

ПРИБОРЫ И МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЙ**ТЕРМОФОРЕЗ В ГАЗАХ ПРИ МАЛЫХ ЧИСЛАХ КНУДСЕНА***С.П.Баканов*

(Институт физической химии РАН, Москва)

СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение	133
2. Вычисление коэффициента теплового скольжения K_{TS}	134
3. Эффект теплопроводности	138
4. Экспериментальные результаты	143
5. Заключение	149
Примечания	150
Список литературы	150

1. Введение

Явление термофореза (ТФ) открыто экспериментально более 100 лет назад [1]. Помещая в газ, где с помощью внешних источников тепла поддерживается градиент температуры, инородное тело, наблюдатель обнаружил, что, несмотря на отсутствие обычных внешних сил, оно приходит в движение в направлении изменения температуры. Измерения показали, что скорость установившегося движения пропорциональна градиенту температуры, по крайней мере для малых градиентов, и направлена в ту же сторону, что и поток тепла, обусловленный теплопроводностью газа.

Классическая гидрогазодинамика оказалась бессильной объяснить это явление. Действительно, распределение скоростей и температур в системе газ — тело согласно классической гидрогазодинамике определяется решением уравнений Навье — Стокса — Лапласа с граничными условиями

$$v_r = 0, \quad v_{\vec{r}} = 0, \quad (1)$$

$$T_i = T_e, \quad \kappa_i \frac{\delta T_i}{\delta \mathbf{r}} = \kappa_e \frac{\delta T_e}{\delta \mathbf{r}}$$

и условием $\nabla T = \nabla T_\infty$ на бесконечности (∇T_∞ — заданный градиент температуры, κ_i и κ_e — теплопроводности тела и газа, \mathbf{r} и \vec{r} — орты нормали и касательной к поверхности тела). Легко видеть, что поля скоростей и тем-

ператур в этой постановке совершенно независимы, и, как следствие, относительного движения газа и тела в отсутствие внешних сил не происходит.

Впервые связь между полем течения и температурой обнаружили теоретически Максвелл [2] и экспериментально Рейнольдс [3]. Было установлено, что если поддерживать в газе вдоль его границы с твердым телом градиент температуры ∇T , то в направлении этого градиента возникает движение газа. Это явление было названо криком (среер) или тепловым скольжением. Скорость скольжения по Максвеллу равна

$$v_c = -\frac{3}{4}\nu \nabla \ln T; \quad (2)$$

ν — кинематическая вязкость газа.

Значение коэффициента теплового скольжения (3/4) Максвелл вычислил при достаточно грубых предположениях, воспользовавшись созданной им кинетической теорией газов.

Эти работы положили начало развитию новой ветви гидрогазодинамики — гидрогазодинамики "со скольжением", в которой классические условия "прилипания" газа на стенке заменяются условиями "скольжения".

Этого результата оказалось достаточно, чтобы, связав с его помощью поля скоростей и температуры, получить ненулевую скорость в задаче о ТФ. Действительно, в системе граничных условий (1) вместо $v_{\vec{r}} = 0$ появляется равенство

$$v_{\vec{r}} = v_c = -\frac{3}{4}\nu \nabla \ln T.$$

Интегрирование уравнений Навье — Стокса — Лапласа с этими граничными условиями привело Эпштейна [4] к формуле для скорости ТФ

$$v_{T\Phi} = -\frac{3}{4} \frac{\nu}{T} \frac{\nabla T_{\infty}}{1 + \left(-\frac{\kappa_i}{2\kappa_e}\right)}. \quad (3)$$

Опыты показали, что формула (3) дает для $\kappa_i/\kappa_e \lesssim 1$ несколько заниженное (примерно в 1,5 раза) значение $\kappa_{T\Phi}$. Это, а также нечувствительность $v_{T\Phi}$ к характеру межфазного взаимодействия связаны с упрощениями, принятыми при расчете коэффициента теплового скольжения. Но особенно плохо (3) "работает" в случае, когда $\kappa_i/\kappa_e \gg 1$. Скорость термофореза, как обнаруживают эксперименты, хотя и несколько падает, но не в такой значительной степени, как это предсказывает формула Эпштейна.

Дальнейшее усовершенствование теории развивалось с учетом именно этих двух обстоятельств.

2. Вычисление коэффициента теплового скольжения K_{TS}

Главное упрощающее предположение, принятое Максвеллом при расчете коэффициента теплового скольжения, состояло в том, что потоки молекул, движущихся к межфазной границе (J^-) и от нее (J^+), считаются невзаимо-

действующими на любых расстояниях от границы, причем молекулы J^+ имеют температуру стенки, а J^- – объемную температуру газа.

Однако несмотря на нестрогость и даже противоречивость этого предположения, с физической точки зрения результат Максвелла обладает лишь одним существенным пороком: полученное им значение коэффициента теплового скольжения не зависит от характера взаимодействия молекул газа с межфазной поверхностью. Первую попытку улучшить результат Максвелла предприняли Дерягин и Баканов [5]. Для этой цели был использован метод полупространственных разложений Гросса и Зиринга [6], предложенный для решения уравнения Больцмана вблизи границы газа и твердой поверхности. Кроме того, был применен новый подход к решению задач подобного типа, основанный на использовании принципов термодинамики необратимых процессов ТНП. Хотя при получении конечной формулы в работе [5] была допущена ошибка, в целом такой подход оказался плодотворным и в дальнейшем привел к решению проблемы.

Ошибочный результат не остался незамеченным и подвергся критике [7]. Однако истоки ошибки были указаны неверно. Дерягин, Яламов и Ивченко [8], по существу, согласились с позицией Брока и усматривали неудачу работы в том, что "применимость принципа взаимности Онзагера изолированно к слою Кнудсена не может быть строго обоснована". Кроме того, ими высказано сомнение в возможности применения в слое Кнудсена "дифференциальной формы изотермического теплового потока". В качестве альтернативы авторы решают прямую задачу о тепловом скольжении, применив для этой цели кинетическое уравнение в форме БГК [9] с зеркально-диффузными условиями отражения молекул от границы раздела фаз. Результат расчета коэффициента теплового скольжения совпал с максвелловским. Он также оказался нечувствительным к степени диффузности отражения. Авторы относят это за счет грубости модели БГК.

Позднее Яламов, Ивченко и Дерягин [10] проделали расчет скорости теплового скольжения, решая на этот раз методом полупространственных разложений уравнение Больцмана. Была обнаружена слабая зависимость от степени диффузности отражения молекул ϵ : для $\epsilon = 1$ (диффузное отражение) оказалось $K_{TS} \approx 0,891$, для $\epsilon = 0$ (зеркальное отражение) $K_{TS} \approx 0,865$.

Соне [11] решил эту задачу в рамках модели БГК с диффузным отражением молекул газа от поверхности границы. Анализируя результаты этой работы, а также других работ подобного типа, следует принимать во внимание то обстоятельство, что при использовании модели БГК число Прандтля равно 1, в отличие от истинного значения для одноатомных газов $2/3$. Ниже результаты всех работ, выполненных на основе модели БГК, пересчитываются с учетом этого фактора. Для коэффициента теплового скольжения автор получил значение 1,149, т.е. в 1,532 раза больше максвелловского (см. также [33,34]). Соне и Ямамото [12] повторили этот результат. Он был подтвержден также в работе Лойялки [13], где на основе уравнения БГК было рассмотрено тепловое скольжение газа в цилиндрической трубке (незначительное различие возникло в четвертом знаке после запятой).

