## УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

# ГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ МНОЖЕСТВЕННЫХ ПРОЦЕССОВ И ФИЗИКА КВАРК-ГЛЮОННОЙ ПЛАЗМЫ

### И.Л. Розенталь, Ю.А. Тарасов

(Институт космических исследований РАН, Российский научный центр "Курчатовский институт", Москва)

(Статья поступила 3.06.92 г., после доработки 5.04.93 г.)

#### СОДЕРЖАНИЕ

- 1. Немного истории (29).
- 2. Рго и contra гидродинамической теории Ландау (30).
- 3. Современная трактовка гидродинамической теории (31).
- 4. Вычисление поперечных импульсов (32).
- 5. Учет резонансов (34).
- 6. Распределение по быстротам и псевдобыстротам (34).
- 7. Средняя множественность (35).
- Гидродинамическая теория с масштабно-инвариантными начальными условиями (скейлинг-модель) (35).
- Взаимодействие между ядрами (экспериментальные данные) (36).
- 10. Кварк-глюонная плазма (основные понятия) (37).
- 11. Некоторые замечания к скейлинг-модели (38).
- Применение гидродинамической модели к интерпретации соударений релятивистских ядер (39).
- 13. Одиагностике кварк-глюонной плазмы (41).

14. Заключение (43).

Список литературы (44).

До конца столетия должны быть введены в действие большие ускорители тяжелых ионов: RHIC (Брукхейвен) и LHC (ЦЕРН). По-видимому, одним из основных предметов исследования на этих ускорителях будет кварк-глюонная плазма — гипотетическое состояние, состоящее из квазисвободных кварков и глюонов. В настоящее время литература, посвященная этой теме, обширна, и поэтому привести ее подробный обзор в одной статье невозможно. Авторы ставили перед собой ограниченную цель: подвести итоги развития гидродинамической теории множественных процессов, сформулированной Л.Д. Ландау 40 лет назад, связать основные ее идеи с концепцией кварк-глюонной плазмы и провести сравнение с современными экспериментальными данными. Поэтому авторы не претендуют на полный обзор литературы по данному вопросу.

**1. Немного истории.** В начале 30-х годов были зарегистрированы группы частиц космического из-

лучения, генетически связанных между собой [1— 3]. Несовершенство методики того времени не позволило различить две возможности: каскадное размножение частиц от их образования в едином акте. В. Гейзенберг [4] принял вторую гипотезу и, основываясь на существовании нелинейностей в некоторых вариантах теории  $\beta$ -распада, предложил модель образования нескольких электронов, позитронов и нейтрино в одном акте. Такое явление получило впоследствие название множественных процессов.

Потом оказалось, что в множественных процессах образуются не электроны и позитроны, а мезоны и Гейзенберг [5,6] для описания множественных процессов использовал нелинейный лагранжиан Борна—Инфельда. В этом варианте теории нелинейность (а следовательно, и взаимодействие между частицами) была столь велика, что средняя множественность  $\langle N \rangle$  во вторичных частицах оказалась максимально допустимой законами сохранения

$$\langle N \rangle \approx s^{1/2}/m_{\pi};$$
 (1)

 $m_{\pi}$  — масса пиона,  $s^{1/2}$  — полная энергия сталкивающихся частиц в Ц-системе.

В работах Гейзенберга содержались две важные идеи:

1. Для образования многих частиц в одном акте необходима нелинейность уравнений, описывающих этот процесс.

2. Для анализа превращения двух первичных частиц в множество вторичных, можно использовать понятия макроскопической физики — нерелятивистской гидродинамики.

Эти обе идеи (частично независимо) были развиты Ферми [7]. Его модель основывалась на трех постулатах:

1. В результате столкновения все вторичные частицы заключены в лоренц-сжатом объеме с поперечным размером  $R_{\perp} \approx 1/m_{\pi}$  и продольным  $R_{\parallel} \approx 1/E_{c}$ , где  $E_{c}$  — энергия первичных частиц в системе центра тяжести (С-система).

2. В этом объеме вторичные частицы находятся в статистическом равновесии.

3. В равновесную систему переходит вся энергия первичных частиц.

Из этих постулатов однозначно следует зависимость  $\langle N(s) \rangle$ 

$$\langle N \rangle \approx (s/m_{\pi}^2)^{1/4}, \qquad (2)$$

которая качественно согласуется с экспериментальными данными.

Угловое распределение вторичных частиц в С-системе в первоначальном варианте модели Ферми должно быть изотропным. Однако, как вскоре отметил Померанчук [8], модель Ферми содержит внутреннее противоречие. В лоренц-сжатом объеме не могут разместиться N реальных частиц, каждая из

которых имеет примерно такой же объем. Поэтому лоренц-сжатый объем мог быть лишь началом для расширения системы виртуальных частиц. Эти частицы расширяются изотропно, а сам процесс расширения заканчивается, когда конечная температура  $T_{\rm f} \approx m_{\pi}$  и виртуальные частицы переходят в реальные с размером в собственной системе отсчета:  $r \approx 1/m_{\pi}$ . В этом случае снимается основное противоречие фермиевской модели. Конечный объем системы может вместить все вторичные реальные частицы. Окончательные результаты модели Померанчука близки к выводам теории Гейзенберга (1).

Ландау 40 лет назад [9] синтезировал идеи своих предшественников, внеся новый существенный фактор: расширение элементов, заполняющих лоренцсжатый диск, описывается релятивистской гидродинамикой идеальной жидкости. В процессе расширения температура уменьшается, и оно заканчивается, когда  $T_{\mathbf{f}} \approx m_{\pi}$ . В этот момент образуются реальные адроны. В теории Ландау средняя множественность  $\langle N \rangle$  описывается формулой (2), а угловое распределение в С-системе характеризуется сильной анизотропией. И в заключение — одно важное замечание. Во времена Гейзенберга, Ферми, Померанчука и Ландау не было ясности относительно природы тех элементов, которые составляют расширяющуюся жидкость. В то время говорили о возбужденной вакуумной или "кипящей операторной" жидкости, или еще более неопределенно — о "конституэнтах". На современном языке эти "конституэнты" по своим свойствам можно было бы пытаться отождествить с кварками и глюонами.

2. Pro и contra гидродинамической теории Ландау. В этом разделе мы напомним качественно основные физические идеи гидродинамической теории. В рамках этой теории процесс столкновения двух нуклонов можно описать в следующей форме: в начальной стадии происходят жесткие соударения валентных и морских кварков и глюонов, составляющих структурные функции налетающих нуклонов. В результате сильного взаимодействия, в основном глюонных компонент, образуется кварк-глюонная плазма в центральной области, которая участвует в гидродинамическом процессе. Валентные кварки взаимодействуют более слабо и играют главную роль при формировании лидирующих частиц. Естественно, что для описания гидродинамической эволюции, кроме уравнений релятивистской гидродинамики

$$\frac{\partial T_{ik}}{\partial x_k} = 0, \tag{3}$$

$$T_{ik} = (p + \varepsilon)w_i u_k + pg_{ik}$$
<sup>(4)</sup>

(здесь  $T_{ik}$  релятивистский тензор плотности энергииимпульса элемента идеальной жидкости,  $x_k - 4$ -координата элемента жидкости,  $\varepsilon$  — плотность его энергии, p — давление,  $u_i$  — 4-скорость этого элемента,  $g_{ik}$  — метрический тензор); надо задать граничные и начальные условия.

В теории Ландау эти условия задаются в форме диска с поперечными размерами  $1/m_{\pi}$  и продольными размерами  $\approx 2 \eta s^{-1/2}$ . Существенно, что на всех стадиях гидродинамического процесса предполагается термодинамическое равновесие, которое характеризуется температурой *T* и уравнением состояния, которое, как правило, принимается в форме

 $p = \varepsilon/3, \tag{5}$ 

характерной для идеального релятивистского газа.

По мере расширения кварк-глюонной жидкости температура *T* уменьшается, и когда она достигает значения  $T_f \approx m_{\pi} \approx 140-150$  МэВ, происходит переход уже адронной фазы в реальные адроны, составляющие область пионизации (квазицентральное плато в распределении dN/dy, или  $dN/d\eta$ ; *y* и  $\eta$  — соответственно быстрота и псевдобыстрота)

$$y = \frac{1}{2} \ln \frac{E_i^* + p_{||C}^*}{E_i^* - p_{||C}^*} = \operatorname{Arsh} \frac{p_{||C}^*}{m_{\perp C}}, \qquad (5')$$

$$\eta^* = -\ln\left(\frac{1}{2}\operatorname{tg}\theta^*\right);\tag{6}$$

 $E_{\rm C}^* p_{\rm H\,c}^*$  — энергия и продольный импульс вторичной частицы в C-системе,  $\theta^*$  — угол вылета,  $m_{\perp} = (m^2 + p_{\perp}^2)^{1/2}$ .

Основной сильной стороной гидродинамической теории является ее беспрецедентная эвристическая способность. Это обстоятельство имеет особую зна-

чимость, поскольку множественные процессы — исключительно сложное явление, характеризуемое многими свободными параметрами, позволяющими интерпретировать практически любую его особенность.

Напомним предсказания, сделанные на начальном этапе развития теории и которые впоследствии оправдались на опыте.

1. Зависимость средней множественности  $\langle N \rangle$ (s) [9].

2. Дифференциальные зависимости dN/dy и  $dN/d\eta$  [9] (см. также [10, 11]).

3. Ограниченность и значение поперечного импульса  $\langle p_{\perp} \rangle$  и его распределение. Этот важнейший для физики высоких энергий факт был предсказан на основе гидродинамической теории [12].

4. Зависимость поперечных импульсов от массы вторичных частиц [13].

5. Исключительно слабая зависимость  $p_{\perp}(s)$  [14, 15]. Этот пункт имеет принципиальное значение для всей гидродинамической концепции и будет рассмотрен далее (см. разделы 4, 5) более подробно.

6. Образование фотонов и лептонных пар в множественных процессах [16, 17]. Исключительная эвристическая способность гидродинамической теории является серьезным аргументом в ее пользу. Рассмотрим далее некоторые доводы contra.

Основные аргументы относятся к образованию и характеристикам начального состояния (лоренцсжатого объема). Главный довод противников теории сводился к тому, что образование лоренц-сжатого объема противоречит принципу неопределенности [18, 19]. Суть этого возражения состоит в том, что если разбить диск в поперечном направлении на n слоев, то должно якобы выполняться неравенство n < 1, что естественно входит в противоречие с принципом неопределенности. Однако простые численные оценки показывают, что отмеченное противоречие отсутствует. Действительно, из принципа неопределенности в нашем конкретном случае следует неравенство

$$\varepsilon > \left( n m_{\pi}^2 \frac{s^{1/2}}{m_{\rm p}} \right)^2; \tag{7}$$

 $\varepsilon-$ плотность энергии в начальном состоянии,  $m_{\mathbf{p}}-$ масса протона.

