения из слоя, цилиндра и шара.

4.2. Излучение конденсированной дисперсной фазы в континууме.

4.2.1. В настоящем разделе будут рассмотрены примеры применения полученных в п. 4.1 соотношений для описания интенсивности выходящего излучения в тех областях спектра, где нет атомарных и молекулярных линий, т.е. $k_a = t_a = 0$, $t_0 = t_p$, $\lambda = \lambda_p$. Цель рассмотрения — выделить особенности излучения, которые должны учитываться в спектральной диагностике. Далее, в расчетах принято, что λ не изменяется внутри среды.

При получении интенсивностей сначала определяется вероятность выхода путем решения методом последовательных приближений уравнений (4.7), (4.12) или (4.18) в различных случаях. На рис. 4 и 5 представлены вероятности выхода из разных глубин плоского слоя и цилиндра. В слое используется относительная оптическая координата $x = t/t_0$ и рассматривается выход через границу $t = t_0$ (или $x=1$) в цилиндре $x = \rho/R$.

Кривые 0—4 на обоих рисунках представляют функции q_k , определяющие в разложении (4.20) рассеяния k -й кратности. Величины q_k уменьшаются при росте k , следовательно, нормы операторов рассеяния $\|V\|$ меньше единицы. Имеются существенные отличия в поведении вероятностей выхода из

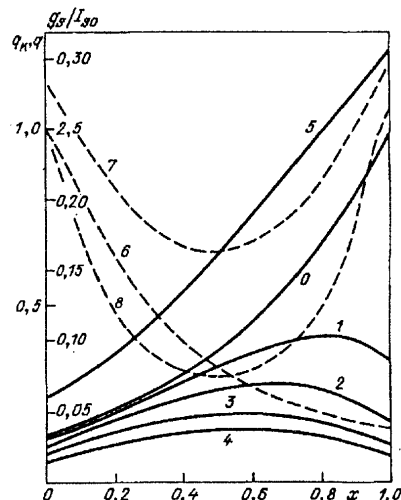


Рис. 4. Изменение внутри плоского слоя ($x=t/t_p$) вероятностей выхода в направлении нормали ($\eta=1$) через границу $x=1$ при $t=2$ (сплошные кривые) и первичных поверхностных источников (штриховые кривые). 0 — q_0 , 1 — q_1 , 2 — q_2 , 3 — q_3 , 4 — q_4 , 5 — q при $\lambda_p = 0,5$; кривые 6—8 — g_s/I_{s0} при $\lambda = 0,5$: 6 — $t_p = 1$, $g_s = g_{s0}$ (по (3.14)), 7 — $t_p = 1$, $g_s = g_{s\Sigma}$, 8 — $t_p = 2$, $g_s = g_{s\Sigma}$

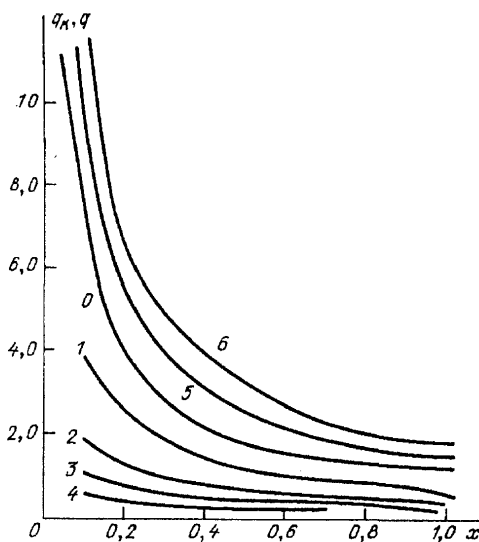


Рис. 5. Изменение внутри цилиндра вероятностей выхода в направлении нормали к поверхности ($\Phi=0$, $\theta=\pi/2$) при $t_p=2$. 0 — q_0 , 1 — q_1 , 2 — q_2 , 3 — q_3 , 4 — q_4 , 5 — q при $\lambda_p = 0,5$, 6 — q при $\lambda_p = 0,75$

плоского слоя и цилиндра. В случае цилиндра имеется особенность у кривой q_0 при $x \rightarrow 0$ и $\Phi=0$, а при росте x значение q_0 монотонно уменьшается в соответствии с (4.11). Это отражается на поведении всех остальных кривых. Особенность вызвана тем, что фотон, появляющийся вблизи оси цилиндра, может без рассеяний выйти через поверхность только при $\Phi \rightarrow 0$. При росте x фотон может непосредственно выходить во все большем диапазоне углов Φ , что приводит к уменьшению q_0 . Отметим, что особенности имеются только в плотностях вероятностей, интенсивности всегда конечны после интегрирования по (4.15).

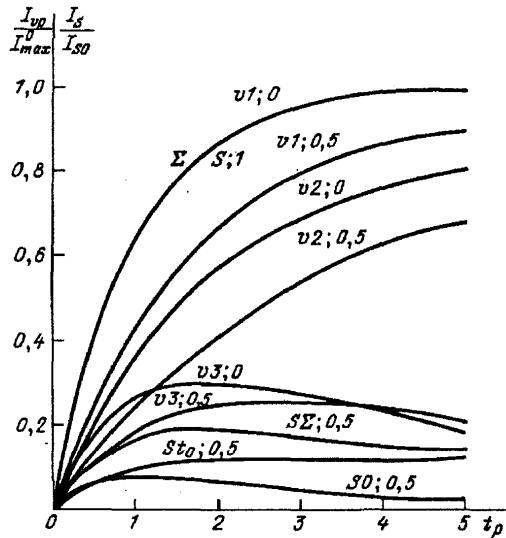


Рис. 6. Зависимость интенсивности излучения, выходящего из плоского слоя в направлении нормали ($\eta = 1$) к поверхности $t = t_0 = t_p$ при различных первичных источниках. I_{vp}/I_{max}^0 — относительные интенсивности при объемных источниках, определяемых формулами (4.26) при $t_a = 0$ и формулами (4.29) для $I_p^0(x)$. I_s/I_{s0} — относительные интенсивности при поверхностных источниках g_{s0}, g_{s1}, g_{s2} , определяемых по (3.14). Число после знака источника у кривых — значение λ_p .

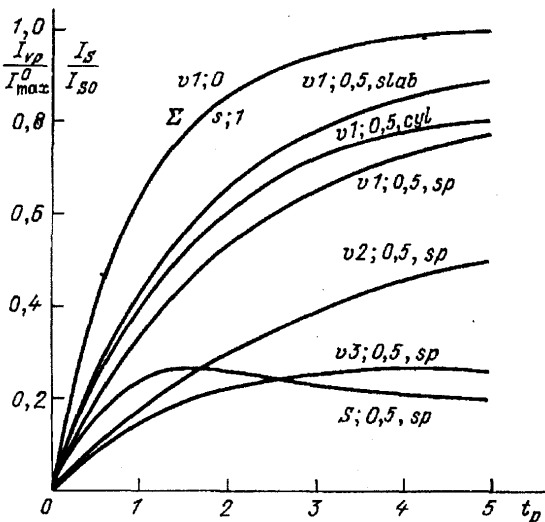


Рис. 7. Зависимость интенсивности излучения, выходящего в направлении нормали к поверхности. Обозначения первичных источников те же, что на рис. 6, только S — интенсивность при источниках, определяемых по (3.22) для шара; sp — шар, $slab$ — плоский слой, cyl — цилиндр.

В плоском слое по мере приближения к поверхности $x = 1$ в целом вероятности растут, хотя и имеются некоторые немонотонности (кривые 1–4 на рис. 4).

Вероятности выхода из шара качественно ведут себя так же, как в цилиндре.

Для расчета интенсивностей выходящего излучения следует задать первичные источники. Рассмотрим тепловые источники g_p при $t_a = 0$ (4.26) и поверхностные (3.14) — в слое, (3.20) — в цилиндре и (3.22) — в шаре. Изменение тепловых источников g_p по (3.11) или (4.26) внутри среды обусловлено изме-

нением температуры и, соответственно, $I_p^0(x)$. В расчетах примем три простейших варианта: 1) температура постоянна, 2) температура растет по направлению к поверхности наблюдения, 3) температура падает по направлению к поверхности наблюдения. В случаях 2) и 3) изменения температуры таковы, что $I_p^0(x)$ изменяются линейно. В указанных вариантах имеем

$$I_1^0(x) = I_{max}^0, I_2^0(x) = I_{max}^0 x, I_3^0 = I_{max}^0 (1-x). \quad (4.29)$$

Соответствующие первичные объемные источники обозначим g_{v1}, g_{v2}, g_{v3} .

В случае шара и цилиндра g_{v2} и g_{v3} соответствуют линейному росту и падению $I_p^0(x)$ при удалении от центра и оси, соответственно. В слое отсчет и, следовательно, рост или падение $I_p^0(0x)$ начинается от поверхности, противоположной к наблюдателю, т.е. характер неоднородности отличается от того, что в цилиндре и шаре.

Первичные поверхностные источники показаны в случае слоя на рис. 4 штриховыми кривыми: кривая 6 описывает рассеяние излучения одной поверхности ($t = x = 0, g_s = g_{s0}$ по (3.14)), кривые 7, 8 — рассеяние излучения обеих поверхностей (g_{s2} по (3.14)). Рост оптической плотности приводит к более резкому уменьшению g_s при удалении от поверхностей. Качественно в цилиндре и шаре $g_s(x)$ аналогичны g_{s2} в слое.

Расчеты интенсивностей выходящего из слоя, цилиндра и шара излучения должны производиться по формулам (4.9), (4.15) и (4.19) соответственно. Результат зависит от оптической плотности t_p , вероятности выживания λ_p , формы излучателя и характера первичных источников g . На рис. 6 и 7 представлены зависимости от t_p интенсивности излучения, выходящего в направлении нормали к поверхности из слоя, цилиндра и шара при $\lambda_p = 0$ и $\lambda_p = 0,5$; I_{vp} — интенсивности, обусловленные первичными объемными источниками, I_s — поверхностными. Воспользуемся этими расчетами для выявления особенностей различных излучателей.

4.2.2. $I_{s0} = 0, I_p^0 \neq 0$ — первичные источники определяются формулой (4.26) при $t_a = 0$ для g_p , где $I_p^0(x)$ описывается одной из формул (4.29). Ограничивающие поверхности либо отсутствуют, либо прозрачны, либо полностью поглощают падающий на них свет, но сами при этом не излучают потому, например, что их температура мала.

Здесь простейший случай — излучатель без рассеяния, т.е. при $\lambda_p = 0$. В отсутствие рассеяния относительная интенсивность не зависит от формы излучателя, а определяется только характером неоднородности вдоль направления наблюдения. В однородном случае (кривые $v1; 0$ на рис. 6, 7) интенсивность

излучения описывается хорошо известной формулой, которая следует и из (3.4) при $I_S = 0$

$$I_v / I_{\max}^0 = 1 - \exp(-t_p). \quad (4.30)$$

В неоднородных излучателях I_{vp} / I_{\max}^0 меньше, чем (4.30) при всех t_p , а в случае уменьшения температуры по мере приближения к наблюдателю имеет место немонотонность (самообращение) хода I_{vp} / I_{\max}^0 (v3; 0 на рис. 6).

При появлении рассеяния ($\lambda_p \neq 0$) зависимости I_v / I_{\max}^0 существенно изменяются, причем это изменение зависит от формы излучателя. В однородном случае (v1; 0,5) при всех t_p относительные интенсивности уменьшаются. Уменьшение обусловлено изменением g_v из-за множителя $(1 - \lambda_p)$, так как вероятности q лишь растут при росте λ_p по (4.20).

Влияние формы объекта на снижение интенсивности при наличии рассеяния частицами может быть объяснено следующим образом. Когда в объекте задана первичная интенсивность излучения в каждой точке, то это излучение в стационарном случае компенсируется потерями на поглощение и на выход через поверхности.

При заданной оптической плотности и растущей роли рассеяния увеличивается роль выхода через поверхность. В зависимости от отношения между площадью поверхности и объемом стационарное состояние устанавливается на том или ином уровне плотности лучистой энергии.

При переходе от плоского слоя к цилиндру и шару роль выхода через поверхность растет и интенсивность уменьшается (см. рис. 7).

Отношение I_{vp} / I_{\max}^0 часто называют излучательной способностью частиц ("emittance" — в английской литературе). В однородном тепловом излучателе, когда можно применять закон Кирхгофа к излучателю в целом, отношение I_{vp} / I_{\max}^0 характеризует и поглощательную способность частиц; следовательно, к кривым v1 относятся оба эти определения (см. п. 6.2). Подчеркнем лишь еще раз, что излучательная способность в отсутствие рассеяния независимо от формы однородного излучателя связана с оптической плотностью выражением (4.30), а при наличии рассеяния возникает зависимость от λ_p и формы излучателя.

4.2.3. $I_p^0 = 0, I_{S0} \neq 0$ — неизлучающие макроскопические частицы дисперсной фазы, окруженные светящимися поверхностями. Такой случай может иметь место либо, когда температура частиц столь мала, что они не излучают, либо частицы являются чисто рассеивающими ($\lambda_p = 1$). Первичные источники здесь только поверхностные (g_s), определяются формулами (3.14), (3.20), (3.22) в слое, цилиндре и

шаре и могут быть отличны от нуля только если $\lambda_p \neq 0$. Относительные интенсивности I_S / I_{S0} рассеянного частицами излучения стенок имеются на рис. 6, 7 ($S0, St_0, S\Sigma, S$). При расчете этих интенсивностей опускалось второе слагаемое в выражениях (4.9), (4.15), (4.19), т.е. не учитывался свет, пришедший непосредственно от противоположной поверхности, находящейся в поле зрения наблюдателя. Зависимости $I_S / I_{S0}(t_p)$ немонотонны, что связано с поведением первичных источников при изменении t_p (см. рис. 4).

4.2.4. $I_{S0} \neq 0, I_p^0 \neq 0$ — тепловой излучатель, окруженный излучающими стенками. Интенсивности в этом случае могут быть получены сложением интенсивностей I_{vp} и I_S , полученных в предыдущих рассмотрениях. Если в поле зрения наблюдателя имеется противоположная поверхность, то следует добавить еще интенсивность, пришедшую непосредственно от нее (вторые слагаемые (4.9), (4.15), (4.19)).

Если температура везде в объеме одинакова и равна температуре поверхности ($I_{\max}^0 = I_{S0} = I^0$), то к излучателю можно применить равновесные соотношения, полученные в п. 3.2, в частности, интенсивности, обусловленные объемными и поверхностными излучателями, должны удовлетворять условию (3.30) при $I_{vp} = 0$:

$$(I_{vp} / I_p^0) + (I_S / I_{S0}) = 1 - \exp(-t_p). \quad (4.31)$$

Из выражения (4.31) сразу получается следствие. Если $\lambda_p = 0$, то $I_S = 0$ и $I_{vp} / I_p^0 = 1 - \exp(-t_p)$. Если $\lambda_p = 1$, то $I_v = 0$ и $I / I_{S0} = 1 - \exp(-t_p)$. Это значит, что в этих двух крайних по рассеянию случаях относительные интенсивности объемных и поверхностных излучателей одинаковы. Следовательно, кривые v1; 0 на рис. 6, 7 описывают не только однородные излучатели без рассеяния при $\lambda_p = 0$, но и чисто рассеивающие среды с изотермическими стенками (в наших обозначениях — $S; I$). При произвольном $0 \leq \lambda_p \leq 1$ та же кривая описывает суммарную относительную интенсивность собственного излучения частиц и рассеянного излучения стенок (Σ).

Это может быть использовано для оценки погрешности проводимых расчетов. Для проверки надо сложить интенсивности однородных тепловых (I_{vp} / I_{\max}^0) и поверхностных (I_S / I_{S0}) источников, прибавить $\exp(-t_p)$ и результат сравнить с единицей. Такая процедура была проделана с кривыми (v1; 0,5) и ($S; 0,5$) на рис. 6 и 7. Оказалось, что отклонение от единицы не превышает 0,07, что и определяет наибольшую суммарную погрешность проведенных расчетов интенсивностей.

Остановимся на зависимости выходящего излучения от угла при объемных однородных источниках. Отметим здесь два обстоятельства:

Во-первых, при малых Φ зависимость от угла весьма слаба, что не противоречит начальному основанию использовать транспортное приближение.

Во-вторых, наблюдается некоторое перераспределение излучения по углам при возникновении рассеяния. Эффект, вообще говоря, зависит как от оптической плотности, так и от формы излучателя. Когда возникает рассеяние, выход излучения под скользящими углами к поверхности слоя и цилиндра уменьшается, так как при этом больше геометрические пути излучения, а следовательно, вероятности как изменения направления при рассеянии, так и поглощения. Следовательно, относительно возрастает выход в направлениях, близких к нормали. Эффект наиболее силен в плоском слое и отсутствует в шаре.