В работе Яламова, Ивченко и Дерягина [14] решалась задача о тепловом

скольжении двумя методами: в одном из них использовалось уравнение в форме БГК, а в другом — уравнение Больцмана для максвелловских молекул. Хотя результат при этом должен был получиться одинаковым, расчет привел к разным значениям K_{TS} ,

В двух предельных случаях зеркального ($K_{TS} = 3/4$) и диффузного ($K_{TS} = 1,149$) рассеяний рассчитано тепловое скольжение газа вдоль неоднородно нагретой поверхности в рамках уравнения в форме БГК Абрамовым и Гладушем [15]. Абрамов [16] рассчитал тем же методом тепловое скольжение при произвольном зеркально-диффузном рассеянии. Автор представил результат в виде

$$K_{TS} = \frac{3}{4} \left(1 + \frac{\varepsilon}{2} \right). \quad (4)$$

Максвелловский результат, решая уравнение БГК для почти зеркального отражения, получил Соне [17]. Коган и Макашев [18] в рамках той же модели для случая диффузного рассеяния получили $K_{TS} = 1,14$. Лойялка [19] решил задачу о скольжении максвелловского газа на базе уравнения Больцмана вариационным методом. Значение K_{TS} оказалось равным 1,125, что близко к значению, полученному автором ранее в рамках БГК-модели, но все же несколько отличается от него.

Ивченко и Яламов [20] для расчета скорости теплового скольжения используют эллипсоидальную модель Холуэя [79]. Решение ищется в виде разложения по полупространству. Для K_{TS} получены значения 1,169 ($\varepsilon = 1$) и 3/4 ($\varepsilon = 0$).

В работе Лойялки и Чиполлы [21] в рамках модели БГК и зеркально-диффузной схемы получено численным методом при $\varepsilon \approx 1$

$$K_{TS} = \frac{3}{4} [1,5324 - 0,5(1 - \varepsilon)],$$

а при $\varepsilon \rightarrow 0$

$$K_{TS} = \frac{3}{4} (1 + 0,5756 \varepsilon).$$

Кстати, решив эту задачу вариационным методом, Лойялка [22] получил

$$K_{TS} = \frac{3}{4} \left(1 + \frac{\varepsilon}{2} \right),$$

повторив результат Абрамова [16].

Во всей области изменений ε авторы [21] предлагают интерполяционную формулу

$$K_{TS} = \frac{3}{4} (1 + 0,532 \varepsilon).$$

Этот результат подтвердил в рамках модели БГК Ониши [23, 36]. Скакун, Суетин и Черняк [24] рассчитали коэффициент теплового скольжения при

диффузном рассеянии молекул, используя две модели: БГК ($K_{TS} = 1,146$) и эллипсоидальную ($K_{TS} = 1,194$). Черняк, Маргилевский, Породнов, Суетин [25] (см. также [32]) выполнили расчет скорости теплового скольжения для уравнения БГК с зеркально-диффузными граничными условиями методом Бубнова — Галеркина. Полученный результат представлен в виде

$$K_{TS} = \frac{3}{4} \left(1 + \frac{\varepsilon}{2} \right),$$

т.е. также повторяет результат Абрамова [16]. В работе Лойялки, Петреллиса и Сторвика [26] предпринят численный расчет скорости теплового скольжения для БГК-модели (см. также [35]) и произвольной аккомодации газовых молекул на поверхности. Результат с точностью $\sim 2\%$ совпадает с (4).

Баканов, Дерягин и Ролдугин в [27] возвращаются к использованию для расчета скорости теплового скольжения газа методов ТНП. Изотермическое тепло переноса рассчитано на базе линеаризованного уравнения Больцмана для модели твердых шаров с помощью модифицированного метода полупространственных разложений при произвольной зеркально-диффузной схеме взаимодействия молекул с поверхностью раздела фаз. Для диффузного рассеяния получено значение $K_{TS} = 1,18$.

Баканов [28] в рамках тех же представлений рассчитал тепловое скольжение газа, решив прямую задачу нахождения функции распределения молекул газа вблизи неоднородно нагретой поверхности. В двух предельных случаях большой и малой диффузности рассеяний на поверхности было получено

$$K_{TS} = \frac{3}{4} (1,08 + 0,49 \varepsilon) \quad \text{при } \varepsilon \approx 1,$$

$$K_{TS} = \frac{3}{4} (1 + 0,655 \varepsilon) \quad \text{при } \varepsilon \rightarrow 0.$$

Кроме того, в той же работе рассмотрено тепловое скольжение в довольно широком интервале давлений, в том числе и при больших значениях числа Кнудсена, рассчитанного относительно ширины расстояния между пластинами плоскопараллельного канала.

Резюмируя изложенное, можно заключить, что для не слишком разреженного газа коэффициент теплового скольжения при $\varepsilon = 0$ в самой общей форме можно выразить формулой

$$K_{TS} = \frac{3}{4} (1 + A(\varepsilon)). \quad (5)$$

При $\varepsilon \approx 1$ она принимает вид

$$K_{TS}(\varepsilon) = \frac{3}{4} (a + b \varepsilon),$$

а при $\varepsilon \rightarrow 0$

$$K_{TS}(\varepsilon) = \frac{3}{4} (1 + c \varepsilon).$$

В табл. I приведены значения констант a , b , c , а также K_{TS} ($\varepsilon = 1$), полученных разными авторами. Анализируя эти данные, следует помнить, что они рассчитаны для различных моделей межмолекулярного взаимодействия, что не может не сказаться на величине численных значений коэффициентов. Важно, однако, подчеркнуть (это будет существенно для дальнейшего), что при $\varepsilon \approx 1$ — самом распространенном случае диффузного взаимодействия — почти все расчетные значения K_{TS} лежат в интервале 1,1 — 1,2. Для зеркального отражения $K_{TS} = 0,75$. Таким образом, теоретически возможный интервал значений K_{TS} составляет 0,75 — 1,2.

Т а б л и ц а I

$K_{TS} (\varepsilon = 1)$	a	b	c	Литература
1,1493	1,0324	0,5	0,5756	[21]
1,1493	1,0	0,532	0,532	[21,23]
1,125	1,0	0,5	0,5	[16,22,23,25,26,32]
1,1775	1,08	0,49	0,655	[28]
1,18	1,0	0,573	-	[27]
1,149	-	-	-	[11,12,15,33,34]
0,75	-	-	-	[2,8]
0,891	-	-	-	[10]
1,14	-	-	-	[10,18]
1,146	-	-	-	[24,35]
1,194	-	-	-	[24]
0,924	-	-	-	[35]
1,125	-	-	-	[19]
1,1493	-	-	-	[13]
1,1494	-	-	-	[36]
1,169	-	-	-	[20]

Сказанное выше относится к случаю скольжения газа вдоль плоской поверхности. Если же газ скользит вдоль искривленной поверхности, то, вообще говоря, следует учесть влияние на скольжение кривизны этой поверхности. Такая задача была решена независимыми методами двумя авторами [29, 30], получившими близкие результаты^(1*). Следует отметить, что в задаче о термофореze тел это уточнение оказалось несущественным.

3. Эффект теплопроводности

Анализ явления ТФ высокотеплопроводных тел показывает, что представления о тепловом скольжении газа как единственной причине ТФ явно недостаточно. Действительно, если теплопроводность тела велика, то температура его практически однородна, т.е. градиент температуры вдоль поверх-

ности ничтожно мал. Тем не менее ТФ таких тел экспериментально наблюдается, причем эффект почти такой же, как для тел низкотеплопроводных.

В поиск причин, лежащих в основе механизма ТФ высокотеплопроводных тел, важный вклад внес Брок [37], предложивший в граничных условиях учитывать, наряду с тепловым, вязкое скольжение (также впервые теоретически открытое и рассчитанное Максвеллом) и скачок температуры на поверхности тела. Последний пропорционален нормальной к поверхности производной температуры газа. Он экспериментально и теоретически изучен Лазаревым [38] и Смолуховским [39].

Брок искал решение в виде ряда по степеням числа Кнудсена $Kn = \lambda/R$ (R — радиус кривизны взбеженного в газе тела, λ — длина свободного пробега молекул газа) и получил формулу, которая при $Kn \rightarrow 0$ переходит в результат Эпштейна. Для высокотеплопроводных тел слагаемые, пропорциональные Kn , становятся доминирующими. Формула Брока качественно лучше описывает термофоре́з высокотеплопроводных тел. Позднее Джекобсен [40] получил эту формулу, проведя расчеты в третьем приближении метода Чепмена — Энскога [41].

