Май 1993 г. Том 163, № 5

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

РАССЕЯНИЕ СВЕТА ФЛУКТУАЦИЯМИ ЭЛЕКТРОННОЙ ПЛОТНОСТИ В МНОГОДОЛИННЫХ ПОЛУПРОВОДНИКАХ И МЕТАЛЛАХ

Б.Х. Байрамов, В.А. Войтенко, И.П. Ипатова

(Санкт-Петербургский государственный технический университет)

(*Статья поступила 20.04.92 г., после доработки 8.02.93 г.*)

СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение. Комбинационное рассеяние света (КРС) носителями заряда в твердых телах — это одна из наиболее развитых ветвей спектроскопии. Имеется множество электронных возбуждений, которые проявляются в КРС. Среди них флуктуации зарядовой плотности, флуктуации плотности электронной энергии и импульса, флуктуации спиновой плотности и т.д. Большое количество параметров электронного спектра полупроводников и металлов, их кинетических коэффициентов может быть определено по спектрам рассеяния.

Законы сохранения для элементарного акта рассеяния имеют вид

$$\mathbf{p}' - \mathbf{p} = \hbar\mathbf{q},\ \varepsilon_{\mathbf{p}'} - \varepsilon_{\mathbf{p}} = \hbar\omega; \tag{1.1}$$

здесь

$$\omega = \omega^{\mathrm{I}} - \omega^{\mathrm{S}},\ \mathbf{q} = \mathbf{k}^{\mathrm{I}} - \mathbf{k}^{\mathrm{S}} \tag{1.2}$$

— частота и волновой вектор, переданные при рассеянии, ω^{I}, $\mathbf{k}^{\mathrm{I}}$ — частота и волновой вектор падающего света, ω^{S}, $\mathbf{k}^{\mathrm{S}}$ — те же параметры рассеянного света, $\varepsilon_{\mathbf{p}}$ — энергия элементарного возбуждения с квазиимпульсом $\mathbf{p}$. Несмотря на значительное различие электронных свойств различных твердых тел: металлов, полуметаллов, полупроводников, сверхпроводников, между их спектрами КРС существуют глубокие связи, поскольку одночастичные возбуждения в них управляются одними и теми же законами. Законы сохранения (1.1) дают хороший пример таких законов.

Для вырожденного электронного газа при нулевой температуре $T = 0$ из (1.1), (1.2) следует, что вклад в рассеяние дают только электроны, лежащие в слое глубиной $\hbar\omega/v_{\mathrm{F}}$, где v_{F}— скорость Ферми, под поверхностью Ферми. Число таких электронов зависит от геометрии поверхности Ферми. Для сферической поверхности сечение рассеяния линейно растет с ростом ω вплоть до $\omega = qv_{\mathrm{F}}$ и затем спадает до нуля при $\omega = qv_{\mathrm{F}} + (\hbar q^2/2m)$ (рис. 1, кривая *1*). При конечном значении температуры T будет иметь место дополнительное скругление вблизи $\omega = qv_{\mathrm{F}}$ (кривая *2*). К такому же эффекту приводят флуктуации дна зоны проводимости, вызванные флуктуациями плотности ионизованных доноров (кривая *3*). Эксперимент показан кривой *4* (из обзора [3]). Таким

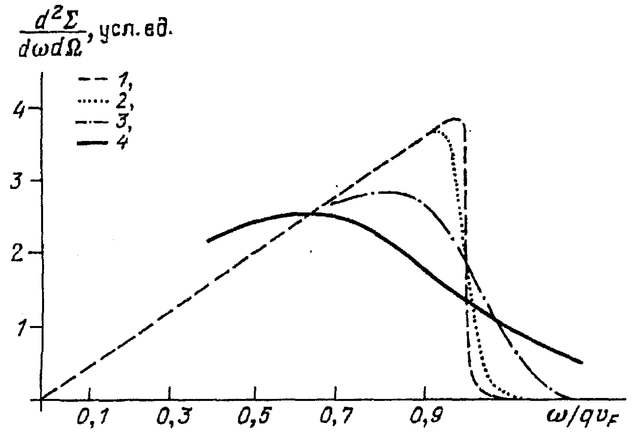

Рис. 1. Частотная зависимость сечения рассеяния на одночастичных возбуждениях, иллюстрирующая закон сохранения энергии. Кривые *1—3* — расчет для GaAs при $n = 6{,}4 \cdot 10^{18}\,\text{см}^{-3}$, $qv_F = 280\,\text{см}^{-1}$, кривая *4* — эксперимент из [3]

образом, для КРС носителями заряда учет пространственной дисперсии является принципиально существенным. Обычно сечение КРС определяется квадратом классического электронного радиуса

$$r_0 = \frac{e^2}{mc^2} = 2{,}82 \cdot 10^{-13}\ \text{см} \tag{1.3}$$

(см. [1], § 78), однако вблизи резонанса оно может усиливаться до 10^{10} раз [2]. Этот очень существенный фактор усиления, будучи резонансным, весьма сильно зависит от деталей электронной зонной структуры и от механизма рассеяния.

В связи с этим настоящий обзор начинается с вывода сечения КРС (раздел 2) для модели зонной структуры, применимой для полупроводников и полуметаллов. Только несколько энергетических зон приняты во внимание. Они позволяют учесть главный вклад в сечение КРС. Вырождение зон учтено как в виртуальных, так и в начальном и конечном электронных состояниях. В частном случае полупроводников с простой зоной проводимости, таких как nInP, GaAs, сечение КРС сводится к (1.3). Однако при высоких концентрациях носителей заряда, легко достижимых в плазме твердого тела, этот простейший механизм рассеяния, связанный с флуктуациями заряда, подавлен экранированием. Для объяснения наблюдающихся спектров в этом случае требуются другие механизмы КРС, которые возникают благодаря особенностям зонной структуры материалов [3,4]. Эти механизмы рассеяния обсуждаются в разделах 3.2—3.7. Электронные энергетические зоны в типичных полупроводниках классифицируются в соответствии с квантовыми числами углового момента. Соответствующие переходы приводят к рассеянию с переворотом спина, которое в отсутствие спиновых расщеплений вырождается в обычное томпсоновское рассеяние с сечением (1.3). В этом случае спиновые подзоны можно рассматривать как две долины многодолинного полупроводника, с которыми свет по-разному взаимодействует. Это так называемое рассеяние флуктуациями спиновой плотности. В случае настоящего многодолинного полупроводника (содержащего несколько долин) проявляются особенности рассеяния, происходящего в анизотропной многокомпонентной плазме твердого тела [5]. В качестве более сложных многокомпонентных систем можно рассматривать электроны металлов с произвольно анизотропной поверхностью Ферми [6]. В бесстолкновительном случае особенности спектров КРС напрямую связаны с топологией поверхности Ферми [6]. При этом многокомпонентность плазмы достигается за счет различного взаимодействия света с разными участками поверхности Ферми. В непараболических полупроводниках роль различных плазменных компонент играют носители, не лежащие на поверхности Ферми [7]. Происходящее в этом случае рассеяние флуктуациями энергии при ряде условий допускает макроскопическое описание. Особый механизм рассеяния, вклад которого преобладает при изотропном спектре рассеивающих частиц, существует в полупроводниках с вырожденными зонами [8].

Раздел 4 посвящен вычислению формы спектра для каждого из перечисленных механизмов рассеяния. Для этого оказалось необходимым рассмотрение кинетики флуктуаций, рассеивающих свет. Анализ имеющихся экспериментов по КРС также проделан в этом разделе.

В рамках приближения эффективной массы механизмы рассеяния в полупроводниках со сверхрешетками и квантовыми ямами такие же, как и в объемных материалах. В разделе 5 показано, как применять весь рассмотренный в обзоре материал для случая электронов, плененных в сверхрешетках и ямах; раздел 6 посвящен металлам и сверхпроводникам.

Всюду, где представляется удобным в этой статье, мы обсуждаем теоретические и экспериментальные результаты, полученные в нашей исследовательской группе.

2. Сечение рассеяния. Наиболее общее выражение для сечения рассеяния света свободными носителями тока можно получить на основе квантовомеханического описания как электронной системы, так и излучения. Если в энергетическом спектре полупроводника имеются вырожденные или близко расположенные зоны, то в отсутствие внешних воздействий гамильтониан свободных носителей $\hat{H}_0$ любого кристалла можно записать в форме матрицы по значкам вырожденных или близко расположенных зон [9, 10]. Чтобы найти матричный гамильтониан взаимодействия $\hat{H}_{\rm int}$ таких свободных носителей с полем электромагнитной волны, нужно заменить в $\hat{H}_0$ кинематический импульс **p** на обобщенный $\mathbf{p} + (e/c)\,\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$, где **A** — векторный потенциал электромагнитной волны, и отделить слагаемые, содержащие A. В результате искомый гамильтониан взаимодействия равен

$$\hat{H}_{\rm int} = \frac{e}{c}\int \mathrm{d}^3 r\,(\hat{j}_i(\mathbf{r})\,A_i(\mathbf{r}) + \frac{e}{2mc}A_i(\mathbf{r})\,\hat{\mu}_{ik}(\mathbf{r})\,A_k(\mathbf{r})); \tag{2.1}$$

здесь оператор тока носителей равен

$$\hat{\mathrm{j}}(r) = \sum_a (\hat{v}_a\,\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_a) + \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_a)\,\hat{v}_a), \tag{2.2}$$

где сумма по a берется по всем частицам, а оператор скорости имеет вид

$$\hat{v}_a = \frac{\partial \hat{H}_0}{\partial \hat{\mathrm{p}}_a}. \tag{2.3}$$

Тензор

$$\hat{\mu}_{ik}(\mathbf{r}) = m\sum_a \frac{\partial^2 \hat{H}_{0a}}{\partial \hat{p}_{ai}\partial \hat{p}_{ak}}\,\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_a) \tag{2.4}$$

имеет смысл оператора обратной эффективной массы. Векторный потенциал $\hat{\mathbf{A}}(\mathbf{r})$ можно записать через операторы рождения и уничтожения фотонов $\hat{c}^+$, $\hat{c}$ в виде

$$\hat{\mathrm{A}}(r) = \sum_n \left(\hat{c}_n \mathrm{A}_n + \hat{c}_n^+ \mathrm{A}_n^*\right); \tag{2.5}$$

здесь суммирование по n идет по состояниям электромагнитного поля, A_n — волновые функции электромагнитного поля. Отметим, что взаимодействие (2.1) содержит эффекты пространственной дисперсии и пригодно для описания рассеяния в неоднородных средах для ограниченных кристаллов, их поверхностей, сверхрешеток и квантовых ям.

Неупругое рассеяние света — это процесс, при котором поглощение падающей электромагнитной волны с частотой $\omega^{\rm I}$, волновым вектором $k^{\rm I}$ и поляризацией $e^{\rm I}$ сопровождается одновременным испусканием волны с параметрами $\omega^{\rm S}$, $k^{\rm S}$, $e^{\rm S}$. Вероятность соответствующего квантовомеханического перехода имеет вид

$$W = \frac{V^2(\omega^{\rm S})^2}{2\pi\hbar c^4}\,|M_{21}|^2\delta(E_2 - E_1 + \hbar(\omega^{\rm S} - \omega^{\rm I})); \tag{2.6}$$

$$M_{21} = \frac{e^2}{mc^2}\int \mathrm{d}^3 r_1 \mathrm{d}^3 r_2 A_i^{\rm I}(\mathbf{r}_1) A_k^{\rm S*}(\mathbf{r}_2) \times \Bigg[\mu_{21}^{ik}(\mathbf{r}_1)\delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) + m\sum_n \left(\frac{j_{2n}^i(\mathbf{r}_1)\,j_{n1}^k(\mathbf{r}_2)}{E_1 - E_n + \hbar\omega^{I} + i0} + \frac{j_{2n}^k(\mathbf{r}_2) j_{n1}^i(\mathbf{r}_1)}{E_1 - E_n - \hbar\omega^{\rm S} + i0}\right) \tag{2.7}$$

— суммарный матричный элемент перехода, вычисленный в первом и втором порядках теории возмущений по $\hat{H}_{\rm int}$ из (2.1) (см. [11]). В (2.6) V — это нормировочный объем для фотонов. Вероятность перехода (2.6) описывает все вторичное свечение кристалла [12] и содержит вклад люминесценции и неупругого рассеяния света. Если рассеяние света происходит с малым изменением частоты (так называемое квазиупругое рассеяние):

$$\omega^{\rm I} - \omega^{\rm S} \ll \omega^{\rm I}, \tag{2.8}$$

то в этом случае оказывается возможным записать сечение КРС через электронный вклад в поляризуемость кристалла $\delta\chi(\mathbf{r}, t)$. Для этого достаточно во втором слагаемом под знаком суммы (2.7) изменить правило обхода полюса на противоположное. Если рассеивающая система находится в основном квантовомеханическом состоянии, то возможны только квантовые переходы "наверх", при которых $E_1 - E_n < 0$. Поэтому знаменатель во втором слагаемом не обращается в нуль, что делает замену тождественной [11].Если (при $T \neq 0$) кристалл не находится в основном состоянии, то, считая частоту света $\omega^{\rm I}$ достаточно большой, ввиду (2.8) можно записать

$$E_1 - E_n \ll \hbar\omega^{\rm I} \approx \hbar\omega^{\rm S}.$$

Отсюда следует, что второй знаменатель в (2.7) все равно не обращается в нуль. В итоге, используя соотношение

$$\frac{1}{E + i0} = -\frac{i}{\hbar}\int_0^\infty \mathrm{d}t\, e^{iEt/\hbar}, \tag{2.9}$$

получаем

$$M_{21} = -\left(\frac{\omega^{\rm I}}{c}\right)^2 \int \mathrm{d}^3 r_1 \mathrm{d}^3 r_2 A_i^{\rm I}(\mathbf{r}_1)\, A_k^{\rm S*}(\mathbf{r}_2)\,\chi_{ik}^{21}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2), \tag{2.10}$$

где

$$\hat{\chi}_{ik}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = -\frac{e^2}{m(\omega^{\rm I})^2}[\hat{\mu}_{ik}(\mathbf{r}_1)\,\delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) + \frac{i}{\hbar}\int_0^\infty \mathrm{d}t_1 e^{i\omega^{\rm I} t_1} \times [(\hat{j}_i(\mathbf{r}_1, t)\hat{j}_k(\mathbf{r}_2, 0) - \hat{j}_k(\mathbf{r}_2, 0)\hat{j}_i(\mathbf{r}_1, t))] \tag{2.11}$$

— оператор диэлектрической поляризуемости электронов.

Подставляя (2.10) в (2.6) и используя соотношение

$$\delta(E) = \frac{1}{2\pi\hbar}\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}t e^{-iEt/\hbar}, \qquad (2.12)$$

а также условие нормировки для фотонов (1 фотон в объеме V), можно получить следующее выражение для сечения рассеяния:

$$\frac{\mathrm{d}^2\Sigma}{\mathrm{d}\omega \mathrm{d}\Omega} = \frac{\omega^{\mathrm{I}}(\omega^{\mathrm{S}})^3}{2\pi c^4}\frac{1}{|A_0^{\mathrm{I}}A_0^{\mathrm{S}}|^2}\int \mathrm{d}^3\mathbf{r}_1\mathrm{d}^3\mathbf{r}_2\mathrm{d}^3\mathbf{r}_3\mathrm{d}^3\mathbf{r}_4 \times$$

$$\times \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}te^{i\omega t} A_i^{\mathrm{I}*}(\mathbf{r}_1)\, A_k^{\mathrm{S}}(\mathbf{r}_2) \times$$

$$\times \langle \chi_{ik}(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2,t)\chi_{nm}(\mathbf{r}_3,\mathbf{r}_4,0)\, \rangle\, A_n^{\mathrm{I}}(\mathbf{r}_3)A_m^{\mathrm{S}*}(\mathbf{r}_4); \qquad (2.13)$$

здесь угловые скобки $\langle\ldots\rangle$ означают статистическое усреднение по начальным состояниям кристалла, A_0^{I}, A_0^{S} — амплитуды волн вне кристалла. Формула (2.13) справедлива для поглощающих кристаллов, а также для пленок при условии отсутствия интерференции падающей волны в рассеивающем объеме. Однако формула (2.13) не применима для существенно неупругого, например многофононного, рассеяния [13], при котором условие (2.8) нарушается и изменять правила обхода полюсов в знаменателях (2.7) нельзя. В этом случае сечение рассеяния не выражается через оператор электронной поляризуемости [12]. Длина поглощения в типичных полупроводниках достаточно велика ($\delta' \sim 10^{-5}$ см) даже в условиях резонансного усиления сечения КРС. Это позволяет пренебречь пространственной дисперсией диэлектрической восприимчивости χ_{ik} из (2.11) и с точностью до $qa \ll 1$, где a — постоянная решетки, записать

$$\chi_{ik}(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2) = \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)\, \delta\chi_{ik}(\mathbf{r}), \qquad (2.14)$$

где $\mathbf{r} = (\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2)/2$, а величина $\delta\chi_{ik}(\mathbf{r})$ имеет смысл флуктуации диэлектрической восприимчивости системы электронов. Подставляя (2.14) в (2.13), получим

$$\frac{\mathrm{d}^2\Sigma}{\mathrm{d}\omega \mathrm{d}\Omega} =$$

$$= \frac{\omega^{\mathrm{I}}(\omega^{\mathrm{S}})^3}{2\pi c^4}\frac{1}{|A_0^{\mathrm{I}}A_0^{\mathrm{S}*}|^2}\int \mathrm{d}^3\mathbf{r}\mathrm{d}^3\mathbf{r}' A_i^{\mathrm{I}*}(\mathbf{r})A_k^{\mathrm{S}}(\mathbf{r}) \times$$

$$\times \langle \delta\chi_{ik}(\mathbf{r})\delta\chi_{mn}(\mathbf{r}')\rangle_\omega\, A_m^{\mathrm{I}}(\mathbf{r}')A_n^{\mathrm{S}*}(\mathbf{r}'), \qquad (2.15)$$

где спектральная корреляционная функция равна

$$\langle \delta\chi_{ik}(\mathbf{r})\delta\chi_{mn}(\mathbf{r}')\rangle_\omega =$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}te^{i\omega t}\, \langle\, \delta\chi_{ik}(\mathbf{r},t)\delta\chi_{mn}(\mathbf{r}',0)\, \rangle. \qquad (2.16)$$

Отметим, что сечение КРС в приповерхностном слое непрозрачной среды рассматривалось в работе [14] путем построения функции Грина волнового уравнения вне среды. Зависимость коррелятора (2.16) от граничных условий на поверхности кристалла позволяет изучать различные процессы рассеяния, идущие с участием поверхностных возбуждений кристалла [15]. Для прозрачных сред возможно вычислить интегралы по объему в (2.15). Это позволяет осуществить полное фурье-преобразование коррелятора флуктуаций в (2.15):

$$\frac{\mathrm{d}^2\Sigma}{\mathrm{d}\omega \mathrm{d}\Omega} = \frac{V\omega^{\mathrm{I}}(\omega^{\mathrm{S}})^3}{2\pi c^4}\left(e_k^{\mathrm{I}}e_j^{\mathrm{S}}\right)^* \times$$

$$\times\, e_i^{\mathrm{I}}e_n^{\mathrm{S}}\langle\delta\chi_{ij}\delta\chi_{kn}\rangle_{\mathbf{q},\omega}\,; \qquad (2.17)$$

здесь $\langle\delta\chi_{ij}\delta\chi_{kn}\rangle_{\mathbf{q},\omega}$ — полностью фурье-преобразованная корреляционная функция (см. [16]). Подстановка оператора тока (2.2) и оператора эффективной массы (2.4) в выражение (2.11) дает

$$\delta\hat{\chi}_{ik}(\mathbf{q}) = \left(\frac{e}{\omega^{\mathrm{I}}}\right)^2 \sum_{\mathbf{p},\xi,\xi'} \hat{a}^+_{\xi,\mathbf{p}+\frac{\hbar\mathbf{q}}{2}}\,\hat{a}_{\xi',\mathbf{p}-\frac{\hbar\mathbf{q}}{2}}\,\gamma_{ik}^{\xi\xi'}(\mathbf{p}); \qquad (2.18)$$

здесь $\hat{a}^+_{\xi\mathbf{p}}$ и $\hat{a}_{\xi\mathbf{p}}$ — операторы рождения и уничтожения электрона в зоне ξ с квазиимпульсом $\mathbf{p}$, а матрица $\hat{\gamma}_{ik}$ равна

$$\gamma_{ik}^{\xi\xi'} = \left(\frac{\partial^2\hat{H}_0}{\partial\hat{p}_i\partial\hat{p}_k}\right)_{\xi\xi'} +$$

$$+ \sum_m \left(\frac{(\hat{v}_i)_{\xi\mathbf{p},m\mathbf{p}}(\hat{v}_k)_{m\mathbf{p},\xi'\mathbf{p}}}{E_{\xi\mathbf{p}} - E_{m\mathbf{p}} + \hbar\omega^{\mathrm{I}}} + \right.$$

$$\left. + \frac{(\hat{v}_k)_{\xi\mathbf{p},m\mathbf{p}}(\hat{v}_i)_{m\mathbf{p},\xi'\mathbf{p}}}{E_{\xi\mathbf{p}} - E_{m\mathbf{p}} - \hbar\omega^{\mathrm{I}}}\right). \qquad (2.19)$$

Диагональные компоненты матрицы $\hat{\gamma}_{ik}$ описывают внутризонное рассеяние. Соответствующий вклад в выражение (2.18) описывает термодинамические флуктуации диэлектрической восприимчивости, связанные с флуктуациями электронной функции распределения:

$$\delta\hat{f}_{\xi\mathbf{p}} = \hat{a}^+_{\xi,\mathbf{p}+\frac{\hbar\mathbf{q}}{2}}\,\hat{a}_{\xi,\mathbf{p}-\frac{\hbar\mathbf{p}}{2}}\,. \qquad (2.20)$$

Вся информация о механизме взаимодействия носителей со светом сосредоточена в матрице $\hat{\gamma}_{ik}$. В нерезонансной ситуации, когда $\hbar\omega^{\mathrm{I}} \ll E_{\mathrm{g}}$, где E_{g} — ширина запрещенной зоны кристалла, как показали Абрикосов и Фальковский в работе [17], первый член в гамильтониане взаимодействия (2.1), линейный по полю электромагнитной волны, дает малый $(\sim v\,/c)$ по сравнению с квадратичным членом вклад в сечение рассеяния. Соответственно, вклад второго и третьего слагаемых в (2.19) мал [5] по сравнению с первым и ими следует пренебречь. При этом для простой невырожденной зоны первое слагаемое в (2.19) сводится к обратной эффективной массе $(m^*)^{-1}$. Поэтому и в (1.3) масса свободного электрона должна быть заменена на его эффективную массу. Однако если выполняется условие резонанса $|E_g - \hbar\omega^{\mathrm{I}}| \ll \hbar\omega$, второе и третье слагаемые дают основной вклад в рассеяние. В случае сложных зон все слагаемые $\hat{\gamma}_{ik}$ представляют собой матрицы по значкам подзон. Наличие нескалярных компонент у всех них, не сводящихся к эффективной массе, приводит к новым механизмам рассеяния, которые рассмотрены в разделе 3.7.

Флуктуацию диэлектрической восприимчивости (2.18) можно представить в виде ряда по малым отклонениям статистически независимых флуктуирующих величин от их равновесных значений. И величина сечения, и форма спектра рассеяния существенно зависят от того, имеют ли место чисто классические флуктуации этих величин, определяемые температурой, или же происходят квантовые "нулевые колебания" флуктуирующих величин. Переход от одного сечения рассеяния к другому осуществляется с помощью множителя

$$F(\omega) = \frac{\hbar\omega}{1 - e^{-\hbar\omega/T}}\,. \tag{2.21}$$

Этот множитель обеспечивает известное [16] отношение сечений стоксовского и антистоксовского процессов

$$\frac{d\Sigma^{\text{стокс}}}{d\Sigma^{\text{антистокс}}} = e^{\hbar\omega/T}. \tag{2.22}$$

При низких температурах $T \ll \hbar\omega$ элементарные возбуждения кристалла, на которых происходит рассеяние, в основном создаются светом. Поэтому антистоксовских процессов нет. В обратном случае $T \gg \hbar\omega$ рассеяние идет на уже готовых тепловых флуктуациях, поэтому сечения обоих процессов одинаковы.

Прямая информация о механизмах КРС содержится в так называемом интегральном сечении рассеяния, которое получается интегрированием (2.17) по переданной частоте со. Интеграл вычисляется с помощью представления δ- функции типа (2.12). В результате разновременной коррелятор $\langle\delta\chi_{ij}^{(t)}\,\delta\chi_{kn}^{(0)}\rangle$ из (2.16) становится одновременным, и интегральное сечение принимает вид

$$\frac{d\Sigma}{d\Omega} = \frac{V\omega^{\mathrm{I}}(\omega^{\mathrm{S}})^3}{2\pi c^4}\, e_k^{\mathrm{I}}\, e_j^{\mathrm{S}}\, (e_i^{\mathrm{I}}\, e_n^{\mathrm{S}})^* \langle\delta\chi_{ij}\delta\chi_{kn}\rangle_{\mathbf{q}}. \tag{2.23}$$

Это выражение упрощается при высоких температурах $T \gg \hbar\omega$, когда флуктуации являются классическими [19]. За исключением флуктуаций зарядовой плотности классические одновременные флуктуации являются некоррелированными. Поэтому в (2.23) можно положить $q = 0$. Тогда сечение рассеяния (2.23) распадается на сумму среднеквадратичных флуктуаций основных термодинамических величин. Значения интегральных сечений для основных механизмов рассеяния получены в разделе 3.

Сечение рассеяния флуктуациями зарядовой плотности существенно зависит от $\mathbf{q}$ вследствие эффектов экранирования. Другой пример зависимости от $\mathbf{q}$ одновременного коррелятора флуктуаций $\delta\chi$ дают флуктуации спиновой плотности при низких температурах [3]; см. также [20].

3. Механизмы рассеяния.

3.1. Рассеяние света флуктуациями зарядовой плотности. Этот тип рассеяния обусловлен носителями заряда, которые созданы либо за счет ионизации легирующих примесей [21], либо путем оптической накачки [22, 23]; см. также [69, 70]. Существенным вопросом при рассмотрении рассеяния света заряженными носителями тока является экранирование тех флуктуаций, которые рассеивают свет. При малых концентрациях носителей радиус экранирования $r_э$ настолько велик, что любое возбуждение со световым волновым вектором $\mathbf{q}$ не экранируется. При этом

$$qr_э \gg 1. \tag{3.1}$$

В этом случае в спектрах КРС наиболее существенны флуктуации зарядовой плотности. Соответствующий вклад во флуктуацию тензора диэлектрической восприимчивости имеет вид [16,17]

$$\delta\chi_{ij} = -\frac{e^2}{m(\omega^{\mathrm{I}})^2}\mu_{ij}\delta n; \tag{3.2}$$

здесь тензор обратной эффективной массы $\mu_{ij} = m\gamma_{ij}^{\xi\xi}$ равен диагональному матричному элементу матрицы $\hat{\gamma}_{ij}$ из (2.19). Такое рассеяние исследовалось в газовой плазме [24, 28] и в полупроводниках [21]. Пространственная компонента Фурье коррелятора флуктуаций восприимчивости из (2.17) сводится для (3.2) к коррелятору флуктуаций плотности:

$$\delta n_q = \sum_a e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}_a}. \tag{3.3}$$

Основной вклад в интеграл Фурье дают расстояния порядка $r \sim q^{-1} \ll r_э$. Таким образом, можно пренебречь интерференцией волн, рассеянных из разных дебаевских сфер радиуса $r_э$. В пределах же одной сферы движение носителей некоррелировано. В результате дифференциальное сечение КРС принимает вид [25]

$$\frac{d^2\Sigma}{d\omega d\Omega} = Vr_0^2\,|e_i^{\mathrm{I}}\mu_{ik}e_k^{\mathrm{S}*}|^2 n\,\times$$
$$\times\,\mathrm{Re}\,\frac{1}{\pi}\int_0^\infty d\tau\, e^{i\omega\tau}\langle e^{i\mathbf{q}\Delta\mathbf{r}(\tau)}\rangle. \tag{3.4}$$

Здесь перемещение $\Delta\mathbf{r}(\tau) = \mathbf{r}(t+\tau) - \mathbf{r}(t)$ связано с классической траекторией и определяется кинематикой. Эта формула, полученная в предположении об отсутствии экранирования, справедлива также для рассеяния флуктуациями спиновой плотности. Роль тензора μ_{ij} из (3.2) играет в этом случае соответствующий "рамановский тензор" [3], который определяет поляризационную зависимость спектра.

Чтобы детально проследить переход от дифференциального сечения (2.17) к интегральному (2.23), проинтегрируем (3.4) по ω с помощью (2.12):

$$\frac{\mathrm{d}\Sigma}{\mathrm{d}\Omega} = Vnr_0^2\left|e_i^{\mathrm{I}}\mu_{ik}e_k^{\mathrm{S}*}\right|^2. \qquad (3.5)$$

Формула (3.5) отличается от стандартной (78.5) из [1] тем, что в ней учтена анизотропия рассеивающей среды. При этом различные механизмы рассеяния проявляются в различных формах μ_{ij}; см. разделы 3.3—3.9. Кроме того, множитель $\mu_{ij}\, e_i^{\mathrm{I}}e_j^{\mathrm{S}}\, \mu_{ij} = me_i^{\mathrm{I}}e_j^{\mathrm{S}}\gamma_{ij}^{\xi\xi}$ согласно (2.19) отражает возможность резонансного усиления сечения рассеяния.

При достаточно больших концентрациях носителей тока выполняется условие, обратное (3.1). В изотропном случае оно имеет вид

$$qr_{\text{э}} \ll 1. \qquad (3.6)$$

При больших концентрациях формулы (3.4), (3.5) теряют справедливость, так как становится существенной интерференция волн, рассеянных разными частицами. Это означает, что одночастичное квазиупругое рассеяние флуктуациями зарядовой плотности трансформируется в существенно неупругое КРС на плазмонах. Общая формула, описывающая эти изменения в спектре рассеяния, в случае анизотропной среды имеет вид

$$\frac{\mathrm{d}\Sigma}{\mathrm{d}\Omega} = VTr_0^2|e_i^{\mathrm{I}}\mu_{ij}e_j^{\mathrm{S}*}|^2 \times \times\frac{q^2}{4\pi e^2}\left(1-\frac{q^2}{q_i\varepsilon_{ik}(0,\mathbf{q})q_k}\right); \qquad (3.7)$$

здесь $\varepsilon_{ik}(0,\mathbf{q})$ — тензор электронной диэлектрической проницаемости на нулевой частоте. Сечение, вообще говоря, не удается выразить через число рассеивающих частиц и радиус экранирования, так как задача об экранировании в анизотропной среде требует специального рассмотрения. Если среда изотропна, то, используя известное выражение для $\varepsilon(0,\mathbf{q})$, получаем

$$\frac{\mathrm{d}\Sigma}{\mathrm{d}\Omega} = VT\left(\frac{\partial n}{\partial\zeta}\right)_T r_0^{*2}\left|e^{\mathrm{I}}e^{\mathrm{S}*}\right|^2\frac{q^2}{q^2+r_{\text{э}}^{-2}},$$

где ζ — химический потенциал носителей. Таким образом, сравнение формул (3.7) и (3.5) показывает, что в силу параметра (3.6) спектр рассеяния плазмонами по интенсивности в $(qr_{\text{э}})^{-2}$ раз слабее одночастичного. В (3.7) вместо полной концентрации n входит множитель $T(\partial n/\partial\zeta)_T$, отражающий принцип Паули и дающий долю носителей в слое толщиной T вблизи поверхности Ферми, участвующих в рассеянии. Анизотропной проводящей средой являются кристаллы высокотемпературных сверхпроводников [27] (см. раздел 6), а также легированные сверхрешетки; см. раздел 5 [26].

3.2. Неэкранируемые механизмы рассеяния с точки зрения теории симметрии. Отличительной чертой плазмы твердых тел является то, что эта плазма многокомпонентная. Это приводит к ряду неэкранируемых механизмов рассеяния света, которые отличаются от описанного в разделе 3.1 механизма КРС флуктуациями зарядовой плотности. Главное отличие состоит в том, что соответствующие вклады во флуктуацию восприимчивости (2.18) являются нескалярными. Поэтому они не экранируются.

Вообще говоря, симметрийный анализ сечения квазиупругого КРС должен производиться по отношению к группе волнового вектора $\mathbf{q}$, переданного при рассеянии, т.е. к $\mathbf{G}_{\mathrm{q}}$ Разложение тензора $\hat{\gamma}_{ik}$ из (2.19) или $\delta\chi_{ik}$ из (2.18) на неприводимые должно также производиться по отношению к этой группе. Симметрийный анализ интегрального сечения часто упрощается тем, что оно определяется одновременной корреляционной функцией, в которой можно пренебречь пространственной дисперсией, положив $\mathbf{q} = 0$. Это позволяет использовать точечную группу симметрии. Например, для кубических групп $\mathrm{T_d}$, O, $\mathrm{O_h}$ имеется четыре неприводимые представления, которые содержатся в представлении, образуемом произвольным тензором второго ранга $\hat{\gamma}_{ik}$. Соответственно, $\delta\chi_{ik}$ можно представить в виде

$$\delta\chi_{ik} = \delta\chi^{(\Gamma_1)}\delta_{ik} + \delta\chi_{ik}^{(\Gamma_{12})} + \delta\chi_{ik}^{(\Gamma'_{25})} + \delta\chi_{ik}^{(\Gamma_{15})}; \qquad (3.8)$$

здесь $\delta\chi^{(\Gamma_1)}$ — скалярный вклад, содержащий шпур тензора $\delta\chi_{ik}$. Он содержит флуктуации заряда из (3.2). Остальные слагаемые имеют более высокую симметрию и описываются бесшпуровыми матрицами. После подстановки $\delta\chi_{ik}$ из (3.8) в (2.23) и усреднения по направлениям симметрии выделенные слагаемые оказываются статистически независимыми. Поэтому только первое слагаемое скалярной симметрии, содержащее флуктуацию заряда, экранируется, а остальные слагаемые более высокой симметрии не экранируются. Для менее симметричных кристаллов в разложении (3.8) появляется несколько слагаемых с одинаковой симметрией. При этом после статистического усреднения сохраняется перекрестный член. Такова ситуация, например, в кристаллических классах T и T_{h}, где вместо четырех независимых типов рассеяния, следующих их (3.8), имеется семь. Перекрестный член может появиться и при переходе к группе волнового вектора $G_{\mathbf{q}}$, которая является более низкой, чем точечная группа симметрии кристалла. Во всех этих случаях правила отбора в КРС не могут быть получены из анализа тензоров второго ранга γ_{ik} или $\delta\chi_{ik}$. Перекрестные члены описывают перекрытие волновых функций, имеющих одинаковую симметрию, но разную энергию. Теория, основанная на рамановском тензоре второго ранга, применима только для узких линий, когда интегралы перекрытия между ними несущественны. При описании деформационных эффектов в КРС в nSi (см. раздел 3.8) и при вычислении дифференциального сечения КРС дырками (см. раздел 4.6) мы столкнемся с широкими линиями, где необходимо использовать тензор четвертого ранга [32].

3.3. Рассеяние света на междолинных флуктуациях в многодолинных полупроводниках. В многодолинном полупроводнике носители тока занимают несколько энергетических минимумов (долин) в зоне Бриллюэна. Зависимость энергии от квазиимпульса для электрона, расположенного в α-м минимуме, описывается формулой

$$\varepsilon_\alpha(\mathbf{p}) = \frac{1}{2m} p_i \mu_{ik}^{(\alpha)} p_k, \tag{3.9}$$

где $\mu_{ik}^{(\alpha)}$ — тензор обратной эффективной массы в долине α. В полупроводниках nSi и nGe применение операций симметрии переводит долины друг в друга (рис. 2,3). Поэтому долины являются эквивалентными. В деформированных кристаллах долины перестают быть эквивалентными. Например, при всестороннем сжатии GaAs его боковые долины опускаются вниз по энергии, приближаясь к Г-долине, так что возникает система из нескольких неэквивалентных долин. Аналогичная ситуация реализуется в гидростатически сжатом nGe с той разницей, что здесь первоначально низшими являются боковые долины.

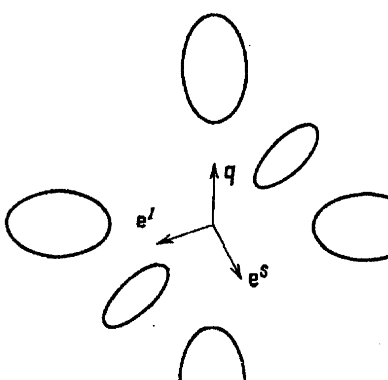

Рис. 2. Ориентация долин в nSi. Стрелками помечены направления векторов $\mathbf{e}^{\mathrm{I}}$, $\mathbf{e}^{\mathrm{S}}$ и $\mathbf{q}$, которые соответствуют использованной в работе Γ_{12} геометрии рассеяния

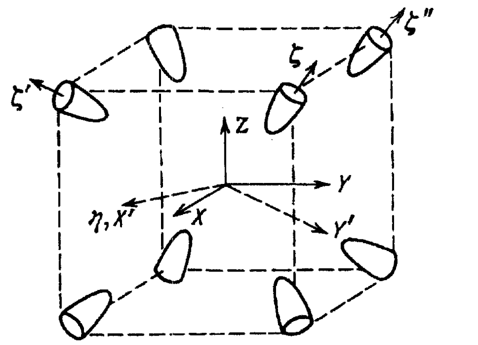

Рис. 3. Ориентация долин в nGe и единичные векторы, использованные в настоящей статье. Направления всех ортов проходят через начало координат — центр куба

КРС в гидростатически [3], а также в одноосно-сжатых [29] кристаллах интенсивно изучается.