Итак, приведенные данные указывают на сильную зависимость интенсивности континуума от вероятности выживания λ_p , формы излучателя и наличия светящихся стенок и в том случае, когда они не попадают в поле зрения наблюдателя.

4.3. Излучение в спектральных линиях.

4.3.1. В настоящем разделе 4.3 рассматриваются интенсивности излучения в области линий, где $k_a(\nu) \neq 0$. При разработке основ спектральной диагностики и при практическом использовании диагностических методов удобно строить зависимости интенсивностей от оптической плотности [19, 39, 40], а не от частоты ν . Это дает возможность исследовать и

использовать общие закономерности поведения линий. Для перехода от оптической плотности к частоте ν , например для сравнения расчетных результатов с экспериментальными, следует использовать выражение (4.24) при известном $k_a(\nu)$. Бывают полезными одновременные измерения интенсивностей и оптических плотностей. Далее, для определенности рассматривается одиночная линия, этим общность рассмотрения не ограничивается при построениях зависимостей не от частоты, а от оптической плотности.

Имеется существенное отличие построения спектральной линии $I(t_a)$ от построений $I(t_p)$ ("emittance"), сделанных в п. 4.2. Изменение t_p происходило без изменения поглотительных и рассеивающих свойств отдельных частиц. Каждая кривая была построена при неизменной вероятности выживания λ_p . Изменение t_p при этом может происходить либо из-за изменения толщины объекта, либо из-за изменения концентрации частиц n_p . При построении спектральной линии $I(t_a)$ изменение атомарной оптической плотности $t_a(\nu)$ обусловлено изменением коэффициента поглощения каждого атома $k_a(\nu)$ по (2.32), (4.24), а основная характеристика рассеяния λ_p изменяется вместе с изменением $t_a(\nu)$ (см. (4.25)) при неизменных характеристиках частиц λ_p, t_p .

Расчеты вероятностей выхода производились путем решения уравнений (4.7), (4.12) и (4.18), а интенсивностей I — по формулам (4.9), (4.15), (4.19) в плоском слое, цилиндре, шаре. Построение каждой зависимости от t_a велось при заданных λ_p, t_p, I_p^0 . Каждому значению t_a соответствовало свое значение t_0 по (4.24) и свое λ по (4.25). Эти t_0 и λ входят в расчеты q и I .

На рис. 8 в качестве примера приведено изменение внутри спектральной линии вероятности выживания λ и вероятностей выхода q из середины плоского слоя. При росте t_a , т.е. по мере приближения к центру линии, вероятность выхода уменьшается как в отсутствии частиц (1), так и в их присутствии (2, 3). Поглощающие частицы (2) уменьшают вероятность выхода q , рассеивающие (3) уменьшают q только при больших t_a , при малых t_a (крыло линии) эффект может быть противоположным.

При расчете интенсивностей рассматриваются далее первичные объемные источники (4.26) и поверхностные (3.14), (3.20), (3.22). В объемных источниках в расчетах принималось, что I_p^0 не зависит от x , а $I_a^0(x)$ в разных случаях изменяется так, как в формулах (4.29).

Рассмотрим различные условия излучения.

4.3.2. $I_{S0} = I_p^0 = 0, I_a^0 \neq 0$. В таком излучателе имеется только первичное излучение атомов,

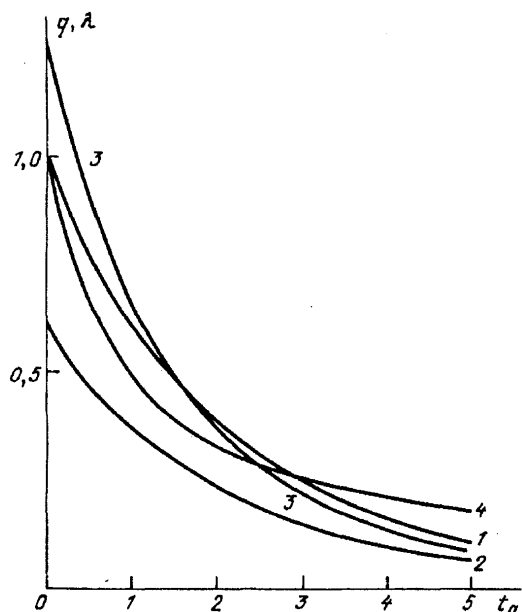


Рис. 8. Изменение внутри спектральной области атомарной линии вероятности рассеяния и вероятности выхода из середины плоского слоя в направлении нормали к поверхности. $q(t_0/2, \eta=1): 1-t_p=0; 2-t_p=1, \lambda_p=0; 3-t_p=1, \lambda_p=1. \lambda: 4-t_p=1, \lambda_p=1$

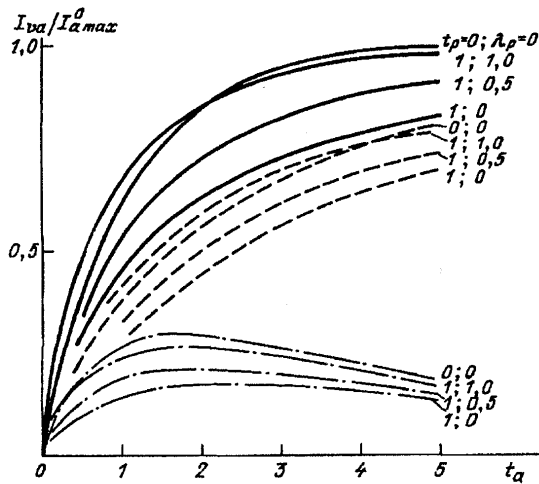


Рис. 9. Изменение внутри спектральной области атомарной линии интенсивности излучения I_{va} через границу $t=t_0$ плоского слоя в направлении нормали к поверхности, когда первичные источники обусловлены тепловым излучением атомов ($g=g_a$ по (4.26)). Сплошные кривые — $I_a^0 = I_1^0$ (4.29), штриховые — $I_a^0 = I_2^0$, штрихпунктирные — $I_a^0 = I_3^0$; у кривых первое число — t_p , второе — λ_p

т.е. $g_v(x) = g_a(x)$ по (4.26). Окружающие поверхности либо отсутствуют, либо только поглощают свет, а частицы рассеивают и поглощают, но не излучают. Это может иметь место либо при достаточно низкой температуре частиц, либо если частицы являются чисто рассеивающими ($\lambda_p = 1$). I_{va} — соответствующая интенсивность. На рис. 9 и 10 представлены результаты расчетов в слое, цилиндре, шаре. Влияние неоднородности температуры качественно везде одинаково: $I_{va}/I_{a\max}^0$ уменьшается при возникновении неоднородности, а когда I^0 падает по направлению к наблюдателю, возникает самообращение. Когда частицы только поглощают свет ($\lambda_p = 0$), они уменьшают интенсивность при всех t_a . Когда частицы только рассеивают свет ($\lambda_p = 1$), они уменьшают интенсивность при больших оптических плотностях атомов t_a . При малых t_a интенсивность возрастает в слое и цилиндре; в шаре такого роста не наблюдается (ср. сплошную кривую и нанесенную точками при $t_p=\lambda_p=1$ на рис. 10). Эффект при малых t_a больше в слое, чем в цилиндре. Частицы при $0 < \lambda_p < 1$ оказывают промежуточное воздействие на $I(t_a)$.

Таким образом, присутствие частиц в излучающем газе, даже если сами частицы не излучают, приводит к существенному изменению формы контура линии. Понижение интенсивности поглощающими частицами не требует пояснений. Влияние же рассеивающих частиц ($\lambda_p=1$) пояснений требует, так как частицы сами по себе не должны изменять число фотонов в среде. Их влияние обусловлено увеличением пути (или времени) пребывания излучения в среде из-за зигзагообразного движения фотонов, вы-

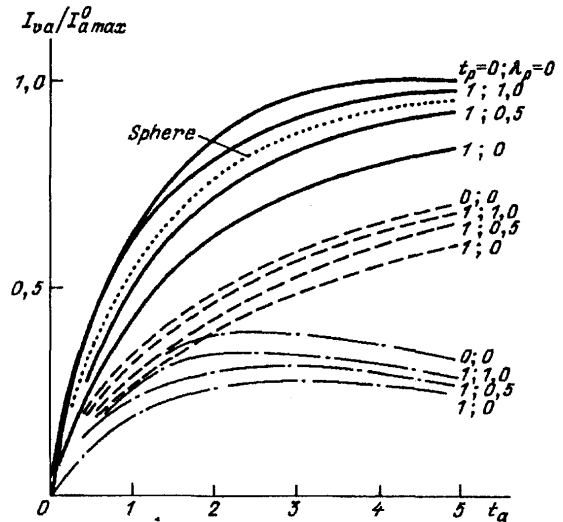


Рис. 10. Изменение внутри спектральной области атомарной линии интенсивности излучения I_{va} в направлении нормали к поверхности, когда первичные источники обусловлены тепловым излучением атомов ($g=g_a$ по (4.26)). Цилиндр ($\theta = \pi/2$, $\Phi = 0$) — обозначения те же, что на рис. 9, шар — кривая в однородном случае обозначена точками

званного рассеянием. При больших оптических плотностях атомов такое поведение фотонов приводит к росту вероятности их поглощения атомами, это и уменьшает интенсивность. Конечно, при достаточно больших атомарных оптических плотностях ($t_a > 5$) этот эффект должен исчезнуть, так как излучение поглощается атомами быстрее, чем рассеивается частицами. При малых оптических плотностях атомов (крылья линий) зигзагообразное движение фотонов приводит к перераспределению излучения по направлениям, как и в континууме. Именно это привело к росту q (кривая 3 на рис. 8) при малых t_a в плоском слое.

4.3.3. Обратимся теперь к иным источникам излучения газа с КДФ. Во-первых, пусть $I_a^0 = I_{S0} = 0$, $I_p^0 \neq 0$ — в этом случае имеется только первичное излучение макроскопических частиц ($g_p(x)$ по (4.26)). Атомы лишь поглощают излучение частиц. Обозначим соответствующую интенсивность I_{vp} . На рис. 11 штрихпунктирными кривыми представлено изменение соответствующей интенсивности в области спектральной линии в цилиндре при однородном начальном свечении частиц. По мере роста оптической плотности атомов интенсивность I_{vp} , обусловленная излучением частиц, уменьшается в результате поглощения атомами. Во-вторых, положим $I_a^0 = I_p^0 = 0$; $I_{S0} \neq 0$ — здесь имеются только первичные поверхностные источники. Соответствующие интенсивности I_s тоже уменьшаются по мере роста t_a в результате поглощения атомами (рис. 11; штриховые кривые, без учета прямого прихода света противоположной стенки).

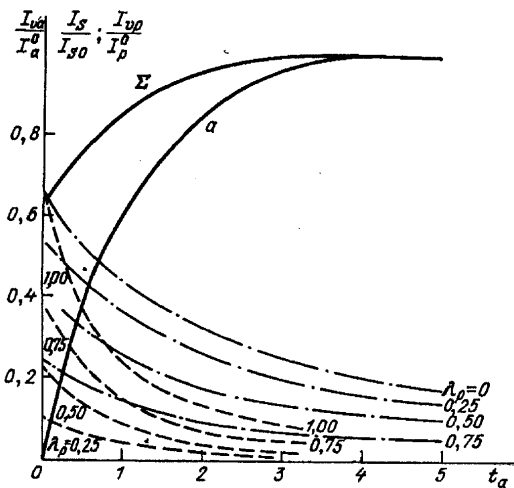


Рис. 11. Изменение внутри спектральной области атомарной линии интенсивностей излучения цилиндра ($\theta = \pi/2, \Phi = 0$) при различных первичных источниках. Пунктирные кривые — $g = g_s$ по (3.20), $t_p = 1$; штрихпунктирные — $g = g_p$ по (4.26), $t_p = 1$; сплошные: a — при $g = g_a$, $t_p = 0$, Σ — при $g = g_a + g_s + g_p$ и $t_p = 1$. Объемные источники g_a, g_p соответствуют неизменной температуре ($I^0 = I_a^0$ по (4.29))

Как и в случае излучения частиц (п. 4.2), комбинации различных первичных источников дают интенсивности, получающиеся суммированием интенсивностей I_{va}, I_{vp}, I_s , обусловленных отдельными источниками. На рис. 11 показан контур линии в однородном излучателе в отсутствие частиц (a), описываемый формой $I_a = 1 - \exp(-t_a)$, и контур Σ , который получается при одинаковых температурах атомов, частиц и поверхности. Равновесное соотношение (3.30) в случае, когда излучают и атомы, и частицы и имеет место равенство (4.24), можно записать так:

$$(I_{va}/I_a^0) + (I_{vp}/I_p^0) + (I_s/I_s^0) = 1 - \exp(-t_a - t_p). \quad (4.32)$$

Справедливость равенства не зависит от величины λ_p . При изменении λ_p меняются лишь отдельные слагаемые, но не сумма. Как говорилось ранее, например, при $\lambda_p = 1$ имеем $I_{vp} = 0$, а при $\lambda_p = 0$ находим $I_s = 0$ при неизменной сумме. Итак, частицы существенно влияют на излучение в спектральных линиях. Наиболее сильным является воздействие собственного излучения частиц и рассеяния излучения стенок

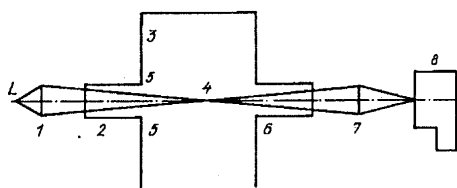


Рис. 12. Типичная схема размещения диагностического оборудования. L — источник излучения. 1, 7 — фокусирующая оптика; 2, 6 — оптические тубусы; 3 — поверхности, ограничивающие исследуемый объем 4; 5 — часть поверхностей, примыкающая к тубусу; 8 — спектральный прибор

там, где меньше оптическая плотность атомов, т.е. либо везде в оптически тонких линиях, либо в крыльях тех линий, у которых велика оптическая плотность центров ($t_a(\nu_0) \gg 1$).

4.4. Учет анизотропного рассеяния излучения поверхностей в опытах по диагностике. При исследовании газа с КДФ часто приходится иметь дело с закрытыми объемами. В стенках, окружающих объем, делаются специальные отверстия, снабженные оптическими тубусами. Типичная схема установки спектрального оборудования представлена на рис. 12. Оборудование устанавливается так, чтобы в поле зрения регистрирующего прибора не попадали поверхности, которые могут излучать и отражать свет. Попадание в прибор излучения стенок, рассеянного частицами, обычно можно учитывать так, как это делалось в п. 4.2, 4.3 с: помощью транспортного приближения и, следовательно, изотропного рассеяния. Исключение составляют случаи, в которых направленность рассеяния определяет картину. К таким случаям относится возможное попадание в спектральный прибор однократно рассеянного излучения стенок. Многократность рассеяния обычно стирает признаки направленности рассеяния. Если частицы велики ($D \gg 1$) и их индикатрисы вытянуты вперед, то в спектральный прибор может попасть однократно рассеянное излучение тех участков 5 противоположной прибору 8 стенки, которые примыкают к тубусу. Ниже будут получены соотношения [41], необходимые для учета эффекта, а также и условия, при выполнении которых его можно устранить экспериментально.

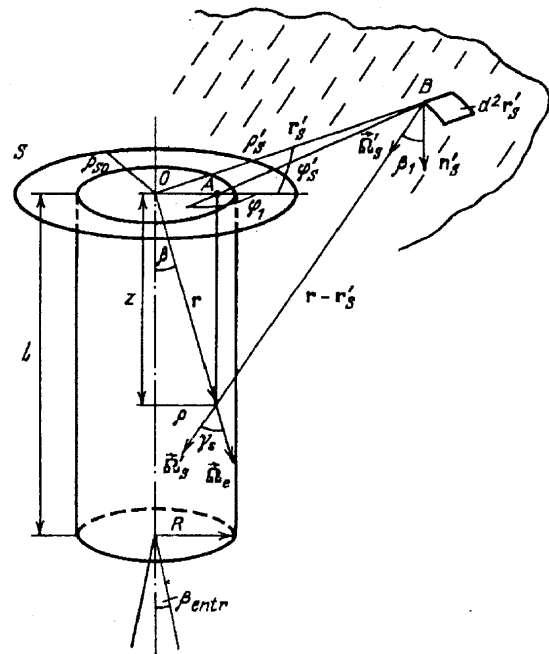


Рис. 13. Схема рассеяния излучения плоской стенки в цилиндрическом поле зрения

Пусть поле зрения спектрального прибора есть цилиндр с радиусом R и длиной l , равной глубине объекта, а входная апертура прибора определяется конусом с углом раскрытия β_{entr} и везде одинакова внутри цилиндра (рис.13). Условие постоянства апертуры выполняется, если входная оптика расположена достаточно далеко от объекта.