Другой подход к решению этой проблемы был предложен Дерягиным и Бакановым [42]. Он основан на применении принципов ТНП. Постановка задачи отличается от традиционной тем, что задается не градиент температуры в газе и скорость скольжения, как в прямой гидродинамической задаче, а скорость относительного движения тела и газа, температура которого на бесконечном расстоянии от тела постоянна. Вычисляется же вызванное движением газа изменение температуры. Связь между этим эффектом и скоростью термофоре́за находится затем с помощью принципа Онзагера.

Авторы усматривали природу этих двух взаимосвязанных явлений в наличии изотермического переноса тепла в газе, обусловленного неоднородностью давления p . Этот эффект в кинетической теории газов известен [41]. Граничные условия в этой постановке отличаются от броковских: для скорости и температуры задаются классические условия непрерывности, а для нормальных потоков тепла предполагается скачок:

$$\kappa_i \frac{\partial T_i}{\partial r} = \kappa_e \frac{\partial T_e}{\partial r} - \frac{3}{2} \nu \frac{\partial p}{\partial r}.$$

Такой подход вызвал негативную реакцию некоторых специалистов [43]. Кроме того, сами расчеты оказались не свободными от ошибок, которые впоследствии были исправлены. В дальнейшем Дерягин и Яламов [44], оставаясь в рамках этой концепции, дополнили граничные условия скачком температуры по Смолуховскому и вязким скольжением по Максвеллу. В результате была получена прежняя формула с добавлением слагаемых, пропорциональных числу Кнудсена, которые в конечном счете оказались малыми поправками.

Новый импульс развитию теории термофоре́за был дан работой Двайера [45]. Он предложил решать задачу гидрогазодинамики, используя соотношения, полученные из уравнения Грэда. Существенно, что в этом приближении не только потоки тепла зависят от градиентов давления, как это было принято

в работе Дерягина и Баканова. [42], но и напряжения в газе связаны с неоднородностью температуры. Граничные условия Двайер получил, решив уравнение Больцмана и вычислив в 13-моментном приближении компоненты скорости, температуру и радиальный поток тепла на границе. Приведенное в этой работе выражение для силы ТФ, хотя и довольно громоздкое, по форме не сильно отличается от броковского. Это особенно хорошо видно, когда оба выражения записаны в виде ряда по степеням Kn , ограниченного первой степенью. Есть, однако, существенное различие. При $\kappa_i / \kappa_e \rightarrow \infty$ скорость ТФ по Двайеру принимает вид

$$v_{\text{ТФ}} = -v \frac{\nabla T_{\infty}}{T} \text{Kn} \left(\frac{3}{2} \beta_1 - \frac{6}{\alpha_3} \right),$$

где β_1 (C_v в формуле Брока) — функция коэффициента аккомодации энергии α ; $1/\alpha_3$ (C_m в формуле Брока) — функция коэффициента аккомодации импульса ϵ . Легко видеть, что при некоторых значениях α и ϵ скорость ТФ может изменить знак. Анализ показывает, что физическая природа изменения знака скорости обусловлена учетом тепловых напряжений в газе, связанных с неоднородностью градиента температуры. Столь необычный результат вызвал возражения ряда специалистов [46, 76] (см. также [47]).

К выводу о возможности существования отрицательного ТФ приходит и Соне [48], рассчитавший силу, действующую на погруженное в газ высоко-теплопроводное тело, когда в газе поддерживается малый постоянный градиент температуры. В этом случае тепловое скольжение в нулевом приближении по Kn , как упоминалось выше, равно нулю из-за отсутствия в этом приближении тангенциального градиента температуры на поверхности тела. Однако в первом приближении по Kn оно в нуль уже не обращается. Кроме того, учитывается и смешанная производная температуры. В результате было теоретически обнаружено явление, которое автор назвал скольжением второго порядка. В отсутствие других сил этот эффект приводит к движению тела в направлении повышения температуры, т.е. к отрицательному термофору. Задача решена в рамках уравнений Навье — Стокса — Лапласа с граничными условиями, которые получены на кинетическом уровне. Именно, найдена функция распределения молекул газа в слое Кнудсена на базе использования кинетического уравнения в форме БГК, а затем стандартным путем рассчитаны скорость и температура газа в функции расстояния от границы раздела.

Другой способ получения граничных условий развивают Вестнер, Кюбель и Вальдман [49]. Они используют предложенный Вальдманом [50] подход, в котором рассчитывается производство энтропии на границе раздела фаз. Линейные соотношения между обобщенными "потоками" и "силами", дополненные очевидными законами сохранения, составляют систему феноменологических граничных условий для уравнений гидрогазодинамики. Они включают в себя также обусловленные учетом разреженности газа поправки в выражениях для потоков тепла, импульса, взаимной диффузии и т.п. в объеме газа вдали от фазовой границы. Таким образом, граничные условия автоматически учитывают вязкое и тепловое скольжения, скачки температуры и

потоков тепла на границе. Полученное авторами выражение для силы ТФ имеет вид отношения степенных полиномов числа Кнудсена вплоть до членов, содержащих Kn^5 (с неопределенными коэффициентами, которые подбираются из сравнения с экспериментальными данными). Авторы обращают внимание на принципиальное значение учета онзагеровской симметрии при проведении такого подбора. В частности, отмечается неудовлетворенность схемы Грэда (13-моментное приближение) и схемы Максвелла, в которых онзагеровская симметрия не соблюдается. В этой работе для тел высокой теплопроводности при малых значениях числа Кнудсена также предсказывается отрицательный термофорез.

Работы [49, 50] не только возвращают к использованию метода ТНП при решении задачи ТФ, но и демонстрируют широкие возможности его применения ко многим задачам такого типа, где важную роль играет поведение газа вблизи межфазной границы. Правда, сохранение в конечном результате слагаемых, содержащих высокие степени числа Кнудсена, вызывает возражения, тем более что наряду с этим из поля зрения авторов выпал эффект, связанный со скачком нормальной производной скорости газа (он учтен в работе Соне [48]), пропорциональный первой степени Kn . Эти соображения были приняты во внимание в работе Баканова и Ролдугина [51], где методом ТНП были получены граничные условия, а также использованы вычисленные на кинетическом уровне константы (кинетические коэффициенты). Авторы а priori ограничились в расчетах слагаемыми первой степени относительно числа Кнудсена, а уравнения Навье — Стокса — Лапласа решили как в рамках классического гидрогазодинамического подхода, так и ТНП-методом. Оба способа привели к одинаковым результатам для скорости ТФ в линейном по числу Кнудсена $Kn = \lambda/R$ приближении. Подчеркнем, что формула Эпштейна рассматривается в этих работах как формула нулевого приближения по λ/R , но первого приближения по λ/L , где L — характерный масштаб изменения температуры газа вдали от тела. В этой теории для высокотеплопроводных тел также предсказывается отрицательный термофорез при малых числах Кнудсена ^(2*).

Соне и Аоки [33] разработанным Соне асимптотическим методом решили задачу ТФ при произвольном механизме отражения молекул газа от межфазной границы. Учтены были, кроме уже упомянутых эффектов, также эффекты кривизны тела. Полученная формула для скорости качественно согласуется с результатом Баканова и Ролдугина [51] (без учета кривизны). Некоторое отличие численных коэффициентов — следствие использования различных моделей расчета кинетических коэффициентов: модели БГК — у Соне и уравнения Больцмана и модели твердых шаров — у Баканова и Ролдугина.

Отрицательный термофорез для $\kappa_i/\kappa_e \gg 1$ и $Kn \ll 1$ обнаруживается также в расчете Горелова [53], где уравнение Больцмана (в интегральной форме) для модели твердых шаров и диффузного закона отражения от межфазной границы решается численно методом Монте-Карло.

Численный расчет ТФ методом Бубнова-Галеркина на основе использования линеаризованных кинетических уравнений с операторами межмолеку-

лярных столкновений в форме БГК и эллипсоидальной модели предприняли Береснев и Черняк [54]. При столкновениях молекул газа с поверхностью предполагалась произвольная аккомодация энергии и тангенциального импульса. При $\text{Kn} \ll 1$ путем обработки численных результатов для S-модели при $\varepsilon = \alpha = 1$ была подобрана аппроксимация для силы ТФ. Расчет также подтверждает возможность отрицательного ТФ высокотеплопроводных тел.

