Май 1993 г. Том 163. № 5

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТЬ НЕИДЕАЛЬНОЙ ПЛАЗМЫ

И. Т. Якубов

(Научное объединение "ИВТАН" РАН, Москва)

(*Статья поступила 3.06-92 г., после доработки 29.12.92 г.*)

СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение. Электропроводность является наиболее показательной и легко наблюдаемой характеристикой плазмы. Она определяет диссипативный разогрев плазмы и ее взаимодействие с внешним полем. Состояния неидеальной плазмы, которые ниже рассматриваются, занимают на фазовой диаграмме целиком область газообразных, жидких и собственно плазменных веществ, т.е. разогретых состояний. В этом пространстве температур (от нормальной до атомной) и плотностей (от весьма разреженной плазмы до многократно сжатой жидкости) состояния электронов, т.е. уровень ионизации и их подвижность, изменяются радикальным образом. Электропроводность очень чувствительна к состоянию электронов. При переходе металла от жидкой к слабо проводящей газовой фазе оно изменяется от состояния почти свободных электронов жидкого металла до электронов, сильно связанных в атомах. Электропроводность при этом изменяется на много порядков величины. Задача состоит в ее описании в условиях, когда массив существующих экспериментальных данных еще весьма ограничен.

Лишь в разреженной плазме и в жидком металле в окрестности точки плавления электроны можно считать свободными или почти свободными и воспользоваться результатами газокинетической теории. На большей части фазовой диаграммы мы имеем дело с сильно коррелированными системами, что обусловлено существенным межчастичным взаимодействием. Оно может быть разным — кулоновским, поляризационным и более сложным — и проявляется по-разному в областях от частичной ионизации до многократной. Не следует полагать, что здесь может быть построена единая конструктивная теория. Однако могут быть предложены модели явлений, во многом опирающиеся на представления в соседних областях физики, а также на экспериментальные данные.

Данный обзор суммирует результаты исследований последнего десятилетия, которые позволяют построить картину изменения электропроводности во всем диапазоне параметров. Обзор построен следующим образом.

Сначала дана классификация состояний неидеальностей плазмы. Фазовая диаграмма "плотность — температура" разбита на области в зависимости от того, какой характер носит межчастичное взаимодействие и как проявляется. Далее — кратко об электропроводности идеальной плазмы. Затем, в качестве основного материала данного обзора, рассмотрены наиболее физически ясные и в то же время конструктивные теоретические подходы, описывающие электропроводность в разных областях. Обсуждается соответствие расчетных значений электропроводности с экспериментальными результатами. В последнем разделе приводятся некоторые результаты широкодиапазонных расчетов электропроводности, нужные для решения прикладных задач. В приложении кратко рассматривается термо-э.д.с., которая тесно связана с электропроводностью.

Обзор ограничен лишь статической электропроводностью.

редственно использованы в обзоре.

2. Критерии неидеальности. Классификация состояний. Вещество является неидеальным, если средняя энергия межчастичного взаимодействия сопоставима или превышает среднюю кинетическую энергию взаимодействующих частиц. Отношение этих двух энергий дает критерий неидеальности. В плазме, образованной ионами заряда Z (точнее Z — зарядовое число) и электронами, имеются три вида взаимодействий — межионное, ион-электронное и межэлектронное. Соответственно имеются три параметра неидеальности. Если электроны не вырождены, то

$$\Gamma_{ZZ} = Z^2e^2/\bar{r}T,\ \Gamma_{Ze} = Ze^2/\bar{r}T,$$
$$\Gamma_{ee} = Z^{1/3}e^2/\bar{r}T; \qquad (1)$$

здесь $\bar{r} = (4\pi N_i/3)^{-1/3}$ — среднее расстояние между ионами, которое в условиях сильной неидеальности берет на себя функцию радиуса экранирования; величина $\bar{r}$ в $Z^{1/3}$ раз больше межэлектронного расстояния $r_s = (4\pi N_e/3)^{-1/3}$, N_e и N_i — концентрации электронов и ионов, $ZN_i = N_e$.

В областях слабой неидеальности заряды экранируют друг от друга не на средних межчастичных расстояниях, как в условиях, когда $\Gamma_{Ze} >> 1$, а на расстояниях порядка радиуса Дебая r_D. Слабая неидеальность поэтому измеряется обычно дебаевским параметром неидеальности. В отсутствие вырождения

$$\Gamma_D = Ze^2/r_DT,\ r_D = (4\pi e^2N_e/T)^{-1/2}.$$

Он равен отношению кулоновской энергии взаимодействия, вычисленной в приближении самосогласованного поля, к тепловой энергии. Все же, поскольку $\Gamma_{Ze} \sim \Gamma_D^{2/3}$, оба параметра — маделунговский и дебаевский — равнозначны.

Если энергия Ферми $E_F = (3\pi e^2N_e)^{2/3}\hbar/2m$ превышает температуру, электронная подсистема вырождена. Тогда

$$\Gamma_{ZZ} = Z^2e^2/\bar{r}T, \Gamma_{Ze} = Z^{2/3}r_s/a_0, \Gamma_{ee} = r_s/a_0. \quad (2)$$

Заметим, что если в (1) в Γ заменить T на E, то окажется $\Gamma_{ee} = 2r_s/a_0$. В литературе, однако, принято считать, что $\Gamma_{ee} = r_s/a_0$.

Важным обстоятельством оказывается, что при больших величинах заряда ионов $Z >> 1$ возникают неравенства

$$\Gamma_{ZZ} >> \Gamma_{Ze} >> \Gamma_{ee}. \qquad (3)$$

Наличие таких условий благоприятно для теоретического описания, поскольку основное внимание можно сосредоточить на межионном взаимодействии, которое может быть очень велико, $\Gamma_{ZZ} >> 1$, учесть приближенно электрон-ионное, $\Gamma_{Ze} \approx 1$, а межэлектронное оказывается слабым, $\Gamma_{ee} \ll 1$. Такие условия, например, были реализованы в экспериментах Кормера (см., например, [1]). Образцы из пористой меди сжимались мощными ударными волнами. Это позволило получить высокие концентрации энергии при плотности меди, близкой к 10 г/см^3, и температуре 20 эВ. Оказалось, что $\Gamma_{ZZ} = 11$, $\Gamma_{Ze} = 2, \Gamma_{ee} = 0{,}6$.

Неидеальная плазма с однократным уровнем ионизации представляет собою наиболее сложный объект для теории, поскольку при $Z = 1$ все три параметра неидеальности совпадают. Поэтому все три кулоновских взаимодействия при $\Gamma > 1$ становятся одинаково сильными. Однако эта область уже исследована в целом ряде лабораторий. Имеющаяся экспериментальная информация может быть использована для построения безразмерной кулоновской электропроводности, которая является универсальной характеристикой кулоновской плазмы.

При низких температурах и плотностях кулоновское взаимодействие приводит к образованию связанных состояний — атомов и сложных ионов. Соответственно встречный процесс — ионизация — является либо термической, либо холодной. Первая описывается системой уравнений Саха. Плазма является частично ионизованной, если $I > T$, где I—потенциал ионизации атома. Холодная ионизация является результатом сильного сжатия. Радиус иона R_i зависит от его заряда Z и заряда ядра Z_n, $R_i = R_i(Z_n, Z)$. Он не может быть больше среднего межчастичного расстояния. Их приравнивание дает уравнение для оценки величины заряда Z, реализующегося в сжатом веществе:

$$R_i(Z_n, Z) = \bar{r}.$$

Кулоновские взаимодействия не исчерпывают собою набор межчастичных взаимодействий. Взаимодействие сложного иона и электрона на расстояниях, соизмеримых с радиусом иона, усиливается, поскольку ядро полностью не экранируется связанными электронами. Радиус иона по порядку величины равен томас-фермиевскому радиусу, $R_i \sim a_0(Z_n - Z)^{1/3}$, где Z_n — зарядовое число ядра.

В слабоионизованной плазме существенны взаимодействия зарядов с нейтральными атомами и молекулами. Наиболее важны поляризационные силы. В качестве параметра неидеальности может выступать суммарный потенциал, создаваемый в месте расположения иона окружающими его атомами, отнесенный к температуре,

$$\Gamma_{ai} = 2\pi\alpha e^2N_a/R_aT; \qquad (4)$$

здесь α — поляризуемость атома, R_a — его радиус. Значения R_a порядка e^2/I, где I — энергия иониза-

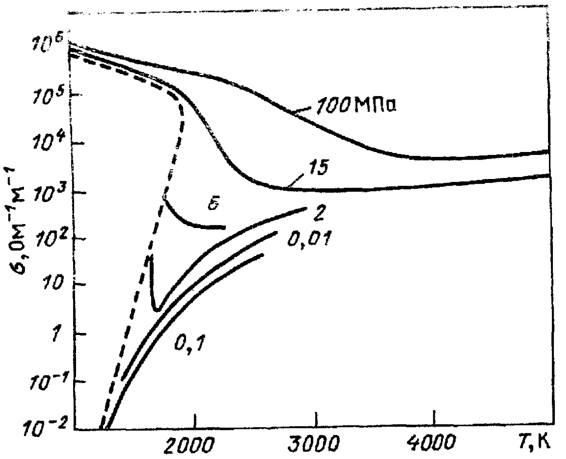

Рис. 1. Изобары электропроводности цезия, полученные разными авторами (библиографию см. в [1]). Пунктир — электропроводность на кривой сосуществования фаз

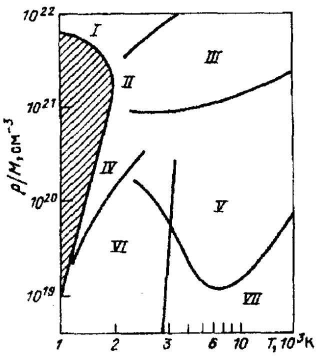

Рис. 2. ρ — T-диаграмма цезия [2]. Область *I* — жидкий металл, *II* — переход металл—диэлектрик, *III* — неидеальная полностью ионизованная плазма, *IV* — неидеальная плазма паров металлов (слабоионизованная плазма), *V* — слабонеидеальная сильноионизованная плазма, *VI* — слабонеидеальная плазма паров металла, *VII* — идеальная сильноионизованная плазма

ции атома. Будучи, конечно, более слабым, чем кулоновское, это взаимодействие тоже способно образовывать связанные состояния. Появление молекулярных и кластерных ионов в парах металлов", сдвигая ионизационное равновесие, изменяет электропроводность.

Посмотрим, каким образом межчастичные взаимодействия проявляются в величинах электропроводности на примере цезия. Рис. 1 построен по результатам большого числа экспериментальных и теоретических работ. Показаны изобары электропроводности на кривой сосуществования жидкости и газа. На рис. 2 плоскость "плотность — температура" разделена на ряд характерных областей.