Используя очевидные соотношения

$$\varepsilon = s^{1/2} / V_0, V_0 = \frac{8}{3}, \frac{m_p}{3s^{1/2}},$$

получаем условие

$$n^2 < \frac{m_{\rm p}}{m_{\pi}} \approx 7, \tag{8}$$

что (хотя и на пределе) не противоречит принципу неопределенности. Однако, на наш взгляд, более существенно принципиальное замечание. Разбиение диска на независимые слои может иметь условный характер из-за относительно сильного взаимодействия между элементами жидкости. В частности, вследствие взаимодействия партонов принцип неопределенности имеет скорее форму  $\Delta x \cdot \Delta p \sim \hbar/N$ , где N — число цветов [20]. Разумеется, рассчитать из первых принципов (КХД) это взаимодействие невозможно. Поэтому допущение о существовании лоренцсжатого диска можно считать постулатом теории.

Другое возражение сводится к утверждению, что в процессе торможения и образования диска первичные протоны теряют всю свою энергию на электромагнитное излучение [21]. Однако, как анализировалось подробно в докладе [22], расчеты в отмеченной работе проводились при допущении точечности протонов. Учет конечности размеров первичных частиц снимает это противоречие. Кроме того, большая часть конституэнтов — глюоны — электронейтральна.

И, наконец, последнее. Высказывалось предположение, что вследствие существования асимптотической свободы возникнут условия, препятствующие образованию диска. Кварки и глюоны будут "проскакивать", не образуя квазистатическую дисковую структуру. Однако вследствие наличия конфайнмента обоснованность подобных оценок весьма проблематична. Кроме того, из грубых оценок (а другие здесь невозможны) следует, что энергия кварков и глюонов ~ 1 ГэВ, и, следовательно, в данном случае весьма правдоподобно относительно сильное взаимодействие.

Таким образом, гипотеза образования начального состояния в форме лоренц-сжатого диска не встречает логических противоречий, хотя, разумеется, ее обоснование имеет сугубо модельный характер.

**3.** Современная трактовка гидродинамической теории. В первоначальной версии гидродинамической теории [9] было несколько утверждений, которые подверглись ревизии в процессе ее эволюции. Следует подчеркнуть, что последующие модификации не изменили ее замечательных предсказаний, однако уточнили теоретические значения характеристик множественных процессов. Прежде всего это относится к одному из постулатов первичной версии — переходу *всей* энергии первичных частиц в статистическо-гидродинамическую систему. Как показали вначале опыты, проведенные с космическими лучами, а затем и более прецезионные эксперименты на ускорителях, в статистическую систему переходит

примерно доля K = 1/2 первичной энергии. Оставшаяся половина уносится лидирующими частицами, сохраняющими свои квантовые числа. На современном языке можно утверждать, что в распределении по быстротам *y* (или псевдобыстротам *η*) формируются две области. Одна из них, называемая обычно областью пионизации или областью центрального плато, включает значение  $y \approx 0$ ; вторая — область фрагментации — включает частицы со значениями  $y \approx y_{max}$  ( $y_{max}$  определяется кинематическими границами). Полуколичественно эти области можно определить следующим образом [23]:

$$\frac{1}{2}\ln\frac{s}{m_{\perp}^2} + l \le y \le y_{\max}$$
(9)

- область фрагментации налетающей частицы,

$$y_{\min} \le y \le \frac{1}{2} \ln \frac{s}{m_{\perp}^2} - l$$
 (10)

область фрагментации частицы мишени,

$$\frac{1}{2}\ln\frac{s}{m_{\perp}^{2}} - l \le y \le \frac{1}{2}\ln\frac{s}{m_{\perp}^{2}} + l$$
(11)

— область пионизации.

В этих соотношениях

$$y_{\text{max}} \approx \ln \frac{s}{m_{\text{b}}m_{\perp}}, \ y_{\text{min}} \approx \ln \frac{m_{\perp}}{m_{\text{b}}},$$
онстанта  $l \approx 1, \ m_{\perp} = (m^2 + p_{\perp}^2)^{1/2}; \ m = 1$ 

константа  $l \approx 1$ ,  $m_{\perp} = (m^2 + p_{\perp}^2)^{1/2}$ ; m — масса вторичной частицы,  $m_b$  — масса частицы мишени. При высоких энергиях  $s^{1/2} \ge 100$  ГэВ в области

при высоких энергиях s<sup>--</sup> 2100 гэв в области пионизации сосредоточено более 90 % всех частиц. Именно эта область и является основным объектом гидродинамической теории и настоящей статьи. Эта область возникает в результате взаимодействия главным образом глюонных компонент и образует единую статистическую систему (квазифайербол) более подробно см. дискуссию в сборнике [24]. Подобная идея высказывалась ранее также в работе [25].

Ландау разбил гидродинамический процесс на две стадии. В первой учитывалось одномерное расширение, которое затем "сшивалось" с трехмерным решением, описываемым весьма приближенно на основе конического (инерциального) разлета. На обоих стадиях не учитывалось тепловое движение частиц релятивистской стадии. Такой подход привел к существенному завышению значений поперечного импульса  $p_{\perp}$ .

В работе [14] был развит иной подход: в основу поперечного расширения было положено тепловое движение, а продольное описывалось одномерным решением (квазиодномерное приближение). На основе этого приближения удалось предсказать правильное распределение  $dN/dp_{\perp}$ .

Затем в статье [26] квазиодномерное приближение было использовано как основа для численной оценки трехмерной стадии и зависимости  $\langle p_{\perp} \rangle$  (s). Однако в расчетах использовалось неинвариантное выражение для одночастичных распределений, что привело к несколько завышенному значению  $\langle p_{\perp} \rangle$ .

Необходимо подчеркнуть исключительную важность для оценки любой модели множественных процессов, и особенно для гидродинамической теории, оценки поперечных характеристик. Дело в том, что эти характеристики практически не зависят от начальных условий задачи, наиболее уязвимых для критики. В рамках других построений, основанных на квантовополевых представлениях, не удалось однозначно интерпретировать экспериментальные данные о поперечных импульсах. Имея в виду эти факторы, в работах [27, 28] были заново перевычислены характеристики (в первую очередь поперечные) множественных процессов.

В основе этих вычислений лежат следующие идеи:

1. Основная часть гидродинамического расширения является одномерным движением.

2. Движение в поперечном направлении определяется, в основном, тепловым движением.

3. Квазиодномерное решение верно, пока путь элемента жидкости в поперечном направлении меньше поперечного размера системы  $r_0 = 1/m_{\pi}$ . Поверхность перехода от одномерной стадии к трех-мерным определяется релятивистски-инвариант-ным условием

$$t^2 = t^2 - x^2 = r_0^2; (12)$$

*т* — собственное время элемента.

Можно показать, что если  $\tau > r_0$ , то движение является инерциальным, что означает, по существу, окончание взаимодействия (замораживание). Каждый элемент в жидкости движется с постоянной скоростью. Таким образом, распределение по быстротам определяется соотношением (12) и зависит от температуры  $T_f$ замораживания.

**4.** Вычисление поперечных импульсов. В первую очередь мы остановимся более подробно на вычислении зависимости  $\langle p_{\perp} \rangle$  (*s*). Подобный выбор обусловлен тем, что поперечные характеристики множественных процессов слабо зависят от начальных условий, а, кроме того, возникающая исключительно слабая зависимость  $\langle p_{\perp} \rangle$  от энергии первичных частиц, вероятно, не имеет прецедента, однако может быть проверена на опыте.

Используя точное решение одномерных уравнений релятивистской гидродинамики [29] при нашем T. 163. № 7]

выборе начальных условий, соотношение (12) можно записать в форме:

$$\left(\frac{\partial \boldsymbol{\varkappa}}{\partial \tau_1}\right)^2 - \left(\frac{\partial \boldsymbol{\varkappa}}{\partial y_1}\right)^2 = r_0^2 e^{2\tau_1}; \tag{13}$$

 $\tau_1 = \ln(T/T_0), y_1 = \text{Arth } V_{\text{C}}; T_0$  — начальная температура,  $V_{\text{C}}$  — скорость, соответствующая окончанию одномерной стадии.

здесь  $c_{\rm s}$  — скорость звука, которая полагается постоянной и равной  $1/\sqrt{3}$ ;  $\Delta = 4m_{\rm p} r_0/s^{1/2}$  — продольный размер начального объема с учетом эффекта лидирования;  $I_0$  — функция Бесселя. В уравнениях (13), (14) не учитывается тепловое движение, влияние которого мы оценим далее. Из условий (13), (14) можно получить распределение энтропии *s* по быстроте

$$\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}y_1} \sim e^{-\tau_1} \Phi(\tau_1, y_1), \qquad (15)$$

$$\Phi(\tau_1, y_1) = \left[ \left( \frac{\partial \psi}{\partial y_1} \right)^2 - c_s^2 \left( \frac{\partial \psi}{\partial \tau_1} \right)^2 \right] \times \left( \frac{\partial \omega}{\partial y_1} \frac{\partial \psi}{\partial y_1} - \frac{\partial \omega}{\partial \tau_1} \frac{\partial \psi}{\partial \tau_1} \right)^{-1}; \qquad (16)$$

где  $\psi = \partial \boldsymbol{x} / \partial \boldsymbol{\tau}_1 - \boldsymbol{x}.$ 

Отметим, что в основополагающей работе Ландау [9] было получено асимптотическое решение, справедливое при  $s^{1/2}/m_p >> 1 \, u \, \tau_1 >> y_1$ . Изсоотношений (14), (15) можно, разлагая функцию Бесселя, получить решения практически с любой точностью. Действительно, полагая

$$I_0(Z) = 1 + Z^2/4 + Z^4/64 + \dots$$
$$Z = \frac{1 - c_s^2}{4c_o^2} (\tau_1^2 - c_s^2 y_1^2)^{1/2},$$

можно вплоть до энергий  $s^{1/2} \sim 1000$  ГэВ с точностью  $\sim 5-7$ % ограничиться тремя первыми членами разложения функции  $I_0$ . Довольно сложное явное выражение для функций  $\partial \alpha / \partial \tau_1$ ,  $\partial \alpha / \partial y_1$  приведено в статье [27]. Ограничимся лишь замечанием, что эти функции зависят от параметров  $c_s$ ,  $y_1$ . Используя явное выражение для функций  $\partial \alpha / \partial \tau_1$ ,  $\partial \alpha / \partial y_1$  и соотношение (12), можно определить температуру  $T_f$  "сшивания" одномерной и трехмерной стадий. Функция