Вклад носителей тока многодолинного полупроводника в диэлектрическую восприимчивость определяется обобщенной формулой типа (3.2)

$$\delta\chi_{ik} = -\frac{e^2}{m(\omega^{\mathrm{I}})^2} R_{12} \sum_\alpha \mu_{ik}^{(\alpha)} \delta n_\alpha; \tag{3.10}$$

здесь R_{12} — резонансный фактор, имеющий стандартный вид [30]

$$R_{12} = \frac{E_g^2}{E_g^2 - (\hbar\omega^{\mathrm{I}})^2}. \tag{3.11}$$

Если α-я долина имеет аксиальную симметрию относительно направления $\nu^{(\alpha)}$, то тензор $\mu_{ik}^{(\alpha)}$ можно записать в виде

$$\mu_{ik}^{(\alpha)} = \frac{1}{3}(\mu_\parallel + 2\mu_\perp)\delta_{ik} + (\mu_\parallel - \mu_\perp)\left(\nu_i^{(\alpha)}\nu_k^{(\alpha)} - \frac{1}{3}\delta_{ik}\right), \tag{3.12}$$

где $\mu_\parallel$ и $\mu_\perp$ — главные значения тензора $\mu_{ik}^{(\alpha)}$. Такое представление согласно разделу 3.2 удобно, так как слагаемые разной симметрии в нем разделены. Соответствующее выражение для $\delta\chi_{ik}$ имеет вид

$$\delta\chi_{ik} = -\frac{e^2}{m(\omega^{\mathrm{I}})^2}\left[\frac{1}{3}(\mu_\parallel + 2\mu_\perp)\,\delta_{ik}\delta n + \frac{1}{2S}(\mu_\parallel - \mu_\perp)\sum_{\alpha,\beta}(\nu_i^{(\alpha)}\nu_k^{(\alpha)} - \nu_i^{(\beta)}\nu_k^{(\beta)}) \times (\delta n_\alpha - \delta n_\beta)\right], \tag{3.13}$$

где S — число долин, δn_α — флуктуация концентрации электронов в долине α,

$$\delta n = \sum_\alpha \delta n_\alpha$$

— флуктуация полной концентрации. Подстановка (3.13) в (2.23) приводит к сечению рассеяния на нейтральных флуктуациях. Корреляционная функция для нейтральных флуктуаций хорошо известна [19]:

$$\langle \delta n_\alpha \delta n_\beta \rangle_{\mathbf{q}\to 0} = T\delta_{\alpha\beta}\left(\frac{\partial n_\alpha}{\partial \zeta}\right)_T. \qquad (3.14)$$

Окончательный ответ зависит от числа и ориентации долин в зоне Бриллюэна. Для шести долин nSi орты $\nu^{(\alpha)}$ ориентированы вдоль основных кристаллографических осей четвертого порядка. Интегральное сечение рассеяния равно

$$\frac{d\Sigma}{d\Omega} = \frac{1}{27} V\left(R_{12}r_0\right)^2 T\left(\frac{\partial n}{\partial \zeta}\right)_T \left(\mu_\perp - \mu_\parallel\right)^2 \times$$

$$\times \sum_i \left| \sum_k \left(e_i^{\mathrm{I}} e_i^{\mathrm{S}*} - e_k^{\mathrm{I}} e_k^{\mathrm{S}*}\right)\right|^2 . \qquad (3.15)$$

Полученная в (3.15) комбинация векторов поляризации соответствует так называемой геометрии Γ_{12} рассеяния. В чистом виде она осуществляется, например, при $e^{\mathrm{I}} = \langle 110\rangle/\sqrt{2}$, $e^{\mathrm{S}} = \langle 1\bar{1}0\rangle/\sqrt{2}$. Аналогичный результат был получен в [30]. Для nGe, где долины ориентированы по осям третьего порядка (см. рис. 3), аналогичная процедура дает для интегрального сечения следующий результат [33]:

$$\frac{d\Sigma}{d\Omega} = \frac{1}{9} V\left(R_{1,2}r_0\right)^2 \left(\frac{\partial n}{\partial \zeta}\right)_T \left(\mu_\perp - \mu_\parallel\right)^2 \times$$

$$\times \sum_{i>k} | e_i^{\mathrm{I}} e_k^{\mathrm{S}*} + e_k^{\mathrm{I}} e_i^{\mathrm{S}*} |^2. \qquad (3.16)$$

Как известно [33], такая Γ'_{25} -геометрия реализуется, например, при $\mathbf{e}^{\mathrm{S}} = \langle 100\rangle$, $\mathbf{e}^{\mathrm{I}} = \langle 010\rangle$. Таким образом, по электронному КРС в многодолинных полупроводниках можно определить ориентацию долин. В целом, многодолинные полупроводники дают наглядный пример того, как сложная структура спектра носителей создает условия для возникновения возбуждений, активных в рассеянии света.

3.4. Рассеяние света в металлах. Рассеяние света в металлах происходит в приповерхностном слое (скин-слое), толщина которого δ определяется глубиной проникновения в кристалл поля падающей волны. В (2.15) для связи падающей и рассеянной электромагнитных волн внутри и вне кристалла необходимо использовать формулы Френеля [16].

Неэкранируемое рассеяние света в металле обусловлено флуктуациями электронной функции распределения вдоль сложной поверхности Ферми. С учетом сильного вырождения статистики, флуктуация электронной поляризуемости может быть представлена в виде [34,35]

$$\delta\chi_{ik} = -\frac{e^2}{(\omega^{\mathrm{I}})^2}\int \frac{2dS_{\mathrm{F}}}{(2\pi\hbar)^3 v_{\mathrm{F}}}\varphi_{\mathrm{p}}\frac{\partial^2\varepsilon}{\partial p_i \partial p_k}; \qquad (3.17)$$

здесь φ_{p} — флуктуация электронной функции распределения на поверхности Ферми, связанная с полной функцией распределения δf_{p} согласно

$$\delta f_{\mathrm{p}} = \varphi_{\mathrm{p}}\left(\frac{\partial f_0}{\partial \zeta}\right)_T, \qquad (3.18)$$

где f_0 — фермиевская функция распределения электронов. Роль обратной эффективной массы играет в (3.17) кривизна поверхности Ферми $\partial^2\varepsilon/\partial p_i\partial p_k$, которая зависит от квазиимпульса электрона. Поскольку волновой вектор света в металле имеет значительную неопределенность $\Delta q \sim 1/\delta >> \mathbf{q}$, то роль условия сильного экранирования (3.6) играет более жесткое условие

$$r_э << \delta. \qquad (3.19)$$

Вместо суммы по долинам в условии нейтральности для металла стоит интеграл по всей ферми-поверхности:

$$\delta n = \int \frac{2d^3p}{(2\pi\hbar)^3}\delta f_{\mathrm{p}} = \int \frac{2dS_{\mathrm{F}}}{(2\pi\hbar)^3 v_{\mathrm{F}}}\varphi_{\mathrm{p}} = 0. \qquad (3.20)$$

Это условие означает, что флуктуации электронной функции распределения не сопровождаются флуктуациями заряда. Оно заменяет уравнение Пуассона в случае (3.19) (см. [36]). Поскольку металлы являются непрозрачными материалами, то в них используется "геометрия рассеяния назад" (см. [3]). Подставляя (3.17) в (2.15) и выполняя интегрирование по частоте с помощью (2.12), получим

$$\frac{d\Sigma}{d\Omega} = \frac{16}{[(N+1)^2+\alpha^2]^2} r_0^2 S\delta \times$$

$$\times T\left(\frac{\partial n}{\partial \zeta}\right)_T m^2 \langle\, | e_i^{\mathrm{I}}\frac{\partial^2\varepsilon}{\partial p_i\,\partial p_k} - \langle\frac{\partial^2\varepsilon}{\partial p_i\,\partial p_k}\rangle e_k^{\mathrm{S}*}|^2\rangle; \qquad (3.21)$$

здесь первый множитель соответствует квадрату коэффициента прозрачности T при нормальном падении электромагнитной волны на границу металла:

$$\mathrm{T} = \frac{4}{(N+1)^2+\alpha^2}, \qquad (3.22)$$

где N и α — коэффициенты преломления и поглощения металла, S площадь рассеивающей поверхности, угловые скобки означают усреднение по поверхности Ферми. Тензор второго ранга

$$\delta\mu_{ik}(\mathbf{p}) = m\left(\frac{\partial^2\varepsilon}{\partial p_i\partial p_k} - \langle\frac{\partial^2\varepsilon}{\partial p_i\partial p_k}\rangle\right) \qquad (3.23)$$

в (3.21) обращается в нуль при параболической зависимости энергии электрона от квазиимпульса, когда флуктуации ∂n полностью экранируются (см. раздел 3.1). Таким образом, осуществляемое с помощью усреднения выделение шпура тензора $\partial^2\varepsilon/\partial p_i\partial p_k$ и означает учет экранирования [31]. С другой стороны, эта операция приводит к численной малости сечения (3.21).

3.5. Механизмы рассеяния света в полупроводниках с непараболическим законом дисперсии. Важной группой полупроводниковых материалов являются соединения A^3B^5. Зонная структура таких материалов хорошо описывается моделью Кейна [37], в которой зависимость энергии электронов от квазиимпульса оказывается изотропной, но существенно непараболической. Как и в случае металлов, непараболичность электронного спектра A^3B^5 означает зависимость кривизны изоэнергетической поверхности от квазиимпульса. Поэтому принципиальные черты неэкранируемых механизмов рассеяния света, которые мы обсуждали в разделе 3.4 для металлов, сохраняются и в этих полупроводниках. Различие состоит в том, что в полупроводниках может реализовываться невырожденная статистика, при которой существенны все свободные носители, а не только лежащие на поверхности Ферми, как в металлах. В связи с этим флуктуация электронной поляризуемости определяется полной флуктуацией функции распределения $\delta f_{\mathbf{p}}$:

$$\delta\chi_{ik} = -\frac{e^2}{(\omega^{\mathrm{I}})^2}\int\frac{2\mathrm{d}^3p}{(2\pi\hbar)^3}\,\delta f_{\mathbf{p}}\,\frac{\partial^2\varepsilon}{\partial p_i\partial p_k}\,. \tag{3.24}$$

Интегральное сечение можно получить, подставив (3.24) в (2.23). Соображения симметрии, приведенные в разделе 3.2, позволяют разбить это сечение на два вклада, соответствующие разбиению тензора $\delta\chi_{ik}$ на скалярную $\delta\chi_{ii}/3$ и бесшпуровую симметричную части. Последняя равна

$$\delta\chi_{ik}^{(\mathrm{S})} = \frac{1}{2}\left(\delta\chi_{ik}+\delta\chi_{ki}-\frac{2}{3}\,\delta\,\chi_{ll}\,\delta_{ik}\right). \tag{3.25}$$

Корреляционная функция $\langle\delta\chi_{ij}\delta\chi_{kn}\rangle_{\mathbf{q}}$ из (2.23) сводится для случая изотропной среды к уравнению (см. формулу (117.13) из книги [16])

$$\langle\delta\chi_{ij}\delta\chi_{kn}\rangle_{\mathbf{q}\to 0} = \langle(\frac{1}{3}\,\delta\chi_{ii})^2\rangle_V\,\delta_{ij}\delta_{kn} + {}$$
$$+\frac{1}{10}\,\langle(\delta\chi^{(\mathrm{S})})^2\rangle_V\,(\delta_{ik}\delta_{jn}+\delta_{in}\delta_{kj}-\frac{2}{3}\,\delta_{ij}\delta_{kn}). \tag{3.26}$$

Два слагаемых в (3.26) соответствуют двум независимым механизмам рассеяния света флуктуациями энергии и флуктуациями импульса электронов. Наиболее ярко физические различия между этими механизмами КРС проявляются при слабой непараболичности, когда зависимость энергии от квазиимпульса можно представить в виде [7]

$$\varepsilon_p = \frac{p^2}{2m^*} - \frac{1}{E_{\mathrm{g}}}\left(\frac{p^2}{2m^*}\right)^2, \tag{3.27}$$

где m^* — значение эффективной массы на дне зоны проводимости. В этом случае входящая в (3.24) кривизна изоэнергетической поверхности оказывается линейной функцией энергии ε. Тогда скалярный вклад в (3.26) имеет вид

$$\delta\chi^{(\varepsilon)} = \frac{1}{3}\,\delta\chi_{ii} =$$

$$= -\frac{e^2}{m(\omega^I)^2}\int\frac{2\mathrm{d}^3p}{(2\pi\hbar)^3}\left(1-\frac{4p^2}{3m^*E_{\mathrm{g}}}\right)\delta f_{\mathbf{p}}^{(1)}; \tag{3.28}$$

здесь первое слагаемое не дает вклада в интеграл вследствие (3.20), а второе слагаемое отлично от нуля только для сферически-симметричных флуктуаций электронной функции распределения $\delta f_p^{(1)}$ и сводится к флуктуации энергии

$$\delta E = \int\frac{2\mathrm{d}^3p}{(2\pi\hbar)^3}\,\frac{p^2}{2m^*}\,\delta f_p^{(1)}. \tag{3.29}$$

КРС флуктуациями энергии было впервые рассмотрено Вольфом [7], наблюдалось Мурадяном [21] и было идентифицировано в [38] при $T=10$ К по сильной резонансной зависимости сечения рассеяния, которая в данном обзоре содержится в $\gamma_{ik}^{\xi\xi}$ из (2.19). Однако для простоты мы положим здесь $\gamma = 1/m^*(\varepsilon)$. Идентификация флуктуаций энергии нами проводится ниже по температурной зависимости интегрального сечения рассеяния. Точные формулы для резонансных множителей можно найти в обзоре [30]. Сечение, рассеяния флуктуациями энергии получается подстановкой (3.28) в (2.23) и имеет вид

$$\frac{\mathrm{d}\Sigma^{(\varepsilon)}}{\mathrm{d}\Omega} = \left(\frac{e^2}{m^*c^2}\right)^2\left(\frac{8}{3}\right)^2 |\mathbf{e}^{\mathrm{I}}\mathbf{e}^{*\mathrm{S}*}|^2\, C_v\left(\frac{T}{E_{\mathrm{g}}}\right)^2; \tag{3.30}$$

здесь C_v — электронная теплоемкость при постоянном объеме [19]. Из (3.30) видно, что интегральное сечение рассеяния флуктуациями энергии имеет сильную температурную зависимость. При невырожденной статистике $C_v = 3n\ V/2$, и сечение пропорционально T^2 [7, 30]. При наступлении вырождения статистики имеем $C_v \sim nT/\zeta$, так что сечение пропорционально кубу температуры. Это дает значительное уменьшение сечения. С учетом более высоких степеней разложения энергии (3.27) температурная зависимость сечения меняется. В частности, при переходе к вырожденной статистике согласно [30] возникает множитель $\hbar q/mv_{\mathrm{F}}$, а не C_v; см. формулу (4.100) из [30]. В целом, при сильной непараболичности роль рассматриваемого механизма КРС является более значительной.

Второе слагаемое в (3.26) возникает благодаря симметричному вкладу в $\delta\chi_{ik}$ из (3.24), который с помощью (3.27) можно представить в виде

$$\delta\chi_{ik}^{(\mathrm{S})} = -\frac{e^2}{m^*(\omega^{\mathrm{I}})^2}\cdot\frac{16}{E_{\mathrm{g}}}\times$$
$$\times\int\frac{2\mathrm{d}^3p}{(2\pi\hbar)^3}\,\frac{p_ip_k-(p^2\delta_{ik}/3)}{2m^*}\,\delta f_p^{(2)}. \tag{3.31}$$

Из (3.31) видно, что $\delta\chi_{ik}^{(\mathrm{S})}$ отлично от нуля только для таких флуктуаций электронной функции распределения $\delta f_p^{(2)}$, которые имеют симметрию второй сферической гармоники. Соответствующее интегральное сечение имеет вид

$$\frac{d\Sigma}{d\Omega} = \left(\frac{e^2}{m^*c^2}\right)^2 \cdot \frac{8}{15} TV \left(\frac{\partial n}{\partial \zeta}\right)_T \times$$
$$\times \left\langle \left(\frac{\varepsilon_p}{E_g}\right)^2 \right\rangle (1 + |\mathbf{e}^{\mathrm{I}}\mathbf{e}^{\mathrm{S}}|^2 - \frac{2}{3}|\mathbf{e}^{\mathrm{I}}\mathbf{e}^{\mathrm{S}*}|^2), \qquad (3.32)$$

где угловые скобки означают усреднение, проводимое с учетом принципа Паули, т.е. с функцией распределения $(\mathrm{d}f_0/\mathrm{d}n)_T$. При T=0 — это усреднение по поверхности Ферми, как в металле (см. (3.21)). Неэкранируемое рассеяние (3.32) также было теоретически предсказано Вольфом [7]. Несмотря на относительную малость полученного сечения, обусловленную численными множителями 8/15 в (3.32) и 64/9 в (3.30), его вклад необходимо учитывать при низких температурах в скалярной геометрии $\mathbf{e}^{\mathrm{I}} \parallel \mathbf{e}^{\mathrm{S}}$ Расчет, проведенный в [39] с учетом резонансного усиления обоих механизмов дает для частоты Nd:Yag -лазера с $\hbar\omega^{\mathrm{I}}$ = 1,17 эВ

$$\frac{d\Sigma^{(\varepsilon)}}{d\Sigma^{(p)}} = \left(\frac{10T}{\zeta}\right)^2. \qquad (3.33)$$

Из (3.33) следует, что имеется возможность наблюдать рассеяние флуктуациями импульса (3.32) в материалах с вырожденной статистикой. Например, для полупроводников nInP, GaAs при T=300 K смена механизмов КРС от (3.30) к (3.32) должна происходить при $n \approx 10^{18}$ см$^{-3}$.

3.6. Рассеяние света флуктуациями спиновой плотности. Взаимодействие носителей заряда с электромагнитным излучением также может служить источником рассеяния. Наиболее эффективный механизм обусловлен спин-орбитальным взаимодействием [4]. Рассеяние флуктуациями спиновой плотности было первым одночастичным рассеянием плазмой твердового тела, которое удалось наблюдать экспериментально [3, 21]. В нерелятивистской теории [40] спин возникает в результате учета квантовомеханического вырождения состояний. У тензора $\widehat{\gamma}_{ik}$ из (2.19) при этом появляются недиагональные матричные элементы между состояниями спиновых подзон, описываемых значениями s=1/2 для электронов и J = 3/2 — для дырок.

В нулевом порядке теории возмущений спин-орбитальное взаимодействие учитывается выбором "правильных" линейных комбинаций спинорных волновых функций [40]. При этом ось квантования углового момента связывается с направлением квазиимпульса [10].

Электронный гамильтониан спин-орбитального взаимодействия имеет вид

$$\widehat{H}_{\mathrm{S0}} = -\frac{i\hbar^2}{4m^2c^2}\vec{\sigma}[\nabla u, \nabla], \qquad (3.34)$$

где $\vec{\sigma}$ — вектор, составленный из матриц Паули в качестве проекций. С учетом гамильтониана (3.34) свет рассеивается на флуктуациях $\delta n_\uparrow$ и $\delta n_\downarrow$, связанных с отдельными спиновыми подзонами. При этом может выполняться условие нейтральности

$$\delta n = \delta n_\uparrow + \delta n_\downarrow = 0. \qquad (3.35)$$

Сечение КРС флуктуациями спиновой плотности было вычислено Гамильтоном и Мак-Уотером [4, 30]. Оно оказалось антисимметричным по $\mathbf{e}^{\mathrm{I}}$ и $\mathbf{e}^{\mathrm{S}}$ Поэтому следует представить восприимчивость $\delta\chi_{ik}$ в виде суммы скалярного, бесшпурового симметричного и антисимметричного вкладов по аналогии с формулой (117.11) из [16]

$$\delta\chi_{ik} = \frac{1}{3}\delta\chi_{ll}\delta_{ik} + \frac{1}{2}\left[(\delta\chi_{ik} + \delta\chi_{ki}) - \right.$$
$$\left. - \frac{2}{3}\delta\chi_{ll}\delta_{ik}\right] + \frac{1}{2}(\delta\chi_{ik} - \delta\chi_{ki}). \qquad (3.36)$$

Скалярное слагаемое в $\delta\chi_{ik}$ не дает вклада в сечение КРС, так как этот вклад экранируется. Выражения для второго и третьего слагаемых в (3.36) можно записать, связав матрицу $\widehat{\gamma}_{ik}$ из (2.19) с операторами углового момента носителей.

3.6.1. *Электроны в полупроводниках* $\mathrm{A^3B^5}$. Рассмотрим сначала зону проводимости симметрии Γ_6. Здесь роль углового момента играет спин s = 1/2. Поэтому матрица $\widehat{\gamma}_{ik}$ из (2.19) зависит от матриц Паули $\widehat{\sigma}_i$. В [40] (с. 250), показано, что произвольная функция матриц Паули сводится к линейной. Наиболее общий вид нескалярной линейной функции матриц Паули сводится к следующему:

$$\widehat{\gamma}_{ij} = B_\sigma \delta_{ijk}\widehat{\sigma}_k, \qquad (3.37)$$

где δ_{ijk} — единичный антисимметричный тензор, B_σ— феноменологический коэффициент. Подставляя (3.37) в (2.18), получаем следующее выражение для спинового вклада во флуктуацию восприимчивости:

$$\delta\chi_{ij}^{(a)}(\mathbf{q}) = \frac{e^2}{m(\omega^{\mathrm{I}})^2}B_\sigma\delta_{ijk}\widehat{\sigma}_k(\mathbf{q}); \qquad (3.38)$$

здесь $\widehat{\sigma}_k(q)$ — оператор спиновой плотности:

$$\widehat{\sigma}_k(q) = \sum_p \sum_{\xi\xi'} \widehat{a}^+_{\xi,\mathbf{p}+\frac{\hbar\mathbf{q}}{2}} \widehat{a}_{\xi',\mathbf{p}-\frac{\hbar\mathbf{q}}{2}} \sigma_k^{\xi\xi'}, \qquad (3.39)$$

где $\xi = \pm 1/2$ — индекс, нумерующий вырожденные спиновые подзоны, $\sigma_k^{\xi\xi'}$ — соответствующий элемент k-й матрицы Паули. Микроскопическое выражение для B_σ при p = 0 имеет вид [4]

$$B_\sigma = \hbar\omega^{\mathrm{I}}\frac{2P_{cv}^2}{3m} \times$$
$$\times \frac{\Delta(\Delta + 2E_g)}{[E_g^2 - (\hbar\omega^{\mathrm{I}})^2][(E_g + \Delta)^2 - (\hbar\omega^{\mathrm{I}})^2]}; \qquad (3.40)$$

здесь $P = \hbar\langle S|\nabla_x|x\rangle$ и Δ — параметры модели Кейна [37]. Резонансная зависимость B_σ от ω^{I} может быть использована для усиления спектра за счет выбора ω^{I} вблизи $E_{\mathrm{g}} + \Delta$; см. обзоры [3, 30, 31].

В сечения (2.15), (2.17) и (2.23) входит свертка тензора $\delta\chi_{ik}$ с векторами поляризации падающего и рассеянного света $e_i^{\mathrm{I}}\,\delta\chi_{ik}e_k^{\mathrm{S}}$. В ней антисимметричный символ Кронекера δ_{ijk} сворачивает векторы поляризации в векторное произведение. Это дает

$$e_i^{\mathrm{I}}\widehat{\delta\chi}_{ij}e_j^{\mathrm{S}} = \frac{e^2}{m(\omega^{\mathrm{I}})^2}B_\sigma \times$$
$$\times \sum_{p;\xi,\xi'} \hat{a}^{+}_{\xi,\mathbf{p}+\frac{\hbar\mathbf{q}}{2}}\,\hat{a}_{\xi',\mathbf{p}-\frac{\hbar\mathbf{q}}{2}}\,([\mathbf{e}^{\mathrm{I}}\mathbf{e}^{\mathrm{S}*}]\,\sigma^{\xi\xi'}). \tag{3.41}$$

Хотя в полупроводниках, описываемых моделью Кейна, непараболичность может быть существенна, при небольших электронных концентрациях ею можно пренебречь и использовать для B_σ выражение (3.40). В этих условиях ось квантования спина может быть выбрана произвольно [41]. Этим произволом удобно воспользоваться, выбрав ось квантования спина параллельно векторному произведению $[\mathbf{e}^{\mathrm{I}}\mathbf{e}^{\mathrm{S}}]$, т.е. сориентировав в этом направлении ось Oz. Тогда в (3.41) остается только матрица Паули σ_z, сводящая свертку $e_i^{\mathrm{I}}\delta\chi_{ij}e_j^{\mathrm{S}}$ к разности населенностей спиновых подзон:

$$e_i^{\mathrm{I}}\,\delta\chi_{ij}e_j^{\mathrm{S}} = \frac{e^2}{m(\omega^{\mathrm{I}})^2}B_\sigma\,|\,[\mathbf{e}^{\mathrm{I}}\mathbf{e}^{\mathrm{S}}]\,|\,(\delta n_\uparrow - \delta n_\downarrow). \tag{3.42}$$

Подставляя (3.42) в (2.23), получаем интегральное сечение рассеяния флуктуациями спиновой плотности

$$\frac{\mathrm{d}\Sigma}{\mathrm{d}\Omega} = (B_\sigma r_0^2)^2\,VT\left(\frac{\partial n}{\partial \zeta}\right)_T |\,[\mathbf{e}^{\mathrm{I}}\,\mathbf{e}^{\mathrm{S}*}]\,|^2. \tag{3.43}$$

Температурные зависимости интегральных интенсивностей рассеяния флуктуациями энергии-импульса $I_{\varepsilon,p}$ и флуктуациями спиновой плотности I_σ, полученные по формулам (3.30), (3.32) и (3.43), представлены на рис. 4. Сплошная и пунктирная линии дают сечения $I_{\varepsilon,p}$, рассчитанные с учетом и без учета температурной зависимости электронной теплоемкости $C_v(T)$. Темными точками показаны соответствующие экспериментальные результаты, полученные Байрамовым и Топоровым на образце nInP с $n = 1{,}1\ 10^{18}\cdot$см$^{-3}$ при параллельных поляризациях падающего и рассеянного света $\mathbf{e}^{\mathrm{I}} \parallel \mathbf{e}^{\mathrm{S}}$. Наилучшее согласие теории (3.30)—(3.32) с экспериментом достигается при учете зависимости $C_v(T)$. Штрихпунктирная кривая и светлые экспериментальные точки дают сечение I_σ при скрещенной поляризации $\mathbf{e}^{\mathrm{I}} \perp \mathbf{e}^{\mathrm{S}}$. Нелинейность теоретической кривой (3.43) обусловлена увеличением n с ростом температуры, которое можно объяснить линейным температурным сужением ширины запрещенной зоны. В результате подгонки удалось определить значения химического потенциала ζ и температурного коэффициента сужения α:

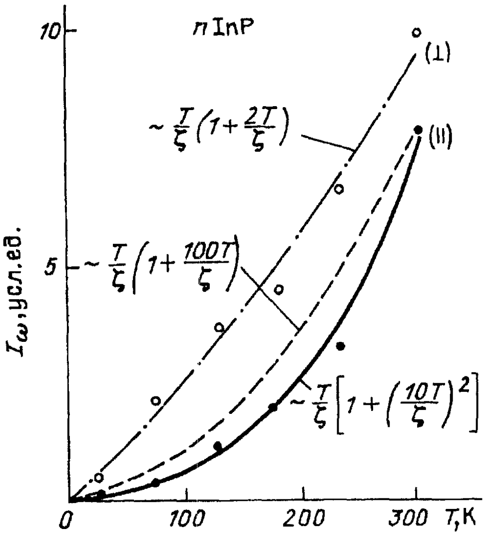

Рис. 4. Температурные зависимости интегрального сечения рассеяния. Сплошная и штриховая кривые — вклад флуктуаций плотности энергии-импульса, штрихпунктирная кривая — вклад флуктуаций спиновой плотности. Соответствующие правила отбора указаны в скобках. Экспериментальные точки получены на частоте $\omega^{\mathrm{I}} = 1{,}17$эВ

$$\alpha = -\left(\frac{\partial E_{\mathrm{g}}}{\partial T}\right)_p = 3{,}45\frac{\text{эВ}}{\text{К}},\ \zeta = 99\ \text{мэВ}.$$

3.6.2. *Многодолинный полупроводник.* В многодолинном полупроводнике не имеется возможности свободного выбора оси квантования спина, так как долины имеют выделенную ось $\nu^{(\alpha)}$. При этом носители одной долины характеризуются общей осью квантования спина, параллельной $\nu^{(\alpha)}$, а разным долинам соответствуют различные оси квантования. Вклад флуктуаций спиновой плотности отдельных долин соответствует выражению (3.42), а окончательная формула для $\delta\chi_{ij}$ представляется в виде суммы

$$\delta\chi_{ij} = \delta_{ijk}\frac{e^2}{m(\omega^{\mathrm{I}})^2}B_\sigma^{(1)}\sum_\alpha \nu_k^{(\alpha)}\,(\delta n_\uparrow^{(\alpha)} - \delta n_\downarrow^{(\alpha)}). \tag{3.44}$$

Выражение для входящего сюда коэффициента $B_\sigma^{(1)}$ получается из соответствующего выражения для B_σ (3.40) путем замены E_{g} и Δ, взятых в точке $\Gamma(p = 0)$, на соответствующие значения E_{gl} и Δ_1, относящиеся к краю зоны Бриллюэна, где расположены долины. Интегральное сечение рассеяния также отличается от полученного выше выражения (3.43) несущественным численным множителем. Для анализа резонансной зависимости сечения (3,44) от ω^{I} важно, что относительное спин-орбитальное расщепление на краю зоны Бриллюэна значительно меньше, чем в центре. Разложение (3.40) по малому параметру $\Delta/E_g \ll 1$ дает

$$B_\sigma^{(1)} = \hbar\omega^{\mathrm{I}} \cdot \frac{4P_{cv}^2}{m} \frac{\Delta_1 E_{g1}}{[E_{g1}^2 - (\hbar\omega^{\mathrm{I}})^2]^2}. \tag{3.45}$$

Сравнение $B_\sigma^{(1)}$ из (3.45) с фактором резонансного усиления R_{12} из (3.11) показывает, что резонансная зависимость сечения от ω^{I} в случае рассеяния на флуктуациях спиновой плотности более резкая, чем в случае междолинных флуктуаций.

Местрес и др. [42] изучали рассеяние света флуктуациями спиновой плотности в nGe. Механизм рассеяния идентифицировался путем использования поляризационных измерений с симметрией Γ_{12}, для которых рассеяние на междолинных флуктуациях запрещено симметрией; см. выражение (3.16). Резонансная зависимость $B_\sigma^{(1)}$ хорошо описывалась формулой (3.45)

Контрерас и др. [43] изучали рассеяние междолинными флуктуациями в nGe, используя для его идентификации приложение к образцу давления. Довольно часто считается, что КРС флуктуациями спиновой плотности не чувствительно к наличию одноосной деформации. Однако правила отбора для КРС, следующие из (3.44), оказываются чувствительными к деформациям. Если к образцу nGe приложить давление вдоль оси $\langle 111 \rangle$, то образуется синглегная долина в этом направлении, лежащая ниже по энергии, чем триплетные долины. При этом для использованной в [43] геометрии рассеяния "назад" при $\mathbf{q}$, параллельном $\langle 1\bar{1}0 \rangle$, свертка

$$e_i^{\mathrm{I}} \delta\chi_{ij} e_j^{\mathrm{S}} = \frac{e^2}{m(\omega^{\mathrm{I}})^2} B_\sigma^{(1)} \times$$
$$\times \sum_\alpha \nu^{(\alpha)} [\mathbf{e}^{\mathrm{I}}\mathbf{e}^{\mathrm{S}}] (\delta n_\uparrow^{(\alpha)} - \delta n_\downarrow^{(\alpha)}) \tag{3.46}$$

обращается в нуль. Действительно, $\delta n_\downarrow^{(\alpha)} - \delta n_\uparrow^{(\alpha)} \neq 0$ только для единственной заполненной синглетной долины, ориентированной вдоль $\langle 111 \rangle$. В то же время векторное произведение $[\mathbf{e}^{\mathrm{I}}\mathbf{e}^{\mathrm{S}}]$ направлено вдоль перпендикулярного направления $\langle 1\bar{1}0 \rangle$. Поэтому стоящее в (3.46) скалярное произведение равно нулю: $\nu^{(\alpha)} [\mathbf{e}^{\mathrm{I}}\mathbf{e}^{\mathrm{S}}] = 0$. Таким образом, выделив с помощью внешнего давления синглетную долину, можно погасить рассеяние флуктуациями спиновой плотности. Ситуация в целом напоминает гашение рассеяния флуктуациями электронной плотности в присутствии внешнего давления [43]. Резонансные свойства сечения из работы [43] также скорее соответствуют (3.45), нежели формуле (3.11) для междолинных флуктуаций. На этом основании можно сделать вывод о том, что в спектрах nGe [43] присутствует более значительный вклад флуктуаций спиновой плотности, чем междолинных флуктуаций.

Для полноты следует отметить работу Аронова и Ивченко [44], где учитывается малое спиновое расщепление электронной зоны, возникающее при учете спин-орбитального взаимодействия. Такое расщепление имеется только в полупроводниках без центра инверсии. Для случая полупроводников A^3B^5 это расщепление, а также возникающая вследствие него спиновая релаксация носителей были описаны в обзоре [41]. Использованный в [41] гамильтониан спин-орбитального расщепления имеет вид

$$\hat{H}_{\mathrm{SO}} = \alpha [\hat{\sigma}_x \hat{p}_x (\hat{p}_y^2 - \hat{p}_z^2) +$$
$$+ \hat{\sigma}_y \hat{p}_y (\hat{p}_z^2 - \hat{p}_x^2) + \hat{\sigma}_z \hat{p}_z (\hat{p}_x^2 - \hat{p}_y^2)]; \tag{3.47}$$

здесь α — феноменологическая константа. Подстановка в (3.47) $\hat{p} \to \hat{p} + (e/c) A$ и выделение квадратичных по A слагаемых позволяет получить гамильтониан взаимодействия H_{int} электронов с фотонами, эквивалентный первому слагаемому в (2.19). Междуподзонные переходы, описываемые таким гамильтонианом, и определяют по формуле (2.6) сечение электронного рассеяния. Это сечение следует, однако, сравнить с рассмотренным выше сечением КРС флуктуациями спиновой плотности. Такое сравнение показывает, что первое КРС может наблюдаться при низких температурах, малых ω и высоких концентрациях электронов n, при которых становятся существенными эффекты непараболичности, описываемые гамильтонианом (3.47). Принципиальное отличие механизма рассеяния Аронова—Ивченко от рассмотренного выше рассеяния флуктуациями спиновой плотности состоит в том, что первое может наблюдаться как при $\mathbf{e}^{\mathrm{I}} \perp \mathbf{e}^{\mathrm{S}}$, так и при $\mathbf{e}^{\mathrm{I}} \parallel \mathbf{e}^{\mathrm{S}}$. Наконец, следует отметить недавнее наблюдение КРС с переворотом спина в двойной гетероструктуре [45].

3.7. М е х а н и з м ы р а с с е я н и я с в е т а в п о л у п р о в о д н и к а х с в ы р о ж д е н н ы м э н е р г е т и ч е с к и м с п е к т р о м. Дырочные зоны в кубических (Ge, Si) и тетраэдрических полупроводниках (InP, GaAs) оказываются вырожденными в точке Г зоны Бриллюэна и описываются спинорным представлением Γ_8 кубической или тетраэдрической групп. Эти зоны имеют в точке Г четырехкратное вырождение, которое характеризуется четырьмя проекциями полного момента импульса дырки $J = 3/2$. Сдвиг к $p \neq 0$ приводит к расщеплению на зону легких ($J_z = \pm 1/2$) и тяжелых ($J_z = \pm 3/2$) дырок. Таким образом, дырочная плазма полупроводников оказывается многокомпонентной, что приводит к ряду механизмов рассеяния света, которых для электронов нет. Самая ранняя работа по рассеянию света дырками в полупроводниках — это уже обсуждавшаяся выше работа Аронова и Ивченко [44], которые рассматривают рассеяние, связанное с переходами между подзонами легких и тяжелых дырок. Гофрировка дырочных изоэнергетических поверхностей не учтена в этой работе. Реальная зонная структура дырочных подзон $\varepsilon_л(p)$ и $\varepsilon_т(p)$ для pSi изображена на рис. 5 [46]. Стрелками на рис. 5 показаны границы $\omega_{\min}$ и $\omega_{\max}$ возможных междуподзонных переходов. При частотах, меньших $\omega_{\min}$, междуподзонное рассеяние отсутствует, между $\omega_{\min}$ и $\omega_{\max}$ сечение достигает максимума. В работе Балканского и др. [47] был выполнен численный расчет сечения междуподзонного электронного рассеяния в pSi, учитывающий гофрировку подзон и непараболичность дырочного спектра. Этот расчет показал, что наличие гофрировки заметно размывает границы спектра. Экспериментальное исследование рассеяния в pSi [48], выполнявшееся при комнатной температуре, также усиливающей размытие, не позволило обнаружить ни границы, ни максимума. Понижение температуры до $T = 2$ К также не привело к их обнаружению [47]. Максимум удалось обнаружить только в одноосно-деформированных кристаллах pSi [48], в которых зона легких и тяжелых дырок расщеплена при $p = 0$. Однако и здесь в низкочастотной области $\omega < \omega_{\min}$ сохраняется крыло, формой напоминающее аналогичный спектр nSi [48].