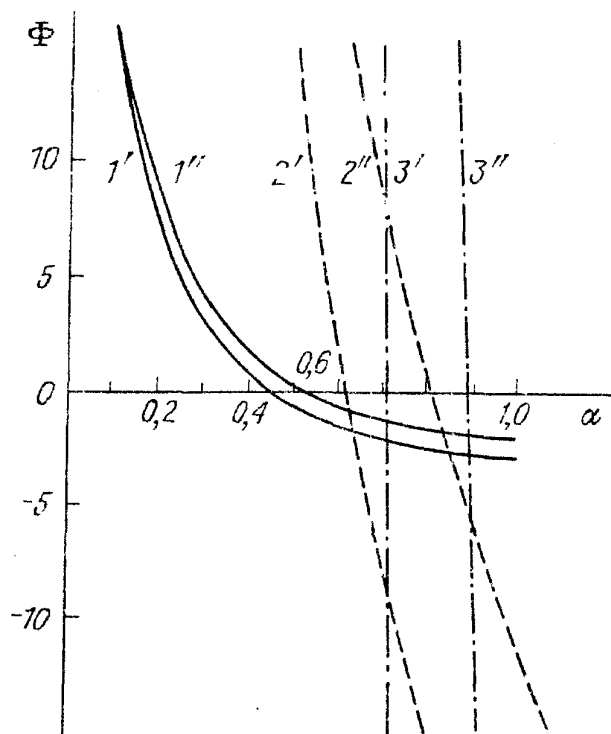


Рис. 1. Зависимость функции Φ от α [51]

Поддоскиным, Юшкановым и Яламовым [55] гидродинамическим методом на основе использования S-модели и метода полупространственных разложений найдена функция распределения газовых молекул с произвольным законом аккомодации энергии и импульса. Этот результат применен затем для получения граничных условий на поверхности тела. Они содержат скачки температуры нормальных к поверхности раздела потоков тепла, нормальной компоненты скорости, а также скольжение, в том числе и скольжение второго порядка. Рассчитана скорость ТФ.

Резюмируя обзор теоретических работ, можно утверждать следующее.

Современное состояние теории термофореза тел в газах при малых числах Кнудсена описывает скорость термофореза выражением вида

$$v_{\text{ТФ}} = -K_{\text{ТС}}(\varepsilon) \frac{\nu}{T_0} \frac{\nabla T_{\infty}}{1 + \frac{\kappa_i}{2\kappa_e}} (1 + \text{Kn} \cdot \Phi) \quad (6)$$

где Φ — некоторая функция коэффициентов аккомодации тангенциального импульса ε и энергии α , а также отношения κ_i/κ_e . В самой общей форме результаты вычислений функции $\Phi(\varepsilon, \alpha, \kappa_i/\kappa_e)$ в разных работах можно представить формулой

$$\Phi(\varepsilon, \alpha, \kappa_i/\kappa_e) = A(\varepsilon, \alpha) \frac{\kappa_i}{\kappa_e} + \frac{B(\varepsilon, \alpha) + C(\varepsilon, \alpha) \frac{\kappa_i}{\kappa_e}}{1 + \frac{\kappa_i}{2\kappa_e}} + D(\varepsilon, \alpha).$$

Основное свойство функции Φ , которое нас здесь интересует, состоит

в том, что при $\kappa_i / \kappa_e \gg 1$ главным является первое слагаемое, и функция Φ прямо пропорциональна κ_i / κ_e . Различия в коэффициентах пропорциональности обязаны своим происхождением либо различным гипотезам о межмолекулярном и межфазном взаимодействиях, либо погрешностям самих расчетов. В табл. II приведены численные значения указанных коэффициентов при $\varepsilon = 1, \alpha = 1$, полученных различными авторами. На рис. 1 дана зависимость $\Phi(\alpha)$ [51] для $\varepsilon = 0,8$ ($1' - 3'$) и $\varepsilon = 1$ ($1'' - 3''$) и различных $\kappa_i / \kappa_e = 1$ ($1', 1''$), 10 ($2', 2''$) и 100 ($3', 3''$). Видно, что при $\alpha > 0,3$ для $\kappa_i / \kappa_e \approx 1$ абсолютное значение Φ невелико и меняет знак при $\alpha \sim 0,5$ (> 0 при $\alpha < 0,5$ и < 0 при $\alpha > 0,5$). С ростом κ_i / κ_e зависимость $\Phi(\alpha)$ становится более резкой, и изменение знака происходит при больших значениях α .

При $\alpha \sim 1$ согласно теории скорость ТФ высокотеплопроводных частиц с ростом числа Кнудсена должна падать (исключение составляет вывод работы [55]), а при $\alpha < 0,9$ расти. Таким образом, появляется принципиальная возможность судить о величине коэффициента аккомодации энергии газовых молекул при их соударениях с поверхностью частицы по изменению скорости термофореza при малых $Kn (\rightarrow 0)$.

Т а б л и ц а II

A	B	C	D	Φ			Литература
				$\kappa_i / \kappa_e = 1$	$\kappa_i / \kappa_e = 10$	$\kappa_i / \kappa_e = 100$	
-0,45	0,3	-2,07	-1,43	3,06	-9,33	-50,5	[51]
2,26	0,55	-2,18	-0,15	1,023	18,9	221,6	[55]
-0,805	0,368	-1,441	-0,773	-2,29	-11,16	-84,1	[33]
-0,1	4,52	-0,19	-4,91	-2,12	-5,47	-15,19	[34]

4. Экспериментальные результаты

Все известные на сегодня методы измерения скорости термофореza довольно сложны в практическом отношении и содержат большое число источников ошибок. Кроме того, как показал анализ, стандартный подход к обработке полученных результатов, как правило, оказывается непригодным, когда речь идет о сравнении с теорией. В качестве примера можно привести сопоставление в работе [40] расчетных и экспериментальных результатов. На рис.2, воспроизведенном нами из [40], показано их довольно хорошее согласие. Ниже, однако, мы продемонстрируем, что при более детальном анализе оказывается, что эти результаты расходятся значительно, чем это представляется из рис.2.

Обратимся к формуле (6). Перепишем ее в виде

$$v^* = -v_{T\Phi} \frac{2 + (\kappa_i / \kappa_e)}{2\nu \nabla T_\infty} T_0 = K_{TS} (1 + Kn \cdot \Phi). \quad (6a)$$

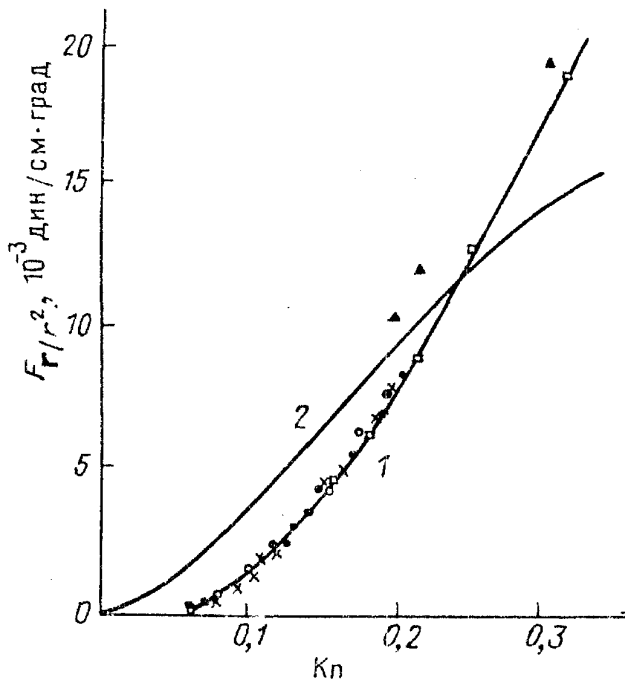


Рис. 2. Сопоставление экспериментальных (1) и расчетных (2) результатов [40]

График зависимости $v^*(Kn)$ — прямая линия, ордината которой при $Kn = 0$ равна K_{TS} , а угловой коэффициент $K_{TS}\Phi$. Остается теперь выразить из имеющихся экспериментов функцию $v^*(Kn)$ и сопоставить экспериментальные значения K_{TS} и Φ с приведенными в табл. I и II теоретическими значениями.