 $\frac{T_{\rm f}}{m_{\pi}}(y_1)$ 



Рис. 1. Профиль температуры замораживания  $T_f(y)$ . Кривая 1 соответствует  $s^{1/2} = 53 \ \Gamma \Rightarrow B$ ,  $2 - s = 540 \ \Gamma \Rightarrow B$ . Значение параметра K = 1/2

воспроизведена на рис. 1 для значений  $s^{1/2} = 53$  и 540 ГэВ. Используя полученные выражения, можно показать, что после окончания одномерной стадии (условие (12)) движение элементов жидкости является практически инерциальным. Для вычисления поперечных импульсов необходимо учесть тепловое движение, определяющее их значение [14]. Идея вычислений заключается в учете распада элементов жидкости при температуре  $T_f(y_1)$  и последующего интегрирования по кривым, аналогичным тем, которые представлены на рис. 1. Одночастичное распределение можно записать в виде [30]

$$E\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}^3 p} = \int f(x, p) p^{\mu} \mathrm{d}\sigma_{\mu}; \qquad (16')$$

 $p_{\mu}$  — импульсы частиц, d $\sigma_{\mu}$  — элемент 3-объема в 4-гиперповерхности. Для бозонов

$$f(x, p) = \frac{g}{(2\pi)^3} \left( \exp \frac{p^{\mu} u_{\mu}}{T} - 1 \right)^{-1}.$$
 (17)

Величина  $\langle p_{\perp} \rangle$  определяется соотношением

$$\langle p_{\perp} \rangle = \int p_{\perp} \, \mathrm{d}N \, / \int \mathrm{d}N, \qquad (18)$$

где dN — число частиц в элементе фазового объема:

$$dN = Ap_{\perp}dp_{\perp}dy_{1}dy \times$$

$$\times \left[\exp\frac{m_{\perp}ch(y-y_{1})}{T_{f}(y_{1})} - 1\right]^{-1}p^{\mu}d\sigma_{\mu}; \quad (19)$$

 $m_{\perp} = (m^2 + p_{\perp}^2)^{1/2}$  — поперечная масса.

Окончательное выражение для  $\langle p_{\perp} \rangle$  получается после интегрирования по  $dp_{\perp}$  и dy. Частично интегрирование проводилось аналитически, частично численными методами. На рис. 2 приведены теоретические (по формуле (19)) и экспериментальные значения  $\langle p_{\perp} \rangle$ для различных значений энергии первичных протонов (антипротонов) в L-системе. Согласие теоретических и экспериментальных результатов вполне удовлетворительно.

[УФН. 1993



Рис. 2. Зависимость среднего поперечного импульса  $\langle p_{\perp} \rangle$  от энергии  $E_{\perp}$  первичной частицы в L-системе для пионов ( $\pi$ ) и каонов (K)

5. Учет резонансов. Формула (19) учитывает лишь прямые частицы (пионы и каоны), возникшие в результате множественных процессов. Однако, как известно, значительная часть легких мезонов возникает в результате распадов резонансов (см., например, [31]). Возникает естественный вопрос: изменяет ли наличие резонансов выводы, сделанные в предыдущем разделе? Этот вопрос был подробно проанализирован в работе [28], в которой учитывались с соответствующими весами распады резонансов  $\rho, \omega,$  $\eta, \varphi, A, B, A_{\alpha}, f, K^*_{890}$  на две и три частицы. Здесь мы ограничимся описанием метода, позволяющего учесть двухчастичные распады. Пусть частица с массой  $m_0$  распадается на две с массами  $m_1$  и  $m_2$ . Тогда, используя стандартную кинематику (см., например, [32]) и переходя из системы покоя резонанса к С-системе сталкивающихся частиц, можно вычислить спектр частиц с массой  $m_1$ :

$$\frac{1}{N}\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}E_1} = \frac{m_0}{2p_1^*} \int_{E_0^-}^{E_0^-} \frac{W(E_0)\mathrm{d}E_0}{p_0},\tag{20}$$

где

$$E_0^{\pm} = m_0 \left( \frac{E_1}{m_1} \frac{E_1^*}{m_1} \pm \frac{p_1 p_1^*}{m_1^2} \right)$$
$$E_1^* = \frac{m_0^2 + m_1^2 - m_2^2}{2m_0}.$$

Ограничимся анализом достаточно тяжелых частиц, когда можно использовать распределение Больцмана. Тогда

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}p_1} = \frac{Ap_1}{E_1} \int_0^{(y_1)_{\max}} \mathrm{d}y_1 \left\{ \left[ \left( \frac{E_0}{T_\mathrm{f}} + 1 \right) \right] \times \right]$$

$$\times \exp\left(-\frac{E_0^-}{T_f}\right) - \left(\frac{E_0^+}{T_f} + 1\right) \times \\ \times \exp\left(-\frac{E_0^+}{T}\right) \right] \exp\left(2\tau_1\right) \frac{\partial x}{\partial \tau_1} \Phi\left(\tau_1, y_1\right) \right\}.$$
(21)

Функция  $\Phi(\tau, y_1)$ была определена ранее (16). Используя (16) и (21), можно оценить влияние двухчастичных распадов на значение  $\langle p_{\perp} \rangle$ . В результате этой оценки (включая также и трехчастичные распады) оказалось, что, хотя поперечные импульсы, обусловленные распадом некоторых резонансов, довольно сильно отличаются от значений  $\langle p_{\perp} \rangle$ , соответствующих прямым мезонам, суммарный вклад резонансных пионов и каонов в значение  $\langle p_{\perp} \rangle$  невелик. Средняя величина  $\langle p_{\perp} \rangle$  изменяется всего на 2—3 %, что находится в пределах статистических ошибок измерений.

**6.** Распределение по быстротам и псевдобыстротам. Число частиц в элементе 4-объема определяется формулой (19). Интегрируя это выражение по  $dy_1$  и  $dp_{\perp}$ , можно получить распределение частиц по быстротам.

Однако обычно изменяется распределение по псевдобыстротам  $\eta$ . Чтобы перейти от быстрот *у* к величинам  $p_{\perp}$  и  $\eta$ , следует использовать формулу

$$y = \operatorname{Arth} \frac{p_{\perp} \operatorname{th} \eta}{[p_{\perp}^{2} + (m_{\pi}/\operatorname{ch} \eta)^{2}]^{1/2}}.$$
 (22)

Результаты трансформации и интегрирования (частично численного) представлены на рис. 3.

Как следует из рисунка, согласие между расчетными и экспериментальными данными в распределениях dN/dy или  $dN/d\eta$  имеется. Обращает на себя



Рис. 3. Распределения  $dN/d\eta$  для энергии s<sup>1/2</sup> = 540 ГэВ (1) и s<sup>1/2</sup> = 53 ГэВ (2). Сплошные кривые — результаты расчета по гидродинамической теории

внимание одно обстоятельство. Хотя при относительно малых  $\eta(y) \leq 2$  можно говорить о существовании плато, при больших значениях *у* наблюдается относительно медленный спад функции  $dN/d\eta$ . В результате можно говорить лишь о существовании квазиплато в этом распределении, что согласуется уже с первыми расчетами [9, 15] по гидродинамической теории, когда распределения  $dN/d\eta$  и dN/dy представлялись функцией Гаусса.

В работе [33] вычислялись также корреляции между поперечными и продольными импульсами вторичных частиц, продемонстрировано хорошее согласие с экспериментом при  $s^{1/2} \approx 53$  ГэВ.

7. Средняя множественность. В соответствии с основными идеями Ферми—Ландау средняя множественность определяется статистическим весом (энтропией) начального состояния. Поскольку, как упоминалось, проблема начального состояния является наиболее узким местом теории, можно было бы игнорировать этот экспериментальный тест. Однако такое сопоставление было сделано вплоть до энергий  $s^{1/2} \approx 500$  ГэВ по следующему методу: вплоть до энергии  $s^{1/2} \approx 100$  ГэВ использовалось точное значение статистических весов, а при больших энергиях

— термодинамические соотношения. Сравнения теоретических и экспериментальных данных о зависимости  $\langle N \rangle(s)$  продемонстрировало удовлетворительное согласие [34], что указывает на то, что по порядку величины выбор начальных условий в форме, предложенной Ферми—Ландау, имеет определенные основания.

8. Гидродинамическая теория с масштабно-инвариантными начальными условиями (скейлингмодель). В качестве альтернативы начальных условий в форме лоренц-сжатого диска было предложено требование независимости характеристик жидкости от выбора инерциальной системы отсчета [35-37] (frame independence symmetry). Особенную популярность эта модель приобрела после работы Бьеркена [38], который использовал ее для анализа столкновений быстрых ядер (см., далее, раздел 12). Характеристики одномерной релятивистской жидкости определяются 4-векторами  $x^{\mu}(t, x)$  и скаляром  $\tau = (t^2 - x^2)^{1/2}$ . Лоренц-инвариантность будет выполняться, если все векторные характеристики жидкости будут пропорциональны  $x^{\mu}$ , а скалярные будут определяться  $\tau$ . По существу, это требование эквивалентно постулату, что существует некий момент  $\tau$ , когда все скалярные величины будут иметь постоянные значения. Тогда двумерные уравнения гидродинамики сводятся к соотношению [39]

$$\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}\tau} + \frac{s}{\tau} = 0; \tag{23}$$

s — удельная энтропия.

Решение уравнения (23) имеет вид

$$s = \frac{s_{\rm f} \tau_{\rm f}}{\tau},\tag{24}$$

где значения  $s_t$ ,  $\tau_t$  соответствуют переходу кваркглюонной фазы в адронную.

Используя стандартные термодинамические соотношения, получаем

$$\varepsilon = \varepsilon_{\rm f} (\tau_{\rm f} / \tau)^{1 + c_s^2}, \qquad (25)$$

$$T = T_{\rm f} (\tau_{\rm f}/\tau)^{c_s^2}; \tag{26}$$

 *е* — плотность энергии.

Чтобы оценить распределение по быстротам, следует использовать соотношение  $dN \sim ds$ . Тогда

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}y} = \frac{\pi}{m_{\pi}^2} s_{\mathrm{f}} \tau_{\mathrm{f}},\tag{27}$$

 $y_{\min} < y < y_{\max}$ .