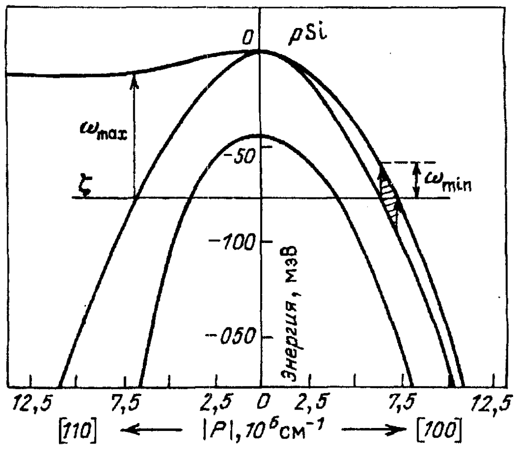

Рис. 5. Структура подзон валентной зоны pSi [46]. Междуподзонные переходы, соответствующие границам спектра КРС, показаны стрелками. Заштрихованная область — количество переходов вблизи порога

Все это связано с тем, что в области низких частот работает еще один неэкранируемый механизм рассеяния, связанный с внутризонными флуктуациями полного углового момента дырок. Чтобы уяснить суть этого механизма, можно взять упрощенное изотропное описание дырочных зон в рамках изотропного гамильтониана Латтинджера [10]

$$\hat{H}_0 = \frac{1}{2m}\,[\gamma_1 \hat{p}^2 - \gamma(\widehat{pJ})^2]; \tag{3.48}$$

здесь

$$\gamma_1 = \frac{1}{2} m \left(\frac{1}{m_л} + \frac{1}{m_т}\right),$$

$$\gamma = \frac{1}{4} m \left(\frac{1}{m_л} - \frac{1}{m_т}\right)$$

— параметры гамильтониана Латтинджера, связанные с массами легких и тяжелых дырок $m_л$ и $m_т$. Волновые функции гамильтониана (3.48) из-за четырехкратного вырождения дырочных зон в точке Г зоны Бриллюэна являются четырехкомпонентными столбцами. Соответственно, величины J здесь являются четырехрядными матрицами по квантовым числам дырочных зон. Эти матрицы являются четырехкомпонентными аналогами использованных выше матриц Паули для полного момента $J = 3/2$. Их можно найти в явном виде, например, в книге [9].

Взаимодействие дырок с полем электромагнитной волны получается путем стандартной подстановки $\hat{p} \to \hat{p} + (e/c)A$ в гамильтониан Латтинджера с последующим выделением слагаемых, линейных и квадратичных по A. Получающаяся в результате матрица $\gamma_{ik}^{\xi\zeta}$ стандартным образом (см. раздел 3.1) связана с проекциями J_i полного момента:

$$\gamma_{ik}^{\xi\zeta} = \gamma_1\,\delta_{ik}\,\delta_{\xi\zeta} + \gamma\left[\sum_\eta \left(J_i^{\xi\eta} J_k^{\eta\zeta} + J_k^{\xi\eta} J_i^{\eta\zeta}\right) - \frac{2}{3} J(J+1)\delta_{ik}\delta_{\xi\zeta}\right] + B_J \delta_{ikj} J_j^{\xi\zeta}. \tag{3.49}$$

Первое слагаемое в $\gamma_{ik}^{\xi\zeta}$ является скаляром. Оно не дает вклада в рассеяние из-за экранирования. Второе слагаемое, имеющее симметрию бесшпурового тензора 2-го ранга, в отличие от случая со спином $s=1/2$ (см. раздел 3.6), не обращается в нуль и дает вклад в сечение рассеяния. Третье слагаемое — антисимметричный вклад в $\gamma_{ik}^{\xi\zeta}$, который аналогичен спиновому из (3.37). Микроскопические выражения для коэффициентов γ_1, γ и B_J могут быть получены из (2.19). В частности, выражение для коэффициента B_J получается путем выделения антисимметричного слагаемого в квадратной скобке в (2.19) (см. [11]). Так как знаменатели в (2.19) содержат $\omega^{\rm I}$ с разным знаком, то при формировании антисимметричного вклада возникает множитель порядка $\omega^{\rm I}/E_g$. При $\omega^{\rm I} \ll E_g$ коэффициент B_J становится малым, так как он содержит малый множитель $\omega^{\rm I}/E_g \ll 1$. В этом смысле B_J оказывается аналогичным B_σ из раздела 3.6. Так как рассеяние флуктуациями спиновой плотности подробно было рассмотрено в разделе (3.6), то ниже мы сосредоточим внимание на втором, симметричном вкладе, который отсутствует в случае спиновых флуктуаций. Симметричный бесшпуровый вклад в $\gamma_{ik}^{\xi\zeta}$ имеет вид

$$Q_{ik}^{\xi\zeta} = \gamma\left[\sum_{\eta}\left(J_i^{\xi\eta}J_k^{\eta\zeta} + J_k^{\xi\eta}J_i^{\eta\zeta}\right) - \right.$$
$$\left. - \frac{2}{3}J(J+1)\delta_{ik}\delta_{\xi\zeta}\right]. \qquad (3.50)$$

Напомним, что ξ принимает значения $\pm$ 1/2 и $\pm$ 3/2. Выражение (3.50) содержит как диагональные, так и недиагональные матричные элементы по указанным индексам дырочных подзон. Недиагональные матричные элементы $Q_{ik}^{\xi\zeta}$ описывают рассмотренное в [44, 47, 48] междуподзонное рассеяние на переходах легкая-тяжелая дырка. Соответствующие диагональные матричные элементы описывают квазиупругое внутриподзонное рассеяние флуктуациями плотности полного углового момента. Его вклад в $\delta\chi_{ik}$ можно получить, ограничив суммирование в (2.19) только диагональными по значкам ξ слагаемыми. При этом получим

$$\delta\chi_{ik} = \frac{e^2}{m\,(\omega^{\mathrm{I}})^2}\int\frac{2\mathrm{d}^3p}{(2\pi\hbar)^3}\,Q_{ik}^{\xi\xi}\,\delta f_{\xi,p}; \qquad (3.51)$$

здесь $\delta f_{\xi,p}$ — флуктуация функции распределения в подзоне с проекцией момента ξ. Подставляя (3.51) в (2.23), найдем соответствующее интегральное сечение рассеяния:

$$\frac{\mathrm{d}\Sigma}{\mathrm{d}\Omega} = r_0^2\sum_{\xi}\int\frac{2V\mathrm{d}^3p}{(2\pi\hbar)^3}\,|Q_{ik}^{\xi\xi}\,e_i^{\mathrm{I}}e_k^{\mathrm{S}*}|^2\times$$
$$\times f_0(\xi,p)\,(1 - f_0(\xi,p)). \qquad (3.52)$$

Из (3.52) видно, что сечение КРС равно сумме аддитивных вкладов от легких ($\xi = 1/2$) и тяжелых ($\xi = 3/2$) дырок. Они относятся как плотности соответствующих состояний: $(m_{\text{л}}/m_{\text{т}})^{3/2} \ll 1$, поэтому в сумме по ξ в (3.52) существенно только одно слагаемое с $\xi = 3/2$. Под знаком квадрата модуля в (3.52) встречаются слагаемые двух типов. Во-первых, слагаемые вида J_iJ_k с $i \neq k$, которые не имеют диагональных матричных элементов и потому не дают вклада в сечение (3.52). Во-вторых, имеются полные квадраты $\langle J_x^2\rangle = \langle J_y^2\rangle$ и $\langle J_z^2\rangle$, сводящиеся просто к полуцелым числам. Зависимость обсуждаемого матричного элемента от направления **p** обусловлена тем, что ось квантования полного момента дырок совпадает с направлением p. Эта зависимость имеет вид

$$Q_{ik}^{3/2,3/2}\,e_i^{\mathrm{I}}e_k^{\mathrm{S}} = 2(e_x^{\mathrm{I}}e_x^{\mathrm{S}} + e_y^{\mathrm{I}}e_y^{\mathrm{S}})\,\langle J_x^2\rangle +$$
$$+ e_z^{\mathrm{I}}e_z^{\mathrm{S}}\,\langle J_z^2\rangle - \frac{5}{2}\,\mathbf{e}^{\mathrm{I}}\mathbf{e}^{\mathrm{S}} = 3\,\frac{(\mathbf{p}\mathbf{e}^{\mathrm{I}})\,(\mathbf{p}\mathbf{e}^{\mathrm{S}})}{p^2} - \mathbf{e}^{\mathrm{I}}\mathbf{e}^{\mathrm{S}}. \qquad (3.53)$$

Подставляя (3.53) в (3.52) и вычисляя угловой интеграл, получим поляризационную зависимость, характерную для симметричного рассеяния:

$$\frac{\mathrm{d}\Sigma}{\mathrm{d}\Omega} = \frac{3}{10}\,(\gamma r_0)^2\,TV\left(\frac{\partial n}{\partial\zeta}\right)_T\times$$
$$\times\,(1 + |\mathbf{e}^{\mathrm{I}}\mathbf{e}^{\mathrm{S}}|^2 - \frac{2}{3}\,|\mathbf{e}^{\mathrm{I}}\mathbf{e}^{\mathrm{S}*}|^2). \qquad (3.54)$$

Из (3.54) следует, что томпсоновское сечение рассмотренного нами рассеяния определяется эффективной массой легких дырок $m/\gamma \approx 4m_{\text{л}}$, а число рассеивающих частиц совпадает с зависящим от статистики носителей числом тяжелых дырок. Это благоприятствующее эксперименту обстоятельство объясняется тем, что рассеяние идет посредством виртуальных переходов дырок между тяжелой и легкой подзонами, которые точно учитываются матрицей (3.50).

Рассмотренный механизм КРС является единственной причиной рассеяния на низких частотах ω при низких температурах в полупроводниках с параболическим и изотропным спектром при наличии квантовомеханического вырождения зон. Лучшим материалом, удовлетворяющим этим требованиям, является pGe [50].

3.8. Особенности КРС электронами, расположенными вблизи X-точки зоны проводимости nSi. Развитая в предыдущем разделе теория применима также к электронному кремнию, шесть долин которого расположены на расстоянии 0,19 K_0 от X-точки зоны Бриллюэна, где имеется квантовомеханическое вырождение [51] зон симметрии Δ_1 и Δ'_2 (рис. 6). Здесь K_0 — граничный волно-

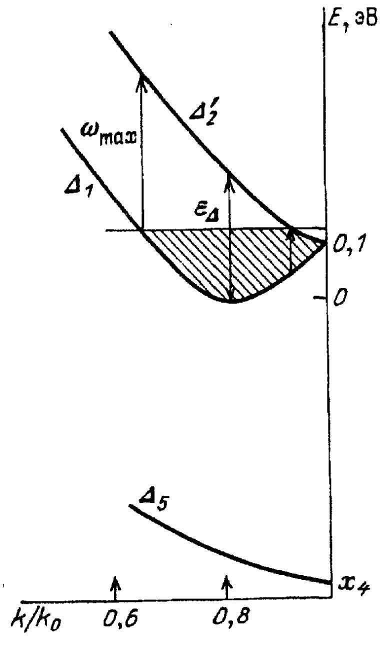

Рис. 6. Структура зоны проводимости nSi. Междуподзонные переходы, соответствующие границам спектра КРС, показаны стрелками

Таблица I. Γ'_{25}**-компонента спектра одночастичного квазиупругого рассеяния света в nSi**

Поляризация спектра	Долина	Поляризационный множитель $\lvert e^{I}_{i}e^{S}_{j}+e^{I}_{j}e^{S}_{i}\rvert^2$	Наличие вкладов долин	Относительная величина сечения
(Y',Z)	100	$(e^{I}_{y}e^{S}_{z}+e^{I}_{z}e^{S}_{y})^2=1/2$	Есть	1
	010	$(e^{I}_{x}e^{S}_{z}+e^{I}_{z}e^{S}_{x})^2=1/2$	Есть	
	001	$(e^{I}_{x}e^{S}_{y})+e^{I}_{y}e^{S}_{x})^2=0$	Нет	
(Y',Y')	100	$2e^{I}_{y}e^{S}_{z}=0$	Нет	1
	010	$2e^{I}_{x}e^{S}_{z}=0$	Нет	
	001	$(2e^{I}_{x}e^{S}_{y})^2=1$	Есть	
(ξ,ζ)	100	$(e^{I}_{y}e^{S}_{z}+e^{I}_{z}e^{S}_{y})^2=1/18$	Есть	1/3
	010	$(e^{I}_{x}e^{S}_{z}+e^{I}_{z}e^{S}_{x})^2=1/18$	Есть	
	001	$(e^{I}_{x}e^{S}_{y}+e^{I}_{y}e^{S}_{x})^2=2/9$	Есть	
(ξ,ξ)	100	$(2e^{I}_{y}e^{S}_{z})^2=2/3$	Есть	5/3
	010	$(2e^{I}_{x}e^{S}_{z})^2=1/3$	Есть	
	001	$(2e^{I}_{y}e^{S}_{x})^2=1/3$	Есть	
(ζ,ζ)	Все долины	$(2e^{I}e^{S})^2=4/9$	Есть	4/3

вой вектор зоны Бриллюэна в X-точке. Это вырождение существенно при концентрации n высокой настолько, чтобы энергия Ферми ε_F была сравнима с междуподзонным расстоянием ε_Δ в точке минимума долин. Гамильтониан $\hat{H}_0$, описывающий электронный спектр кремния вблизи X-точки, имеет вид [9, 51]

$$\hat{H}_0=\\=\frac{1}{m}\begin{bmatrix}\frac{1}{2}\left(\hat{p}^2_{\perp}\mu_{\perp}+\hat{p}^2_{z}\mu_{\parallel}\right), & \hat{p}_x\hat{p}_y\mu' \\ \hat{p}_x\hat{p}_y\mu', & \frac{1}{2}\left(\hat{p}^2_{\perp}\mu_{\perp}+\hat{p}^2_{z}\mu_{\parallel}\right)+P\hat{p}_z\end{bmatrix}; \tag{3.55}$$

здесь $P=\hbar\langle x_1|\nabla_z|x_1\rangle$, μ' — обратная эффективная масса, равная

$$\mu'=\frac{2}{m}\sum_{l}\frac{\langle\Delta_1|\hat{p}_y|\Delta_l\rangle\langle\Delta_l|\hat{p}_z|\Delta'_2\rangle}{E_{\Delta_l}-E_{\Delta_1}}, \tag{3.56}$$

где суммирование идет по зонам симметрии Δ_5 [9, 51]. Ширина оптической запрещенной зоны $E_g=4{,}3$ эВ для nSi существенно превосходит $\hbar\omega^{I}$ для лазеров видимого света, используемых для КРС. Поэтому первым слагаемым в (2.1) можно пренебречь [5]. Заменяя $\hat{p}\to\hat{p}+(e/c)A$ и отделяя квадратичные по A слагаемые, получим гамильтониан взаимодействия

$$\hat{H}_{\text{int}}=\\=\frac{e}{mc}\begin{bmatrix}\frac{1}{2}\left(A^2_{\perp}\mu_{\perp}+A^2_{z}\mu_{\parallel}\right), & A_xA_y\mu' \\ A_xA_y\mu', & \frac{1}{2}\left(A^2_{\perp}\mu_{\perp}+A^2_{z}\mu_{\parallel}\right)\end{bmatrix}. \tag{3.57}$$

Диагональные матричные элементы $\hat{H}_{\text{int}}$ описывают рассмотренное в разделе 3.3 КРС на междолинных флуктуациях. Недиагональная часть $\hat{H}_{\text{int}}$ из (3.57), имеющая симметрию Γ'_{25}, также дает неэкранируемый механизм рассеяния, к которому применима теория из раздела 3.7. Соответствующее сечение КРС можно получить, взяв диагональный матричный элемент от $\hat{H}_{\text{int}}$ по состоянию, соответствующему Δ_1-подзоне, и усреднив результат с учетом принципа Паули. В линейном приближении по $(\varepsilon_F/\varepsilon_\Delta)^2$ получим

$$\frac{d\Sigma}{d\Omega}=\frac{r_0^2}{4\pi}TV\sum_{\alpha}\left(\frac{\partial n_\alpha}{\partial\zeta}\right)_T v_k^{(\alpha)}\,|\delta_{ijk}|\times\\ \times|e^{I}_{i}e^{S*}_{j}+e^{I}_{j}e^{S*}_{i}|^2\left\langle\left(\frac{p^2_{\perp}}{2\hbar k_0 P}\right)^2\right\rangle; \tag{3.58}$$

здесь $p_\perp$ — составляющая квазиимпульса, перпендикулярная оси долины; усреднение ведется с функцией распределения $(\partial f_{0\alpha}/\partial n_\alpha)_T$, где $f_{0\alpha}$ — фермиевская функция α-й долины. Согласно (3.58), чтобы α-я долина давала вклад в сечение, векторы поляризации $\mathbf{e}^{I},\mathbf{e}^{S}$ должны иметь отличные от нуля проекции на плоскость, перпендикулярную оси долины. Это свойство отражено символом $|\delta_{ijk}|$.

Формула (3.58) позволяет объяснить некоторые деформационные эффекты при КРС в одноосно-сжатом nSi из [49]. В табл. I перечислены вклады в сечение (3.58) от различных долин при различных геометриях рассеяния. Отличные от нуля вклады отмечены словом "Есть" в четвертом столбце.

Если внешнее одноосное давление сдвигает какую-либо из долин вниз по энергии, то соответствующая концентрация n возрастает и сечение рассея-

Таблица II. Базисные функции неприводимых представлений, образуемых тензором $e_l^{\mathrm{I}}e_k^{\mathrm{S}} + e_k^{\mathrm{I}}e_l^{\mathrm{S}}$

$G_{q,\sigma} = C_{3v}$; $q, \vec{\sigma} \parallel (111)$		$G_q = 0,\ \sigma = 0,\ q = 0$			$G_{q,\sigma} = C_{4v}$; $q, \vec{\sigma} \parallel (001)$	
$\varphi_l^{\Lambda_l,s}$	Λ_l	Γ_l	$\varphi_l^{\Gamma_l}$	Γ_l	Δ_l	$\varphi_l^{\Delta_l,s}$
$e^{\mathrm{I}}e^{\mathrm{S}}$ $2e_\zeta^{\mathrm{I}}e_\zeta^{\mathrm{S}} - e_\xi^{\mathrm{I}}e_\xi^{\mathrm{S}} - e_\eta^{\mathrm{I}}e_\eta^{\mathrm{S}}$	Λ_1	Γ_1	$e^{\mathrm{I}}e^{\mathrm{S}}$	Γ_1	Δ_1	$e^{\mathrm{I}}e^{\mathrm{S}}$ $2e_z^{\mathrm{I}}e_z^{\mathrm{S}} - e_x^{\mathrm{I}}e_x^{\mathrm{S}} - e_y^{\mathrm{I}}e_y^{\mathrm{S}}$
$e_\xi^{\mathrm{I}}e_\eta^{\mathrm{S}} + e_\eta^{\mathrm{I}}e_\xi^{\mathrm{S}}$ $e_\eta^{\mathrm{I}}e_\zeta^{\mathrm{I}} + e_\zeta^{\mathrm{I}}e_\eta^{\mathrm{S}}$	Λ_3	Γ_{12}	$\frac{1}{\sqrt{3}}\left(2e_z^{\mathrm{I}}e_z^{S} - e_x^{\mathrm{I}}e_x^{\mathrm{S}} - e_y^{\mathrm{I}}e_y^{\mathrm{S}}\right)$ $e_x^{\mathrm{I}}e_x^{\mathrm{S}} - e_y^{\mathrm{I}}e_y^{\mathrm{S}}$	Γ_{12}	Δ_2 Δ'_2	$e_x^{\mathrm{I}}e_x^{\mathrm{S}} - e_y^{\mathrm{I}}e_y^{\mathrm{S}}$ $e_x^{\mathrm{I}}e_y^{\mathrm{S}} + e_y^{\mathrm{I}}e_x^{\mathrm{S}}$
$e_\xi^{\mathrm{I}}e_\xi^{\mathrm{S}} - e_\eta^{\mathrm{I}}e_\eta^{\mathrm{S}}$ $e_\xi^{\mathrm{I}}e_\zeta^{\mathrm{S}} + e_\zeta^{\mathrm{I}}e_\xi^{\mathrm{S}}$		Γ'_{25}	$e_x^{\mathrm{I}}e_y^{\mathrm{S}} + e_y^{\mathrm{I}}e_x^{\mathrm{S}}$ $e_z^{\mathrm{I}}e_x^{\mathrm{S}} + e_x^{\mathrm{I}}e_z^{\mathrm{S}}$ $e_z^{\mathrm{I}}e_y^{\mathrm{S}} + e_y^{\mathrm{I}}e_z^{\mathrm{S}}$	Γ'_{25}	Δ_5	$e_x^{\mathrm{S}}e_z^{\mathrm{I}} + e_z^{\mathrm{S}}e_x^{\mathrm{I}}$ $e_y^{\mathrm{S}}e_z^{\mathrm{I}} + e_z^{\mathrm{S}}e_y^{\mathrm{I}}$
Орты систем координат $OXYZ$ и $O\xi\eta\zeta$ указаны на рис. 3. $O\xi = \langle 11\bar{2}\rangle/\sqrt{6}$						

ния (3.58) возрастает тоже. Такое возрастание интенсивности КРС в nSi при одноосных деформациях наблюдалось в [49].

Лучшей геометрией для регистрации деформационного возгорания КРС может служить $Z(Y,Z)X$-геометрия при сжатии вдоль $\langle 010\rangle$. В такой геометрии, как видно из (3.15), рассеяние междолинными флуктуациями запрещено, поэтому сечение целиком определяется второй строчкой табл. I.

Имеется исключительная геометрия эксперимента — (ξ,ζ)-геометрия, в которой деформационный эффект отсутствует. Ниже показано, что в этой геометрии различные деформационные эффекты имеют противоположные знаки и потому компенсируют друг друга. Рассмотрим КРС на междолинных флуктуациях в nSi при деформации вдоль $\langle 111\rangle$, **оставляющей** долины полупроводника эквивалентными. В этом случае в спектрах проявляется индуцированная деформацией анизотропия поперечной массы долин. Это сопровождается усложнением поляризационной зависимости сечения по сравнению с (3.15). Эта зависимость определяется прямым произведением симметричных тензоров, составленных из векторов поляризации $\mathbf{e}^{\mathrm{I}}$ и $\mathbf{e}^{\mathrm{S}}$ (см. [32]). Для нахождения ее наиболее общего вида в деформированном кристалле разложим представление группы G_σ деформированного кристалла, осуществляемое тензором $e_i^{\mathrm{I}}e_k^{\mathrm{S}} + e_k^{\mathrm{I}}e_i^{\mathrm{S}}$ на неприводимые, и построим соответствующие базисные функции $\varphi_l^{\varkappa,s}$. Они приведены в табл. II. В соответствии с общим методом инвариантов [9,32]

$$\frac{\mathrm{d}\Sigma}{\mathrm{d}\omega\,\mathrm{d}\Omega} = F(\omega)\,Vr_0^2 \sum_{\varkappa,s,s'} a_{ss'}^{\varkappa}(\omega)\,\times$$

$$\times \sum_l \varphi_l^{\varkappa s}(\mathbf{e}^{\mathrm{I}*},\mathbf{e}^{\mathrm{S}})\,\varphi_l^{\varkappa,s'}(\mathbf{e}^{\mathrm{I}},\mathbf{e}^{\mathrm{S}*}); \qquad (3.59)$$

здесь $\varkappa$ нумерует различные неприводимые представления, s и s' — представления одного и того же типа. Для общности мы представили в табл. II функции, позволяющие рассчитать не только сечение КРС в nSi при деформациях вдоль $\langle 111\rangle$ (левая часть таблицы), но и в nGe, при деформации вдоль $\langle 100\rangle$. Однако результаты расчета приведем только для nSi, поскольку имеется соответствующий эксперимент [49]. Относящиеся к скалярному представлению Λ_1 **функции** $a_{11}^{\Lambda_1} = a_{12}^{\Lambda_1} = 0$ равны нулю вследствие экранирования

Поскольку правила соответствия, показанные в табл. II стрелками, связывают нескалярное единичное представление Λ_1 с представлением Γ'_{25} исходного кубического кристалла, то соответствующая функция пропорциональна квадрату тензора деформации. Следовательно, чтобы в полной мере учесть понижение симметрии при деформации, нужно с той же точностью выписать и оставшиеся функции $a_{ss'}^{\varkappa}$. Они имеют вид

$$a_{22}^{\Lambda_1} = \frac{16}{81}\left(\frac{\mu' C' \sigma S_{44}}{\varepsilon_\Delta}\right)^2 \frac{1}{\pi}\left(\frac{\partial n}{\partial \zeta}\right)_T L(\omega), \qquad (3.60)$$

$$a_{11}^{\Lambda_3} = \frac{1}{9}\left(\mu_\perp - \mu_\parallel - \frac{4}{3}\frac{\mu' C' \sigma S_{44}}{\varepsilon_\Delta}\right)^2 \times$$

$$\times\frac{1}{\pi}\left(\frac{\partial n}{\partial\zeta}\right)_T L(\omega), \qquad (3.61)$$

$$a_{22}^{\Lambda_3}=\frac{1}{18}\left(\mu_\perp-\mu_\parallel+\frac{8}{3}\frac{\mu' C'\sigma S_{44}}{\varepsilon_\Delta}\right)^2\times$$
$$\times\frac{1}{\pi}\left(\frac{\partial n}{\partial\zeta}\right)_T L(\omega), \qquad (3.62)$$

$$a_{12}^{\Lambda_3}=\frac{\sqrt{2}}{9}\left[-\frac{1}{2}(\mu_\parallel-\mu_\perp)^2+\frac{2}{3}\mu'\frac{C'\sigma S_{44}}{\varepsilon_\Delta}\times\right.$$
$$\left.\times\left(\frac{8}{3}\frac{\mu' C'\sigma S_{44}}{\varepsilon_\Delta}+\mu_\parallel-\mu_\perp\right)\right]\frac{1}{\pi}\left(\frac{\partial n}{\partial\zeta}\right)_T L(\omega); \qquad (3.63)$$

здесь C' — междуподзонный матричный элемент оператора деформационного потенциала, S_{44}—компонента тензора деформации, σ — напряжение,

$$L(\omega)=\frac{6/\tau}{\omega^2+(6/\tau)^2} \qquad (3.64)$$

— лоренцев множитель, определяющий частотную зависимость дифференциального сечения (см. раздел 4.2.2). Подставляя поляризационные-функции из табл. II в (3.62) и пренебрегая квадратичными по деформации членами, можно найти линейную деформационную добавку к сечению:

$$\frac{\mathrm{d}^2(\Sigma^{(\sigma)}-\Sigma^{(0)})}{\mathrm{d}\omega\mathrm{d}\Omega}=r_0^2VF(\omega)\left(\frac{\partial n}{\partial\zeta}\right)_T L(\omega)\times$$
$$\times\frac{(\mu_\perp-\mu_\parallel)^2}{3\pi}\frac{\mu' C'\sigma S_{44}}{\varepsilon_\Delta}I(\mathrm{e}^\mathrm{I},\mathrm{e}^\mathrm{S}), \qquad (3.65)$$

где поляризационный множитель $I(\mathrm{e}^\mathrm{I},\mathrm{e}^\mathrm{S})$ равен

$$I(\mathrm{e}^\mathrm{I},\mathrm{e}^\mathrm{S})=\sum_{i\neq j\neq k}\left[e_i^\mathrm{I}e_i^{\mathrm{S}*}-\frac{1}{3}(\mathrm{e}^\mathrm{I}\mathrm{e}^\mathrm{S})\right]\times$$
$$\times\left(e_k^\mathrm{I}e_j^{*\mathrm{S}}+e_j^\mathrm{I}e_k^\mathrm{S}\right)+\text{к.с.} \qquad (3.66)$$

Как следует из табл. II и (3.60), в (ξ,ζ)-геометрии сечение пропорционально $a_{11}^{\Lambda_3}$. Согласно (3.61) функция $sa_{11}^{\Lambda_3}$ уменьшается с ростом давления, поэтому интенсивность спектра должна упасть. Этого, однако, не происходит, и вплоть до давлений $\sigma=16$ кбар спектр остается неизменным. Наиболее вероятная причина этого состоит в том, что поправки (3.65) и (3.58) компенсируют друг друга. Приравнивая по порядку величины эти два сечения, можно получить

$$\frac{\mu' C'\sigma S_{44}}{\varepsilon_\Delta}=\left(\frac{\varepsilon_\mathrm{F}}{\varepsilon_\Delta}\right)^2. \qquad (3.67)$$

Используя известные параметры: $\varepsilon_\Delta=0{,}5$ эВ, $\varepsilon_\mathrm{F}\approx\varepsilon_x=0{,}1$ эВ, $C'/\varepsilon_\Delta\approx 8{,}3$, $S_{44}=1{,}47\cdot10^{-11}$ м^2/Н, $\sigma=16$ кбар [51], можно получить из (3.67) величину обратной эффективной массы μ', определенной согласно (3.56): $\mu'=0{,}20$. Полученная величина меньше соответствующего теоретического значения $\mu'\approx\mu_\perp$, найденного в работе [51]. Данное несоответствие связано с резким повышением уровня Ферми, который выталкивается в образующийся при деформации зазор между Δ_1 и Δ'_2 подзонами.

Деформационные эффекты при рассеянии света в nSi в $(\xi\zeta)$- и $(\xi\xi)$-геометриях рассчитаны в [49], где получены результаты, совпадающие с (3.62) и (3.63) соответственно. В $(\xi\xi)$-геометрии в [49] было экспериментально зарегистрировано увеличение сечения в результате приложенной деформации, особенно резкое при $n=10^{20}$ см$^{-3}$. Подобное увеличение объясняется тем, что в этой геометрии различные деформационные добавки к сечению складываются. Большая величина сечения в деформированном nSi позволяет рекомендовать $(\xi\xi)$-геометрию и одноосное сжатие в направлении $\langle 111\rangle$ в качестве средств для обнаружения сигналов одночастичного КРС в образцах, сильно легированных методом ионной имплантации [52].

Функция $a_{12}^{\Lambda_3}$ к настоящему времени экспериментально не изучена, что объясняется, по-видимому, тем, что эта функция не укладывается в рамки стандартного анализа спектров с помощью тензора рассеяния второго ранга [14].

3.9. У ч е т г о ф р и р о в к и д ы р о ч н ы х п о д з о н в и н т е г р а л ь н о м с е ч е н и и р а с с е я н и я. При наличии гофрировки дырочных изоэнергетических поверхностей симметрия гамильтониана (3.48) понижается до кубической. Представление, образуемое тензором Q_{ik} из (3.50) становится приводимым. В соответствии с (3.8) тензор (3.50), разбивается на два независимых тензора Γ_{12}- и Γ'_{25}-симметрии. Тензорные базисные функции названных неприводимых представлений имеются, например, в [9]. Используя их, получаем для диагональной части тензора $Q_{ii}^{\xi\xi'}$, имеющей симметрию Γ_{12}:

$$Q_{ii}^{\xi\xi'}=\frac{2}{3}\gamma_2\left[3\,(\hat{J}_i^2)^{\xi\xi'}-J(J+1)\,\delta_{\xi\xi'}\right]. \qquad (3.68)$$

Недиагональная часть симметрии Γ'_{25} равна

$$Q_{ik}^{\xi\xi'}=\gamma_3\sum_\eta\left(J_i^{\xi\eta}J_k^{\eta\xi'}+J_k^{\xi\eta}J_i^{\eta\xi'}\right),\ i\neq k. \qquad (3.69)$$

Как показано в разделе 3.7, для вычисления интегрального сечения необходимо взять диагональные матричные элементы от (3.68), (3.69) по состояниям ξ и ξ' в подзонах легких и тяжелых дырок, затем вычислить их свертки, и квадраты сверток усреднить по соответствующей функции распределения $(\partial f_0/\partial n)_T$ легких и тяжелых дырок. Эти вычисления более сложны по сравнению с вычислением (3.53), приводящим от (3.52) к (3.54). Столбцы дырочных волновых функций, зависящие от направления p, могут быть найдены в [9,10]. Оставляя только один вклад тяжелых дырок, наиболее существенный по параметру $m_л/m_т << 1$, получим

$$\frac{d\Sigma}{d\Omega} = 9r_0^2 VT\left(\frac{\partial n}{\partial \zeta}\right)_T \left[\gamma_2^4 I_{\Gamma_{12}}(\mathbf{e}^I,\mathbf{e}^S)\left\langle\frac{(p_x^2-p_y^2)^2}{(\varepsilon_л(\mathbf{p})-\varepsilon_т(\mathbf{p}))^2}\right\rangle + \right.$$

$$\left. + \gamma_3^4 I_{\Gamma'_{25}}(\mathbf{e}^I,\mathbf{e}^S)\left\langle\frac{4p_x^2p_y^2}{(\varepsilon_л(\mathbf{p})-\varepsilon_т(\mathbf{p}))^2}\right\rangle\right]. \quad (3.70)$$

В (3.70) через $I_{\Gamma_{12}}$ и $I_{\Gamma'_{25}}$ обозначены поляризационные множители из (3.15) и (3.16) соответственно. Они равны

$$I_{\Gamma_{12}}(\mathbf{e}^I,\mathbf{e}^S) = \frac{2}{9}\sum_i \left|\sum_k (e_i^I e_i^{S*} - e_k^I e_k^{S*})\right|^2, \quad (3.71)$$

$$I_{\Gamma'_{25}}(\mathbf{e}^I,\mathbf{e}^S) = \sum_{i>j} \left| e_i^I e_j^{S*} + e_j^I e_i^{S*}\right|^2.$$

Суммируя выражения (3.71), можно получить для поляризационной зависимости сечения симметричного рассеяния линейную комбинацию квадратов, входящую в (3.32), (3.54):

$$I_{\Gamma_{12}}(\mathbf{e}^I,\mathbf{e}^S) + I_{\Gamma'_{25}}(\mathbf{e}^I,\mathbf{e}^S) =$$

$$= 1 + |\mathbf{e}^I\mathbf{e}^S|^2 - \frac{2}{3}|\mathbf{e}^I\mathbf{e}^{S*}|^2. \quad (3.72)$$

Сечение (3.70) в случае изотропного дырочного спектра переходит в (3.54). Поэтому из (3.72) следует, что входящие в (3.70) средние величины должны при слабой гофрировке совпадать. Стандартный (см., например, [53]) метод нахождения поправок, применимый, в частности к интегральному сечению, основан на приближенном разложении корня в параболическом законе дисперсии дырок

$$\varepsilon(\mathbf{p}) = \frac{1}{2m}\left\{\gamma_1 p^2 \pm \right.$$

$$\left. \pm \left[4\gamma_2^2 p^4 + 12(\gamma_3^2-\gamma_2^2)(p_x^2p_y^2+p_x^2p_z^2+p_y^2p_z^2)\right]^{1/2}\right\} \quad (3.73)$$

в ряд по параметру

$$\eta = \frac{\gamma_3^2-\gamma_2^2}{\gamma_3^2+\gamma_2^2}; \quad (3.74)$$

здесь γ_2, γ_3 — параметры кубического гамильтониана Латтинджера [9]. Конкретные значения данного параметра равны η=0,284 для Ge и η= 0,863 для Si. Ограничиваясь линейными членами разложения (3.73), запишем входящие в (3.70) средние в виде

$$\left\langle\frac{(p_x^2-p_y^2)^2}{(\varepsilon_т(p)-\varepsilon_л(p))^2}\right\rangle = \frac{m^2}{15\bar\gamma^2}\left(1+\frac{\eta}{7}\frac{\gamma_1-\frac{7}{2}\bar\gamma}{\gamma_1-2\bar\gamma}\right), \quad (3.75)$$

$$\frac{4p_x^2p_y^2}{(\varepsilon_т(p)-\varepsilon_л(p))^2} = \frac{m^2}{15\bar\gamma^2}\left(1-\frac{3}{7}\eta\frac{\gamma_1-\frac{7}{2}\bar\gamma}{\gamma_1-2\bar\gamma}\right), \quad (3.76)$$

где $\bar\gamma = (\gamma_2^2+\gamma_3^2)^{1/2}$. Поскольку в (3.75) и (3.76) малый параметр η (3.74) умножен еще на малый численный множитель 1/7, то входящие в (3.70) средние практически всегда совпадают. Поэтому в нулевом приближении по параметру (3.74) учет гофрировки сводится к введению коэффициентов γ_2^4 и γ_3^4 при поляризационных множителях $I_{\Gamma_{12}}$ и $I_{\Gamma'_{25}}$ в выражении (3.70). Отношение сечений КРС в геометриях Γ'_{25} и Γ_{12} равно

$$\frac{d\Sigma^{\Gamma'_{25}}}{d\Sigma^{\Gamma_{12}}} = \frac{\gamma_3^4}{\gamma_2^4} >> 1. \quad (3.77)$$

Для pSi, в частности, отношение γ_3/γ_2 близко к 10, а параметр (3.77) достигает 10^4. Это означает, что практически наблюдаемый спектр КРС имеет симметрию правил отбора Γ'_{25}. В поляризации, соответствующей Γ_{12}-симметрии, рассеяние отсутствует. Такой результат позволяет объяснить правила отбора, регистрируемые в спектрах объемного pSi [48] и сверхрешеток (см. раздел 5.3).

Представляет интерес сравнить сечение (3.70) с сечением, полученным в [48] после подстановки дырочного закона дисперсии (3.73) в (3.24) и (2.23). В итоге такой подстановки получается формула, являющаяся частным случаем выражения (3.21). Расчет отношения $d\Sigma^{\Gamma'_{25}}/d\Sigma^{\Gamma_{12}}$ описанным способом дает

$$\frac{d\Sigma^{\Gamma'_{25}}}{d\Sigma^{\Gamma_{12}}} = \left(\frac{\gamma_3^2}{\gamma_2^2}-1\right)^2. \quad (3.78)$$

Отметим, что формулой (3.78) в случае слабой анизотропии дырочного спектра пользоваться нельзя. При сильной анизотропии формулы (3.77) и (3.78) практически совпадают.

Гофрировка не была учтена в сечении междуподзонного рассеяния из работы Аронова и Ивченко [44]. С ее учетом сечение определяется суммой квадратов модулей сверток недиагональных матричных элементов от (3.68) и (3.69) между состояниями в подзонах легких и тяжелых дырок. После статистического усреднения с учетом принципа Паули получим

$$\frac{d\Sigma}{d\Omega} = 3r_0^2\int\frac{2Vd^3p}{(2\pi\hbar)^3}f_{0т}(\mathbf{p})\,[1-f_{0л}(\mathbf{p})]\times$$

$$\times\left\{\gamma_2^2\left[1-\frac{3\gamma_2^2(p_x^2-p_y^2)}{m^2(\varepsilon_л(\mathbf{p})-\varepsilon_т(\mathbf{p}))^2}\right]I_{\Gamma_{12}}(\mathbf{e}^I,\mathbf{e}^S)+\right.$$

$$\left.+\gamma_3^2\left[1-\frac{12\gamma_3^2p_x^2p_y^2}{m^2(\varepsilon_л(\mathbf{p})-\varepsilon_т(\mathbf{p}))^2}\right]I_{\Gamma'_{25}}(\mathbf{e}^I,\mathbf{e}^S)\right\}. \quad (3.79)$$

Входящие в (3.79) выражения в квадратных скобках после интегрирования оказываются одного порядка величины. Поэтому из (3.79) можно следующим образом оценить отношение сечений Γ'_{25} и Γ_{12} для междуподзонного рассеяния:

$$\frac{d\Sigma^{\Gamma'_{25}}}{d\Sigma^{\Gamma_{12}}} \sim \frac{\gamma_3^2}{\gamma_2^2}. \tag{3.80}$$

Численный расчет спектра междуподзонного рассеяния в pSi из [47] дает отношение сечений, по порядку величины близкое к (3.80).