В регистрирующий прибор может попасть лишь свет, проходящий через поле зрения или рассеянный (излученный) в нем внутри входной апертуры. Рассмотрим бесконечную плоскую поверхность стенки с окном радиуса ρ_{s0} ($\rho_{s0} \geq R$). Среду будем считать оптически однородной. В цилиндрической системе координат, изображенной на рис. 13, координаты точек на поверхности могут принимать значения: $z_s' = 0$, $\rho_{0s} \leq \rho_s' \leq \infty$, $0 \leq \varphi_s' \leq 2\pi$. Пусть интенсивность излучения стенки зависит только от радиуса ρ_s' : $I(\rho_s')$. Найдем интенсивность первичных источников g_s в произвольной точке поля зрения $\mathbf{r}(\rho, \varphi, z)$, пользуясь выражением (3.9). Из рис. 13 можно найти

$$\begin{aligned} |\mathbf{r}_s' - \mathbf{r}|^2 &= \rho_s'^2 + \rho^2 - 2\rho\rho_s' \cos \varphi_s' + z^2, \\ \cos(\mathbf{n}_s' \hat{\Omega}_s') &= z/|\mathbf{r}_s' - \mathbf{r}|, \\ d^2\mathbf{r}_s' &= \rho_s' d\rho_s' d\varphi_s'. \end{aligned} \quad (4.33)$$

Подставляя эти выражения в (3.9), учтя указанные пределы интегрирования, получаем

$$\begin{aligned} g_s(\mathbf{r}, \hat{\Omega}_e) &= \frac{\lambda z}{4\pi} \int_{\rho_{s0}}^{\infty} \rho_s' d\rho_s' I(\rho_s') \times \\ &\times \int_0^{2\pi} d\varphi_s' \chi(\hat{\Omega}_s' \hat{\Omega}_e) \times \\ &\times \frac{\exp[-\alpha(\rho_s'^2 + \rho^2 - 2\rho\rho_s' \cos \varphi_s' + z^2)^{1/2}]}{(\rho_s'^2 + \rho^2 - 2\rho\rho_s' \cos \varphi_s' + z^2)^{3/2}}. \end{aligned} \quad (4.34)$$

Рассмотрим подробнее угол рассеяния $\gamma_s = \hat{\Omega}_s' \hat{\Omega}_e$. Направление единичного вектора в цилиндрической системе задается углом β между вектором и прямой, параллельной оси цилиндра, и азимутом φ , т.е. можно записать $\hat{\Omega}(\beta, \varphi)$. Направление вектора $\hat{\Omega}_s'(\beta_1, \varphi_1)$ зависит от взаимного расположения точек \mathbf{r}_s' и \mathbf{r} . Из рис. 13 видно, что $\cos \beta_1 = z/|\mathbf{r}_s' - \mathbf{r}|$, а φ_1 можно найти из треугольника OAB , образуемого в плоскости $z = 0$ проекциями векторов \mathbf{r} и $\mathbf{r} - \mathbf{r}_s'$:

$$\sin \varphi_1 = \sin \varphi_s' \cdot \rho_s' / (\rho^2 + \rho^2 - 2\rho\rho_s' \cos \varphi_s')^{1/2}.$$

Угол рассеяния зависит, таким образом, от координат точек \mathbf{r} и \mathbf{r}_s' , от направления во входную апертуру $\hat{\Omega}_e(\beta_e, \varphi_e)$ и определяется известной тригонометрической формулой

$$\cos \gamma_s = \cos \beta_1 \cdot \cos \beta_e + \sin \beta_1 \cdot \sin \beta_e \cdot \cos(\varphi_e - \varphi_1).$$

Когда регистрируется почти параллельный пучок света вдоль оси ($\beta_e \rightarrow 0$, $\cos \beta_e \rightarrow 1$), находим

$$\begin{aligned} \cos \gamma_s &= \cos(\hat{\Omega}_s' \hat{\Omega}_e) = \cos \beta_1 = \\ &= \cos(\mathbf{n}_s' \hat{\Omega}_s') = z/|\mathbf{r}_s' - \mathbf{r}|. \end{aligned} \quad (4.35)$$

Вероятность того, что свет после рассеяния в направлении $\hat{\Omega}_e$ в точке \mathbf{r} дойдет до границы $z = l$ уже без последующих взаимодействий со средой определяется выражением

$$q = q_0 = \exp[-\alpha(l - z)/\cos \beta_e]. \quad (4.36)$$

В отличие от рассмотренных ранее бесконечных излучателей здесь рассматривается выход излучения не через боковую поверхность цилиндра, а вдоль оси цилиндра.

Чтобы найти поток, попадающий после однократного рассеяния во входную апертуру, надо интенсивность, рассеянную в единице объема (αg_s) умножить на вероятность выхода (4.36), произвести интегрирование по полю зрения прибора и телесному углу входной апертуры. Элементы объема цилиндра и входного телесного угла определяются выражениями

$$\begin{aligned} d^3\mathbf{r} &= \rho d\rho d\varphi dz, \\ d\hat{\Omega}_e &= \sin \beta_e d\beta_e d\varphi_e. \end{aligned}$$

В результате находим

$$\begin{aligned} W_{\text{scat } 1} &= 2\pi\alpha \int_0^l dz \int_0^R \rho d\rho \int_0^{\beta_{\text{entr}}} d\beta_e \sin \beta_e \times \\ &\times \int_0^{2\pi} d\varphi_e g_s(\mathbf{r}, \hat{\Omega}_e) \times \\ &\times \exp[-\alpha(l - z)/\cos \beta_e]; \end{aligned} \quad (4.37)$$

здесь произведено интегрирование по φ . С учетом (4.34) выражение (4.37) есть шестикратный интеграл. Кратность интеграла определяется углом рассеяния, γ_s входящим в индикатрису. γ_s зависит от того, откуда (ρ_s', φ_s') пришел свет в точку \mathbf{r} , где она расположена (ρ, z) и куда идет свет после рассеяния (β_e, φ_e). Кратность интеграла можно снизить в частных случаях. В случае регистрации почти параллельного пучка индикатриса не зависит от (β_e, φ_e) и, следовательно, по этим переменным можно провести интегрирование. Из (4.37), учтя, что $\cos \beta_e \rightarrow 1$, получаем

$$W_{\text{scat } 1} = 2\pi^2 \beta_{\text{entr}}^2 \alpha \int_0^l dz \int_0^R \rho d\rho g_s(\mathbf{r}) \exp[-\alpha(l - z)]. \quad (4.38)$$

В случае почти параллельного пучка можно считать, что интенсивность рассеянного излучения внутри малого телесного угла ($\pi \beta_{\text{entr}}^2$) неизменна, поэтому, разделив (4.38) на $\pi \beta_{\text{entr}}^2$ и πR^2 , находим

$$I_{\text{scat } 1} = 2\alpha R^{-2} \int_0^l dz \int_0^R \rho d\rho g_s(\mathbf{r}) \times$$

$$\times \exp[-\alpha(l-z)]. \quad (4.39)$$

В рассматриваемом частном случае проведем иллюстративные расчеты. Введем относительные координаты $x = \rho/R$, $x_S' = \rho_S'/R$, $z' = z/l$ и обозначение квадрата расстояния в этих координатах

$$y_1 = x_S'^2 + x^2 - 2x_S'x \cos \varphi_S' + (z'/l/R)^2.$$

Тогда при $I(\rho_S') = I_{S0}$ можно (4.34) представить в виде

$$g_S(x, z')/I_{S0} = \lambda z'(l/R)(4\pi)^{-1} \int_{x_{S0}}^{\infty} x_S' dx_S' \times \\ \times \int_0^{2\pi} y_1^{-3/2} d\varphi_S' \exp\left(-\frac{t_0}{l/R} y_1^{1/2}\right) \chi(\gamma_S); \quad (4.40)$$

здесь $t_0 = \alpha l$, $x_{S0} = \rho_{S0}/R$. Вместо (4.39) имеем

$$I_{\text{scat } 1}/I_{S0} = 2t_0 \int_0^1 dz' \int_0^1 x dx \times \\ \times \exp[-t_0(1-z')] g_S(x, z') I_{S0}^{-1}. \quad (4.41)$$

Из приведенных соотношении видно, что эффект однократного анизотропного рассеяния зависит от вероятности выживания λ , оптической плотности объекта t_0 , индикатрисы χ , относительной длины цилиндра l/R и относительной величины окна на противоположной наблюдателю стенке x_{S0} . Смысл этих влияний в следующем. Вероятность рассеяния внутри поля зрения цилиндра и вероятность выхода из него определяется величинами λ и t_0 , а от вытянутости индикатрисы $\chi(\gamma_S)$ и от величин l/R , ρ_{S0}/R зависит площадь поверхности, из которой свет может прийти в поле зрения прибора под столь малыми углами

к оси, что единственное там рассеяние приведет свет в прибор. Действительно, чем более вытянута индикатриса, тем меньше угол рассеяния и тем уже кольцо на поверхности, примыкающей к полю зрения (5 на рис. 12), из которого свет может попасть в цилиндр под требуемым углом. При росте l/R ширина такого кольца увеличивается — более далекие точки поверхности могут дать свет под требуемыми углами в нижнюю часть цилиндра. Наконец, при росте окна на подсвечивающей стенке S удаляются близкие к цилиндру области, свет из которых идет в цилиндр под малыми углами. Следовательно, уменьшить влияние анизотропного рассеяния можно, увеличивая $\rho_{S0}/R = x_{S0}$.

Далее, будут представлены результаты расчета по (4.41), которые полезно сравнивать с расчетом в транспортном приближении. Для этого при каждой выбранной индикатрисе рассеяния χ следует по (2.6) определить средний косинус $\langle \cos \gamma_S \rangle$, затем надо найти вероятность выживания $\lambda_{\text{тр}}$, пользуясь формулой (2.9) при известном λ_p , и найти $t_{\text{тр}}$ при известных λ_p , t_p по (4.28). Расчет интенсивностей $I_{\text{тр}}$ в транспортном приближении будет проводиться по формулам бесконечного плоского слоя, когда первичные источники $g_{S\Sigma}$ определяются формулой (3.14), а интенсивность — по (4.9) при $g = g_{S\Sigma}$. В этих формулах должны быть использована вместо λ_p и t_p величины $\lambda_{\text{тр}}$ и $t_{\text{тр}}$.

Расчет в транспортном приближении дает вклад всей поверхности в наблюдаемое рассеянное излучение. Если $I_{\text{тр}} \gg I_{\text{scat } 1}$, то нет необходимости учитывать отдельно анизотропное рассеяние $I_{\text{scat } 1}$, если же неравенство имеет обратный смысл, учет $I_{\text{scat } 1}$ необходим.

Иллюстративные расчеты проведены в случае больших ($D \gg 1$) частиц. Рассмотрены противоположные по свойствам рассеяния частицы (см. таблицу выше): 1) абсолютно поглощающие частицы, когда индикатриса χ_d определяется по (2.17) или приближенно по (2.19), при этом $\lambda_p = 0,5$; 2) абсолютно рассеивающие частицы с индикатрисой χ_{d+g} по (2.25) и $\lambda_p = 1$.

На рис. 14 представлены интенсивности, рассчитанные по (4.41) в зависимости от относительной толщины объекта l/R и от относительного радиуса противоположного наблюдателю окна $x_{S0} = \rho_{S0}/R$. Сплошные кривые демонстрируют сильный рост анизотропного излучения при увеличении l/R . В кривой 1 дифракционная индикатриса очень узка, направление на первый минимум при $D = 50$ определяется по (2.18) углом $\gamma_{s1} = 4,3^\circ$. При этом однократное анизотропное рассеяние при достаточно протяженном в направлении наблюдения объекте дает существенную подсветку. По формулам транспортного

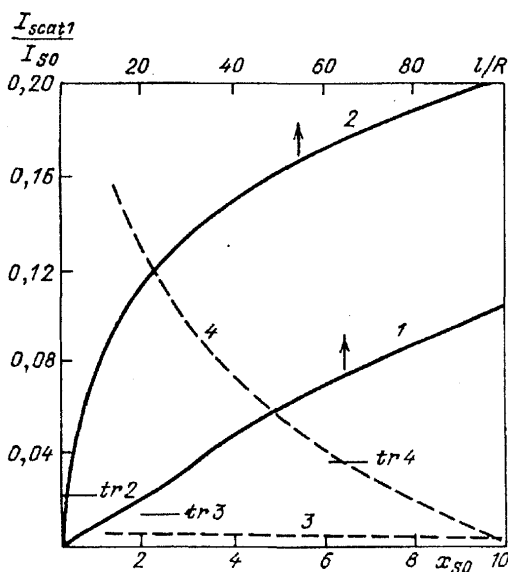


Рис. 14. Зависимость интенсивности однократно рассеянного излучения от относительной длины объекта l/R (сплошные кривые) и от относительного радиуса противоположного наблюдателю окна $x_{S0} = \rho_{S0}/R$ (пунктирные кривые) при $t_p = 0,5$, $t_a = 0$. 1 — $\chi = \chi_d$, $D = 50$, $x_{S0} = 1$; 2 — χ_{d+g} , $D = 50$, $x_{S0} = 1$; 3 — χ_d , $D = 5$, $l/R = 1$; 4 — χ_{d+g} , $D = 5$, $l/R = 10$.

приближения при $t_p=0,5$ получаем $\langle \cos \gamma_s \rangle_1 = 0,9994$, $\lambda_{tr1} = 5 \cdot 10^{-4}$, $t_{tr1}=0,25$. Ясно, что столь малая величина λ_{tr} дает и очень малую интенсивность рассеяния ($I_{tr1}/I_{S0}=6 \cdot 10^{-5}$). Следовательно, здесь необходим учет анизотропного рассеяния.

Когда частицы рассеивают свет полностью, то интенсивность подсветки анизотропным рассеянием становится больше по двум причинам: становится больше λ_p и индикатриса менее вытянута, чем в дифракционном случае при том же D (кривая 2). Еще в большей мере увеличивается интенсивность в транспортном приближении. Здесь имеем: $\langle \cos \gamma_s \rangle_2=0,95$, $\lambda_{tr2} = 1$, $t_{tr2}=0,0244$. При этом $I_{tr2}/I_{S0} = 2 \cdot 10^{-2}$ — показано на рис. 14, $tr2$. Тем не менее уже не при очень больших l/R учет анизотропии рассеяния необходим и в этом случае. Подчеркнем, что обе кривые 1 и 2 рассчитаны при условии, что окна по обеим сторонам исследуемого объекта одинаковы ($x_{S0}=1$).

Пунктирные кривые 3, 4 на рис. 14 демонстрируют зависимость I_{scat1} от относительного размера окна при разных индикатрисах и разных l/R . Рост размера противоположного окна резко уменьшает подсветку I_{scat1} . Дифракционная индикатриса кривой 3 не очень сильно вытянута вперед ($D=5$, $\gamma_{sl} \approx 50^\circ$). В транспортном приближении для кривой 3 имеем $\langle \cos \gamma_s \rangle_3 = 0,93$, $\lambda_{tr3} = 0,064$, $t_{tr3}=0,267$, $I_{tr3}/I_{S0} = 9,3 \cdot 10^{-3}$ (на рисунке $tr3$). Из рисунка следует, что транспортное приближение дает интенсивности подсветки существенно большие, чем те, что получаются при учете однократного рассеяния при всех $x_{S0} \geq 1$. Следовательно, в этом случае можно пользоваться транспортным приближением для учета рассеянного излучения стенок. Отметим лишь, что у кривой 3 широкое окно: $l/R = 1$.

В случае кривой 4 (рассеивающие частицы), где $l/R = 10$, эффект анизотропного рассеяния существенно больше. Транспортное приближение дает $\langle \cos \gamma_s \rangle_4 = 0,91$, $\lambda_{tr4} = 1$, $t_{tr4} = 0,044$, $I_{tr4}/I_{S0} = 3,4 \cdot 10^{-2}$. Как видно из рис. 14 (кривая 4, $tr4$), чтобы можно было пользоваться только транспортными расчетами, надо иметь большое соотношение между размерами окон на противоположных стенках ($x_{S0} > 7$). При меньшем отношении надо учитывать анизотропное рассеяние. Для оценки погрешности расчетов в транспортном приближении можно сравнить I_{tr}/I_{S0} с соответствующими равновесными, когда по (4.31) должно выполняться равенство $I_{tr}/I_{S0} = 1 - \exp(-t_{tr})$ при $\lambda_p = \lambda_{tr} = 1$. Расчет по этой формуле дал значения I_{tr}/I_{S0} на 20% больше численного, что характеризует погрешность численного счета. Сравнение рассчитанной интенсивности анизотропного рассеяния I_{scat1} с величиной $1 - \exp(-t_p) = 0,39$ пока-

зывает, что рассчитанные значения много ниже равновесных. Этого следовало ожидать, так как в анизотропных расчетах очень важно удаление участка стенки, находящегося на месте противоположного отверстия — оно играет большую роль и делает задачу сугубо неравновесной. При изотропном рассеянии это выделение не так существенно, так как равноправны в рассеянии все части бесконечных стенок.