Прежде чем перейти к описанию экспериментов, уместно сделать некоторые предварительные замечания. Поскольку надежные теоретические результаты получены главным образом в области $Kn \ll 1$, то сравнение с экспериментом ес-

тественно вести лишь при этих значениях числа Кнудсена. Кроме того, как следует из сказанного выше, сопоставление с экспериментом предлагается проводить в первую очередь с помощью предельного перехода к значению скорости ТФ, соответствующей $Kn = 0$. Это определяет решающую роль тех данных эксперимента, которые получены в области значений Kn , отвечающих условию $Kn \Phi \ll 1$. При больших значениях отношения κ_i/κ_e — это почти всегда эквивалентно требованию $(\kappa_i/\kappa_e) Kn \ll 1$. К сожалению, подавляющее число экспериментальных работ проводилось без учета этих обстоятельств и поэтому непригодно для нашего анализа. Естественно, что такие данные обработке не подвергались.

По-видимому, первая экспериментальная работа, в которой была предпринята попытка начать систематическое исследование ТФ, принадлежит Фрэдлунду [56]. Он измерил эффект воздействия поля температуры на подвешенный на коромысле диск. Опыты проводились в разных газах: водороде, аргоне, азоте, кислороде и воздухе, в диапазоне давлений от 1 до 2000 дин/см². Было установлено, что при заданном расстоянии между разнотемпературными пластинами сила ТФ линейно растет с давлением, проходит через максимум и далее падает как $1/p^2$.

Через восемь лет Розенблатт и Ла-Мер [57] с помощью конденсатора Милликена измерили силу ТФ, действующую на капельки трикрезилфосфата в воздухе. Радиус частиц лежал в интервале 0,4 — 1,6 мкм, давление воздуха в камере менялось от 45 до 760 мм рт. ст., что соответствовало числам Кнудсена, начиная от 0,035 и выше. Следует отметить, что неравенство $(\kappa_i/\kappa_e) Kn \ll 1$ здесь не соблюдается.

В работах Шадта и Кейдла изучен ТФ аэрозольных частиц из целого ряда веществ в воздухе: стеариновой кислоты, NaCl, карбонила железа [58], а также трикрезилфосфата и ртути [59]. В первой из этих работ использо-

валась методика осаждения в термопреципитаторе при атмосферном давлении. Размеры частиц лежали в интервале от 0,1 до 4,5 мкм. Было впервые обнаружено значительное (в 20 — 40 раз) превышение экспериментально измеренного значения силы ТФ для NaCl и карбонила железа над вычисленным по формуле Эпштейна. Во второй работе авторов был применен конденсатор Милликена. Здесь подтвердился вывод предыдущей работы для NaCl (превышение в 30 раз). Результат для ртути оказался еще выше (в 50 раз по сравнению с расчетным значением).

К сожалению, в обеих работах ни в одном опыте не было достигнуто значение числа Кнудсена $< 0,1$.

Тщательные и весьма детально описанные опыты Шмитта [60] с конденсатором Милликена и частицами из различных силиконовых масел и парафина в аргоне, азоте, CO_2 , водороде ($\kappa_i/\kappa_e = 1 - 10$) показали хорошее, по мнению автора, согласие с формулой для ТФ малых частиц [61, 62]. Для больших масляных частиц в азоте, аргоне и CO_2 минимальное значение числа Кнудсена, при котором велись измерения, составляет 0,05; число точек, соответствующих $\text{Kn} \leq 0,1$, также довольно велико. Однако поскольку отношение κ_i/κ_e было порядка 10, то необходимое условие корректного сравнения с теорией (κ_i/κ_e) $\text{Kn} \ll 1$ ни в одном из этих опытов не соблюдается. Для пары же масло — водород все измерения проведены при $\text{Kn} > 0,1$.

Таким образом, и эти результаты не дают возможности проводить корректное сравнение с теорией.

Конденсатор Милликена использовался также в работе Джекобсена и Брока [40]. Измерялась сила ТФ, действующая на частицы NaCl в аргоне. Давление газа менялось в интервале 200 — 800 мм рт. ст. Радиус частиц составлял 0,4 — 1,0 мкм. Хотя числа Кнудсена были достаточно малы (минимальное значение составляло 0,06), однако из-за большого отношения $\kappa_i/\kappa_e = 250$ условие (κ_i/κ_e) $\text{Kn} \ll 1$ не выполняется, и результатами для надежного сравнения с теорией воспользоваться нельзя.

Ценность в этих опытах представляют изотермические измерения. С их помощью определено значение коэффициента вязкого скольжения. Значения остальных параметров, входящих в формулу для силы ТФ [40], которые авторы находят путем подгонки под экспериментальные результаты, требуют серьезной корректировки.

В работе Сакстона и Ранца [65] с помощью конденсатора Милликена изучались аэрозоли касторового масла и парафина в воздухе при атмосферном давлении. Диаметр частиц лежал в интервале от 0,481 до 2,16 мкм. Минимальное значение числа Кнудсена составило $\sim 0,07$. Тем не менее для сравнения с теорией эти данные использовать нельзя, так как условие (κ_i/κ_e) $\text{Kn} \ll 1$ не соблюдается.

Конденсатор Милликена применен также в работе Кусаки, Окуямы, Нишио, Иошиды [77]. В качестве объекта исследований использовались аэрозоли табачного дыма, стеарина и диоктилфталата в воздухе при атмосферном давлении. Отношения κ_i/κ_e составили соответственно 8,47, 5,08 и 5,08. Числа Кнудсена для каждого вида аэрозольных частиц в ходе эксперимента не ме-

нялись и были порядка 0,1 — 0,05. Измерения скорости ТФ проводились при различных значениях градиента температуры. Абсолютное значение скорости при фиксированном Kn примерно вдвое превысило рассчитанное по формуле Брока [37] и ближе всего, по мнению авторов, приближается к результату Дерягина и Яламова [78].

Полученный результат позволяет считать перспективной разработанную авторами аппаратуру для измерений ТФ аэрозолей. Окончательный вывод о ее работоспособности можно сделать после того, как будут опубликованы данные измерений зависимости $u_{ТФ}(Kn)$.

Тонг [67] проанализировал методику измерений с помощью конденсатора Милликена. Он отмечает следующие недостатки этой методики: ошибки в определении размера частиц, их формы, плотности, заряда, а также наличие конвекции и практические ограничения минимального размера частиц и применяемых давлений. В свою очередь, автор предложил для измерения силы ТФ использовать метод отклонения под влиянием горизонтального градиента температуры шарика известного размера, материала и веса, подвешенного на тонкой нити в вакуумной камере. В опытах Тонга шарики имели размеры от 1 до 5,1 мм, длина нити 93 см, ее диаметр 1 мкм. Давление в камере менялось от 10^{-3} до 100 торр. Расстояние между разнотемпературными пластинами было 5 и 1,3 см. Материалы шариков: тефлон, полиэтилен, алюминий, пробка, силиконовая резина. Для устранения конвекции в камере устанавливались специальные перегородки. При давлении менее 100 торр существование конвекции вообще не было обнаружено.

В работе приведены результаты измерений для алюминия и пробки в гелии и воздухе. Примененная автором методика позволила провести измерения в области значений числа Кнудсена от 0,016 и выше. Однако для алюминия и это оказалось недостаточным. При отношении $\kappa_i/\kappa_e = 1580$ (в гелии) значение параметра $(\kappa_i/\kappa_e)Kn$ значительно больше единицы.

Всем необходимым критериям отвечают результаты опытов [67] с шариками из пробки в гелии ($\kappa_i/\kappa_e = 0,3$), где нашу методику сравнения теории и эксперимента можно проводить без всяких сомнений. На рис.3 представлен график зависимости $v^*(Kn)$. Экстраполяция к $Kn \rightarrow 0$ дает $v^*(0) = 4,18$. Такой результат однозначно говорит о завышенном значении измеренной величины эффекта. Причины этого неясны. По-видимому, порок содержится в самой методике измерений либо конструкции аппарата.