В паре (область *VI)* электропроводность растет при нагреве вследствие термической ионизации и с ростом давления уменьшается пропорционально $p^{-1/2}$, что соответствует формулам газовой кинетики. Однако уже в плотном паре простые зависимости заменяются более сложными. В районе изобар 1 атм (или 10 атм) неидеальность приводит к изменению знака $(\mathrm{d}\sigma/\mathrm{d}p)_T$, а на изобарах возникают немонотонности. Эти эффекты (область *IV)* обусловлены взаимодействием ионов и электронов с атомами, образованием кластерных ионов.

В жидкости электропроводность уменьшается при нагреве, а с ростом давления возрастает. Особенно резким является уменьшение электропроводности при нагреве на изобарах при давлениях, близких к критическому. Здесь в области *II* происходит моттовский переход металл—диэлектрик, поскольку электроны связываются в атомах. Электропроводность на изобарах происходит через минимум. При дальнейшем нагреве, приводящем к росту степени ионизации, изобары *о* выходят в область неидеальной сильно ионизованной плазмы, область *III*. При высоких температурах рано или поздно все изобары выходят на спитцеровские значения, соответствующие слабонеидеальной ионизованной плазме. Эти значения лишь логарифмически зависят от давления. Поэтому все изобары постепенно собираются на рис. 1 вместе.

Плотности вещества, соответствующие в цезии концентрациям 10^{22} частиц см^3 и более высоким, достигаются при больших импульсных энерговкладах в конденсированное вещество. Это область многократной ионизации, достигаемой путем сильного сжатия. В этой интересной области уже получены первые экспериментальные результаты.

3. Электропроводность идеальной плазмы. В слабо ионизованной плазме можно пренебречь взаимодействиями с ионами и межэлектронными взаимодействиями, а учитывать лишь взаимодействия электронов с атомами (молекулами) газа. Если этот газ можно считать идеальным, а взаимодействие электронов с его атомами можно рассматривать как последовательность назависимых парных столкновений, то применимо приближение лоренцевского газа.

Для невырожденной плазмы это приближение дает (см., например, [3])

$$\sigma = (4/3\sqrt{\pi})\, e^2 N_e m^{-1} T^{-5/2} \times$$

$$\times \int_0^\infty E^{3/2} \nu(E)^{-1} \exp(-E/T)\,\mathrm{d}E, \qquad (5)$$

где $\nu(E) = N_a q(E)(2E/m)^{1/2}$ — частота столкновений, N_a — плотность атомов (молекул), $q\ (E)$ — транспортное сечение рассеяния.

В сильноионизованной плазме преобладают столкновения с ионами. Если плазма не вырождена, ее электропроводность дается формулой Спитцера

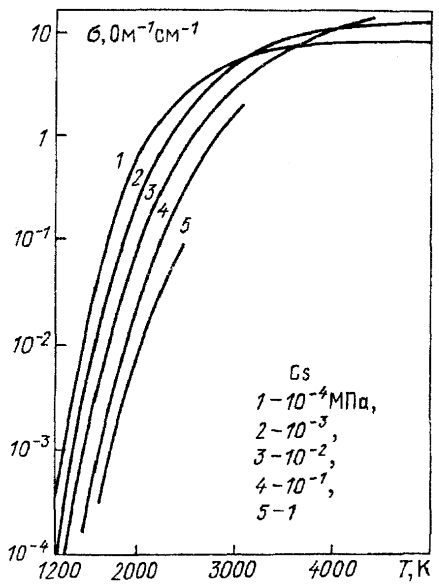

Рис. 3. Изобары электропроводности плазмы цезия [4]

$$\sigma = \gamma_E(Z)\cdot 2(2T)^{3/2}\,(\pi^{3/2}Ze^2m^{1/2}\ln\Lambda)^{-1},$$
$$\ln\Lambda = \ln(3/\Gamma_D), \qquad (6)$$

где Z — зарядовое число иона. Специфика дальнодействующего кулоновского взаимодействия состоит в преобладании рассеяния на малые углы, учитываемого "кулоновским логарифмом" $\ln\Lambda$. Величина Л в классической плазме определяется отношением максимального прицельного расстояния — радиуса экранировки, т.е. длины Дебая, к минимальному прицельному расстоянию—длине Ландау. Это отношение совпадает с параметром плазменной неидеальности Γ_D.

При высокой температуре, когда длина Ландау оказывается меньше тепловой длины волны электрона, последняя принимает на себя роль минимального прицельного расстояния и входит в выражение для Λ.

Спитцеровский фактор $\gamma_E(Z)$ отличает формулу (6) от той, которая возникла бы, если для расчета электропроводности сильно ионизованной плазмы воспользоваться лоренцевским приближением (5). Фактор $\gamma(Z)$ учитывает роль межэлектронных столкновений:

Заряд иона Z:	1	2	4	16	∞
Множитель $\gamma_E(Z)$:	0,582	0,683	0,785	0,923	1,000

Межэлектронные взаимодействия уменьшают электропроводность. Дело в том, что во внешнем электрическом поле функция распределения электронов по скоростям вытягивается вдоль поля. Электрон-электронные взаимодействия, противодействуя этому, несколько симметризуют распределение электронов, что и приводит к уменьшению коэффициентов переноса. В пределе больших Z множитель γ_E стремится к единице, поскольку роль межэлектроиных столкновений уменьшается по сравнению с ролью столкновений электронов с ионами.

Формула (6) является асимптотически точной при условии, что $\ln\Lambda >> 1$. Рядом исследователей вычислялись последующие, т.е. внелогарифмические, члены разложения а. Однако они практически не расширяют область применимости (6).

Если температуры высоки, но ионы же ободраны не полностью, то амплитуда кулоновского рассеяния Ze^2/T становится сравнимой с собственным радиусом сложного иона R_i. Тогда некулоновское рассеяние на ионах становится существенным.

Плазму можно считать сильноионизованной, если электроны чаще сталкиваются с ионами, а не с атомами. Приравнивая частоты этих столкновений, получаем

$$qN_a = (\pi e^4/T^2)\,N_e\ln\Lambda\,. \qquad (7)$$

Формула (7) дает уравнение для кривой, разделяющей на рис. 2 области *VI* и *VII* — области слабо ионизованной и сильноионизованной плазмы.

Электропроводность плазмы в области промежуточных степеней ионизации вычисляется методом последовательных приближений Чепмена — Энскога. Метод обладает плохой сходимостью. В связи с этим был предложен ряд интерполяционных формул типа формулы Фроста:

$$\sigma = (4/3\sqrt{\pi})\,e^2N_em^{-1}T^{-5/2}\times$$
$$\times\int_0^\infty E^{3/2}\,(\nu(E)+\nu_i(E)\gamma_E^{-1})^{-1}\,e^{-E/T}\,\mathrm{d}E, \qquad (8)$$

где $\nu_i(E)$ — частота электрон-ионных столкновений

$$\nu_i(E) = 2\pi Z^2e^4E^{-3/2}N_i\,(2m)^{-1/2}\ln\Lambda.$$

На рис. 3 представлены расчеты зависимости электропроводности цезия от температуры. При больших температурах все кривые $\sigma(T)$ выходят на спитцеровские значения. Они остаются близкими до тех значений температур, пока не начнется вторая ионизация. При низких температурах, когда плазма слабоионизована, основное влияние на o оказывает параметр $I/2T$, определяющий концентрацию электронов.

Диапазон давлений и температур на рис. 3 ограничен условиями слабой неидеальности по кулоновскому взаимодействию $\ln\Lambda \geq 3$ и по взаимодействию ионов с атомами $\Gamma_{ai} \leq 1$.

На рис. 4 представлены изотермы электропроводности частично ионизованной плазмы аргона, вычисленные в различных приближениях [5]. Значения, даваемые (8) и полученные при решении кинетического уравнения методом Чепмена — Энскога,

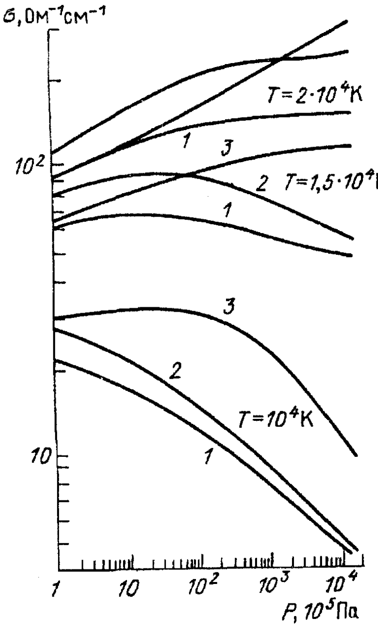

Рис. 4. Изотермы электропроводности частично ионизованной плазмы аргона [5]. *1* — формула Фроста, 2 — метод Чепмена — Энскога, *3* — аддитивное приближение

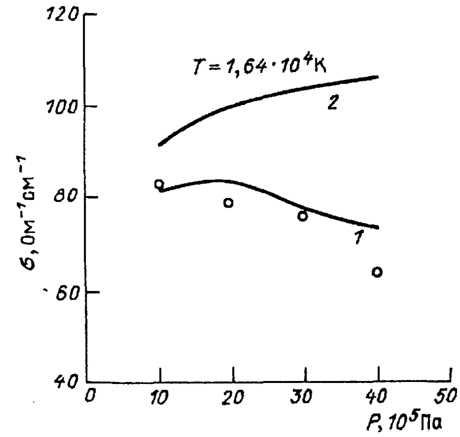

Рис. 5. Электропроводность слабонеидеальной плазмы аргона [6]. Расчет: *1* — метод Чепмена — Энскога, *2* — формула Спитцера, эксперимент — точки [7]

близки. Весьма грубым является "аддитивное" приближение, в котором удельные сопротивления, обусловленные рассеянием на атомах и ионах, складываются.

Приведенные выше формулы удовлетворительно описывают экспериментальные данные. На рис. 5 дано сопоставление с недавними результатами [7]. Эти экспериментальные данные относятся к областям *VI* и *VII* на рис. 2.

4. Жидкометаллическое состояние. Другая область, в которой электроны можно считать почти свободными, соответствует жидким металлам. Несмотря на то, что межэлектронный параметр неидеальности $\Gamma_{ee} = r_s$ близок к единице и даже ее превышает, приближение почти свободных *электронов,* как известно, является вполне удовлетворительным. Однако интересующая нас область жидкометаллических состояний составляет не хорошо изученную окрестность точки плавления, а область так называемых расширенных жидкометаллических состояний. Экспериментальные данные, полученные в ряде лабораторий, указывают на понижение электропроводности по мере уменьшения плотности, которое становится весьма резким при приближении к критической точке (рис. 6).

Это изменение электропроводности отражает изменение состояния электронной подсистемы от почти свободных электронов до электронов сильновзаимодействующих, поскольку r_s сильно возрастает, и частично локализованных. В какой мере все же традиционная теория электропроводности жидких металлов еще описывает расширенные состояния?