Теперь обратимся к влиянию однократного анизотропного рассеяния на излучение в спектральной линии. Из (4.40), (4.41) следует, что интенсивность рассеянного излучения пропорциональна произведению λt_0 , которое в соответствии с (4.25) внутри линии постоянно:

$$\lambda t_0 = \lambda(t_a + t_p) = \lambda_p t_p.$$

Следовательно, абсолютную величину I_{scat1} определяет $\lambda_p t_p$ вместе с геометрическими размерами поля зрения и окон. Зависимость же от t_a (или частоты) определяется в (4.40) и (4.41) экспонентами, в показатель которых входит $t_0 = t_p + t_a(v)$. Ясно, что по мере роста $t_a(v)$ интенсивность рассеянного излучения должна уменьшаться, что обусловлено поглощением падающего и рассеянного излучения стенками атомами.

На рис. 15 представлено изменение внутри спектральной линии интенсивности анизотропно и однократно рассеянного излучения (кривые 1, 2). Кривая 3 получена в транспортном приближении в случае индикатрисы кривой 2. Из полученных зависимостей следует, что оптически тонкие части линий ($t_a < 1$) изменяются анизотропной подсветкой наиболее сильно. Если оптическая плотность в центре линии $t_a(v_0)$ невелика, то вся линия целиком может

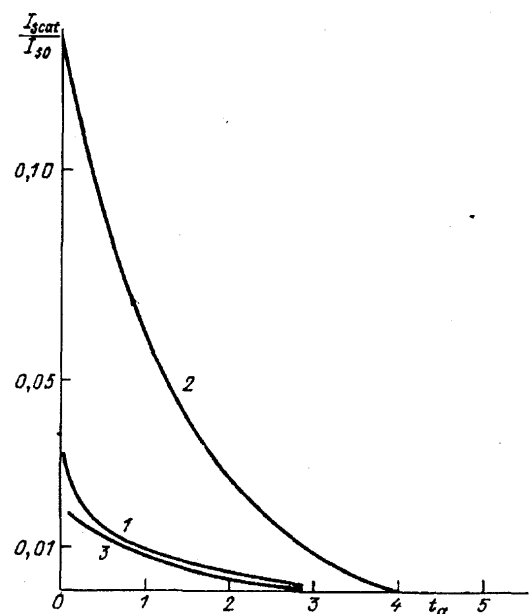


Рис. 15. Изменение внутри спектральной линии интенсивности излучения стенок. $D=50$, $t_p=0,5$, $l/R=25$, $x_{S0}=1$; 1— $\chi=\chi_d$, $\lambda_p=0,5$; 2— $\chi=\chi_{d+g}$, $\lambda_p=1$; 3— $\chi=1$, $t_{tr}=0,0244$, $\lambda_{tr}=1$

быть сильно изменена подсветкой рассеянным излучением стенок. Таким образом, получены соотношения, необходимые для учета однократного анизотропного рассеяния в ситуации, часто встречающейся в экспериментах поддиагностики. Рассеяние частицами света в прибор сильно зависит от относительной толщины поля зрения, индикатрисы рассеяния и относительных размеров оптических окон.

4.5. Экспериментальное исследование влияния рассеивающих частиц на излучение газового потока. В [42, 43, 45, 46] экспериментально исследовалось влияние рассеивающих частиц на излучение газа в континууме и спектральных линиях. Объектом исследования являлся однородный цилиндрический поток пылегазовой смеси при атмосферном давлении. Диаметр цилиндра 40 мм. Смесь готовилась в системе обеспечения газовой горелки, часто используемой для отработки методов диагностики [42, 43]. При исследовании влияния внешнего освещения на излучение в континууме горючее (пропан) в систему обеспечения горелки не подавалось и пылевоздушная смесь имела комнатную температуру. При исследовании спектральных линий подавался пропан и образовывался факел при температуре ≈ 2000 К. В поток специально вводились натрий и цезий, линии которых исследовались. Пыль готовилась из рассеивающих частиц окиси алюминия Al_2O_3 (см. таблицу выше). Размеры частиц в разных опытах изменялись от 1 до 100 мкм. Измерялись интенсивности излучения в линиях и в континууме, оптические плотности, температура пламени. Для этих измерений использовались две взаимно-перпендикулярные оптические ветви, каждая из которых аналогична представленной на рис. 12. В качестве источника L использовались вольфрамные

ленточные лампы СИ-10-300, а в качестве спектральных приборов δ — спектрограф ДСФ-452 и монохроматор МДР-6.

В опытах оптическими средствами имитировалась часть стенки 3, включающая в себя окно и примыкающую светящуюся область 5 (см. рис. 12). Для этого между лампой L и линзой 1 помещался малый непрозрачный экран, создававший тень на границе объекта — имитацию окна. Периферийные области ленты лампы давали яркое освещение рядом с тенью — имитацию областей 5. Размеры той или иной области можно было изменять, меняя диаметр линзы 1. При этом устранялось прямое попадание света лампы L в прибор. Сначала рассмотрим результаты по спектральным линиям. На рис. 16 представлены контуры резонансных линий цезия 455,5 нм и натрия 589,0 нм. Линии резко отличаются атомарными оптическими плотностями. В центрах линий имеем $t_a(455,5) \approx 0,3$, $t_a(589,0) = 3 \cdot 10^2$. Кривые 1 относятся к случаю отсутствия частиц. Появление полностью рассеивающих частиц Al_2O_3 при $r_p = 1,8$ мм и $t_p = 0,1 - 0,15$ не привело к сколько-нибудь заметному изменению контуров обеих линий. Такой результат согласуется с расчетными кривыми. Действительно, в случае рассеивающих частиц ($\lambda_p = 1$) даже при $t_p = 1$ получается довольно малое изменение контура линии (рис. 10. сплошные кривые). При $t_p \approx 0,1$ расчетный эффект, несомненно, меньше погрешностей измерений, указанных на рис. 16 (напомним, что кривые на рис. 16 могут быть перестроены как зависимости $I(t_a)$).

Когда помимо введения частиц была включена лампа L и был поставлен упоминавшийся ранее экран, т.е. создана имитация окна и примыкающей светящейся стенки, контуры обеих линий претерпели изменения. При этом свет лампы L в спектраль-

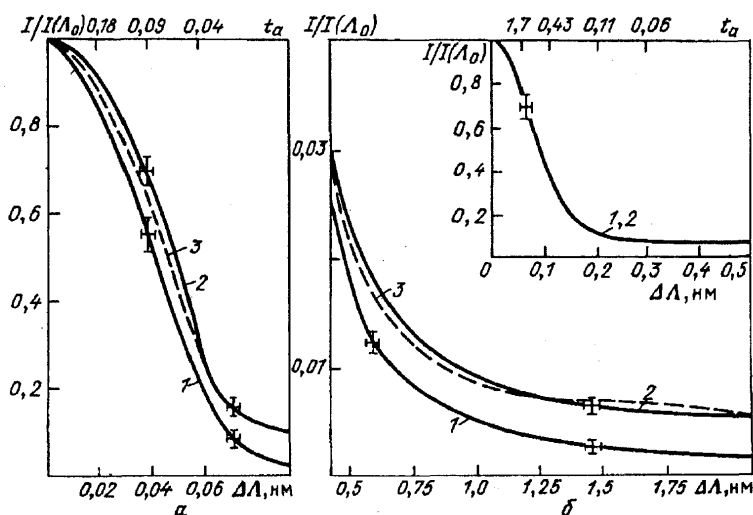


Рис. 16. Контуры спектральных линий цезия 455,5 нм (а) и натрия 589,0 нм (б). 1 — в отсутствие частиц, 2 — в присутствии подсветки, 3 — расчет. $\Delta\lambda = |\lambda - \lambda_0|$

ный прибор мог попасть только в результате рассеяния частицами, находившимися в поле зрения прибора. Линия цезия изменилась целиком, а линия натрия — только на крыльях (см. рис. 16). Качественно такой эффект согласуется с тем, что показано на рис. 15: чем больше оптическая плотность t_a , тем меньше влияние рассеяния частицами. Кроме того, на рис. 16 приведены пунктирные кривые 3, рассчитанные по (4.34), (4.38) с учетом измеренных оптических плотностей t_a , t_p и условий экспериментов. Видно, что они неплохо описывают эксперимент. Небольшие отличия линии цезия скорее всего определяются не очень точным измерением малой оптической плотности t_a в этом случае. Поскольку здесь построены лишь относительные зависимости от t_a , они не зависят ни от индикатрисы рассеяния частицами, ни от особенностей оптической имитации окна и стенки.

Теперь обратимся к результатам измерений в континууме. Появление частиц Al_2O_3 в пламени без дополнительного освещения извне не приводит к появлению заметного изменения в непрерывном спектре. Это подтверждает, что частицы полностью рассеивают свет, $\lambda_p = 1$ и поэтому $g_p = 0$ по (3.10). Когда же внешнее освещение имеется, возникает и непрерывное рассеянное излучение. На крыльях линий рис. 16 соответствующий фон виден.

На рис. 17 представлены экспериментальные интенсивности излучения при $\Lambda = 0,6$ мкм, рассеянного частицами в пылевоздушной смеси в случае оптической имитации окна и стенки. Интенсивности построены в зависимости от диаметра d_1 линзы 1 на рис. 12 при различных размерах частиц, но одинаковой их оптической плотности $t_p \approx 0,1$. При заданных размерах всех оптических элементов можно найти размеры поля зрения спектрографа, имитируемых окна и стенки. Так как лента лампы и щель спектрографа имеют прямоугольную форму, поле зрения и окно не являются аксиально-симметричными. Тем не менее было сделано предположение о наличии такой симметрии и были найдены некоторые эффективные размеры ρ_{s0} , R и максимальный радиус имитируемой стенки ρ_s' (см. рис. 13). Рассчитанные величины $x_{s0} = \rho_{s0}/R$ нанесены на рис. 17 при разных d_1 . При уменьшении диаметра d_1 одновременно возрастает размер окна $\rho_{s0}(x_{s0})$ и уменьшается наибольший радиус имитируемой стенки ρ_s' . И то, и другое приводит к падению регистрируемого рассеянного излучения. Интенсивности тем меньше, чем крупнее частицы. Влияние размеров области подсвечивающей стенки и размеров частиц на наблюдаемую интенсивность согласуется с описанной в п. 4.4 картиной. Для расчета интенсивности можно воспользоваться формулами (4.34), (4.39). В выражении g_s надо

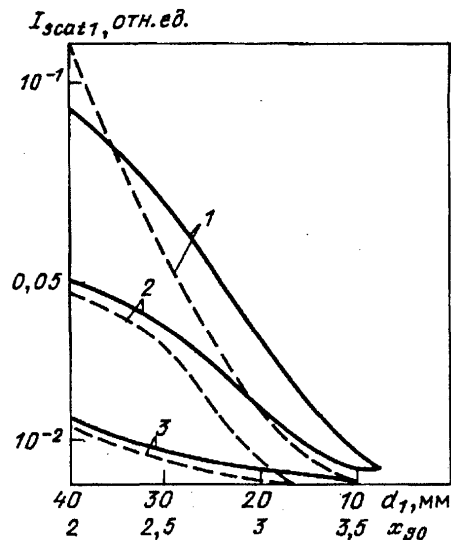


Рис. 17. Интенсивности рассеянного излучения в континууме в зависимости от диаметра фокусирующей линзы d_1 ; x_{s0} — рассчитанный относительный радиус имитируемого оптического окна. Сплошные кривые — эксперимент, штриховые — расчет. 1 — $2r_p = 1$ мкм, 2 — 4 мкм, 3 — 100 мкм

учесть, что $I(\rho_s')$ зависит от направления, а верхний предел интегрирования по ρ_s' конечен. Подобные расчеты были проведены при $\chi = \chi_d + g$ (формулы (2.19), (2.20), (2.25)), результаты представлены на рис. 17 штриховыми кривыми. Несмотря на грубость некоторых упрощающих предположений расчета, общий характер поведения экспериментальных и расчетных кривых аналогичен. Неплохо описывается величина эффекта.

Таким образом, результаты экспериментальных и теоретических исследований спектральных линий и континуума в присутствии анизотропно рассеивающих частиц качественно и количественно согласуются между собой. Отметим здесь, что экспериментальные сведения качественно подтверждают и правильность предварительных оценок, сделанных в п. 2.2.

5. Ослабление светового луча в газе с конденсированной дисперсной фазой. В различных методах спектральной диагностики требуется измерять оптическую плотность или определяемые ею характеристики среды.

Оптическая плотность определяется экспериментально путем исследования ослабления светового луча, создаваемого лампой или лазером. Основой измерений является тот факт, что без взаимодействия со средой до наблюдателя доходит доля света, равная $\exp(-t_0)$, где t_0 — оптическая плотность среды в направлении наблюдения. Когда имеется рассеяние излучения в среде, измерение t_0 усложняется потому, что свет зондирующего луча после рассеяния может

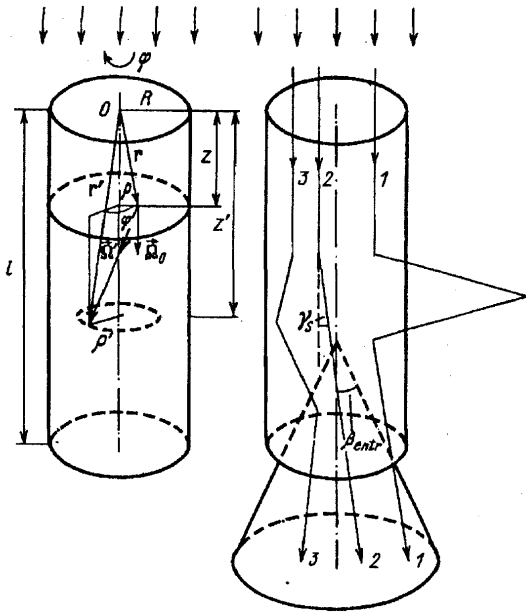


Рис. 18. Схема зондирующего луча и рассеяний в нем

попасть в спектральный прибор, с помощью которого ведется исследование ослабления. Оптическая плотность t_0 характеризует все взаимодействия света с веществом, регистрация рассеянного света приводит к уменьшению наблюдаемой оптической плотности по сравнению с истинной.

Влияние рассеяния света частицами на ослабление луча в отдельных случаях рассматривалось в ряде работ [47—50]. В работах [47, 48] рассчитывалось ослабление луча с учетом однократного и многократного рассеяния в случае индикатрисы рассеяния, описываемой гауссовой функцией. В работе [49] рассмотрено однократное рассеяние вперед, исследовано влияние малой входной апертуры на результат измерений в однородной среде. В [50] получены результаты с помощью диффузионной теории, показано, что такой подход годится в случае индикатрис, которые не вытянуты вперед. Здесь воспользуемся вероятностным методом, который дает возможность получить результаты в более широком диапазоне условий.

Пусть зондирующий луч — параллельный пучок света, который освещает цилиндрический столб радиуса R (рис. 18). Как в п. 4.4 будем считать, что полем зрения является цилиндр радиуса R и входная апертура регистрирующей аппаратуры характеризуется углом β_{entr} . Рассмотрим возможности попадания света в прибор после рассеяния. Во-первых (ломаная кривая 1 на рис. 18), фотон может выйти из зондирующего луча в результате рассеяния в нем, затем вернуться в луч после рассеяния вне луча, а затем, снова рассеявшись в луче, направиться в сторону прибора. Чтобы избежать таких попаданий рассеянного света в прибор, следует сделать зондирую-

щий луч достаточно узким, так, чтобы выполнялось условие

$$t_{0\perp} = 2 \int_0^R \alpha \, d\rho < 1. \quad (5.1)$$

Во-вторых, фотон может попасть в прибор, если рассеяния не выводят его через боковые поверхности цилиндра (ломаные кривые 2, 3 на рис. 18). Такие рассеяния учитывать необходимо.

При выполнении условия (5.1) можно считать, что оптические характеристики α, λ, χ не изменяются в поперечном сечении луча, т.е. не зависят от ρ, φ , а зависят только от z (или t).