Серию аналогичных измерений силы ТФ, действующей на шарик из пробки в He, HD, Ne, Ar, N₂, провели Дэвис и Адэйр [68]. В подавляющем числе этих опытов в области $Kn < 0,1$, к сожалению, было получено всего 2 — 3 точки. И только в гелии ($\kappa_i/\kappa_e = 0,3$) была возможность провести более или менее надежную обработку результатов измерений. Результаты приведены на рис.3. Как и в предыдущей работе, значение $v^*(0) = 4,38$ оказалось завышенным. Кроме того, угол наклона кривой $v^*(Kn)$ в точке $Kn = 0$ оказался аномально велик^(3*) по абсолютной величине (— 26, 55). Все это подтверждает наше предположение о пороке в самой постановке эксперимента.

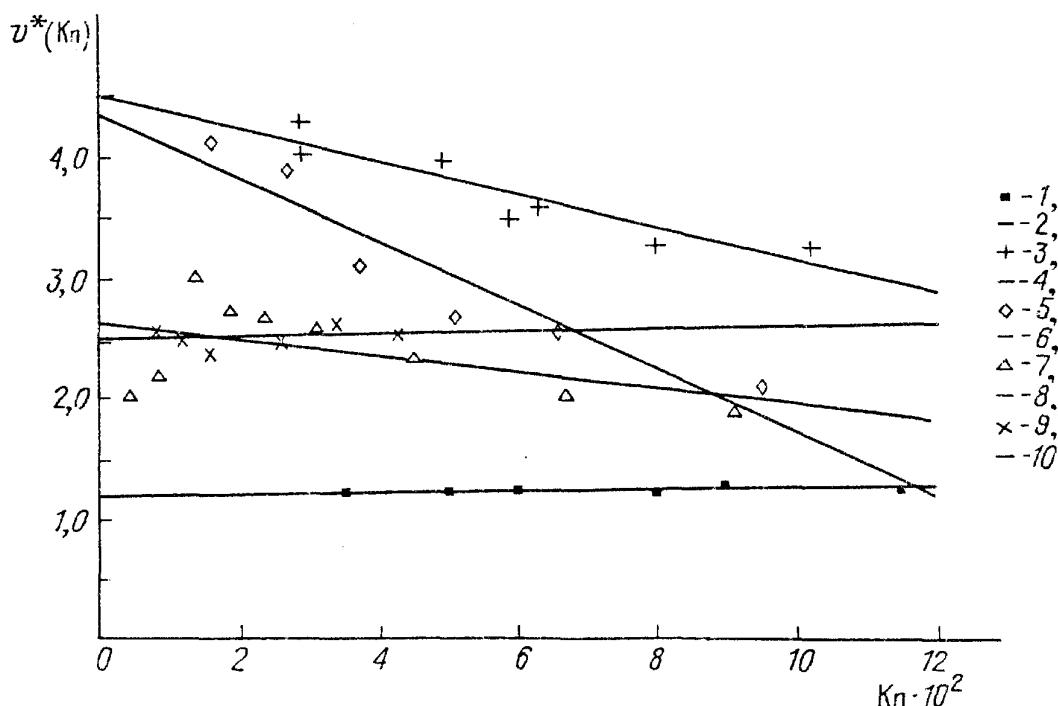


Рис. 3. Зависимость v^* от Kn . 1 — масло — воздух, $\kappa_i/\kappa_e = 8, 13$, $K_{TS} = 1,22$ [57]; 2 — пробка — гелий, $\kappa_i/\kappa_e = 0,3$, $K_{TS} = 4,53$ [68]; 3 — пробка — гелий, $\kappa_i/\kappa_e = 0,3$, $K_{TS} = 4,38$ [67]; 4 — полистирен — гелий, $\kappa_i/\kappa_e = 0,8$, $K_{TS} = 2,63$ [72]; 5 — полистирен — неон, $\kappa_i/\kappa_e = 2,43$, $K_{TS} = 2,51$ [72]; 6, 7, 8, 9, 10 — прямолинейная аппроксимация результатов измерений

В специальной кювете — модели канала, где на гравитационное оседание частиц накладывается их движение в направлении перепада температуры, — Дерягиным и Рабиновичем (см. [63]) измерена скорость ТФ частиц табачного дыма, NaCl и капель вазелинового масла ($R = 0,3 — 0,6$ мкм) в воздухе при давлениях 30 — 200 и 760 мм рт.ст. Числа Кнудсена лежат в интервале 0,15 — 0,4. Обработке эти данные по упомянутым выше причинам нами не подвергались.

В дисковом термопреципитаторе оригинальной конструкции проводили исследование термофореза Кенг и Опп [64]. Аэрозольные частицы из $MgO, Al_2O_3, NaCl, Fe, Pt, Zn, Al, Ag$ имели примерно одинаковый диаметр ~ 1 мкм. Опыты велись с воздухом при атмосферном давлении. Число Кнудсена составляло около 0,15. Некоторые качественные результаты представляют интерес. Так, было обнаружено, что сила ТФ практически для всех исследованных аэрозолей не зависит от теплопроводности частиц. Последняя при этом менялась в зависимости от материала частиц почти в 100 раз. Для наших целей результаты этой работы использованы быть не могут, ибо зависимости силы ТФ от Kn в ней не получено.

Сторожилова и Щербина [66] для измерения скорости ТФ применили метод свободно падающих капель трансформаторного масла ($R = 10$ мкм) в вертикальной щели ($H/L = 80$, H — высота, L — расстояние между стенками) при горизонтальном градиенте температуры. Хотя измеренное значение скорости ТФ близко при $Kn = 0,006$ к вычисленному при $Kn = 0$, однако такой результат может быть и случайным совпадением. Дело в том, что в работе не проделаны измерения при других значениях Kn , которые могли существенно повысить надежность этих данных.

Струйным методом, предложенным Дерягиным и Сторожиловой, был исследован [69] ТФ аэрозольных частиц вазелинового масла и поваренной соли в воздухе при давлении 160 — 170 мм рт.ст., а также частиц MgO , NH_4Cl и табачного дыма. Полученные результаты характеризуются очень большим разбросом. Измерения выполнены в той области чисел Кнудсена, где сравнение с существующими теориями неправомерно.

Аналогичный метод применили Ф.Проди, Сантахиара и В.Проди [70]. Изучался аэрозоль $NaCl$ в воздухе. Сравнение этих данных с существующими теориями также невозможно в связи с недостаточным числом точек при $Kn < 0,1$ и несоблюдением условия $(\kappa_i/\kappa_e) Kn \ll 1$.

Тальбот, Ченг, Шефер и Уиллис [71] предприняли попытку изучения терморефа частиц по измерению их концентрации в потоке аэрозоля вблизи нагретой стенки. Поток со скоростью 4 м/с выходил из сопла и обдувал пластину, нагретую до 1300 К. Измерения скорости и концентрации частиц проводились с помощью аргонового лазера и оптической системы с фотоумножителем. Частицы представляли собой сферы из окиси алюминия диаметром ~ 2 мкм. Были проведены измерения при $Kn = 0,15$. Эксперименты не дают информации о зависимости эффекта от числа Кнудсена. Поэтому для наших целей они использованы быть не могут.

Большой объем измерений проделали Канки и Иучи [72], применяя высокочувствительный торсионный подвес, на котором укреплялись исследуемые сферические частицы. В качестве материалов частиц были использованы полистирен ($d = 0,25$ см), стекло ($d = 0,226$ см), алюминий ($d = 0,24$ см), а в качестве газов — аргон, неон, гелий при давлениях 0,1 — 100 торр. Расстояние между разнотемпературными пластинами ~ 2 см.