Она исходит из того, что почти свободные электроны испытывают последовательные акты рассеяния на сильно коррелированных ионах. Ионы, еще очень далекие от вырождения, сильно взаимодействуют, $\Gamma_{ZZ} \gg 1$. Это позволяет применить приближение лоренцевского газа, но, усредняя по пространственному распределению рассеивателей, надо обязательно учесть их взаимную корреляцию. Поэтому формула для *σ* содержит ионный структурный фактор $S(q)$:

$$\sigma = E_{\rm F}^{3/2}\,(2^{1/2}\pi Z e^2 m^{1/2})^{-1} \times$$

$$\times \int_0^\infty E^3\,(\ln\Lambda)^{-1}\,(-{\rm d}f/{\rm d}E)\,{\rm d}E, \qquad (9)$$

$$\ln\Lambda = \int_0^{q_{\rm m}} (V(q)/4\pi Z e^2)^2\, S(q)\, q^3 {\rm d}q;$$

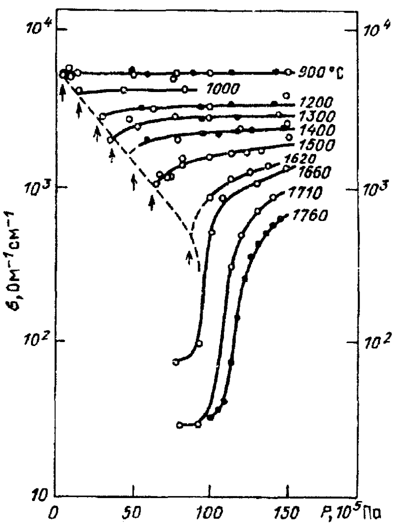

Рис. 6. Изотермы электропроводности цезия в области жидкости и вблизи перехода металл—диэлектрик [8]

здесь $f = \{1 + \exp[(E-\mu)/T]\}^{-1}$ — функция распределения электронов по энергиям E, μ — химический потенциал электронов, связанный с концентрацией электронов соотношением

$$E_F^{3/2} = (2/3)\int_0^\infty E^{1/2} f(E)\,\mathrm{d}E,$$

E_F — энергия Ферми, $q_m = 2(2mE)^{1/2}\hbar^{-1}$ — максимальный переданный импульс, $F(q)$ — фурье-компонента потенциала рассеяния. Она может браться в разных приближениях: фурье-компонента кулоновского потенциала или псевдопотенциала, либо делиться на диэлектрическую проницаемость электронов, чтобы учесть неидеальность электронной подсистемы.

Если электроны сильно вырождены, возникает собственно формула Займана для электропроводности жидкого металла:

$$\sigma = E_F^{3/2}(\sqrt{2}\pi Ze^2 m^{1/2}\ln\Lambda)^{-1}, \qquad (10)$$

$$\ln\Lambda = \int_0^{2k_F}\left(V(q)/4\pi Ze^2\right)^2 S(q)\,q^3\mathrm{d}q,$$

где k_F — импульс Ферми. Эта формула и более сложные ее видоизменения с успехом применяются для описания электропроводности жидких металлов; см., например, [10].

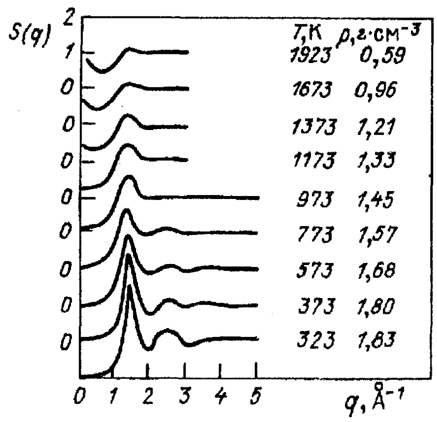

Рис. 7. Структурный фактор цезия [9]

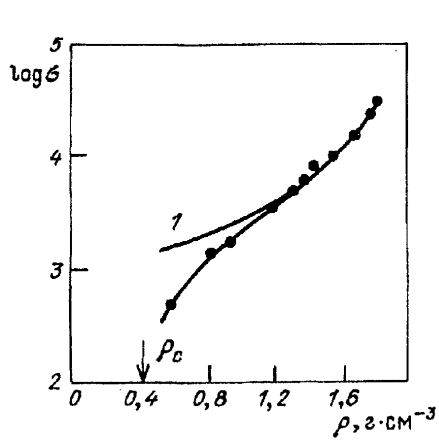

Рис. 8. Расхождения между измеренными значениями электропроводности цезия вблизи критической точки (точки) и вычисленными по формуле Займана (кривая *1*) [11]

Структурный фактор является важнейшей характеристикой плотной среды. Он непосредственно связан с бинарной корреляционной функцией ионов $g(r)$:

$$S(q) = 1 + N_i\int \exp(-\mathrm{i}\mathbf{qr})\,(g(r)-1)\mathrm{d}^3r. \qquad (11)$$

Исчерпывающий объем информации о структурном факторе классических кулоновских систем получен в результате математического моделирования термодинамики однокомпонентной плазмы (см., например, [1]). Структурный фактор может быть получен в экспериментах при рассеянии тепловых нейтронов или γ-излучения. Для расширенных рубидия и цезия это уже сделано [9]. На рис. 7 представлены результаты измерений $S(q)$, выполненные в жидком цезии от точки плавления до критической точки. Видно, как постепенно исчезает ближний порядок, столь хорошо выраженный в окрестности точки плавления, где параметр $\Gamma_{zz} = 183$. В окрестности критической точки среда оказывается сильнонеупорядоченной. Среднее координационное число падает при этом от 8,5 до 2,7.

В [11] было проведено сопоставление результатов расчета по формуле Займана с экспериментальными данными, полученными для сильно расширенного цезия (рис. 8). Где-то в районе плотности, в два раза превышающей критическую, теория систематически завышает a. Это является следствием того, что концепция свободных электронов уже неприменима. И это так, если вспомнить, что в околокритической области происходит переход металл — диэлектрик.

Заметим, что формула (10) имеет и другую область применимости. Она применима для слабонеидеальной плазмы, т.е. разогретой настолько, что $\Gamma_{zz} < 1$, но с электронами еще вырожденными. Формулу для электропроводности с логарифмической точностью можно получить, пренебрегая в (10) межионной корреляцией и интегрируя от $q_{\min}$ до $q_{\max}$. Результат структурно совпадает с формулой Спитцера, если заменить в ней температуру на энергию Ферми, а радиус дебаевской экранировки на фермиевский.

В вырожденной плазме не возникает проблема с межэлектронными столкновениями. Их эффект подавляется принципом Паули.

5. Электропроводность в окрестности критической точки металлов. Непрерывное понижение плотности до критической точки и ниже вызывает переход в неметаллическое состояние и резкое уменьшение σ (рис. 9; область *II* на рис. 2). Это со-

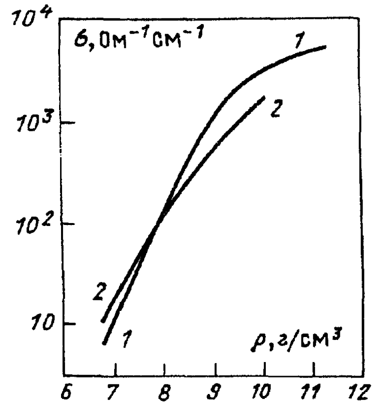

Рис. 9. Электропроводность ртути в зависимости от плотности при T=1800 K. *1* — теория [12], *2* — эксперимент [14]

ставляет переход Мотта. В разогретых системах он происходит не скачкообразно, а на сравнительно широком интервале плотностей. Микроскопически описание этого перехода связано, как известно, с большими трудностями. Ниже излагается феноменологическая теория [12,13]. Согласно [12] следует исходить из того, что между обычным металлическим состоянием и слабоионизованным газом существуют промежуточные состояния, в которых валентные электроны нельзя считать ни свободными, ни связанными. За основу можно взять картину газа атомов, которые в своих основных состояниях частично перекрываются электронными оболочками. Радиус оболочки определим, как радиус классически разрешенной области движения валентных электродов; он равен e^2 / I, где I — энергия ионизации атома. Если эти области перекрываются, становится возможным классический обмен электронами.

Доля разрешенного для валентных электронов объема плазмы дается, следовательно, выражением

$$\xi_0 = (4\pi/3)\,(e^2/I)^3\,N_i, \tag{12}$$

где $N_i = \rho/M$, ρ — плотность вещества. Имеются два характерных значения доли разрешенного объема. Величина ξ_0 =0,29 характеризует так называемый порог протекания. Лишь если ξ_0 = 0,29, возникает "бесконечный кластер" — связная разрешенная область, пронизывающая весь объем плазмы. По этой области возможно распространение электронов, хотя они и не чувствуют себя полностью свободными. Другое характерное значение соответствует плотной упаковке разрешенных областей радиуса e^2 / I, а именно, ξ_0 = 0,74. При ξ_0=0,74 классически доступным становится весь объем плазмы. Поэтому электроны движутся как свободные. Интервалу, лежащему между 0,29 и 0,74, удовлетворяет интервал плотностей, в котором происходит моттовский переход. Для щелочных металлов — это интервал плотностей от половины до удвоенной критической плотности.

Электропроводность определяется формулой

$$\sigma = eN_e\langle\mu_p\rangle, \tag{13}$$

где $\langle\mu_p\rangle$ — подвижность электрона импульса p, усредненная по импульсам. Электрон, обладающий энергией $p^2/2m$, имеет несколько более широкую область разрешенного объема, нежели ξ_0, а именно,

$$\xi_p = \xi_0\,[1-(p^2/2mI)]^3. \tag{14}$$

Ниже порога протекания $\xi_0 < 0{,}29$ его подвижность равна нулю. Если $\xi_p > 0{,}74$, подвижность равна подвижности свободного электрона μ_p. В [12] было предположено, что μ_p зависит только от ξ_p, и проведена линейная аппроксимация этой зависимости внутри рассматриваемого интервала ξ_p.

После усреднения были получены следующие приближенные формулы. В интервале $\xi_p < 0{,}29$ подвижность экспоненциально убывает при охлаждении

$$\langle\mu_p\rangle/\mu_m = (2/\sqrt{\pi})\,\Delta_1(\Delta_2-\Delta_1)^{-1}\times$$
$$\times\,(T/\Delta_1)^{1/2}\exp(-\Delta_1/T),\quad \Delta_1 \gg T.$$

Если $0{,}29 < \xi_0 < 0{,}74$, то

$$\langle\mu_p\rangle/\mu_m = [(3T/2)-\Delta_1)]\,(\Delta_2-\Delta_1)^{-1},\ \Delta_2 \gg T;$$

здесь энергии Δ_1 и Δ_2 определяют собою при заданной плотности уровень энергии протекания и уровень энергии свободного распространения:

$$\Delta_1 = I\,[1-(\xi_0/0{,}29)^{1/3}],$$
$$\Delta_2 = I\,[1-(\xi_0/0{,}74)^{1/3}].$$

Со стороны высоких плотностей область применимости полученных выражений ограничена применимостью больцмановской статистики. Однако фактически — это почти вся обсуждаемая область.