Иначе говоря, в рамках данной модели dN/dy=const, что плохо согласуется с экспериментальными данными (см. рис. 3). Строго говоря, плато в распределении dN/dy отсутствует. Условие dN/dy приводит к зависимости  $\langle N \rangle$  (s) ~ ln s, что также плохо согласуется с экспериментальными данными. Возможно, что дополнительный учет некоторых распределений (например, коэффициентов неупругости) улучшит согласие между выводами данной модели и опытом. Однако по имеющимся у нас данным, такое детальное сопоставление отсутствует.

В работах [39, 40] отмечена еще одна важная (теоретическая) особенность модели. В первоначальной формулировке [35—37] модели были указаны лишь начальные условия для гидродинамических уравнений. Однако, кроме начальных, следует сформулировать также и граничные условия на границе жидкость — вакуум.

В работе [39] было предложено граничные условия представить в инвариантной форме в виде ступенчатой функции, которая входит в качестве дополнительного члена в гидродинамические уравнения. Тогда требование сохранения энергии-импульса приводит к необходимости введения особых состояний, которые интерпретируются как лидирующие частицы. Нужно отметить, что в подобной процедуре частицеподобные состояния практически не находятся в контакте с релятивистской жидкостью, что кажется некоторым упрощением.

Резюмируя ситуацию с масштабно-инвариантным решением, можно констатировать отсутствие его детального сопоставления с экспериментальны-



Рис. 4. Средняя множественность вторичных  $\vec{\pi}$ -мезонов как функция от числа участвующих во взаимодействии протонов [41]

ми данными, относящимися к инклюзивным реакциям при pp- или pp-соударениях при высоких энергиях.

**9. Взаимодействие между ядрами (экспериментальные данные).** При описании взаимодействия между релятивистскими ядрами можно использовать две предельные модели:

1. Модель "независимых взаимодействий". В рамках этой модели каждый нуклон налетающего ядра взаимодействует лишь с одним нуклоном ядра мишени, а вторичные частицы не взаимодействуют вовсе. Следовательно, суммарное взаимодействие отразит все свойства нуклон-нуклонных взаимодействий.



Рис. 5. Средняя множественность  $\langle N_{\pi} \rangle$  для столкновений ядер с различным атомным номером [42]

2. Каскадная модель. Каждый нуклон налетающего ядра взаимодействует со всеми нуклонами ядра мишени. В рамках этой модели реализуется существенно нелинейная зависимость  $\langle N(A) \rangle \mu \langle p_{\perp} \rangle (A)$ .

Разумеется, поскольку отсутствует теория ядерных взаимодействий, выбор между обеими моделями можно сделать лишь на основе экспериментальных данных. Вначале рассмотрим вопрос о средней множественности  $\langle N \rangle$ . Так, в работе [41] исследовалось взаимодействие р, d, He, C с ядром углерода при энергии 4,2 ГэВ/нуклон. На рис. 4 представлена зависимость средней множественности  $\pi^{\dagger}$ -мезонов как функция от числа Q участвующих во взаимодействии протонов. Как видно из рисунка, средняя множественность вторичных частиц на один вторичный протон не зависит от атомного номера A.

На рис. 5 представлено отношение  $\langle N_{\pi} \rangle / N_{p}$  для столкновений различных ядер ( $N_{p}$  — число нуклонов, участвующих в столкновении) [42]. Сплошная линия соответствует фитированию результатов ррсоударений. Из рисунка следует, что число вторичных пионов, приходящихся на один нуклон соударяющихся ядер, также не зависит от *A*. В работе [43] выведена следующая эмпирическая зависимость для центральных соударений:

$$\langle N \rangle_{AB} = A \langle N^{-} \rangle_{nB}; \tag{28}$$

*N*<sup>-</sup> – число отрицательно заряженных частиц. Эта эмпирическая формула подтверждается, в частности, данными, полученными при сопоставлении множественностей в pAu- и <sup>16</sup>ОАu-соударениях при 200ГэВ/нуклон [44-46]. В последних столкновениях  $\langle N \rangle_{_{pAu}} = 124 \pm 0,2$ . При рАи-соударениях:  $\langle N \rangle_{PAu} = 7,42 \pm 0,21. \ 16 \langle N \rangle_{PAu} = 119 \pm 4, \ \text{что пре-}$ восходно согласуется с результатом столкновений ядер <sup>16</sup>О с Au. В работе [47] приводится значение отношения  $(dN/dy)_{AA}/(dN/dy)_{pp} = A^{\alpha}$ , где  $\alpha = 1,1$ . Переходя к распределению по  $p_{\perp}$  [43], следует отметить, что при соударении ядер оно несколько искажается сравнительно с рр-столкновениями, однако это искажение невелико. Так, в центральных соударениях <sup>16</sup>O+Au при 200 ГэВ/нуклон значение  $\langle p_{\downarrow} \rangle$ в интервале  $2 \le y \le 3$  изменяется примерно на 10—20 %. Таким образом, эмпирические данные свидетельствуют о том, что действительность близка к модели столкновений независимых нуклонов.

Это обстоятельство имеет простую физическую интерпретацию. Нуклон после взаимодействия на расстоянии  $\approx E/m^2$  (длина формирования) теряет способность к вторичному взаимодействию, что приводит к так называемой "прозрачности" ядер. (Первые работы, посвященные определению длины фор-

мирования, относятся к 50-м годам [48,49].) Разумеется, модель независимых соударений является лишь первым приближением. Возможны теоретические интерпретации, учитывающие каскадные процессы с введением длины формирования. Крайне вероятно также существование коллективных взаимодействий. Об этом свидетельствуют, например, наблюдения кумулятивного эффекта [50] и ядерного скейлинга [51], когда вторичные частицы в *АА*-соударениях имеют импульс, превышающий кинематический предел для рр-столкновений.

Однако сечение таких процессов составляет малую долю полного сечения.

Резюмируя данный раздел, можно сказать, что модель независимых соударений близка к реальности, однако в таком сложном физическом явлении, как *АА*-соударения, существуют также и коллективные, а возможно, и каскадные процессы, которые все же относительно мало влияют на такие основные характеристики, как  $\langle N \rangle(s)$  и  $\langle p_{\perp} \rangle(s)$ . Сравнительно редкие, но весьма важные для понимания физики явления мы рассмотрим далее.

10. Кварк-глюонная плазма (основные понятия). Термин "кварк-глюонная плазма" был введен в конце 70-х годов [52]. По существу, это понятие означает существование ансамбля слабовзаимодействующих кварков и глюонов при температуре Т в некоторой пространственной области, сравнимой с размерами адронов. Конфайнмент, т.е. невылетание свободных кварков и глюонов, в популярной модели мешков [53] обусловлен давлением В вакуума КХД на "поверхность" адронов. Фактически это является конфайнментом цвета. Предполагается, что кваркглюонная плазма может образоваться в результате столкновения релятивистских адронов, у которых еще до соударения глюонные компоненты несут около половины энергии адронов. При расширении и остывании кварк-глюонной плазмы взаимодействие между кварками и глюонами (при увеличении расстояния между ними) возрастает, и кварковые пары и глюоны превращаются в адроны. Этот процесс трактуется как фазовый переход кварк-глюонной плазмы в адроны.

Простейшую оценку температуры *T*<sub>с</sub> фазового перехода можно сделать в модели мешков, если пренебречь взаимодействием между кварками и глюонами и предположить, что образуются лишь пионы (детальное обсуждение фазовых переходов в КГ-материи проведено в работе [54]). Приравнивая давление пионного газа

$$P_{\rm h} = a_{\rm h} \frac{\pi^2}{90} T^4$$

и давление кварк-глюонного газа

$$P_{\rm qg} = a_{\rm qg} \frac{\pi^2}{90} T^4 - B,$$

можно определить критическую температуру  $T_c$ :

$$T_{\rm c} = \frac{90B}{(a_{\rm qg} - a_{\rm h})\pi^2}.$$
 (29)

Для пионов

$$a_{\rm h} = 3, \ a_{\rm qg} = 16 + \frac{21}{2} N_{\rm f},$$

где $N_{\rm f}$  — число ароматов кварков. Полагая  $B \sim 250$  МэВ и  $N_{\rm f}$  = 3, получим  $T_{\rm c} \approx 160$  МэВ. Однако неопределенность параметров здесь такова, что обычно считают

(см., например, [47, 55]). При достаточно высоких энергиях начальная температура  $T_0$  может превышать  $T_c$ , т.е. возможно образование кварк-глюонной плазмы. Отметим, что при увеличении числа степеней свободы  $a_h$  в адронной фазе (например, при учете резонансов) температура  $T_c$  возрастает.

При расширении и остывании кварк-глюонной системы происходит фазовый переход в адроны, и затем расширяется и остывает уже адронная фаза до свободного разлета при температуре  $T_{\rm f}$ .

Отметим, что учет только пионов вследствие большой разности чисел степеней свободы  $a_{gg}$  и  $a_h$ приводит к весьма сильному фазовому переходу І рода с большим скачком энтропии  $\Delta s = \Delta \varepsilon / T$  и энергии  $\Delta \varepsilon = 4B$ . Такой переход следует из монте-карловских решеточных вычислений для SU (3)-глюодинамики (см., например, работу [97] и ссылки в ней). При этом существует относительно длинная по времени смешанная фаза, когда сосуществуют адроны и кварки и глюоны при  $T = T_c$ . Это означает, что при  $T = T_{a}$  реализуется термодинамическое и химическое равновесие между адронами и кварками. Для этого необходимо выделение энергии, в точности компенсирующее ее уменьшение, обусловленное расширением. Хотя, в принципе, такая ситуация возможна, кажется вероятным, что состояние смешанной фазы будет метастабильным, а возможно, и нестабильным [56].

Следует отметить, что, если кроме пионов учитывать также другие частицы и резонансы, смешанная фаза может практически отсутствовать, и фазовый переход становится близким к переходу II рода [58].

Интересно отметить близость свойств кварк-глюонной плазмы и "жидкости" в гидродинамической теории Ландау. Оказалось, что предположение Ландау об идеальной (невязкой и нетеплопроводной) жидкости с уравнением состояния  $p = \varepsilon/3$  дает наи-



Рис. 6. Эволюция соударений релятивистских ядер. *I* — предварительное состояние, *II* — кварк-глюонная плазма, *III* — смешанная фаза, *IV* — адронный газ, *V* — свободный разлет

более хорошее согласие быстротных распределений вторичных адронов с современными данными при энергиях протонов  $s^{1/2} = 63$  и  $s^{1/2} = 540$  ГэВ (это было показано в работе [98]).