Экспериментально появление силы ТФ зафиксировано при $Kn = 0,005$. При $Kn \sim 0,5$ сила проходит через максимум, затем появляется тенденция к снижению. Отмечается слабая зависимость силы ТФ от κ_i/κ_e . Отрицательного ТФ не обнаружено^(4*). Мы обработали данные измерения ТФ полистирена в гелии ($\kappa_i/\kappa_e = 0,8$) и неоне ($\kappa_i/\kappa_e = 2,43$) (см. рис. 3). В первом случае $v^*(0) = 2,63$, во втором $v^*(0) = 2,51$. Оба результата следует признать завышенными. Данные по полистирену в аргоне, а также стеклу в гелии, для которых выполнено условие $(\kappa_i/\kappa_e) Kn \ll 1$, содержат всего 2 — 3 точки. Остальные измерения, хотя и проделанные при малых Kn , вообще не имеют точек, отвечающих условию $(\kappa_i/\kappa_e) Kn \ll 1$.

Таким образом, ни один из опытов среди опубликованных к настоящему моменту в литературе, строго говоря, не может ни подтвердить, ни опровергнуть какую-либо из существующих линейных по Kn теорий ТФ. Скорее можно утверждать обратное: теория указывает на неудовлетворительность экспериментальных исследований Бакановым, Дерягиным и Ролдугиным [74] был предложен метод изучения ТФ на основе опытов по тепловой поляризации тел в потоке газа. Для случая масло — аргон [75] путем расчета в рамках модели [51] были получены значения $K_{TS} = 1,2$, $\epsilon = 0,95$ и $\alpha = 0,81$. Если чисто формально осуществить разработанную нами процедуру нахождения $v^*(0) = K_{TS}$, а также ϵ и α (по углу наклона $v^*(Kn)$) из

измерений Розенблата и Ла-Мера [57] (масло — воздух), то получается довольно близкий результат: $K_{TS} = 1,22$, $\varepsilon = 1$, $\alpha = 0,83$.

Попутно заметим, если также формально применить разработанную методику сравнения с теорией к опытам Джекобсена и Брока [40] (NaCl — аргон, $\kappa_i/\kappa_e = 250$, $Kn = 0,06$ и выше), которые Н.А.Фукс считал эталонными [76], то результат оказывается крайне неудовлетворительным: $v^*(0) = -$ (минус !) 3,78. Это с несомненностью говорит о том, что либо данные измерений сильно занижены, либо, что, на наш взгляд, более вероятно, они совершенно непригодны для сравнения с любой из современных аналитических теорий, в том числе в [40], область применимости которых ограничена значениями $Kn < \kappa_e/\kappa_i$.

5.3. Заключение

Хотя явление ТФ впервые наблюдалось более 100 лет назад, только в 1929 г. Эпштейну удалось установить одну из физических причин явления — тепловое скольжение газа вдоль неравномерно нагретой поверхности тела. Систематическое исследование, начавшееся в 1946 г. работой Розенблатта и Ла-Мера, обнаружило вскоре несовершенство этой теории, особенно для высокотеплопроводных тел относительно большого размера. Брок, Двайер, Вальдман, Дерягин, Баканов, Ролдугин, Соне и другие внесли свой вклад в понимание физической природы ТФ. В частности, ими было установлено, что наряду с тепловым скольжением важную роль, особенно в случае ТФ высокотеплопроводных тел большого размера, играют скачок температуры на поверхности газ-тело, температурные напряжения и изотермический перенос тепла в газе. В связи с этим нельзя не отметить работы [42, 49, 50, 51] по применению методов ТНП. Было установлено, что решающим фактором в оценке достоверности той или иной теории ТФ является обязательность соблюдения онзагеровской симметрии. На сегодня этому условию удовлетворяет из всего спектра теоретических работ по ТФ лишь несколько [33, 49, 51, 55]. По нашему мнению, дальнейшей "отбраковке" путем сравнения с экспериментом имеет смысл подвергать только эти работы.

С другой стороны, поскольку все формулы, полученные аналитически для случая крупных частиц, пригодны лишь в первом порядке по $Kn \ll 1$, то и сравнение с экспериментом оправданно только при малых отклонениях от формулы нулевого приближения (напомним, что за нулевое приближение теории ТФ мы принимаем результат, полученный в первом порядке по λ/L , где L — характерный масштаб изменения температуры газа, т.е. размер измерительной камеры). К сожалению, в этой области чисел Кнудсена получено не так уж много экспериментальных данных. Многие измерения, хотя и сделанные при достаточно малых Kn , проведены только в одной точке. Это в значительной мере снижает их ценность как инструмента проверки теории. Особенно неудовлетворительно положение с экспериментальным изучением ТФ крупных высокотеплопроводных тел. Требование малости отклонения от нулевого приближения теории сводится в этом случае к гораздо более жесткому требованию $Kn \ll \kappa_e/\kappa_i$. Это условие для высокотеплопроводных тел не

выполнено ни в одной экспериментальной работе, результаты которых дают, таким образом, только оценочные значения исследуемых величин. Они, естественно, не могут претендовать на серьезную роль в решении вопроса о достоверности той или иной теории.

В свете изложенного можно утверждать, что опыты с аэрозолями, особенно высокотеплопроводными, для целей строгого количественного сравнения с теорией, по-видимому, бесперспективны. Большой оптимизм вселяет методика измерения силы ТФ, действующей на тела значительных размеров. Однако пока здесь положение неудовлетворительное. Анализ результатов этих опытов однозначно указывает на методические просчеты в их постановке. Заметную роль в искажении результатов играет влияние стенок камеры как следствие ее конечных размеров. Попытки учесть или исключить это влияние предпринимались, однако надежной методики пока не получено. Во всяком случае, зависимость $\nu_{\text{ТФ}}(Kn)$ с явно выраженным максимумом несомненно указывает именно на этот эффект.

Справедливости ради следует отметить, что устранение влияния стенок путем простого увеличения размера камеры сопряжено с серьезными трудностями по компенсации тепловой конвекции газа. Эту трудность можно, конечно, обойти, если эксперименты вести в условиях невесомости.

Другой, более реальный на сегодня путь — исследование тепловой поляризации тел в потоке газа [74, 75]. Основная проблема в этих опытах состоит в измерении малых разностей температур. Для не слишком теплопроводных тел такие измерения уже проделаны [75]. Что же касается тел высокотеплопроводных, то здесь необходимо дальнейшее усовершенствование методики. В частности, можно попытаться использовать вместо одной термопары батарею. Это, в свою очередь, потребует увеличения размеров объекта измерения и, как следствие, использования камер **бóльших** размеров, высокопроизводительных насосов и т.п.

ПРИМЕЧАНИЯ

⁽¹⁾Расчет этого эффекта в [31] оказался неверным.

⁽²⁾Эти два метода использовали также Яламов и Гайдуков [52]. Совпадение результатов обоих расчетов получено в рамках нулевого (эпштейновского) приближения.

⁽³⁾К этому заключению мы приходим из сравнения $K_{\text{ТСФ}}$ с расчетными значениями при $\kappa/\kappa_c \leq 1$ (см. табл. II и рис.1).

⁽⁴⁾Сутугин и Петрянов-Соколов сообщают в своей работе [73] о подтверждении выводов теории относительно возможности существования отрицательного ТФ. К этому заключению они пришли, подвергнув анализу данные о дисперсности осадков частиц NaCl в термопреципитаторе и на ультратонких волокнах. Они установили, что существует верхняя граница размеров частиц, которые попадают в осадок термопреципитатора. Частицы большего размера ($Kn < 0,3$ — (0,6) не оседают на холодных стенках термопреципитатора, как считают авторы, из-за изменения знака силы ТФ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Tyndall J. // Proc. Roy. Inst. 1870. V.6. P.3.
2. Maxwell J.C. // Phil. Trans. Roy. Soc. B. 1879. V.170. P. 231.
3. Reynolds O. // Ibidem. 1880. V. 170. P. 727.
4. Epstein P.S. // Phys. 1929. Ed. 54. S 537.
5. Дерягин В.В., Баканов С.П. // ДАН СССР. 1961. Т. 141. С.384.