Теория хорошо описывает поведение электронных коэффициентов в области перехода металл-диэлектрик. На рис. 9 сопоставление проведено для электропроводности ртути.

6. Электропроводность неидеальной сильноионизованной плазмы. Электропроводность неидеальной сильноионизованной плазмы была измерена в целом ряде лабораторий. В достаточной степени однородные объемы плазмы создавались при нагреве и сжатии вещества в ударных волнах, а также в результате импульсного омического нагрева. В ударноволновых экспериментах наиболее высокий уровень неидеальности, соответствующий Γ_D = 4, был достигнут в результате сжатия околокритического ксенона за отраженной ударной волной [15]. Это значение Γ_D соответствует маделунговскому параметру неидеальности Γ_{Ze} = 1,75.

На рис. 10 приведены в зависимости от параметра Γ_{Ze} значения безразмерной электропроводности

$$\sigma^* = \sigma Z e^2 m^{1/2} T^{-3/2}. \tag{15}$$

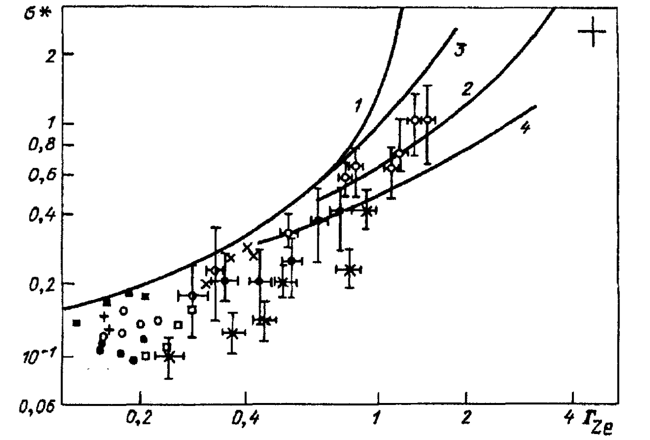

Рис. 10. Зависимость безразмерной электропроводности плазмы σ^* от параметра неидеальности [16]. Теория: *1* — σ^*_{Sp}, *2* — приближение *t*-матрицы, *3* — (14), *4* — (15). Эксперимент: точки — результаты разных авторов (библиографию см. в [16]), большой прямой крест — данные [17]

Приведенная электропроводность σ^* является универсальной характеристикой классической кулоновской системы. В сильно неидеальной плазме именно параметр Γ_{Ze} характеризует интенсивность электрон-ионного взаимодействия, поскольку радиус корреляции становится близким к среднему расстоянию между ионами. Что же касается радиуса Дебая, то он, убывая, становится меньшим 7 и не характеризует экранировку.

Высокие уровни неидеальности были достигнуты при пропускании мощных импульсов тока через капилляры [17,18]. В [17] была измерена электропроводность плазмы меди при плотностях 1—2 г/см^3 и температурах (6 –10) • 10^3 К. Ориентировочное место этих результатов показано на рис. 10 при значении $\Gamma_{Ze} \approx 5$. Надежная привязка этих значений электропроводности к термодинамическим параметрам требует разработки специального гидродинамического кода для описания расширения плазмы и ее отражения от стенок капилляра.

Отметим, что плазма, возникающая в экспериментах [17], уже находится на грани вырождения, так как температура близка к энергии Ферми. Электрон-ионное взаимодействие в вырожденной плазме характеризуется параметром r_s. Этот параметр в эксперименте [17] составляет ту же самую величину, близкую к 5.

Полученная совокупность экспериментальных данных определенно указывает на занижение значений электропроводности по сравнению со значениями, даваемыми формулой Спитцера. Асимптотические выражения, уточняющие формулу Спитцера, удерживая внелогарифмические члены разложения σ, лишь усугубляют это расхождение. Естественно, что формула Спитцера здесь и не должна работать, поскольку нарушаются основные предположения кинетической теории. Удивительно скорее то, что она дает разумные значения вплоть до Γ_{Ze} близких к единице.

Задача состоит в том, чтобы построить новые выражения для а, переходящие в правильные предельные формулы и хорошо описывающие экспериментальные данные.

Для этой цели в [19] предложена модель, приближенно учитывающая возрастающую межчастичную корреляцию. Исходным является выражение (9), учитывается статическая дебаевская экранировка электрон-ионного потенциала и в том же приближении взят структурный фактор

$$V(q)/4\pi Ze^2 = q^2 + q_{\mathrm{D}}^2\ , \quad S(q) = q^2\,(q^2 + q_{\mathrm{D}}^2)^{-1},$$

где $q_{\mathrm{D}} = r_{\mathrm{D}}^{-1}$. Чтобы обеспечить с точностью до электрон-электронного рассеяния спитцеровскую асимптотику σ, величина максимально передаваемого импульса была принята равной $2E/Ze^2$. Это не вызывает возражений, поскольку она близка к обратной величине амплитуды кулоновского рассеяния.

Для невырожденной плазмы получаем выражение для *а,* в котором место кулоновского логарифма занимает более сложное выражение

$$\ln\Lambda = \frac{1}{2}\,[\ln(1+\alpha^2) - \alpha^2\,(1+\alpha^2)^{-1} - \\ - \frac{1}{2}\alpha^4\,(1+\alpha^2)^2\,],$$

где $\alpha = q_{\mathrm{m}} r_{\mathrm{D}}$. В пределе слабой неидеальности, когда $\ln\Lambda = 1$, это выражение переходит в обычный кулоновский логарифм $\ln\Lambda = \ln(\alpha/2)$. Для сильно неидеальной плазмы выражение *о* в противоположность формуле Спитцера не содержит нефизической расходимости. На рис. 10 кривая *3* соответствует

$$\sigma^* = 2^{5/2}\pi^{-3/2}\gamma_{\mathrm{E}}\,(\ln\Lambda)^{-1}.$$

Логарифм $\ln\Lambda$ вычисляется согласно (14).

Другая простая модель [6], тоже решающая поставленную задачу, связана с использованием в качестве электрон-ионного потенциала так называемого МТ-потенциала

$$V(r) = -\,Ze^2/r \ \text{при}\ r \le \bar r,\ V(r) = 0\ \text{при}\ r > \bar r.$$

Радиус МТ-сферы выбран равным среднему межионному расстоянию. Этот выбор правильно отражает то, что именно $\bar r$ в области сильной неидеальности становится радиусом экранировки. Транспортное сечение электрон-ионного рассеяния на МТ-потенциале имеет вид

$$q(E) = 2\pi\,\bar r^{\,2}\,[\zeta^2(\zeta^2-1)^2\ln\zeta^2 - (\zeta^2-1)\,],$$
$$\zeta = 2\bar r E/e^2.$$

В [6] с использованием этого сечения было решено

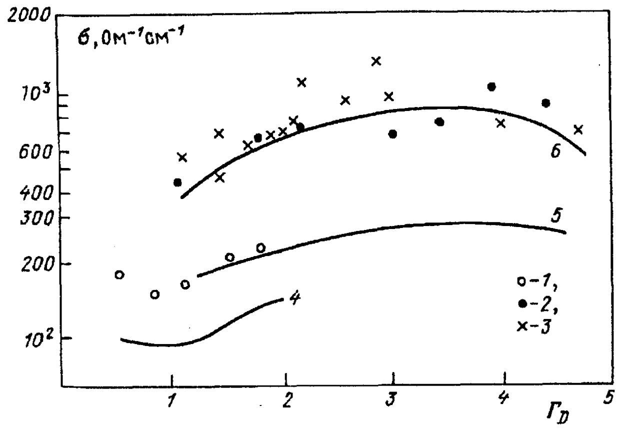

Рис. 11. Электропроводность неидеальной плазмы аргона и ксенона. Эксперимент: *1* — аргон [21], 2 — ксенон [21], *3* — ксенон [15]. Расчет [20]: *4* — аргон, *5* — ксенон для условий [21], 6 — ксенон для условий [15]

методом Чепмена — Энскога кинетическое уравнение. В результате расчетов, проведенных при $0{,}5 < \Gamma_D < 10$, предложена простая аппроксимация для электропроводности такой плазмы

$$\sigma^* = 0{,}591\ [1 + \delta(\Gamma_D - \Gamma_{D0})],$$

где $\delta = 0{,}155$, $\Gamma_{D0} = 3{,}6$. Она представлена на рис. 10. В частности было найдено, что для плазмы с однозарядными ионами множитель, учитывающий влияние межэлектронных столкновений, $\gamma_E(1) = 0{,}71$.

Непосредственное сопоставление с измеренными в [21] значениями σ частично ионизованной плазмы, проведенное в [6,20], показало, что расчетные значения оказываются заметно меньшими измеренных (рис. 11). Неясно, впрочем, свидетельствует ли это о недостаточности теории, или отражает грубость обработки непосредственно измеряемых величин.

Отметим, далее, работы, выполненные на базе обобщенных кинетических уравнений. В [22] получена интерполяционная формула электропроводности невырожденной плазмы, применимая в условиях, когда параметры Γ_{Ze} и T/E_F достигают значений порядка единицы. В [23] получены аппроксимации, применимые при любой степени вырождения.

Все же при больших значениях параметров неидеальности основные предпосылки кинетической теории становятся несправедливыми. Устраняя трудности с далекими столкновениями (с кулоновским логарифмом), надо иметь в виду, что и близкие взаимодействия оказываются непарными. Длина пробега $[(Ze^2/T)^2 N_i\ ]^{-1}$ электрона становится сравнима с длиной рассеяния Ze^2/T и со средним расстоянием между рассеивателями $N_i^{-1/3}$. В этих условиях необходима альтернатива газокинетическому приближению. Ею может являться ячеечная модель плазмы.