Интересно также отметить, что рассматриваемый Ландау плавный переход расширяющейся "жидкости" в конечные адроны близок к возможному фазовому переходу II рода кварк-глюонной плазмы в адроны при ее расширении. Таким образом, гидродинамическая теория по своим свойствам близка к концепции кварк-глюонной плазмы.

В заключение представим схематически пространственно-временную картину соударении адронов и ядер высоких энергий [52] (рис. 6). Этот процесс можно условно разделить на следующие этапы:

1. Предравновесный период, в течение которого в результате взаимодействия партонов налетающих частиц образуется термализованная система — кварк-глюоннаяплазма ("жидкость" Ландау).

2. На следующем этапе расширяется и остывает кварк-глюонная плазма, и при достижении температуры  $T_{\rm c}$  (через время  $t_{\rm c}$ ) плазма начинает переходить в адроны.

3. Если адронизация имеет характер фазового перехода I рода (подробное исследование различных типов переходов I рода проведено в работе [99]), то система при температуре  $T_c$  в течение времени  $t_h$  может находиться в смешанной фазе, которая затем переходит в равновесный пионный газ. При этом происходит значительное увеличение объема газа и возникают скачки плотности энергии и энтропии, которые обусловлены значительным различием в числе степеней свободы в плазменной и пионной фазах. В течение периода смешанной фазы (если она существует) взаимодействие глюонов обеспечивает сохранение полной энтропии путем образования дополнительных партонов, требуемых для наполнения большого объема пионами [57].

Однако если учесть возможность образования не только пионов, но и других стабильных частиц и также резонансов, не будет резкой разницы между числом степеней свободы плазменной и адронной фаз, т.е. и скачков плотности энергии и энтропии. Это приводит к возможности фазового перехода, близкого к переходу II рода при более высокой температуре  $T_e$ , чем для перехода I рода [58]. Смешанная фаза тогда практически отсутствует или становится более короткой (это отмечалось также недавно в работе [100]).

4. На следующем этапе расширяется уже адровный газ, и затем через время  $t_{\rm f}$  происходит "замораживание" и свободный разлет адронов. Температура "замораживания"  $T_{\rm f}$  близка к  $m_{\pi}$  [9], но может медленно расти с ростом начальной энергии, что обусловливает слабый рост  $\langle p_{\perp} \rangle$  с энергией в pp-соударениях [27].

11. Некоторые замечания к скейлинг-модели. После появления работы [38] скейлинг-модель широко используется для анализа A + A-соударений и поисков сигналов от кварк-глюонной плазмы. Однако, как мы отмечали ранее (см. раздел 8), этот вариант теории приводит к равномерному распределению частиц по быстротам (dN/dy = const), что не согласуется с экспериментальными данными и может привести к заниженным значениям важнейшего параметра для идентификации кварк-глюонной плазмы начальной температуры  $T_0$ . Далее мы сделаем некоторые оценки этого параметра.

В работах [38,59] процесс A + A-соударений рассматривается как совокупность отдельных независимых нуклонных соударений. В результате формиру ются начальные условия единой гидродинамической системы. Эти начальные условия фактически задаются параметром  $\tau_0$  (время формирования плазмы), который связан с негидродинамической стадией процесса, зависящей от квантовых эффектов. В работе [38] используется значение  $\tau_0 = 1$  фм и начальный объем  $V_0 = \pi R_A^2 \tau_0$ , где  $R_A \approx 1, 2A^{1/3}$  фм — радиус ядра. Начальная плотность энергии оценивается по формуле

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{V_0} m_\perp \left. \frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}y} \right|_{y=0},\tag{30}$$

где  $m_{\perp} = (m^2 + p_{\perp}^2)^{1/2} \approx 400$  МэВ.

Однако следует отметить, что в такой оценке не учитывается продольная энергия рожденных пионов при y > 0, которая также заключена в начальном объеме. Что дает оценка (30), например, для pp-соударений при энергии  $s^{1/2} = 540$  ГэВ? Используя по-

лученную из эксперимента оценку

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}y}\Big|_{y=0}\approx 3,2,\ m_{\perp}\approx 430\ \mathrm{M}\Im\mathrm{B},$$

получим (для  $\pi^{\pm,0}$ )  $dE_0/dy \approx 3.2 \cdot 1.5 \cdot 0.43 \approx 2 \Gamma$ эВ,  $\varepsilon_0 = 2 \Gamma$ эВ/ $V_0 \approx 2 \Gamma$ эВ/ $\pi r^2 \tau_0 \approx 0.64$  ГэВ / фм<sup>3</sup> (!) (при  $r \approx \tau_0 \approx 1$  фм).

В области квазиплато  $-3 \le y \le 3$  при равномерном распределении энергии мы получили бы значение суммарной энергии вторичных частиц

 $E_0 \approx 2 \cdot 6 = 12 \, \Gamma \Im B, \, \epsilon_0 \approx 3.8 \, \Gamma \Im B / \Phi M^3.$ 

Однако величину  $E_0$  в области быстрот  $-y_0 \le y \le 3$  следует вычислять по формуле

$$E_0 = \int_{-y_0}^{y_0} m_\perp \frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}y} \operatorname{ch} y \,\mathrm{d}y \tag{31}$$

(см., например, [60]).

Используя взятое из эксперимента [61] распределение dN/dy, при  $y_0 = 3$  получим  $E_0 \approx 42$  ГэВ и  $\varepsilon_0 \approx 13$  ГэВ/фм<sup>3</sup>. В интервале быстрот  $-5 \le y \le 5$   $E_0 \approx 260$  ГэВ, т.е. вторичные адроны несут почти половину начальной энергии, что соответствует коэффициенту неупругости  $K \approx 1/2$  (т.е.  $\varepsilon_0 \approx 86$  ГэВ/фм<sup>3</sup>). Аналогичная оценка для энергии ISR ( $s^{1/2} = 53$  ГэВ) при  $K \approx 1/2$ :  $\varepsilon_0 \approx s^{1/2} K/V_0 \approx 8,4$  ГэВ/фм<sup>3</sup>. Однако оценка по Бьёркену [38] дает (с учетом величины  $dN/dy |_{y=0} \approx 2\varepsilon_0 \approx 2 \cdot 1,5 \cdot 0,4 / \pi r^2 \tau_0 \approx 0,38$  ГэВ/фм<sup>3</sup>. По нашему мнению, эта оценка не соответствует начальной плотности энергии в гидродинамической модели.

Таким образом, при энергиях ISR начальная плотность энергии  $\varepsilon_0$  даже при продольном размере  $\tau_0 \sim 1 \, \varphi$  достаточна для образования кварк-глюонной плазмы ( $\varepsilon_0 >> 1 \, \Gamma \Im B / \varphi M^3$ ). В лоренц-сжатом начальном объеме эта плотность энергии будет еще больше. Нам представляется, что аналогичная ситуация реализуется и для A+A-столкновений.

12. Применение гидродинамической модели к интерпретации соударений релятивистских ядер. С появлением пучков релятивистских тяжелых ионов гидродинамический подход начал широко применяться и для исследования соударений тяжелых ядер. Число вторичных частиц увеличивается во много раз, в том числе и каонов, фотонов и лептонных пар, что улучшает условия для диагностики кварк-глюонной плазмы. Для тяжелых ядер увеличивается торможение начальных нуклонов, возрастает коэффициент неупругости и, по-видимому, возможно образование плазмы, обогащенной барионами. Какие начальные плотности энергии и температуры можно ожидать для соударений? В таблице приведены параметры для планируемых и уже име-

Год запуска	Название ускорителя	Пучки	s <sup>1/2</sup> , ГэВ/А	dN dy y=0	ε <sub>0</sub> , ГэВ/фм <sup>3</sup>	Е <sub>0</sub> , МэВ
1986	AGS	Si <sup>28</sup>	5	110	1,3	160
	SPS	S <sup>32</sup>	20	220	2,4	190
1993	AGS	Au <sup>197</sup>	4	390	1,2	160
	SPS	Pb <sup>208</sup>	17	800	2,5	190
1998	RHIC	Au <sup>197</sup>	200	1500	4,7	220
	LHC	Pb <sup>208</sup>	6300	2500	7,8	250
AGS — Alternate Gradient Synchrotron, RHIC — Relativistic						
Heavy Ion Collider, LHC - Large Hadron Collider, SPS - Super						

ющихся ускорителей тяжелых ионов для свинцовой мишени и оценки начальной плотности энергии и температуры (см. [47]) по Бьёркену [38]. Однако, как мы отмечали, эти оценки, вероятно, занижены.

Сделаем некоторые оценки для планируемого ускорителя RHIC и SPS. Для оценки величины dN/dyв *A*+*A*-соударениях используем экстраполяцию из данных по р + *A*-столкновениям:

$$\left(\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}y}\right)_{AA} \ \left(\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}y}\right)_{\mathrm{pp}} = A^{\alpha},$$

Proton Synchrotron

где  $\alpha \approx 1,1$  [47]. Используя для pp-соударений эмпирическую формулу [62]  $dN/dy|_{y=0} \approx 0,8$  ln  $s^{1/2}$ , получим для ускорителя RHIC ( $s^{1/2} = 200$  ГэВ)

$$\frac{dN}{dy}\Big|_{pp} \approx 4,24,$$
$$\frac{dN}{dy}\Big|_{AA} \approx 208^{1,1} \cdot 4,24 \approx 1500;$$

оценка по Бьёркену приводит к значению  $E_0 \approx m_{\perp} \cdot 1500 \approx 750$  ГэВ, и  $\varepsilon_0 \approx 750/\pi (1,2)^2 A^{2/3} \tau_0 \approx 4,7$  ГэВ/фм<sup>3</sup> (при  $\tau_0 = 1$  фм). Предполагая, что в начальном объеме  $V_0$  образуется идеальная кварк-глюонная плазма, состоящая из глюонов и кварков трех сортов u, d u s, u, зная величину  $\varepsilon_0$ , можно найти начальную температуру по формуле

$$\varepsilon_0 = \frac{47,5\pi^2}{30} T_0^4$$

Отсюда следует  $T_0 = 220$  МэВ.

Повторим эти оценки с учетом соотношения (31). При минимальном коэффициенте неупругости K = 1/2 во вторичные частицы переходит энергия ~  $s^{1/2}AK \approx 100 \ \Gamma \ni B/A$ . Если эта энергия была заключена в начальном объеме  $\pi R_A^2 \xi$ , то получим

$$\varepsilon_0 \approx K_s = K_s = A^{-1.0}, 22,$$
$$\varepsilon_0 \approx \frac{100 \,\Gamma_{3} B/A}{\pi (1,2)^2 A^{2/3} \tau_0} \approx 10^{-1}$$

≈  $22A^{1/3}\Gamma$ эВ/фм<sup>3</sup> ≈ 127 ГэВ/фм<sup>3</sup>.

