

МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ

О ПЛОТНОСТИ ЗАРЯДА ВНУТРИ ПРОВОДНИКА С ТОКОМ

М.Л. Мартинсон, А.В. Недоспасов

(Российский научный центр "Курчатовский институт", Москва)

(Получено 23.05.91 г., после доработки 10.07.92 г.)

В учебной литературе по электромагнетизму распространено утверждение, что в неподвижном однородном металлическом проводнике с постоянным током объемный электрический заряд равен нулю. (И.Е. Тамм "Основы теории электричества" (М.: Наука, 1966); Р. Фейнман, Р. Лейтон, М. Сэндс "Фейнмановские лекции по физике" (М.: Мир, 1977); Дж. Орир, "Физика" (М.: Мир, 1981); А.А. Детлаф, Б.М. Яворский "Курс физики" (М.: Высшая школа, 1989)).

Это следует из непрерывности тока и закона Ома $\text{div} \mathbf{j} = \sigma \text{div} \mathbf{E} = 0$.

Однако если учесть действие силы Лоренца на электроны:

$\mathbf{j} = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}/c)$ (где $\mathbf{v}$ — средняя токовая скорость электронов), то из

$$\text{div} \mathbf{j} = 0$$

следует, что

$$\text{div} \mathbf{E} = 4\pi\rho = \frac{\mathbf{v}}{c} \text{rot} \mathbf{B} = \frac{4\pi}{c^2} \mathbf{v} \mathbf{j}$$

Отсюда

$$\rho = \rho_- v^2/c^2, \quad (1)$$

где ρ_- — плотность объемного заряда свободных электронов.

Эта малая релятивистская поправка противоречит следующим рассуждениям из "Фейнмановских лекций по физике" ("ФЛФ", т. 5).

Обозначим систему, в которой проводник покоится, через S . Тогда в движущейся со средней скоростью дрейфа электронов системе координат (S') вследствие релятивистских эффектов возникает объемный заряд.

В системе S положительные заряды покоятся, и в системе (S')

$$\rho'_+ = \rho_+ [1 - (v^2/c^2)]^{-1/2}.$$

Электроны покоятся в системе S' , а их объемный

заряд в S равен

$$\rho_- = \rho'_- [1 - (v^2/c^2)]^{-1/2}.$$

Так как

$$\rho_- = -\rho_+,$$

то в S'

$$\rho' = \rho'_+ + \rho'_- = \rho_+ (v^2/c^2) [1 - (v^2/c^2)]^{-1/2}.$$

На электрон вне проводника, движущийся с той же скоростью $\mathbf{v}$ в S , т.е. покоящийся в S' , магнитное поле не действует. Сила притяжения электрона к проводнику, соответствующая притяжению параллельных токов в S , обеспечивается в системе S' электрическим полем положительного объемного заряда. Это соответствует рис. 1 ("ФЛФ", т. 5, с. 275). Подчеркнем, что речь идет об объемном заряде.

Применим теперь те же рассуждения к электронам внутри проводника. В системе S их движение создает ток

$$\mathbf{j} = \rho_- \mathbf{v}.$$

В системе S' магнитное поле на них не действует и нет другой силы, которая могла бы уравновесить действие электрического поля объемного заряда. В

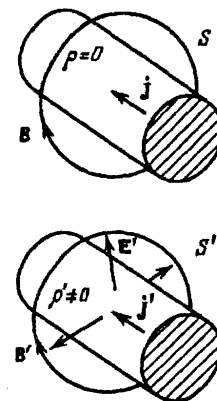


Рис. 1

отличие от вышесказанного мы должны потребовать поэтому, чтобы

$$\rho' = \rho'_+ + \rho'_- = 0.$$

В этой системе сила Лоренца действует на ионы, но ее действие уравнивается силами, удерживающими ионы в кристаллическом "остове" проводника. Если использовать соотношения для ρ_+ и ρ_- в неподвижной и движущейся системах отсчета, нетрудно видеть, что объем неподвижного проводника с током заряжен. Плотность этого заряда

$$\rho = \rho_+ + \rho_- = \rho'_+ [1 - (v^2/c^2)]^{1/2} + \rho'_- [1 - (v^2/c^2)]^{-1/2} = \rho_- v^2/c^2 = jv/c^2.$$

Мы, естественно, получили тот же результат (1), так как использовали то же релятивистски инвариантное условие равенства нулю поперечной току составляющей силы Лоренца, действующей на электроны проводимости.