Найдем потоки излучения, попадающего в прибор внутри входной апертуры β_{entr} при выполнении условия (5.1). Световой поток, пришедший непосредственно от осветителя в направлении $\vec{\Omega}_0$ (вдоль оси цилиндра) на оптическую глубину t , определяется падающим на торец ($z = 0$) цилиндра потоком $I_0 \pi R^2$ и вероятностью достичь глубины t без взаимодействия со средой $\exp(-t)$. Вероятность первичного взаимодействия в слое $t \div t + dt$ есть dt . Тогда в элементарном слое поток, первично взаимодействующий со средой, есть $I_0 \pi R^2 \exp(-t) dt$. Пусть $p(z, \rho, \vec{\Omega}_0)$ есть вероятность того, что фотон с начальным направлением $\vec{\Omega}_0$, взаимодействующий со средой на глубине t , выйдет в апертуру β_{entr} . Тогда поток рассеянного в апертуру света можно записать в виде

$$W_{\text{scat}} = I_0 \pi R^2 \int_0^{t_0} \exp(-t) dt p(z, \rho, \vec{\Omega}_0). \quad (5.2)$$

Общий попадающий в прибор поток состоит из прошедшего без взаимодействия со средой и рассеянного

$$W = I_0 \pi R^2 \exp(-t_0) + W_{\text{scat}}. \quad (5.3)$$

Теперь задача состоит в нахождении вероятности выхода $p(z, \rho, \vec{\Omega}_0)$. Воспользуемся общим уравнением (3.32) для вероятности выхода. Учитывая, что α, λ, χ не зависят от ρ , учитывая аксиальную симметрию и заменяя $(-\vec{\Omega})$ на $(\vec{\Omega}_0)$, находим вместо (3.32)

$$\begin{aligned} p(z, \rho, \vec{\Omega}_0) = & \frac{\lambda(z)}{4\pi} \int_0^l \alpha(z') dz' \times \\ & \times \int_0^{2\pi} d\varphi' \int_0^R \rho' d\rho' \{ \chi(z, \vec{\Omega}_0 \hat{\vec{\Omega}}') p(z', \rho', \vec{\Omega}') \times \\ & \times \exp[-\tau(r \rightarrow r')] |r - r'|^{-2} \} + \\ & + p_1(z, \rho, \vec{\Omega}_0). \end{aligned} \quad (5.4)$$

Здесь, как видно из рис. 18, угол первого рассеяния определяется, как и ранее в подобных задачах, соотношением

$$\cos(\vec{\Omega}_0 \hat{\vec{\Omega}}') = (z' - z) / |r' - r|.$$

$p_1(z, \rho, \vec{\Omega}_0)$ — вероятность выхода в апертуру прибора излучения, взаимодействующего со средой в области z, ρ и имеющего начальное направление $\vec{\Omega}_0$, без последующих (после первого) рассеяний. Эта вероятность определяется вероятностями последовательных событий: 1) рассеяние в выбранной области $\lambda(z)$. 2) Направление после рассеяния внутрь элемента входной апертуры. Элемент телесного угла имеет вид $d\vec{\Omega}_e = 2\pi \sin \beta_e d\beta_e = -2\pi d\eta_e$, где $\eta_e = \cos \beta_e$, тогда вероятность рассеяния в выбранном направлении определяется выражением $\chi(z, \eta_e) d\eta_e/2$. 3) Прохождение до границы $z = l$ без взаимодействия со средой $\exp(-(t_0 - t)/\eta_e)$. Для получения вероятности выхода с однократным рассеянием надо перемножить вероятности последовательных событий и проинтегрировать по входному телесному углу:

$$p_1(z, \rho, \vec{\Omega}_0) = 0,5\lambda(z) \times \int_{\eta_{entr}}^1 \chi(z, \eta_e) \exp[-(t_0 - t)/\eta_e] d\eta_e. \quad (5.5)$$

Упростим (5.4). Так как луч узок, можно считать, что вероятность выхода не зависит от радиуса ρ , тогда удобнее всего искать вероятности выхода с оси цилиндра при $\rho = 0$. В этом случае вместо (5.4) в оптически однородной среде находим

$$p(z, 0, \vec{\Omega}_0) = 0,5\lambda \int_0^l dz' \int_0^R \rho' d\rho' \times \times [\chi(\vec{\Omega}_0 \hat{\vec{\Omega}}') p(z', 0, \vec{\Omega}') \times \times \exp\{-\alpha [\rho'^2 + (z - z')^2]^{1/2}\} [\rho'^2 + (z - z')^2]^{-1}] + + p_1(z, 0, \vec{\Omega}_0); \quad (5.6)$$

здесь проведено интегрирование по φ' , так как при $\rho = 0$ ни одна из функций, входящих в подынтегральное выражение, от φ' не зависит. Кроме того, имеем:

$$\cos(\vec{\Omega}_0 \hat{\vec{\Omega}}') = (z - z') / [(z - z')^2 + \rho^2]^{1/2}. \quad (5.7)$$

Хотя искомая вероятность $p(z, \rho, \vec{\Omega}_0)$ характеризуется в уравнениях (5.4) и (5.6) выход фотона, первоначально идущего вдоль оси, под знаком интегралов содержится вероятность $p(z', \rho, \vec{\Omega}')$, зависящая от направления $\vec{\Omega}'$, определяемого приходом фотона в \mathbf{r}' после первого рассеяния в \mathbf{r} . Задача резко упрощается, если сделать предположение

$$p(z', \rho, \vec{\Omega}') = p(z', \rho, \vec{\Omega}_0), \quad (5.8)$$

т.е. вероятность выхода в повторных рассеяниях не зависит от $\vec{\Omega}'$. Такое упрощение согласуется с условиями рассеяния в узком луче, когда выходящее вбок излучение в луч не возвращается. При этом в луче остается в первую очередь то излучение, что рассеялось под малыми углами к оси. Предположение (5.8)

можно применять в некоторых случаях и тогда, когда условие (5.1) не выполнено. Так, при изотропном рассеянии индикатриса $\chi = 1$ не зависит от начального направления, поэтому можно положить $\vec{\Omega}' // \vec{\Omega}_0$. В противоположном случае сильно вытянутой вперед индикатрисы отклонения от осевого направления малы, поэтому их можно не учитывать.

Введем относительные координаты

$$\rho'/R = x', \quad z'/l = Z', \quad z/l = Z. \quad (5.9)$$

Опустим в аргументах ρ радиус ρ и направление $\vec{\Omega}_0$, тогда вместо (5.6) с учетом предположения (5.8) получаем

$$p(Z) = 0,5\lambda t_0 \int_0^1 dZ' p(Z') A(Z - Z') + p_1(Z) = = \lambda V p(Z') + p_1(Z), \quad (5.10)$$

где

$$A(Z, Z') = \left(\frac{R}{l}\right)^2 \int_0^1 x' dx' \chi(\gamma_s) \times \times \frac{\exp\{-t_0 [x'^2(R/l)^2 + (Z - Z')^2]^{1/2}\}}{x'^2(R/l)^2 + (Z - Z')^2}, \quad (5.11)$$

$$\cos \gamma_s = (Z' - Z) / [x'^2(R/l)^2 + (Z - Z')^2]^{1/2}. \quad (5.12)$$

Уравнение (5.10) можно решать методом последовательных приближений, как при нахождении q в п. 4.1.

Представим решение в виде ряда

$$p(Z) = \sum_{k=1}^m \lambda^k P_k(Z); \quad (5.13)$$

здесь $P_1(Z) = p_1(Z)/\lambda(Z)$, где $p_1(Z)$ определяется выражением (5.5), т.е.

$$P_1(Z) = 0,5 \int_{\eta_{entr}}^1 \chi(Z, \eta_e) \exp[-(t_0 - t)/\eta_e] d\eta_e, \quad (5.14)$$

$$P_k = V P_{k-1} = V^{k-1} P_1. \quad (5.15)$$

Для неучтенной части бесконечного ряда аналогично (4.23) при $\|V\| \lambda < 1$ находим

$$p(Z) - \sum_{k=1}^m \lambda^k P_k(Z) \leq P_{1\max} \frac{\|V\|^{m+1} \lambda^{m+1}}{1 - \|V\| \lambda}. \quad (5.16)$$

В случае учета лишь однократного рассеяния следует положить $p = p_1$, где p_1 определяется по (5.5).

Величину потока регистрируемого рассеянного излучения W_{scat} можно рассчитывать, пользуясь выражениями (5.2), (5.14) и решая уравнение (5.10) методом последовательных приближений (5.13), (5.15). Из перечисленных соотношений следует, что W_{scat} зависит от оптических характеристик среды $t_0, \lambda, \chi(\gamma_s)$ от входной апертуры регистрирующего прибора β_{entr} и от относительной ширины луча R/l (см. (5.11), (5.12)). Рассмотрим результаты

расчетов, иллюстрирующих эти зависимости. Расчеты проведены, как и в п. 4.4, в случае больших частиц ($D \gg 1$), когда индикатрисы определяются по (2.17), (2.19) (поглощающие частицы, $\chi = \chi_d, \lambda_p = 0,5$) и по (2.25) (рассеивающие частицы, $\chi = \chi_{d+g}, \lambda_p = 1$). На рисунках 19–21 представлены результаты при $k_a = 0, t_0 = t_p$, т.е. вне спектральных линий. Расчет вероятности выхода при многократном рассеянии велся при $m = 5$, что обеспечивало погрешность по (5.16) не более нескольких процентов.

На рис. 19 показана зависимость потока рассеянного в прибор излучения от входной апертуры. Кривые 1–3 относятся к одинаковой индикатрисе χ_d ($D = 20$). На оси показано значение угла $\gamma_{s1} = 0,192$ рад, определяемого по (2.18). Рост апертуры β_{entr} до γ_{s1} приводит и к возрастанию потока рассеянного излучения. При дальнейшем росте β_{entr}

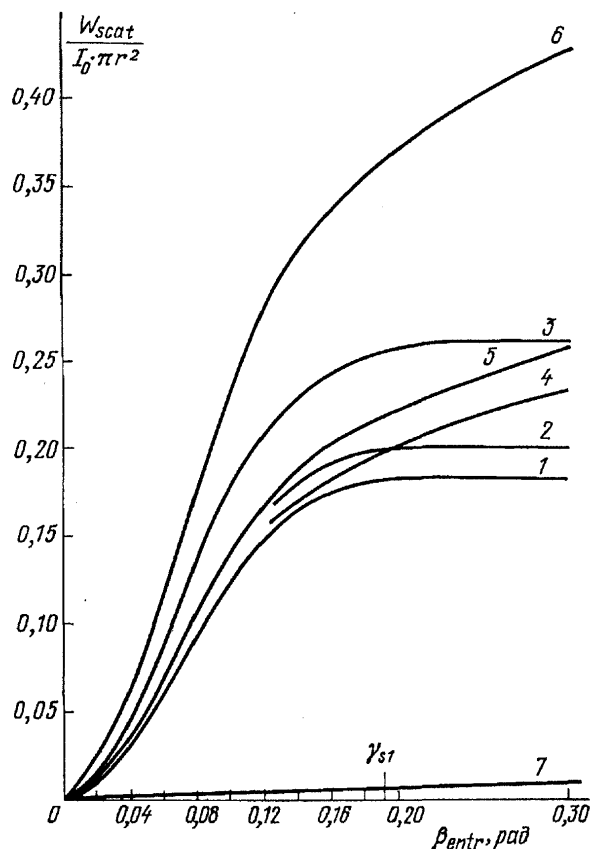


Рис. 19. Зависимость рассеянного в прибор светового потока $W_{scat}/I_0 \cdot \pi R^2$ от входной апертуры β_{entr} при $t_p = 1$ и $D = 20$. В таблице приведен набор условий для каждой кривой:

Кривая	R/l	χ	λ_p	m
1	—	χ_d	0,5	1
2	0,01	χ_d	0,5	5
3	0,1	χ_d	0,5	5
4	—	χ_{d+g}	1	1
5	0,01	χ_{d+g}	1	5
6	0,1	χ_{d+g}	1	5
7	0,1	$\chi = 1$	1	5

рост W_{scat} прекращается, так как апертура столь велика, что практически все рассеянное излучение при индикатрисе (2.19) уже прошло в прибор при $\beta_{entr} \approx \gamma_{s1}$. Учет многократного рассеяния увеличивает рассчитанный поток (кривые 2, 3 идут выше кривой 1). Наконец, на W_{scat} влияет относительная ширина луча R/l : при росте R/l в прибор попадает больше рассеянного света, так как при заданной оптической плотности в более широком луче меньше вероятность потерь света после рассеяния через боковую поверхность поля зрения. Кривые 4–6 относятся к индикатрисе χ_{d+g} , учет многократного рассеяния и рост R/l влияют на результат так же, как в предыдущем случае. В отличие от него рост W_{scat} только замедляется в области $\beta_{entr} = \gamma_{s1}$, оставаясь существенным. Это связано с тем, что к ограниченному по углам рассеянию (2.19) добавилось более размазанное χ_g (2.20), (2.25). Наконец, кривая 7 (изотропное рассеяние) дает довольно малый вклад в наблюдаемый поток, что определяется малостью входного телесного угла здесь по сравнению с полным углом 4π .

На рис. 20 построена доля проходящего через газ с частицами света в зависимости от входной апертуры β_{entr} в случае больших поглощающих частиц ($\chi = \chi_d$) при разных параметрах дифракции. Чем больше параметр дифракции, тем при меньших углах β_{entr} , близких к γ_{s1} (отмечены на оси абсцисс при $D = 20, 30, 200$), прекращается рост W при увеличении β_{entr} . На оси ординат отмечено значение $\exp(-t_0)$. Ясно, что для прямого измерения этой величины, необ-

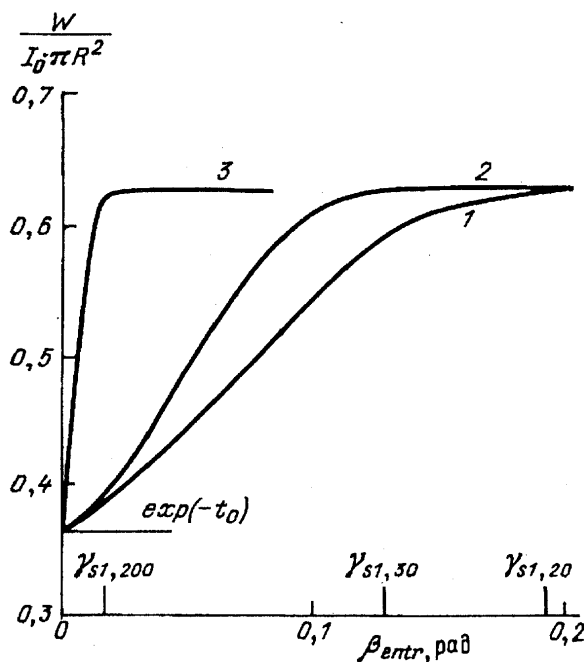


Рис. 20. Зависимость прохождения света $W/I_0 \cdot \pi R^2$ от входной апертуры прибора β_{entr} при $t_0 = 1, R/l = 0,1, m = 5, \chi = \chi_d, \lambda_p = 0,5$ и различных параметрах дифракции: 1— $D = 20$, 2— $D = 30$, 3— $D = 200$

ходимо иметь в случае вытянутых индикатрис малый входной угол ($\beta_{\text{entr}} \ll \gamma_{S1}$). В общем же случае, когда апертура выбрана и произведено измерение $W/I_0\pi R^2$, для нахождения t_p следует пользоваться расчетами зависимостей таких, как на рис. 21. С ростом t_p поток проходящего в прибор света уменьшается, но тем медленнее, чем больше λ_p . Для сравнения на том же рисунке приведена $\exp(-t_p)$. Ясно, что учет попадающего после рассеяния в прибор света в условиях рис. 21 совершенно необходим.

Итак, описано прохождение тонкого луча в газе с КДФ. Результаты дают возможность правильно определять оптическую плотность газа с КДФ по ослаблению луча.

6. Методы диагностики.

6.1. Общие вопросы. В настоящем разделе рассматриваются методы диагностики газа с КДФ, основанные на измерениях интенсивности собственного излучения и ослабления излучения стороннего излучателя. В результате таких измерений могут быть определены температуры и концентрации атомов и частиц дисперсной фазы. Искомые температуры связаны с первичным излучением законом Кирхгофа, а связи интенсивностей выходящего излучения с первичными излучателями, определяемые процессом переноса излучения, описаны в разделах 3 и 4. Концентрации атомов и частиц связаны с оптической плотностью среды через коэффициенты экстинкции, а связь ослабления тонкого луча с оптической плотностью рассмотрена в разделе 5.

Результаты расчетов переноса излучения могут быть использованы для определения температуры, если известны вероятности выживания λ_p и индикатрисы рассеяния $\chi(\gamma_S)$ частиц. Для определения концентраций частиц требуются сечения экстинкции Σ_p . Эти сведения о частицах могут быть получены разными способами, которым посвящена обширная литература (см., например, [7, 51—54]). Здесь подчеркнем лишь, что если известны (хотя бы приближенно) размеры и показатель преломления вещества частиц, то можно воспользоваться результатами расчетов, обсуждавшихся в разделе 2. Кроме того, обратим внимание на зависимость формы спектральной линии от величин λ_p, χ (см. п. 4.3, 4.4). Эта зависимость может быть использована для экспериментального определения λ_p, χ .