Таким образом, гофрировка изоэнергетических поверхностей дырок приводит к возникновению существенного различия в спектрах Γ'_{25}-и Γ_{12}-рассеяния. Отношение этих сечений для внутриподзонного рассеяния на два порядка больше, чем для междуподзонного. Оба типа междуподзонного рассеяния наблюдаются в сверхрешетках. Сравнение температурных зависимостей сечений внутри- и междуподзонного КРС (3.70) и (3.79) показывает, что понижение температуры благоприятствует наблюдению последнего. В рамках изотропной модели валентной зоны отношение сечений оценивается как

$$\frac{d\Sigma^{\text{меж}}}{d\Sigma^{\text{внутр}}} \geq 8,$$

причем знак равенства соответствует максвелловской статистике.

4. Флуктуационные и кинетические параметры полупроводников, проявляющиеся в спектрах комбинационного рассеяния света.

4.1. Форма спектра рассеяния флуктуациями зарядовой плотности при низких электронных концентрациях. Частотная зависимость дифференциального сечения рассеяния содержит информацию о кинетике релаксации флуктуаций, рассеивающих свет. Естественно, что форма спектра при этом зависит от типа флуктуаций, на которых происходит рассеяние.

При низких концентрациях выполняется условие (3.1), которое означает, что в спектрах отсутствуют эффекты экранирования. При этом рассеяние идет на одночастичных возбуждениях [30, 31], а коллективные плазменные возбуждения отсутствуют.

С другой стороны, спектры обычно снимаются при комнатной температуре, при которой в зоне проводимости имеется достаточное число электронов n для выполнения условия сильного экранирования ионизированных примесей:

$$nr_э^3 \gg 1. \tag{4.1}$$

Область электронных концентраций и температур, в которой условия (3.1) и (4.1) совместимы, обсуждается ниже (см. ниже, рис. 10). Шкловский и Эфрос [54] показали, что при выполнении условия (4.1) в кристаллах остается только крупномасштабный примесный потенциал с характерным размером порядка $r_э$ и среднеквадратичным значением

$$\gamma = U(r_э)\,(Nr_э^3)^{1/2}, \tag{4.2}$$

где $U(r) = e^2/\varepsilon r$ — потенциал изолированной примеси, N — концентрация примесей. Созданные при рассеянии света одночастичные электронные возбуждения рассеиваются крупномасштабным потенциалом. Так как тепловой импульс носителей $p_т = (2mT)^{1/2}$ намного превосходит световой импульс $\hbar q$ при комнатной температуре, то

$$\frac{p_т r_э}{\hbar} \gg 1. \tag{4.3}$$

Параметр (4.3) означает, что потенциал примесей отклоняет носители в основном на малые углы $\theta \sim \hbar/pr_э \ll 1$. В силу условия (4.3) дебройлевская длина волны электрона $\lambda_{д.Б.} = \hbar/p_т \ll r_э$ намного меньше характерного масштаба примесных потенциальных ям $r_э$. Поэтому примесный потенциал можно считать квазиклассическим. Движение в таком потенциале происходит под действием постоянной случайной силы [55], и классическое перемещение электрона $\Delta r(\tau)$ за время τ имеет вид

$$\Delta \mathbf{r}(\tau) = \mathbf{v}\tau + \frac{\mathbf{F}\tau^2}{2m}, \tag{4.4}$$

где $\mathbf{F}$ — сила, действующая на электрон. Наличие примесей в кристалле также слегка меняет химический потенциал электрона ζ. Таким образом, в выражении для сечения рассеяния (3.4) следует проводить усреднение по набору из трех случайных величин : ζ, $\mathbf{F}$ и скорости электрона v. При вырожденной статистике наиболее существенны флуктуации химического потенциала. Их вклад показан на рис. 1 кривой *3*. При невырожденной статистике общее усреднение проводится с помощью следующей формулы:

$$\langle e^{iq\Delta r(\tau)}\rangle = \int d\zeta \int \frac{2d^3p}{(2\pi\hbar)^3} \int d^3F f_0(p)\Phi(\zeta,F) \times \\ \times \exp\left[iq\left(v\tau + \frac{F}{2m^*}\tau^2\right)\right]; \tag{4.5}$$

здесь

$$f_0(p) = \frac{n}{(2\pi m^* T)^{3/2}} \exp\left(\frac{\zeta - \varepsilon_p}{T}\right)$$

— функция распределения Максвелла—Больцмана, $\Phi(\zeta,F)$ — функция распределения случайных величин ζ и $\mathbf{F}$. При условии (4.1) флуктуации ζ и $\mathbf{F}$ являются малыми. Поэтому они описываются гауссовой функцией распределения

$$\Phi(\zeta,F) = \frac{1}{2\pi^2}\frac{1}{\gamma\rho_0^{3/2}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\zeta^2}{\gamma^2} + \frac{F^2}{3\rho_0}\right)\right], \tag{4.6}$$

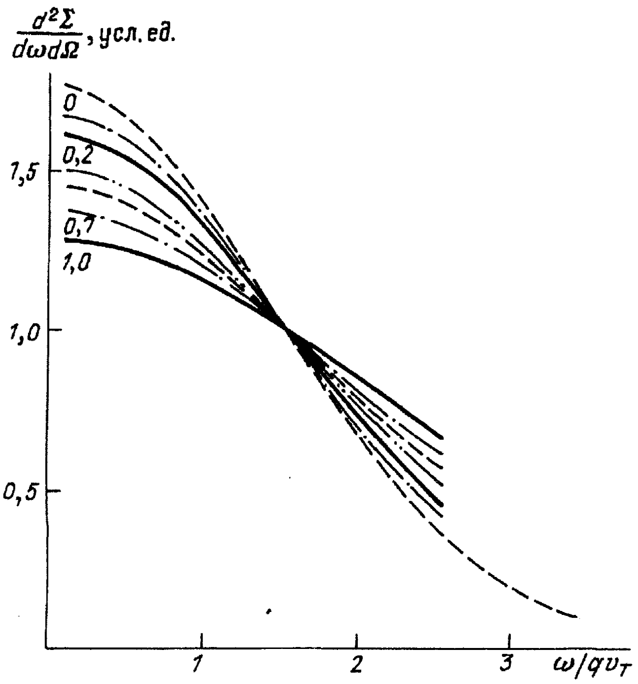

Рис. 7. Теоретические спектры одночастичного рассеяния флуктуациями зарядовой плотности, полученные путем численного интегрирования выражения (4.8). Цифрами на кривых указаны значения безразмерной концентрации примесей a из (4.10)

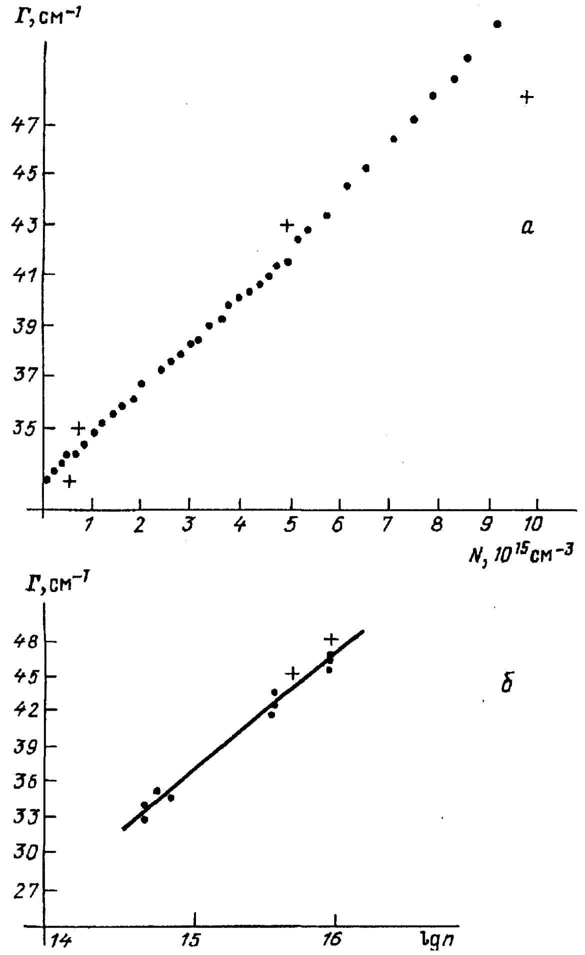

Рис. 8. а — Теоретическая концентрационная зависимость полуширины спектров $\Gamma_{\text{г}}$ на рис. 7 по уровню $1/e$, полученная путем гауссовых аппроксимаций выражения (4.8). Экспериментальные точки показаны крестами. (Из [25].) *б* — Экспериментальная концентрационная зависимость полуширин $\Gamma_{\text{г}}$, определенных так же, как на рис. 7

где γ^2 и

$$\rho_0 = N\int \mathrm{d}^3 r F^2(r) \tag{4.7}$$

соответствующие среднеквадратичные флуктуации. Подстановка Φ из (4.6) и (4.5) приводит после интегрирования и вычисления мнимой части по (3.4) к спектру вида

$$\frac{\mathrm{d}^2\Sigma}{\mathrm{d}\omega\mathrm{d}\Omega} = Vn\left(\frac{e^2}{m^*c^2}\right)^2 (\mathrm{e^I e^S})^2 \times$$

$$\times \int \frac{\mathrm{d}t}{2\pi}\cos(\omega t)\exp\left\{-\left[\left(\frac{qv_T t}{2}\right)^2 + \rho_0\frac{q^2t^4}{24m^2}\right]\right\}, \tag{4.8}$$

где $v_T^2 = 2T/m$. Если в (4.8) пренебречь в экспоненте слагаемым с ρ_0, то интеграл по t берется в аналитической форме и дает гауссову форму спектра рассеяния с полушириной $\Gamma_{\text{г}} = qv_T$:

$$\frac{\mathrm{d}^2\Sigma}{\mathrm{d}\omega\mathrm{d}\Omega} = Vn\left(\frac{e^2}{m^*c^2}\right)^2 (\mathrm{e^I e^S})^2\frac{1}{qv_T}\exp\left(-\frac{\omega^2}{q^2v_T^2}\right). \tag{4.9}$$

Это сечение КРС известно для классической атомной плазмы [56]. Его уширение отражает распределение атомов газа по скоростям. Спектры, полученные путем численного интегрирования выражения (4.8) по формуле Эрмитта [57], представлены на рис. 7. Видно, что полуширина спектров Г растет с ростом безразмерной концентрации

$$a = N\frac{\pi\int (r\nabla U)^2\mathrm{d}^3 r}{24(T^2 q)}. \tag{4.10}$$

Используя гауссовские аппроксимации спектров на рис. 7, мы получили зависимость $\Gamma(N)$, изображенную на рис. 8, *а* линией из точек. Крестиками показаны экспериментальные значения полуширины, определенные по спектрам, изображенным на рис. 9

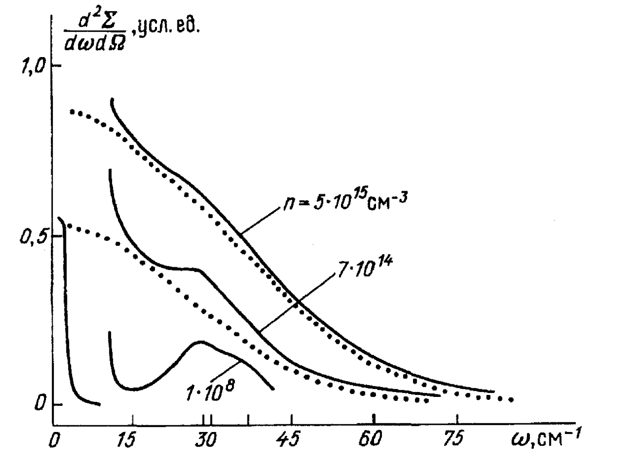

Рис. 9. Экспериментальные спектры nInP, относящиеся к диапазону низких электронных концентраций, иллюстрирующие зависимость формы спектральной линии от концентрации электронов $n \approx N$ (сплошные линии). Линии из точек, полученные путем вычитания разностного обертона двухфононного рассеяния, представляют чисто электронные спектры

из работы [58]. Более детальные исследования [58] показали, что экспериментальные точки лучше ложатся на логарифмическую зависимость $\Gamma(N)$, чем на линейную. Это отражено точками на рис. 8, *б*.

Если на рис. 8, *а*, *б* сделать экстраполяцию к малым концентрациям, то прямая линия отсечет на оси ординат постоянный вклад в Г, который, согласно (4.9), должен совпадать с уширением гауссовской кривой для свободных электронов $\Gamma = qv_T$. Однако численные оценки $\Gamma = qv_T$ для InP показывают, что экспериментальное значение $\Gamma = 30$ см$^{-1}$ отличается от теоретического значения $\Gamma = 50$ см$^{-1}$. Это различие можно связать с увеличением массы электрона вследствие непараболичности до 0,1 m. Обычно в InP используется значение $m^* = 0{,}07\,m$. Графики рис. 8, а, *б* могут служить для определения N (по углу наклона прямой). Данный метод измерения концентрации примесей N необходим в тех случаях, когда эта концентрация не совпадает с концентрацией электронов n. Такова ситуация в промышленных образцах, в которых низкая концентрация электронов проводимости достигается путем введения компенсирующих примесей.

Отметим, что хотя выше предполагалась изотропия электронного спектра, полученные результаты можно обобщить на случай эллипсоидальных изоэнергетических поверхностей. Для этого в формулах (4.5) и (4.6) следует произвести следующие замены:

$$q \to \mu_{\parallel}^{1/6}\mu_{\perp}^{1/3}\,(q_i\mu_{ik}q_k)^{1/2},$$

$$n \to n/s\,,\ m^* \to m\,\mu_{\parallel}^{1/3}\mu_{\perp}^{2/3}. \tag{4.11}$$

Обсудим теперь границы применимости полученных результатов. Рассмотренный режим одночастичного рассеяния реализуется в заштрихованной на рис. 10 области концентраций и температур. Ограничение со стороны низких концентраций дается неравенством (4.1). В InP, например, при $T = 300$ К и $n = 10^{14}$ см$^{-3}$ параметр (4.1) равен $nr_э^3 = 7$. Со стороны высоких концентраций ограничение определяется неравенством (3.1). Нарушение условия (3.1) согласно разделу 3.1, сопровождается появлением в спектрах поляризованного рассеяния плазменного пика. Этот процесс рассмотрен в разделе 4.5. При пограничной концентрации $n = 10^{16}$ см$^{-3}$ в nInP экспериментальный спектр рассеяния при параллельных поляризациях падающего и рассеянного света содержит широкое плато, простирающееся от $\omega = 0$ до плазменной частоты ω_p (см. ниже, рис. 18). Экспериментальные точки на рис. 8, *а*, *б*, соответствующие самым высоким концентрациям $n = 10^{16}$ см$^{-3}$, брались при скрещенной поляризации $\mathbf{e}^I \perp \mathbf{e}^S$, в которой плазмоны запрещены правилами отбора (3.7).

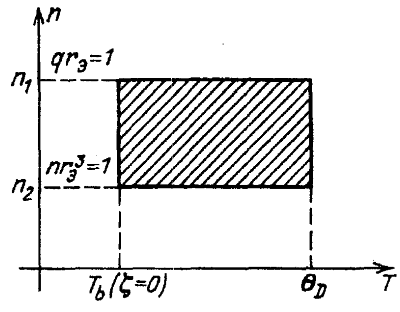

Рис. 10. Область электронных концентраций и температур (заштрихована), в которой реализуется гауссов контур бесстолкновительной плазмы в сильнолегированных полупроводниках

Нижняя температурная граница на рис. 10 определяется эффектом вымораживания носителей $T_в$, а верхняя Θ_D определяется влиянием электрон-фононного взаимодействия. Взаимодействие с акустическими фононами приводит лишь к малоугловому рассеянию носителей, поэтому их учет в формулах (4.6)—(4.9) сводится к перенормировке констант γ и ρ_0, как и в случае примесей.

Рассеяние света при температурах выше Θ_D определяется диффузионными процессами релаксации флуктуаций электронной плотности. Условие реализации этого режима

$$ql \ll 1, \tag{4.12}$$

где l — длина свободного пробега электрона по отношению к взаимодействию с оптическими фононами. В этом случае среднее из (4.5) равно

$$\langle\, \exp(iq\Delta r)\,\rangle = \exp\left(-\,q^2\,\frac{\langle \Delta x^2(\tau)\rangle}{2}\right), \tag{4.13}$$

где $\Delta x^2(\tau) = 2D\tau$, D — электронный коэффициент диффузии. Подставляя (4.13) в (3.4), получим сечение рассеяния в форме лоренцева контура

$$\frac{d^2\Sigma}{d\omega d\Omega} = nV\left(\frac{e^2}{m^*c^2}\right)^2 (\mathbf{e}^I\mathbf{e}^S)^2\,\frac{q^2D}{\omega^2 + (q^2D)^2}\,. \tag{4.14}$$

Уширение спектральных линий лоренцева типа, отражающее диффузионное поведение носителей, было впервые получено Собельманом (см., например, [59]) для классической атомной плазмы. Причиной преобразования гауссова контура КРС (4.9) в лоренцев (4.14) являются частые столкновения электронов с оптическими фононами, реализующие условие (4.12).

Квазиупругое рассеяние недавно наблюдалось в суперионных стеклах $(AgI)_x(AgPO_3)_{1-x}$. Спектр рассеяния напоминал по своему поведению спектр электронного КРС. Наблюдался значительный рост его интенсивности и расширение с увеличением концентрации x суперионного компонента [60].

4.2. Форма спектра рассеяния света одночастичными возбуждениями в многокомпонентной системе носителей тока.

4.2.1. *Фотовозбужденная электронно-дырочная плазма.* Выше отмечалось, что сечение электронного рассеяния достаточно мало, поэтому большинство экспериментов выполнено при больших концентрациях носителей тока, см. обзоры [3, 30]. В условиях сильного экранирования (3.6) рассеяние возможно только на флуктуациях, удовлетворяющих условию нейтральности (3.20). В ряде случаев выполнение условия (3.20) связано с существованием многокомпонентной системы носителей тока.

Простейшая система электронов и дырок с изотропным спектром служит хорошей моделью фотовозбужденной плазмы в полупроводниках [22, 23, 69, 70]. Флуктуация диэлектрической восприимчивости из (3.2) включает в себя вклады электронов и дырок:

$$\delta\chi = -\left(\frac{e^2}{m_e(\omega^{\mathrm{I}})^2}\delta n_e + \frac{e^2}{m_h(\omega^{\mathrm{I}})^2}\delta n_h\right). \tag{4.15}$$

Так как при фотовозбуждении носители тока создаются парами, то имеет место локальное условие нейтральности

$$\delta n_e = \delta n_h = \delta n. \tag{4.16}$$

Условие (3.6) означает, что на длине волны электронного возбуждения q^{-1} укладывается множество примесных потенциальных ям. Это означает, что для расчета спектра необходимо учитывать рассеяние носителей на произвольные углы. При этом обычно выполняется условие (4.12), при котором режим движения носителей является диффузионным. Поэтому для описания релаксации рассеивающих свет флуктуаций можно использовать макроскопические уравнения переноса. В многокомпонентной системе, как известно ([61], § 25), диффузия двух родов заряженных частиц — электронов и дырок — происходит под действием электрического поля E, возникающего в процессе самой диффузии. Поэтому система уравнений непрерывности и диффузии имеет вид (см. [61], с. 135, формулы (25.1), (25.2))

$$\begin{gathered}\frac{\partial}{\partial t}\delta n_e + \frac{1}{e}\operatorname{div}\delta\mathbf{j}_e = 0,\ \frac{\partial}{\partial t}\delta n_h + \frac{1}{e}\operatorname{div}\delta\mathbf{j}_h = 0,\\ \delta\mathbf{j}_e = -\sigma_e\mathbf{E} - eD_e\operatorname{grad}\delta n_e,\\ \delta\mathbf{j}_h = \sigma_h\mathbf{E} - eD_h\operatorname{grad}\delta n_h;\end{gathered} \tag{4.17}$$

здесь $\delta\mathbf{j}_e$ и $\delta\mathbf{j}_h$ — флуктуационные токи, создаваемые фдуктуациями концентрации электронов и дырок. Начальными условиями к записанным уравнениям служат значения одновременных корреляторов, определяемые внешними условиями, в которых находится полупроводник. Эти одновременные корреляторы вычисляются чисто термодинамическим путем. Именно их мы рассматривали в разделе 3 при вычислении интегральных сечений рассеяния. В случае электронов и дырок, образующих две равновесные подсистемы, одновременной коррелятор имеет известное значение [19] (§ 113, формула (113.2))

$$\begin{aligned}\langle\delta n_e^2\rangle_{q\to0} &= \langle\delta n_h^2\rangle_{q\to0} =\\ &= \langle\delta n_e\delta n_h\rangle_{q\to0} = T\left(\frac{\partial n}{\partial\zeta}\right)_T,\end{aligned} \tag{4.18}$$

где $n_e = n_h = n$ — общее значение концентрации электронов и дырок. Проводя в (4.17) одностороннее преобразование Фурье по времени и полное — по координатам и учитывая начальное условие (4.18), а также условие нейтральности (4.16), получим

$$\begin{aligned}(-i\omega + q^2D_e)(\delta n^2)^+_{\mathbf{q},\omega} - \frac{i}{e}\sigma_e\mathbf{q}(\mathbf{E}\delta n)^+_{\mathbf{q},\omega} &=\\ = T\left(\frac{\partial n}{\partial\zeta}\right)_T&,\end{aligned} \tag{4.19}$$

$$\begin{aligned}(-i\omega + q^2D_h)(\delta n^2)_{\mathbf{q},\omega} + \frac{i}{e}\sigma_h\mathbf{q}(\mathbf{E}\delta n)^+_{\mathbf{q},\omega} &=\\ = T\left(\frac{\partial n}{\partial\zeta}\right)_T&,\end{aligned} \tag{4.20}$$

где символом $(\delta n^2)^+_{\mathbf{q},\omega}$ обозначено одностороннее временное преобразование Фурье от коррелятора флуктуаций плотности. Решая систему (4.19), (4.20) относительно этого коррелятора и вычисляя его действительную часть Re $(\delta n^2)^+_{\mathbf{q},\omega}$, получим для сечения рассеяния

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}^2\Sigma}{\mathrm{d}\omega\mathrm{d}\Omega} &= (\mathbf{e}^{\mathrm{I}}\mathbf{e}^{\mathrm{S}})^2\frac{e^4}{2\pi c^4}\left(\frac{1}{m_e} + \frac{1}{m_h}\right)^2 \times\\ &\times\left(\frac{\partial n}{\partial\zeta}\right)_T F(\omega)\frac{q^2D_a}{\omega^2 + (q^2D_a)^2};\end{aligned} \tag{4.21}$$

здесь D_a — коэффициент амбиполярной диффузии, равный (см. [51], гл. 5, § 2)

$$D_a = 2\frac{n}{(\partial n/\partial\zeta)_T}\frac{b_eb_h}{e(b_e + b_h)}, \tag{4.22}$$

где

$$b_e = \sigma_{e(h)}/en_{e(h)}$$

— подвижность электронов (дырок). В работе [69] (на рис. 2) результат, эквивалентный (4.21), (4.22), был получен путем сложного численного интегрирования.

4.2.2. *Электроны в многодолинных полупроводниках.* Другим примером многокомпонентной плазмы являются носители в многодолинных полупроводниках. Идентификация механизмов наблюдаемого рассеяния осуществляется путем приложения внешнего давления (см, разделы 3.6.2, 3.8). Поэтому здесь следует учитывать неэквивалентность долин, С другой стороны, моделью неэквивалентных долин можно описать "карманы" на поверхности Ферми некоторых полуметаллов таких, как Bi, Sb и As. При описании спектра КРС электронами названных полуметаллов и многодолинных полупроводников уравнения диффузии следует записывать с учетом междолинных переходов электронов, происходящих между неэквивалентными анизотропными долинами [62]. Эти переходы описываются матрицей междолинных столкновений $\hat{I}_{\alpha\beta}$. В остальном уравнения непрерывности и диффузии соответствуют системе (4.17):

$$\frac{\partial}{\partial t}\delta n_\alpha + \frac{1}{e}\,\mathrm{div}\delta j_\alpha = \sum_\beta I_{\alpha\beta}\delta n_\beta, \tag{4.23}$$

$$\delta j_{i\alpha} = -\,eD_{ik}^{(\alpha)}\,\mathrm{grad}_{\,k}\,\delta n_\alpha + \sigma_{ik}^{\alpha}E_k; \tag{4.24}$$

здесь $D_{ik}^{(\alpha)}$ и $\sigma_{ik}^{(\alpha)}$ — тензоры коэффициентов диффузии и проводимости электронов долины α. Иногда удобно преобразовать столбец переменных $\{\delta n_\alpha\}_{\alpha=1}^{s}$ в системе (4.23), (4.24), выделив плотность состояний на уровне Ферми по аналогии с (3.18):

$$\delta n_\alpha = \left(\frac{\partial n_\alpha}{\partial \zeta}\right)_T \Psi_\alpha. \tag{4.25}$$

Система (4.23), (4.24), записанная относительно Ψ_α, содержит матрицу столкновений $I_{\alpha\beta}^{\mathrm{c}}$, симметричную относительно α и β. При рассеянии на примесях эта матрица имеет вид

$$\hat{I}_{\mathrm{inter}}^{c} = \frac{S}{\tau_{\mathrm{inter}}}\left(\frac{\partial n_\alpha}{\partial \zeta}\right)_T\left[\delta_{\alpha\beta} - \frac{(\partial n_\beta/\partial\zeta)_T}{(\partial n/\partial\zeta)_T}\right], \tag{4.26}$$

где τ_{inter} — характерное время междолинных переходов. Заметим, что данная матрица имеет вид разности уходных и приходных членов и удовлетворяет закону сохранения числа частиц при междолинных переходах:

$$\sum_\alpha I_{\alpha\beta}^{c} = \sum_\beta I_{\alpha\beta}^{c} = 0.$$

Равновесная концентрация электронов n_α стандартным образом (см., например, [43]) определяется их химическим потенциалом ζ. Записанные уравнения необходимо дополнить начальным условием для одновременного коррелятора $(\delta n_\alpha \delta n_\beta)_{\mathbf{q}\to 0}$, которое с учетом условия нейтральности

$$\sum_\alpha \delta n_\alpha = 0 \tag{4.27}$$

принимает вид

$$\langle \delta n_\alpha \delta n_\beta \rangle_{\mathbf{q}\to 0} = T\left(\frac{\partial n_\alpha}{\partial \zeta}\right)_T\left[\delta_{\alpha\beta} - \frac{(\partial n_\beta/\partial\zeta)_T}{(\partial n/\partial\zeta)_T}\right]. \tag{4.28}$$

Заметим, что переход от выражения (3.14) к (4.28) обсуждается в книге [61] (§ 20, с. 115).

4.2.2-1. Д и ф ф е р е н ц и а л ь н о е с е ч е н и е К Р С в п о л у п р о в о д н и к а х с э к в и в а л е н т н ы м и д о л и н а м и . — В полупроводниках nSi, nGe при деформациях вдоль направлений $\langle 1111\rangle$ и $\langle 100\rangle$, соответственно, долины остаются эквивалентными (см. раздел 3.8). Таковыми они являются и при отсутствии деформации. В этом случае в системе (4.23), (4.24), (4.27) интеграл столкновений (4.26) принимает форму приближения времени релаксации, а начальное условие можно заменить на более простое, вернувшись от (4.28) к (3.14). Для расчета дифференциального сечения удобно ввести функцию

$$G_\alpha^{+}(\mathbf{q}\omega) = \sum_\beta (\delta n_\alpha \delta n_\beta)_{q,\omega}^{+}\,\mu^{(\beta)}, \tag{4.29}$$

где $\mu^{(\alpha)} = e_i^{\mathrm{I}}\mu_{ik}^{(\alpha)}e_k^{\mathrm{S}}$. Проводя одностороннее преобразование Фурье по времени от (4.23), (4.24) с учетом (4.27) и (4.28), найдем

$$G_\alpha^{+}(\mathbf{q},\omega) = T\left(\frac{\partial n}{\partial \zeta}\right)_T\left[\frac{\mu^{(\alpha)}}{-\,i\omega + q^2D_\alpha + (S/\tau_{\mathrm{inter}})} - \frac{\sigma_\alpha}{-\,i\omega + q^2D_\alpha + (S/\tau_{\mathrm{inter}})}\times\right.$$
$$\left.\times\frac{\displaystyle\sum_\beta \frac{\mu^{(\beta)}}{-\,i\omega + q^2D_\beta + (S/\tau_{\mathrm{inter}})}}{\displaystyle\sum_\beta \frac{\sigma_\beta}{-\,i\omega + q^2D_\beta + (S/\tau_{\mathrm{inter}})}}\right]; \tag{4.30}$$

здесь $q^2D_\alpha = q_iD_{ik}^{(\alpha)}q_k$ и $\sigma_\alpha = q_i\sigma_{ik}^{(\alpha)}q_k/q^2$ — продольные части тензоров диффузии и проводимости, суммирование осуществляется по занятым носителями эллипсоидам. Умножая (4.30) на $\mu^{(\alpha)}$ из (3.12) и суммируя по долинам, получим следующее выражение для сечения рассеяния в недеформированном кристалле:

$$\frac{\mathrm{d}^2\Sigma}{\mathrm{d}\omega\mathrm{d}\Omega} = \frac{Vr_0^2}{2\pi T}F(\omega)\,\mathrm{Re}\sum_\alpha \mu_\alpha G_\alpha^{+}(\mathbf{q},\omega),$$

или

$$\frac{\mathrm{d}^2\Sigma}{\mathrm{d}\omega\mathrm{d}\Omega} = \frac{r_0^2}{\pi}V\frac{\hbar\omega}{1 - e^{-\hbar\omega/T}}\frac{(\mu_{\parallel} - \mu_{\perp})^2}{S}\left(\frac{\partial n}{\partial \zeta}\right)_T\times$$
$$\times\,\mathrm{Re}\left\{\sum_\alpha \frac{[(\mathbf{e}^{\mathrm{I}}\vec{\nu}^{(\alpha)})(\mathbf{e}^{\mathrm{S}}\vec{\nu}^{(\alpha)}) - (\mathbf{e}^{\mathrm{I}}\mathbf{e}^{\mathrm{S}}/3)]^2}{-\,i\omega + q^2D_\alpha + (S/\tau_{\mathrm{inter}})} + \left[\sum_\alpha \frac{(\mathbf{e}^{\mathrm{I}}\vec{\nu}^{(\alpha)})(\mathbf{e}^{\mathrm{SI}}\vec{\nu}^{(\alpha)}) - (\mathbf{e}^{\mathrm{I}}\mathbf{e}^{\mathrm{S}}/3)}{-i\omega + q^2D_\alpha + (S/\tau_{\mathrm{inter}})}\right]^2\times\right.$$
$$\left.\times\frac{-i\omega + (S/\tau_{\mathrm{inter}})}{\displaystyle\sum_\alpha \frac{q^2D_\alpha}{-\,i\omega + q^2D_\alpha + (S/\tau_{\mathrm{inter}})}}\right\}. \tag{4.31}$$

Отметим, что зависимость сечения рассеяния (4.31)

Таблица III. Независимые опыты по КРС в многодолинных полупроводниках

Направление q (группа G_q)	Геометрия рассеяния	Полуширина лоренцианов
Германий:		
$\nu_q = \langle 001 \rangle$	$Z(X,Y)\overline{Z}$ *)	$\Gamma = q^2 D + \dfrac{S}{\tau_{\text{inter}}}$
$\nu_q = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \langle 1\bar{1}0 \rangle$	$\begin{bmatrix} X'(Z,Y')\overline{X}' \\ X'(\zeta,\xi)\overline{X}'^{*} - \frac{2}{9} X(Y,X)Y \end{bmatrix}$	$\Gamma_1 = q^2 D_\perp + \dfrac{S}{\tau_{\text{inter}}}$
(D_2)	$\frac{2}{9}\left[X(YX)Y + X(YZ)Y\right] - X'(\zeta,\xi)\overline{X}'$	$\Gamma_2 = q^2 \dfrac{D_\perp + 2D_\parallel}{3} + \dfrac{S}{\tau_{\text{inter}}}$
	$\begin{bmatrix} X(Y,X)Y \\ X'(\zeta',\xi)\overline{X}' - \frac{1}{9} X'(Z,Y')\overline{X} \end{bmatrix}$	$\Gamma_3 = 3q^2 \dfrac{D_\perp(D_\perp + 2D_\parallel)}{D} + \dfrac{S}{\tau_{\text{inter}}}$
$\nu_q = \dfrac{1}{\sqrt{3}} \langle 111 \rangle$	$\zeta\,(X',X')\,\overline{\zeta} - \zeta\,(X',\xi)\,\overline{\zeta}$	$\Gamma_1 = q^2 \dfrac{D_\parallel(8D_\perp + D_\parallel)}{9D} + \dfrac{S}{\tau_{\text{inter}}}$
(C_{3v})	$\zeta\,(X',\xi)\,\overline{\zeta}$	$\Gamma_2 = q^2 \dfrac{8D_\perp + D_\parallel}{9} + \dfrac{S}{\tau_{\text{inter}}}$
Кремний:		
$\nu_q = \langle 001 \rangle$	$Z(X',Y')\overline{Z}$ *)	$\Gamma_1 = q^2 D_\perp + \dfrac{S}{\tau_{\text{inter}}}$
(C_{4v})	$Z(Y',Y')\overline{Z}$ *)	$\Gamma_2 = q^2 D_\perp D_\parallel / D^{-1} + S\tau^{-1}_{\text{inter}}$
$\nu_q = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \langle 1\bar{1}0 \rangle$	$X'(\zeta,\xi)\overline{X}'$ *)	$\Gamma_1 = \dfrac{1}{2} q^2 \dfrac{D_\perp\overline{(D_\perp + D_\parallel)}}{D} + \dfrac{S}{\tau_{\text{inter}}}$
(D_2)	$\zeta'(Y',\xi')\zeta''$	$\Gamma_2 = \dfrac{1}{2} q^2 (D_\parallel + D_\perp) + \dfrac{S}{\tau_{\text{inter}}}$
$\nu_q = \dfrac{1}{\sqrt{3}} \langle 111 \rangle$	$\zeta(\xi,X')\overline{\zeta}$ *)	$\Gamma = q^2 D + \dfrac{S}{\tau_{\text{inter}}}$
(O_h)		

*) Поставленные в [43, 49, 63] опыты.

Обозначения геометрий рассеяния даны в соответствии с [30]. Орты показаны на рис. 3, $\xi = (1/\sqrt{6}\,)\langle 11\bar{2} \rangle$, $\xi' = 1/\sqrt{6}\,\langle 1\bar{1}2 \rangle$. Скобками во втором столбце помечены альтернативные геометрии

от междолинного времени релаксации τ_{inter} сводится к смещению диффузионного полюса с мнимой оси в комплексную плоскость. Чтобы обеспечить сходимость интегрального сечения от (4.31) при $T = 0$, коэффициент диффузии должен рассматриваться как высокочастотный, т.е. с учетом частотной дисперсии. Первое слагаемое в (4.31) описывает рассеяние на противофазных флуктуациях концентрации электронов разных долин. Второе слагаемое обусловлено возникающим в процессе диффузии неоднородным самосогласованным электрическим полем E (см. [61], § 25), которое расщепляет эквивалентные долины. Существование такого механизма рассеяния, связанного с флуктуациями самосогласованного электрического поля, отмечалось в [6] — для случая металлов со сложными поверхностями Ферми и в [8] — для полупроводников со сложной валентной зоной. В формуле (4.31) этот механизм рассеяния проявляется при диффузионном, а не свободном как в [6,8] характере движения носителей. При $T \gg \hbar\omega$ в соответствии с разделами 4.1, 4.2.1 спектр рассеяния имеет форму лоренцева контура, определяемого коэффициентом диффузии D. Для расчета соответствующих компонент тензора коэффициентов диффузии необходимо разложить выражение (4.31) на простые дроби. Вид этого разложения зависит от выбранных направлений q и поляризаций e^{I} и e^{S}. Эксперименты по КРС обычно ставятся так, что **q** направлен вдоль одной из трех различных осей симметрии кубического полупроводника [42, 43, 49, 63]. Параметры лоренцианов Г, коэффициенты диффузии, измеряемые по спектрам nGe и nSi для этих направлений **q** и соответствующие геометрии экспериментов приведены в табл. III. Лишь немногие из опытов (они отмечены в табл. III в сноске) поставлены к настоящему времени. Тем не менее в работе [63] с помощью температурной, концентрационной и частотной (от ω^{I}) зависимостей ширин лоренцевых контуров удалось выделить диффузионный и релаксационный (связанный с τ_{inter}) вклады в ширину лоренцианов. В nSi именно последний вклад оказался основным. На рис. 11 показаны спектры нескольких образцов nSi из работы [63], причем кривые, помеченные цифрами *1—3,* соответствуют близким значениям концентрации электронов *n,* обозначенной на рис. 11 в стандартном формате. Примесный вклад в частоту $\tau_{\mathrm{inter}}^{-1}$ для образцов *1,3*, легированных фосфором, приблизительно вдвое меньше, чем у образца *2,* легированного мышьяком. Рассеяние электрона на примеси, приводящее к междолинному переходу, можно рассматривать как результат несоответствия псевдопотенциалов примеси и основного материала. Псевдопотенциал для мышьяка ближе к псевдопотенциалу кремния, чем псевдопотенциал фосфора, а частота $\tau_{\mathrm{inter}}^{-1}$ для кристалла легированного мышьяком, больше, чем для легированного фосфором. Такое противоречие можно объяснить, предположив, что величина τ_{inter} контролируется процессами захвата электронов на связанное на примеси промежуточное состояние. Радиус волновой функции этого состояния, а следовательно, и сечение захвата обратно пропорциональны энергии связи [64], определяемой псевдопотенциалом. Следовательно, для мышьяка частота $1/\tau_{\mathrm{inter}}$ должна быть больше, чем для фосфора, в соответствии с экспериментом [63]. Таким образом, спектры одночастичного электронного рассеяния могут быть использованы для идентификации химической природы примеси в многодолинных полупроводниках.