Это соответствует начальной температуре  $T_0 \approx 500$ МэВ. В начальном лоренц-сжатом объеме  $V_0 \approx \pi R_A^2 \cdot R_A (2M_p/s^{1/2})$  величины  $\epsilon_0$  и  $T_0$  будут еще больше:  $\epsilon_0 \approx 890$  ГэВ/фм<sup>3</sup>,  $T_0 \approx 800$  МэВ. (От-



Рис. 7. Быстротные распределения барионов для периферических (•) и центральных (•) соударений S + S при s<sup>1/2</sup> = 20 ГэВ. Штриховая линия показывает экстраполяцию pAu -данных к столкновениям Pb+Pb

метим, что строго говоря, начальную температуру  $T_0$  следует вычислять с учетом взаимодействия кварков и глюонов по формуле (для трех сортов кварков) [58]

$$\varepsilon_0 = T_0^4 (15,75 - 14,25\alpha_s + 6,8\alpha_s^2) + B,$$

где  $\alpha_{s} = 2\pi/9 \ln(3T_{0}/\Lambda)$ —константа связи в КХД;  $\Lambda \approx 150 \text{ МэВ}$ . Это приводит к небольшому увеличению  $T_{0} (\leq 10\%)$ .)

Как мы увидим ниже, при температуре  $T_0 \ge 500$ МэВ выход тепловых лептонных пар больших масс Mпревышает выход пар в процессе Дрелла—Яна [63] (напомним, что процессом Дрелла—Яна называют аннигиляцию q  $\overline{q} \rightarrow \overline{l}$  (l — лептон) в области глубоко-неупругого взаимодействия. Характеристики кварка мишени определяются структурной функцией адрона-мишени). Для ускорителя SPS ( $s^{1/2} = 17 \ \Gamma \ni B/A$ ) оценка по Бьёркену дает  $\varepsilon_0 \approx 2,5$  $\Gamma \ni B/\Phi M^3$  и  $E_0 \approx 190 M \Rightarrow B$ .

Наша оценка для модели Ландау при K = 1/2 дает  $\varepsilon_0 \approx 27 \ \Gamma_{\Im} B/\phi M^3$ ,  $T_0 \approx 330 \ M_{\Im} B$ .

Для тяжелых ядер и небольших энергий лоренцсжатые начальные размеры по порядку величины близки к  $\tau_0 = 1$  фм.

Таким образом, нам представляется, что приведенные в таблице оценки начальной плотности и температуры  $\varepsilon_0$  и  $T_0$  занижены.

Представляют интерес оценки потерь энергии начальными нуклонами в A + A-столкновениях. В работе [64] для реакции  $S^{32} + S^{32}$  при энергии  $s^{1/2} = 20$ ГэВ/A приведены оценки потерь начальной энергии в центральной области. Среднее число отрицательных частиц на пару взаимодействующих нуклонов растет на ~ 10 % значения 3,2 в рр-столкновениях до 3,5 в реакции  $S^{32} + S^{32}$ . В центральной области имеются 54 нуклона, и каждый теряет энергию  $E \approx 5,81 \pm 3$  ГэВ. Общая потеря составляет 313  $\pm \pm 38$  ГэВ (58 % начальной энергии этих нуклонов, т.е. коэффициент неупругости  $K \approx 60$  %). Можно показать, что в данном случае нуклоны теряют в среднем ~ 0,9 единиц быстроты.

Однако для тяжелых ядер эти потери возрастают. Из исследований нуклон-ядерных столкновений известно [65], что нуклон при прохождении через тяжелые ядра теряет в среднем 2 единицы быстроты (т.е. нуклоны теряют более 80 % энергии). Но для реакции Pb + Pb потери быстроты могут быть еще больше: ~ 3,5 [66], и режим, свободный от барионов в центральной области, наступает при  $s^{1/2}/A \approx 1000 \Gamma$ эВ, т.е. выше энергий RHIC. Нарис. 7 показаны быстротные распределения барионов для периферических и центральных соударений в реакции S<sup>32</sup> + S<sup>32</sup> при  $s^{1/2} = 20 \Gamma$ эВ, а также экстраполяция данных для реакции р + Au к соударения Pb + + Pb [64].

Таким образом, при доступных в настоящее время энергиях, центральная область быстрот в A + A-соударениях в значительной степени заполнена барионами. Но остается не вполне ясным, образуют ли эти барионы статистическую систему вместе с вторичными адронами.

Для грубой оценки величины потерь начальной энергии при соударениях ядер можно использовать формулу для коэффициента неупругости [67]:  $K(AA) \approx K(pp) A^{0,09\pm0,03}$ . Для столкновений тяжелых ядер увеличение *К* может привести к возрастанию начальной плотности энергии  $\epsilon_0$  (почти вдвое для Pb + Pb по сравнению с pp-столкновениями).

В работе [68] исследовалось распределение по быстротам и  $p_1$  в A + A-соударениях для пучка ядер кислорода и различных мишеней — Cu, Ag, Au. Использовалась гидродинамическая модель Ландау и также уравнение состояния идеального газа и температура разлета  $T_{f} \approx 0,15$  ГэВ. Вычислялись сечения  $d\sigma/dE_{\perp}$  как функции  $E_{\perp}$  при энергии на нуклон 10 ГэВ. Экспериментальные данные для  $d\sigma/dE_1$ , а также для корреляций между полной энергией и  $E_{\perp}$ , и распределения по N<sub>cb</sub> хорошо описываются моделью, если предположить почти полную остановку нуклонов ~ 95 %. При более высоких энергиях ~ 50 и 200 ГэВ/нуклон для тяжелых мишеней эксперимент можно описать, предполагая, что в процессе соударения затрачивается ~ 85 % энергии первичных нуклонов.

Следует кратко упомянуть об интерферометрических измерениях радиуса "замораживания". Эти измерения [69,70] указывают на рост радиуса с энергией при фиксированной величине *A*, что, повидимому, указывает на расширение объема "замораживания". Такое расширение, возможно, является следствием гидродинамической эволюции. Интересным эффектом, обнаруженным в A + Aсоударениях, является увеличение выхода мягких пионов сравнительно с pp-соударениями [71—72]. Спектры по  $p_{\perp}$  для реакций O+Au и S + S, в отличие от pp, не фитируются простым тепловым распределением. Исследованию этого эффекта посвящен ряд работ. В работе [73] наблюдаемое распределение интерпретируется путем введения положительного химического потенциала  $\mu$  для пионов (т.е. превышением над химическим равновесием).

В другой работе [71] учитываются двух- и трехчастичные распады резонансов. Но результаты для реакции S + S при 200 ГэВ/нуклон согласуются с экспериментом при слишком высокой температуре  $T \sim$ 200 МэВ.

В статье [74] наблюдаемое превышение мягких пионов при малых  $p_{\perp}$  для тяжелых ионов при энергии 200 ГэВ/нуклон объясняется в трехмерном гидродинамическом приближении в рамках теории Ландау. Показано, что в этой интерпретации важную роль играет учет резонансов. При вычислениях используется уравнение состояния для смешанной фазы и значения температуры "замораживания"  $T_{\rm f}$ = 130 МэВ и барионного числа B = 35.

Однако надо отметить, что аналогичное превышение (хотя и менее сильное) было найдено и для pp-соударений ( $s^{1/2} = 63$  ГэВ) при больших множественнях  $N_{ch} > \langle N_{ch} \rangle$  в области быстрот |y| < 2 [75]. Однако в pp-соударениях химический потенциал  $\mu = 0$ . Поэтому причина превышения не вполне ясна. Отметим, что здесь, возможно, следует также учитывать влияние конечной ширины резонансов.

**13.** О диагностике кварк-глюонной плазмы. Вопросу о диагностике кварк-глюонной плазмы при соударениях ядер посвящено много работ. Эксперименты указывают на увеличение относительного выхода странных частиц в *A* + *A*-соударениях по сравнению с pp- и р*A*-соударениями.

В работе [76] этот эффект рассматривается как сигнал образования кварк-глюонной плазмы. Спецификой соударений тяжелых ядер, в отличие от соударений нуклонов, является подавление легких кварков из-за барионного химического потенциала  $\mu_{\rm B} \neq 0$ . Это приводит к относительному увеличению выхода странных s- и  $\overline{s}$ -кварков.

Однако оказалось, что увеличение выхода странности (отношения ( $K^+/\pi^+$ )) наблюдается и для равновесного адронного газа [77]. Для интерпретации этого эффекта учитывался вклад всех наблюдаемых нестранных и странных мезонных и барионных резонансов до масс ~ 2 ГэВ и вводилось отталкивание барионов на малых расстояниях. Превышение странности в соударениях ядер здесь связывают с ненулевым барионным числом  $n_{\rm B} \neq 0$  и равновесием барионов в адронном газе (подробно о роли странности в диагностике кварк-глюонной плазмы см. [78, 79]).

Наиболее прямую информацию о кварк-глюонной плазме могут дать рожденные в ней дилептоны и прямые фотоны. В отличие от вторичных адронов, которые в основном рождаются в процессе "замораживания", лептонные пары могут рождаться в наиболее горячей и плотной зоне и нести информацию о ней. Впервые рождение лептонов и электромагнитного получения рассматривалось в работе Фейнберга [16, 17] в рамках гидродинамической теории. Позже при появлении квантовой хромодинамики стали возможными расчеты этих явлений на основе кинетики в кварк-глюонной плазме (подробности см. [55, 79]).

Существенным является предположение о локальном равновесии в кварк-глюонной плазме. Тепловые дилептоны высоких масс *M* могут служить "термометром" для начальной температуры.

Чтобы проиллюстрировать порядок величины выхода дилептонов, а также степень неопределенности расчетов, мы приведем формулу, заимствованную из работы [55]:

$$\frac{\mathrm{d}^{3}N}{\mathrm{d}M^{2}\mathrm{d}y\,\mathrm{d}p_{\mathrm{T}}^{2}} = 1,6 \cdot 10^{-7} \frac{\tau_{0}}{\tau_{\mathrm{p}}} A^{\delta+\lambda+(2/3)} \times \left(\frac{1\Gamma \Im B}{M_{\mathrm{t}}}\right)^{6} \Gamma \Im B^{-4}.$$
(32)

Длина формирования  $\tau_p$  заключена в интервале 1/3 <  $\tau_p < \tau_0 \approx 1 \, \text{фм}, 1/2 < \lambda < 1, 0 < \delta < 1/3, M, M_t$  масса и поперечная масса дилептона. При массах дилептонов ниже 1,5 ГэВ спектр, по-видимому, определяется "хвостом" векторных мезонов, а для очень высоких масс M > 5 ГэВ спектр определяется предравновесным рождением лептонных пар Дрелла—Яна [63] при жестких соударениях кварков. Схематическое поведение дилептонного спектра масс представлено на рис. 8.