Измерения интенсивности собственного излучения и ослабления излучения стороннего источника обычно производятся по схеме, в которую входят следующие элементы (см. рис. 12): 1. Внешний источник L . 2. Спектральный прибор (δ), выделяющий спектральные области, внутри которых регистриру-

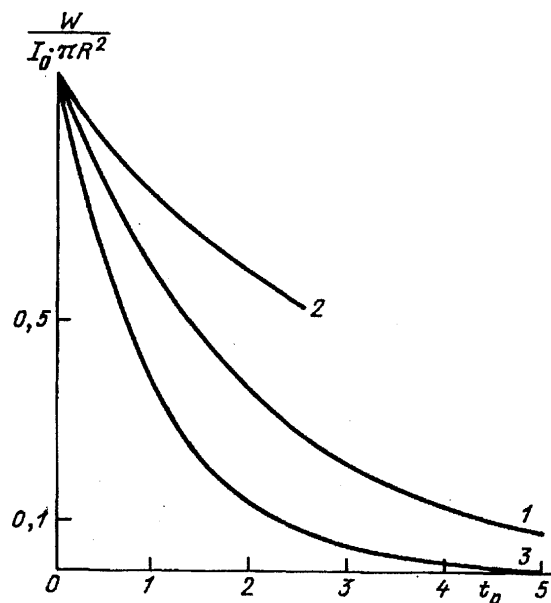


Рис. 21. Зависимость прохождения света $W/I_0 \cdot \pi R^2$ от оптической плотности t_p при $R/l = 0,1$, $\beta_{\text{entr}} = 0,2$, $m = 5$. 1 — $\chi = \chi_d$, $D = 20$, $\lambda_p = 0,5$; 2 — $\chi = \chi_{d+g}$, $D = 20$, $\lambda_p = 1,3 - \exp(-t_p)$

ются потоки излучения. 3. Оптическая схема, определяющая поле зрения и входную апертуру спектрального прибора, а также прохождение через них света стороннего источника. Оптическая схема должна быть построена так, чтобы в поле зрения спектрального прибора не попадали какие-либо части поверхности, ограничивающие исследуемый объем, в частности, область 5, примыкающая к оптическому окну на противоположной прибору стенке.

Остановимся несколько подробнее на отдельных элементах оптической схемы. В качестве источника излучения L на протяжении многих лет используются ленточные вольфрамовые лампы, так как они стабильно работают и могут быть откалиброваны с высокой точностью. Когда температура газа существенно превышает 3000 К, приходится использовать более мощные источники для уменьшения погрешности измерений интенсивности. Между источником L и линзой 1 обычно размещается вращающийся диск с отверстиями, который периодически закрывает световой поток от источника L в измерительную систему. При исследовании труднодоступных объектов в оптическую схему включается волоконная оптика, позволяющая увеличивать расстояния между лампой, объектом и спектральным прибором.

Спектральные аппараты обычно представляют собой традиционные дифракционные приборы с тем или иным спектральным разрешением. В последнее десятилетие существенно изменяется выходная часть приборов, преобразующая световые сигналы в электрические. В течение многих лет, в основном, для этого преобразования использовались фотоумножители, способные воспринимать свет в отдельных спект-

ральных интервалах, вырезаемых выходной щелью монохроматора. В настоящее время фотоумножители тоже используются широко. Но, кроме того, все более часто на выходе спектральных аппаратов ставят матрицы из фотодиодов, позволяющие одновременно регистрировать световые сигналы в различных участках спектра. Такие системы, связанные с ЭВМ, резко увеличивают возможности диагностики в газе с КДФ, так как здесь часто требуется проводить измерения на разных частотах. Если объект не является стабильным, одновременность измерений становится важной.

Пусть I_r и I_L — интенсивности исследуемого излучателя и стороннего источника L , а J_r и J_L — пропорциональные этим интенсивностям регистрируемые электрические сигналы.

Абсолютное значение I_r измеряемой интенсивности рассчитывается по соотношению

$$I_r = I_L J_r / J_L. \quad (6.1)$$

Здесь свет от стороннего источника и объекта должен проходить в прибор из одинаковых областей пространства и внутри одинаковых телесных углов. J_L регистрируются в отсутствие свечения объекта.

Пусть J_{r+L} — сигнал, регистрируемый при излучении среды, просвечиваемой излучением источника L . Тогда относительное ослабление излучения описывается физически ясной комбинацией сигналов:

$$(J_r + J_L - J_{r+L}) / J_L = 1 - (J_{r+L} - J_r) / J_L. \quad (6.2)$$

Доля прошедшего излучения есть

$$(J_{r+L} - J_r) / J_L. \quad (6.3)$$

В (6.2) и (6.3) входят только разности сигналов, включающих в себя излучение исследуемого объекта. Поэтому при измерениях ослабления или доли прошедшего излучения собственное излучение может приходить не только из тех областей, что освещены источником L ,

В общем случае для установления связи наблюдаемого ослабления (6.2) или прохождения луча (6.3) с оптической плотностью t_0 следует учитывать попадание в спектральный прибор рассеянного излучения этого луча (см. формулы (5.2), (5.3)). Когда же рассеянный свет луча в прибор не попадает, для ослабления и прохождения света, соответственно, имеем

$$1 - (J_{r+L} - J_r) / J_L = 1 - \exp(-t_0), \quad (6.4)$$

$$(J_{r+L} - J_r) / J_L = (I_{r+L} - I_r) / I_L = \exp(-t_0). \quad (6.5)$$

Соотношения (6.4), (6.5) имеют место либо в случае, когда рассеяние в среде просто отсутствует ($\lambda=0$), либо когда рассеяние есть ($\lambda \neq 0$), но входная апертура спектрального прибора достаточно мала и не пропускает рассеянного света зондирующего луча,

т.е. в (5.3) $W_{\text{scat}} \ll W$. В (6.4) и (6.5) считается, что на регистрируемом интервале частот t_0 и I_L заметно не изменяются.

Интенсивность I_r зависит в рассеивающей среде от излучения I_{s0} поверхностей, окружающих исследуемый объем (см. разделы 3, 4). Интенсивность I_{s0} можно найти экспериментально. Для этого надо дополнительно зарегистрировать сигнал J_{r+S} обусловленный излучением объема и противоположной стенки. Спектральный прибор должен быть установлен так, чтобы в его поле зрения попала противоположная стенка вместо оптического отверстия перед L , при этом оптическая плотность на пути света от наблюдаемой стенки до прибора должна быть той же, что при наблюдении зондирующего луча от L .

В случае, когда спектральный прибор не регистрирует рассеянного излучения того участка противоположной стенки, который попал в поле зрения прибора, аналогично (6.5) находим

$$(I_{r+S} - I_r) / I_{s0} = \exp(-t_0). \quad (6.6)$$

Исключая t_0 из (6.5) и (6.6), находим

$$I_{s0} = I_L (J_{r+S} - J_r) / (J_{r+L} - J_r). \quad (6.7)$$

Таким образом, регистрация сигналов J_r , J_{r+L} , J_{r+S} дает возможность найти интенсивность I_r , оптическую плотность t_p и интенсивность излучения поверхности I_{s0} .

6.2. Измерение температуры частиц конденсированной фазы. В настоящем разделе рассматриваются некоторые возможности измерения усредненной по направлению наблюдения температуры частиц, т.е. предполагается, что температура не изменяется внутри объекта. Пусть измерения ведутся в тех спектральных областях, где имеется континуум, обусловленный только частицами, т.е. $k_a = 0$, а $t_0 = t_p$. Первичные источники в этих областях в соответствии с (3.8) и (3.11) имеют вид

$$g = g_p + g_s, \quad (6.8)$$

$$g_p = (1 - \lambda_p) I_p^0. \quad (6.9)$$

Каждому из первичных источников g и g_s соответствует слагаемое общей интенсивности. Поэтому имеем

$$I_r = I_{vp} + I_s. \quad (6.10)$$

Расчеты переноса излучения дают возможность находить относительную излучательную способность объекта ("emittance") в виде

$$I_r / I_p^0 = A_p; \quad (6.11)$$

здесь A_p зависит в общем случае от оптических характеристик частиц (t_p , λ_p , $\chi(\gamma_s)$), формы излучателя и от излучения стенок (I_{s0} / I_p^0). Когда температура стенок равна температуре частиц ($I_{s0} / I_p^0 = 1$) или стенки отсутствуют, (6.11) представляет собой фор-

мулировку закона Кирхгофа и A_p есть поглощательная способность объекта. Пусть T_L — яркостная температура источника L , тогда $I_L = I_L^0$ и из (6.1) находим

$$I_p^0/I_L^0 = J_r/J_L A_p. \quad (6.12)$$

Это основное соотношение, по которому рассчитывается температура частиц по измеренным сигналам J_r , J_L и найденному значению A_p ; здесь I^0 определяется функцией Планка (2.40). При $h\nu \gg kT$ из (6.12) получается следующее выражение для температуры

$$T_p = T_L [1 - (kT/h\nu) \ln(J_p/J_L A_p)]^{-1}. \quad (6.13)$$

Рассмотрим нахождение A_p в разных случаях.

6.2.1. Рассеяние частицами столь мало, что им можно пренебречь ($\lambda_p \rightarrow 0$). В этом случае $g_s = 0$ и по (6.8)—(6.10) находим $g = I_p^0$, $I_r = I_{vp}$. Как получалось ранее (см. рис. 6, 7), относительные излучательные способности описываются в отсутствие рассеяния выражением $I_r/I_p^0 = 1 - \exp(-t_p)$. Если учесть и то, что в отсутствие рассеяния все ослабление излучения определяется только поглощением, можно записать

$$A_p = 1 - \exp(-t_p) = (J_r + J_L - J_{r+L})/J_L. \quad (6.14)$$

Из (6.12) и (6.14) следует, что измерения трех сигналов J_r , J_L , J_{r+L} и знания температуры T_L достаточно для определения температуры частиц T_p .

6.2.2. Рассеяние существенно ($\lambda_p \neq 0$), излучение свободно выходит за границы объекта. Этот случай может иметь место (см. п. 4.2.2), например, в отсутствие ограничивающих поверхностей. Либо когда поверхности прозрачны. Здесь, как и в п. 6.2.1, A_p , определяемое формулой (6.11), есть поглощательная способность, но первое равенство в (6.14) не имеет места, так как оптическая плотность t_p определяется не только поглощением, но и рассеянием. Поглощательная способность здесь, а следовательно, и относительная излучательная способность меньше, чем при отсутствии рассеяния. Эти качественные соображения подтверждаются рассчитанными кривыми на рис. 6, 7; здесь, как и в предыдущем случае, $I_r = I_{vp}$. Кривые при $\lambda_p = 0,5$ ($\nu I; 0,5$) идут ниже кривых при $\lambda_p = 0$ ($\nu I; 0$). При этом ход кривых зависит от формы объекта (см. рис. 7). В этом случае нельзя обойтись без расчета относительной излучательной способности I_{vp}/I_p^0 в зависимости от оптической плотности t_p . Расчет же можно произвести, если известны характеристики рассеяния частицами λ_p и $\chi(\gamma_s)$. Второе равенство (6.14) здесь может иметь место, если входная апертура спектрального прибора мала.

6.2.3. Рассеяние существенно ($\lambda_p \neq 0$), исследуемый объем окружен замкнутой поверхностью, име-

ющей ту же температуру, что среда ($I_{s0} = I_p^0$). Это случай изотермической полости, рассмотренной в п. 3.2. Предположим, что в полости есть оптические отверстия, как на рис. 12, но их влиянием на равновесное излучение можно пренебречь. Условия выполнения такого предположения рассматривались многократно; см., например, [55]. Главное из условий очевидно: отверстия должны быть достаточно малыми. В диагностических опытах выполнение этого условия не всегда просто осуществляется. В этом можно убедиться, анализируя результаты п. 4.4. Действительно, именно размер отверстия на противоположной наблюдателю стенке сильно влиял на интенсивность выходящего излучения.

Если условие малости отверстий выполнено, то из формулы (3.30) при $I_{va} = 0$ и $\tau(r_s \rightarrow r_{s+}) = t_p$, получаем

$$(I_{vp}/I_p^0) + (I_s/I_{s0}) = 1 - \exp(-t_p). \quad (6.15)$$

При $I_p^0 = I_{s0}$ с учетом формул (6.10) и (6.11) находим, что (6.15) эквивалентно первому равенству (6.14). Иначе говоря, в замкнутой полости поглощательная способность среды такая же, как в случае чисто поглощающей среды при том же t_p . Результат не зависит от рассеивающих характеристик среды. Физический смысл в том, что все ослабление света, попадающего в рассматриваемый объем, определяется поглощением в нем. То, что первоначально рассеивается, затем поглощается частицами, либо стенкой. С этим связано совпадение кривых I_r/I_p^0 относительной излучательной способности на рис. 6, 7 в случае чистого поглощения ($\nu I; 0$), чистого рассеяния ($S; I$) и суммарных кривых (Σ) во всех промежуточных случаях. Подчеркнем, что формула (6.15) и первое из равенств (6.14) справедливы в случае изотермической полости при произвольных характеристиках рассеяния частиц, в том числе, при любом анизотропном рассеянии. Это следует из общего рассмотрения, проведенного в п. 3.2.

При измерении поглощательной (или излучательной) способности здесь, как и в предыдущем случае, надо учитывать W_{scat} по формуле (5.2). Пользоваться вторым равенством (6.14) можно только в случае достаточно малого W_{scat} .

6.2.4. Рассеяние существенно ($\lambda_p \neq 0$), температура стенок везде одинакова, но отличается от температуры среды, т.е. $I_{s0} \neq I_p^0$; здесь $I_r = I_{vp} + I_s$. В этом случае не обязательно производить расчет интенсивности рассеянного излучения стенок I_s . Можно воспользоваться результатами, полученными в п. 6.2.2 и 6.2.3, т.е. ограничиться расчетом I_{vp}/I_p^0 , измерением оптической плотности t_p по (6.4) и относительной интенсивности излучения стенок I_{s0}/I_L по (6.7).

Действительно, с помощью (6.15) можно получить для A_p , определяемого формулой (6.11) (учтя, что $I_L = I_L^0$);

$$A_p = \frac{I_r}{I_p^0} = \frac{I_{vp} + I_s}{I_p^0} = \frac{I_{vp}}{I_p^0} \left(1 - \frac{I_{s0}}{I_L^0} \frac{I_L^0}{I_p^0} \right) - \frac{I_{s0}}{I_L^0} \frac{I_L^0}{I_p^0} [1 - \exp(-t_p)]. \quad (6.16)$$

В A_p входит неизвестное отношение I_p^0/I_L^0 . Подставляя (6.16) в (6.12), можно получить соотношение, где единственное неизвестное есть I_p^0/I_L^0 . Такое соотношение более сложно, чем (6.12), но вполне может быть использовано для определения температуры частиц. Часто бывает, что температура окружающей поверхности ниже, чем температура частиц $I_{s0} < I_p^0$. В этом случае в соответствии с (6.16) величина A_p находится между I_{vp}/I_p^0 и $1 - \exp(-t_p)$. Разница между этими двумя функциями иногда может рассматриваться как вполне допустимая погрешность в определении A_p , так как A_p стоит под знаком логарифма в (6.13).

6.2.5. Рассеяние существенно ($\lambda_p \neq 0$), на поверхностях существуют ярко светящиеся малые области. Такие условия часто возникают вблизи электродов в электрическом разряде. На электродах могут образовываться малые пятна с большой яркостью, а на стенках, окружающих разряд, возникают блики. В этом случае рассеянное излучение ярких образований рассчитывать необходимо, учитывая конкретное расположение образований и спектральной аппаратуры, а также анизотропию рассеяния частиц. В таких расчетах вероятностный метод представляется весьма подходящим. Его можно использовать подобно тому, как это сделано в п. 4.4 и разделе 5.

Измерение оптической плотности t_p , производимое при измерениях температуры частиц, дает возможность найти и среднюю концентрацию частиц, если известно сечение экстинкции Σ_p . Расчет производится по простому соотношению

$$t_p = \alpha_p l = n_p \Sigma_p l; \quad (6.17)$$

здесь l — глубина излучателя.

Измерения в континууме на нескольких сильно отличающихся друг от друга частотах предоставляют дополнительные возможности как при измерениях температур, так и при измерениях концентраций. Если известна относительная зависимость коэффициента экстинкции от частоты, то можно найти не только концентрацию, но и абсолютное значение сечения Σ_p [56]. Отметим, что при выборе частот, на которых ведутся измерения в континууме, надо сле-

дить за тем, чтобы излучение или поглощение в газовой фазе роли не играло. Даже широкие крылья атомарных линий могут привести к существенной погрешности измерений [57].