Второй, диффузионный, вклад в ширину Г содержит (см. табл. III) продольный и поперечный относительно оси долины коэффициенты диффузии $D_{\parallel}$ и $D_{\perp}$. Они выражаются через соответствующие времена внутридолинной релаксации $\tau_{\parallel}$ и $\tau_{\perp}$ (см. [10, 53]). Например, для продольного коэффициента $D_{\parallel}$ при фермиевской статистике имеем

$$D_{\parallel} = \frac{2}{3}\frac{\varepsilon_{\mathrm{F}}}{m^*}\mu_{\parallel}\tau_{\parallel} \tag{4.32}$$

и аналогично для $D_{\perp}$, причем $\tau_{\parallel} \neq \tau_{\perp}$. Из табл. III и (4.32) очевидно, что спектры КРС позволяют определить малоизученный параметр многодолинных полупроводников — коэффициент анизотропии времен релаксации $K_{\tau} = \tau_{\perp}/\tau_{\parallel}$. Обычно этот параметр определяется с помощью деформационных эффектов в проводимости образцов [9, 53, 65]. Для иллюстрации этого мы воспользуемся тем, что коэффици-

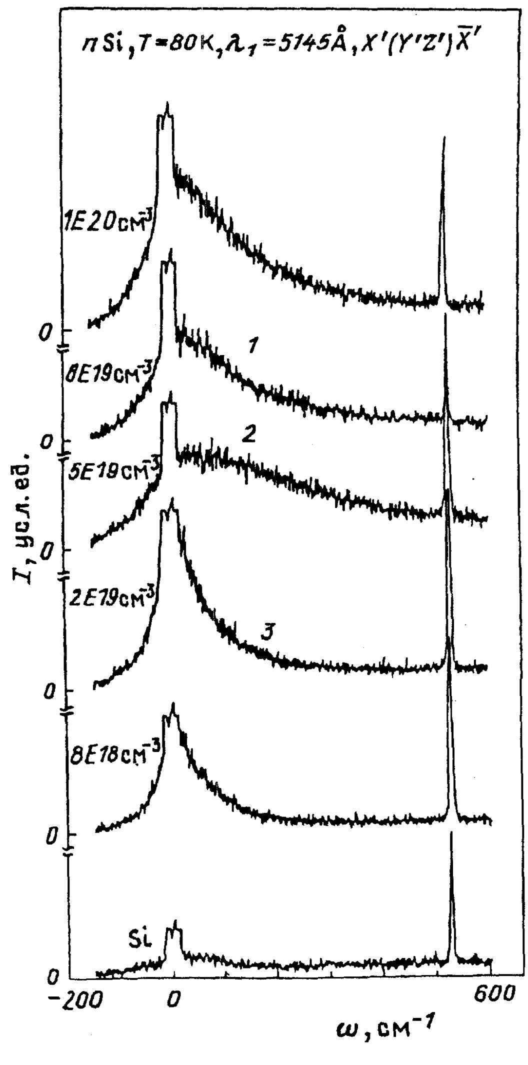

Рис. 11. Спектры КРС нескольких образцов nSi, полученные в [63] при T = 80 К. Кривые *1—3,* иллюстрирующие зависимость $1/\tau_{\mathrm{inter}}$ от сорта легирующей примеси, обсуждаются в тексте

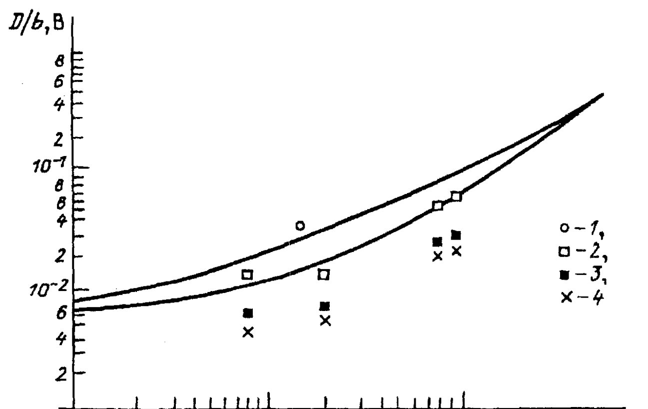

Рис. 12. Сравнение значений подвижности *b,* полученной из спектров электронного КРС в [43, 63] с результатами электрических измерений из [66]. Значения точек: *1* — nGe; 2—*4* соответствуют nSi; *4* — акустическому рассеянию; *3* — примесному; точки с номером 2 получены с использованием подгоночного значения параметра $\tau_{\parallel}/\tau_{\perp}$ =20. (Из [62])

ент K_τ входит в соотношение Эйнштейна, связывающее измеренный в [63] поперечный коэффициент диффузии $D_\perp$ с подвижностью b, полученной из электрических измерений в [66]:

$$D_\perp = \frac{3K}{2K+1} b \frac{T}{e} \frac{\mathrm{d}\ln n}{\mathrm{d}(\zeta/T)}, \tag{4.33}$$

где $K = K_\tau K_\mu$, $K_\mu = \mu_\perp/\mu_\parallel$. На рис. 12 приведены экспериментальные значения отношения D/b как функции электронной концентрации n. Крестиками, кривая *4*, показаны значения в кристалле, в котором преобладают столкновения электронов с акустическими фононами, темными квадратиками, кривая *3* — для столкновений электронов с примесями; нижняя сплошная кривая построена по (4.33) для nSi с подгоночным значением $\tau_\parallel/\tau_\perp = 20$, а верхняя сплошная кривая построена для nGe по обычному соотношению Эйнштейна. Из рис. 12 видно, что экспериментальные точки для обоих типов рассеяния соответствуют теоретической кривой. Правда, имеется систематический сдвиг экспериментальных точек для nSi, который можно связать с влиянием контактов и неоднородностей при электрических измерениях в [66].

4.2.2-2. Влияние внешнего давления на рассеяние света в многодолинных полупроводниках. — Развитый в предыдущем разделе метод решения диффузионно-кинетических уравнений (4.23), (4.24) позволяет в ряде случаев аналитически найти дифференциальное сечение КРС в деформированном кристалле. В своей исходной форме эти уравнения описывают релаксацию электронной системы многодолинного полупроводника к локальному равновесию, параметры которого меняются от точки к точке в пространстве [61]. Запишем уравнения (4.23) и (4.24) так, чтобы они описывали релаксацию к полному равновесию. Для этого после одностороннего преобразования Фурье и исключения флуктуации электрического тока δj в них нужно ввести вместо $G_\alpha^+(\mathbf{q},\omega)$ новую неизвестную функцию

$$F_\alpha(\mathbf{q},\omega) = \frac{i\omega}{T} G_\alpha^+(\mathbf{q},\omega) - \\ - (\mu^{(\alpha)} - \langle\mu\rangle)\left(\frac{\partial n_\alpha}{\partial \zeta}\right)_T, \tag{4.32'}$$

отличающуюся от старой G_α^+ на добавку, связанную с флуктуациями от точки к точке локально равновесного значения химического потенциала. В (4.32) $\langle\mu\rangle$ определено как усреднение, учитывающее принцип Паули (см. разделы 3.5, 3.7, 3.8):

$$\langle\mu\rangle = \sum_\beta \mu^{(\beta)} \frac{(\partial n_\beta/\partial\zeta)_T}{(\partial n/\partial\zeta)_T}. \tag{4.33'}$$

Заметим, что функция F_α описывает отклик системы электронов на гармоническое внешнее возмущение:

$$u(\mathbf{r},t) = u_\alpha(\mathbf{q},\omega)\exp[i(\mathbf{qr}-\omega t)]. \tag{4.33''}$$

В случае $q = 0$ уравнение для этого отклика было получено в [67]. Обобщение на случай $q \neq 0$ дается следующим уравнением:

$$(-i\omega + q^2 D_\alpha(\omega))\psi_\alpha + q^2 D_\alpha(\omega)(\mu^{(\alpha)} - ieEq^{-1}) = \\ = -\left(\frac{\partial\zeta}{\partial n_\alpha}\right)_T \sum_\beta I_{\alpha\beta}^C\left(\psi_\beta - \mu^{(\beta)} + \frac{ieE}{q}\right), \tag{4.34}$$

где использована подстановка $F_\alpha = \psi_\alpha(\partial n_\alpha/\partial\zeta)_T$, аналогичная (4.25). Напомним, что напряженность самосогласованного электрического поля E в кристалле с эквивалентными долинами была найдена в предыдущем разделе из условия нейтральности (4.27). В случае неэквивалентных долин деформированного кристалла условие нейтральности для некоторых, обедненных носителями долин может не выполняться. Поэтому в данном случае электрическое поле следует находить из уравнения Пуассона

$$\operatorname{div}\mathbf{D} = -4\pi e \sum_\alpha \left(\frac{\partial n_\alpha}{\partial\zeta}\right)_T \psi_\alpha, \tag{4.35}$$

где $\mathbf{D}$ — вектор электростатической индукции.

Из (4.32), (4.33) следует, что и уравнение Пуассона (4.35) и условие нейтральности (4.27) одинаково применимы как для флуктуаций относительно локального равновесия, описываемых коррелятором $G_\alpha^+(q,\omega)$, так и для флуктуаций относительно полного равновесия, описываемых функцией отклика $F_\alpha(q,\omega)$. Ввиду этого обстоятельства в (4.34) входит не относительное $\mu^{(\alpha)} - \langle\mu\rangle$, а абсолютное значение "возмущающей силы" $\mu^{(\alpha)}$. Более подробное обсуждение кинетики флуктуаций многокомпонентной плазмы можно найти в [61] (§ 51). Выражая ψ_α из (4.34) и вычисляя E из (4.35), получим

$$eE = iq\frac{\Phi_q \sum_{\alpha,\beta}(\partial n_\alpha/\partial\zeta)_T(\delta_{\alpha\beta} + i\omega B_{\alpha\beta}^{-1})\mu^{(\beta)}}{1 + \Phi_q\sum_{\alpha,\beta}(\partial n_\alpha/\partial\zeta)_T(\delta_{\alpha\beta} + i\omega B_{\alpha\beta}^{-1})}; \tag{4.36}$$

здесь $\Phi_q = 4\pi e^2/\varepsilon_0 q^2$, $\varepsilon_0 = D/E$ — решеточная диэлектрическая проницаемость, $B_{\alpha\beta}^{-1}$ — матрица, обратная к

$$B_{\alpha\beta} = (-i\omega + q^2 D_\alpha)\delta_{\alpha\beta} + \left(\frac{\partial\zeta}{\partial n_\alpha}\right)_T I_{\alpha\beta}^c. \tag{4.37}$$

Для нахождения сечения необходимо подставить (4.36) в (4.34) и решить получившееся уравнение относительно ψ_α. Сечение рассеяния выражается через $F_\alpha(\mathbf{q},\omega)$ согласно

$$\frac{\mathrm{d}^2\Sigma}{\mathrm{d}\omega\mathrm{d}\Omega} = \frac{r_0^2}{2\pi}\frac{V\hbar}{1 - e^{-\hbar\omega/T}}\operatorname{Im}\Pi(\mathbf{q},\omega), \tag{4.38}$$

где электронный поляризационный оператор многодолинного полупроводника

$$\Pi(\mathbf{q}, \omega) = \sum_{\alpha} \mu^{(\alpha)} F_{\alpha}(\mathbf{q}, \omega)$$

представляется графическим рядом на рис. 13. Он равен

$$\Pi(\mathbf{q}, \omega) = -\sum_{\alpha,\beta} \left(\frac{\partial n_{\alpha}}{\partial \zeta}\right)_T \mu^{(\alpha)} (\delta_{\alpha\beta} + i\omega B_{\alpha\beta}^{-1}) \mu^{(\beta)} -$$
$$- \left[\Phi_q \sum_{\alpha,\beta} \left(\frac{\partial n_{\alpha}}{\partial \zeta}\right)_T (\delta_{\alpha\beta} + i\omega B_{\alpha\beta}^{-1}) \mu^{(\beta)} \times \right.$$
$$\left. \times \sum_{\gamma,\varepsilon} \mu^{(\gamma)} (\delta_{\gamma\varepsilon} + i\omega B_{\gamma\varepsilon}^{-1}) \left(\frac{\partial n_{\gamma}}{\partial \zeta}\right)_T \right] \times$$
$$\times \left[1 + \Phi_q \sum_{\alpha,\beta} \left(\frac{\partial n_{\alpha}}{\partial \zeta}\right)_T (\delta_{\alpha\beta} + i\omega B_{\alpha\beta}^{-1})\right]^{-1}. \quad (4.39)$$

Выражения (4.38), (4.39) обобщают формулу (4.31) на случай деформированного кристалла с неэквивалентными долинами. Они применимы при любом значении параметра $qr_э$ и любых частотах. В частности, они могут быть использованы для анализа спектров КРС плазмонами в деформированных материалах [29]. Мы применим формулу (4.39) к случаю nGe, Si или GaAs, подвергнутых сильному гидростатическому давлению. Такое давление сдвигает центральную Г-долину вниз или вверх по энергии таким образом, что она достигает энергии боковых долин. Для скалярного рассеяния с волновым вектором q, направленным по осям высокой симметрии, определенным в разделе 3.8, боковые долины являются эквивалентными и могут быть объединены в одну изотропную долину. Для простоты предположим, что объединенная боковая долина и центральная долина описываются одинаковым коэффициентом внутридолинной диффузии $D_L = D_Г = D$. Тогда входящая в (4.39) матрица

$$\left(\frac{\partial n_{\alpha}}{\partial \zeta}\right)_T (\delta_{\alpha\beta} + i\omega \widehat{B}_{\alpha\beta}^{-1})$$

принимает вид

$$\frac{1}{\Omega\left(-i\Omega + \dfrac{S}{\tau_{\text{inter}}}\right)} \times$$
$$\times \begin{bmatrix} \left(\dfrac{\partial n_1}{\partial \xi}\right)_T [\Omega(V_1 + \Gamma) + iV_2\Gamma], & -\omega V_1 \left(\dfrac{\partial n_1}{\partial \zeta}\right)_T \\ -\omega V_1 \left(\dfrac{\partial n_1}{\partial \zeta}\right)_T, & \left(\dfrac{\partial n_2}{\partial \zeta}\right)_T [\Omega(V_2 + \Gamma) + iV_1\Gamma] \end{bmatrix}, \quad (4.40)$$

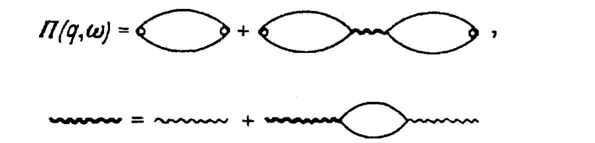

Рис. 13. Графики для поляризационного оператора $\Pi(\mathbf{q}, \omega)$

где матрица I^C была взята из (4.26), а величины Г, $V_{1,2}$ и Ω равны

$$\Gamma = q^2 D, \quad V_{1,2} = \frac{S}{\tau_{\text{inter}}} \frac{(\partial n_{2,1}/\partial \zeta)_T}{(\partial n/\partial \zeta)_T}, \qquad (4.41)$$
$$\Omega = \omega + i\Gamma.$$

Из (4.40) следует, что процесс формирования плазменных колебаний и электронное экранирование не изменяются при наличии междолинных переходов, поскольку при подстановке (4.41) и (4.40) в поляризационный оператор **П** из (4.39) междолинное время выпадает из высокочастотной диэлектрической функции:

$$\varepsilon(q, \omega) = 1 + \frac{4\pi e^2}{\varepsilon_0 q^2} \left(\frac{\partial n}{\partial \zeta}\right)_T \frac{q^2 D(\omega)}{-i\omega + q^2 D(\omega)}. \quad (4.42)$$

При редких междолинных переходах $q^2 D\tau_{\text{inter}} \gg 1$ сечение рассеяния (4.38), (4.39) с $\varepsilon(q, \omega)$ из (4.42) описывает плазменный пик в спектрах рассеяния. Он отчетливо наблюдается в nGe [29]. В nSi реализуется противоположный предельный случай частых междолинных переходов $q^2 D\tau_{\text{inter}} \ll 1$ [63]. Благодаря тому, что числитель второго слагаемого в (4.39) обращается в нуль, рассеяние плазмонами при этом отсутствует. Вместо него (4.39) дает одночастичное рассеяние междолинными флуктуациями с сечением

$$\frac{d^2\Sigma}{d\omega d\Omega} = \frac{Vr_0^2}{2\pi} (\mu_Г - \mu_L)^2 \times$$
$$\times \frac{(\partial n_1/\partial \zeta)_T (\partial n_2/\partial \zeta)_T}{(\partial n/\partial \zeta)_T} F(\omega) \frac{S/\tau_{\text{inter}}}{\omega^2 + (S/\tau_{\text{inter}})^2}. \quad (4.43)$$

Косвенным подтверждением этим соображениям является отсутствие плазмонных пиков в разрешенной геометрии в nSi [68], где плазмоны наблюдаются только в запрещенной геометрии.

Сечение одночастичного рассеяния (4.43), экспериментально не зарегистрированное к настоящему времени, определяется лоренцианом с полушириной, равной частоте междолинных переходов между боковой и центральной долинами. Эта частота является важным параметром приборов с междолинным переносом электронов. Интенсивность рассматриваемого рассеяния определяется квадратом разности средних обратных масс долин $\mu_Г$ и $\mu_L = (1/3) \times$ $\times (2\mu_{\perp} + \mu_{\parallel})$. Входящая в интегральную интенсивность (4.43) приведенная плотность состояний на уровне Ферми очень чувствительна к наличию внешнего давления.

4.3. Форма спектра при рассеянии флуктуациями спиновой плотности. Физическая причина возникновения рассеяния света флуктуациями спиновой плотности связана с наличием в кристаллах спин-орбитального взаимодействия. В разделе 3.6 показано, что природа этого взаимодействия одинакова для большого класса веществ. Это отражается в сходстве соответствующих формул для интегрального сечения рассеяния света. Так, сечение (3.43) относится и к многодолинным полупроводникам, и к прямозонным полупроводникам A_3B_5. Напротив, дифференциальное сечение рассеяния флуктуациями спиновой плотности зависит от деталей зонной структуры, диктующих определенный выбор направления оси квантования спина. Так, при учете кубического по квазиимпульсу гамильтониана спин-орбитального взаимодействия (3.47), ось квантования спина должна быть направлена по аксиальному вектору $\varkappa$, проекции которого

$$\varkappa_x(p) = \frac{p_x(p_y^2 - p_z^2)}{p^3}, \varkappa_y(p) = \frac{p_y(p_z^2 - p_x^2)}{p^3}, \quad \varkappa_z(p) = \frac{p_z(p_x^2 - p_y^2)}{p^3} \tag{4.44}$$

входят в гамильтониан (3.47). В полупроводниках p-типа, как это следует из гамильтониана Латтинджера (3.48), ось квантования спина оказывается жестко связанной с направлением импульса **p** уже в параболическом приближении. Напомним, что в многодолинных полупроводниках ось квантования спина сонаправлена с осью долины $\nu^{(\alpha)}$, как это видно из (3.44).

Ось квантования спина можно в явном виде зафиксировать в гамильтониане взаимодействия носителей со светом, как это сделано в обзоре [3] (раздел 2.3.1, формулы (2.88) и (2.91)). Для случая, когда ось квантования коррелирована с квазиимпульсом, выражение (2.88) из [3] можно обобщить следующим образом:

$$H_{\text{int}} = \frac{e^2}{4mc^2}\sum_p A_i^{\text{I}} A_k^{\text{S}} B_{ik}(p)(\delta f_{\uparrow p} - \delta f_{\downarrow p}), \tag{4.45}$$

где тензорный коэффициент $B_{ik}(p)$ зависит от механизма рассеяния. Он равен

$$\begin{aligned} B_{ik}(p) &= \delta_{ikj}\varkappa_j(p) B_\sigma, \\ &= \delta_{ikj}\frac{p_j}{p} B_J, \\ &= \delta_{ikj}\nu_j^{(\alpha)} B_\sigma^{(1)} \end{aligned} \tag{4.46}$$

соответственно для полупроводников A_3B_5 n- и p-типов и многодолинных полупроводников, $\delta f_{\uparrow p}$ — флуктуация функции распределения электронов с определенным спином. В зависимости от вида материала относительная заселенность спиновых подзон $\delta f_{\uparrow p} - \delta f_{\downarrow p}$ относится в гамильтониане (4.45) либо к одной точке зоны Бриллюэна, либо к одной долине. Соответствующая (4.45) флуктуация диэлектрической восприимчивости $\delta\chi_{ij}$ равна

$$\delta\chi_{ij} = \frac{e^2}{m(\omega^{\text{I}})^2}\sum_p B_{ij}(p)(\delta f_{\uparrow p} - \delta f_{\downarrow p}). \tag{4.47}$$

Подставляя (4.47) в (2.18), получим дифференциальное сечение рассеяния в виде

$$\frac{\mathrm{d}^2\Sigma}{\mathrm{d}\omega\mathrm{d}\Omega} = \frac{Vr_0^2}{2\pi T}F(\omega)\sum_{\mathbf{p},\mathbf{p}'} R_{\mathbf{p}}\langle(\delta f_{\uparrow\mathbf{p}} - \delta f_{\downarrow\mathbf{p}}) \times \times (\delta f_{\uparrow\mathbf{p}'} - \delta f_{\downarrow\mathbf{p}'})\rangle_{\mathbf{q},\omega} R_{\mathbf{p}'}; \tag{4.48}$$

здесь $R_{\text{p}} = e_i^{\text{I}} B_{ik}(\mathbf{p}) e_k^{\text{S}}$, функция $F(\omega)$ определена в (2.21). Для вычисления коррелятора относительных населенностей спиновых подзон из (4.48) воспользуемся кинетическим уравнением [61] (с. 126). По аналогии с (4.29) определим функцию

$$G_{\mathbf{p}}^+(\mathbf{q},\omega) = \sum_{\mathbf{p}'}\langle(\delta f_{\uparrow\mathbf{p}} - \delta f_{\downarrow\mathbf{p}}) \times \times (\delta f_{\uparrow\mathbf{p}'} - \delta f_{\downarrow\mathbf{p}'})\rangle_{\mathbf{q},\omega}. \tag{4.49}$$

В [61] (с. 126) показано, что $G_{\mathbf{p}}^+$ удовлетворяет тому же кинетическому уравнению, что и $\delta f_{\uparrow\mathbf{p}} - \delta f_{\downarrow\mathbf{p}}$. Это уравнение с учетом начального условия для одновременного коррелятора (см., например, [19] § 117)

$$\langle(\delta f_{\uparrow\mathbf{p}} - \delta f_{\downarrow\mathbf{p}})(\delta f_{\uparrow\mathbf{p}'} - \delta f_{\downarrow\mathbf{p}'})\rangle_{\mathbf{q}\to 0} = = f_0(1 - f_0)\delta_{\mathbf{p}\mathbf{p}'} \tag{4.50}$$

приобретает вид

$$-i(\omega - \mathbf{q}\mathbf{v})G_{\mathbf{p}}^+(q,\omega) = = T\left(\frac{\partial f_0}{\partial\zeta}\right)_T R_{\mathbf{p}} + \sum_{\mathbf{p}'} I_{\mathbf{p}\mathbf{p}'} G_{\mathbf{p}'}^+(\mathbf{q},\omega). \tag{4.51}$$

Решение уравнения такого типа, описывающее релаксацию к локальному равновесию, было получено в [71] (§ 12.1, формула 12.6). Мы также выполним решение уравнения (4.51) для случая упругих столкновений носителей, к которому сводятся столкновения с акустическими фононами и примесями. Ядро интеграла столкновений равно

$$I_{\mathbf{p}\mathbf{p}'} = W_{\mathbf{p}\mathbf{p}'} - \delta_{\mathbf{p}\mathbf{p}'}\sum_{\mathbf{p}'} W_{\mathbf{p}\mathbf{p}'}, \tag{4.52}$$

где

$$W_{\mathbf{p}\mathbf{p}'} = \frac{2\pi}{\hbar}\sum_{\sigma,\sigma'} |V_{\mathbf{p}\sigma;\mathbf{p}'\sigma'}|^2\delta(\varepsilon_{\mathbf{p}} - \varepsilon_{\mathbf{p}'}) \tag{4.53}$$

— вероятность электронного перехода в единицу времени из состояния $\mathbf{p}\sigma$ в состояние $\mathbf{p}'\sigma'$ под действием гамильтониана V, связанного с примесями или фононами.

Для полупроводников A_3B_5 n-типа, благодаря простой зонной структуре при низких температурах $T \ll \zeta$, интеграл столкновений с ядром (4.52) приводится к виду (см., например, [59,72])

$$\sum_{\mathbf{p}'} I_{\mathbf{p}\mathbf{p}'} G^+_{\mathbf{p}'}(\mathbf{q}, \omega) = \frac{1}{\tau}\left[\left(\frac{\partial f_0}{\partial n}\right)_T \sum_{\mathbf{p}'} G^+_{\mathbf{p}'}(\mathbf{q}, \omega) - G^+_{\mathbf{p}}(\mathbf{q}, \omega)\right], \quad (4.54)$$

где τ — внутридолинное время релаксации. В случае квантовомеханического вырождения зон в (4.53) возникает дополнительная угловая зависимость вида

$$W(\mathbf{p} - \mathbf{p}') = \sum_{\xi\xi'} |V_{\mathbf{p}\xi;\mathbf{p}'\xi'}|^2 = \frac{1}{2}[1 + 3\cos^2(\mathbf{p} \wedge \mathbf{p}')]\overline{|V|^2}, \quad (4.55)$$

где $\overline{|V|^2}$ множитель, не имеющий угловой зависимости. Эта зависимость не позволяет даже в случае упругого рассеяния использовать приближение времени релаксации (4.54).

После подстановки (4.54) в (4.51) получим

$$G^+_{\mathbf{p}}(\mathbf{q}, \omega) = \frac{1/\tau}{-i(\omega - \mathbf{q}\mathbf{v}) + (1/\tau)}\left(\frac{\partial f_0}{\partial n}\right)_T \times \sum_{\mathbf{p}} T\left(\frac{\partial f_0}{\partial \zeta}\right)_T \frac{R_{\mathbf{p}}}{-i(\omega - \mathbf{q}\mathbf{v}) + (1/\tau)} \times \left[1 - \frac{1}{\tau}\sum_{\mathbf{p}}\left(\frac{\partial f_0}{\partial n}\right)_T \frac{1}{-i(\omega - \mathbf{q}\mathbf{v}) + (1/\tau)}\right]^{-1} + T\left(\frac{\partial f_0}{\partial \zeta}\right)_T \frac{R_{\mathbf{p}}}{-i(\omega - \mathbf{q}\mathbf{v}) + (1/\tau)}. \quad (4.56)$$

Сечение рассеяния выражается через функцию (4.56) по аналогии с (4.31):

$$\frac{d^2\Sigma}{d\omega d\Omega} = \frac{Vr_0^2}{2\pi T} F(\omega)\,\mathrm{Re}\sum_{\mathbf{p}} R_{\mathbf{p}} G^+_{\mathbf{p}}(\mathbf{q}, \omega). \quad (4.57)$$

Подставляя (4.56) в (4.57), получим

$$\frac{d^2\Sigma}{d\omega d\Omega} = \frac{Vr_0^2}{2\pi} F(\omega) \times \mathrm{Re}\left\{\sum_{\mathbf{p}}\left(\frac{\partial f_0}{\partial \zeta}\right)_T \frac{R^2_{\mathbf{p}}}{-i(\omega - \mathbf{q}\mathbf{v}) + (1/\tau)} + \left(\frac{\partial \zeta}{\partial n}\right)_T \left[\sum_{\mathbf{p}}\left(\frac{\partial f_0}{\partial \zeta}\right)_T \frac{R_p}{-i(\omega - \mathbf{q}\mathbf{v}) + (1/\tau)}\right]^2 \times \left[\tau - \left(\frac{\partial \zeta}{\partial n}\right)_T \times \sum_{\mathbf{p}}\left(\frac{\partial f_0}{\partial n}\right)_T \frac{1}{-i(\omega - \mathbf{q}\mathbf{v}) + (1/\tau)}\right]^{-1}\right\}. \quad (4.58)$$

Сечение рассеяния (4.58) является обобщением выражений (2.35) и (2.92) из [3], основанных на работе Мермина [72]. Обобщение допускает возможность закрепленной оси квантования спина, как, например, в случае электронов в полупроводниках, описываемых гамильтонианом (3.47). Отметим, что найденное сечение (4.58) в отличие от результата Мермина из [3] не выражается через диэлектрическую восприимчивость носителей, хотя и переходит в результат [3] для случая свободной оси квантования спина. Хотя вывод (4.58) непосредственно относится только к полупроводникам A_3B_5 n-типа, его можно использовать в случае редких столкновений и для p-материалов.

Имеется также возможность применить (4.58) к случаю многодолинных полупроводников в условиях быстрой внутридолинной релаксации. В этом случае кинетическое уравнение (4.51) сводится методом, развитым в [61] (§ 6) к системе гидродинамических уравнений типа (4.23), (4.24). При вычислении относительной населенности электронных спиновых подзон

$$\delta n_{\uparrow\alpha} - \delta n_{\downarrow\alpha} = \int \frac{2d^3p}{(2\pi\hbar)^3}(\delta f^{(\alpha)}_{\uparrow p} - \delta f^{(\alpha)}_{\downarrow p})$$

самосогласованное электрическое поле E, приводящее, вообще говоря, к эффектам экранирования, выпадает из рассмотрения. Смешанное диффузионно-кинетическое уравнение имеет вид (4.34) с $E = 0$. Сравнение (3.34) и (4.51) показывает, что роль слагаемого с $\mathbf{q}\mathbf{v}$ играет слагаемое с коэффициентом диффузии $q^2 D_\alpha$, а роль интеграла столкновений — матрица междолинных переходов. Соответствующее сечение рассеяния получается из (4.58) заменой $\mathbf{q}\mathbf{v}$ на $q^2 D$ и внутридолинного времени τ на междолинное τ_{inter}.

4.4. Спектры рассеяния флуктуациями спиновой плотности в некоторых материалах.

4.4.1. *Полупроводники* A_3B_5 *n-типа.* В полупроводниках A_3B_5 n-типа в параболическом приближении для электронного закона дисперсии ось квантования спина не фиксирована (см. раздел 3.6.1). Поэтому коэффициент R_{p} из (4.58) не зависит от $\mathbf{p}$, и для анализа спектров рассеяния можно использовать выражение для сечения КРС из [3] (§ 2.2.5). Пренебрегая в (4.58) зависимостью $R_{\mathbf{p}}$ от $\mathbf{p}$, получим

$$\frac{d^2\Sigma}{d\omega d\Omega} = \frac{Vr_0^2}{2\pi} B^2_\sigma F(\omega)|\mathbf{e}^{\mathrm{I}} \times \mathbf{e}^{*\mathrm{S}}|^2 \times$$

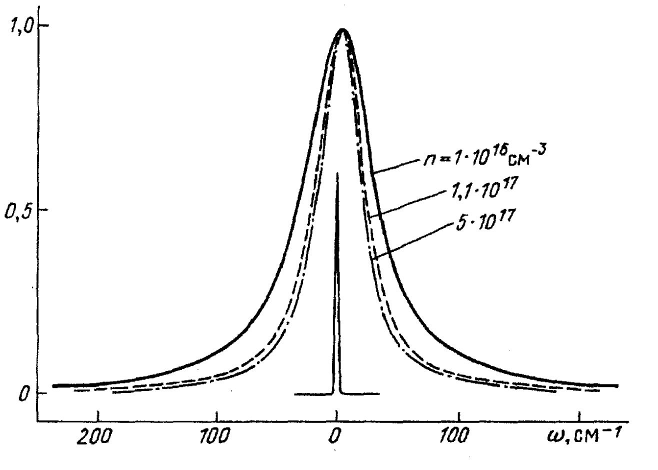

Рис. 14. Спектры электронного рассеяния флуктуациями спиновой плотности ($e^I \perp e^S$) в nInP для области электронных концентраций от $1\cdot10^{16}$ до $5\cdot10^{17}$ см$^{-3}$, иллюстрирующие сужение линии с ростом концентрации примесей N. (Из [74,75])

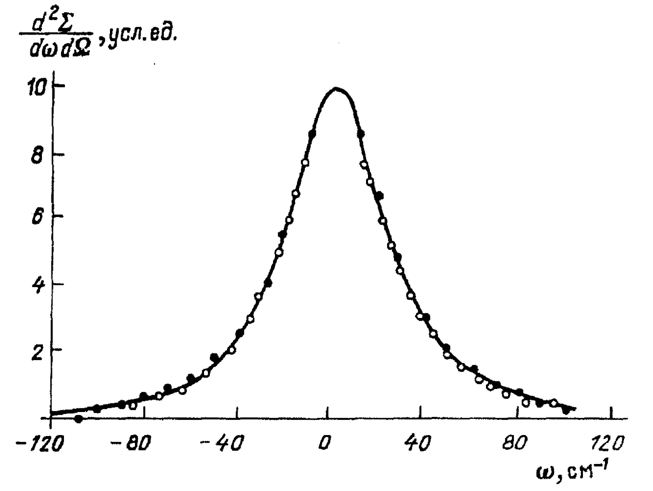

Рис. 15. Спектры электронного рассеяния флуктуациями спиновой плотности в nGaAs при $n = 7\cdot10^{16}$ см$^{-3}$ и $7\cdot10^{17}$ см$^{-3}$. (Из работы [78])

$$\times \operatorname{Im}\left\{\int d^3p \frac{(\partial f_0/\partial\zeta)_T}{\omega - \mathbf{qv} + (i/\tau)} \times \right.$$
$$\left. \times \left[\int d^3p \frac{\mathbf{qv} - \omega}{\omega - \mathbf{qv} + (i/\tau)}\left(\frac{\partial f_0}{\partial n}\right)_T\right]^{-1}\right\}. \qquad (4.59)$$

Эквивалентное (4.59) соотношение из обзора [3] широко используется [69—70] для определения электронной концентрации n и τ бесконтактным методом. При $T = 0$ сечение (4.59) сводится к полученному Фальковским [73] для случая нормальных металлов.

В последнее время двумя группами авторов — Байрамовым и др. [58, 74—76] и Тсеном и др. [77, 78] — были проведены измерения спектров рассеяния в полупроводниках A_3B_5 n-типа при контролируемом введении легирующих примесей. В этих работах концентрация электронов изменялась в широких пределах — от 10^{12} до $n \sim 10^{19}$ см$^{-3}$. Соответственно, в широких пределах менялась и кинетика рассеивающих свет флуктуаций. Случай низких концентраций был рассмотрен в разделе 4.1.

На рис. 14 показаны спектры электронного рассеяния флуктуациями спиновой плотности ($e^I \perp e^S$) в nInP при трех электронных концентрациях $n = 1\cdot10^{16}$ см$^{-3}$, $n = 1,1\cdot10^{17}$ см$^{-3}$ и $n = 5\cdot10^{17}$ см$^{-3}$ из работ [74, 75]. Ширина спектров последовательно уменьшается с ростом концентрации примесей $N \approx n$. По форме первый спектр близок к гауссову, а второй и третий являются лоренцианами. Более ранние результаты Брея [78] для GaAs показаны точками на рис. 15 для двух электронных концентраций $n = 7\cdot10^{16}$ см$^{-3}$ и $n = 7\cdot10^{17}$ см$^{-3}$. Оба спектра хорошо описываются уравнением (4.59) (сплошная линия). Соответствующее τ из (4.59) равно $\tau = 2\cdot10^{-13}$ с. Сравнение спектров на рис. 14 и 15 показывает, что диапазон концентраций n, при которых происходит описанная трансформация спектров от гауссова к лоренцеву, составляет 10^{16}—10^{17} см$^{-3}$. Существование этой качественной перестройки спектров в зависимости от значения концентрации примесей N позволяет использовать спектры для оценки качества образцов и для определения времени релаксации τ.

Чтобы проследить трансформацию от гауссовского спектра к лоренцеву, достаточно взять от (4.59) различные предельные случаи по параметру (4.12). При $ql \ll 1$ знаменатель (4.59) равен 1, а числитель, согласно формуле

$$\operatorname{Im}\frac{1}{\omega - qv + (i/\tau)} = -\pi\delta(\omega - \mathbf{qv})$$

дает при невырожденной статистике обсуждавшийся выше гауссов контур с полушириной

$$\Gamma_\Gamma = qv_T. \qquad (4.60)$$

При вырожденной статистике из (4.59) вытекает треугольный контур, изображенный на рис. 1.

При $ql \ll 1$ сечение определяется диффузионным полюсом, возникающим в знаменателе (4.59) в результате его разложения в ряд по малому параметру [79]:

$$z = \frac{\mathbf{qv}}{-i\omega + (1/\tau)} \ll 1. \qquad (4.61)$$

Сечение рассеяния при этом принимаем вид:

$$\frac{d^2\Sigma}{d\omega d\Omega} =$$
$$= \frac{Vr_0^2}{2\pi} B_\sigma^2 \left(\frac{\partial n}{\partial\zeta}\right)_T F(\omega) \operatorname{Re}\frac{1}{-i\omega + q^2\widetilde{D}(\omega)}; \qquad (4.62)$$

здесь ввиду $q^2D\tau \approx (ql)^2 << 1$ можно заменить

$$\tilde{D}(\omega) = \frac{D(\omega)}{1 - \dfrac{q^2 D(\omega)}{-i\omega + (1/\tau)}} \approx D(\omega), \qquad (4.63)$$

где $D(\omega)$ — высокочастотный коэффициент диффузии, связанный с высокочастотной проводимостью соотношением Эйнштейна (4.33). Используя друдовское значение для электронной проводимости, можно получить высокочастотную асимптотику сечения

$$\frac{d^2\Sigma}{d\omega d\Omega} \sim VB_\sigma^2 r_0^2 \hbar \left(\frac{\partial n}{\partial \zeta}\right)_T \frac{q^2 v_F^3}{l\omega^3}.$$

Для случая нормальных металлов здесь следует заменить $q \to \delta^{-1}$ [73] (см. раздел 3.4). Таким образом, сходимость интегрального сечения, т.е. интеграла по частоте ω от (4.62), вообще говоря, имеет место только с учетом частотной дисперсии $\tilde{D}(\omega)$.