7. Электропроводность ячеечной плазмы. С увеличением плотности параметр межионного взаимодействия $\Gamma_{ZZ} = Z^2e^2/\bar{r}\,T$ становится большим. Ионы стремятся расположиться на как можно больших расстояниях друг от друга. При этом возникают условия применимости ячеечного приближения. Все вещество разбивается на сферические ячейки радиуса $\bar{r}$, каждая из которых содержит ион, экранированный Z электронами. Эта физическая картина вполне соответствует результатам численного моделирования структуры, проведенным в рамках модели однокомпонентной плазмы Хансеном с сотрудниками (см., например, [1]). Простейший вариант модели соответствует тому, что в плазме с многократной ионизацией межэлектронным взаимодействием можно пренебречь, а электрон-ионные считать слабыми, т.е. считать выполненными неравенства (3). Тогда можно считать распределение свободных электронов в ячейке пространственно однородным. Электрон-ионный ячеечный потенциал дается решением уравнения Пуассона — Больцмана при граничных условиях $V(\bar{r}) = 0$, $(\mathrm{d}F/\mathrm{d}r)\,(\bar{r}) = 0$. В результате

$$V = -(Ze^2/\bar{r})\,\Phi(r/\bar{r}),$$
$$\Phi(x) = x^{-1}(1 - 3x/2 + x^3/2). \tag{16}$$

Это приближение оказывается не таким уж плохим и при $\Gamma_{Ze} \approx 1$. В самом деле, даже при $\Gamma_{Ze} \gg 1$ равновесное распределение свободных (с полной энергией больше нуля) электронов в этом потенциале не содержит больших параметров:

$$N_e(r) \approx Z(4\pi\bar{r}^{\,3}/3)^{-1} A^{-1}\,\Phi(r/\bar{r})^{1/2},$$
$$A = 3\int_0^1 \Phi^{1/2}x^2\mathrm{d}x.$$

В основной части ячеечного объема электроны распределены почти однородно.

Потенциал $V(r)$ является короткодействующим, и эффективный потенциал обладает центробежным барьером. Свободные электроны, характеризующиеся на входе в ячейку большими прицельными расстояниями, отражаются от барьера, не проникая в глубь ячейки. Однако при больших Γ_{Ze} их доля мала, она соответствует таким прицельным расстояниям b что

$$\bar{r}\,[1 - (3\Gamma_{Ze})^{-1}\ ] \le b \le \bar{r};$$

здесь, $\Gamma_{Ze} = 2Ze^2/\bar{r}mv^2$ — параметр взаимодействия для электрона со скоростью v на входе в ячейку. Большая часть электронов втягивается в ячейку и, облетая ион по полуокружности малого радиуса, проходит, таким образом, полный путь 27. Разделив его на среднюю скорость v_{av}, получаем время пролета ячейки $2\bar{r}/v_{av}$.

Среднюю скорость электрона приближенно запишем в виде $v_{\rm av} = v_{\rm T(F)}\,(1 + \Gamma_{\rm Ze}^{1/2})$, где $v_{\rm T(F)}$ — тепловая (или фермиевская) скорость электрона. Тогда для электропроводности получаем

$$\sigma = N_{\rm e}e^2\tau/m = (N_{\rm e}e^2/m)\cdot 2\bar{r}v_{\rm T(F)}^{-1}\,(1 + \Gamma_{\rm Ze}^{1/2})^{-1}. \quad (17)$$

При больших $\Gamma_{\rm Ze}$ оказывается, что $\sigma \sim \omega_{\rm pe}$, т.е. пропорциональна плазменной частоте электронов, $\omega_{\rm pe} = (4\pi e^2 N_{\rm e}/m)^{1/2}$. В пределе больших $\Gamma_{\rm Ze}$ электропроводность должна стать пропорциональной $\omega_{\rm pe}$ из соображений размерности.

Предположение о пропорциональности электропроводности плазменной частоте было выдвинуто [24], исходя из других физических соображений. Согласно им динамика электронов определяется рассеянием на тепловых плазменных колебаниях. В [24] предполагалось, что этот механизм является существенным уже в условиях умеренной неидеальности, соответствующей условиям экспериментов рис. 10. С тех пор вопрос о роли рассеяния на плазменных колебаниях хотя и обсуждался в литературе, но остался неясным.

Формула (17) является одним из частных случаев формулы Иоффе — Регеля. В газокинетическом приближении электропроводность пропорциональна длине свободного пробега. Она падает при увеличении плотности. Иоффе и Регель исходили из того, что имеется естественный предел уменьшению длины свободного пробега. Она не может стать меньше среднего расстояния между рассеивателями. Если же это расстояние оказывается меньше дебройлевской длины электрона А, то длина свободного пробега не может быть меньше Я. Формула Иоффе — Регеля имеет вид

$$\sigma = (N_{\rm e}e^2/m)\, l_{\rm min}/v_{\rm av}, \quad (18)$$

где $l_{\rm min}$ — минимальная длина пробега свободного электрона в среде, $v_{\rm av}$ — его средняя скорость. Говорят, что формула Иоффе — Регеля определяет минимальную электропроводность плотной среды, в которой задана концентрация свободных электронов.

Коротко остановимся еще на одном важном вопросе. Область применимости ячеечного приближения допускает сочетание высоких плотностей и температур. Это очень важная для приложений область. Такие состояния возникают при воздействии мощных импульсов энергии на конструкционные материалы. При высоких температурах электрон, взаимодействуя с ионом, который полностью не ободран, может проникать в глубь его электронных оболочек. Ячеечный потенциал теперь характеризуется по меньшей мере тремя параметрами $Z_{\rm n}$, Z, $\bar{r}$, где $Z_{\rm n}$ — заряд ядра. Возможны различные приближения к $V(r)$. Например, аналогично [25] можно предложить

$$V(r) = -(Z_{\rm n} - Z)\,e^2 r^{-1}\,(1 + rR_{\rm c}^{-1})^{-2} \times$$
$$\times\,(1 - r\bar{r}^{-1})^2 + Ze^2\bar{r}^{-1}\,\Phi(r/\bar{r});$$

здесь $R_{\rm c} = a_0\,(1{,}66Z^{1/3})^{-1}$ — томас-фермиевский радиус ионного кора, $\Phi(r/\bar{r})$ дается прежним выражением (16). Учет ионного кора усиливает взаимодействие, эффективно увеличивает параметр взаимодействия $\Gamma_{\rm Ze}$.

8. Слабонеидеальная плазма паров металла. Кластерные ионы. В слабоионизованной плазме электропроводность определяется не столько подвижностью электронов, сколько величиной степени ионизации. Она в свою очередь определяется параметром $I\,/\,2T$ (I — энергия ионизации), который содержится в показателе экспоненты уравнения Саха, определяющего степень ионизации. Поэтому на первый план выходит обсуждение ионизационного равновесия. Основное воздействие на него оказывают взаимодействия заряженных частиц с нейтральными. В парах металлов это взаимодействие, характеризуемое параметром $\Gamma_{\rm ai}$ (4), становится сильным еще при умеренных плотностях вследствие высоких значений поляризуемостей атомов металлов. Оно проявляется в появлении в составе плазмы кластерных ионов и, как оказывается, в меньшей мере в снижении потенциала ионизации [1].

В настоящее время накопился уже весьма большой объем информации об утяжеленных кластерных ионах [26]. Для определения состава плазмы, образованной электронами (е), атомами (А), двухатомными молекулами (A_2), двух- и трехатомными положительно заряженными ионами (A_2^+, A_3^+) и двухатомными отрицательно заряженными ионами (A_2^-), рассмотрим следующие равновесия:

$$\begin{array}{lll}
e + A^+ \rightleftarrows A, & N_{\rm e}N^+/N = K_1, & \\
e + A \rightleftarrows A^-, & N_{\rm e}N/N^- = K_2, & \\
A + A \rightleftarrows A_2, & NN/N_2 = K_3, & \\
A + A^+ \rightleftarrows A_2^+, & NN^+/N_2^+ = K_4, & (19)\\
A_2 + A^+ \rightleftarrows A_3^+, & N_2N^+/N_3^+ = K_5, & \\
e + A_2 \rightleftarrows A_2^-, & N_{\rm e}N_2/N_2^- = K_6; &
\end{array}$$

здесь $K_{\rm i}$ — константы химического равновесия. Уравнение (19) вместе с условиями сохранения заряда и полного числа частиц позволяет получить

$$N_{\rm e}^2 = K_1N\,[1 + (N/K_4) + (N^2/K_3K_5)\,] \times$$
$$\times\,[1 + (N/K_2) + (N^2/K_3K_6)\,]^{-1}. \quad (20)$$

Легко видеть, что большая дробь в (20) отражает влияние молекулярных тонов на $N_{\rm e}$. Отдельные слагаемые в числителе (знаменателе) дроби соответствуют вкладу того или другого положительного (отрицательного) иона. Очевидно, что учет кластерного иона A_4^+ привел бы к появлению следующего члена ряда в знаменателе и т.д.

На рис. 12 показана зависимость состава заряженной компоненты плазмы паров цезия, рассчитанного на изобаре $p = 20$ атм. Видно, что по мере уменьшения температуры тяжелые ионы играют все большую роль. Ион A^+, преобладающий среди положительных ионов при $T > 2200$ К, сменяется ионом A_2^+, которого в свою очередь сменяет ион A_3^+. Поэтому при дальнейшем охлаждении можно ожидать появления еще более тяжелых положительных ионов. Среди отрицательно заряженных компонент при $T < 2000$ К преобладает ион A^-. Однако ион A_2^- остается мало заметным и нет оснований ожидать появления при дальнейшем охлаждении значительных концентраций ионов A_3^-. Эти закономерности по мере усиления неидеальности усиливаются.

Эта асимметрия весьма характерна. Она отражает общую закономерность — взаимодействия ион — атом или ион — молекула являются более сильными, чем взаимодействие электрон — атом (электрон — молекула). Квантовая природа электрона проявляется в том, что энергии связи отрицательных комплексов оказываются меньшими, чем энергии связи положительных комплексов. Например, энергия связи Na_2^+ составляет 1,02 эВ, в то время как энергия связи Na^- только 0,548 эВ. При докритических температурах эта разница существенна. Преобладание взаимодействия ион — атом приводит к повышению электропроводности. Эта область параметров обозначена цифрой *VI* на рис. 2.

Если подставить в выражение для σ выражение N_e (20), полученное с учетом кластерных ионов, то можно проследить, как появление кластерных ионов изменяет зависимость σ от плотности. При высоких T и низких N_a справедливо $N_e \sim N_a^{1/2}$ в соответствии с формулой Саха; электропроводность уменьшается при увеличении плотности, $\sigma \sim N_a^{-1/2}$. При уменьшении T и увеличении N_a появляются кластерные ионы. Если среди положительных ионов преобладает A_3^+, а среди отрицательных зарядов A^-, то оказывается, что σ не зависит от N_a. Если бы превалировал ион A_4^+, то σ возрастали бы с ростом плотности, $\sigma \sim N_a^{1/2}$. В этом разделе мы ограничимся условиями, когда параметр неидеальности, обусловленной взаимодействием ионов с атомами, $\Gamma_{ai} < 1$.