Этот отрицательный объемный заряд образуется за счет ухода части электронов внутрь проводника, пока действие магнитного поля не будет уравновешено их взаимным отталкиванием. На поверхности же должен оставаться положительный заряд $Q_{\text{пов}}$, который на электроны внутри проводника не действует, именно этот поверхностный заряд в системе S' будет притягивать внешний неподвижный электрон. Рис. 1 из книги Фейнмана должен быть изменен, как показано на рис. 2. Утверждение, что на электрон вне проводника действует притягивающая электрическая сила, конечно, остается в силе.

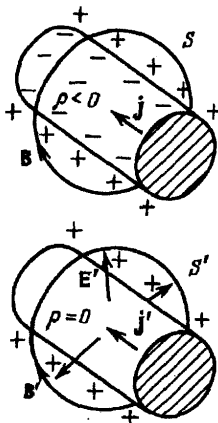


Рис. 2

Откуда же в движущейся системе S' взялся положительный электрический заряд? Для ответа на этот вопрос нужно учесть второй проводник, по которому ток течет в обратном направлении.

В "прямом" проводнике

$$\rho' = 0, \quad Q'_{\text{пов}} = (Jv/c^2) [1 - (v^2/c^2)]^{-1/2}.$$

По формуле преобразования Лоренца

$$\rho = [1 - (v^2/c^2)]^{-1/2} [\rho' - (jv/c^2)]$$

в "обратном" проводнике

$$\rho'' = - (2jv/c^2) [1 - (v^2/c^2)]^{-1/2},$$

поверхностный заряд

$$Q''_{\text{пов}} = (Jv/c^2) [1 - (v^2/c^2)]^{-1/2},$$

а полный заряд единицы длины

$$\begin{aligned} Q''_{\text{пов}} + Q''_{\text{об}} &= - (2Jv/c^2) [1 - (v^2/c^2)]^{-1/2} + \\ &+ (Jv/c^2) [1 - (v^2/c^2)]^{-1/2} = \\ &= - (Jv/c^2) [1 - (v^2/c^2)]^{-1/2}. \end{aligned}$$

Таким образом, суммарные заряды прямого и обратного проводов равны по величине и противоположны по знаку. Это справедливо и для произвольной скорости системы отсчета, что следует из общих положений теории относительности.

Ввиду того, что упомянутые книги заслуженно пользуются авторитетом и по ним обучается много молодых людей, мы нашли целесообразным уточнить вопрос о плотности объемного заряда проводника с током. Заметим, что в книге И.Е. Тамма неоднократно подчеркивается ограничение только величинами первого порядка малости по v/c . Поэтому пренебрежение объемным зарядом можно считать оправданным. В книге Э. Парселла "Электричество и магнетизм" (Берклевский курс. Т.2. М.: Наука, 1971) при аналогичном рассмотрении взаимодействия движущегося заряда с проводником, по которому течет ток, фигурирует только суммарный линейный заряд проводника. Распределение этого заряда по сечению не рассматривается.

Отметим, что, в отличие от объемного заряда неподвижного проводника с током, его поверхностный заряд с неизбежностью будет переменным по длине (для конечного удельного сопротивления проводника), а также будет зависеть от многих других факторов, таких, как заземления в какой-либо точке цепи тока, расположения поблизости других проводников и т.п.

(На рисунке в "ФЛФ" по ошибке указано противоположное направление B .)