Сужение контура на рис. 14 от кривой *1* к кривой *2* объясняется тем, что $\Gamma_Л = q^2D = qv \cdot ql << \Gamma_Г$ из (4.60). Дальнейшее сужение (кривая *3*) связано с уменьшением коэффициента диффузии при увеличении концентрации примесей в образце.

На рис. 16 представлены спектры твердого раствора $nGa_xIn_{1-x}P$ и бинарного полупроводника InP [76]. В твердом растворе ширина лоренцева контура меньше. Это связано, по-видимому, с описанным выше уменьшением коэффициента диффузии, обусловленным дополнительным рассеянием носителей на флуктуациях состава твердого раствора. В табл. IV проведено сопоставление данных электрических измерений подвижности и значений коэффициента диффузии, полученных по спектрам твердого раствора $nGa_xIn_{1-x}P$ и бинарного соединения InP. Согласие является относительно хорошим. Однако с дальнейшим ростом концентрации электронов (и примесей) спектры, сохраняя лоренцеву форму, существенно расширяются. Это видно из рис. 17, на котором представлены экспериментальные результаты по рассеянию света флуктуациями спиновой плотности в InP [75], в диапазоне концентраций от $5 \cdot 10^{17}$ см$^{-3}$ до 10^{19} см$^{-3}$. Величина Г для спектра, отвечающего наибольшей концентрации, составила $\Gamma = 100$ см$^{-1}$. Такое поведение Г не описывается формулой (4.63), так как коэффициент диффузии $D \sim v_F^2\tau \sim N^{-1/3}$ с ростом концентрации примесей не растет.

При высоких концентрациях электронов n становится существенной непараболичность электронной энергетической зоны. Согласно (3.47), непараболичность приводит к спин-орбитальному расщеплению зоны. Среднее значение гамильтониана (3.47) при типичных $\alpha = 20$ эВ Å^3 (см. [41]) и $n = 10^{19}$ см$^{-3}$

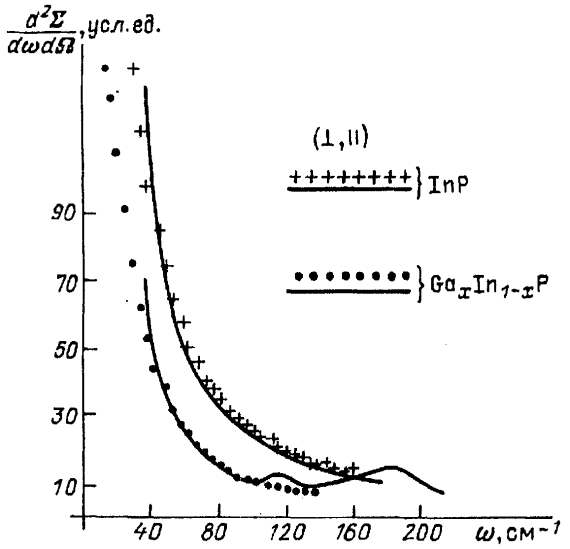

Рис. 16. Стоксовские спектры электронного рассеяния флуктуациями спиновой плотности в твердом растворе $n\text{-}Ga_xIn_{1-x}P$ и бинарном полупроводнике nInP. (Из [76])

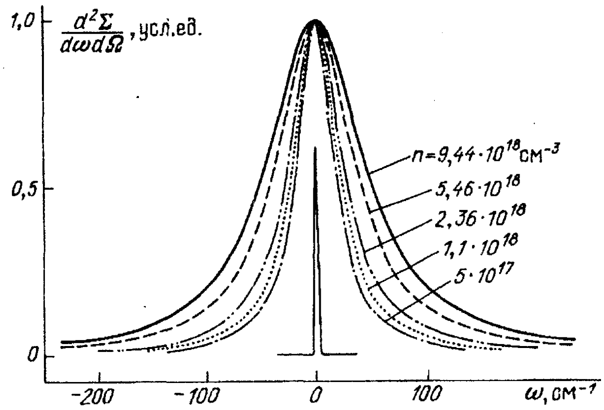

Рис. 17. Спектры электронного рассеяния флуктуациями спиновой плотности $(e^I \perp e^S)$ в nInP для области электронных концентраций от $5 \cdot 10^{17}$ до $9{,}44 \cdot 10^{18}$ см$^{-3}$, иллюстрирующие увеличение ширины линии с ростом концентрации примесей *N*. (Из [74, 75])

составляет $\langle H_{SO} \rangle$— 2 мэВ. Это сопоставимо с минимальной полушириной лоренциана на рис. 14—16.

Таблица IV. Сравнение экспериментальных значений подвижности *b*, полученных из электрических измерений и по спектрам комбинационного рассеяния

Материал	Оптические измерения (по спектрам КРС)	Электрические измерения	Концентрация *n*
nInP	1700	2000	$1{,}1 \cdot 10^{18}$ см$^{-3}$
$nGa_xIn_{1-x}P$	1470	1540	$3 \cdot 10^{17}$ см$^{-3}$

Спиновое расщепление проявляет себя во внутриподзонном рассеянии флуктуациями спиновой плотности, приводя к зависимости R_p из (4.58) от **p**. Кроме того, оно приводит к выделению рассеяния с переворотом спина, наблюдавшемуся в [45]. Симметрия волновых функций такова, что рассеяние флуктуациями спиновой плотности идет посредством виртуальных состояний в подзоне тяжелых дырок. Наоборот, междуподзонное рассеяние происходит только с участием подзоны легких дырок и спин-орбитально отщепленной подзоны. Использование Nd: Yag-лазера, частота которого ближе всего к фундаментальному порогу, означает выделение КРС флуктуациями спиновой плотности.

При выполнении условия (4.12) во всех частях формулы (4.58) можно пренебречь слагаемым qv по сравнению с $1/\tau$. При этом сечение принимает релаксационную форму [80]:

$$\frac{d^2\Sigma}{d\omega d\Omega} \approx \frac{Vr_0^2}{2\pi} B_\sigma^2 \left(\frac{\partial n}{\partial \zeta}\right)_T \frac{F(\omega)\tau}{1 + (\omega\tau)^2}. \qquad (4.64)$$

Полуширина лоренцева контура (4.64) увеличивается с ростом концентрации примесей, что соответствует эксперименту (см. рис. 17).

В отличие от (4.62), формула (4.64) не дает сходящегося интегрального сечения, так как при $\tau = \mathrm{const}$ интеграл от (4.64) по частоте расходится на высоких частотах. Согласно [81], при анализе спектров высокотемпературных сверхпроводников (ВТСП) следует использовать именно формулу (4.64), а не (4.62), как это делается в [82]. Действительно, стандартный вершинный множитель из первой формулы работы [82] соответствует R , зависящей от **p**, что приводит к формуле (4.64). Согласно [81], эта формула содержит объяснение гигантского электронного рассеяния, наблюдавшегося в ВТСП-соединениях, которое вытекает из того, что интегральное сечение, во-первых, расходится, а во-вторых, пропорционально большой частоте электронных столкновений $1/\tau$, которая велика из-за несовершенства ВТСП-структур.

4.4.2. *Многодолинные полупроводники.* Для многодолинных полупроводников формула (4.58) должна быть модифицирована в соответствии со сказанным в конце раздела 4.3. Важнейшее ее отличие от однодолинного аналога (4.62) состоит в том, что она содержит зависимость от междолинного времени релаксации τ_{inter}. Например, для рассеяния назад при q, параллельном $\langle 111\rangle/\sqrt{3}$, можно для случая nGe получить

$$\frac{d^2\Sigma}{d\omega d\Omega} = \frac{8}{27} |\,[e^I e^{S*}]\,|^2 \frac{F(\omega)}{\pi S}\left(\frac{\partial n}{\partial \zeta}\right)_T \times$$
$$\times \left\{ 2\frac{q^2 D_1 + (S/\tau_{\mathrm{inter}})}{\omega^2 + [q^2 D_1 + (S/\tau_{\mathrm{inter}})]^2} + \right.$$
$$\left. +\mathrm{Re}\frac{-7i\omega + q^2(6D_\perp + D_{||}) + (3S/\tau_{\mathrm{inter}})}{(-i\omega+q^2D_{||})(-i\omega+q^2D_1)+\dfrac{S}{\tau_{\mathrm{inter}}}(-i\omega+3q^2D)} \right\}, \qquad (4.65)$$

где $D_1 = (8D_\perp + D_{||})/9$. Видно, что зависимость от τ_{inter}, в отличие от случая КРС междолинными флуктуациями из п. 4.2.2-1, не сводится просто к смещению диффузионного полюса с мнимой оси в комплексную плоскость на величину S/τ_{inter}. При таких направлениях **q**, как $\langle 001\rangle$ в nGe, относительно которых все долины видны под одинаковыми углами, знаменатели простых дробей в (4.65) для всех долин оказываются одинаковыми. Благодаря этому время S/τ_{inter} выпадает из сечения КРС, и оно приобретает "однодолинный" вид (4.62). Однако при других направлениях **q**, как видно из (4.65), спектр представляется суперпозицией двух или нескольких лоренцианов с шириной Г, зависящей от τ_{inter}, так что принятый в [42] способ описания спектров, вообще говоря, неприменим. В качестве примера в табл. V приведены результаты [80] для Г при одном из выделенных симметрии направлений $\mathbf{q} \parallel \langle 110\rangle/\sqrt{2}$.

Косвенным экспериментальным подтверждением зависимости Г от междолинной частоты $1/\tau_{\mathrm{inter}}$ могут служить неудачные попытки обнаружить рас-

Таблица V. Неприводимые представления группы волнового вектора $\mathbf{q} || \langle 110\rangle$ $G_q = \mathbf{D_2}$ и соответствующие им базисные функции, геометрии независимых опытов по **КРС** флуктуациям спиновой плотности в nGe и определяемые в них параметры

Неприводимые представления	Базисные функции группы G_q	Геометрии экспериментов	Полуширина лоренциана
B_1	$[e^I e^S]_{\parallel}$	$X'(\xi,\zeta)\bar{X}'$ *)	$\Gamma = q^2\frac{2D_{\parallel} + D_\perp}{3} + \frac{S}{\tau_{\mathrm{inter}}}$
B_2	$[e^I e^S]_{\perp 1}$	$X(YZ)Y - \frac{3}{8}X'(\xi,\zeta)\bar{X}'$	$\Gamma = q^2 D_\perp + \frac{S}{\tau_{\mathrm{inter}}}$
B_3	$[e^I e^S]_{\perp 2}$	$X(YX)Y$	$\Gamma_{1,2} = 3q^2 D + \frac{S}{2\tau_{\mathrm{inter}}} \pm \left[q^4\left(\frac{D_\perp - D_{\parallel}}{3}\right)^2 + \left(\frac{S}{2\tau_{\mathrm{inter}}}\right)^2\right]^{1/2}$

*) Поставленные в [43] опыты.
Обозначения геометрий рассеяния см., например, в [30]. Орты декартовых осей, использованные в таблице, определены на рис. 3.

сеяние одночастичными возбуждениями в образцах nGe, легированных методом ионной имплантации [52]. В [61] отмечается, что наиболее вероятной причиной отсутствия спектров одночастичного КРС в этих образцах, несмотря на большую концентрацию электронов $n \approx 10^{21}$ см$^{-3}$, является большое значение $1/\tau_{\text{inter}}$, обусловленное дефектами в этих материалах.

Чтобы наблюдать электронное рассеяние в образцах nGe с ионной имплантацией, необходима Γ_{12}-геометрия эксперимента, например, $Z(X', Y')\overline{Z}$ в обозначениях рис. 3. Такая геометрия выделяет рассеяние флуктуациями спиновой плотности, не зависящее от междолинного времени релаксации.

4.5. Рассеяние света флуктуациями плотности энергии. Рассеяние света флуктуациями энергии изучается в полупроводниках в широком диапазоне электронных температур и концентраций (см. раздел 3.5) [21,22,69]. При возбуждении спектров рассеяния лазером видимого света флуктуации энергии проявляются только в условиях точного резонанса $|E_{\mathrm{g}} + \varepsilon_{\mathrm{F}} - \hbar\omega^{\mathrm{I}}| \ll \hbar\omega^{\mathrm{I}}$, включающих в себя вырождение статистики (см. обзоры [3,30]). При комнатной температуре для наблюдения рассеяния флуктуациями энергии требуется инфракрасный лазер (см. рис. 4). Для фотовозбужденной плазмы с высокой электронной температурой [22,69] возможны особые механизмы взаимодействия света с флуктуациями энергии, например, посредством зависимости электронной частоты релаксации от электронной температуры [83].

Часто рассеяние флуктуациями энергии понимается в широком смысле — как любой процесс рассеяния, обусловленный только непараболичностью электронного спектра. Именно так трактовалось одночастичное электронное рассеяние в соединениях переходных металлов A15 с волнами зарядовой плотности [84]. Успехи технологии синтеза совершенных ВТСП-кристаллов и наблюдение в них гигантского электронного рассеяния заставили искать новое объяснение этому явлению, которое бы не было связано с частыми электронными столкновениями. В [85] делается попытка объяснить гигантское электронное рассеяние в ВТСП-кристаллах специфическим видом непараболичности, при котором поверхность Ферми имеет параллельные участки.

В качестве общего подхода для описания спектра КРС, связанного с непараболичностью электронного спектра, можно предложить разложение функции $\gamma_{ik}^{\xi\zeta}$ из (2.19) в ряд по собственным функциям интеграла столкновений [86]. Такое разложение для матрицы плотности носителей было проведено в работе [87]. Единая формула сечения, пригодная для всех вариантов электронного спектра и значений параметра $ql \gtrless 1$, предполагает вычисление обратных кинетических операторов, подобных матрице $B_{\alpha\beta}$ из (4.37). В разделе 3.5 показано, что в случае слабой непараболичности главным в разложении матрицы $\gamma_{ik}^{\xi\zeta}$ является скалярное диагональное слагаемое, сводящееся просто к энергии $\varepsilon_{\mathbf{p}}$. Поскольку интеграл столкновений (4.54) не генерирует соответствующей базисной функции, пропорциональной $\varepsilon_{\mathbf{p}}$, то для решения рассматриваемой задачи нельзя воспользоваться описанной в разделе 4.3 процедурой Мермина [72].

Мы разовьем здесь подход, основанный на итерационном решении кинетического уравнения (4.51) по параметру (4.61) [88]. Такой подход, являющийся вариантом метода Чепмена—Энскога [89] в условиях нестационарного внешнего воздействия, позволяет описывать спектры в широком диапазоне переданных частот ω, включая частоты плазмон-фононных мод. В этом возникает необходимость в связи с тем, что флуктуация энергии и зарядовой плотности имеют одинаковую — скалярную — симметрию и потому не являются статистически независимыми. Их спектры не могут быть разделены с помощью правил отбора [3,30]. Значение функции $R_{\mathbf{p}}$ из (4.51) вытекает из выражения для флуктуации диэлектрической восприимчивости (3.28):

$$R_{\mathbf{p}} = \left(1 - \frac{8}{3}\frac{\varepsilon_{\mathbf{p}}}{E_{\mathrm{g}}}\right)(\mathbf{e}^{\mathrm{I}}\mathbf{e}^{\mathrm{S}}). \tag{4.66}$$

В (4.51) необходимо учесть электрическое поле $\mathbf{E}$, возникающее при флуктуациях зарядовой плотности. Это поле связано с флуктуациями относительно полного равновесия. В то же время, кинетическое уравнение в форме (4.51) описывает релаксацию системы только к локальному равновесию. Поэтому для учета E в (4.51) это уравнение необходимо преобразовать так, чтобы оно описывало релаксацию к полному равновесию. Неравновесное отклонение $F_{\mathbf{p}}$ от функции распределения f_0 для полного равновесия в результате внешней силы, пропорциональной $R_{\mathbf{p}}$ из (4.66). В силу флуктуационно-диссипационной теоремы [19,20] $F_{\mathbf{p}}$ линейно выражается через коррелятор $G_{\mathbf{p}}^{+}$ по аналогии с (4.32):

$$F_{\mathbf{p}}(\mathbf{q}, \omega) = \frac{i\omega}{T} G_{\mathbf{p}}^{+}(\mathbf{q}, \omega) - R_{\mathbf{p}}\left(\frac{\partial f_0}{\partial \zeta}\right)_T. \tag{4.67}$$

После подстановки $G_{\mathbf{p}}^{+}$ из (4.67) в кинетическое уравнение (4.51) неоднородный член этого уравнения, записанного относительно $F_{\mathbf{p}}(\mathbf{q}, \omega)$, приобретает стандартную форму полевого члена [61]. Такой переход обсуждается в разделе 4.2.2-2 и в [71]. Как известно, самосогласованное электрическое поле $\mathbf{E}$ следует учитывать в качестве соответствующей добавки к полевому члену [61]. В итоге уравнение для $F_{\mathbf{p}}(\mathbf{q},\omega)$ приобретает вид

$$i(\omega - \mathbf{q}\mathbf{v})F_{\mathbf{p}}(\mathbf{q},\omega) - i\mathbf{v}(e\mathbf{E} + \mathbf{q}R_{\mathbf{p}})\left(\frac{\partial f_0}{\partial \zeta}\right)_T =$$

$$= -\sum_{\mathbf{p}'} I_{\mathbf{p}\mathbf{p}'}\left(F_{\mathbf{p}'}(\mathbf{q},\omega) + R_{\mathbf{p}'}\left(\frac{\partial f_0}{\partial \zeta}\right)_T\right). \qquad (4.68)$$

Электрическое поле E здесь следует искать из уравнения Пуассона

$$i\mathbf{q}\mathbf{E} = -\frac{4\pi e}{\varepsilon_0}\sum_{\mathbf{p}} F_{\mathbf{p}}(\mathbf{q},\omega). \qquad (4.69)$$

Чтобы записать через $F_{\mathbf{p}}(\mathbf{q},\omega)$ сечение КРС, необходимо выразить $G^{+}_{\mathbf{p}}$ из (4.67) и подставить в (4.57). В результате получим

$$\frac{\mathrm{d}^2\Sigma}{\mathrm{d}\omega\mathrm{d}\Omega} = \frac{r_0^2}{2\pi}\frac{\hbar}{1 - e^{-\hbar\omega/T}}\,\mathrm{Im}\,\Pi(\mathbf{q},\omega); \qquad (4.70)$$

здесь $\Pi(\mathbf{q},\omega)$ — электронный поляризационный оператор, равный

$$\Pi(\mathbf{q},\omega) = \sum_{\mathbf{p}} R_{\mathbf{p}}F_{\mathbf{p}}(\mathbf{q},\omega). \qquad (4.71)$$

Графическое уравнение для $\Pi(\mathbf{q},\omega)$, которое эквивалентно системе (4.68) и (4.69) и может служить ей обоснованием, изображено на рис. 13. Вместо процедуры Мермина [72] в интеграле столкновений $I_{\mathbf{p}\mathbf{p}'}$из (4.68) необходимо учитывать неупругие процессы, для которых единое время релаксации не может быть введено. Поэтому введем набор собственных чисел ν_α интеграла столкновений согласно [86—88]

$$\sum_{\mathbf{p}'} I_{\mathbf{p}\mathbf{p}'}\Psi_\alpha(\mathbf{p}') = \nu_\alpha\Psi_\alpha(\mathbf{p}), \qquad (4.72)$$

где $\Psi_\alpha(\mathbf{p})$ — соответствующие собственные функции интеграла столкновений. Разложим входящие в (4.68), (4.69) и (4.71) функции импульса $\mathbf{p}$ в обобщенные ряды Фурье по $\Psi_\alpha(\mathbf{p})$:

$$F_{\mathbf{p}}(\mathbf{q},\omega) = \left(\frac{\partial f_0}{\partial \zeta}\right)_T \sum_\beta a_\beta^{q,\omega}\Psi_\beta(\mathbf{p}), \qquad (4.73)$$

$$R_{\mathbf{p}} = \sum_\beta r_\beta\Psi_\beta(p). \qquad (4.74)$$

Так как $R_{\mathbf{p}}$ нам уже известна из (4.66), ее коэффициенты ряда Фурье (4.74) также можно считать известными. В разделе 4.1 было показано, что столкновения электронов с фононами не оказывают существенного влияния на спектр рассеяния света. Поэтому можно считать, что "неупругая часть" интеграла столкновений $I_{\mathbf{p}\mathbf{p}'}$ включает в себя главным образом столкновения электронов друг с другом. В силу закона сохранения энергии, выполняющегося при этих столкновениях, функция $R_{\mathbf{p}}$ из (4.66), (4.74) оказывается одной из собственных функций интеграла столкновений, соответствующих равному нулю собственному числу $\nu = 0$. Поэтому ее разложение (4.74) содержит только два ортогональных вклада, которые соответствуют двум законам сохранения энергии и числа частиц. Поэтому поляризационный оператор $\Pi(\mathbf{q}\omega)$ из (4.71) также содержит ограниченное число слагаемых. Их можно получить, подставив (4.74) и (4.73) в (4.71):

$$\Pi(\mathbf{q},\omega) = r_0^2\Pi_{00} + 2r_0r_1\Pi_{01} + r_1^2\Pi_{11}. \qquad (4.75)$$

Перед вычислением матричных элементов поляризационного оператора $\Pi_{\alpha\beta}$ необходимо сначала исключить из (4.68) электрическое поле $\mathbf{E}$ с помощью уравнения Пуассона (4.69). Результат выражается через оператор $\hat{B}^{-1}_{\mathbf{p}\mathbf{p}_1}$, обратный к

$$\hat{B}_{\mathbf{p}\mathbf{p}_1} = (-i\omega + i\mathbf{q}\mathbf{v})\delta_{\mathbf{p}\mathbf{p}_1} + \hat{I}_{\mathbf{p}\mathbf{p}_1}. \qquad (4.76)$$

Поляризационный оператор $\Pi_{\alpha\beta}$ связан с матрицей $\hat{B}^{-1}_{\alpha\beta}$ посредством [90]

$$\Pi_{\alpha\beta} = i\omega(\hat{B}^{-1})_{\alpha\beta} -$$

$$-\frac{[\delta_{\alpha 0} + i\omega(\hat{B}^{-1})_{\alpha 0}][\delta_{\beta 0} + i\omega(\hat{B}^{-1})_{0\beta}]}{1 + (qr_э)^2 + i\omega(\hat{B}^{-1})_{00}}; \qquad (4.77)$$

здесь индексы α, β принимают два значения 0 и 1, причем индексом 0 обозначена единичная собственная функция $\Psi_0 = 1$, которая возникает вследствие закона сохранения числа частиц при столкновениях, а индексом 1 обозначена функция, определяемая формулой (37) из работы [88], возникающая вследствие закона сохранения энергии. Процедура нахождения обратного оператора $\hat{B}^{-1}_{\mathbf{p}\mathbf{p}'}$ в первом приближении по параметру (4.61) предполагает решение кинетического уравнения в гидродинамическом приближении. Это решение получено в [61] в обычном, "координатном" представлении и в [88,90] — в матричном представлении. Следуя этим методикам, мы получим уравнение для обратного оператора $\hat{B}^{-1}_{\mathbf{p}\mathbf{p}'}$ в матричном представлении, которое обобщает формулу (20) работы [86] на случай флуктуаций плотности энергии:

$$\hat{B}^{-1} =$$

$$= \begin{bmatrix} -i\omega + q^2D(\omega), & \left[\frac{1}{TC_v}\left(\frac{\partial\zeta}{\partial n}\right)_T\right]^{1/2} q^2D_T(\omega) \\ \left[\frac{1}{TC_v}\left(\frac{\partial\zeta}{\partial n}\right)_T\right]^{1/2} q^2D_T(\omega), & -i\omega + q^2\left[\chi(\omega) + \frac{1}{C_v}\left(\frac{\partial\zeta}{\partial n}\right)_T\frac{D_T^2(\omega)}{TD(\omega)}\right] \end{bmatrix}^{-1}. \qquad (4.78)$$

Здесь $D(\omega)$, $D_T(\omega)$ и $\chi(\omega)$ обозначают продольные по

отношению к $\mathbf{q}$ компоненты тензоров диффузии, термодиффузии и температуропроводности. Их частотные зависимости можно найти в [88]. Подставляя (4.78) в (4.77) и вычисляя сумму (4.75), получим дифференциальное сечение рассеяния в форме, учитывающей и вклад флуктуаций зарядовой плотности, т.е. плазмонов, и вклад флуктуаций плотности энергии:

$$\begin{aligned}\frac{d^2\Sigma}{d\omega d\Omega} &= \frac{Vr_0^2}{2\pi}\frac{F(\omega)}{\omega}(e^Ie^S)^2\left(\frac{\partial n}{\partial\zeta}\right)_T \times\\ &\times \operatorname{Im}\Bigg\{q^2D(\omega)\Bigg[-i\omega + q^2D(\omega) + \frac{4\pi\sigma(\omega)}{\varepsilon} -\\ &- i\omega q^2\frac{D_T^2(\omega)}{TD(\omega)C_v}\left(\frac{\partial\zeta}{\partial n}\right)_T(-i\omega + q^2\chi(\omega))^{-1}\Bigg]^{-1} -\\ &- 2r_1 i\omega\left[\frac{1}{TC_v}\left(\frac{\partial\zeta}{\partial n}\right)_T\right]^{1/2}q^2D_T(\omega)\times\\ &\times\Bigg[\left(-i\omega + q^2D(\omega) + \frac{4\pi\sigma(\omega)}{\varepsilon}\right)(-i\omega + q^2\chi(\omega)) -\\ &- i\omega q^2\frac{D_T^2(\omega)}{TD(\omega)C_v}\left(\frac{\partial\zeta}{\partial n}\right)_T\Bigg]^{-1} +\\ &+ r_1^2 i\omega\Bigg[-i\omega + q^2\chi(\omega) -\\ &- i\omega q^2\frac{D_T^2(\omega)}{TD(\omega)C_v}\left(\frac{\partial\zeta}{\partial n}\right)_T\times\\ &\times\left(-i\omega + q^2D(\omega) + \frac{4\pi\sigma(\omega)}{\varepsilon}\right)^{-1}\Bigg]\Bigg\}. \qquad (4.79)\end{aligned}$$

Коэффициент Фурье r_1, играющий одновременно роль параметра непараболичности, можно найти разложением выражения (4.66):

$$\begin{aligned}r_1 &= \frac{8}{3E_g}\int\frac{2d^3p}{(2\pi\hbar)^3}\varepsilon_p\Psi_1\left(\frac{\partial f_0}{\partial n}\right)_T =\\ &= \frac{8}{3E_g}\left[\left(\frac{\partial\zeta}{\partial n}\right)_T TC_v\right]^{1/2}. \qquad (4.80)\end{aligned}$$

При вычислении этого коэффициента в случае резонансного усиления рассеяния в (4.80) величина E_g заменяется на $E_g - \hbar\omega^I$. При этом возникает возможность резонансного увеличения r_1. При низких частотах $\omega \ll \omega_p$, где ω_p — плазменная частота, отбрасывая в (4.79) члены, малые по параметру (3.6), получаем сечение рассеяния флуктуациями энергии в виде

$$\begin{aligned}\frac{d^2\Sigma}{d\omega d\Omega} &= (r_0r_1)^2F(\omega)(e^Ie^S)^2C_vT^2\times\\ &\times \operatorname{Re}\frac{1}{-i\omega + q^2\chi(\omega)}. \qquad (4.81)\end{aligned}$$

Повторим, что учет частотной дисперсии коэффициента температуропроводности χ в (4.81) необходим, так как обеспечивает сходимость интегрального сечения. В то же время, сечение (4.81) имеет максимум при $\omega\tau \ll 1$. В этой частотной области дисперсией χ можно пренебречь. Поэтому при $T \gg \hbar/\tau$ спектр (4.81) приобретает форму лоренцева контура с полушириной $\Gamma = q^2\chi_0$ определяемой статической электронной температуропроводностью χ_0. При увеличении концентрации примесей, играющих в полупроводниковой плазме роль второй, тяжелой компоненты, усиливается термодиффузия. При этом, как показано в [88], χ_0 убывает. Таким образом, отмеченное в разделе 4.3, 4.1 сужение контура КРС приобретает для рассмотренного механизма рассеяния макроскопическую трактовку. Отметим, что сужение спектральных линий известно в атомной физике как эффект Дике [91].

Вклад электрон-фононного взаимодействия в ширину обсуждаемого спектра можно учесть введением энергетического времени релаксации τ_ε. Полная ширина лоренциана (4.81) имеет вид

$$\Gamma_{\text{л}} = q^2\chi_0 + \frac{1}{\tau_\varepsilon}. \qquad (4.82)$$

Отброшенное выше первое слагаемое выражения (4.79) оказывается существенным при высоких частотах $\omega \sim \omega_p$. Оно описывает рассеяние света плазмонами. При средних концентрациях n, когда $\omega_p \sim q^2\chi_0$, в (4.79) необходимо удерживать все три слагаемых. В этом случае для полного описания спектра КРС во всех трех кинетических коэффициентах D, D_T и χ обязателен учет частотной дисперсии [88]. В случае упругих столкновений электронов расчет частотной дисперсии упрощается, поскольку вектор скорости электрона $\mathbf{v}$ оказывается еще одной собственной функцией интеграла столкновений, соответствующей собственному числу — обратному транспортному времени релаксации τ_{tr}. При этом частотные зависимости кинетических коэффициентов даются известными соотношениями, получаемыми в приближении времени релаксации [61]:

$$\sigma(\omega) = \frac{\sigma_0}{1 - i\omega\tau_{tr}}, \quad D(\omega) = \frac{D_0}{1 - i\omega\tau_{tr}} \qquad (4.83)$$

и т.д., где σ_0 — статическая проводимость, D_0 — соответствующий коэффициент диффузии. Подставляя выражения (4.83) в (4.79), получим

$$\begin{aligned}\frac{d^2\Sigma}{d\omega d\Omega} &= \frac{Vr_0^2}{2\pi}(e^Ie^S)^2\left(\frac{\partial n}{\partial\zeta}\right)_T\tau F(\omega)\times\\ &\times [NA - MB - (2N - M)(\omega\tau)^2 + M(\omega\tau)^4]\times\\ &\times\{[(\omega\tau)^4 - (A+1)(\omega\tau)^2 + B]^2 +\\ &+ (\omega\tau)^2[A - 2(\omega\tau)^2]^2\}^{-1}; \qquad (4.84)\end{aligned}$$

здесь

$\tau = \tau_{tr}$,

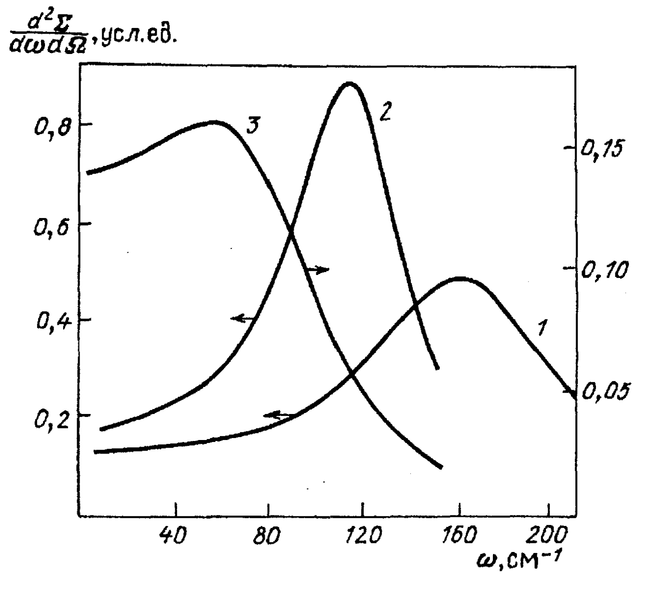

Рис. 18. Теоретические спектры электронного рассеяния при $\mathbf{e}^{\mathrm{I}} \parallel \mathbf{e}^{\mathrm{S}}$ в полупроводниках с непараболическим законом дисперсии, иллюстрирующие смешивание флуктуаций энергии и заряда

$$A = (\omega_{\mathrm{p}}\tau)^2 + (\Gamma_1 + \Gamma_2 + \Gamma_{\mathrm{c}})\tau, \qquad (4.85)$$

$$B = \Gamma_1\Gamma_2\tau + (\omega_{\mathrm{p}}\tau)^2\Gamma_2\tau, \qquad (4.86)$$

$$M = \Gamma_1\tau + 2\Gamma_1(\Gamma_1\Gamma_{\mathrm{c}})^{1/2}\tau + r_1^2(\Gamma_2 + \Gamma_{\mathrm{c}})\tau, \qquad (4.87)$$

$$N = \Gamma_1\Gamma_2\tau^2 + r_1^2 B, \qquad (4.88)$$

$$\Gamma_{\mathrm{c}} = q^2 \frac{D_{T_0}^2}{TD_0C_v}\left(\frac{\partial\zeta}{\partial n}\right)_T, \quad \Gamma_1 = q^2 D_0, \ \Gamma_2 = q^2\chi_0. \qquad (4.89)$$

На рис. 18 представлены результаты элементарного расчета, выполненного по формулам (4.84)—(4.89) при $r_1 = 0{,}2$. Параметры, при которых производился расчет, указаны в табл. VI. Кривые *1—3* соответствуют электронным концентрациям от $5\cdot 10^{17}$ до 10^{16} см$^{-3}$. Значения диффузионных ширин Γ_1 - Γ_{c} из (4.89) были взяты для всех трех кривых общими. Эти значения вычислялись исходя из типичных величин электропроводности и подвижности (см. табл. IV). Результаты расчета демонстрируют характерную для режима интерференции двух механизмов КРС асимметрию спектра. Подавление плазменного максимума на кривой *3*, построенной в более крупном, правом масштабе, обусловлено интерференцией плазмонов с флуктуациями энергии и не связано с затуханием Ландау.

Таблица VI. Значения электронных концентраций *n*, плазменных частот ω_{p} и частот релаксации $1/\tau$ для спектров на рис. 18

n, см$^{-3}$	$2\cdot 10^{17}$	$1\cdot 10^{17}$	$3{,}3\cdot 10^{16}$
ω_{p}, см$^{-1}$	150	100	60
$1/\tau$, см$^{-1}$	100	62	100

Для экспериментов [58,74—78], проводимых в области прозрачности кристаллов при $q \approx 10^5$ см$^{-1}$, более существенна рассмотренная здесь интерференция плазмонов с флуктуациями энергии, чем затухание Ландау. В этих экспериментах плазменный пик наблюдался при низкой температуре $T \approx 10$ К и не наблюдался при комнатной, см. также книгу Платцмана и Вольфа [92]. Это также связано с влиянием флуктуаций энергии.

Обобщение формулы (4.79) на случай плазмон-фононного смешивания можно получить, учтя частотную дисперсию решеточной диэлектрической функции [3]:

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_\infty \frac{\omega_{\mathrm{L}}^2 - \omega^2}{\omega_T^2 - \omega^2 - i\omega\Gamma}.$$

Эта частотная дисперсия, не учтенная на рис. 18, наиболее существенна при высоких концентрациях электронов $n > 5\cdot 10^{17}$ см$^{-3}$.

4.6. Форма спектра внутриподзонного рассеяния в материалах с вырожденными зонами. Как показано в разделе 3.7, в материалах с вырожденными или близкими зонами существуют два неэкранируемых механизма КРС, описываемые симметричной и антисимметричной частями матрицы $\gamma_{ik}^{\xi\zeta}$ из (3.49). Спектр, соответствующий антисимметричному вкладу, связанному с флуктуациями спиновой плотности, рассчитан в разделе 4.3. Чтобы рассчитать спектр симметричного рассеяния, необходимо подставить тензор $Q_{ik}^{\xi\xi}$ из (3.50) вместо B_{ik} в выражение для $R_{\mathrm{p}} = e_i^{\mathrm{I}} e_k^{\mathrm{S}} B_{ik}$. Это дает

$$R_{\mathrm{p}} = Q_{ik}^{\xi\xi} e_i^{\mathrm{I}} e_k^{\mathrm{S}}. \qquad (4.90)$$

Принципиальное отличие этого спектра от рассчитанного в разделе 4,3 обусловлено орбитальной природой матрицы $Q_{ik}^{\xi\xi}$, которая обращается в нуль, будучи составленной из одних только матриц Паули. Вследствие этого в кинетическом уравнении (4.51) с R_{p} из (4.90) необходимо учесть самосогласованное электрическое поле. Это кинетическое уравнение с R_{p} из (4.90) выглядит в точности так же, как уравнение (4.68) с R_{p} из (4.66). Поэтому дифференциальное сечение КРС флуктуациями полного углового момента дается решением уравнения (4.68), т.е. формулами (4.70), (4.75), (4.77).