Поскольку, как мы видим, это взаимодействие может привести к сильной корреляции атома и иона, то в отличие от определения (4) параметр ион-атомного взаимодействия в области *VI* правильнее ввести следующим образом:

$$\Gamma = N_3^+/N_2^+ = NK_4/K_3K_5.$$

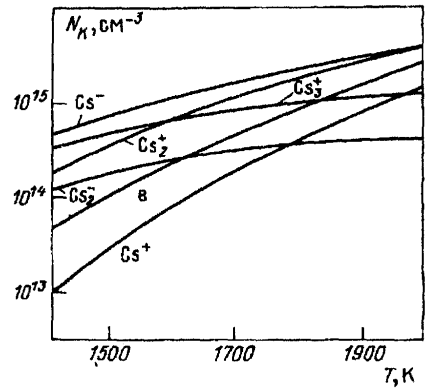

Рис. 12. Концентрация заряженных частиц в плазме паров цезия на изобаре p - 20 атм [27]

Условие $\Gamma_{ai} = 1$ определяет границу, разделяющую области *IV* и *VI* на рис. 2. Если $\Gamma_{ai} > 1$, то $N_3^+ > N_2^+$. Это означает, что можно ожидать появления более тяжелых ионов. Поэтому диапазон параметров, охватываемый расчетами для щелочных металлов [4], ограничен условием $\Gamma_{ai} < 1$ (см. рис. 3). Результаты таких расчетов неплохо согласуются с имеющимися экспериментальными данными, В парах цезия эта область соответствует $p < 1$ атм, температурам до 2000 К.

Введение кластерных ионов описывает вклад взаимодействия в дискретном спектре. После образования кластерных ионов остаточное взаимодействие реализуется в непрерывном спектре. Его результат может быть интерпретирован как снижение потенциала ионизации ΔI, вычисленное Ликальтером:

$$\Delta I = 1{,}61 \cdot 4\pi N_a T(\alpha e^2/2T)^{3/4}.$$

В умеренно плотных парах ΔI мало и лишь при более высоких плотностях начинает превышать температуру.

Подвижность электрона в среде тяжелых некоррелированных рассеивателей дается формулой Лоренца справедливой в условиях, когда радиус сил взаимодействия много меньше длины свободного пробега электрона. Для этого в сфере взаимодействия не должны находиться две частицы, т.е. требуется выполнение неравенства

$$(4\pi/3)\, N_a q^{3/2} \ll 1.$$

При плотностях $N_a = 10^{20}$ см$^{-3}$ величина $(4\pi/3)\, N_a q^{3/2}$ в цезиевой плазме достигает значения, близкого к единице, поскольку $q \approx 400\pi a_0^2$. Это, однако, не означает, что подвижность электронов μ с ростом плотности становится меньше подвижности μ_0, вычисленный при той же плотности по формуле Лоренца. Взаимодействие электрона с атомом не всегда можно описать, представив атом жесткой сферой радиуса $q^{1/2}$. Взаимодействие электрон — атом, является в основном поляризационным, но перекрытие "хвостов" потенциалов взаимодействия может привести к сглаживанию потенциального поля в целом. Итогом является увеличение подвижности, хорошо известное в физике электронных явлений в ряде жидкостей.

Известны и другие плотностные эффекты, влияющие на подвижность [28].

9. Капельная модель неидеальной плазмы паров металлов. Пары металлов на линии насыщения и вблизи нее представляют собой сильно неидеальную плазму (область *IV* на рис. 2). Не слишком близко к критической точке эту плазму можно считать слабоионизованной. Основной причиной неидеальности в этом случае является сильное взаимодействие между заряженными и нейтральными частицами. Это взаимодействие способствует образованию в плазме тяжелых заряженных кластеров. Их концентрация возрастает с приближением к линии насыщения. При этом концентрация положительно заряженных кластеров значительно превышают концентрацию отрицательных. Электронейтральность плазмы обеспечивается соответствующим увеличением концентрации электронов. Это приводит к аномально высокой проводимости паров на линии насыщения. Так, формулы Саха и Лоренца дают значение электропроводности цезия $\sigma = 5\cdot 10^{-4}\ (\text{Ом}\cdot\text{см})^{-1}$ при T= 1500 K. Экспериментальное значение $\sigma = 1\ (\text{Ом}\cdot\text{см})^{-1}$. На кривой насыщения паров электропроводность на три порядка величины превосходит результаты этой обычной для идеальной плазмы оценки. При нагреве по изобаре электропроводность падает сначала до минимальной величины, несколько превышающей электропроводность идеальной плазмы (см. рис. 1). Затем она увеличивается, приближаясь к идеальногазовым значениям.

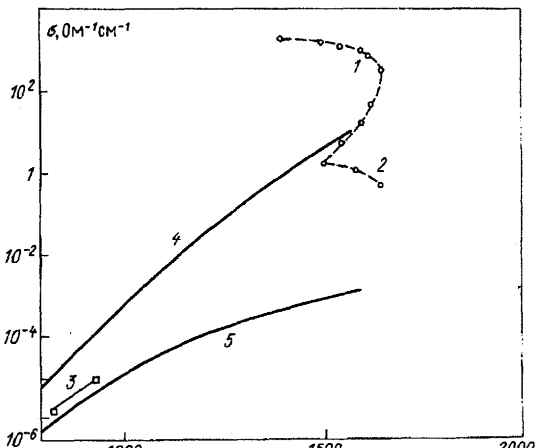

Рис. 13. Электропроводность плотных паров цезия. Эксперимент: *1* — на кривой сосуществования фаз [29] ,*2* — на изобаре 65 атм [29], *3* — в паре вблизи насыщения [30]. Теория для насыщенного пара: *4* — капельная модель [34], *5* — идеальногазовое приближение

В этой области давлений и температур однородные объемы плазмы можно получить в омических печах и фиксировать ее параметры со сравнительно высокой точностью. Такие измерения были выполнены в 70-х годах Алексеевым и Хенселем. Они продемонстрировали аномально высокую электропроводность насыщенного пара и дали качественно новую зависимость на изобарах. Недавние измерения [29] показали, что количественно эффекты в те годы были завышены. Полученные теперь величины хорошо сшиваются с результатами измерений, проведенных вблизи насыщения при температурах около 1200 K [30](рис. 13).

Было предложено [1] рассматривать образующиеся вблизи линии насыщения кластеры как жидкометаллические капли. Это позволяет использовать для определения свойств кластеров известные характеристики металлов, поверхностное натяжение и работу выхода электронов. Если тяжелый ион представляет собою каплю радиуса R, то работа выхода электрона из нее $W(R)$ связана с работой выхода из плоской поверхности W известным соотношением

$$W(R) = W \pm Ze^2R^{-1}.$$

При этом плюс относится к положительно заряженным ионам, а знак минус—к отрицательно заряженным. Эта асимметрия является той же самой, которая обсуждалась в предыдущем разделе. При размерах кластеров, которые характерны для плазмы, разница в энергиях связи положительных и отрицательных кластеров оказывается столь большой, что отрицательно заряженными кластерами можно вообще пренебречь. Будем считать, что плазма состоит из атомов, положительно заряженных капель и электронов. Концентрация частиц N_a, N^+, N_e, полное число всех частиц $\widetilde{N} = N_a + N^+ + N_e$. Термодинамический потенциал системы имеет вид

$$\Phi = N_a\varphi_a + N^+ [g\varphi_L + 4\pi\gamma R^2 + W + (e^2/2R)] + \sum_k N_k \ln (N_k/\widetilde{N}); \qquad (21)$$

здесь φ_L, φ_a — термодинамические потенциалы жидкости и пара, приходящиеся на один атом так, что величина

$$gT \ln p_s/p = g(\varphi_L - \varphi_a)$$

представляет собою работу образования нейтральной капли радиуса R,

$$g = (4\pi/3)R^3N_L$$

— число частиц в капле, N_L — концентрация частиц в жидкости, p_s — давление насыщения, $4\pi\gamma R^2$ — поверхностная энергия капли. В последнем, энтропийном, члене в (21) суммирование проводится по всем типам частиц. Такой простой подход позволяет рассчитывать только на качественное описание эффекта. Из (21) возникают следующие результаты. В насыщенном паре радиус наиболее вероятной капли равен "электрокапиллярному" радиусу $R = (e^2/16\pi\gamma)^{1/3}$. При давлении насыщенных цезиевых паров 40,3 атм, что соответствует $T = 1600$ К, такую каплю составляют 20 атомов цезия. Эти капли, конечно, слишком малы, чтобы макроскопическое описание являлось вполне корректным. Однако в теории нуклеации обычно считается, что капельки, содержащие более десятка частиц, являются макроскопическими. Такие капельки рассматриваются при описании гетерогенной нуклеации в пересыщенном паре.

Из (21) далее следует уравнение ионизационного равновесия

$$N_e = N \exp\left[-(W + 4\pi\gamma R^2 + e^2 R^{-1}) \cdot \frac{1}{2T}\right] = N \exp\left[-\left(W + \frac{3e^2}{4R}\right) \cdot \frac{1}{2T}\right]. \quad (22)$$

В силу ряда причин предэкспоненциальный множитель в (22) определен очень плохо. Поэтому обсудим экспоненту, которая и дает основной эффект. Показатель экспоненты содержит в себе W — работу выхода электрона из металла, которая, как известно, уменьшается с ростом температуры (с понижением плотности) металла, обращаясь в нуль в критической точке. Например,

$$W(T) = W_m (T_c - T)(T_c - T_m)^{-1},$$

где T_c и T_m — критическая температура и температура в точке плавления, в которой берется значение работы выхода W_m; для цезия это 1,8 эВ.

Результаты вычислений свидетельствуют, что концентрации электронов очень велики. Эффекты взаимодействия привели к повышению N_e на порядки величин по сравнению с идеальногазовым приближением. Однако такой простой анализ является слишком грубым. В ряде работ капельная модель была существенно улучшена. На рис. 13 измеренные значения электропроводности паров цезия вблизи насыщения сопоставлены с вычисленными в рамках теории [31]. Теория описывает аномальную электропроводность и переход в нормальную, происходящий при понижении давления.

10. Широкодиапазонные расчеты электропроводности. Широкодиапазонные расчеты были вызваны к жизни требованиями приложений. В частности, это исследование поведения конструкционных материалов, подвергающихся мощным импульсам энергетических воздействий. При больших энерговкладах вещество по мере нагрева и охлаждения может проходить весь диапазон состояний: от газовых плотностей до твердотельных, от температур порядка нормальной до сотен эВ. Обсудим постановку и результаты некоторых широкодиапазонных расчетов.

Один из наиболее систематических подходов основан на методе функций Грина, использованном для записи кинетического уравнения, в котором интеграл столкновений представлен в виде комбинации неэкранированного t-матричного интеграла столкновений, неэкранированного борновского и борновского с динамической экранировкой. Кроме того, должны быть учтены электрон-атомные столкновения (для описания частичной ионизации) и межэлектронные взаимодействия. Результат такого рассмотрения удовлетворительно переходил бы в точные предельные выражения. В монографии [6] изложены результаты широкого круга исследований, которые проясняют влияние различных физических факторов на электропроводность.