Таким образом, по измерениям в континууме можно определить температуру частиц; в некоторых случаях эффект рассеяния частицами должен быть предварительно рассчитан.

6.3. Измерение температуры и концентрации атомов. Далее рассматриваются наиболее простые и надежные способы измерения усредненных температуры и концентрации атомов. Сначала остановимся на измерении температуры.

6.3.1. Измерения должны проводиться в тех областях спектра, где есть спектральные линии, т.е. $k_a \neq 0$ и $t_0(\nu) = t_a(\nu) + t_p$. Первичные источники определяются формулами (3.8) и (4.26):

$$g(\nu) = t_a(\nu) I_a^0 (t_a(\nu) + t_p)^{-1} + t_p (1 - \lambda_p) I_p^0 (t_a(\nu) + t_p)^{-1} + g_s. \quad (6.18)$$

Интенсивность выходящего из объема излучения может быть представлена в виде:

$$I_r = I_{va} + I_{vp} + I_s. \quad (6.19)$$

При изменении частоты изменяется каждое слагаемое интенсивности (см., например, рис. 11) и вероятность выживания $\lambda(\nu)$ по (4.25).

Предположим, что температура T_p и оптическая плотность t_p частиц измерены (см. п. 6.2). Измерения t_p проведены в спектральной области, примыкающей к области линии. Тогда можно считать, что в области линии t_p равна измеренной.

Пусть $\delta \nu$ — минимальный спектральный интервал, выделяемый спектральным прибором. Допустим, что $\delta \nu$ существенно меньше, чем ширина наблюдаемой атомарной линии, т.е. линия спектрально разрешена. При различных частотах регистрируются разные $t_a(\nu)$ и $I_r(\nu)$ внутри линии. Рассмотрим простейшие случаи измерения температуры газа. Положим, что рассеяния нет, т.е. $\lambda_p = 0$, тогда вместо (6.18) имеем:

$$g(\nu) = (t_a(\nu) I_a^0 + t_p I_p^0) / (t_a(\nu) + t_p) \quad (6.20)$$

и интенсивность излучения записывается в хорошо известном виде

$$I_r = (t_a(\nu) I_a^0 + t_p I_p^0) \times [1 - \exp(-t_a(\nu) - t_p)] (t_a(\nu) + t_p)^{-1}. \quad (6.21)$$

На выбранной частоте ν должны быть измерены сигналы J_r, J_L, J_{r+L} . Используя (6.1), (6.4) и $t_0 = t_a(\nu) + t_p$, находим

$$(t_a(\nu) I_a^0 + t_p I_p^0) / t_a(\nu) = I_L^0 J_r(\nu) / (J_r(\nu) + J_L - J_{r+L}(\nu)). \quad (6.22)$$

Для нахождения I_a^0 или температуры T_a по (6.22) надо: 1) на выбранной частоте ν внутри линии найти по трем измеренным сигналам $t_0(\nu)$ (см. (6.4)), 2) использовать измеренное t_p для нахождения $t_a(\nu) = t_0(\nu) - t_p$, 3) использовать известные I_p^0 и I_L^0 для окончательного расчета.

Допустим, что атомарная оптическая плотность гораздо больше оптической плотности частиц: $t_a(\nu) \gg t_p$. Оптическая плотность обычно растет при изменении частоты по мере приближения частоты к частоте центра линии. При выполнении условия $t_a(\nu) \gg t_p$ в соответствии с (4.25) находим

$$\lambda = \lambda_p t_p / (t_a(\nu) + t_p) \rightarrow 0.$$

Это означает, что при достаточно больших $t_a(\nu)/t_p$ можно пренебречь рассеянием. При этом $g_s \rightarrow 0$, $g(\nu) \rightarrow I_a^0$. Если, кроме того, $t_a(\nu) \gg 1$, то

$$I_r = I_{va} = I_a^0 [1 - \exp(-t_a)] \rightarrow I_a^0.$$

В этом случае из (6.1) сразу находим при $I_L = I_L^0$

$$I_a^0 = I_L^0, \quad J_r/J_L. \quad (6.23)$$

Как видим, здесь не требуется знания t_p и I_p^0 . Подобная возможность следует и из приведенных в п. 4.3 результатов расчета при постоянной внутри объекта температуре газа (см. рис. 9—11). Существенно, что эффект имеет место и при наличии стенок. Результат понятен: при больших t_a влияние излучения и рассеяния частиц подавляется весьма вероятным поглощением атомами. Выбор достаточно большого t_a надо проводить с осторожностью в силу описанных в п. 4.3 особенностей поведения контуров даже при значительных величинах $t_a \approx 1-5$. Особенности связаны с влиянием зигзагообразного движения фотонов, вызванного рассеянием, на поглощение света атомами. Тем не менее при достаточно больших t_a эти эффекты становятся столь малыми, что ими можно пренебречь. Предварительные расчеты линий дают основу для правильного выбора условий опытов.

При выборе частот, подходящих для проведения измерений температуры газа, надо учитывать возможную неоднородность в объекте. Линии могут быть и самообращенными, тогда надо отступать от центра линий и вводить некоторые поправки [4]. Поправки на неоднородность найти много проще, чем рассчитывать эффекты рассеяния, но для их нахождения надо иметь предварительные сведения о характере неоднородности объекта. Часто такие сведения имеются. Одна из возможностей экспериментального исследования неоднородностей обсуждается в п. 6.4.

Условию $t_a(\nu_0) \gg 1$ могут удовлетворять лишь достаточно сильные линии. Для проведения измерений температуры часто специально вводится вещество с

подходящими линиями. Так, в продуктах сгорания для измерения температуры используется излучение в резонансных линиях специально вводимого натрия.

В иных случаях, когда $\lambda_p \neq 0$ и $t_a(\nu) \approx t_p$, приходится учитывать рассеяние так, как это делается при измерении температуры частиц. Подробности этой процедуры аналогичны описанным в п. 6.2.2 и 6.2.4 и здесь повторяться не будут. В случае изотермической полости, где $I_a^0 = I_p^0$, рассмотрение такое же, как в п. 6.2.3 с той разницей, что вместо (6.15) можно записать

$$I_v + I_s = I_{vp} + I_{va} + I_s = I_a^0 [1 - \exp(-t_a - t_p)]. \quad (6.24)$$

Измерение температуры при отсутствии рассеяния обсуждалось в работах [57, 58]. В [59, 60] учитывались потери света из-за рассеяния. Положительный вклад рассеяния излучения стенок в наблюдаемую интенсивность рассчитан в конкретных условиях [61]. Результаты этих и иных численных расчетов не противоречат тому, что при достаточно больших атомарных оптических плотностях t_a можно находить температуру газа относительно просто, так, как описано выше.

6.3.2. Обратимся к концентрации атомов (молекул). Рассмотрим определение концентрации по измерению ослабления излучения в области спектральной линии. Атомарная оптическая плотность связана с концентрацией атомов следующим соотношением

$$t_a(\nu) = n_a \sigma_a(\nu) l. \quad (6.25)$$

Эта связь является основной при нахождении концентрации атомов путем измерения ослабления излучения стороннего источника. Для нахождения n_a надо знать сечение поглощения линии $\sigma_a(\nu)$ (см. п. 2.2).

Результаты измерений существенно зависят от ширины регистрируемого спектрального интервала $\delta \nu$.

Пусть $\delta \nu$ столь мало, что атомарная оптическая плотность $t_a(\nu)$ внутри $\delta \nu$ заметно не изменяется. В этом случае надо на выбранной частоте внутри линии измерить $t_0(\nu)$, а вблизи линии — оптическую плотность частиц t_p . Тогда по $t_a(\nu) = t_0(\nu) - t_p$ и (6.25) можно найти концентрацию n_a . Подобные измерения на одной частоте внутри линии употребляются редко. Чаще используют измерения на двух или нескольких частотах, что уменьшает погрешность измерений. Это относится и к измерениям в отсутствие частиц.

Пусть $\delta \nu$ столь велико, что вмещает в себя всю область спектральной линии, где $k_a \neq 0$, либо

большую ее часть. В этом случае концентрация атомов определяется по интегральному ослаблению излучения в спектральной линии. При отсутствии макроскопических частиц такой метод применяется достаточно широко [18, 19].

Допустим, что рассеянное излучение источника L в прибор не попадает, тогда в случае широкого спектрального интервала $\delta\nu$ следует вместо (6.5) для прохождения света написать

$$(J_{r+L} - J_r)/J_L = \int_{\delta\nu} I_L(\nu) \exp(-t_0(\nu)) d\nu / \int_{\delta\nu} I_L d\nu. \quad (6.26)$$

Учтя формулу (6.25), равенство $t_0(\nu) = t_a(\nu) + t_p$ и то, что оптическая плотность t_p внутри интервала $\delta\nu$ не изменяется, находим

$$\begin{aligned} \frac{J_{r+L} - J_r}{J_L} \exp t_p = \\ = \int_{\delta\nu} I_L(\nu) \exp(-\sigma_a(\nu) n_a l) d\nu / \int_{\delta\nu} I_L d\nu. \end{aligned} \quad (6.27)$$

Правая часть (6.27) может быть рассчитана при известных $I_L(\nu)$, $\delta\nu$ и $\sigma_a(\nu)$, как функция произведения $n_a l$. Результат расчета не зависит от наличия частиц. Подобные расчеты ранее производились многократно. Измерение же трех сигналов J_r , J_L , J_{r+L} в области линии, а также вне линии (для определения t_p), дает возможность в конкретном опыте найти левую часть (6.27). Сравнение результата с рассчитанной правой частью определяет искомую концентрацию n_a . Когда $I_L(\nu)$ постоянно внутри $\delta\nu$, вместо (6.27) имеем

$$\begin{aligned} \frac{J_{r+L} - J_r}{J_L} (\exp t_p) = \\ = \frac{1}{\delta\nu} \int_{\delta\nu} \exp(-\sigma_a(\nu) n_a l) d\nu. \end{aligned} \quad (6.28)$$

Часто в расчетах вместо характеристики прохождения света используют так называемую эквивалентную ширину атомарной линии поглощения:

$$A_g = \int_{\delta\nu} [1 - \exp(-\sigma_a(\nu) n_a l)] d\nu. \quad (6.29)$$

При наличии частиц в измерениях получается следующая эквивалентная ширина

$$A_g = \left(1 - \frac{J_{r+L} - J_r}{J_L} \exp t_p\right) \delta\nu. \quad (6.30)$$

В отсутствие частиц концентрацию атомов часто определяют по ширине спектральных линий излучения. Такие методы можно использовать и в газе с КДФ, для чего вполне пригодны спектральные линии, рассчитанные в зависимости от t_a (см. рис. 9—11). Более простыми и надежными представляются способы определения n_a по поглощению в газе с КДФ, так как в них не требуется рассчитывать кон-

туры линий, зависящие от свойств рассеяния частицами ($\lambda_p, \chi(\nu_s)$) и от излучения стенок.

В спектральной диагностике при нахождении температур и концентраций обычно очень важен вопрос о погрешностях измерений. Источники погрешностей разнообразны, этим вопросам посвящены многие работы (см., например, [4, 19]). В газе с КДФ помимо погрешностей, связанных с измерительными системами (погрешность градуировки источника сравнения L , шумы в электрических схемах, погрешности регистрирующих приборов и т.д.), важную роль играют погрешности, определяемые самим объектом. Прежде всего — это погрешности, обусловленные временной нестабильностью объекта [4]. Так, при измерениях температуры результат существенно зависит от соотношения между характерным временем нестабильностей и временем регистрации. Если время регистрации существенно больше времени нестабильности, определяется некоторая средняя величина, которая отличается от средней температуры. Это связано с нелинейной зависимостью интенсивности излучения от температуры. Когда времена нестабильностей сравнимы с временами регистрации, погрешность измерений может быть особенно большой и ее необходимо учитывать. Для разумной интерпретации результатов надо иметь сведения о нестабильности объекта, которые; обычно можно получить, регистрируя и анализируя сигналы J_r .

Суммируя все вышеизложенное, можно заключить, что температуру атомов надежнее всего определять, используя центральные части оптически плотных линий, а концентрацию — по интегральному поглощению в линиях.

6.4. Исследование пространственной неоднородности по контуру спектральной линии. В отличие от п. 6.2, 6.3 здесь рассматривается одна из возможностей исследования пространственного распределения характеристик газа с КДФ. Пространственные распределения в неоднородном излучающем газе часто исследуют по интенсивностям излучения. Для этого интенсивности наблюдают вдоль различных лучей зрения. Наблюдение в различных направлениях привело к развитию методов томографии [62]. Наблюдение вдоль параллельных лучей зрения часто используются для нахождения распределений в цилиндрическом симметричном излучателе [19]. Однако существует большая группа излучателей, доступ к которым весьма ограничен, например, упоминавшиеся во введении продукты сгорания с КДФ. Эти излучатели окружены непрозрачными стенками, в которых имеются отверстия, позволяющие наблюдать излучение только

вдоль одного луча зрения (см. рис. 12). Задача состоит в том, чтобы найти распределения характеристик вдоль этого луча. Задача может быть решена путем исследования различных участков спектра излучения, в которых свет приходит к наблюдателю из разных глубин.

Вероятность прямого выхода света к наблюдателю определяется экспонентой от оптической глубины (4.6), т.е. при $\eta = 0$

$$q_0 = \exp(-I(v)). \quad (6.31)$$

Именно излучение, пришедшее без промежуточных взаимодействий с веществом, несет основную информацию о первичном излучении объекта, хотя промежуточные взаимодействия учитываются при решении уравнений переноса. При тех частотах, при которых $t_0(v) \gg 1$, вероятность прямого прихода света с противоположной границы мала. Но вероятность выхода q_0 света той же частоты с достаточно малых глубин ($X \ll l$) может быть заметной. Если же при изменении частоты уменьшается оптическая плотность $t_0(v)$, то увеличивается глубина, из которой приходит излучение с большой вероятностью. Пусть спектр излучения характеризуется широким набором оптических плотностей $t_0(v)$ на разных частотах и имеются частоты, на которых оптическая плотность велика ($t_0(v) \gg 1$). В этом случае можно находить распределение характеристик объекта вдоль луча зрения. Одна из схем получения распределений состоит в следующем. Экспериментально определяется зависимость интенсивности от частоты. Выбирается некоторая форма распределения искомых характеристик, в которую входит набор варьируемых параметров. При различных численных значениях параметров путем решения уравнения переноса вычисляются зависимости интенсивности от частоты. Результаты эксперимента и расчета сравниваются между собой. Набор параметров, обеспечивающий наилучшее согласие, определяет искомое распределение. Другая схема расчета состоит в итерационной, ступенчатой процедуре подбора искомых распределений в процессе перехода от тех частот, где излучение идет из малых глубин к частотам, при которых глубина излучения больше. На каждой из частот сравниваются экспериментальные и расчетные интенсивности. Описываемый метод относится к некорректным обратным диагностическим задачам. Необходимо учитывать особенности решения подобных задач [62]. В рассматриваемом методе, в частности, для надежности результатов необходимо иметь достаточно большое число независимых измерений интенсивности на разных частотах.

В работах [63–65] для исследования неоднород-

ного высокотемпературного газа вдоль луча зрения использовалось инфракрасное излучение в отдельных участках спектральных полос. Подбор достаточного количества подходящих спектральных областей представляет здесь существенные трудности. Другая возможность заключается в использовании спектрально разрешенной атомарной линии, внутри которой изменяется $t_a(v)$. Линию можно использовать, если оптическая плотность в центре линии велика: $t_0(v_0) \gg 1$. В [66,67] для нахождения распределения температуры газа вдоль луча зрения использовался самообращенный контур атомарной линии.

В работах [44, 68] анализируется возможность нахождения распределения температуры в газе с КДФ по форме спектральной линии. В основу анализа положено описание линии, представленное в п.4.3. Рассмотрена процедура, дающая возможность найти набор параметров, определяющих распределение температуры, а также вероятность выживания λ_p . Для нахождения распределения по лучу зрения надо иметь некоторые предварительные сведения. В частности, при использовании спектральной линии надо знать атомарный коэффициент поглощения $k_a(v)$. Если экспериментально определяется не только контур линий $I_i(v)$, но и зависимость $t_0(v)$, то набор требуемых сведений о $k_a(v)$ уменьшается [68].

Макроскопические частицы существенно влияют на возможности метода. Ниже рассматривается пространственное разрешение и возможная глубина исследования неоднородностей в газе с КДФ. Хотя в основе метода во всех случаях лежит точное решение уравнений переноса, здесь для оценок воспользуемся простыми соображениями.