4.6.1. *Бесстолкновительный случай.* В одиночных гетероструктурах и сверхрешетках часто выполняется условие, противоположное (4.12), так как эксперименты проводятся при низкой температуре $T \ll \Theta_D$. Для такого бесстолкновительного режима характерна высокая подвижность 10^6 см^2/В·с. Структуры с широкой потенциальной ямой, лишенные размерного квантования, изучались в [69,70]. Были достигнуты времена $\tau = 0{,}4\cdot10^{-10}$ с, и значения параметра $ql = 10$. По аналогии со случаем междолинных флуктуаций (см. раздел 4.2.2-1), удобно выделить в (4.77) два независимых вклада в сечение рассеяния. Первый из них целиком определяется флуктуациями углового момента, а второй связан с флуктуациями экранирующего электростатического потенциала $\varphi = -i\mathbf{qE}$. Вычисление мнимой части поляризационного оператора П из (4.77) в этом случае дает

$$\frac{d^2\Sigma}{d\omega d\Omega} = Vr_0^2F(\omega)\int\frac{2d^3p}{(2\pi\hbar)^3}\left(\frac{\partial f_0}{\partial\zeta}\right)_T \times$$
$$\times\, |R_{\mathrm{p}} - \varphi(\mathbf{q},\omega)|^2\delta(\omega - \mathbf{qv}); \qquad (4.91)$$

здесь с точностью до $qr_э \ll 1$ экранирующий потенциал равен

$$\varphi = \int d^3p\,\frac{\mathbf{qv}_p(\partial f_0/\partial\zeta)_T}{\omega - \mathbf{qv}_p + (i/\tau)}R_{\mathrm{p}}\times$$
$$\times\left[\int d^3p\,\frac{\mathbf{qv}_p(\partial f_0/\partial\zeta)_T}{\omega - \mathbf{qv}_p + (i/\tau)}\right]^{-1}. \qquad (4.92)$$

Имеется возможность вычислить интегралы в (4.91), (4.92) в аналитической форме в случае изотропного приближения для спектра рассеивающих частиц. Существуют пять независимых частотных функций $a^{\varkappa}_{ss'}$ из (3.60) в этом случае, которые следует получить для полного описания спектров при всех углах рассеяния. Однако в сверхрешетках и монослоях, как правило, используется геометрия " на отражение", которая является удобной в сочетании с резонансным усилением рассеяния. Для этой геометрии остается всего два частотных коэффициента $a^{\varkappa}_{ss'}$. Они соответствуют двум указанным выше механизмам рассеяния. В итоге, при вырожденной статистике носителей, т.е. при $n \gg (m_TT)^{3/2}/\hbar^3$ сечение рассеяния равно

$$\frac{d^2\Sigma}{d\omega d\Omega} = V[F_1(\mathbf{q},\omega) + (\mathbf{e}^{\mathrm{I}}\mathbf{e}^{\mathrm{S}})^2F_2(\mathbf{q},\omega)]; \qquad (4.93)$$

здесь

$$F_1(\mathbf{q},\omega) = \left(\frac{e^2\gamma}{mc^2}\right)^2\frac{\hbar\omega/qv_{\mathrm{F}}}{1 - e^{-\hbar\omega/T}}\times$$
$$\times\frac{27}{32}\frac{n}{\varepsilon_{\mathrm{F}}}\Theta\left(1 - \frac{\omega}{qv_{\mathrm{F}}}\right)\left[1 - \left(\frac{\omega}{qv_{\mathrm{F}}}\right)^2\right]^2, \qquad (4.94)$$

$$F_2(\mathbf{q},\omega) = \left(\frac{e^2\gamma}{mc^2}\right)^2\frac{\hbar\omega/qv_{\mathrm{F}}}{1 - e^{-\hbar\omega/T}}\times$$
$$\times\frac{3n}{4\varepsilon_{\mathrm{F}}}\Theta\left(1 - \frac{\omega}{qv_{\mathrm{F}}}\right)\times$$
$$\times\left\{\left[2 - \frac{\omega}{qv_{\mathrm{F}}}\ln\frac{1 + (\omega/qv_{\mathrm{F}})}{1 - (\omega/qv_{\mathrm{F}})}\right]^2 +\right.$$

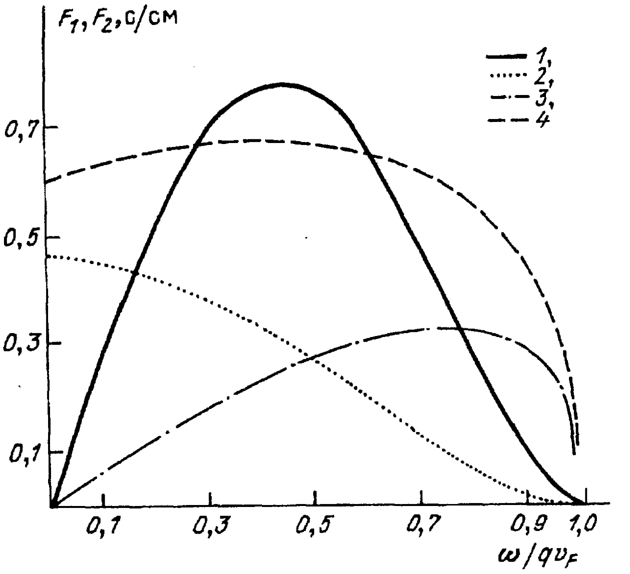

Рис. 19. *1,2* — функция $F_1(\mathbf{q},\omega)$, *3,4* — функция $F_2(\mathbf{q},\omega)$ для изотропной модели pGe с $n = 1{,}5\cdot10^{19}$ см$^{-3}$. *1,3* — $T = 1$ K, *2, 4* — $T = 300$ K. (Из [8])

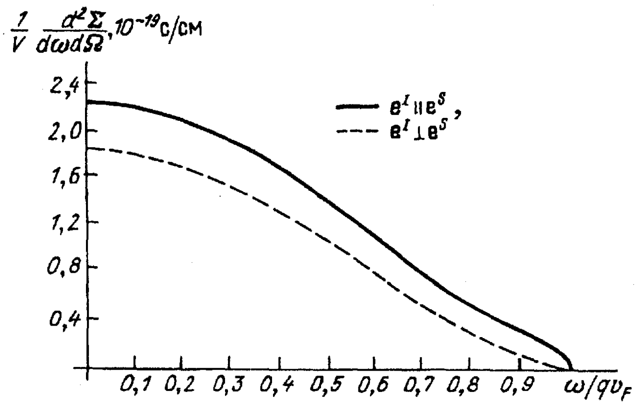

Рис. 20. Теоретические спектры рассеяния свободными дырками при $T = 300$ K для модели pGe такой же, как на рис. 19

$$\left.+\,\pi^2\left(\frac{\omega}{qv_{\mathrm{F}}}\right)^2\right\}^{-1}. \qquad (4.95)$$

Из (4.93) видно, что в случае $\mathbf{e}^{\mathrm{I}} \perp \mathbf{e}^{\mathrm{S}}$ сечение определяется величиной $F_1(\mathbf{q},\omega)$. В случае $\mathbf{e}^{\mathrm{I}} \parallel \mathbf{e}^{\mathrm{S}}$ в сечение дают вклад и $F_1(\mathbf{q},\omega)$, и $F_2(\mathbf{q},\omega)$, причем вблизи $\omega = qv_{\mathrm{F}}$ имеем $F_2 \gg F_1$. Вклады отдельных слагаемых в (4.93) показаны на рис. 19 для изотропной модели p-Ge при $p = 1{,}5\cdot10^{19}$ см$^{-3}$ и $T = 2$ K (кривые *1* и *3*), $T = 300$ K (кривые *2* и *4*). Полное сечение рассеяния для скрещенной и параллельной поляризаций показано на рис. 20. Из рис. 19 и 20 видно, что особенность в сечении, вытекающая из законов сохранения (1.1), отличается от рассмотренной во введении. Можно сказать, что особенность оказывается частично заэкранированной самосогласованным электрическим полем E. Из (4.91) следует, что только электроны, имеющие проекцию скорости

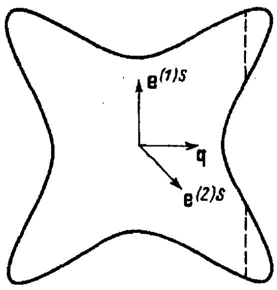

Рис. 21. След поверхности Ферми тяжелых дырок на плоскости типа ⟨010⟩. Стрелками показаны направления вектора поляризации $\mathbf{e}^{(S)}$ и волнового вектора q, для которых выполнен расчет на рис. 22. Цифры показывают соответствие спектрам. Вектор поляризации $\mathbf{e}^{\mathrm{I}}$ в обоих случаях перпендикулярен плоскости рисунка

$v_z = \omega/q$, занимающие поясок на поверхности Ферми, дают вклад в сечение рассеяния. В рассматриваемом сферическом случае этот поясок вблизи порога рассеяния

$$\omega_{\max} = qv_{\mathrm{F}} + \frac{\hbar q^2}{2m^*}$$

(рис. 1, кривая *1*) стягивается в точку: $v_z = v_{\mathrm{F}}$. Однако в отличие от ситуации, показанной на рис. 1, вклад этой одной точки зоны Бриллюэна в спектр полностью экранируется. Такое экранирование особенности в сечении возникает всегда, когда зарождение пояска на поверхности Ферми или изменение его топологии опирается на единственную особую точку см. [6].

Реальная поверхность Ферми тяжелых дырок является гофрированной. Она содержит уплощения вдоль плоскостей типа ⟨100⟩, а также вмятины вдоль перпендикулярных им направлений. Локальные уплощения усиливают особенности, а наличие вмятин приводит к тому, что зарождающийся при $v_z = \omega_{\max}/q$ поясок на поверхности Ферми оказывается неодносвязным, т.е. имеет несколько спорных точек. Различные опорные точки выделяют различные группы носителей, которые в состоянии рассеивать свет без экранирования. Они напоминают долины многодолинного полупроводника, которые обсуждались в разделах 3.3, 4.2.2. Если направления поляризаций $\mathbf{e}^{\mathrm{I}}$ и $\mathbf{e}^{\mathrm{S}}$ таковы, что обсуждаемые опорные точки рассеивают свет по-разному, то восстанавливается характер особенности, рассмотренный во введении. Рис. 21 соответствует одной из таких ситуаций.

Чтобы дать численную иллюстрацию только что рассмотренного поведения спектров, мы приведем расчет сечения КРС тяжелыми дырками при ориентации волнового вектора $\mathbf{q}$ вдоль направления вмятины (100). В этом случае, входящая в (4.91), (4.92) функция R_{p}, разбивается на два неприводимых вклада, соответствующих выражениям (3.68) и (3.69). При этом дифференциальное сечение распадается на несколько слагаемых, которые можно записать с помощью табл. 2 в виде (3.60). Таким образом, вычисляя диагональные матричные элементы от (3.68) и (3.69) по подзоне тяжелых дырок и подставляя их в выражение для R_{p} из (4.91), получим для функций $a_{ss'}^{\varkappa}$ из (3.60) следующие выражения:

$$a_{22}^{\Delta_1} = \frac{9}{4}\gamma_2^4 \int \frac{2\mathrm{d}^3p}{(2\pi\hbar)^3}\left(\frac{\partial f_0}{\partial\xi}\right)_T \times$$
$$\times\, |g^{-1}(\Omega)n_\perp^2 - \overline{\varphi}(\mathbf{q},\omega)|^2\,\delta(\omega - \mathbf{q}\mathbf{v}_{\mathrm{p}}), \qquad (4.96)$$

$$a^{\Delta_2} = \frac{9}{4}\gamma_2^4 \int \frac{2\mathrm{d}^3p}{(2\pi\hbar)^3}\left(\frac{\partial f_0}{\partial\xi}\right)_T \times$$
$$\times\, \frac{(n_x^2 - n_y^2)^2}{g^2(\Omega)}\,\delta(\omega - \mathbf{q}\mathbf{v}_{\mathrm{p}}), \qquad (4.97)$$

$$a^{\Delta'_2} = 9\gamma_3^4 \int \frac{2\mathrm{d}^3p}{(2\pi\hbar)^3}\left(\frac{\partial f_0}{\partial\xi}\right)_T \frac{n_x^2 n_y^2}{g^2(\Omega)}\,\delta(\omega - \mathbf{q}\mathbf{v}_{\mathrm{p}}), \qquad (4.98)$$

$$a^{\Delta_5} = 9\gamma_3^4 \int \frac{2\mathrm{d}^3p}{(2\pi\hbar)^3}\left(\frac{\partial f_0}{\partial\xi}\right)_T \times$$
$$\times\, \frac{n_x^2 n_z^2}{g^2(\Omega)}\,\delta(\omega - \mathbf{q}\mathbf{v}_{\mathrm{p}}), \qquad (4.99)$$

$$\varphi = \int \mathrm{d}^3p \frac{\mathbf{q}\mathbf{v}_{\mathrm{p}}}{\omega - \mathbf{q}\mathbf{v}_{\mathrm{p}} + (i/\tau)}\,\frac{n_\perp^2}{g(\Omega)}\left(\frac{\partial f_0}{\partial\xi}\right)_T \times$$
$$\times \left[\int \mathrm{d}^3p \frac{\mathbf{q}\mathbf{v}_{\mathrm{p}}}{\omega - \mathbf{q}\mathbf{v}_{\mathrm{p}} + (i/\tau)}\left(\frac{\partial f_0}{\partial\xi}\right)_T\right]^{-1}, \qquad (4.100)$$

$$g(\Omega) = [\gamma_2^2 + 3\gamma_3^2(n_x^2n_y^2 + n_x^2n_z^2 + n_y^2n_z^2)]^{1/2}, \qquad (4.101)$$

где $n_\perp^2 = n_x^2 + n_y^2$. К счастью, чтобы проиллюстрировать требуемое, достаточно вычислить интегралы (4.96)—(4.100) в первом приближении по параметру (3.74). Мы представим здесь только те функции $a_{ss'}^{\varkappa}$ из (3.60), которые соответствуют Γ'_{25} — рассеянию по табл. II:

$$a^{\Delta'_2} = \frac{9\gamma_3^4}{4\overline{\gamma}^2}\cdot\frac{3n}{2\varepsilon_{\mathrm{F}}}\,\frac{1}{qv_{\mathrm{F}}} \times$$
$$\times \left\{\frac{(1-x^2)^2}{4}\left[1 + \frac{3}{4}\eta\left(\frac{13}{4}x^4 - 5x^2 - \frac{1}{6}\right) + \right.\right.$$
$$\left.\left. + 3\xi(1-x^2)\left(\frac{35}{4}x^4 - \frac{39}{8}x^6 - \frac{97}{24}x^2 + \frac{1}{3}\right)\right\} \times$$
$$\times\, \Theta(1-x), \qquad (4.102)$$

$$a^{\Delta_5} = \frac{3\gamma_3^4}{4\overline{\gamma}^2}\cdot\frac{3n}{2\varepsilon_{\mathrm{F}}}\,\frac{1}{qv_{\mathrm{F}}} \times$$
$$\times \left[\left\{x^2(1-x^2)\left[1 + \frac{3}{2}\eta\left(\frac{7}{2}x^4 - 3x^2 + \frac{1}{6}\right)\right] - \right.\right.$$
$$\left. -3\xi x^2\left(21x^6 - \frac{173}{4}x^4 + \frac{157}{6}x^2 - \frac{17}{4}\right)\right\}\Theta(1-x) +$$
$$\left. + (2 + \xi - 2x)\Theta(x-1)\Theta\left(1 + \frac{\xi}{2} - x\right)\right], \qquad (4.103)$$

где $x = \omega/qv_{\mathrm{F}}$, $\xi = \eta\bar{\gamma}/(\gamma_1 - 2\bar{\gamma})$. Спектры nGe, рассчитанные по этим формулам, представлены на рис. 22. Кривой *1* показан спектр в геометрии $Y(Z, X)\overline{Y}$, для которой все опорные точки являются эквивалентными. Кривой *2* показан спектр в геометрии $X'(Z\overline{X}')Y'$, для которой возникают неэквивалентные пояски (см. рис. 21). Видно, что в последнем случае в сечении рассеяния вблизи порога $\omega = qv_{\mathrm{F}}$ имеется неэкранированная особенность, соответствующая только что проведенному обсуждению.

В заключение раздела отметим, что в сверхрешетках и монослоях и непараболичность, и гофрировка изоэнергетических поверхностей дырок значительно усиливаются по сравнению с объемными материалами (см., например, [93]). Регистрация указанных выше особенностей в сечении могла бы служить гарантией качества сверхрешетки. Наоборот, отсутствие таких особенностей в электронных спектрах ВТСП-кристаллов [27], делает неубедительным описание формы этих спектров с помощью конкретной модели поверхности Ферми [85]. Этот вопрос рассмотрен в разделе 6.

4.6.2. *Случай частых столкновений* $ql \ll 1$. Существует несколько причин, затрудняющих наблюдение особенностей спектров рассеяния, связанных со структурой поверхности Ферми. Кроме рассмотренного в предыдущем разделе, возможны температурное и флуктуационное размытие этих особенностей, отраженные кривыми *2* и *3* на рис. 1. В разделе 4.4 описано влияние электронных столкновений на рассеяние флуктуациями спиновой плотности. Столкновения дырок оказывают на спектры, изображенные на рис. 19, 20 и 22, в принципе, аналогичное влияние. При условии частых столкновений (4.12) второе слагаемое поляризационного оператора (4.77) обращается в нуль. Напомним, что такая же ситуация возникала при переходе от режима плазменного рассеяния к одночастичному (4.43) в выражении для поляризационного оператора многодолинного кристалла (4.39). В результате спектр рассеяния приобретает релаксационную лоренцеву форму. При учете гофрировки вместо одной сферической функции возникают бесконечные наборы собственных функций интеграла столкновений $I_{\mathbf{pp}'}$, имеющие определенную, одну и ту же, симметрию Γ_n. Другое отличие от случая флуктуаций энергии, рассмотренного в разделе 4.5, состоит в том, что функция (4.90) сама вообще говоря не является собственной функцией интеграла столкновений. Она представляется в виде бесконечного ряда по функциям Ψ_α подобного (4.73). В результате спектры Γ_{12}- и Γ'_{25}-рассеяния будут состоять из суперпозиции лоренцевских контуров вида

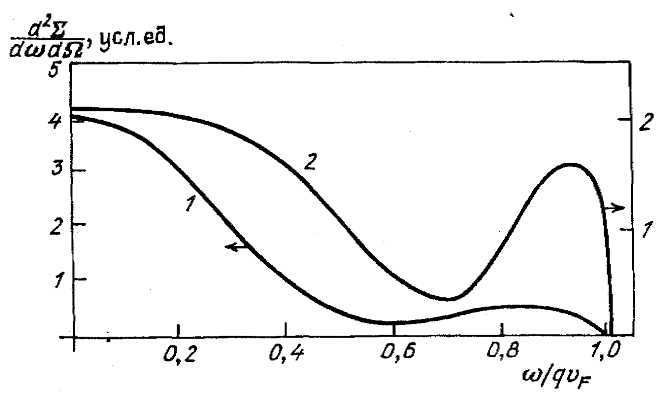

Рис. 22. Дифференциальное сечение рассеяния света дырками с учетом гофрировки подзоны тяжелых дырок. *1* — спектр в геометрии $Y(ZX)\overline{Y}$. *2* — в геометрии $X'(ZX')Y$. Направления векторов поляризации и волнового вектора указаны на рис. 21

$$a^{\Gamma'_{25}} = \frac{1}{\pi}\left(\frac{\partial n}{\partial \xi}\right)_T \sum_\alpha \gamma^2_{\alpha\Gamma'_{25}} \frac{\nu_{\alpha\Gamma'_{25}}}{\omega^2 + \nu^2_{\alpha\Gamma'_{25}}}, \tag{4.104}$$

где $\gamma_{\alpha\Gamma'_{25}}$ — коэффициенты разложения матричных элементов из (3.69) в обобщенный ряд Фурье по функциям Ψ_α. Если нумеровать функции Ψ_α в порядке возрастания собственных чисел ν_α, то число нулей этих функций будет быстро возрастать с ростом α. Соответственно, коэффициенты Фурье $\gamma_{\alpha\Gamma'_{25}}$ и $\gamma_{\alpha\Gamma_{12}}$ быстро убывают с ростом α. Их суммы нормированы на соответствующие интегральные сечения рассеяния (3.70):

$$\sum_\alpha \gamma^2_{\alpha\Gamma_{12}} = \\ = \left(\frac{3\gamma_2^2}{m}\right)^2 \int \frac{2\mathrm{d}^3p}{(2\pi\hbar)^3}\left(\frac{\partial f_0}{\partial n}\right)_T \frac{(p_x^2 - p_y^2)^2}{(\varepsilon_{\text{л}}(p) - \varepsilon_{\text{т}}(p))^2}, \tag{4.105}$$

$$\sum_\alpha \gamma^2_{\alpha\Gamma'_{25}} = \\ = \left(\frac{6\gamma_3^2}{m}\right)^2 \int \frac{2\mathrm{d}^3p}{(2\pi\hbar)^3}\left(\frac{\partial f_0}{\partial n}\right)_T \frac{p_x^2 p_y^2}{(\varepsilon_{\text{л}}(p) - \varepsilon_{\text{т}}(p))^2}. \tag{4.106}$$

Поэтому в выражении (4.104) существенны только несколько первых слагаемых.

В изотропном приближении Q_{ik}, как видно из (3.53), сводится ко второй сферической гармонике, являющейся собственной функцией интеграла столкновений. Следовательно (в обозначениях работы [87]), имеем

$$\nu_1(\Gamma'_{25}) = \nu_1(\Gamma_{12}) = \tau_1^{-1}(2), \tag{4.107}$$

где $\tau_1(2)$ — время релаксации второго полинома Лежандра. Сечение симметричного рассеяния при этом сводится к одному лоренцеву контуру с полушириной $1/\tau_1(2)$. В [87] показано, что релаксация неприводимых компонент функции распределения с орби-

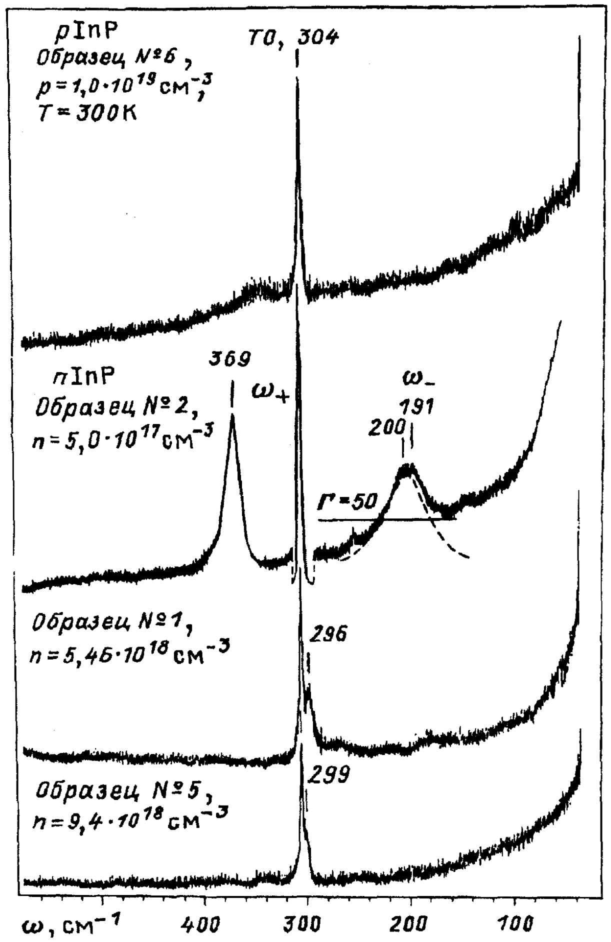

Рис. 23. Экспериментальные стоксовские спектры электронного рассеяния кристаллов InP n- и p-типов с высокой концентрацией носителей заряда

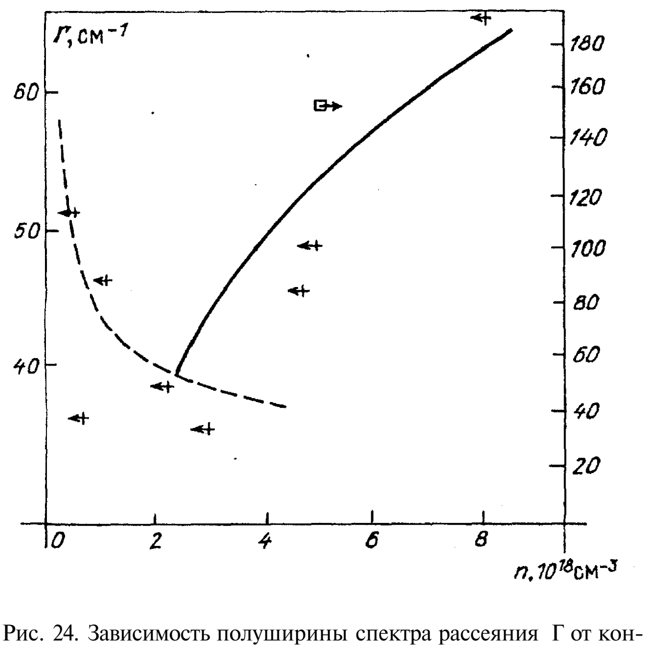

Рис. 24. Зависимость полуширины спектра рассеяния Γ от концентрации $N \approx n$ [95]. Правая кривая — релаксационный механизм (4.110), левая кривая — диффузионный механизм (4.82). Крестиками и квадратиками показаны экспериментальные точки для кристаллов n- и p-типов соответственно

тальным моментом $l \le 2$ происходит независимо от других членов разложения. Это открывает возможность вычислять полуширину лоренциана из (4.107) вне пределов борновского приближения. Насколько нам известно, данных по измерению дифференциального сечения КРС рассматриваемого типа в бесщелевых полупроводниках пока нет. Поэтому мы не проводили таких вычислений. Мы ограничимся здесь обсуждением кристаллов pGe и pSi, для которых борновское приближение применимо. Применяя интеграл столкновений (4.52) ко второму полиному Лежандра, получим

$$\frac{1}{\tau_1(2)} = \frac{3n}{2\varepsilon_F}\left(\frac{4}{5}W_0 - \frac{2}{7}W_2 - \frac{18}{35}W_4\right); \qquad (4.108)$$

здесь

$$W_l = \int\limits_0^{\pi} W(p_F - p'_F)p_l(\cos\theta)\sin\theta d\theta, \qquad (4.109)$$

где функция $W(p - p')$ определена в (4.55). Если при вычислении борновской амплитуды учитывать только ионизированные примеси, то в приближении Брукса—Херринга [10] получаем

$$\frac{1}{\tau_1(2)} = \frac{4e^4m^*}{\pi\varepsilon_0^2\hbar^3}\, a\left[(3a^2 - 1)\ln\frac{1+a}{a-1} - 6a\right], \qquad (4.110)$$

где $a = 1 + (\hbar^2/2r_э^2 p_F^2)$. В работе [86] в формуле (35) множитель a по вине автора пропущен. На рис. 23 показаны несколько спектров поляризованного $e^I \parallel e^S$ рассеяния света в кристаллах InP n- и p-типа, из работы [95]. Соответствующие полуширины показаны на рис. 24, на котором левая вертикальная шкала градуирована для электронов, а правая — для дырок. Необходимость в двойной шкале вытекает из того факта, что электронные полуширины оказываются в несколько раз меньше, чем дырочные. Экспериментальные спектры nInP (см. кривые образцов № 2 и 5 на рис. 23) являются узкими лоренцианами, полуширина которых показана на рис. 24 крестами (в масштабе левой шкалы). Сужение электронной полуширины является прямым свидетельством ее диффузионной природы; см. раздел 4.4.1. Теоретическая кривая диффузионной полуширины, построенная по формуле (4.82), показана на рис. 24 пунктирной линией. Имеется качественное согласие между теоретическим и экспериментальными результатами для электронных концентраций $n \lesssim 10^{18}$ см$^{-3}$. Возрастание электронной полуширины для концентрации $n \gtrsim 10^{18}$ см$^{-3}$ свидетельствует о смене механизма рассеяния. Попытка вычислить эту полуширину, используя механизм уширения релаксационной природы (см. [39]), приводит к величинам в несколько раз большим, чем соответствующие экспериментальные значения.

Экспериментальный спектр кристалла pInP, показанный кривой для образца № 6 на рис. 23, является очень широким лоренцианом с полушириной $\Gamma = 150$ см$^{-1}$. Для сравнения эта экспериментальная точка отмечена на рис. 24 светлым квадратом в правой шкале. Теоретическая кривая для этой полуширины, рассчитанная с помощью формулы (4.110), показана на рис. 24 сплошной линией. Единственная имеющаяся экспериментальная точка неплохо согласуется с теоретической кривой.

5. Рассеяние света носителями тока в сверхрешетках.

5.1. Рассеяние света плазмонами сверхрешеток. В сверхрешетках и монослоях в спектрах КРС наблюдаются разнообразные элементарные возбуждения, описанные в специальной книге [94]. Многие из них связаны с переходами между подзонами размерного квантования, реже встречаются спектры внутриподзонного рассеяния. В частности, внутриподзонное рассеяние с переворотом спина недавно было обнаружено в [45]. Имеется обзорная статья Пинзака и Абстрейтера, посвященная электронному рассеянию в сверхрешетках (см. гл. 4 из книги [94]).

Макроскопический подход к описанию кинетики релаксации флуктуаций, рассеивающих свет, развитый в разделах 4.2, 4.5 и 4.7.2, является полезным при анализе известных механизмов рассеяния света в сверхрешетках. Мы начнем с описания КРС флуктуациями зарядовой плотности [96]. Основной чертой, обуславливающей отличие сверхрешеток от объемных материалов, является размерное квантование носителей тока. Благодаря ему размерно-квантованные структуры характеризуются пониженной размерностью. Это приводит к сильной дисперсии плазменной частоты $\omega_p^{(2D)}$ уже при малых q — к так называемой дирекционной дисперсии (см. [26]). Наша формула (4.79) допускает простое обобщение в двух предельных случаях. Если период сверхрешетки d намного меньше, чем обратная величина волнового вектора q^{-1}, т.е. $qd \ll 1$, то применимо приближение эффективной среды [26]. Дирекционная дисперсия возникает в этом случае при нахождении нулей продольной диэлектрической проницаемости эффективной среды:

$$q_i \varepsilon_{ik} q_k = 0. \tag{5.1}$$

Из (5.1) вытекает, что плазменная частота равна

$$\omega_p^{(2D)} = \omega_p^{(3D)} \cos\theta, \tag{5.2}$$

где $\omega_p^{(3D)} = (4\pi e^2 n/\varepsilon_0 m^*)^{1/2}$ — обычная трехмерная плазменная частота, θ — угол между волновым вектором q и плоскостью сверхрешетки. Эксперименты, в которых наблюдался закон дисперсии плазменной частоты (5.2), были предметом многочисленных публикаций (см. рис. 2.53, 2.54 из [3]). В этих работах была развита методика почти зеркального КРС с фиксированной проекцией волнового вектора на плоскость сверхрешетки $q_\parallel$.

В противоположном предельном случае $dq_\parallel \gg 1$ сверхрешетку описывает модель изолированного монослоя. Обобщение формулы (4.79) на случай сверхрешетки с большим периодом получается после адекватного учета процессов максвелловской релаксации. Для этого вместо частоты максвелловской релаксации $\tau_M^{-1} = 4\pi\sigma/\varepsilon$ в формулу (4.79) должна войти скорость $V = 2\pi\sigma/\varepsilon$ растекания заряда по монослою. С учетом частотной дисперсии проводимости это означает, что в (4.79) необходимо заменить трехмерную проводимость σ на произведение $\sigma^{(2D)} q_{\parallel}$, где

$$\sigma^{(2D)} = \frac{n_s e^2 \tau}{m^*} \frac{1}{-i\omega + (1/\tau)} \tag{5.3}$$

— двумерная высокочастотная проводимость, n_s — двумерная концентрация электронов. В случае редких столкновений сечение рассеяния, полученное таким образом, имеет полюс на частоте двумерного плазмона

$$\omega_p^{(2D)} = \left(\frac{2\pi e^2 n_s q_{\parallel}}{\varepsilon_0 m^*}\right)^{1/2} \sim q_{\parallel}^{1/2}. \tag{5.4}$$

В случае частых столкновений, когда частота их много больше частоты двумерного плазмона (5.4), первое слагаемое (4.79) принимает вид

$$\frac{d^2\Sigma}{d\omega d\Omega} = \frac{r_0^{*2}}{\pi} F(\omega)(\mathbf{e}^I \mathbf{e}^S)^2 \times \times \frac{q_{\parallel}^2 n_s}{m^*} \frac{\tau}{\omega^2 + (Vq_{\parallel})^2}. \tag{5.5}$$

Несколько спектров, рассчитанных по (5.5) при разных значениях $q_\parallel$, изображены на рис. 25,*а*. На вставке к рис. 25,*а* точками показаны экспериментально измеренные в [98] частоты плазменных пиков. Спектр (5.5) по своему акустическому закону дисперсии соответствует самой низкочастотной ветви на вставке к рис. 25,*а*.

На рис. 25,*б* показаны спектры коллективных междуподзонных возбуждений в фотовозбужденной сверхрешетке GaAs—$Al_{0,3}Ga_{0,7}As$, полученные в работе Клейна и др. [97]. Структуры выращивались методом молекулярно-пучковой эпитаксии на подложке GaAs, выращенной в направлении (100). Они состояли из 30 периодов, каждый из которых содержал квантовую яму шириной 215 Å и барьеры шири-

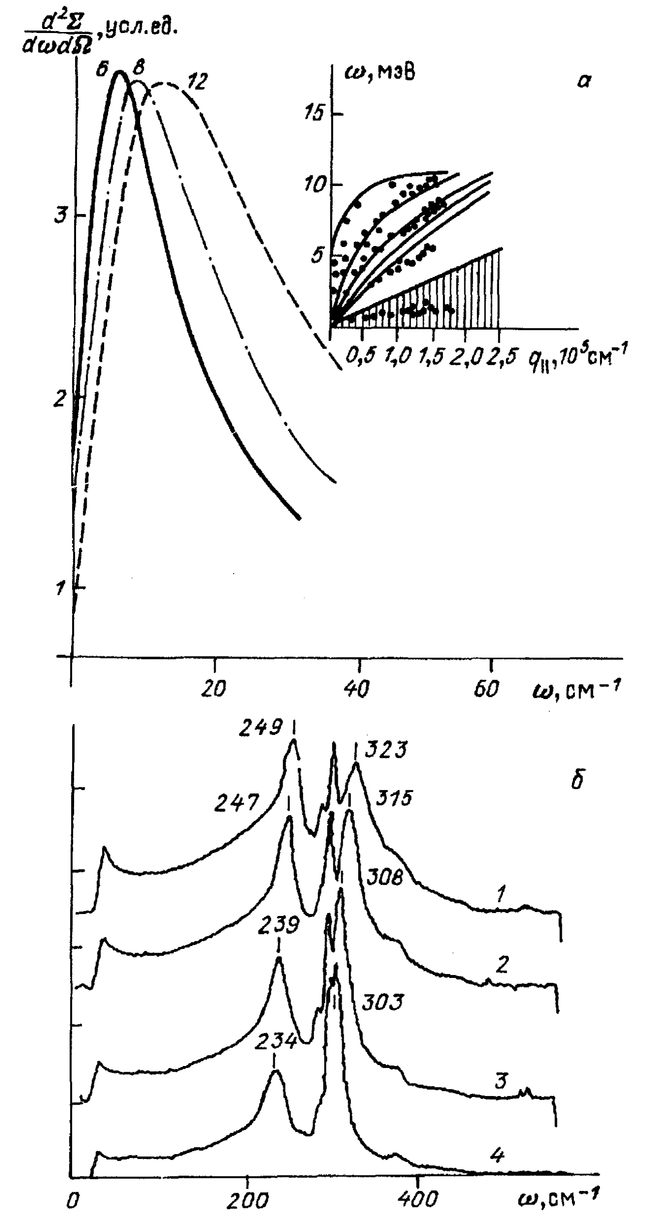

Рис. 25. *а* — Спектры рассеяния флуктуациями зарядовой плотности в двумерной электронной плазме, рассчитанные по формуле (5.5). Цифрами на кривых указаны значения волнового вектора в единицах 10 $см^{-1}$. На вставке показаны измеренные в [98] экспериментальные законы дисперсии (точки) и теоретические (сплошные линии), рассчитанные по формуле (5.4). Вертикальной штриховой показана область затухания Ландау. *б* — Спектры КРС с временным разрешением междуподзонных плазмон-фононных мод I_+ и I_- сверхрешетки **GaAs—Al$_x$Ga$_{1-x}$As** с шириной квантовых ям d = 215 Å . (Из [97, 119])

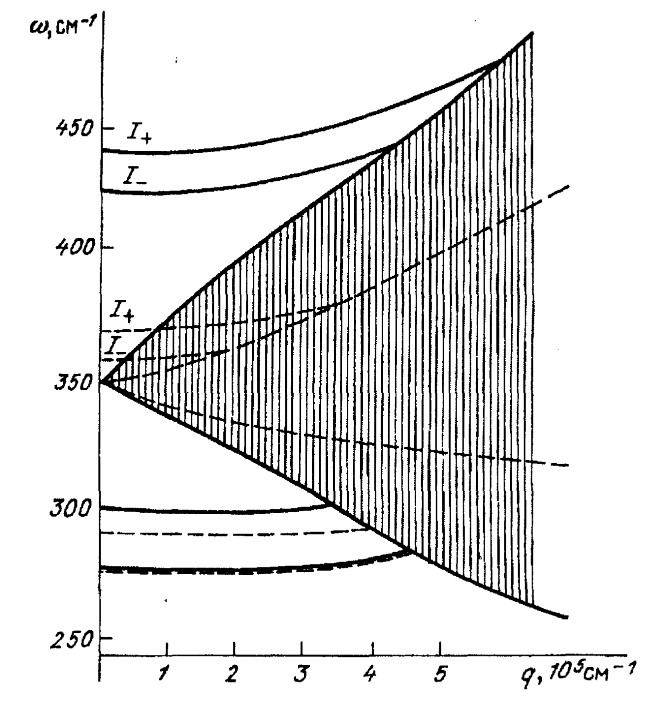

Рис. 26. Дисперсионные кривые коллективных межподзонных возбуждений, рассчитанные в [100] для двойной гетероструктуры с параметрами $n_s = 5 \cdot 10^{11}$ $см^{-2}$, d = 200 Å

ной 100 Å . Кривые *1—4,* полученные при температуре Г = 5 К, отличаются друг от друга временем задержки между возбуждающим и зондирующим импульсами. Эти времена составляли 37,5, 162,5, 412,5 и 662,5 нс для спектров *1—4* соответственно. Частота падающего света $\omega^{\mathrm{I}} = 1{,}9$ эВ. Уменьшение частот плазмонов с увеличением времени задержки вызвано междузонной рекомбинацией носителей тока. Наиболее интересной чертой спектров является сужение со временем высокочастотной плазмон-фононной моды I_+, в то время как ширина низкочастотной моды I_- остается практически неизменной. Такое необычное поведение плазмон-фононных мод можно объяснить, исходя из их дисперсионных кривых. Дисперсионные кривые коллективных межподзонных возбуждений, рассчитанные в [100] для двойной гетероструктуры с параметрами $n_s = 5 \cdot 10^{11}$ $\mathrm{см}^{-2}$, d = 200 Å , показаны на рис. 26 вместе с заштрихованной областью межподзонных одночастичных возбуждений. Изменения в дисперсионных кривых, возникающие при уменьшении электронной концентрации n_s показаны на рис. 26 пунктирными линиями. Из рис. 26 видно, что уменьшение межподзонной плазменной частоты со временем должно сопровождаться сужением области одночастичных возбуждений, в которой существует затухание Ландау. Соответствующее увеличение времени жизни первоначально происходит для высокочастотной моды I_+, и только затем — для низкочастотной I_-. Эта картина в некоторой степени объясняет, почему только высокочастотная мода I_+ успевает выйти из области затухания Ландау и уменьшает свою ширину с течением времени, а низкочастотная мода этого сделать не успевает и потому не изменяется по ширине.