6. Cross E.P., Ziering S. // Phys. Fluids. 1958. V.1. P.215.
7. Brock J.R. // J. Coll. Sci. 1965. V.20. P. 571.
8. Дерягин Б.В., Яламов Ю.И., Ивченко И.Н. // АН СССР. 1967. Т. 173. С. 1287.
9. Bhatwger P.L., Cross E.P., Krook M. // Phys. Rev. 1954. V.94. P.511.
10. Яламов Ю.И., Ивченко И.Н., Дерягин Б.В. // ДАН СССР. 1967. Т.175. С.549.
- [11] Sone Y. // J. Phys. Soc. Japan. 1966. V. 21. P. 1836.
12. Sone Y., Yamamoto K. // Phys. Fluids. 1968. V.11. P. 1672.
13. Loyalka S.K. // Ibidem. 1969. V. 12. P. 2301.
14. Яламов Ю.И., Ивченко И.Н., Дерягин Б.В.// ДАН СССР. 1968. Т.180. С. 330.
15. Абрамов Ю.Ю., Гладуш Г.Г. // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа [МЖГ]. 1970. № 2. С.20.
16. Абрамов Ю.Ю. // Тепл.выс.темп. 1970. Т.8. С.828.
17. Sone Y. // J. Phys. Soc. Japan. 1970. V.29. P.1655.
18. Коган М.Н., Макашев Н.К. // Уч.зап. ЦАГИ. 1970. Т.1. С.69.
19. Loyalka S.K. // Phys. Fluids. 1971. V. 14. P. 21.
20. Ивченко Я.Я., Яламов Ю.И. // ЖФХ, 1971. Т.45. С.577.
- [21].Loyalka S.K., Cipolla J.W. // Phys. Fluids. 1971. V.14. P. 1656.
22. Loyalka S.K. // Zs. Naturforsch. 1971. Bd.26a. S.964.
23. Onishi Y.//Trans. Japan. Soc. Aero Space Sci. 1972. V.15. P.117.
24. Скакун С.Г., Суетин П.Е., Черняк Д.Г.//МЖГ, 1974, № 4, С. 179.
25. Черняк В.Г., Маргилевский А.Е., Породнов Б.Г., Суетин П.Е.//ИФЖ. 1975. Т.28. С.624.
26. Loyalka S.K., Petrellis N., Storvick T.S.//Phys. Fluids. 1975. V.18. P.1094.
27. Баканов С.П., Дерягин Б.В.// ДАН СССР. 1976. Т.227. С.329.
Вакапов С.Р., Derjaguin B.V., Roldughin V.I.// J. Coll. and Interface Sci. 1977. V.60. P.172.
28. Баканов С.П.//ЖТФ. 1977. Т.47.С.421.
29. Sone Y.//Proc. RGD Simp. 1969. V.1. P.243.
30. Ролдугин В.И.//Колл.ж. 1987. — Т.49. С.45.
- [31].Яламов Ю.И., Барсегян О.А., Юшканов А.А. //Физика аэродисперсных систем и физическая кинетика. — Калинин, КГУ, 1975. — С.11.
32. Суетин П.Е., Черняк В.Г.//МЖГ. 1977. №6. С.107.
33. Sone Y., Aoki K.// Phys. Fluids. 1977. V.20. P.571.
34. Sone Y., Aoki K.//Proc. 10th RGD Simp. 1977. Pt.1. P.417.
35. Loyalka S.K.//Phis. Fluids. 1976. V.19. P.1641.
36. Onishi Y.//Bull. Univ. Osaca Prefecture. A. 1973. V.22. P.91.
37. Brock I.R.// J. Coll. Sci. 1962. V.17. P. 768.
38. Лазарев П.П. Диссертация (1910)//Сочинения. Т.2. — М.;Л.: Изд-во АН СССР, 1950. — С.363.
39. Smoluchowsky M.//Sitzimgber. Wien. Acad. 1898. Bd.107. Abt Ila. S.321.
40. Jacobsen S., Brock I.R.// J.Coli.Sci. 1965. V.20. P.544.
- [41]. Чепмен С., Каулинг Т. Математическая теория неоднородных газов. — М.: ИЛ, 1960.
42. Дерягин Б.В., Баканов С.П.// ДАН СССР. 1962. Т.147. С. 139.
43. Waidmarm L., Schmitt K.// Aerosol Sci. — New York, 1966. — P. 137.
44. Derjaguin B.V., Yalamov Yu.// J.Coll. S c i . 1965. V.20. P.555,
45. Dwyer H.A.//Phys Fluids. 1968. V.10. P.976.
46. Brock J.R.//Ibidem. V.11. P.422.
47. Dwyer H.A.// Ibidem. P.923.
48. Sone Y.//Ibidem. 1972. V.15. P. 1418.
49. Vestner H., Kubel M., Waldmann L.// Nucwo Cimento. 1975. V.25B. P.405.
50. Waldmann L.//Zs. Naturforsch. 1967. Bd.22a. S.1269.
- [51].Баканов С.П., Ролдугин В.И.//Колл. ж. 1977. Т.39. С.1027.
52. Яламов Ю.И., Гайдуков М.Н.//Ibidem. 1976. Т.38. С.1149.
53. Горелов С.Л.//МЖГ. 1976. № 5. С.178.
54. Береснев С.А., Черняк В.Г.// ДАН СССР. 1985. Т.285. С.1177.
55. Поддоскин А.Б., Юшканов А.А., Яламов Ю.И.//ЖТФ, 1912. Т.52. С.2253.
56. Fredlund E.//Phil. Mag. 1938. V.26. P.987.
57. Rosenblatt P., La Mer V.X.//Phys.Rev. 1946. V.70. P.385.
58. Schadt C.F., Cadle R.D.// J.Coll.Sci. 1957. V.12. P.356.
59. Schadt C.F., Cadle R.D.//J.Phys.Chem. 1961. V.65. P.1689.
60. Schmitt K.H.// Z s . Naturforsch. 1959. Bd. 14a. S.870.
- [61].Дерягин Б.В., Баканов С.П.//Колл.ж. 1959. Т.21, С.377; Disc. Farad. Soc. 1960. V.30. P.130.
62. Waldmann L.// Z s . Naturforsch. 1959. Bd. 14a. S.589.
63. Рабинович Я.И. Автореферат дисс.... канд. физ.-мат. наук. — М., 1965.

64. *Keng E., Orr C.*// J. Coll. and Interface Sci. 1966. V.22. P. 107.
65. *Saxton R.L., Ranz W.E.*// J. Appl. Phys. 1952. V.23. P.917.
66. *Сторожилова А.И., Шербина Г.И.*// ДАН СССР. 1974. Т.217. С.356.
67. *Tong N.T.*// J. Coll. and Interface Sci. 1975. V.51. P.143.
68. *Davis L.A., Adair T.W.* III//J. Chem. Phys. 1975. V.62. P.2278.
69. *Сторожилова А.И.* Автореферат дис.... канд. хим. наук. — М., 1964.
70. *Prodl F., Santachiara G., Prodi V.*// J.Aerosol Sci. 1979. V.10. P.421.
- [71]. *Talbot L., Cheng R.K., Schefer R.W., Willis D.R.*// J. Fluid Mech. 1980. V.101. P.737.
72. *Kanki T., Juchi S.*// Proc. 14th Simp. RGD. 1984. V.2. P.865.
73. *Сутугин А.Г., Петрянов-Соколов И.В.*// Колл. ж. 1984. Т.46. С.160.
74. *Баканов С.П., Дерягин Б.В., Ролдугин В.И.*// УФН, 1979. Т. 129. С. 255.
75. *Баканов С.П., Высоцкий В.В., Некрасов А.Н.*// Колл. ж. 1986. Т.48. С.851.
76. *Фукс Н.А.*// Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1982. Т.18. С.251; J.Aerosol Sci. 1982. V.13. P.327.
77. *Kousaka Y., Okuyama K., Nishio S., Yoshida T.*// J. Chem. Eng. Japan. 1976. V.9. P.147.
78. *Derjaguin B.V., Yalamov Y.*// J. Coll. and Interface Sci. 1966. V.22. P.195.
79. *Holway L.H.*// Phys. Fluids. 1966. V.9. P.1658.

Статья поступила 30.01.90 г.