В конкретных условиях опытов обычно можно задать наименьшую допустимую вероятность прямого выхода $q_{0\min}$ из произвольной глубины X . Эта величина характеризует ту наименьшую требуемую долю испущенного на глубине X света, которая приходит к наблюдателю без промежуточного взаимодействия со средой. Требуемая доля излучения определяется особенностями излучателя. Так, если локальная излучательная способность неоднородного излучателя возрастает по мере приближения к наблюдателю, то требуется **большая** доля света для надежной регистрации. Требуемые наименьшие вероятности в разных опытах могут изменяться ориентировочно в следующих пределах: $q_{0\min} \approx 0,4-0,05$, чему соответствует изменение наибольших допустимых оптических глубин по (6.31) в пределах: $t_i = 1-3$. Когда задано $q_{0\min}$ **или** t_i , можно связать частоту излучения с наибольшей глубиной, из которой приходит излучение, достаточное для регистрации. В неоднородной среде изменение коэффициентов

поглощения и экстинкции обычно значительно слабее, чем изменение излучательных характеристик. Учитывая это, а также приближенный характер приводимых ниже оценок, допустим, что $k_a(\nu)$ и α_p не изменяются внутри среды. Тогда

$$X(\nu) = t_i / (k_a(\nu) + \alpha_p); \quad (6.32)$$

здесь заданная величина t_i определяет на разных частотах доступные для исследования глубины.

Возможность независимых измерений интенсивности на двух соседних частотах определяется регистрируемым спектральным интервалом $\delta \nu$. Приращение $\delta X(\nu)$, соответствующее изменению частоты на $\delta \nu$, является характеристикой предельно малых участков объекта, о которых можно получить информацию. Из (6.32) находим

$$\delta X(\nu) = t_i \delta \nu |dk_a(\nu)/d\nu| \times (k_a(\nu) + \alpha_p)^{-2}, \quad (6.33)$$

$$\delta X(\nu)/X(\nu) = \delta \nu |dk_a(\nu)/d\nu| / (k_a(\nu) + \alpha_p). \quad (6.34)$$

Относительное пространственное разрешение (6.34) не зависит от произвольно задаваемой величины t_i . Пространственное разрешение метода тем лучше (δX меньше), чем меньше относительное изменение атомарного коэффициента поглощения и больше его абсолютная величина. Коэффициент поглощения максимален вблизи центра линии ν_0 . При этом $X(\nu_0)$ минимально, а $\delta X(\nu_0)$ по (6.33) определяет собой наименьшую толщину примыкающего к наблюдателю слоя, усредненные сведения о котором могут быть получены. Иначе, $\delta X(\nu_0)$ определяет

минимальную глубину обследования.

Теперь рассмотрим максимальную глубину объекта, доступную обследованию. При достаточно большом удалении от центра линии ($k_a \rightarrow 0$) глубина достигает по (6.32) своего максимального значения:

$$X_{\max} = t_i / \alpha_p.$$

Или, используя оптическую плотность частиц $t_p = \alpha_p l$, находим

$$X_{\max} / l = t_i / t_p.$$

Если $t_i < t_p$, то $X_{\max} < l$, т.е. при достаточно большой оптической плотности частиц вся глубина объекта обследована быть не может.

Рис. 22 иллюстрирует сказанное, на нем схематически изображено изменение атомарной оптической плотности t_a при изменении частоты при $t_a(\nu_0) = 10$ (кривая 1). Там же схематически изображена спектральная линия в отсутствие частиц (кривая 2). Пусть требуемая оптическая плотность $t_i = 1$, чему соответствует $q_{\max} \approx 0,37$. В этом случае доступная глубина объекта равна средней длине свободного пробега фотона l_{ph} . Действительно, из (6.32) находим

$$X(\nu) = \alpha^{-1}(\nu) = l_{ph}.$$

На рисунке приведены соответствующие ходу кривой 1 зависимости средней длины свободного пробега (3—5) при разных t_p . При $t_p = 0$ величина l_{ph}/l растёт от минимального значения в центре линии до 1 при $t_a(\nu) = 1$ и далее неограниченно при уменьшении $t_a(\nu)$ до нуля (кривая 3). Когда $t_p = 1$ ($t_p = t_i$), наибольшая длина l_{ph} равна глубине объекта (кривая 4). Когда $t_p > 1$ ($t_p > t_i$), то наибольшая длина l_{ph} меньше глубины объекта (кривая 5). Т.е. несмотря на уход частоты наблюдения за пределы спектральной линии, свет не поступает непосредственно из частей объекта, противоположных наблюдателю, с требуемой вероятностью $q_0 = 0,37$.

Отметим, что получаемое пространственное разрешение должно быть согласовано с характеристиками объекта. Так, при измерениях распределения температуры величина $\delta X(\nu)$ не должна быть меньше, чем l_a — наименьший размер той области, которую можно характеризовать единой температурой (см. п. 2.3).

Итак, макроскопические частицы ограничивают наибольшую глубину объекта, доступную для исследования пространственной неоднородности по контуру спектральной линии. Пространственное разрешение определяется спектральным разрешением аппаратуры и зависимостью атомарного коэффициента поглощения от частоты.

7. Заключение. Таким образом, излучение газа с КДФ в континууме и спектральных линиях существ-

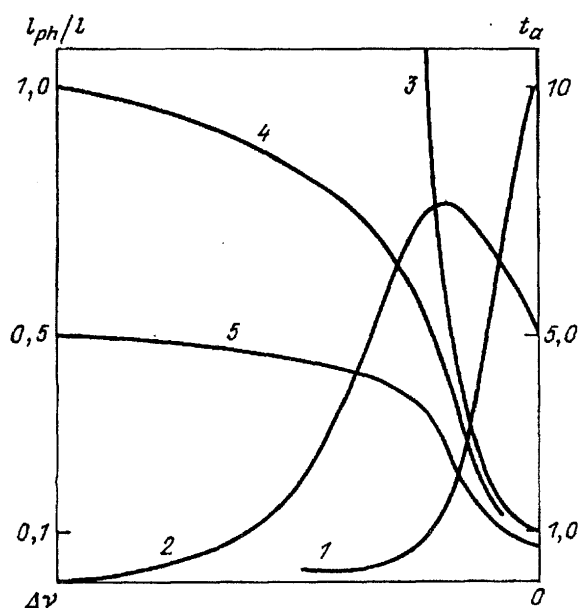


Рис. 22. Схематические зависимости от частоты ($\Delta \nu = |\nu - \nu_0|$) в области спектральной линии: 1 — атомарная оптическая плотность $t_a(\Delta \nu)$, 2 — интенсивность излучения самообращенной линии $I(\Delta \nu)$ в отн. ед. при $t_p = 0$; 3—5 — отношение длины свободного пробега фотона к длине объекта $l_{ph}(\Delta \nu)/l$ при разных оптических плотностях частиц: 3— $t_p = 0$, 4— $t_p = 1$, 5— $t_p = 2$

венно зависит от излучения, поглощения и рассеяния света макроскопическими частицами. Чтобы использовать измеряемые интенсивности собственного и проходящего излучения в спектральной диагностике, необходимо иметь возможность надежно учитывать влияние частиц. Особую трудность представляет учет рассеяния. Учет рассеяния особенно важен в тех реальных объектах, в которых имеются яркие излучатели, находящиеся вне поля зрения диагностических спектральных приборов. Вероятностный метод дает возможность достаточно просто учитывать рассеяние. На основе физических соображений составляются интегральные уравнения для вероятностей выхода излучения. Уравнения решаются методом последовательных приближений. Полученные вероятности выхода используются для получения прямых связей в квадратурах между измеряемой интенсивностью и искомыми характеристиками газа с КДФ.

В достаточно общем случае уравнение для вероятности выхода излучения рассмотрено в п. 3.3. Из общего уравнения получаются частные случаи. Таким путем рассмотрено излучение при изотропном рассеянии в объектах различной формы (п. 4.1). Аналогично, с помощью общего уравнения для вероятности выхода описано прохождение тонкого луча через газ с КДФ (раздел 5). Ясный физический смысл метода дает возможность и без помощи общего уравнения составлять в конкретных ситуациях требуемые уравнения непосредственно. Именно так описывается влияние на излучение газа с КДФ рассеяния частицами света стенок (п. 4.4, 4.5).

При постановке диагностических опытов важную роль играют предварительные оценки предельно возможных влияний различных условий на ожидаемые результаты измерений. Например, может быть полезной оценка влияния рассеяния или поглощения света частицами на контур спектральной линии. Такие оценки во многих случаях могут быть произведены с помощью нетрудных расчетов отдельных составляющих равновесного излучения газа с КДФ (п. 3.2).

Анализ результатов расчетов интенсивностей излучения, полученных вероятностным методом, дает возможность выбрать наиболее надежные методы измерений тех или иных величин. Так, для измерения температуры газа рекомендуется использовать излучение в центральных частях оптически плотных линий, а для определения концентрации атомов (молекул) — интегральное поглощение в линиях (п. 6.3). Оптически тонкие линии подвержены сильному влиянию даже малого количества макроскопических частиц, поэтому использование многих традицион-

ных методов диагностики газовой среды в случае газа с КДФ может привести к ошибочным результатам.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Чандрасекар С. Перенос лучистой энергии: Пер. с англ. М.: ИЛ, 1953.
2. Соболев В.В. Рассеяние света в атмосферах планет. М.: Наука, 1972.
3. Иванов В.В. Перенос излучения и спектры небесных тел. М.: Наука, 1969.
4. Васильева И.А. — Магнитогидродинамическое преобразование энергии. Физико-технические аспекты. Под ред. В.А. Кириллина, А.Е. Шейндлина. М.: Наука, 1983. Гл. 4.
5. Шифрин К.С. Рассеяние света в мутной среде. М.; Л: Гостехиздат, 1951.
6. Борн М., Вольф Э. Основы оптики: Пер. с англ. М.: Наука, 1973.
7. Борн К., Хафмен Д. Поглощение и рассеяние света малыми частицами: Пер. с англ. М.: Мир, 1986.
8. Mie G. Ann.d.Phys. 1908, **25**, 377.
9. Марчук Г.И. Методы расчета ядерных реакторов. М.: ГИФМЛ, 1961.
10. Шифрин К.С., Зельманович И.Л. Таблицы по светорассеянию. Т. 1—3. Л.: Гидрометеиздат, 1966, 1968.
- И. Ваулина О.С., Нефедов А.Л., Петров О.Ф. ТВТ, 1992, **30**, 983.
12. Cashdollar K.L., Lee C.K., Singer J.M. Appl.Opt. 1979, **18**: **11**, 1763.
13. Белов Н.Н. Кристаллография. 1989, **34**; **5**, 1185.
14. Апресян Л.А., Кравцов Ю.А. Теория переноса излучения. М.: Наука, 1983.
15. Минин Я.Я. Теория переноса излучения в атмосферах планет. М.: Наука, 1988.
16. Фриш С.Э. Оптические спектры атомов. М.; Л.: ГИФМЛ, 1963.
17. Грим Г. Измерение спектральных линий в плазме: Пер. с англ. М.: Мир, 1978.
18. Фриш С.Э. Спектроскопия газоразрядной плазмы. Л.: Наука, 1970.
19. Лохте-Хольтгревен В. Методы исследования плазмы: Пер. с англ. М.: Мир, 1971.
20. Вайнштейн Л.А., Сабельман И.И., Юков Е.А. Возбуждение атомов и уширение спектральных линий. М.: Наука, 1979.
21. Васильева И.А., Депутатова Л.В., Нефедов А.П. ТВТ. 1982, **20**: **6**, 1032; 1983, **21**: **5**, 1011.
22. Gallagher A., Hedges R.E. Phys.Rev.A. 1972, **6**: **4**, 1519.
23. Райзер Ю.П. Физика газового разряда. М.: Наука, 1987.
24. Раховский В.И. Физические основы коммутации электрического тока в вакууме. М.: Наука, 1970.
25. Бекефи Дж. Радиационные процессы в плазме: Пер. с англ. М.: Мир, 1971.
26. Дэвисон Б. Теория переноса нейтронов: Пер. с англ. М.: Атомиздат, 1960.
27. Васильева И.А. ТВТ, 1989, **27**: **2**, 360.
28. Абрамович М., Стиган И. Справочник по специальным функциям: Пер. с англ. М.: Наука, 1972.
29. Кейз К., Цвайфель П. Линейная теория переноса: Пер. с англ. М.: Мир, 1972.
30. Сахнович Л.А. УМН. 1980, **25**: **4** (214), 60.
31. Васильева И.А., Сахнович Л.А. ТВТ. 1987, **25**: **3**, 544.
32. Соболев В.В. Астрон. ж. 1951, **28**, 355.
33. Соболев В.В. Перенос лучистой энергии в атмосферах звезд и планет. М.: Гостехиздат, 1956.
34. Минин И.Н. Астрон. ж. 1966, **43**: **6**, 1244.
35. Saxon D.S. Phys.Rev. 1955, **100**: **6**, 1181.
36. Vasilieva I.A. JQSRT. 1986, **35**: **3**, 171.
37. Vasilieva I.A. JQSRT. 1984, **31**: **1**, 323.
38. Васильева И.А. ТВТ. 1990, **28**: **6**, 1181.
39. Bartels A. Zs. Phys. 1949, **125**, 594.
40. Bartels A. Zs. Phys. 1957, **149**, 597.
41. Васильева И.А. ТВТ. 1993, **31**: **2**, 302.
42. Васильева И.А., Владимиров В.И., Депутатова Л.В. ТВТ. 1991, **29**: **6**, 1086.

43. *Vasilieva I.A., Deputatova L.V., Vladimirov V.I., Rastegaeva Yu.Z.* Proc. of the 29th Symp. on. Eng. Aspects of Magnetohydrodynamics. June 18—20, 1991. New Orleans, USA, 1991. P.VI.9.1.
44. *Vasilieva L.A.* XXI Colloquium spectroscopicum Internationale. Invited lecture. Sofia, 1989. V.5. P.27.
45. *Deputatova L.V., Vasilieva I.A., Vladimirov V.I.* Eleventh Intern. Conf. on MHD Electrical Power Generation. Oct. 12—16, 1992. Beijing, China, 1992. V. 3. P. 1009.
46. *Deputatova L.V., Vasilieva I.A., Vladimirov V.I.* XI ESCAMPIC-92. Abstracts. St. Petersburg, 1992. V.16F.P.65.
47. *Tam W.G., Zardecki A.* J.Opt.Soc.Am. 1979, **69:1**, 68.
48. *Tam W.G., Zardecki A.* Appl.Optics. 1982, **21:13**, 2405.
49. *Deepak A., Box A.* Appl.Optics. 1978, **17:18**, 2900; **17:19**, 1978, 3169.
50. *Ishimaru A., Kuga Y., Cheung R.L.-T., Shimizu K.* J.Opt.Soc.Am. 1983, **73:2**, 131.
51. *Halve D., Self S.* Comb, and Flame. 1980, **37**, 211.
52. *Нефедов А.П., Петров О.Ф.* ТВТ. 1989, **27: 4**, 777.
53. *Зимин Э.П., Форфутдинов В.В.* — Газотермодинамика многофазных потоков в энергоустановках. Вып. 1. Харьков: ХАИ, 1978.
54. *Murphree D.L., Shepard W.S., Cook R.L., Bauman E.L. et al.* Восьмая международная конференция по МГД преобразованию энергии. Москва, 12—18 ноября 1983. Т. 3. С. 178.
55. *Куинн Т.* Температура: Пер. с англ. М.: Мир, 1985.
56. *Ariesson P.C., Eustis R.H., Self S.A.* Seventh Intern.Conf. on MHD Power Generation. MIT, Cambridge, Massachussets, USA, June 16—20, 1980. V.2. P.807.
57. *Васильева И.А., Уринсон А.С.* Температура — 84. Труды 5-й Всесоюзной конференции. Львов, 1984. Т.2. С.82.
58. *Carlson D.J.* — Temperature, its Measurement and Control in Science and Industry. Ed. C.M. Herzfeld. 1962. V. 3(2). P.535.
59. *Adams J.M.* — Temperature, its Measurement and Control in Science and Industry. Ed. H.H. Plumb. 1972. V.4. P.627.
60. *Thomas D.L.* // Comb, and Flame. 1968, 12, 541.
61. *Владимиров В.И., Горшков Ю.А., Крымасов А.В.* ТВТ. 1987, **25: 3**, 582.
62. *Преображенский Н.Г., Пикалов В.В.* Неустойчивые задачи диагностики плазмы. Новосибирск: Наука СО, 1982.
63. *Krakov B.* Appl.Optics. 1966, **6**, 201.
64. *Cutting R.D., Steward Mc.C.* Appl.Optics. 1975, **14**, 2707.
65. *Hommer P.J., Viscanta R.* Int.J. Heat Transfer. 1978, **21**, 769.
66. *Васильева И.А., Генджов С., Стефанов Б. и др.* ДАН СССР 1982, **2:4**, 53.
67. *Васильева И.А., Желнин В.А., Заркова Л. и др.* ТВТ. 1990, **28: 2**, 357.
68. *Васильева И.А.* ЖПС. 1989, **50: 4**, 613.