5.2. Рассеяние света одночастичными возбуждениями в сверхрешетках. Сечение рассеяния Линдхарда—Мермина (4.59) наиболее часто используется при описании спектров КРС флуктуациями спиновой плотности в сверхрешетках [45, 98]. Из таких измерений восстанавливается время релаксации т, дающее наилучшее согласие экспериментальной и теоретической кривой (см. раздел 4.4.1). Полученные таким образом подгоночные значения времен релаксации оказываются, однако, приблизительно в 3 раза меньшими по сравнению с полученными из электрических измерений подвижности. Это означает, что существует другая причина Уширения спектра в сверхрешетках и монослоях. Дополнительной причиной уширения могут служить крупномасштабные флуктуации примесного потенциала (см. рис. 1 и [25, 99]).

Рассеяние света флуктуациями энергии также зарегистрировано в сверхрешетках. Оно наблюдалось в поляризованных спектрах, показанных на рис. 4.12 из книги [94]. В разделах 3.5 и 4.5 настоящего обзора показано, что соответствующее сечение рассеяния слабо чувствительно к температуре в случае сильной непараболичности. Это объясняет, почему в сверхрешетках, где непараболичность сильнее, чем в объемных материалах (см. [93]), удается зарегистрировать одночастичный спектр при параллельной поляризации падающего и рассеянного света $\mathbf{e}^{\mathbf{I}} \parallel \mathbf{e}^{\mathbf{S}}$. Другое объяснение основывается на рис. 25, *а* и (5.5).

Наконец, отметим, что спиновое расщепление подзон размерного квантования намного превышает обсуждавшиеся в разделе 4.4.1 величины для объемных материалов. Кроме кубического по квазиимпульсу гамильтониана спин-орбитального взаимодействия (3.47) в размерно-квантованных структурах присутствует и линейный член (см. [101]). Он приводит к тому, что процессы, идущие с переворотом спина, и на флуктуациях спиновой плотности становятся независимыми. Поскольку они практически одинаковы по интенсивности, то их легко разрешить в эксперименте. В работе [98] в спектрах КРС электронами в яме шириной 500 Å спиновое расщепление еще незначительно, поэтому обсуждаемые процессы не удалось разделить. Однако в экспериментах с более узкой — шириной 180 Å — квантовой ямой [45] отчетливо проявляется дублетная структура одночастичных электронных спектров. При этом высокочастотную компоненту дублета следует отнести к рассеянию с переворотом спина, в то время как низкочастотная связана с флуктуациями спиновой плотности. Заметим, что авторы работы [45] обе компоненты дублета связывают с процессами, идущими с переворотом спина. Это приводит к ряду противоречий между теорией и экспериментом: наблюдаемое спиновое расщепление оказывается в два раза меньше расчетного, рассчитанные интенсивности компонент дублета не совпадают с экспериментально наблюдаемыми. Все эти противоречия можно устранить, если идентифицировать низкочастотный пик с КРС флуктуациями спиновой плотности.

5.3. Рассеяние света в сверхрешетках с квантовомеханическим вырождением состояний. Сравнение спектров рассеяния света сверхрешетками n- и p-типов обнаруживает гигантское различие между ними. В n-сверхрешетках наблюдается существенное различие частот междуподзонных переходов, полученных в скрещенной и в параллельной поляризации падающего и рассеянного света. Разница частот оказывается в точности равна частоте междуподзонного плазмона, и этот эффект известен в литературе как эффект "деполяризующего поля" [3], хотя иногда называется экситонной волной [102]. Его объяснение вытекает из обсуждавшихся в разделах 3.1 и 3.6 правил отбора, согласно которым при параллельных поляризациях $\mathbf{e}^{\mathbf{I}} \parallel \mathbf{e}^{\mathbf{S}}$ наблюдаются плазмоны, а при $\mathbf{e}^{\mathbf{I}} \perp \mathbf{e}^{\mathbf{S}}$ одночастичные возбуждения, например, флуктуации спиновой плотности.

Спектры КРС свободными дырками, полученные Абстрейтером и др. (см. гл. 4 из [94] и [103]), демонстрируют практически полное отсутствие этого "эффекта деполяризующего поля". Теоретические соображения, развитые в разделах 3.7, 3.9 и 4.6, позволяют дать этому следующую трактовку. Дело в том, что и в параллельной ($Y'Y'$)-, и в скрещенной ($Y'Z'$)-геометрии эксперимента в действительности имеет место междуподзонное рассеяние, которое описывается матрицами (3.69) и (3.68) соответственно и не сопровождается электрическим полем. Другой интересной особенностью спектров КРС сверхрешеток является низкочастотный пик, проявляющийся при параллельных поляризациях ($Y'Y'$). Его характерные черты согласно гл. 4 из [94] состоят в следующем. Он расположен по энергии ниже всех мыслимых междуподзонных переходов. Соответствующая аббревиатура LEEX на рис. 4.42 из [94] означает просто "низкоэнергетическое возбуждение". LEEX-пик имеет жесткие правила отбора — он наблюдается при ($Y'Y'$)-геометрии и отсутствует при ($Y'Z'$). При понижении температуры до 2—3 К этот пик приобретает мультиплетную структуру. В [94] отсутствует определенная идентификация LEEX-пика, хотя в более ранней работе [103] его связывают с внутриподзонными коллективными возбуждениями дырок.

Построенная в разделах 3.7, 3.9 и 4.6 теория позволяет дать однозначную трактовку LEEX-пику, объяснив все его особенности. Заметим, что в спектрах ($Y'Y'$)-геометрии в названных экспериментах из [94,103] являются разрешенными не только скалярные возбуждения, но и Γ'_{25}-возбуждения (Γ'_{25}-симметрии). В разделе 3.9 было показано, что именно Γ'_{25}-геометрия согласно (3.77) является [illegible]

ночастичное рассеяние свободными дырками, которое связано с флуктуациями плотности полного углового момента. Поэтому отсутствие LEEX-пика в $(Y'Z')$-*геометрии,* совпадающей с Γ'_{12} и его наличие в Γ'_{25}-геометрии является свидетельством в пользу его одночастичной природы. Это предположение подтверждается температурной зависимостью формы LEEX-пика, который при понижении температуры приобретает мультиплетную структуру, а при повышении превращается в лоренцеобразный колокол, подобный (4.67) или (4.104). По-видимому, с повышением температуры определяющий вклад в LEEX-пик обусловлен флуктуациями спиновой плотности (4.64) или флуктуациями полного углового момента (4.104). Соответствующее (4.12) условие частых столкновений, необходимое для применимости этих формул, имеет в двумерном электронном газе вид

$$q_{||} l \ll 1. \tag{5.6}$$

Это условие является более мягким по сравнению с условием (4.12) для объемных материалов, поскольку компонента волнового вектора $q_{||}$, мала по сравнению с его модулем q в экспериментах по рассеянию назад [3]. Поэтому условие (4.6) может быть обеспечено за счет фононов уже при умеренно низких температурах. Мультиплетная структура LEEX-пика при T = 2—3 К обусловлена внутриподзонными дырочными переходами с переворотом спина. В целом ее природа такая же, как и у дублетной структуры одночастичного спектра работы [45], которая обсуждалась в разделе 5.2. В частности, при самых низких температурах, обсуждаемых в этой связи в гл. 4 из [94], условие (5.6) перестает выполняться, и мультиплетная структура должна приобретать зависимость от волнового вектора.

6. Частотная зависимость сечения электронного КРС в металлах и сверхпроводниках.

6.1. Нормальные металлы. Электронное КРС в металлах оказывается довольно трудно наблюдать из-за того, что резонанс в $\hat{\gamma}_{ik}$ из (2.19) попадает в область рентгеновских частот, а нерезонансное рассеяние флуктуациями зарядовой плотности сильно экранируется ввиду высокой концентрации электронов. Успех в регистрации электронного КРС в металлах возможно будет достигнут после создания рентгеновских лазеров. Имеющиеся на сегодняшний день обрывочные сведения тщательно собраны и подробно проанализированы в обзоре [104], где также излагаются результаты по электронному КРС в ВТСП-кристаллах.

Бесструктурный фон неупругого рассеяния был недавно зарегистрирован в некоторых редкоземельных металлах: Y, Dy, Er [105, 106]. С другой стороны, некоторая, весьма ограниченная, информация об одночастичных электронных возбуждениях, активных в КРС, может быть получена путем измерения температурной зависимости полуширин фононных линий [3, 90]. Вклад в эту ширину, связанный с ангармоническими распадами фононов возрастает с ростом температуры. Аномальное уменьшение ширины фононных линий, которое наблюдалось в осмии [107], может быть интерпретировано как результат подавления высокочастотных электронных возбуждений частыми электронными столкновениями. Соответствующий вклад в полуширину фононных линий определяется мнимой частью электронного поляризационного оператора $\Pi(q, \omega)$ из рис. 13:

$$\operatorname{Im}\Pi(q, \omega) \sim \Delta\Gamma_{\text{фон}} \sim \frac{\Gamma\omega_0}{\Gamma^2 + \omega_0^2}, \tag{6.1}$$

где ω_0 — частота фонона, $\Gamma = q^2 D + (1/\tau)$ — полуширина соответствующей линии одночастичного квазиупругого рассеяния. Уменьшение $\Delta\Gamma$ с температурой можно получить, предположив, что $\tau^{-1} \gg Dq^2$ и что $\tau^{-1} < \omega_0$ при низких температурах, но $\tau^{-1} \approx \omega_0$ — при высоких. Замечательного согласия между теорией (6.1) и экспериментом удается достичь, рассчитав $\tau(T)$ по данным проводимости на постоянном токе [107].

6.2. Электронное КРС в ВТСП-кристаллах. Данные по значениям величины сверхпроводящей щели 2Δ в соединениях высокотемпературных сверхпроводников расходятся к настоящему времени у разных авторов весьма сильно. Измерения проводились с помощью различных методик [108], и были получены значения $2\Delta/kT_c$, где T_c — температура сверхпроводящего перехода, лежащие в диапазоне от 2 до 8. Теория Бардина—Купера—Шриффера приводит к значению $2\Delta/kT_c \approx 3{,}52$, которое попадает точно в середину указанного диапазона экспериментальных значений. В случае классических орторомбических материалов $YBa_2Cu_3O_7$, или для краткости YBCO123, имеются фононные линии, попадающие в область широкого максимума одночастичного электронного фона. Это фононы A_g-симметрии, которые наблюдаются при векторах поляризации $\mathbf{e}^{\mathrm{I}} \parallel \mathbf{e}^{\mathrm{S}}$, лежащих в плоскости слоев. Например, имеется активный в КРС фонон частотой $\omega_0 = 340\ \text{см}^{-1}$ при $T < T_c$. Эти фононные линии весьма чувствительны к перестройке одночастичных электронов возбуждений, которая имеет место при $T = T_c$ при раскрытии сверхпроводящей щели.

Плотность состояний одночастичных электронных возбуждений через сверхпроводящую щель в рамках модели Бардина—Купера—Шриффера равна

$$N_{\Sigma}(\omega) \sim (\omega - 2\Delta)^{-1/2}. \tag{6.2}$$

Эти возбуждения приводят к перестройке фононных линий и к одночастичному электронному рассеянию. Они не экранируются, поскольку сопровождаются разрушением двух полузаполненных куперовских пар $\langle -p\uparrow, +p\downarrow |$ и $\langle -p\downarrow, +p\uparrow |$ с образованием одной полностью заполненной и одной полностью пустой. Этот процесс сопровождается переворотом двух спинов компонент куперовских пар и, следовательно, может протекать при отсутствии флуктуаций заряда, т.е. экранирования. Теорию этого процесса и ее обобщения на случай конечных q, конечных T и сложные энергетические зоны, допускающие неэкранируемое рассеяние в нормальной фазе, можно найти в нескольких работах [17, 82, 84, 109, 110]. Эти теоретические работы не используют специфику высокотемпературных сверхпроводников.

В недавней работе Абрикосов [111] рассмотрел электронное рассеяние для модели, содержащей специфику ВТСП-соединений. Эта модель состоит из сверхпроводящих слоев с попарным притяжением между электронами и слоев нормальной фазы [111]. Такая модель применима к соединениям YBCO123, содержащим плоскости и цепочки, а также к соединениям на основе висмута ($Bi_2Sr_2CaCu_2O_8$, или кратко BISCO2212). Взаимодействие между двумя типами слоев учитывается в этой модели с помощью интеграла перескока t. Описанная модель предсказывает пик сечения рассеяния на частоте $\omega \approx 2\Delta$ для $\mathbf{e}^{\mathrm{I}} \parallel \mathbf{e}^{\mathrm{S}} \parallel a$, лежащих в плоскости слоев, и $\omega \approx \Delta$ — для $\mathbf{e}^{\mathrm{I}} \parallel \mathbf{e}^{\mathrm{S}} \parallel c$, ориентированных перпендикулярно слоям. Это предсказание нашло экспериментальное подтверждение для BISCO2212 в работе [112] (рис. 27) и для YBCO123 — в работе [113]. Анизотропия сверхпроводящей щели [108] также была зафиксирована в $YBa_2Cu_4O_8$ (YBCO124), что заставляет предположить различную величину щели в CuO_2-плоскостях (325 см$^{-1}$) и в двойных CuO-цепочках (В см$^{-1}$) [114]. В заключение отметим, что первое сообщение о наблюдении сверхпроводящей щели в спектрах ВТСП-соединений было сделано в работах [115, 116].

Как упоминалось в разделе 4.4.1, интенсивная, широкая и почти бесструктурная линия, простирающаяся до 1 эВ, присутствует во всех соединениях высокотемпературных сверхпроводников в нормальной фазе. Поскольку никаких свидетельств плазменного пика не зафиксировано, следует предположить, что эта полоса связана с неэкранируемым рассеянием, происходящим в отсутствие флуктуаций зарядовой плотности. Наиболее характерной чертой этого вида рассеяния является практически полная независимость его сечения от температуры. Такое поведение сечения находится в противоречии с множителем $F(\omega)$ из (2.21), согласно которому сечение должно быть пропорционально температуре при $T/\hbar\omega > 1$.

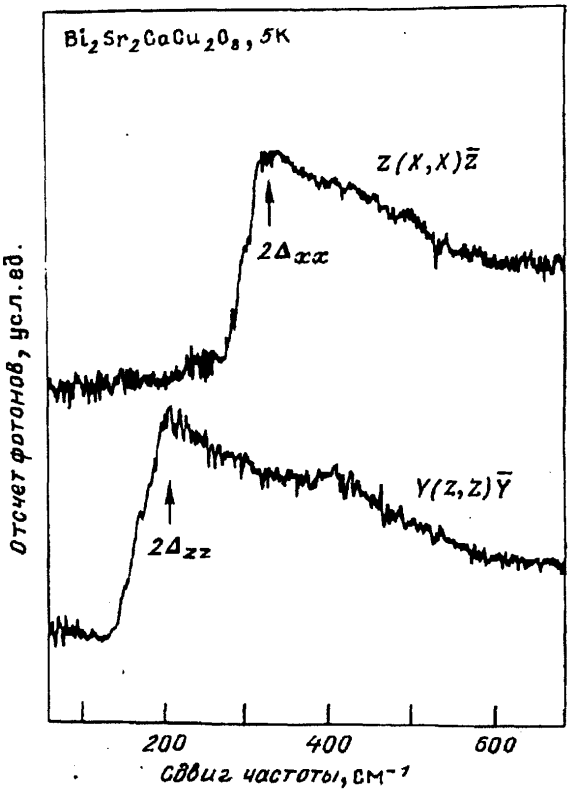

Рис. 27. Стоксовские спектры кристалла BISCO2212 в сверхпроводящей фазе для поляризаций падающего и рассеянного света, параллельных $a(x)$- и $c(z)$-осям, иллюстрирующие анизотропию сверхпроводящей щели, которая предсказана в [111]. (Из [112, 104])

Наблюдение частотно- и температурнонезависимого сечения КРС позволили Варма и др. [117] предположить, что множитель $F(\omega)/\omega$ компенсируется обратной зависимостью электронного поляризационного оператора $\Pi(\omega)$ (см. рис. 13) от T и ω. Они предположили таким образом, что не зависящая от q часть $\Pi(\omega)$ равна

$$\operatorname{Im}\Pi(\omega) \sim \omega/T \quad \text{для} \quad |\omega| < T,$$
$$\sim \operatorname{Sgn}\omega \quad \text{для} \quad |\omega| > T. \qquad (6.3)$$

Очевидно, что первое из уравнений (6.3) позволяет скомпенсировать влияние множителя $F(\omega)$ на сечение рассеяния. Уравнения (6.3) не удается получить в рамках какой-либо микроскопической модели ферми-жидкости. Поэтому (6.3) фактически постулирует, что электроны в нормальной фазе ВТСП-соединений образуют "волшебную ферми-жидкость". В обычной ферми-жидкости обратное время жизни электронов в состояниях, удаленных на ω от поверхности Ферми пропорционально ω^2. У "волшебной" ферми-жидкости согласно (6.3) это обратное время должно быть пропорционально $|\omega|$.

Величина сечения рассеяния в нормальной фазе

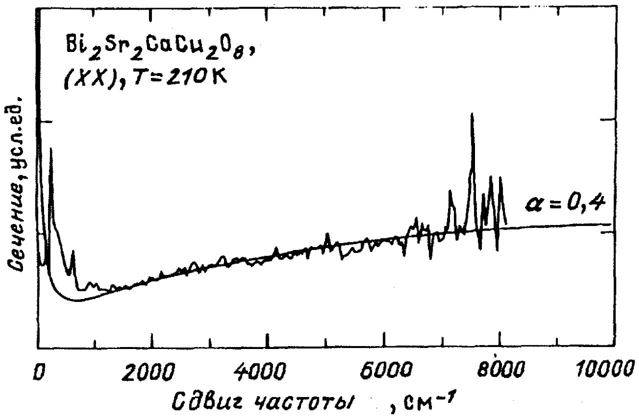

Рис. 28. Спектр электронного рассеяния, измеренный в нормальной фазе Bi_2Sr_2CaCuO и его теоретическая аппроксимация по формуле (6, 4) с τ^{-1} из (6.3). (Из [85, 104])

определяется согласно [82] квадратом свертки тензора (3.23) с векторами поляризации $\mathbf{e}^I$ и $\mathbf{e}^S$. Согласно разделам 4.4.1 и 4.7.2, не зависящую от волнового вектора составляющую спектра КРС следует описывать с помощью релаксационного контура типа (4.64):

$$\frac{d^2\Sigma}{d\omega d\Omega} = F(\omega)B\frac{\tau}{1+(\omega\tau)^2}, \tag{6.4}$$

где τ — характерное время релаксации рассеивающих свет флуктуаций, B — параметр, характеризующий интенсивность рассеяния. Хотя оба параметра τ и B зависят от механизма рассеяния, сама формула (6.4) является универсальной. Она соответствует универсальному макроскопическому механизму диссипации энергии нескалярного внешнего поля типа (4.33'), открытому впервые Мандельштамом и Леонтовичем [118]. Этот вопрос подробно обсуждался одним из автором в [86].

Формула (6.4) позволила Виростеку и Рувалдсу [85] предложить механизм, объясняющий появление волшебных свойств (6.3) у ферми-жидкости. Согласно [85] существование у ферми-поверхности ВТСП-соединений обширных параллельных участков приводит к следующему выражению для $1/\tau$:

$$\tau^{-1} \approx \alpha(\omega^2+\beta^2T^2)^{1/2} \approx \alpha'(|\omega|+\beta T), \tag{6.5}$$

где α, α' и β — параметры порядка единицы. Теоретическое значение параметра β равно 4, в то время как данные КРС дают $\alpha \approx 0{,}5$. Подставляя τ^{-1} из (6.5) в (4.64), получим при $T > \omega$

$$\frac{d^2\Sigma}{d\omega d\Omega} \approx \frac{B}{\alpha\beta} \approx B = \mathrm{const} \tag{6.6}$$

независимо от ω и T в соответствии с экспериментальными наблюдениями. В противоположном предельном случае $T \ll \omega$ уравнения (4.64) и (6.5) дают

$$\frac{d^2\Sigma}{d\omega d\Omega} = B\frac{\alpha}{1+\alpha^2} \approx \alpha B \tag{6.7}$$

также независимо от ω и T в соответствии с экспериментом. Тем не менее в области

$$\alpha\beta T < \omega < \beta T \tag{6.8}$$

частота (6.5) ведет себя как $\alpha\beta T$, так что частотная зависимость сечения определяется множителем $F(\omega)$ из (2.21):

$$\frac{d^2\Sigma}{d\omega d\Omega} \approx \alpha\beta B\frac{T}{\omega}. \tag{6.9}$$

Возрастание сечения с уменьшением ω, предсказываемое соотношением (6.9), экспериментально не наблюдалось. Это возрастание можно уменьшить, предположив, что а больше 0,5. Правда, такое предположение ухудшит согласие в остальных областях спектра. Это отражено на рис. 28, где показан спектр электронного рассеяния, измеренный в нормальной фазе $Bi_2Sr_2CaCu_2O_8$ и его теоретическая аппроксимация по формуле (6.4) с τ^{-1} из (6.5), из работы [85].

В целом теоретическое описание гигантского электронного рассеяния в ВТСП-кристаллах еще далеко от завершения. Результаты, приведенные в обзоре, показывают, что полное описание невозможно без детального учета электронной зонной структуры этих соединений. Элементарная ячейка ВТСП-кристаллов содержит несколько молекул. Вследствие этого их пространственная группа симметрии включает нетривиальные трансляции и потому не является симморфной. Как показано в [51] на примере nSi (см. раздел 3.8), наличие нетривиальных трансляций приводит к специфическому вырождению зонных состояний в определенных точках на краю зоны Бриллюэна. В nSi такое вырождение имеет место в X-точках. В ВТСП-кристаллах, обладающих достаточно низкой группой симметрии, вырождение имеет место вдоль целых линий по границам зоны Бриллюэна. Поэтому приведенная плотность активных в КРС межзонных возбуждений в ВТСП-кристаллах должна быть значительно больше, чем в nSi, где электронное КРС надежно наблюдается при незначительном резонансном усилении. На наш взгляд, это обстоятельство необходимо учитывать при описании электронного КРС в ВТСП-кристаллах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теория поля. М.: Наука, 1973.
2. *Вейсбух К., Ульрих Р.* //Рассеяние света в твердых телах. М.: Мир, 1985. Вып. 3. С. 228.
3. *Абстрейтер Г., Кардона М., Пинзак А.* //Рассеяние света в твердых телах. М.: Мир, 1984. С. 12.
4. *Hamilton D.C., McWhorter* AL. //Light Scattering Spectra of Solids. New York a.o.: Springer-Verlag, 1969. P. 309.
5. *Platzman P.M.* //Phys.Rev. 1965. V. 139A. P. 379.
6. *Ипатова И.П., Каганов М.И., Субашиев А.В.* //ЖЭТФ. 1983. Т. 84. С. 1830.
7. *Wolf P.A.* //Phys.Rev. 1968. V. 171. P. 503.
8. *Войтенко В.А., Ипатова И.П., Субашиев А.В.* //Письма

ЖЭТФ. 1983. Т. 37. С. 334.
9. *Бир Г.Л., Пикус Г.Е.* Симметрия и деформационные эффекты в полупроводниках. М.: Наука, 1972.
10. *Гантмахер В.Ф., Левинсон И.Б.* Рассеяние носителей тока в металлах и полупроводниках. М.: Наука, 1984.
11. *Берестецкш В.Б., Лифшиц Е.М., Питаевский Л.Л.* Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1980.
12. *Ивченко Е.Л., Ланг И.Г., Павлов* С.Т.//ФТТ. 1977. Т. 19. С. 1751.
13. *Alexandrou A., Gorrfona M.*//Sol. StateCommun. 1987. V. 64. P. 1029.
14. *Mills D.L., Maradudin A.A., Burstein E.*//Ann. of Phys. 1970. V. 56. P. 504.
15. *Ипатова И.П., Кособукин В.А.*//Вопросы физики полупроводников. Л.: ФТИ АН СССР, 1984. С. 60.
16. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982.
17. *Абрикосов А.А., Фальковский Л,А.*//ЖЭТФ. 1961. Т. 40. С. 262.
18. *Абрикосов А.А., Халатников И.М*//ЖЭТФ. 1958. Т. 34. С. 198.
19. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Статистическая физика. Т. 1. М.: Наука, 1976.
20. *Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П.* Статистическая физика. Т. 2. М.: Наука, 1978.
21. *Mooradian A.*//Phys. Rev. Lett. 1968. V. 20. P. 1102.
22. *Dai-Sik-Kim, Peter Y. Yu.*//Phys. Rev. Ser. B. 1991. V. 43. P. 4158.
23. *TsenKT., Sankey O.F.*//Phys. Rev. Ser. B. 1987. V. 37. P. 4321.
24. *Du Bois, Gilinsky V.*//Phys. Rev. 1964. V. 133A. P. 1308.
25. *Ipatova I.P., Voitenko V.A.*//Phys. Rept. 1990. V. 194. P. 361.
26. *Басс Ф.Г., Булгаков А.А., Тетервов А.П.* Высокочастотные свойства полупроводников со сверхрешетками. М.: Наука, 1989.
27. *Томсен К., Кардона М.*//Физические свойства высокотемпературных сверхпроводников. М.: Мир, 1990. С. 411.
28. *Rostoker M.N., Rosenbluth N*//Phys.Flmds. 1962. V. 5. P. 776.
29. *Cerdeira F., MestresN.,* CorrfonaM.//Phys.Rev.Ser.B. 1984. V. 29. P. 3737.
30. *Клейн М.В.*//Рассеяние света в твердых телах. М.:Мир, 1979. С.174.
31. *Абрикосов А.А., Генкин В.М.*//ЖЭТФ. 1973. Т. 65. С. 842.
32. *Войтенко В.А.*//ФТТ. 1984. Т. 26. С. 1002.
33. *Doehler J.*//Phys.Rev.Ser.B. 1975. V. 12. P. 2917.
34. *Лифшиц Е.М., Азбель М.Я., Каганов М.И.* Электронная теория металлов. М.: Наука, 1971.
35. *Томчук П.М., Шендеровский В.А.*//ЖЭТФ. 1972. Т. 62. С. 1131.
36. *Гуревич В.Л., ЛангИ.Г., Павлов* С.Т.//ЖЭТФ. 1970. Т. 59. С. 1679.
37. *Kane E.O.*//Phys. and Chem.Sol. 1957. V. 1. P. 249.
38. *Pinczuk A., Brillson L, Burstein E.*//Phys. Rev. Lett. 1971. V. 27. P. 317.
39. *ВойтенкоВ.А.//ФТГ.* 1987. Т. 29. С. 3177.
40. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Квантовая механика М.: Наука, - 1989.
41. *Ликус Г.Е.,Маруш,ак В.А., Титков А.Н.*//ФТП. 1988. Т. 22. С. 185.
42. *Mestres N., Cardona M.*//Phys.Rev.Lett. 1985. V. 55. P. 1132.
43. *Contreras G., Sood A.K., Cardona* M//Phys.Rev.Ser.B. 1985. V. 32. P. 930.
44. *Аронов А.Г., Ивченко Е.Л.//ЖЭТФ.* 1969. Т. 57. С. 247.
45. *Jusserand B., Richards D., Peric H., Etienne B.*//Phys. Rev. Lett. 1992. V. 69. P. 848.
46. *Cerdeira F., Fjeldly T.A., Cardona M.*//Phys. Rev. Ser. B. 1973. V. 8. P. 4734.
47. *Kanehisa M.A., Wallis R.F., Balkanski M.*//Phys. Rev. Ser. B. 1982. V. 25. P. 7619.
48. *Chandrasekhar M., Rossler U., Cardona M.*//Phys. Rev. Ser. B. 1980. V. 22. P. 761.
49. *Chandrasekhar M., Cardona M., Kane E.O.*//Phys.Rev. Ser. B. 1977. V. 16. P. 3579.
50. *Wagner J., Cardona M.*//Phys. Rev. Ser. B. 1985. V. 32. P. 8071.
51. *Hensel J.C., Nasegawa H., NakayamaH.*//Phys. Rev. 1965. V. 138A. P. 225.
52. *Compaan A., Contreras G., Cardona M., Axmann A*//J. de Phys., Paris. Colloq. 1983. V. 44. P.C5-197.
53. *Зеегер К.* Физика полупроводников. М.: Мир, 1977.
54. *Шкловский Б.И., Эфрос А.Л.* Электронные свойства легированных полупроводников. М.: Наука, 1979.
55. *Гинзбург С.Л.*//ЖЭТФ. 1972. Т. 63. С. 2264.
56. *Ramsden S., Davies W.*//Phys. Rev. Lett. 1966. V. 16. P. 303.
57. *Шелест А.Е.* Микрокалькуляторы в физике. М.: Наука, 1988.
58. *Bairamov B.H., Voitenko V.A. Jpatova LP., Toporov V.V.*//Laser Optics of Condensed Matter. New York: Plenum, 1991. V. 2. P. 27.
59. *Вайнштейн Л.А., Собельман И.И., Юков Е.С.* Возбуждение атомов и уширение спектральных линий. М.: Наука, 1979.
60. *Benassi P., Fontana A., Rodrigues P.A.M.*// Phys. Rev. Ser. B. 1991. V. 43. P. 1756.
61. *Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П.* Физическая кинетика. М.: Наука, 1979.
62. *Войтенко В.А.*//ФТП. 1987. Т. 21. С. 2183.
63. *Contreras G., Sood A.K., Cardona M.* //Phys. Rev. Ser. B. 1985. V. 32. P. 924.
64. *Lukovsky G.*//Sol. State Comm. 1965. V. 3. P. 299.
65. *Баранский П.И., Коломоец В.В., Федосов А.В.*//ФТП. 1979. Т. 13. С. 815.
66. *Yamanouchi C., Mizuguchi K, Sasaki W.*//Phys. Soc. Japan. 1967. V. 22. P. 859.
67. *Ipatova I.P., SubashievA.V., Voitenko V.A.*//Sol. State. Comm. 1981. V. 37. P. 893.
68. *Cerdeira F., Mestres N., Cardona M.*//17th Intern Conference on the Physics of Semicond. New York a.o.: Springer, 1984. P. 1113.
69. *Nather H., Quagliano G.*//J. Luminescence. 1985. V. 30. P. 50.
70. *Pinczuk A., Jagdeep Shah, WolfP.A.*// Phys. Rev. Lett. 1981. V. 47. P. 1487.
71. *Абрикосов А.А.* Введение в теорию нормальных металлов. М.: Наука, 1972.
72. *Mermin M.D.*// Phys. Rev. Ser.B. 1970. V. 1. P.'2362.
73. *Фальковский Л.А.*//ЖЭТФ. 1989. Т. 95. С. 1146.
74. *Bairamov B.H., Jpatova I.P., Toporov V.V., Voitenko V.A.*// Recent Trends in Raman Spectroscopy. Singapore: World Scientific, 1988. P. 386.
75. *Bairamov B.H., Ipatova I.P., Toporov V.V., Irmer G., Monecke J., Voitenko V.A., Yane E.*//Appl. Surface Sci. 1991. V. 50. P. 300.
76. *Байрамов Б.Х., Войтенко В.А., Ипатова И.П., Субашиев А.В., Топоров В.В., Яне Э.*//ФТТ. 1986. Т. 28. С. 754.
77. *Abramson D.A., Tsen K.T., BrayR.*//Phys.Rev. Ser.B. 1982. V. 26. P. 6571.
78. *TsenKT., Bray R.*//Sol. State Comm. 1983. V. 45. P. 685.
79. *Ipatova I.P., Subashiev A.V., Voitenko V.A.* //Ind. J. Pure and Appl. Phys. 1988. V. 26. P. 246.
80. *Войтенко В.А.*//ФТТ. 1989. Т. 33. С. 3064.
81. *Zavadovski A., Cardona M.*// Phys.Rev. Ser. B. 1990. V. 42. P. 10732.
82. *Максимов А.А., ТартаковскийИ.И., Тимофеев В.Б., ФальковскийЛ.А.*//ЖЭТФ. 1990. Т. 97. С. 1047.
83. *КоганШ.М., ШадринВ.Д.*//ФТП. 1971. Т. 5. С. 222.
84. *Klein M.V., Dierker S.B.*// Phys. Rev. Ser. B. 1984. V. 29. P. 4976.
85. *Virosztek A., Ruvalds J.*//Phys. Rev. Lett. 1991. V. 67. P. 1657.
86. *Войтенко В.А.*//ФТТ. 1986. Т. 28. С. 3091.
87. *Дьяконов М.И., Хаецкий А.В.*//ЖЭТФ. 1984. Т. 86. С. 1843.
88. *Ипатова И.П., Войтенко В.А.*//ЖЭТФ. 1990. Т. 97. С. 224.
89. *Чепмен* С., *Каулинг Т.* Математическая теория неоднородных газов. М.: ИЛ, 1960.
90. *ИпатоваИ.П., Субашиев А.В., ЩукинВ.А.*//ФТГ. 1982. Т. 24. С. 3401.
91. *Dicke I.R.*//Phys. Rev. 1953. V. 89. P. 472.
92. *Платцман Ф., Вольф П.* Волны и взаимодействия в плазме твердого тела. М.: Мир, 1975.
93. *Ekenberg U.*//Phys. Rev. Ser. B. 1989. V. 40. P. 7714.
94. Light Scattering in Solids. V. 5 Superlattices and other

Microstructures. Berlin a.o.: Springer-Verlag, 1989.
95. *Bairamov B.H., Ipatova I.P.//*Laser Optics of Coridenced Matter. New York: Plenum, 1988. P. 245.
96. *Говоров А.О., Чаплик А.В.//*ЖЭТФ. 1989. Т. 95. С. 1976. *Фалько В.И., Хмельницкий Д.Е.//*ЖЭТФ. 1989. Т. 95. С. 1988.
97. *Oberli D.Y., Wake D.R., Klein M.V., Klem J., Morkoc H.*//Multiple Quantum Well Structures. Fifth Topical meeting on Ultrafast Phenomena. Snowmass, CO, 1986.
98. *Fasol G., Mestres N., Dobers M., Fisher A., Ploog K//*Phys. Rev. Ser. B. 1987. V. 36. P. 1565; Phys. Rev. Lett. 1986. V. 56. P. 2092.
99. *Voitenko V.A., Ipatova I.P., Subashiev A. V.//* Dght Scattering in Solids. New York: Plenum, 1979. P. 83.
100. *Welder L., Bechstedt R.//*Phys.Rev. Ser.B. 1987. V. 35. P.5887.
101. *Бычков Ю., Рашба Э.И.//* Письма ЖЭТФ. 1984. Т. 39. С. 66.
102. *Витлина Р.З., Чаплик А.В.//* ЖЭТФ. 1981. Т. 81. С. 1011.
103. *Abstreiter G., Merlin R., Pinczuk A.//*JEEE. 1986. V.QE-22. P. 1771.
104. *Cardona M., Ipatova I.P.* Preprint. 1982.
105. *Demers R.T., Kong S., Klein M. V., Flynn C.P.* Phys. Rev. Ser. B. 1988. V. 38. P. 11523.
106. *Klein M.V., Cooper S.L., Kotz A.L., Ran.Liu, Reznik D.Slakey F., Lee W.C.,* Cmzterg D.M.//M^{2}S-HTSCIII: Proceedings of the Third International Conference on Materials and Mechanisms of Superconductivity. Physica C. 1991. V. 185. P. 1029.
107. *Поносов Ю.С., Волошин Г.А., Ковтун Г.П., Еленский В.А*//ФТТ. 1984. Т. 26. С. 815.
108. *Заварщкий Н.В.//*УФН. 1990. Т. 160, вып. 9. С. 177.
109. *Кляма С., Фальковский Л.А.//*ЖЭТФ. 1991. Т. 100. С. 625.
ПО. *Monien H., Zavadovski A.//* Phys. Rev. Ser. B. 1990. V. 41. P. 8798.
111. *Abrikosov A. A. //* Physica C. 1991. V. C182. P. 191.
112. *Bockholt M., Hoffmann M., Guntherodt G.//*Physica C. 1991. V. 171. P. 42.
113. *Mccarty K.F., Liu J.Z., Shelton R.N., Radousky H.B.* //Phys. Rev. Ser. B. 1990. V. 42. P. 9973.
114. *Heyen E.T., Cardona M., Karpinski J., Kaldis E., Rusiecki S.*//Phys. Rev. Ser. B. 1991. V. 43. P. 12953.
115. *Lyons K.B., Lion S.H., Hong M., Chen H.S., Kwo J., Negran T.J.//*Phys. Rev. Ser. B. 1987. V. 36. P. 5592.
116. *Bazhenov A.V., Gorbunov A.V., Klassen N.Y., Kodakov S.F., Kukushkin I.V., Kulakovskii O.V., Mishochko O.V., Timofeev V.B., Shepel B.N. //* Novel Superconductivity. New York: Plenum, 1987. P. 893.
117. *Varma C.M., Littlewood P.B., Schmitt-Rink S., Abrahams E., Ruckenstein AE.*//Phys. Rev. Lett. 1989. V. 63. P. 1996.
118. *Мандельштам Л.И., Леонтович М.А.//*ЖЭТФ. 1937. Т. 37, С. 438.
119. *Байрамов Б.Х., Войтенко В.А., Ипатова И.П., Топоров В.В.* Рассеяние света свободными электронами в полупроводниках. Препринт ФТИ АН СССР № 1191. Ленинград, 1987.