Сечение рождения пар Дрелла—Яна определяется адронной структурной функцией и сечением взаимодействия партонов. Структурные функции измеряются в глубоко-неупругих процессах (рассеяние лептонов адронами). Элементарные сечения вычисляются по теории возмущений с учетом высших приближений [80].

Расчетный выход пар Дрелла—Яна в pp-соударениях хорошо воспроизводит непрерывную часть наблюдаемого дилептонного спектра в области, превышающей значения масс  $J/\psi$ -частиц. Но ниже масс  $J/\psi$  результаты теории возмущений менее надежны (структурные функции не известны хорошо для ма-



Рис. 8. Схематическое поведение "идеального" спектра масс дилептонов

лых *x*, где *x* — доля энергии кварка). Для высоких начальных температур  $T_0 > 500$  МэВ поведение дилептонных спектров аналогично поведению в процессе Дрелла—Яна ~  $M^4$ . Для более низких температур спектр масс имеет экспоненциальный характер и пересекает кривую Дрелла—Яна (рис. 9). Зависимость выхода пар Дрелла—Яна от атомного веса ядра *A* имеет вид ~  $A^{4/3}$ . Если множественность пропорциональна *A*, то тепловые дилептоны также имеют зависимость ~  $A^{4/3}$  [81]. Если множественность растет быстрее, чем *A*, то выход тепловых пар будет превышать выход пар Дрелла—Яна. При росте энергии  $s^{1/2}$  доля импульса *x* аннигилирующих кварков q и  $\overline{q}$  становится малой:  $x = M/s^{1/2} \rightarrow 0$  и возможны поправки ~ ln *x* (для пар Дрелла—Яна).

Выход тепловых пар сильно зависит от температуры. На рис. 9 сопоставляются величины [81]  $d^2 N^{\mu+\mu}/dy dM$ для пар Дрелла—Яна и тепловых ди-



Рис. 9. Сравнение дилептонов Дрелла—Яна (штриховая линия) и тепловых дилептонов для системы с фазовым переходом I рода кварк-глюонная плазма — адронный газ с начальной температурой 0,2 ГэВ (1), 0,3 ГэВ (2), 0,4 ГэВ (3) и 0,5 ГэВ (4)

лептонов при начальных температурах  $T_0 = 0,2; 0,3;$ 0,4 и 0,5 ГэВ. Для  $T_0 \ge 350$  МэВ появляются тепловые пары с большими массами, а при  $T_0 < 250$  МэВ резонансные "хвосты" пересекают кривую Дрелла— Яна. Таким образом, величина начальной температуры  $T_0$  играет важную роль в обнаружении тепловых дилептонов больших масс.

Аналогичные выводы были также сделаны ранее в работе [82]. В этой статье использовалась одномерная гидродинамическая скейлинг-модель и вычислялся выход лептонных пар от кварк-глюонной плазмы, пионного газа и смешанной фазы. Результаты, как отмечают авторы, по-видимому, слабо зависят от характера фазового перехода. Расчет в гидродинамической модели Ландау показывает, что в рр-соударениях при энергиях ISR ( $s^{1/2} = 53$  ГэВ) в начальном состоянии достигается температура  $T_0 \ge 500$  МэВ, что достаточно для изучения рождения тепловых пар больших масс. Поэтому представляет интерес исследование рождения лептонных пар в рамках гидродинамической модели Ландау для A + A-соударений при различных сценариях фазового перехода.

В работе [82] вычислялся также выход лептонных пар из адронной материи. Главные каналы реакции определяются здесь процессами  $\pi^+ + \pi^- \rightarrow \rho, \rho' \rightarrow e^+e^- + X$ . При вычислениях использовался пионный форм-фактор  $F_{\pi}(M^2)$  в форме Брейта—Вигнера  $F_{\pi}(M^2) = m_{\rho}^2/(m_{\rho}^2 - M^2 - im_{\rho}\Gamma)$ . Надо отметить, что для малых масс  $M \leq 2m_{\pi}$ 

Надо отметить, что для малых масс  $M \le 2m_{\pi}$  главным каналом для выхода дилептонов является излучение виртуальных фотонов, рожденных в  $\pi\pi$  взаимодействии.

Учет одних пионов недостаточен для количественной оценки выхода лептонных пар (имеются  $\varphi$  и другие частицы). Оценки [82] показывают, что в области масс 0,4 <M< 2 ГэВ аннигиляция адронов преобладает над кварковой.

Отметим также характерную черту спектров — в области масс  $J/\psi$  тепловые лептонные пары будут иметь значительно более широкое распределение по  $p_{\perp}$ , чем пары Дрелла—Яна или  $J/\psi$  [81]. Это может быть обусловлено упругим рассеянием партонов внутри ядер.

Прямые фотоны в диагностике плазмы в A + Aсоударениях играют роль, аналогичную дилептонам [83], но в эксперименте их трудно отделить от фона  $\pi^0 \,\mu \,\eta$  [84].

Другое явление, которое может свидетельствовать об образовании кварк-глюонной плазмы в A + A-соударениях, — это подавление выхода J/  $\psi$ частиц [85] по сравнению с pp-столкновениями. Такое подавление наблюдалось экспериментально [86]. Причина подавления может состоять в том, что пары  $c\bar{c}$ , образующие  $J/\psi$  или  $\psi'$ , экранированы в плазме и эта экранировка препятствует связи кварков. На рис. 10 мы видим, что отношение числа частиц  $J/\psi$  к континууму дилептонов Дрелла—Яна падает вдвое при больших значениях  $E_{T}$  по сравнению с малыми. Было замечено также, что при увеличении  $p_{\perp}$  частиц  $J/\psi$  (для соударений O+U при энергиях SPS) подавление отсутствует. Возможная причина может состоять в том, что быстрые пары  $c\bar{c}$  покидают плазму, не претерпев экранировку [87].

Однако следует отметить, что подавление возможно и в адронной среде путем диссоциации  $J/\psi + X \rightarrow D + \overline{D}$ , где X — одна из конституэнт среды [88] (например, нуклоны в ядерной материи). К подавлению может также приводить эффект смягчения партонных спектров в ядрах. Если это смягчение больше для глюонов, чем для кварков, то возможно подавление  $J/\psi$  [89].

Но остается неясным, могут ли эти эффекты объяснить наблюдаемое подавление. Оценки показывают [90, 91], что экстраполяция данных по сечениям реакции  $J/\psi + X \rightarrow D + \overline{D}$  в рА-соударениях в область соударений ядер, по-видимому, не объясняет наблюдаемое подавление. Если предположить, что в соударениях ядер возникает более плотная материя, чем ядерная, то наблюдаемое подавление можно объяснить, используя достаточно большое сечение соударений с адронами в реакции  $J/\psi + X \rightarrow D + \overline{D}$ [92]. Чтобы отличить глобальное экранирование от локальной диссоциации при подавлении J/ $\psi$ , нужен полный спектральный анализ, т.е. сравнение подавления для различных состояний чармония и боттония [93], а также учесть возможное "загрязнение" J/ $\psi$  частиц от В-распадов [94]. Наиболее характерной чертой является наличие пороговой плотности энергии для экранирования по сравнению с непрерывным характером диссоциации. Поэтому представляет интерес исследование подавления  $J/\psi$  для различных сталкивающихся частиц как функции плотности энергии  $\varepsilon_{n}$ .

Следует еще заметить, что поскольку 40%  $J/\psi$ - частиц возникает из распада  $\chi$  ( $m_{\chi} \approx 3500 \text{ МэВ}$ ), возникает вопрос: может быть, подавление  $J/\psi$  — следствие подавления  $\chi$ ?

В работе [95] рассматривались корреляции между ( $p_{\perp}$ )имножественностью в центральной области быстрот как сигнал фазового перехода I рода плазмы в адроны. "Выполаживание" зависимости ( $p_{\perp}$ ) ( $N_{ch}/\Delta y$ ) при увеличении  $N_{ch}$  рассматривается как возможный сигнал образования смешанной фазы, в течение которой температура  $T_c$  остается практически постоянной, а  $p_{\perp} \sim T_c$ . Однако в работе [96] показано, что такая зависимость в рр-соударениях определяется "выполаживанием" величины ( $p_{\perp}$ ) при увеличении коэффициента неупругости (и множественности  $N_{ch}$ ) выше среднего значения  $K \approx 1/2$  и никак не связана с фазовым переходом.

В результате обзора даже ограниченного числа работ мы приходим к выводу о сложности наблюдения кварк-глюонной плазмы. Теоретические рекомендации, как мы видели, не всегда однознач-



Рис. 10. Отношение выхода  $J/\psi$ -частиц к континууму в A + A -и pU -взаимодействиях для ускорителя SPS как функция поперечной энергии  $E_{\rm T}$ , нормированной на площадь падающего ядра  $A^{2/3}$  (в ГэВ/нуклон)

ны. Наиболее прямую информацию об образовании кварк-глюонной плазмы может дать, по-видимому, изучение выхода лептонных пар и жестких фотонов, если надежно отделить фон от адронной фазы и лептонов Дрелла—Яна.

**14. Заключение.** Гидродинамическая теория множественных процессов, предложенная Ландау, хорошо описывает почти все современные экспериментальные данные об инклюзивных реакциях в pp(pp)столкновениях. Здесь необходима оговорка: речь идет о мягких процессах. Для описания жестких процессов следует использовать КХД.

Хотя теория в форме, предложенной Ландау, и не содержит внутренних противоречий, тем не менее масштабно-инвариантные начальные условия кажутся эстетически более привлекательными. Однако, к сожалению, до сих пор не проведено полное сопоставление данной модели со *всей* совокупностью современных экспериментальных данных. Такое сопоставление необходимо, чтобы попытаться различить на опыте оба варианта модели. По-видимому, наиболее перспективно в этом направлении — изучение вторичных фотонов больших энергий, движущихся под большими углами.

Кварк-глюонная плазма весьма близка по духу и букве к гидродинамической концепции.

Можно высказать надежду, что запуск в ближайшие годы ускорителей тяжелых ионов больших энергий будет играть важную роль для проверки этой концепции.

Для дальнейших исследований нам представляются важными в будущем следующие факторы:

1. Более жесткий отбор теоретических моделей по их эвристической способности.