Приведем некоторые результаты. На рис. 14 дана зависимость электропроводности от температуры и концентрации электронов. Электропроводность вычислена во втором борновском приближении с динамической экранировкой. Роль минимального прицельного параметра играют тепловая длина волны и длина Ландау. При малых и высоких плотностях a имеет лоренцевскую и займановскую асимптотики. Уравнение ионизационного равновесия, решение которого давало концентрацию электронов, описывает как термическую ионизацию, так и ионизацию при сильном сжатии. Пунктир на рис. 14 соответствует переходу Мотта, который в использованном приближении описывался скачком, а не непрерывно. Минимальные значения электропроводности на рис. 14 определялись рассеянием электронов на атомах. При плотностях выше перехода Мотта электропроводность соответствует формуле Займана.

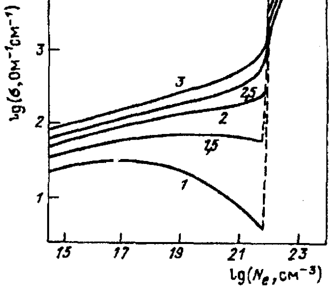

Рис. 14. Электропроводность водородной плазмы в зависимости от N_e при различных температурах T (в 10^4 К) [32]. Пунктир — переход Мотта

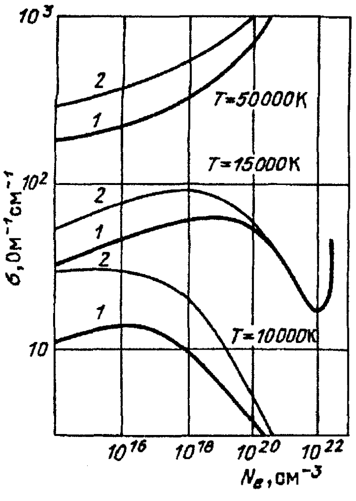

Рис. 15. Электропроводность водородной плазмы, вычисленная с учетом (*1*) и без учета (2) межэлектронных взаимодействий [33]

Роль межэлектронных взаимодействий максимальна при малых концентрациях заряженных частиц, когда она дается спитцеровским множителем γ_E. Она уменьшается по мере усилений неидеальности и окончательно подавляется при сильном вырождении воздействием принципа Паули [33] (рис. 15).

На рис. 10 результаты вычислений составлены с экспериментальными, обсуждаемыми в одном из предыдущих разделов данного обзора.

В другой серии работ ([23,34], обзор [35]) теория межчастичных корреляций разработана на основе формализма диэлектрической проницаемости в рамках теории линейного отклика. Эти результаты представляют собою обобщение формулы Займана на конечные температуры. Электрон-ионный потенциал взят борновским с динамической экранировкой. Для полностью ионизованной водородной плазмы был затабулирован кулоновский логарифм $\ln\Lambda$, определенный следующим образом:

$$\sigma^{-1} = 4\cdot(2\pi/3)\Gamma^{2/3}\omega_{pe}^{-1}\ln\Lambda.$$

В [34] было учтено усиление обмена и корреляции, область применимости теории была расширена к области перехода Мотта. На рис. 16 приведен $\ln\Lambda$ для условий, когда $E_F = T$.

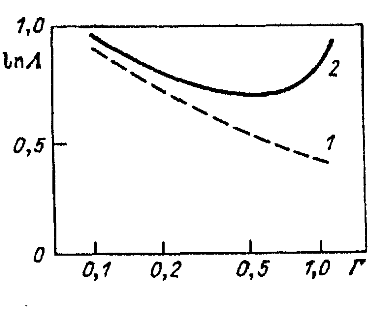

Рис. 16. Зависимость кулоновского логарифма от параметра неидеальности, $T = E_F$. Кривая *1* — [23], кривая *2* — [34]

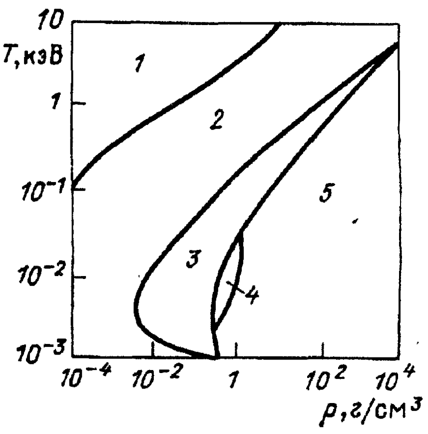

Рис. 17. ρ — Т-диаграмма алюминия для анализа электропроводности [36]. *1* — дебаевская и томас-фермиевская экранировка, *2* — экранировка на среднем межионном расстоянии, *3* — $\ln\Lambda = 2$, *4* — $\sigma = \sigma_{min}$, *5* — займановская область

Один из наиболее конструктивных и физически ясных подходов был предложен Ли и Мором для плотной горячей плазмы [36]. Он основан на использовании решения кинетического уравнения в τ-приближении, сшивке выражений для кулоновского логарифма, справедливых в разных областях с привлечением дополнительных физических предположений. Вся плоскость "плотность — температура" была разбита на несколько областей (рис. 17). В области *1*, где плазма слабо неидеальна, кулоновский логарифм вычисляется традиционным образом:

$$\ln\Lambda = (1/2)\ln\,[1 + (b_{max}/b_{min})^2],$$

где b_{max} и b_{min} — максимальный и минимальный прицельные расстояния. В качестве длины экранировки b_{max} использовались дебаевский и томас-фермиевский радиусы, минимальное прицельное расстояние бралось равным либо длине Ландау, либо тепловой длине волны. В области сильно-неидеальной плазмы (область 2) там, где среднее межчастичное расстояние становится большим дебаевского (фермиевского) радиуса, именно оно бралось в качестве b_{max}. Все же, если $\ln\Lambda$ оказывается меньше 2, он принимался равным 2. Это область *3* на рис. 17. В области перехода Мотта *σ* принималась равной минимальной моттовской проводимости металла, а в сильнокоррелированной вырожденной системе для электропроводности использовалось выражение займановского типа. Тем самым были привлечены наиболее конструктивные модели, что позволило получить универсальную оценку *σ*.

Широкодиапазонный подход, изложенный в [37], имеет много общего с моделью [36], но интерполяционные формулы организованы так, чтобы охватить единым образом весь диапазон параметров. В [37] затабулирована электропроводность металлов Al, Fe, Cu, Au, Pb, Bi, U.

При изохорном нагреве от температуры плавления до 100 эВ вещество пройдет весь набор неидеально-плазменных состояний, стартуя от металлического и финишируя в газообразной. В [38] изохора 2,7 г/см^3 удельного сопротивления алюминия была построена (рис. 18) в итоге обработки результатов измерений коэффициента отражения света от поверхности алюминия, нагреваемого мощным лазерным импульсом. Длительность импульса была столь мала (400 фс), что за это время вещество не успевало расшириться, сохраняя первоначальную плотность. Одновременно измерялась температура. Зарядовый состав плазмы на этой изохоре — до 50 эВ заряд иона $Z = 3$ (результат холодной ионизации, свойственный ненагретому образцу), термическая ионизация приводит к $Z = 6$ при 105 эВ. В [39] эти значения удельного сопротивления были сопоставлены с расчетными, даваемыми методами, используемыми при широкодиапазонных расчетах.

Сопротивление невырожденной плазмы ($T > E_F$) не описывается ни формулой Спитцера (кривая *1* на рис. 17), ни при использовании известной из опыта безразмерной электропроводности кулоновской плазмы σ^* (кривая 2). В последнем случае удельное сопротивление вычисляется следующим образом

$$\rho = \rho^* \left(\gamma_E(Z)/\gamma_E(1)\right)^{-1} T^{-3/2} \left(Ze^2 m^{1/2}\right);$$

здесь $\rho^* = (\sigma^*)^{-1}$, значения σ^* представлены на рис. 10. Для описания наблюдаемых значений ρ важным оказался учет рассеяния на коре сложного иона Al^{+Z}. При высоких температурах амплитуда кулоновского рассеяния $Ze^2/3T$ оказывается соизмеримой с радиусом ионного кора R_i. Грубая оценка, учитывающая некулоновскую компоненту рассеяния, состоит в аддитивном приближении (кривая *3*):

$$\rho = \rho_c + \rho_{n_c},$$

$$\rho_{n_c}^{-1} = (N_e e/m) \left[(1 + \Phi) \pi R_c^2 N_i v_T\right]^{-1}; \qquad (23)$$

здесь ρ_c и ρ_{nc} — кулоновская и некулоновская составляющие удельного сопротивления, Φ — приведенный потенциал ионного кора

$$\Phi = Ze^2/R_i T.$$

Он учитывает влияние на кулоновскую компоненту искривления траектории электрона в поле иона. Величина R_i принята равной 1,1 a_0.

Расчетные значения не должны превышать те, которые даются формулой Иоффе — Регеля (18). Ей соответствует кривая (*4*). В вырожденной плазме расчет проведен по формуле Займана (10) с использованием псевдопотенциала Акшрофта, диэлектрической проницаемости Линхарда и структурного фактора однокомпонентной плазмы. Здесь очень проблематичен выбор радиуса псевдопотенциала.

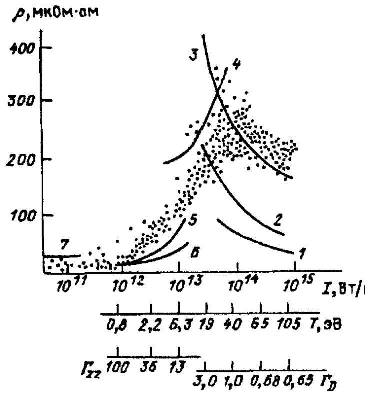

Рис. 18. Удельное сопротивление алюминия на изохоре 2,7 г/см^3. *1* — интенсивность греющего излучения. Область точек — эксперимент [38]. Расчет [39]: *1* — (6), *2* — пересчет данных по σ^*, *3* — (23), *4* — (18), 5 — (10), *6* — (9). Удельное сопротивление жидкого Al — *7*

Кривая 5 передает нарастающий при нагреве ход электропроводности. Однако измеренная температура — это температура электронов. Ионы не успевают нагреться до этой температуры. Кривая *6* получена с помощью формулы (9) в предположении, что ионы греются лишь до T — 0,8 эВ. Зато не ограничивалась степень вырождения электронов.

Проведенное сопоставление заостряет вопрос о рассеянии на сложных ионах, хотя в общем свидетельствует о правильности используемых расчетных подходов.

11. Заключение. Как видно, несмотря на заметные успехи, мы еще далеки от удовлетворительного решения проблемы электропроводности вещества в широком диапазоне плотностей и температур. Естественно, что для различных участков фазовой диаграммы ситуация различна.