2. Дальнейшее теоретическое исследование проблем конфайнмента и кварк-глкюнной плазмы.

3. Экспериментальное исследование фотонов и лептонных пар при больших энергиях и под большими углами в pp-, pA- и AA-соударениях.

Вплоть до настоящего времени, вероятно, самым веским указанием о существовании нового состояния — КГП является хорошее согласие гидродинамической теории с экспериментальными данными. Именно поэтому нам представляется важным совместное и комплексное изучение множественных процессов на основе гидродинамики и относительно редкого появления лептонов, фотонов, странных и других "экзотических" частиц на основе кинетики.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

44

- 1. Scobeltzyn D.V. Zs. Phys. 1929, 54, 686.
- 2. Rossi E. Phys. Zs. 1932, 33, 304.
- 3. Blackett P.M.S., Occhialini G.P. S. Proc. Roy Soc. Ser. A. 1933, 139,699.
- 4. Heisenberg W. Zs. Phys. 1936, 101, 533.
- 5. Heisenberg W. Zs. Phys. 1949, 129, 569.
- 6. Heisenberg W. Zs. Phys. 1952, 133, 65.
- 7. Fermi E. Prog. Theor. Phys. 1950, A5, 570.
- 8. Померанчук И.Я. ДАН СССР. 1951, 78, 889.
- 9. Ландау Л.Д. Изв. АН СССР. Сер. физ. 1953, 17.
- 10. Carruthers P., MinchDuong Van. Phys. Lett. 1972, B41, 595.
- 11. Cooper K, Shonberg E. Phys. Rev. Lett. 1973, 30, 880.
- 12. Милехин ГЛ., Розенталь И.Л. ЖЭТФ. 1957, 33, 197.
- 13. Фейнберг Е.Л. УФН. 1971, 104, 539.
- 14. Розенталь И.Л. ЖЭТФ. 1956. 31. 278.
- 15. Милехин Г.А. ЖЭТФ. 1958, 35, 1185.
- 16. Фейнберг Е.Л. Изв. АН СССР. Сер. физ. 1962, 26, 622.
- 17 Feinberg E.L. Nuovo Cimento. 1976, 34A, 391.
- 18. Блохинцев Д.И. ЖЭТФ. 1957, 32, 350.
- 19. Тяпкин А.А. Физ. ЭЧАЯ. 1977, 8, 544.
- 20. Левин ЕМ., Рыскин М.Г. УФН. 1989, 158, 202.
- 21. Moravcsik M.I., Teper M. Phys. Rev. 1977, D16, 1693.
- 22. Feinberg E.L. Proc. of the 1st Intern. Workshop "Local Equilibrium in Strong Interaction Physics". Ed. D.Scott, R. Weiner. Singapore: World Scientific, 1985. P. 15
- 23. Никитин Ю.П., Розенталь И.Л. Теория множественных процессов. М.: Наука, 1976, С. 29.
- 24. Proc. of the 1st Intern. Workshop "Local Equilibrium in Strong Interaction Physics". Eds. D.Scott, R. Weiner. Singapore: World Scientific, 1985. P. 415-446.
- 25. Pokorski S., Van Hove L. Nucl. Phys. 1975, 86B, 243.
- 26. Милехин Г.А. ЖЭТФ. 1958, 35, 1185.
- 27. Розенталь И.Л., Тарасов Ю.А. ЖЭТФ. 1983, 85, 1535.
- 28. Тарасов Ю.А. ЯФ. 1985, 42, 411. 29. Халатников И.М. ЖЭТФ. 1954, 27, 529.
- 30. Cooper R, Frey G. Phys. Rev. 1974, D10, 186.
- 31. Мурзин В.С., Сарычева Л.И. Взаимодействия адронов высоких энергий. М.: Наука, 1983. Гл. 6.
- 32. Балдин А.М., Гольданский В.И., Максименко В.М., Розенталь И.Л. Кинематика ядерных реакций. М.: Атомиздат, 1968. Гл. 3.
- 33. Тарасов Ю.А. ЯФ. 1978, 45, 1446.
- 34. Розенталь И.Л., Тарасов Ю.А. Письма ЖЭТФ. 1982, 35, 349.
- 35. Chin C.B., Sudarshan E.G., Kuo-Hsiang Wang. Phys. Rev. 1975, D12, 902.
- 36. Hwa K.C. Phys. Rev. 1974, D10, 2260.
- 37. Cooper F., Frye G., Schonberg E. Phus. Rev. 1975, D11, 192.
- 38. Bjorken J.D. Phys. Rev. 1983, 27, 140.
- 39. Горенштейн М.И., Жданов В.И., Синюков Ю.М. ЖЭТФ. 1978, 74, 833.

- 40. Горенштейн М.И., Зиновьев Г.М., Синюков Ю.М. Письма ЖЭТФ. 1978, 28, 372.
- 41. Simic L. et al. Phys. Rev. 1986, D34, 392.
- 42. Atwater T.W., Freier P.S. Phys. Rev. Lett. 1986, 56, 1350.
- 43. Bartke J. Intern. J. Mod. Phys. 1989, 4, 1319.
- 44. Bamberger A. et al. Phys. Lett. 1987, B184, 271.
- 45. Bamberger A. et al. Phys. Lett. 1988, B205, 583.
- 46. De Marzo A. et al. Phys. Rev. 1982, D26, 1019.
- 47. Satz H. Preprint CERN-TH 6216/91. October 1991.
- Померанчук И.Я., Фейнберг Е.Л. ДАН. СССР. 1953, 95, 439. 48
- 49. Фейнберг Е.Л. ЖЭТФ. 1955, 28, 242.
- 50. Балдин АМ. и др. ЯФ. 1973, 18, 79.
- 51. Лексин Г.А. Ядерный скейлинг.— Элементарные частицы. 4-я школа ИТЭФ. М.: Атомиздат, 1977. Вып. 2. С. 6.
- 52. Шуряк Э.В. ЯФ. 1978, 28, 796.
- 53. ChodosA. et al. Phys. Rev. 1974, D9, 3471.
- 54. Черновская О.Д., Черновский Д.С. УФН. 1988, 154, 497.
- 55. Raha S., Sinha B. Intern. J. Mod. Phys. 1991, 6, 517.
- 56. Горенштейн М.И., Жданов В.И. ЖЭТФ, 1987, 45, 1610.
- 57. Koch P., Muller B., Rafelski J. Phys. Rep. 1986, 142: No. 4.
- 58. Тарасов Ю.А. ЯФ. 1988, 48, 820.
- 59. Kajantie K., McLerran L. Phys. Lett. 1982, B119, 203.
- 60. Никитин Ю.П., Розенталь И.Л. Ядерная физика высоких энергий. М.: Атомиздат, 1980.
- 61. Arnison G. et al. Phys. Lett. 1981, B107, 320.
- 62. Abe F. et al. Phys. Rev. 1990, D11, 2330.
- 63. Drell S.D., Yan T.M. Phys. Rev. 1970, D1, 2402.
- 64. Strobele H. et al. Nucl. Phys. 1991, A525, 59.
- 65. Busza W., Ledoux R. Ann. Rev. Nucl. and Part. Sci. 1988, 38, 119.
- 66. Von Keutz A. et al. Phys. Lett. 1991, B263, 353.
- 67. Никитин Ю.П., Розенталь И.Л., Сергеев Ф.М. УФН. 1977, 121, 3.
- 68. Stachel J., Braun-Munziger P. Phys. Lett. 1989, B216, 1.
- 69. Bartke J. Phys. Lett. 1986, B174, 32.
- 70. Stock R. Preprint IKF 90-3. Frankfurt, 1990.
- 71. Soffrank J., Koch P., Heinz V. Phys. Lett. 1990, B252, 256.
- 72. Gavin S., Ruuskanen P.V. Phys. Lett. 1991, B262, 326.
- 73. Kataja M., Ruuskanen P. Phys. Lett. 1990, 43, 181.
- 74. Ornik U., Weiner R.H. Phys. Lett. 1991, B263, 503.
- 75. Bell W. et al. Zs. Phys. 1985, C27, 191.
- 76. Rafelski J., Muller B. Phys. Rev. Lett. 1982, 48, 1066.
- 77. Cleymans J. et al. Phys. Lett. 1990, B242, 111.
- 78. Eggers H.C., Rafelski J. Preprint G.S.I.-90-37. July 1990.
- 79. Kajantie K., Kataja M., McLerran L, Ruuskanen P.V. Phys. Rev. 1986, D34, 811. McLerran L. Proc. of 18th Intern. Symposium "Multiparticie Dynamics 1987". Eds. I.Dremin, K. Gulamov. Singapore: World Scientific, 1987. P. 439.
- 80. Baier R., Pire B., Schiff D. Phys. Rev. 1988, D38, 2814.
- 81. Ruujkanen P.V. Nucl. Phys. 1991, A525, 256.
- 82. Kajantie K. et al. Phys. Rev. 1986, D34, 274.
- 83. Neubert M. Zs. Phys. 1989. C42, 231.
- 84. Albrecht R. et al. Zs. Phys. 1991, C51, 1.
- 85. Matsui T., Satz H. Phys. Lett. 1986, B178, 416.
- 86. Bagelin C. et al. (NA38). Phys. Lett. 1989, B220, 471; 1990, 251, 465, 472.
- 87. Karsch F., Petronzio R. Phys. Lett. 1987, B193, 105.
- 88. Addle DM. et al. (E772) Phys. Rev. Lett 1991, 66, 133.
- 89. Gavai R., Gupta S., Sridhar K. Phys. Lett. 1989, 227, 161.

97. Cleimans J., Gavai R., Suhonen E. Phys. Rep. 1986, 130.

99. Баранов С.П., Фильков Л.В. ЯФ. 1988, 47, 1423; 48, 985.

98. Wehrberger K., Weiner R. Phys. Rev. 1985, D31, 222.

- 90. Gershel C., Hufner J. Phys. Lett. 1988, B207, 53.
- 91. Capellaa. E.A. Phys. Lett. 1988, B206, 354.
- 92. Gavin S., Gyulassu M., Jackson A. Phys. Lett. 1988, B207, 257.
- 93. Karsch F., Satz H. Zs. Phys. 1991, C51, 209.
- 94. Bergstrom L. et al. Phys. Rev. 1990, D42, 825.

100. Chakrabarty et al. Phys. Rev. 1992, D46, 3802.

95. Van Hove L. Phys. Lett, 1982, 118B, 138. 96. Тарасов Ю.А. Письма ЖЭТФ. 1986, 43, 562.