В областях неидеальной и слабонеидеальной плазмы речь идет о погрешности расчетных и экспериментальных значений порядка десятков процентов. Причем погрешность расчетных значений определяется погрешностью исходных данных — сечений и длин рассеяния, параметров кластерных ионов.

В области сильной неидеальности значения электропроводности могут быть оценены лишь по порядку величины. Здесь иногда спорными являются механизмы рассеяния электронов или механизмы самой ионизации; во всяком случае, методы их описания. Впрочем, качественная картина зависимости, я надеюсь, является верной. Это является большим достижением. Количественные изменения могут быть обширны.

В первую очередь это касается условий очень сильных сжатий — до плотностей, во много раз превышающих нормальные. В этой области особенно необходимы экспериментальные данные, хотя понятно, как трудно генерировать и диагностировать сверхплотную плазму. Как вопросы ионизационного равновесия, так и вопросы подвижности электронов, далеки от удовлетворительного решения. Здесь можно указать вопросы распределения ионов по зарядам, выделения из общего коллектива электронов проводимости, распределения их подвижности по энергиям, вклада слабосвязанных электронов в электропроводность, рассеяния на некулоновских потенциалах сложных ионов, а также ряд других сложных вопросов. Они не обсуждались в данном обзоре, поскольку его целью было изложение того, что можно считать сравнительно ясным.

Приложение. Термоэлектрический коэффициент. При наличии градиента температуры закон Ома приобретает вид

$$\mathbf{F} + e^{-1}\nabla\mu = \sigma^{-1}\mathbf{j} + S\nabla T.$$

Левая часть содержит напряженность электрического поля F и градиент химического потенциала электронов μ. В правой части появляется термоэлектрический коэффициент (термо-э.д.с.) S, тесно связанный с коэффициентом электропроводности. На рис. 19 показаны изобары термо-э.д.с. цезия [40].

При $T > 3000$ K плазма идеальна и можно исходить из приближения лоренцевского газа [3]

$$S = (eT)^{-1}\left[\mu - \int_0^\infty E^2 f(E)\,\nu(E)^{-1}\,\mathrm{d}E \times \left(\int_0^\infty E f(E)\nu(E)^{-1}\,\mathrm{d}E\right)^{-1}\right], \qquad (\text{П. 1})$$

где $\nu(E)$ — частота столкновений, $f(E)$ — функция распределения электронов по энергиям E. Для сильноионизованной невырожденной плазмы (П. 1) дает

$$S = (eT)^{-1}(\mu + 4T), \qquad (\text{П. 2})$$

которая слабо зависит от T (пунктир на рис. 19). При малых Z здесь нужен множитель, аналогичный $\gamma_E(Z)$ в (2).

В слабоионизованной плазме, когда $I >> T$, термо-э.д.с. определяется, в основном, зависимостью ионизации от температуры. Поскольку $\mu \approx T\ln(N_e\lambda^3)$, то

$$S \approx -I(2eT)^{-1}. \qquad (\text{П. 3})$$

Легко видеть, что между S и σ имеется соотношение

$$S \approx -(T/e)\,\mathrm{d}\ln\sigma/\mathrm{d}T. \qquad (\text{П. 4})$$

Это выражение аналогично соотношению Займана для жидких металлов

$$S = -(\pi^2 T/3e)\,\mathrm{d}\ln\sigma/\mathrm{d}E_F. \qquad (\text{П. 5})$$

По порядку величины $S \approx -I(eE_F)^{-1}$.

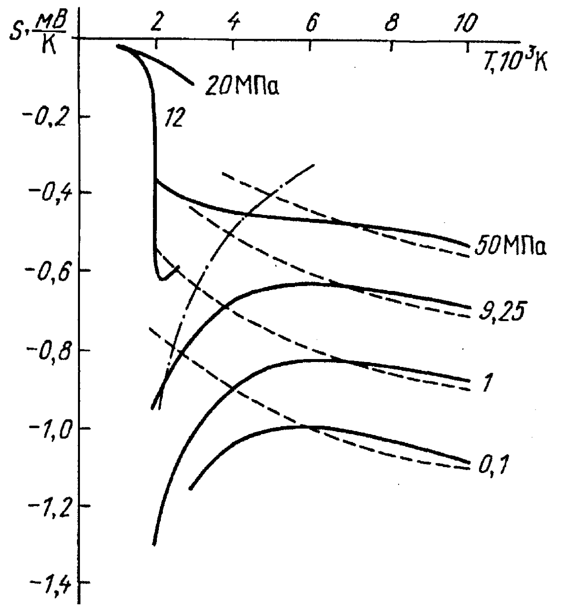

Рис. 19. Изобары термо-э.д.с. цезия [42]. Расчетные изобары 0,1; 1; 9,25 и 50 МПа — сплошные кривые. Их асимптотики (П.2) и П.3) — пунктир и штрихпунктир. Результаты измерений [41, 42] — изобары 12 и 20 МПа

Переход от идеально-плазменного к металлическому состоянию характеризуется резким изменением S аналогично тому, как это происходит с электропроводностью; см., например, ход изобары 12 МПа на рис. 18.

По-видимому, зависимости типа, представленных на рис. 19, характерны для простых металлов. Термо-э.д.с. такого "плохого" металла, как ртуть, недалеко от критической точки меняет знак [43]. Причина этого не выяснена.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Fortov V.E., Iakubov I.T.* Physios of Non-Ideal Plasma. — New York: Hemisphere, 1989.
2. *Alekseev V.A., Iakubov I.T.* // Handbook of Thermodynamic and Transport Properties of Alkali Metals. / Ed. R.W. Ohse. Oxford: Blackwell, 1985. Ch. 7.1. P. 703.
3. *Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П.* Физическая кинетика. М.: Наука, 1979.
4. *Гоголева В.В., Зицерман В.Ю., Полищук А.Я., Якубов И. Т.* //ТВТ. 1984. Т. 22. С. 208.
5. *Муленко И.А., Хомкин А.Л.* // ТВТ. 1991. Т. *29. С.* 1234.
6. *Муленко И.А, Хомкин АЛ.* Препринт ИВТАН 1-326. Москва, 1991.
7. *Popovic M.M., Vitel Yu., Minaylov A.A.* // Strongly Coupled Plasma. Invited Papers. Yamanaka Lake, 1989. P. 209.
8. *Noll F., Pilgrim W.C., WinterR.* // Zs. phys. Chemie. 1988. Bd, 156. S. 303.
9. *Winter R., Hensel F.* // Phys. Chem. Liq. 1989. V. 20. P. 1.
10. *Коваленко Н.П., Красный Ю.П., Тригер С.А.* Статистическая теория жидких металлов. М.: Наука, 1990.
11. *Redmer R., ReinholzH., Noll E.* //XX Intern. Conf. Phenom, Ionized Gases. Contributed Papers. Pisa, 1991. V. 1. P. 139.
12. *Ликальтер А.А.* //ТВТ. 1984. Т. 22. С. 258.
13. *Ликальтер А.А.* II УФН. 1992. Т. 162. С. 119.
14. *Schonherr G., Schmutzler R.W., Hensel F.* //Phil. Mag. 1979. V.40B.P.411.

15. *Минцев В.Б., Грязнов В.К., Фортов В.Е.* // ЖЭТФ. 1980. Т. 79. С. 116.
16. *Kraeft W.D., Kremp D., Ebeling W., Ropke G.* Quantun Statistics of Charged Particle Systems. New York: Plenum. 1986.
17. *DeSilva A.W, Kunze H.-J.* // Physics of Non-Ideal Plasmas / Ed. W. Ebeling, A. Forster, R. Radtke. Stuttgart; Leipzig: Teubner, 1992. P. 209.
18. *Benage J.F., Jones L.A., Shepherd R.L. et al.* // Strongly Coupled Plasma Physics./Ed. S. Ichimaru. New York: Elsevier, 1990. P. 429.
19. *Грязнов В.К., Иванов Ю.В., Старостин А.Н., Фортов В.Е.* // ТВТ. 1976. Т. 14. С. 643.
20. *Подлубный Л.И., Ростовский В.С., Филинов В.С.* // ТВТ. 1988. Т. 26. С. 218.
21. *Иванов Ю.В., Минцев В.Б., Фортов В.Е., Дремин А.Н.* // ЖЭТФ. 1976. Т. 71. С. 216.
22. *Ropke G., Redmer R.* // Phys. Rev. 1989. V. 39A. P. 907.
23. *Ichimaru S., Tanaka S.* //Phys. Rev. 1985. V. 32A. P. 1790.
24. *Kurilenkov Yu.K., Valuev A.A.* //Beitr. Plasmaphys. 1984. Bd. 24. S. 161.
25. *ZinkJ. W.* // Phys. Rev. 1968. V. 176. P. 179.
26. *Смирнов Б.М.* Кластерные ионы. М.: Наука, 1983.
27. *Храпак А.Г.* //ТВТ. 1979. Т. 17. С. 1147.
28. *Храпак А.Г., Якубов И.Т.* Электроны в плотных газах и плазме. М.: Наука, 1981.
29. *Hensel K, Stolz M., Nohl G., Winter R., Gotzlaff W.* //J. de Phys. IV. 1991. T. 1. P. C5-191.
30. *Боржиевский А.А., Сеченов В.А., Хорунженко В.И.* // ТВТ. 1988. Т. 26. С. 722.
31. *Жуховицкий Д.И.* // ТВТ. 1993. Т. 31. С. 137.
32. *Hohne F.E., Redmer R., Wegener H.* //Physica. 1984. V. 128A. P. 643.
33. *Schlanges M., Kremp D., Keuer H.* //Ann. d. Phys. 1984. B. 41.S.54.
34. *Taraaka S., YanX.-Z., Ichimaru S.* //Phys. Rev. 1990. V. 41A. P.5616.
35. *Ichimaru S., Iyetomi H., Tanaka S.* // Phys. Rep. 1987. V. 149. P. 91.
36. *Lee Y.T., More R.M.* // Phys. Fluids. 1984. V. 27. P. 1273.
37. *Ebeling W., Forster A., Fortov V.E., Gryaznov V.K., Polishchuk A.Ya.* Thermophysical Properties of Hot Dense Plasmas. Stuttgart; Leipzig: Teubner, 1991.
38. *Milchberg H.M., Freeman R.R.* // Phys. Fluids. 1990. V. 2B. P. 1395.
39. *Якубов И.Т.* // ТВТ. 1991. Т. 29. С. 1028.
40. *Reinholz H., Redmer R., Ropke G.* // XXth Intern Conf. Phenom. Ionized Gases. Contributed papers. Pisa, 1991. V. 4. P. 891.
41. *Alekseev V.A. et al* // High Temp. — High Press. 1975. V. 7. P. 677.
42. *Pfeiffer H.P., Freyland W., Hensel F.* // Phys. Lett. 1973. V. 73A. P. 111.
43. *Gotzlaff W.* Thesis. Marburg Univ., 1988.